


	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS					  	
	CARTA DE AUTORIZACIÓN						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-06	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	1 de 1

Neiva, 28 de enero de 2021

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Jhon Sebastina Gomez Ortiz , con C.C. No. 1075273121,

autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado **Comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas para mejorar el aprendizaje de la función lineal**, presentado y aprobado en el año 2021 como requisito para optar al título de MAGISTER EN EDUCACIÓN; autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.

- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.





- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:



Firma: **INSERTAR FIRMA ESCANEADA**

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS						  
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	1 de 3

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: Comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas para mejorar el aprendizaje de la función Lineal

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
GOMEZ ORTIZ	JHON SEBASTIAN

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
HURTADO MARTINEZ	ELIZABETH

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: MAGISTER EN EDUCACION

FACULTAD: EDUCACION

PROGRAMA O POSGRADO: POSTGRADO

CIUDAD: NEIVA

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2021





NÚMERO DE PÁGINAS: 265

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas___ Fotografías___ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general___ Grabados___ Láminas___
 Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas o
 Cuadros __X__

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: WORD Y PDF

MATERIAL ANEXO: NINGUNO

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS					  	
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	2 de 3

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria): NO

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:





Español Inglés

1. _ Prácticas evaluativas
2. Análisis Didáctico
3. Buenas Prácticas

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

El proyecto de investigación titulado “Comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas para mejorar el aprendizaje de la función lineal”, definiendo como propósitos caracterizar las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas asociadas al contenido matemático función lineal, identificar desde el modelo curricular Análisis Didáctico buenas prácticas evaluativas y proponer una estrategia metodológica para promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en la comprensión de la función lineal en el aula de matemáticas.

Para caracterizar las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas, se identificó la tipología sugerida por Zambrano (2014) y para el diseño metodológico el Análisis Didáctico desde la perspectiva de Gómez (2015), que promoviera buenas practicas evaluativas, este referente aportó información relevante desde la didáctica de las matemáticas, las matemáticas mismas y el contexto para el diseño de las tareas matemáticas

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS					  	
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	3 de 3

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The document shows the results of the research project entitled "Understanding the evaluative practices of the mathematics teacher to improve the learning of the linear function", defining the purposes of characterizing the evaluative practices carried out by the mathematics teacher associated with the mathematical content linear function, identifying from the curricular model Didactic Analysis good evaluative practices and propose a methodological strategy to promote good evaluation practices that contribute to the improvement in the understanding of the linear function in the mathematics classroom. To characterize the evaluative practices of the mathematics teacher, the typology suggested by Zambrano (2014) was identified and for the methodological design the Didactic Analysis from the perspective of Gómez (2015), which promoted good evaluative practices, this reference provided relevant information from the didactics of mathematics, mathematics itself and the context for the design of mathematical tasks.

APROBACION DE LA TESIS



FABIO DE JESÚS JURADO VALENCIA



ANTONIO LEÓN GAMMA BERMÚDEZ

**Comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas para
mejorar el aprendizaje de la función lineal**

Jhon Sebastián Gómez Ortiz

Tutora:

Elizabeth Hurtado Martínez

**Universidad Surcolombiana
Facultad Educación
Maestría en Educación
Neiva Huila
Colombia, 2020**

Contenido

1. Resumen.....	6
2. Introducción	8
3. Problema de Investigación	10
4. Objetivos	14
4.1. Objetivo general.....	14
4.2. Objetivos específicos.....	14
5. Marco teórico y conceptual	15
5.1. La evaluación como fomento del aprendizaje	15
5.2. La evaluación centrada en los resultados	17
5.3. La evaluación centrada en los procesos.....	20
5.4. Tipos de evaluación educativa	23
5.4.1. Según el momento.	24
5.4.2. Según la finalidad.	26
5.4.3. Según la extensión.	28
5.4.4. Según los agentes.....	28
5.4.5. Según el normotipo.....	29
5.5. La evaluación para los aprendizajes de las matemáticas.....	31
5.6. Las buenas prácticas.....	36
5.7. El análisis didáctico: Un modelo curricular para promover buenas prácticas evaluativas en matemáticas.....	38
5.7.1. Conocimiento didáctico, análisis didáctico y organizadores del currículo.....	39
5.8. Tipos de análisis didáctico	44
5.8.1. Análisis de contenido.	44
5.8.2. Análisis cognitivo.....	49
5.8.3. Análisis de la instrucción	56
5.8.4. Análisis de la actuación.	62
5.9. La función lineal en las matemáticas escolares	64
6. Metodología	70
6.1. Naturaleza de la investigación	70
6.2. Estructura metodológica, instrumentos y fuentes de información	71
6.3. Población y muestra.....	74
7. Resultados	75

7.1.	Caracterización de las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas asociadas al contenido matemático de la función lineal	75
7.1.1.	Caracterización de las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas desde sus actuaciones en el aula.	76
7.1.2.	Caracterización de las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas desde sus discursos.	105
7.1.3.	Caracterización de las prácticas evaluativas de profesores de matemáticas desde los instrumentos de evaluación.....	113
7.2.	Identificación de buenas prácticas evaluativas desde el análisis didáctico para el aprendizaje de la función lineal	131
7.2.1.	Buenas prácticas evaluativas desde el Análisis Didáctico.	131
7.3.	Propuesta metodológica para promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal.....	138
7.3.1.	Contenido - Análisis de contenido	140
7.3.2.	Objetivos - Análisis cognitivo	163
7.3.3.	Metodología - Análisis de instrucción	175
7.3.4.	Diseño de tareas matemáticas para promover buenas prácticas evaluativas..	182
8.	Conclusiones.....	238
8.1.	Resultados asociados a la caracterización de las prácticas que realiza el profesor de matemáticas.....	238
8.1.1.	Observación sesiones de las clases.	239
8.1.2.	Caracterización de las prácticas evaluativas a partir de los discursos de los profesores.	242
8.1.3.	Caracterización de las prácticas evaluativas a partir de los instrumentos de evaluación.	243
8.2.	Resultados asociados a la propuesta metodológica para promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal.....	249
8.2.1.	Buenas practicas evaluativas asociadas al contenido ¿Qué evaluar?.....	251
8.2.2.	Buenas prácticas evaluativas asociadas a los objetivos de aprendizaje ¿Para qué evaluar? 253	
8.2.3.	Buenas practicas evaluativas asociadas a la metodología ¿Cuándo y cómo evaluar? 255	
9.	Referencias.....	258

Lista de Tablas

Tabla 1. Tipos de evaluación	24
Tabla 2 Derechos básicos de aprendizaje asociados al contenido.....	67
Tabla 3. Estructura metodológica de la investigación.....	72
Tabla 4. Observaciones asociadas al momento de la evaluación	78
Tabla 5. “Observaciones asociadas a la finalidad de la evaluación”	86
Tabla 6. “Observaciones asociadas a los agentes de la evaluación”	93
Tabla 7. “Observaciones asociadas al normotipo de la evaluación”	97
Tabla 8. “Caracterización de las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas desde sus actuaciones en el aula”	101
Tabla 9. Discursos de los docentes, que sustentan las prácticas evaluativas	106
Tabla 10. Caracterización de las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas desde sus discursos	110
Tabla 11. Análisis de instrumento de evaluación - Profesor uno	114
Tabla 12. Análisis de instrumento de evaluación - Profesor dos	118
Tabla 13. Análisis del instrumento de evaluación - Profesor tres	122
Tabla 14. Caracterización de las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas desde los instrumentos de evaluación	127
Tabla 15. Buenas prácticas evaluativas desde el Análisis Didáctico	131
Tabla 16. Derechos básicos de aprendizaje asociados al contenido función lineal...	144
Tabla 17. Organización cognitiva del contenido matemático función lineal	146
Tabla 18. Sistemas de representación asociados al contenido factorización de trinomios	158
Tabla 19. Fenómenos, problemas y contextos fenomenológicos asociados a la función lineal	160
Tabla 20. Subestructuras, contextos fenomenológicos y fenómenos	162
Tabla 21. “Objetivos de aprendizaje asociados a la función lineal”	165
Tabla 22. “Capacidades asociadas al ser, saber y saber hacer desde la función lineal”	167
Tabla 23. “Objetivos de aprendizaje, capacidades y competencias asociadas a la función lineal”	170
Tabla 24. “Dificultades y errores asociados a la función lineal”	173
Tabla 25. Organización de la clase desde la complejidad de las tareas.....	177
Tabla 26. Organización de la clase desde la gestión de tareas matemáticas.....	181

Tabla 27. “Expectativas de aprendizaje asociadas a la tarea uno: momento inicial de la clase”	184
Tabla 28. “Expectativas de aprendizaje asociadas a la tarea dos: desarrollo de la clase presentación del contenido”	193
Tabla 29. “Expectativas de aprendizaje asociadas a la tarea tres (enseñanza y aprendizaje del contenido)”	204
Tabla 30. “Expectativas de aprendizaje asociadas a la tarea cuatro (enseñanza y aprendizaje del contenido)”	214
Tabla 31. “Expectativas de aprendizaje asociadas a la tarea cinco (cierre de la clase)	225

Lista de Figuras

Figura 1. Referentes conceptuales que sustentan el análisis didáctico	41
Figura 2. Capacidades que promueve el análisis didáctico en la formación del profesor	42
Figura 3. Actuación del profesor de matemáticas cuando planifica una clase desde el análisis didáctico.....	43
Figura 4. Componentes de la tarea matemática.....	60
Figura 5. Mapa conceptual estructura matemática de la que hace parte el concepto la función lineal.....	149
Figura 6. Mapa conceptual estructura matemática particular del contenido función lineal.	152
Figura 7. Mapa conceptual sistemas de representación asociados a la función lineal.	157
Figura 8. Fases de una secuencia formativa.....	179

Línea de Investigación

Evaluación y gestión educativa

Temática a Investigar

Prácticas Evaluativas

1. Resumen

El proyecto de investigación se realizó con el propósito de caracterizar las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas asociadas al contenido matemático función lineal, identificar desde el modelo curricular Análisis Didáctico buenas prácticas evaluativas y proponer una estrategia metodológica para promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en la comprensión de la función lineal en el aula de matemáticas.

Para el desarrollo de la investigación se asumió como referente para caracterizar las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas, la tipología sugerida por Zambrano (2014) y para el diseño metodológico el Análisis Didáctico desde la perspectiva de Gómez (2015), que promoviera buenas practicas evaluativas, este referente aportó información relevante desde la didáctica de las matemáticas, las matemáticas mismas y el contexto para el diseño de las tareas matemáticas.

La investigación centró la atención en describir las prácticas evaluativas que pusieron en funcionamiento los profesores de matemáticas asociadas al contenido función lineal, identificar buenas practicas evaluativas asumiendo como referente un modelo curricular local y construir una propuesta

metodológica para promover buenas practicas evaluativas desde el diseño de tareas.

Para el logro de los intereses de la investigación, se planteó una metodología que incorporó tres fases: la primera de “caracterización” en la que se describe el tipo de prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas cuando evalúa los aprendizajes asociados a la función lineal, la segunda de “análisis” que registró como como finalidad definir elementos desde el modelo curricular “análisis didáctico” que puedan promover buenas practicas evaluativas en el aula de matemáticas; y la tercera de “diseño” en la que se describe el diseño de una propuesta metodológica para promover buenas practicas evaluativas en el aula de matemáticas, asociadas al contenido función lineal.

El aporte de la investigación en el contexto de la educación matemática, lo constituye el proveer un diseño metodológico pensado en favorecer la evaluación formativa en las prácticas de enseñanza de las matemáticas articuladas a la función lineal, reconociendo el papel relevante de la evaluación en los procesos de formación a partir del diseño de tareas matemáticas que incorporan actividades para situar la evaluación como un proceso permanente ligado a las prácticas de enseñanza, es decir al inicio, durante y al cierre de la clase. Los resultados de la investigación sitúan a la evaluación como una componente curricular visible en todos los momentos de la clase, con el interés no solo de conocer lo que lograron aprender los estudiantes (saber), sino lo que aprendieron a hacer con ese conocimiento para comprender situaciones de la vida (saber hacer) y especialmente como se sintieron en el proceso de aprender (saber ser).

2. Introducción

El proyecto de investigación titulado “Comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas para mejorar el aprendizaje de la función lineal”, se definió con el propósito de responder la pregunta de investigación ¿Cómo promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal?, para su desarrollo se planteó como objetivo general: Comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas con el fin de promover buenas prácticas de evaluación para el aprendizaje de la función lineal y como objetivos específicos: a) Caracterizar las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas asociadas al contenido matemático función lineal, b) Identificar desde el análisis didáctico buenas prácticas evaluativas para el contenido función lineal y c) Proponer una estrategia metodológica para promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal.

En el marco de los intereses investigativos, las categorías conceptuales que se abordaron para su sustento teórico corresponden a los siguientes referentes:

Evaluación: Popham (1990); Castillo y Cabrerizo (2003) y Zambrano (2014). Tipos de evaluación: Stenhouse (1984), Bordas y Cabrera (2001), Stiggins (2002), Eisner (2002), Litwin (2005), Freire (2002), Carr (2005) Moreno & Ortiz (2008), Flores y Gómez (2009) y Zambrano (2014). La evaluación de los aprendizajes en matemáticas: Rico (1997). Las buenas prácticas: (González (2001), Epper y Bates (2004); Escudero, Gonzáles y Martínez (2009), Escudero (2009); De Pablos, Colás y González (2010) y Boza y Toscano (2011). El análisis

didáctico como modelo curricular para promover buenas practicas evaluativas: Rico (1997); Gómez y Rico (2002); Gómez (2015-2016); Cañadas, Gómez y Pinzón (2015) y Hurtado, Ochoa y Triviño (2017). Y la función lineal como contenido matemático escolar: Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas (1998); Estándares Curriculares en matemáticas (1997) y Derechos Básicos de Aprendizaje (2016).

En virtud a los elementos que fundamentan el referente teórico y los intereses de la investigación, esta se sustentó en una perspectiva interpretativa y crítica de las ciencias sociales, asociada a los métodos cualitativos de la investigación social (Kemmis & Carr, 1986), los cuales reivindican la dimensión subjetiva de las prácticas investigativas en el aula de matemáticas.

Respecto a sus resultados, el proyecto permitió describir las practicas evaluativas que ponen en funcionamiento los profesores en el aula de matemáticas asociadas a la función línea, identificar desde el modelo curricular Análisis Didáctico buenas practicas evaluativas asociadas al contenido, a partir del reconocimiento de su diversidad de significados, formas de representación y los fenómenos que le dan sentido. Finalmente, el proyecto aportó una construcción metodológica para favorecer buenas prácticas evaluativas asociadas a la función lineal, desde el diseño de cinco tareas de aprendizaje sustentadas desde el modelo curricular.

Los resultados de la investigación constituyen un aporte relevante en la educación matemática, aportando una propuesta metodológica innovadora, para promover mejoras en las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas en el aula, referidas al contenido función lineal, reconociendo desde las mismas matemáticas y el contexto, información útil y necesaria para su comprensión.

3. Problema de Investigación

En las últimas décadas, los objetos de estudio en el campo de la educación matemática, se han centrado en analizar los diferentes problemas asociados a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, incorporando como cuestiones de análisis, a los estudiantes, los profesores, los contenidos, el currículo y la evaluación, con el fin de mejorarlos.

Las investigaciones han mostrado el papel relevante de la evaluación en el éxito de los estudiantes. Al respecto, Romero y Gómez (2015) señalan que en la forma en la que el profesor elige evaluar a sus estudiantes tiene un impacto importante en su experiencia matemática y, por ende, en su visión de las matemáticas (qué son, qué significa saber matemáticas, para qué sirven, etc.). Esto se complementa con los planteamientos de Boud (1998), quien sostiene que es más probable la influencia de los procedimientos y condiciones de la valoración en el cómo y el qué aprenden los estudiantes que cualquier otro factor individual.

Al respecto, Romero y Gómez (2015) citan a Harlem y Winter (2004) para resaltar el valor de la evaluación en el aprendizaje:

La evidencia de que mejorar la práctica de la evaluación para el aprendizaje puede tener un efecto dramático en el logro académico de los estudiantes significa que se puede ganar mucho con un análisis cuidadoso de lo que está implicado en ella (pág. 2).

Las prácticas evaluativas que el profesor de matemáticas ponga en funcionamiento en el aula, influyen de manera importante en los desempeños de los estudiantes. Las investigaciones muestran que las tendencias en las

estrategias de evaluación que incorporan los profesores en sus prácticas, están marcadas por el diseño de pruebas estandarizadas que permitan medir de manera rápida el nivel de conocimiento de los estudiantes.

En la misma perspectiva, también Romero y Gómez (2015), aseguran que los profesores reiteradamente prefieren excluir como actividades de evaluación aquellas que promueven la comprensión, el razonamiento, la resolución de problemas no rutinarios y la comunicación. En cambio, permanecen prefiriendo tareas relacionadas a las destrezas, por su comodidad en la calificación. A la hora de evaluar, el profesor no debería centrar la atención solo en los contenidos, sino también en los procesos, las capacidades y competencias matemáticas que se espera el estudiante alcance a lo largo de su proceso de formación.

Las investigaciones, han mostrado que las estrategias evaluativas que los profesores incorporan en sus prácticas, no promueven buenos aprendizajes y por ende la comprensión de los contenidos matemáticos. Webb (2004) establece que los métodos de calificación por notas centran el interés en la competitividad más que en el desarrollo personal, generalmente con efectos negativos en la retroalimentación, especialmente en aquellos estudiantes con un bajo nivel de rendimiento, en quienes se acentúan sus dificultades de aprendizaje por la evidencia de los resultados.

Estas prácticas evaluativas son excluyentes y clasifican a los estudiantes en buenos y malos, generando profundas tensiones que afectan su desempeño.

Romero y Gómez (2015), enfatizan que, en las evaluaciones más continuistas, los estudiantes a menudo desarrollan sus labores “bajo presión” y así, sus deseos de lograr nuevos conocimientos se ponen en riesgo. Ante la presión, los estudiantes se inclinan naturalmente por posiciones estratégicas para su aprendizaje y se enfocan, sin más, en lo que es objeto de evaluación por el docente. En estas prácticas el interés se centra en memorizar para responder bien y no en pensar para construir. La evaluación no juega un papel formador en el estudiante, solo constituye un indicador de eficiencia.

La evaluación debe movilizar los intereses de los estudiantes, debe convertirse en un escenario para reflexionar sobre lo que está aprendiendo y como lo está aprendiendo, el profesor tiene la responsabilidad de proponerles estrategias en el aula para que los estudiantes sean capaces de lograrlo.

Romero y Gómez (2015), en esta perspectiva, indican que en el momento que los procedimientos evaluativos se adapten mejor a los estudiantes, podrían ser experiencias motivadoras y productivas para los mismos, ya que son exhortados a discernir entre si lo que hacen es adecuado o si es preciso esforzarse más, o cambiar sus métodos de estudio.

Igualmente, Brown y Glasner (2003) señalan que una de las cosas más importantes que un profesor puede hacer para empoderar positivamente los ciclos de aprendizaje y enseñanza, es acertar en el diseño de la estrategia evaluativa más apropiada. De esto depende que la evaluación se convierta en instrumento propicio para generar los cambios deseados en otros componentes curriculares.

Los argumentos presentados muestran la existencia de problemas asociados a las prácticas de evaluación que realiza el profesor de matemáticas en el aula, desde para qué evalúa, qué evalúa, a quién evalúa y cómo evalúa, así como las implicaciones en sus desempeños.

Los aspectos señalados muestran la necesidad de centrar la atención en los procesos de evaluación que se están llevando a cabo en las instituciones educativas Academia Militar José Antonio Anzoátegui, Colegio Rafael Pombo y Liceo Antonio Nariño, de la ciudad de Neiva; en especial si se tiene en cuenta que la evaluación no puede reducirse simplemente a la aplicación de pruebas estandarizadas, debe reconocer la particularidad de las posibilidades, intereses y necesidades de los estudiantes. La evaluación debe permitir las formas de conocer y comprender los contenidos matemáticos articulados al contexto real.

Con la investigación se pretende comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas en el aula, identificar buenas prácticas evaluativas desde un modelo curricular para aportar desde el diseño de una propuesta metodológica al mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal. En otras palabras; más allá de la importancia que pueda tener la evaluación para conocer los desempeños de los estudiantes, se hace necesario reconocer en las prácticas evaluativas un escenario privilegiado para identificar la forma en que los estudiantes aprenden los contenidos matemáticos, desarrollan procesos matemáticos, alcancen capacidades y competencias matemáticas para pensar y resolver problemas matemáticos de la vida.

Con los argumentos presentados, la pregunta problema que sustenta la investigación es:

¿Cómo promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal?

4. Objetivos

4.1. Objetivo general

Comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas con el fin de promover buenas prácticas de evaluación para mejorar el aprendizaje de la función lineal.

4.2. Objetivos específicos

- Caracterizar las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas asociadas al contenido matemático función lineal.
- Identificar desde el análisis didáctico buenas prácticas evaluativas para el contenido función lineal.
- Proponer una estrategia metodológica para promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal.

5. Marco teórico y conceptual

Teniendo en cuenta los intereses definidos para la investigación, en este capítulo se desarrollan las categorías conceptuales que la sustentan, a saber: la evaluación, tipos de evaluación, la evaluación de los aprendizajes en matemáticas, las buenas prácticas, el análisis didáctico como modelo curricular para promover buenas prácticas evaluativas, la función lineal como contenido matemático escolar.

5.1. La evaluación como fomento del aprendizaje

Popham (1990, citado en Fundación de Ciencias del Hombre, 2011), define la evaluación como una actividad inherente a la vida humana, la cual tiene como objetivo determinar el valor de algo, por lo que debe ser sistemática. Actualmente la evaluación ocupa un destacado lugar en el ámbito educativo, puesto que permite la comprensión por parte de los profesionales de la educación de que lo que en realidad determina y resuelve de facto el "qué, cómo, por qué y cuándo enseñar". A. de la Orden (1989, citado en Fundación de Ciencias del Hombre, 2011) argumenta:

...la evaluación, al prescribir realmente los objetivos de la educación, determina, en gran medida... lo que los estudiantes aprenden y cómo lo aprenden, lo que los profesores enseñan y cómo lo enseñan, los contenidos y los métodos; en otras palabras, el producto y el proceso de la educación... querámoslo o no, de forma consciente o

inconsciente, la actividad educativa de estudiantes y profesores está en algún grado canalizada por la evaluación (pág. 1).

De igual manera, Zambrano (2014) afirma que la evaluación es una cadena complicada de eventos destinados a recolectar información sobre el aprendizaje de los estudiantes de forma ordenada y sistémica, para establecer juicios de valor en pro del mejoramiento tanto de la enseñanza como del aprendizaje. Desde la perspectiva del autor, la evaluación no se limita a reconocer el grado de aprendizaje de los estudiantes en términos de eficiencia, sino que valora las formas en las que los mismos aprenden durante la totalidad del proceso.

Por otra parte, Castillo y Cabrerizo (2010, citados por Zambrano, 2014), concuerdan en definir la evaluación como:

- Un proceso sistemático de recogida de información continua que permite tomar decisiones adecuadas para continuar la actividad educativa.
- Una función característica del profesor, que consiste en una actividad de reflexión sobre la enseñanza.
- Un proceso de obtención de información que permite formular juicios y toma de decisiones. (pág. 12).

Desde la perspectiva de Zambrano (2014), la evaluación se concibe como un espacio que propicia métodos de reflexión de las prácticas propias del docente, demostrando que no debe verse como un procedimiento de medición del conocimiento de los estudiantes; sino como una herramienta para

desarrollar las prácticas profesores mediante el análisis de la información que se recolecta, valorando el desempeño de los alumnos.

Así entonces, se hace importante señalar el planteamiento de Zambrano (2014), al señalar que la evaluación permite el mejoramiento del conocimiento de la realidad y suministra detalles al profesor que le permiten deducir sobre los objetivos de aprendizaje, fija aproximaciones valorativas integradas en dos grandes propuestas, la evaluación centrada en los resultados que se orienta a medir, calificar y clasificar, y la evaluación centrada en los procesos que se orienta a formar, comprender y transformar.

5.2. La evaluación centrada en los resultados

Stiggins (2002) señala que las concepciones que sustentan los procesos evaluativos de los profesores atañen principalmente a enfoques instrumentales y memorísticos que anteponen los resultados alcanzados en términos del rendimiento, la capacidad reproductiva y el esfuerzo individual.

Esta concepción asociada a la evaluación ha restringido las prácticas evaluativas del profesor al diseño de pruebas estandarizadas, para medir de manera general el nivel de conocimiento de los estudiantes, desconociendo por completo las particularidades en sus formas de aprender y conocer.

En la misma perspectiva, Litwin (2005) define el proceso evaluativo como una simple comparación de respuestas según correspondan o no a lo transmitido por el profesor o el texto. En esta perspectiva, la evaluación solo cumple el papel de constatar que tanto el estudiante es capaz de reproducir la información dada por el profesor y el libro de texto.

Flores y Gómez (2009), al respecto, comentan:

...en una enseñanza basada en el profesor, este es el principal protagonista del proceso: decide que se va a enseñar y como, que reglas de comportamiento habrá dentro del aula y, en última instancia, determina quien aprendió en matemáticas y, que tanto, quien merece pasar el curso. Casi siempre el profesor muestra el conocimiento frente al estudiante en una especie de conferencia magistral y, con solo discurso, pretende que todo el grupo entienda lo que está queriendo comunicar, el profesor hace, o solo reproduce la matemática en el pizarrón y después pide a sus estudiantes que la vuelvan a reproducir. El estudiante tiene un papel pasivo en esta forma de enseñanza, si tiene dudas, puede plantearlas solo si el profesor lo permite y opina, solo cuando el profesor le da la palabra (pág. 118).

Así entonces, la evaluación pasa a ser un fin en sí misma, un control y un instrumento sancionador, que desconoce las particularidades de cada estudiante y tiene como fin verificar el aprendizaje para establecer una calificación que sólo muestra la cantidad de conocimientos que recuerda el estudiante. En otras palabras, la evaluación se limitaría simplemente a 'contar' los aprendizajes (Stiggins, 2002).

La evaluación reducida a la aplicación de pruebas estandarizadas, inhiben las subjetividades de los alumnos, evitando la valoración de sus aportes para mejorar la comprensión de los complejos problemas asociados a las tareas de enseñar y aprender (Eisner, 2002).

Esta forma de concebir la evaluación ha tenido implicaciones en las prácticas evaluativas que realizan los profesores de matemáticas en el aula. En

particular, Moreno & Ortiz (2008), al realizar y aplicar una encuesta, indagando sobre el uso de la evaluación en la clase de matemáticas, identificaron las siguientes cuestiones: Las evaluaciones en matemáticas se llevan a cabo mediante pruebas, que son estructuradas por los docentes, respondiendo al *pensum* establecido para la asignatura. Es allí donde se nota la implicación cuantitativa que conceden los profesores a la evaluación, ya que piensan que la evaluación es un mecanismo para otorgar notas meramente, y no para comprobar el logro de objetivos. Respecto al momento de la evaluación, encontraron que los profesores la restringen a aplicar las pruebas al terminar de explicar los temas, en resumen: primero se enseña y luego se evalúa.

Estos resultados muestran las realidades tensas en torno a los fines y propósitos de la evaluación, el restringirla a un solo momento de la clase y no como un proceso de reflexión permanente y el encapsularla a una prueba, le sigue otorgando el carácter instrumental de medir el conocimiento.

Los resultados de las investigaciones muestran la necesidad emergente de incorporar prácticas evaluativas que reconozcan su carácter formativo, su poder para conocer y transformar las formas de sentir, ver, pensar y actuar. La evaluación constituye una fuente de información relevante para reflexionar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje que se dan en el aula.

La evaluación no solo ofrece información sobre las formas en las que los estudiantes aprenden y se acercan al conocimiento de los diferentes contenidos escolares, también ofrece información sobre la eficacia de las prácticas de enseñanza del profesor. Al respecto Litwin (2005) y Eisner (2002), afirman que la evaluación como proceso aporta a que los profesores reflexionen y planteen interrogantes acerca de sus prácticas.

5.3. La evaluación centrada en los procesos

La evaluación para formar, comprender y transformar, incita al profesor a pensar y reflexionar permanentemente desde sus prácticas, con el fin de transformarlas. En esta visión, Stenhouse (1984) indica que la evaluación favorece el desarrollo de procesos formativos a partir de la reflexión constante, lo que permite tanto la inmersión de los profesores en su mundo de concepciones como el análisis de sus propias prácticas, apoyando su transformación de manera razonada, pertinente y viable.

Históricamente la evaluación solo incorpora la voz del profesor, a quien se le asigna la función de descifrar qué tanto han aprendido sus estudiantes. En el contexto de la evaluación para la formación, la voz del estudiante se reconoce y cobra sentido. El estudiante debe ser capaz de identificar sus formas de conocer y aprender, debe sentirse libre para equivocarse sin sentir señalamientos, en este sentido, la evaluación constituye una oportunidad para pensar su proceso de formación.

Al respecto, Freire (2002) y Carr (2005) señalan que la evaluación simboliza el sendero que permite en los estudiantes el desarrollo de sus habilidades cognitivas y sociales, que los convertirán en seres autónomos y conscientes de sus responsabilidades sociales.

Las prácticas evaluativas del profesor no deben estar sustentadas en la medición del conocimiento, sino en la promoción de competencias y habilidades para que los estudiantes se acerquen a las formas de pensar y resolver problemas que les permita comprender el mundo en que habitan. En

concordancia con ello, la evaluación no debe ser concebida como el inicio o final del proceso creativo u operacional de un proyecto o programa social, sino de un elemento transversal al mismo.

Por tanto, esta debe estar direccionada hacia la transformación, y debe producirse en dos niveles: El primero, que contribuya a la modificación de situaciones de adversidad, vulnerabilidad e inequidad en que se encuentran algunos grupos poblacionales; en ese sentido, la evaluación debe mostrar como producir ese cambio. El segundo nivel, basado en mostrar de qué manera las acciones producen transformaciones y si resultan o no dicha transformación, adecuada. Por tal razón se habla de una evaluación para la acción transformadora. (Nirenberg, Brawerman, & Ruiz, 2005).

En la misma línea, Murillo y Román (2009, citados por Zambrano, 2014), sostienen que para lograr que todos los estudiantes accedan a una educación de calidad, necesitan de evaluaciones que evidencien lo que se “aprende” y las acciones que se llevan a cabo para encajar dentro de un determinado contexto, entendiendo la evaluación como una herramienta de mejora y cambio permanente.

Los autores también señalan que el profesor debe ofrecer actividades evaluativas desafiantes al alumno, lo que se traduce en innovaciones evaluativas en el salón de clase. La evaluación enfocada en el alumno, puede contribuir a:

- Promover mayores oportunidades al estudiante para “aprender” desde múltiples dimensiones, una evaluación pluralista.

- Permitir al profesor y al estudiante conocer críticamente el alcance educativo en una acción en conjunto, centrada en el estudiante y más concretamente el aprendizaje que realiza.
- Permitir nuevos roles para el profesor y el estudiante desde el proceso de aprendizaje.

Los autores conciben de este modo la importancia de valorar los avances (evaluar desde la propuesta centrada en procesos) de quienes aprenden, con el fin de analizar fallas u opciones de mejora que puedan repercutir en educación de calidad para todos los estudiantes. Con lo anterior, desde la perspectiva de los autores, se manifiesta la utilidad y la trascendencia de la evaluación en el proceso tanto de enseñanza, al promover en los profesores la oportunidad de reflexionar desde una perspectiva crítica sobre su quehacer en el aula; como del aprendizaje, al permitir a los estudiantes que visualicen sus fallas y encuentren opciones de mejora. Adicional a lo señalado, esta mirada a la evaluación, le brinda al profesor la posibilidad de observar, evaluar y mejorar sus prácticas de enseñanza desde la perspectiva de lo logrado en los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

Bordas y Cabrera (2001), señalan al respecto:

1. La evaluación debe permitir definir acciones de enseñanza necesarias para que cada estudiante y grupo logren sus objetivos de aprendizaje.
2. La evaluación debe ser parte del contenido curricular de aprendizaje, es decir, que el estudiante aprenda a evaluar desde una perspectiva objetiva y válida, conociendo diversas estrategias que permitan adaptar diversas situaciones de aprendizaje.

3. Es necesario realizar evaluaciones que estimulen todas las habilidades meta cognitivas para que el estudiante tome conciencia de su propio proceso de aprendizaje. A fin de esto, el profesor se planteará nuevas estrategias evaluativas en el aula, facilitando habilidades de autoconocimiento y autorregulación
4. La formación continua de los docentes, debe ofrecerles herramientas conceptuales y procedimentales para aprender a autoevaluarse y saber evaluar (pág. 30).

Teniendo en cuenta los elementos registrados en este apartado, a continuación, se describen los tipos de evaluación que han marcado las prácticas de los profesores en el aula.

5.4. Tipos de evaluación educativa

Teniendo en cuenta que los propósitos de la investigación están centrados en comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas, esta categoría conceptual es relevante, dado que constituye un referente para caracterizarlas.

Zambrano (2014), en su tesis doctoral, realiza una adaptación a las aportaciones de Castillo & Cabrerizo (2010) para plantear los tipos de evaluación, en la siguiente tabla se muestra la adaptación realizada por la autora:

Tabla 1.

Tipos de evaluación

Tipos de evaluación	Descripción
Según el momento	Inicial – Proceso –Final
Según la finalidad	Diagnóstica- Formativa –Sumativa
Según la extensión	Global- Parcial
Según el origen de sus agentes	Autoevaluación- Coevaluación- Heteroevaluación Interna- Externa
Según su normotipo	Normativa – Criterial.

Fuente: Castillo y Cabrerizo (2010), adaptada por Zambrano (2014)

A continuación, se desarrolla cada tipo de evaluación:

5.4.1. Según el momento.

Este tipo de evaluación responde a la pregunta: ¿Cuándo evaluar? Es decir, en función al momento en que se lleva a cabo la evaluación, en un proceso continuo o al término de una unidad, autores como Ahumada (2001, citado por Tejada, 2011) distinguen tres tipos: evaluación inicial, de proceso y final.

La evaluación inicial es aquella que se realiza antes de iniciar de un proceso, de comenzar una unidad educativa. Se trata de una recogida de datos para que el profesor tenga el conocimiento real de cada estudiante. Se espera que a partir de ello el profesor implemente las estrategias didácticas conforme al interés de sus alumnos.

La evaluación de proceso desde una perspectiva formativa, consiste en la valoración mediante la recogida continua y sistemática de datos durante y tras finalizar cada estrategia de aprendizaje. Este tipo de evaluación es de suma importancia dado que aporta retroalimentación permanente del proceso.

Los autores manifiestan la importancia de conocer los saberes previos de los estudiantes y ver cómo enfocar la enseñanza de manera que se favorezcan las ganas de aprender para cada uno dentro de su singularidad y por tanto se dé significado a los contenidos o procesos a desarrollar durante las clases.

En este sentido se puede analizar que el uso de la evaluación para medir conocimientos o saberes de los estudiantes carece de significado y se da relevancia una vez más a la funcionalidad de la evaluación permanente que permite guiar o establecer estrategias para la mejora de la enseñanza y la oportunidad de que los estudiantes aprendan entre pares y con el docente, reflexionen sobre sus acciones al desarrollar las diferentes estrategias de aprendizaje.

En la misma línea, Álvarez (2001) señala que la evaluación forma parte de un *continuum*, y como tal, debe ser procesual, continua e integrada en el currículo y, con él, en el aprendizaje.

Teniendo en cuenta la perspectiva de este autor, el profesor debe pensar la evaluación desde la planeación, diseño, gestión y cierre de la clase. En las prácticas actuales poco se reconoce la evaluación en la planeación, solo cobra sentido al cierre, con el interés de conocer lo que aprendió el estudiante, desde intereses meramente cognitivos.

Álvarez (2001), indica que la evaluación final se emplea, como su nombre lo indica, al finalizar un periodo determinado, como una contrastación de los logros alcanzados en ese momento del aprendizaje. El autor enfatiza que evaluar sólo al final, bien por unidad de tiempo o de contenido, es llegar tarde para asegurar el aprendizaje continuo y oportuno. En este caso y en ese

uso, la evaluación sólo llega a tiempo para calificar, condición para la clasificación, que es paso previo para la selección y la exclusión racional.

Manifiesta el autor con lo anterior que aplicar sólo una evaluación final será una estrategia errónea si se busca la reflexión y promover la meta cognición en el profesor y el estudiante para alcanzar objetivos de aprendizaje. Es decir, si se busca categorizar o clasificar según la idea de adquisición o no de conocimientos, entonces aplicar una evaluación final es la opción que debería promoverse. Sin embargo, se aclara que no es la apropiada si el propósito es la mejora continua.

Castillo y Cabrerizo (2010) establecen que “la evaluación final consiste en una reflexión, después del proceso, para recapitular acerca de lo conseguido y lo que ha quedado pendiente”

Desde esta perspectiva la evaluación final deja transparente los procesos reflexivos que permitan indagar sobre los aprendizajes logrados y las formas de hacerlo. Según Álvarez (2001), este tipo de evaluación no da la oportunidad al estudiante de mejorar permanentemente.

5.4.2. Según la finalidad.

Este tipo de evaluación responde a la pregunta: ¿Para qué evaluar? Según Zambrano (2014) se orienta a considerar su importancia como un medio para conocer la situación base de un estudiante o grupo educativo, con el fin de poder conocer las limitaciones y los progresos que van alcanzando los estudiantes en un determinado tiempo. En ella se puede apreciar la práctica evaluativa del docente, tanto la planificación como la organización del trabajo denominándola evaluación diagnóstica, formativa y sumativa según su finalidad

(Castillo y Cabrerizo, 2010; Stiggins, 2004; Sheppard, 2008, citados en Zambrano, 2014).

Según los autores, la *evaluación diagnóstica* tiene como propósito que el profesor inicie el proceso educativo con información veraz de las características y cualidades de los estudiantes.

Por su parte, la *evaluación formativa* sirve como estrategia para ajustar y regular durante el proceso educativo las necesidades de mejora. Es continua y tiene como partida los aprendizajes esperados del estudiante y su situación actual con respecto a lo que se quieren que consiga.

Y la *evaluación sumativa* se aplica al final de un periodo de tiempo establecido, para corroborar los logros alcanzados. Posee una función sancionadora en la medida que determina la promoción o no de un curso.

La evaluación sumativa se centra en el producto, certifica un resultado o finalidad, es decir, el nivel de logro de los objetivos previstos, por tanto, no hay en esta una función formativa que genere una retroalimentación, tanto para el estudiante como para el docente. Por ello, cuando se habla de evaluación, existe una tendencia a preferir la evaluación formativa, por ser esta una evaluación procesual con intencionalidad perfectiva, que favorece a la mejora del proceso planificado en orden de alcanzar mejores rendimientos de los estudiantes y del sistema.

La evaluación formativa o continua favorece la mejora en el aprendizaje del estudiante y el funcionamiento del proceso de enseñanza- aprendizaje; no obstante, la evaluación sumativa, es la que más predomina en los docentes, tanto en el día a día como en la promoción final (curso a curso).

5.4.3. Según la extensión.

Este tipo de evaluación responde a la pregunta: ¿Qué dimensiones evaluar? Según Zambrano (2014), centra el interés en evaluar de manera integral el aprendizaje que logra el estudiante, facilitando la comprensión de la realidad evaluada.

Este tipo de evaluación es clasificado por Castillo y Cabrerizo (2010) así:

- *Evaluación global*: Trata de abarcar todas las dimensiones del estudiante, se podría decir que tiene un carácter sistémico, ya que todos los elementos interactúan entre sí y cualquier modificación de sus elementos podría tener impacto entre sí.
- *Evaluación parcial*: Pretende el estudio de determinados componentes o dimensiones de una materia, referida a la evaluación de aprendizaje del estudiante de algún tema en concreto o materia.

5.4.4. Según los agentes.

Este tipo de evaluación responde a la pregunta: ¿Quién evalúa?, es decir qué personas llevan a cabo la evaluación y quiénes son evaluados. Autores como Castillo y Cabrerizo (2010), Stiggins (2004) y Sheapard (2008), (citados en Zambrano, 2014) distinguen:

La evaluación interna: consiste en conocer, a partir de las estructuras internas, la marcha de los procesos para el aseguramiento de las mejoras, dentro de ella se distinguen:

- *La autoevaluación*, donde los evaluadores evalúan su propio trabajo, pudiendo ser: un alumno, su rendimiento, un programa específico.

- *La heteroevaluación*, donde se evalúa una actividad, objetivos o un programa, siendo los evaluadores distintos de las personas evaluadas.
- *La coevaluación* es aquella donde el sujeto o grupo se evalúa mutuamente.

Por otra parte, la evaluación externa, como su nombre lo indica, es llevada a cabo por un agente externo que no tiene relación alguna con la instancia a evaluar. Generalmente se habla de evaluadores externos cumpliendo con esta misión, cuya tarea es complementada por los otros géneros de la evaluación (Castillo & Cabrerizo, 2010).

El aporte de los autores permite recordar que puede variar el agente evaluador, es decir se brinda la posibilidad de recibir juicios apropiados y sustentados por sí mismos, pares académicos, el profesor o algún sujeto externo que con criterios y propósitos académicos o formativos busque evaluar a los estudiantes. Dejando de lado la idea que sólo el profesor tiene la potestad para emitir juicios valorativos y dando protagonismo a otros agentes que también son parte del proceso formativo.

5.4.5. Según el normotipo.

Este tipo de evaluación responde a la pregunta: ¿Qué tipo de referente?, Zambrano (2014), señala que la evaluación conlleva un juicio de valor por ello requiere de un referente o normotipo. En función de que referente sea interna la evaluación será personalizada y cuando sea externa al sujeto la evaluación será criterial.

Autores como Ahumada (2001), Barbera (2003), Castillo y Cabrerizo (2010), expuestos por Tejada (2014), distinguen la evaluación normativa de la criterial, así: La *evaluación normativa* procura determinar un juicio sobre una persona o realizar una equiparación en un grupo preestablecido, con base a un sentido normativo, de acuerdo al número de personas que obtengan resultados acordes a la media, un grupo reducido por encima de ella y otro grupo que estará por debajo de la media. Por otra parte, la *evaluación criterial* hace referencia a la manera de realizar las valoraciones mediante la previa formulación de objetivos educativos y la determinación de los criterios imprescindibles para la verificación de los rendimientos esperados. Dichos criterios deben estar asociados a los diferentes grados de desempeño de los alumnos.

Zambrano (2014) afirma que:

...la evaluación como norma deja oculta la calidad de la enseñanza, del aprendizaje y la evaluación, los estudiantes no pueden controlar su nivel de logro, porque no pueden controlar su nivel de desempeño, por lo que tienden a una baja autoestima, podemos concluir que promueve un enfoque de aprendizaje de tipo superficial. En cambio, la evaluación de tipo criterial establece objetivos claros para la evaluación haciendo que esta sea confiable para el estudiante respecto a lo que se pretende que alcance en su aprendizaje, aumenta la motivación del estudiante y permite al profesor y al grupo de profesores seleccionar estrategias de enseñanza posterior (pág. 27).

5.5. La evaluación para los aprendizajes de las matemáticas

Este apartado se desarrolla con las aportaciones de Rico (1997), investigador en el campo de la educación matemática que ha asumido como objeto de estudio el currículo de matemáticas y la formación del profesor de matemáticas.

Rico (1997) señala que el currículo de la Educación Obligatoria se constituye como una idea de formación, la cual se plantea solucionar las siguientes cuestiones: ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento? ¿Qué es el aprendizaje? ¿Qué es la enseñanza? ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento útil?; además, dice que el propósito del currículo es invitar de manera muy concreta a entender las formas del conocimiento, asimilar y dominar el aprendizaje, valorar la utilidad y practicar la enseñanza.

Según el autor, la evaluación también se encuentra asociada con la reflexión sobre un nuevo enfoque para la evaluación debiéndose exponer para dejar claros algunos puntos: ¿por qué valorar el trabajo de los alumnos?, ¿qué hay que valorar?, ¿cómo hay que valorar? y ¿qué decisiones deben afectar a la evaluación?

Para la primera cuestión *¿por qué valorar el trabajo de los alumnos?*, Rico (1997) señala:

...que al valorar y corregir el trabajo de los estudiantes les informamos de cómo han realizado determinada tarea; también podemos determinar el grado de asimilación de un concepto, el dominio de una destreza, la habilidad en la elección de un procedimiento y en el uso y manejo de estrategias. También el Profesor está interesado en conocer lo que la clase puede hacer y lo

que no puede hacer, determinar los niveles generales en los que se encuentran sus alumnos, las diferencias entre ellos; puede, igualmente, localizar los errores usuales aún no superados y valorar el rendimiento logrado por el grupo respecto de un determinado tópico matemático (pág. 20).

Desde la postura del autor, se expone la necesidad de valorar procesos de los estudiantes para lograr la obtención de información relevante que oriente las planeaciones del docente, con el fin de mejorar los desempeños, habilidades y destrezas de los estudiantes frente a lo logrado y con miras a lo que se quiere lograr. Así mismo, la información obtenida debe brindar al profesor las herramientas que permitan evidenciar la asimilación de los conceptos que se estén trabajando, de manera grupal o individual, y de este modo establecer estrategias frente a un tópico específico sobre el que se busque mejorar desempeños.

En cuanto a ¿Qué valorar?, Rico (1997), indica:

...si entendemos la pregunta en el sentido de cuáles son las actividades matemáticas de los estudiantes que deben considerarse prioritarias para establecer un juicio sobre los alumnos, se pueden dar multitud de respuestas válidas: precisión, resultados, método de trabajo, claridad de pensamiento, asimilación de ideas matemáticas, transferencia en la comprensión, dominio en la ejecución de técnicas y destrezas, tiempo en el desempeño de las tareas, esfuerzo personal, creatividad, adecuación en la elección de estrategias, organización de las secuencias, e incluso pulcritud y claridad en la presentación de los trabajos. También hay que considerar las observaciones que hace el Profesor cuando los estudiantes trabajan

autónomamente o en grupos e, igualmente, las intervenciones que hacen en las discusiones dirigidas. Si entendemos la pregunta inicial en el sentido de cuál es la parte adecuada de la actividad del estudiante para emitir un juicio sobre su competencia matemática, la consideración se centra ahora en procurar que la evaluación no se haga atendiendo a un único tipo de criterios y actividades, ya que puede tener un efecto contraproducente. Es decir, si nos limitamos a evaluar destrezas de cálculo mecánico mediante pruebas en las que se controlan los resultados, se favorece un tipo de aprendizaje rutinario y mecánico (pág. 21).

Desde el aporte del autor, es clara la cantidad de aspectos sobre los cuales se pueden emitir juicios al momento de realizar una evaluación en el aula de matemáticas y además se expresa de forma explícita -lo que podría llegar a omitirse en muchas ocasiones- que no es pertinente evaluar en torno a un solo aspecto, si lo que se quiere es valorar de manera más amplia los procesos de los estudiantes. Es decir, no es objetivo evaluar siempre por ejemplo la habilidad para cálculos mentales o mecánicos y dejar de lado la parte comunicativa y el razonamiento que son aspectos en los cuales los estudiantes también pueden presentar habilidades que no se evidenciarían evaluando solo el primer aspecto mencionado.

Para la tercera cuestión, es decir, ¿Cómo evaluar?, el autor en mención señala:

...las pruebas estandarizadas de papel y lápiz, bien en versión de un test de cuestiones y respuestas puntuales, bien mediante una prueba para el desarrollo más extenso de cuestiones y la resolución de problemas más complejos, se pueden considerar instrumentos

insuficientes para emitir un juicio útil sobre la competencia matemática de los alumnos. Con estos instrumentos se puede poner de manifiesto fácilmente el conocimiento de hechos y el dominio en la ejecución de destrezas; también es posible comprobar el conocimiento de enunciados, definiciones y propiedades, junto con algunas secuencias de razonamientos, pero no es posible comprobar la comprensión real de los conceptos, el dominio de las estructuras conceptuales, la capacidad personal de razonamiento y la habilidad en la elección y desarrollo de estrategias. Todos estos aspectos son tan importantes o más que los primeros, y quizás el mayor inconveniente para su control está en que no disponemos de instrumentos suficientemente contrastados para su realización. Sin embargo, no cabe duda de que es posible hacer una valoración bastante aproximada de las competencias señaladas mediante un seguimiento del trabajo individual y colectivo que se realiza en el aula (pág. 21).

En torno a la anterior postura, cabe destacar que si se quiere valorar la comprensión real de los conceptos en los estudiantes se hace necesario interiorizar una evaluación continua, de seguimiento al avance individual y grupal de los estudiantes, de manera que permita promover el progreso en el dominio de estructuras conceptuales que se puedan aplicar en diferentes contextos y apunten a mejores desempeños y a la formación integral de los sujetos.

Finalmente, ante el interrogante: ¿Qué decisiones deben afectar a la evaluación?, Rico (1997) llama la atención en afirmar que:

...un profesor del periodo obligatorio de la enseñanza debe ser totalmente consciente de que su función no es seleccionar las mentes más capacitadas para la educación superior sino capacitar a cada estudiante para alcanzar el máximo desarrollo de sus potencialidades, que le permitan incorporarse a una sociedad democrática. La escuela no puede, y no debe, ensanchar las diferencias culturales debidas a los distintos medios sociales y económicos de los que proceden sus alumnos. La escuela no debe ahondar en las diferencias intelectuales que presentan los niños, esa no es su misión y el profesorado debe tenerlo claro. Por todo ello, las matemáticas deben abandonar el papel de filtro y selección que, tradicionalmente, han desempeñado en el Sistema Escolar. En este sentido hay que enfatizar la función orientadora de la evaluación y recordar que, aunque el estudiante es el autor de su aprendizaje, el profesor también es responsable de los logros y avances conseguidos (pág. 22).

Se hace necesario recalcar en este punto la importancia de lo expuesto en el párrafo anterior, señalando que no debe ser prioridad para el profesor de matemáticas clasificar a los estudiantes más dotados de habilidades y categorizar a los menos hábiles en el área. En concordancia con el autor, se trata de orientar a cada uno de los estudiantes para que desarrollen sus habilidades (no necesariamente en el área de matemáticas) y puedan ser agentes de cambio en una sociedad que requiere personas que aporten a la mejora de su entorno y que promuevan valores frente al cuidado del medio. Se expone de este modo que los profesores también asumen la responsabilidad de los ciudadanos que llegan al entorno social.

5.6. Las buenas prácticas

Sabiendo que uno de los objetivos de la investigación apunta a promover buenas prácticas evaluativas en el que hacer del profesor del área de matemáticas, en esta sección se desarrollarán los conceptos en torno a las buenas prácticas, teniendo en cuenta las referencias en la tesis doctoral de Zambrano (2014), la cual ha sido sustento para la investigación.

Epper y Bates (2004), le atribuyen al concepto de “buenas prácticas”, las siguientes características:

- Contribuye a mejorar el desempeño de un proceso.
- Responde a una experiencia sistematizada, documentada y experimentada.
- Que aplica métodos de excelencia basados en la innovación.
- La categoría de “buenas prácticas” le hace extrapolable a otros contextos (Pág. 19).

En coherencia con los autores y atendiendo al sentido de la presente investigación se debe manifestar que las buenas prácticas no solo se deben dar en el aula de matemáticas sino en cualquier área del conocimiento y deben contribuir a la mejora continua tras la reflexión de las experiencias que deben enmarcarse en la creatividad y la innovación del profesor para llevar las temáticas a diferentes contextos y despertar interés en los estudiantes por las orientaciones del profesor en el aula.

Escudero, González y Martínez (2009) indican que las llamadas buenas prácticas últimamente se vienen convirtiendo en una óptica teórica y práctica, aplicada a diferentes contornos de las políticas sociales y educativas. Más puntualmente, en educación se hacen reconocibles sus aplicaciones

relacionadas con la vulnerabilidad y la inclusión educativa, también lo relacionado con la integración de las tecnologías para el aprendizaje y la comunicación.

Estos autores resaltan que las buenas prácticas deben aplicarse en el ámbito educativo a través del uso de herramientas informáticas que brindan la posibilidad de cambiar el carácter rutinario de las orientaciones de los profesores al interior del aula (Escudero, González y Martínez, 2009).

Boza y Toscano (2011), por su parte afirman que las buenas prácticas educativas surgen de los mismos actores que participan del proceso, con asidua responsabilidad del propio docente, quien debe buscar las variantes educativas y estructurarlas mediante proyectos compartidos con la comunidad educativa.

Es de especial relevancia destacar desde la perspectiva del autor la inclusión de la comunidad educativa y del uso de proyectos compartidos para hablar de buenas prácticas educativas. Es decir que hablar de mejoras en las orientaciones profesores para generar buenas prácticas puede hacerse desde la interacción con padres de familia o administrativos para que aporten al mejoramiento de los procesos formativos de los estudiantes.

De Pablos, Colás y González (2010) afirman que para comprender una buena práctica educativa, se hace indispensable contextualizar, el ambiente y el tejido socioeducativo que lo rodean. De este modo se dota de importancia al entorno y contexto del estudiante como un factor que si se tiene en cuenta influye en la promoción de buenas prácticas educativas.

El término de buenas prácticas se enlaza con aquellas que poseen la capacidad de conseguir cambios positivos en el proceso educativo. Escudero,

González, & Martínez (2009) relacionan una buena práctica con el crecimiento en la reflexión, la interpretación, y en los ámbitos personal, social y cultural. Conlleva a la construcción de ideas y acciones propias en los individuos, sobre los que también influyen las experiencias con otros. Es importante destacar que, al integrar conocimiento tanto externo e interno en una práctica, los sujetos dentro de una comunidad de práctica, deben cumplir con un pliego de valores que serán decisivos para determinar qué tipo de práctica implementar. Desde esta perspectiva es claro que si se quiere hablar de buenas prácticas es necesario dejar el tradicionalismo o intervenciones rutinarias para integrar nuevas que den muestra de la creatividad e innovación del docente. Por su parte Escudero, González, & Martínez (2009) señalan el carácter reflexivo, cultural y social, entre otros, que integra una buena práctica educativa, mencionando además que los sujetos al interior de las comunidades de práctica que pueden ser los estudiantes y el profesor en sí, tiene el potencial de generar los juicios inherentes a valorar el tipo de práctica que se desarrolla. Este último aporte toma significado si consideramos que los actores que dinamizan las buenas prácticas son los responsables de auto valorarse y valorar el accionar que se promueve en las prácticas educativas de las cuales hacen parte.

5.7. El análisis didáctico: Un modelo curricular para promover buenas prácticas evaluativas en matemáticas

Dentro de los intereses de la investigación se registra el promover buenas prácticas de evaluación en el aula de matemáticas a partir de la incorporación de un modelo curricular en el contexto de la educación

matemática. En este apartado se presenta el análisis didáctico, como un posible camino para alcanzar este propósito.

5.7.1. Conocimiento didáctico, análisis didáctico y organizadores del currículo.

El conocimiento y análisis didáctico, constituye el referente curricular que se acoge para el desarrollo de la investigación, en el rastreo realizado en el campo de la educación matemática, se identificó que este modelo de diseño curricular (Análisis Didáctico), favorece la generación de buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas.

Particularmente, en este apartado se presenta el desarrollo del conocimiento didáctico, los organizadores curriculares, el análisis didáctico y los tipos de análisis didácticos que los sustenta, siendo los elementos que argumentan el modelo curricular.

Rico (1997) asume el Conocimiento Didáctico (CD) como una herramienta que posibilita al profesor de matemáticas la gestión profesional del currículo y sus debidas unidades didácticas. Según el autor, este conocimiento está relacionado básicamente con:

- a) El currículo y niveles de reflexión.
- b) Teoría sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; y los principios y criterios de la evaluación.
- c) La reflexión específica sobre aquello que se incluye en el currículo y el argumento del concepto.
- d) Análisis cognitivo de cada uno de los contenidos.
- e) Análisis semiótico de los contenidos y sus implicaciones didácticas.

- f) Análisis fenomenológico de los contenidos y su didáctica.
- g) Análisis epistemológico e histórico.
- h) Análisis contextual de cada concepto, significados y usos.
- i) Análisis de materiales, recursos y tecnologías para desarrollar los conceptos.
- j) La diversidad de representaciones utilizadas para cada sistema conceptual, junto con algunas de las modelizaciones usuales de los correspondientes conceptos.

Estos conocimientos se articulan en tres categorías: 1. Noción y contenidos del currículo; 2. Nociones de didáctica de la matemática relevantes para el tópico, situación o problema; 3. Integración de 1 y 2 en una estructura matemática.

El Análisis Didáctico (AD) es postulado “como la descripción de la manera ideal de realizar actividades de diseño curricular a nivel local”, y caracterizan el Conocimiento Didáctico (CD) como la integración de las tres categorías. Hurtado, Ochoa, & Triviño (2017) presentan el esquema estructural de las dimensiones más importantes que dan forma al análisis didáctico (AD).

¿Cuáles son los referentes conceptuales que sustentan el Análisis Didáctico?

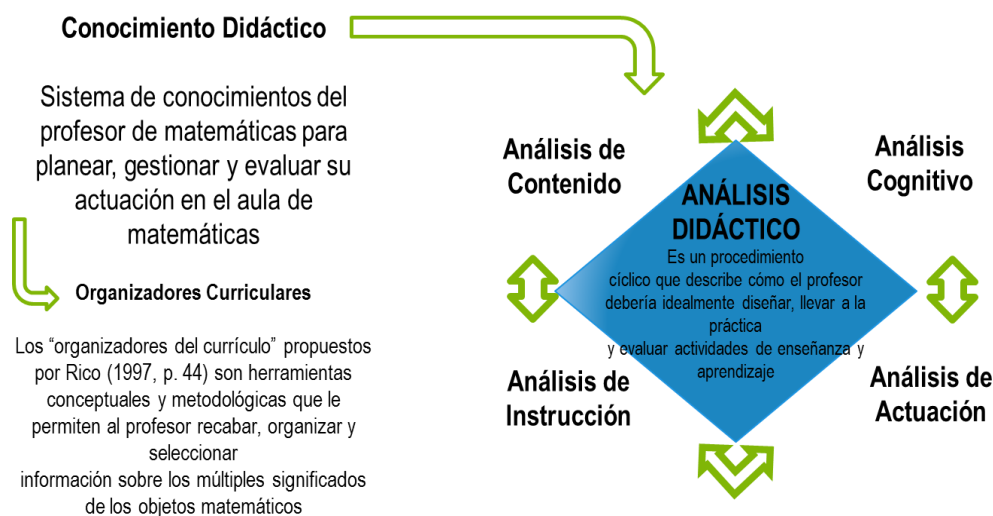


Figura 1. Referentes conceptuales que sustentan el análisis didáctico

Fuente: Tomado de Hurtado, Ochoa y Triviño (2017, pág. 31)

Gómez (2015) apunta que el análisis didáctico es un mecanismo para la construcción de unidades didácticas y se estructura alrededor de los organizadores del currículo. Estos últimos son, según Rico (1997), mecanismos conceptuales y metodológicos que posibilitan al profesor la recolección, organización y selección información acerca de los diferentes significados de los objetos matemáticos. Un currículo es, sobre todo, una proposición de acción educadora, que para el caso de las matemáticas, puede tomarse como un "plan de formación en matemáticas para los niños, jóvenes y adultos que tiene lugar en el sistema educativo de un país" (Rico & Lupiáñez, 2008).

Por su parte, Hurtado, Ochoa y Triviño (2017) describen los cuatro tipos de análisis en los siguientes términos, el *análisis de contenido*, busca identificar y organizar los distintos significados de los objetos matemáticos, este análisis se desarrolla con el propósito de identificar y organizar los distintos significados de los contenidos matemáticos, para lo cual se estudia desde los organizadores, estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología. En el

análisis cognitivo se busca identificar las expectativas de aprendizaje (objetivo, competencias, capacidades), errores y dificultades en el aprendizaje e hipótesis de aprendizaje. El *análisis de instrucción* se estructura con el diseño, secuenciación y evaluación de tareas de aprendizaje. Finalmente, el *análisis de actuación*, se realiza con la finalidad de consolidar la unidad didáctica y generar información para valorar el aporte de las tareas matemáticas en el aprendizaje de los estudiantes.

Hurtado, Ochoa y Triviño (2017) describen, a través de la siguiente figura, las capacidades que promueve el análisis didáctico en la formación del profesor de matemáticas, orientadas al fortalecimiento de la competencia de planificación curricular, desde los aportes de Gómez.

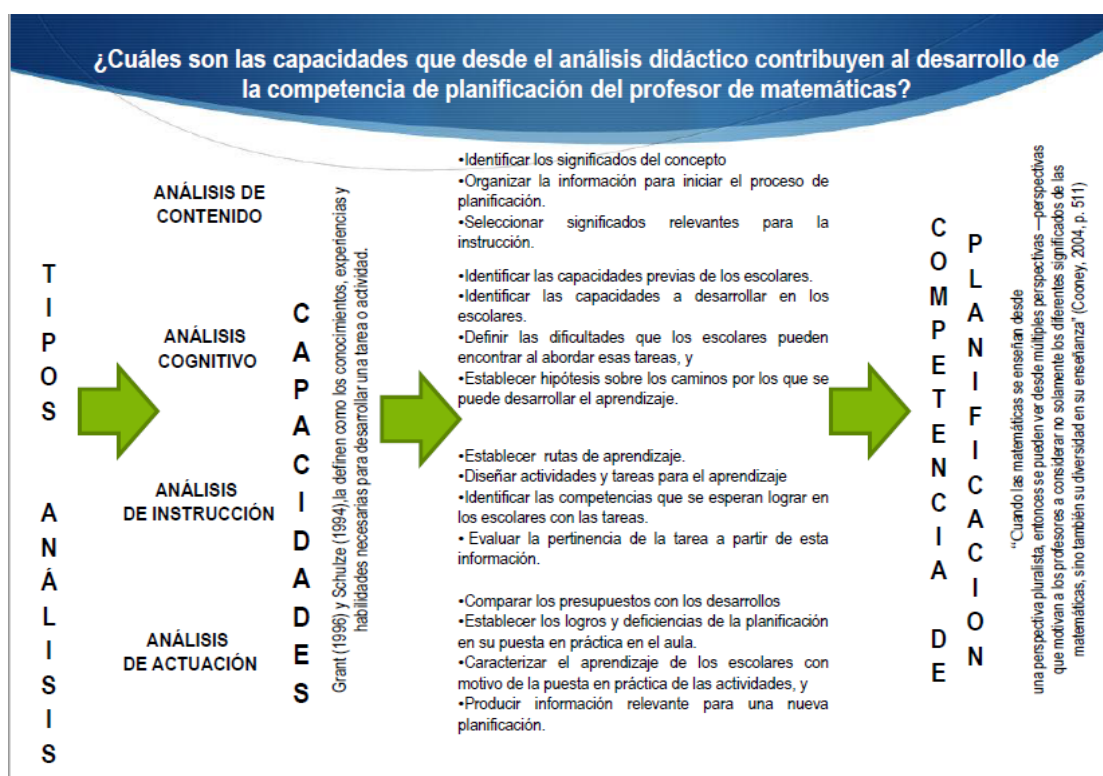


Figura 2. Capacidades que promueve el análisis didáctico en la formación del profesor

Fuente: Tomado de Hurtado, Ochoa y Triviño (2017)

De manera concreta, las acciones que realiza el profesor de matemáticas cuando usa el análisis didáctico para planificar una clase, se concretan en la siguiente figura, diseñada por los autores:

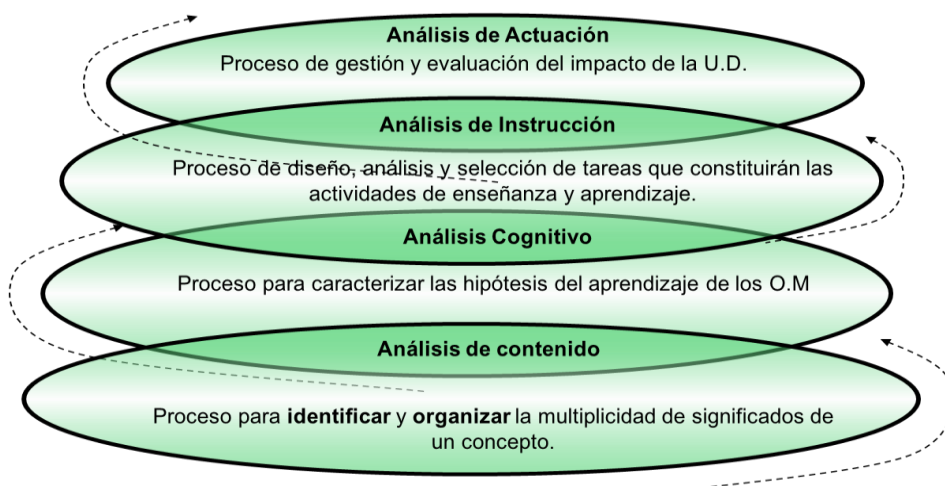


Figura 3. Actuación del profesor de matemáticas cuando planifica una clase desde el análisis didáctico

Fuente: Tomado de Hurtado, Ochoa y Triviño (2017).

Gómez, Castro, Bulla, Mora, & Pinzón (2016) establecen que la planeación es una de las tareas con mayor relevancia en el trabajo docente. Ejerciendo la profesión, se realizan básicamente dos clases de planeación: la de carácter global, que invita a la reflexión acerca del diseño curricular de un curso; y la de carácter local, que invita a preparar experiencias predeterminadas sobre un tema concreto, para que sean vividas por los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

Sin embargo, la planificación o planeación no es una actividad muy gestionada por los profesores, debido a su alto nivel de exigencia para la organización, y el tiempo que requiere en la realización, a esto se suma el desconocimiento sobre el cómo planear con un pensamiento deductivo que permita ir de lo más general a lo más particular.

Gómez, Castro, Bulla, Mora, & Pinzón (2016) proponen el análisis didáctico como un proceso sistemático que intenta otorgar a los profesores mecanismos para realizar esta labor con altos índices de calidad. El desafío de los profesores al interior del salón de clases constituye en aportar al desarrollo de los estudiantes mediante el diseño y ejecución de actividades de enseñanza y aprendizaje. Se debe asegurar que las tareas que ponen en juego aquellas capacidades de los escolares, contribuyan al desarrollo de las competencias deseadas y que aborden las dificultades de la comprensión del concepto, recordando siempre la importancia de organizar la información para el proceso de planificación.

5.8. Tipos de análisis didáctico

A continuación, se describe teóricamente desde las aportaciones de Rico (1997), Gómez, Castro, Bulla, Mora, & Pinzón (2016) y otros autores, cada uno de los tipos análisis didáctico.

5.8.1. Análisis de contenido.

Cañadas, Gómez y Pinzón (2015) señalan que la distinción de los contenidos corresponde al marco conceptual de las matemáticas en el nivel de planificación local y otorga mecanismos que posibilitan estudiar los fenómenos propios de las matemáticas escolares, e identificar y estructurar su variabilidad de significados. Los autores resaltan que en el momento en el que un profesor se dispone a alistar su próxima clase sobre un tema de las matemáticas escolares, este debe enfatizar en algunas características propias de las

estructuras matemáticas. Lo primero que hay que hacer entonces es revisar los contenidos para determinar los significados; lo cual no significa que la totalidad de los significados encontrados desde el análisis de contenido sean vistos en clase; sin embargo, es indispensable tener claridad sobre esta información para seleccionar los conceptos que se consideren más convenientes.

Igualmente, los autores indican que, para identificar conceptos y procedimientos en las primeras aproximaciones a un nuevo tema, los profesores deben acudir a diversas fuentes que suministren de información valiosa, desde diferentes contextos y perspectivas, como lo son:

- El conocimiento adquirido por el profesor en su labor.
- Documentos curriculares.
- Libros de texto.
- Internet.
- Literatura en Educación Matemática.
- Textos de matemática avanzada.

a. *La estructura conceptual.* Cañadas, Gómez y Pinzón (2015) concretan que el organizador del currículo y la estructura conceptual facilitan que el profesor responda a interrogantes como:

- ¿Cuáles son los conceptos que caracterizan el tema?
- ¿Qué procedimientos están implicados en el tema?
- ¿Cómo se relacionan esos conceptos entre sí?
- ¿Cómo se relacionan esos procedimientos entre sí?
- ¿Cómo se relacionan esos conceptos y esos procedimientos?

Los autores definen que los conceptos, los procedimientos y las relaciones entre ellos son las ideas clave del organizador del currículo. Una de las variantes de las respuestas a las preguntas anteriores empieza por determinar los elementos conceptuales del tema matemático a abordar, analizando no solo la estructura conceptual, si no también, la estructura a la que pertenece el concepto. Sin lo anterior es imposible determinar los procedimientos que se realizan en el entorno del campo conceptual. Finalmente, es posible determinar relaciones entre los conceptos y los procedimientos advertidos, ya que la estructura del concepto matemático escolar, recoge y organiza estos elementos y relaciones.

Rico (1997) clasifica en un orden cognitivo los contenidos matemáticos escolares, considerando la diferencia entre el concepto y el procedimiento. El primero se refiere a la sustancia del conocimiento: Qué es lo que lo compone. Así, se identifican varios niveles, teniendo en cuenta que se puede ir de un nivel inferior a uno superior si se añaden elementos y relaciones como: hechos, conceptos y estructuras conceptuales. Los hechos son la unidad mínima de información en un tópico matemático. Por su parte, los conceptos son conjuntos de hechos y relaciones entre ellos y se encuentran ordenados en sistemas.

Según el autor, las estructuras conceptuales son sistemas de conceptos relacionados entre sí. En cuanto a lo procedimental, requiere de acciones procedimentales con base en el conocimiento. Rico (1997) también diferencia entre destrezas, razonamientos y estrategias. Las primeras se llevan a cabo mediante acciones. Los razonamientos se realizan respecto a los conceptos, y

las estrategias se ejecutan de acuerdo con las estructuras conceptuales.

b. *Sistemas de representación.* Cañadas, Gómez y Pinzón (2015) establecen que los sistemas de representación constituyen el segundo organizador del currículo que estructura el análisis de contenido. Una de las tradiciones en educación matemática es hablar de sistemas de representación para hacer referencia a los sistemas de signos que permiten designar un concepto. Kaput (1992), citado por los autores, considera que un sistema de representación es “un sistema de reglas para, en primera instancia, identificar o crear signos, operar sobre y con ellos y determinar relaciones de equivalencia entre ellos”. Dichas reglas determinan cómo crear un signo que pertenezca al sistema, cómo reconocer si un signo dado pertenece a él y cómo transformar unos signos en otros, estableciendo relaciones entre ellos.

Dentro del análisis de contenido, los sistemas de representación como organizador del currículo, permiten dar respuestas a las siguientes cuestiones.

- ¿Existen representaciones asociadas al tema?
- ¿Es posible establecer relaciones entre las representaciones?

Para responder a estas inquietudes, el profesor puede no sólo determinar los diferentes sistemas de representación en los que se puede representar el tema; si no que también debe identificar las relaciones entre esos sistemas de representación que, algunas ocasiones, serán procedimientos, por lo que se relacionan directamente con el campo procedimental de la estructura conceptual.

La nueva concepción del análisis didáctico y los sistemas de representación, se constituye por la totalidad de herramientas (signos o gráficos), donde se materializan los conceptos y procedimientos matemáticos.

Con estos, los sujetos abordan e interactúan con el campo del saber matemático, registrando y expresando su conocimiento al respecto (Rico, 2007).

Estos sistemas se hacen fundamentales en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, debido a que posibilitan el acercamiento a los conceptos a través de diferentes formas, haciéndose más accesibles. Los sistemas de representación no se encuentran aislados ni tienen por qué ser excluyentes, es decir que un mismo concepto puede necesitar ser complementado por diferentes sistemas; por lo que se hace necesario estudiar las diferentes relaciones entre los mismos. El contenido de las funciones, contempla varios grupos de sistemas de representación: numérico, gráfico, simbólico, verbal, tabular y el otorgado por los materiales manipulables.

Además, Rico (1997) señala que, al momento de representar un concepto, es importante realizar el procedimiento basándose en los diferentes sistemas. Por ello es indispensable relacionarlos de forma que el estudiante encuentre diferentes enfoques sobre el concepto y pueda elaborar un significado más nutrido.

c. La fenomenología. La fenomenología se constituye como el tercer organizador del currículo del análisis de contenido. Este organizador del currículo se fundamenta en la información que surge de la estructura conceptual y los sistemas de representación.

Gómez (2015) considera que la fenomenología es un “elemento constitutivo del significante del concepto”, que nace de una visión funcional del

currículo, sobre la cual los sentidos en los que se implementa un concepto matemático, incorpora también los fenómenos que sostienen el concepto.

Cañadas, Gómez y Pinzón (2015) señalan que la fenomenología, siendo un organizador del currículo, posibilita responder a cuestionamientos como:

- ¿Cuáles son los fenómenos que orientan el sentido del tema?
- ¿Cuáles son las subestructuras que posibilitan organizar los fenómenos que orientan el sentido de tema?
- ¿Cuáles son los problemas o contextos fenomenológicos los que da respuesta el tema?
- ¿Cuáles son las características que comparten los fenómenos que orientan el sentido del tema?
- ¿Cuáles son las características estructurales que se relacionan con qué contextos fenomenológicos?
- ¿Cuáles son las situaciones en las que se encuentra latente el tema? (OCDE, 2017).

5.8.2. Análisis cognitivo.

De acuerdo con Gómez (2006):

El análisis cognitivo nos permite hacer una descripción de lo que el profesor espera que el estudiante aprenda sobre el tema matemático en cuestión y sobre sus previsiones acerca del modo en que el estudiante va a desarrollar ese aprendizaje [...] establece las expectativas de aprendizaje que se desean desarrollar del tema matemático [...] caracteriza las expectativas de aprendizaje del tema de modo que sean operativas y orienten el diseño de tareas para el aula (pág.2).

En este sentido, el análisis cognitivo es la parte del análisis didáctico enfocado en las expectativas que el profesor espera lograr desde la planeación curricular con relación al aprendizaje de los estudiantes. Este incorpora conocimientos asociados a los objetivos de aprendizaje, las capacidades y las competencias, que hacen referencia a los organizadores curriculares, de acuerdo con lo identificado en los documentos institucionales colombianos (MEN, 2016).

Expectativas de aprendizaje (competencias, objetivos de aprendizaje y capacidades)

Rico (1997) propone que sean los organizadores curriculares aquellos que fomenten el diseño, el desarrollo y la evaluación de la unidad didáctica del profesor. En este sentido, el centro de actuación de los organizadores curriculares se encuentra en la planificación, metodología y evaluación dentro de las unidades didácticas. Los aportes dados por cada uno de los organizadores estructuran el conocimiento didáctico en los diferentes contenidos del currículo.

Dentro del propósito a lograr del currículo, se reflejan tres niveles de expectativas de aprendizaje (nivel superior, nivel medio, nivel inferior) que se emplean cuando es abordado un tema concreto de las matemáticas. Estas expectativas se plantean a partir de los procesos matemáticos, tales como los conocimientos, conceptos y destrezas que se toman al introducir un contenido matemático; así como el planteamiento de unas capacidades que se deben plantear y desarrollar. El nivel superior de las expectativas de aprendizaje enfatiza en las competencias PISA como una finalidad específica de un procedimiento matemático a largo plazo (Rico, 2007). En el nivel medio se

plantea una relación con los objetivos de aprendizaje. Finalmente, en cuanto al nivel inferior, se toman las capacidades centradas en las actividades de los estudiantes y del desarrollo de los procedimientos matemáticos rutinarios, basados en un contenido específico. Dicho esto, se presentan con más profundidad los niveles de las expectativas de aprendizaje.

a. Competencias matemáticas. PISA (2003, citado en Gómez 2006) plantea que las competencias son “la habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en las situaciones en las que ellas pueden jugar un papel” (pág. 90).

Los procesos matemáticos y las competencias matemáticas planteadas por PISA 2012 describen un modelo ideal caracterizado por que permiten la resolución de problemas de contexto de los cuales hacen parte: formular, emplear, interpretar y evaluar, que de cierta forma se relacionan con los estándares básicos de competencias/procesos generales. Dentro de este ciclo se desarrollan las acciones cognitivas más completas y auténticas de las matemáticas, las cuales se denominan competencias matemáticas u capacidades matemáticas fundamentales, sustentadas por: razonar y comunicar; matematizar, representar y diseñar estrategias para resolver problemas; usar lenguaje formal simbólico, y las operaciones y el uso de herramientas matemáticas. En este sentido, la expectativa consiste en desarrollar en los educandos las competencias matemáticas latentes en los procesos matemáticos.

La noción de competencia funciona como orientación para la toma de decisiones de diseño curricular abordado a nivel de una asignatura o

institucional, así pues, se presenta dentro de un contexto en el cual el profesor debe abordar y afrontar el problema de planificación. Las competencias prescriben una conexión entre el diseño curricular global que asigna el profesor y la planificación local que él debe abordar. Desde esta perspectiva, para el diseño de una unidad didáctica u planificación de una o dos horas de clases, el profesor debe evaluar si las actividades que pone en acción contribuyen al desarrollo de las competencias.

b. Objetivos de aprendizaje. Gómez y González (2014) plantean que “los objetivos de aprendizaje son expectativas de aprendizaje caracterizados por estar vinculados a un nivel educativo concreto, asocian un contenido matemático concreto y expresan expectativas de aprendizaje que involucran conexiones entre los conceptos y procedimientos involucrados” (pág.16).

Tal como se describe, los objetivos de aprendizaje son expectativas de aprendizaje que brindan expresamente las intenciones que el profesor de matemáticas posee sobre el aprendizaje de los estudiantes para el desarrollo de una unidad didáctica, estos se presentan como bases fundamentales para la selección y análisis de los contenidos matemáticos; además estos se convierten en referencia para las tareas, los instrumentos y las evaluaciones que se abordan.

Desde lo anterior, los objetivos de aprendizaje se caracterizan por que se vinculan a un nivel educativo, se asocian con un contenido matemático definido y su expresión se concibe desde una expectativa que no se reduce a la mecanización de procedimientos matemáticos, es decir, establecen

conexiones y relaciones entre la estructura conceptual, la fenomenología y los sistemas de representación.

Como se expresó anteriormente, los referentes curriculares del análisis de contenido permiten seleccionar, organizar y relacionar la multiplicidad de significados. La información se delimita para la selección de los conceptos que se consideren pertinentes para abordar la unidad didáctica y, a partir de estas actividades, se realizan los objetivos de aprendizaje de acuerdo con la información seleccionada. El profesor pone en marcha los significados que espera que los estudiantes construyan y desarrollen, busca que los objetivos tengan una relación entre los conceptos y los procedimientos y que estos visualicen las representaciones y los fenómenos en los que se sustenta.

c. Capacidades. Gómez y González (2014) establecen que una capacidad es “una expectativa del profesor sobre la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo de tarea de tipo rutinario asociada a un tema matemático”.

Lo anterior define que las capacidades son actuaciones que realiza el estudiante cuando desarrolla procedimientos del contenido matemático. Para fijar unas capacidades se necesita fijar un objetivo y relacionar los procesos matemáticos rutinarios necesarios que el estudiante necesariamente debería realizar. Es decir, se involucra “el saber hacer” y el nivel cognitivo de los estudiantes.

El autor plantea, que para que las capacidades tengan un sentido dentro una temática abordada, es necesario tener en cuenta: los conocimientos previos, conocimiento procedimental, las tareas rutinarias, resolución de tareas complejas y la comparación de enunciados. En resumen, las capacidades son

aquellas que representan los principales conocimientos que hacen parte del progreso y extensión de los objetivos y para su fortalecimiento es necesario que los estudiantes sepan cómo combinar esos conocimientos en la solución de tareas.

Dificultades de aprendizaje y errores.

Gómez y González (2014) consideran “las dificultades y los errores como dos tipos relacionados de limitaciones de aprendizaje, señala que estas limitaciones trascienden al tema matemático y son de tipo transversal”. De acuerdo con ello, dentro del análisis cognitivo se proponen las limitaciones que un estudiante puede presentar en el desarrollo de las tareas de la unidad didáctica, causando complejidades en el aprendizaje, confusiones en el desarrollo de tareas y bloqueo en los aprendizajes de los estudiantes al momento comprender los contenidos. Dichas limitaciones pueden ser de carácter social, económico o cultural y enfocados a un concepto matemático específico. A continuación, se caracterizan y se ejemplifican las dificultades y los errores.

a. *Dificultades.* Gómez y González (2014) afirman:

Una dificultad de aprendizaje es una circunstancia que impide o entorpece la consecución de los objetivos de aprendizaje previstos [...] la importancia de las dificultades reside en identificarlas, conocer qué factores son los responsables de que aparezcan y saber de qué modo se pueden superar (pág.25).

La importancia de las dificultades en el análisis cognitivo está centrada en identificar y descubrir los posibles orígenes y causas que obstaculizan el aprendizaje de un contenido matemático.

Una dificultad es aquella que impide la consecución de los objetivos de aprendizaje, estas hacen presencia de diversas maneras y es el trabajo del profesor de matemáticas identificar y encontrar la manera de cómo superar esas dificultades. Socas (1997, citado en Gómez, 2006) plantea que esos conflictos se evidencian en unas categorías que “reflejan la complejidad de los conceptos matemáticos, los procesos propios del pensamiento matemático, al pensamiento matemático, a los procesos de enseñanza, a los procesos de desarrollo cognitivo de los estudiantes y finalmente a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas” (pág. 26).

b. Errores. Gómez y González (2014) plantea que “El error es la manifestación visible de una dificultad. El error es observable directamente en las actuaciones de los escolares, en sus respuestas equivocadas a las cuestiones y tareas concretas que les demanda el profesor” (pág. 26).

Los errores que se presentan en las aulas de clase al trabajar un contenido matemático se ponen en evidencia en la forma de actuación de los escolares al desarrollar tareas matemáticas que dispone el profesor para el desarrollo de los objetivos de aprendizaje, estos errores se identifican en las respuestas mal ejecutadas y desarrolladas por ellos. En este sentido, se identifican que los errores:

...son sistemáticos, se evidencian en algunas tareas, son persistentes y afectan los conocimientos obtenidos en otros contextos, son producto de ignorar el significado, no existe un

lenguaje que permita cuestionar las soluciones a los problemas, las respuestas son tomadas como ciertas aun en evidencia de los errores (Rico, 1997).

5.8.3. Análisis de la instrucción

Flores, Gómez y Marín (2012) plantean que el análisis de instrucción se caracteriza por:

...los medios que dispone el profesor para lograr sus fines. El foco de atención será la enseñanza [...] se trata de hacer una descripción de los medios que va a poner en práctica el profesor para lograr sus propósitos (expectativas y limitaciones) de aprendizaje (pág. 1).

En este sentido, el análisis hace referencia a los medios con los que cuenta el profesor para lograr cumplir con las expectativas de aprendizaje propuestas para los contenidos matemáticos. En otras palabras, los materiales, recursos y tareas matemáticas.

El profesor debe ser aquel que propicie en el área de matemáticas la construcción de los diversos significados que se emplean al trabajar un contenido matemático, donde realice diferentes aplicaciones que involucren situaciones de contexto, en el que se propicie un aprendizaje significativo con la utilización de recursos didácticos que faciliten la comprensión de los contenidos. En este sentido, se centra la atención en el proceso que relaciona el análisis de contenido con el análisis de instrucción, involucrando, en primer lugar, los materiales y recursos que el profesor emplea a la hora de abordar un concepto matemático a través de la tarea. A continuación, se realiza una descripción de los materiales didácticos con los que debe contar el profesor para actuar racionalmente hacia la selección de tareas matemáticas.

Tareas matemáticas y materiales didácticos

Los materiales, recursos y tareas matemáticas son herramientas que permiten que el profesor de matemáticas propicie la construcción de los diversos significados que se emplean al trabajar un contenido matemático, donde realice diferentes aplicaciones que involucren situaciones de contexto que favorezcan un aprendizaje significativo, con la utilización de recursos didácticos que permitan la comprensión de los diferentes contenidos matemáticos. En este sentido, se centra la atención en los medios de enseñanza, involucrando de primera mano los materiales y recursos que el profesor emplea a la hora de abordar un concepto matemático a través de la tarea. A la continuación se describe la importancia de los materiales y recursos en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

a. *Materiales y recursos en los procesos de enseñanza aprendizaje.*

Carretero, Coriat y Nieto (1993, citados por Flores y Gómez, 2009), definen los materiales y recursos así:

Recursos: Todo tipo de material, no diseñado específicamente con fines educativos, que el profesor acopla en sus enseñanzas.

Materiales: Generalmente están facturados para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, un material didáctico de calidad va más allá de la intención original y permite diferentes aplicaciones, lo que dificulta definir la frontera entre recurso y material.

Por ejemplo, el tablero y marcador, la calculadora y el cuaderno del alumno, las diapositivas, la prensa, la fotografía, la TV y la radio, los programas de computador, los vídeos y los juegos, el proyector y la historia de las

matemáticas son recursos. Las hojas de trabajo o guías preparadas por el docente, los softwares de uso específico como paquetes de estadística, entre otros y los materiales manipulativos son ejemplos de materiales.

De acuerdo con Flores y Gómez (2009), los materiales y recursos facilitan al profesor el planteamiento de tareas que los estudiante utilizarán en los conceptos matemáticos. Es así como los estudiantes aterrizan su idea de polígono cuando tienen que resolver la tarea de construir el polígono de mayor perímetro con el Tangram. Fruto de esta tarea se replantean qué es un polígono, cuáles son aceptables, etc., lo que les lleva a acudir a la definición para llegar a resolver la tarea.

b. *Tareas matemáticas y sus componentes.* Flores, Gómez y Marín (2012) comparten las ideas de Marín (2010), quien denomina una tarea matemática como: “una propuesta para el estudiante que implica una actividad de él en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como instrumento para el aprendizaje o la evaluación del aprendizaje” (pág. 10).

Tal como se ha descrito en apartados anteriores, el análisis de instrucción es un tipo de análisis didáctico que constituye una metodología para poner en práctica el diseño y la actuación. Este posee como fundamento el identificar, especificar y organizar tareas de aprendizaje con el fin de diseñar y poner en acción los procesos de enseñanza y aprendizaje constituidos por la UD.

En el análisis de instrucción, las tareas matemáticas se toman de tal manera que expresen la mayor riqueza conceptual, que puntualicen los propósitos de aprendizaje previstos en cuanto al contenido matemático

seleccionado. De acuerdo con ello, se caracterizan por un diseño que refleja su relación con el análisis de contenido, contribuyen al fortalecimiento de las expectativas de aprendizaje, aportan situaciones para la superación de los errores y las dificultades, incorporan los materiales y recursos de tal manera que movilicen las capacidades planteadas en el análisis cognitivo y, finalmente, las tareas deben ser compatibles con las acciones llevadas a cabo durante la gestión de la clase.

Los autores establecen los siguientes componentes para la tarea matemática:

1. La formulación de la tarea, es decir, los estímulos que facilitan que los estudiantes lleven a cabo la actividad de aprendizaje;
2. La meta de la tarea matemática, que establece de qué manera la tarea pretende contribuir a los objetivos de aprendizaje de la unidad didáctica;
3. Un conjunto de materiales y recursos disponibles;
4. Un conjunto de capacidades que se activan al usar los materiales y recursos para lograrla;
5. La meta;
6. El contenido matemático que está implicado en la tarea, tanto en su intención educativa como el que es necesario para resolver la tarea matemática;
7. La situación de aprendizaje, como el contexto en el que adquieren significado las acciones que se contemplan en la tarea.

Los autores reafirman que el éxito de la clase dependerá del desempeño tanto del profesor como de los estudiantes. Al evaluar un ejercicio matemático, se debe considerar su gestión, es decir, cómo se resuelve. Así entonces, es importante resaltar también, para el efectivo desarrollo de la actividad los siguientes dos puntos: 8. Considerar las formas de agrupar a los estudiantes

para realizar las tareas, y 9. Procesar la interacción natural generada entre el profesor y sus estudiantes y entre ellos mismos como pares.

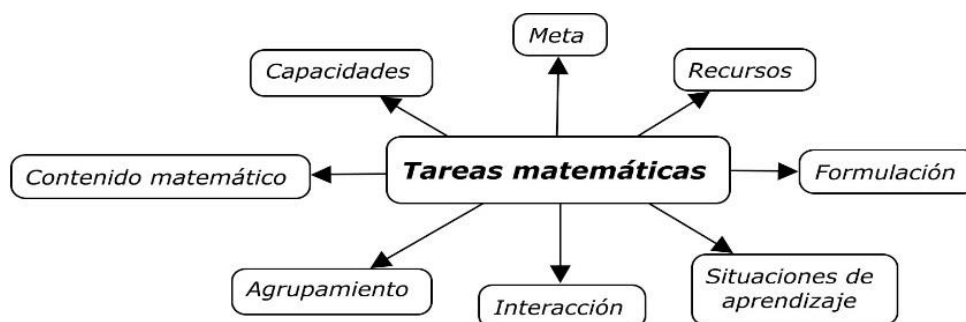


Figura 4. *Componentes de la tarea matemática*

Fuente: Flores, Gómez y Marín (2012).

Los autores indican que uno de los aspectos relevantes de la tarea matemática es el modo en que se establecen las comunicaciones en el salón de clase durante el ejercicio matemático. Para indagar en esta comunicación, es menester diferenciar la que se produce entre profesor y estudiante; y la que se produce entre pares, es decir, los estudiantes. El profesor debe anticiparse a demarcar el curso de las conversaciones en el recinto, a generar el interés y enfocar la atención de los estudiantes con una función clara. Al preparar el contexto de la comunicación, el profesor además determina las condiciones de las tareas. No sobra advertir que la comunicación tiene mínimo dos formas, oral y escrita; aunque en la actualidad se pueden catalogar otros tipos de comunicación que para efectos de la presente investigación no conciernen.

De igual manera, Flores, Gómez y Marín (2012) afirman que la gestión de la comunicación profesor y estudiante tiene dos aspectos importantes: el momento en el que se produce y cómo se produce. Por esto es fundamental la intervención del profesor en 3 momentos críticos: al principio, para la presentación de la actividad matemática; para orientar en los momentos de

confusión y para cerrar la actividad. El análisis cognitivo que realiza el profesor de manera preliminar, arroja información sobre los posibles errores de aprendizaje a presentarse en los alumnos; por lo que el profesor debe brindar las herramientas para su superación.

En la misma línea autoral, otro aspecto relevante es el papel adoptado por el profesor durante la actividad. Puede hacer las veces de director, determinando no sólo la actividad, sino el ritmo de la misma, respondiendo a inquietudes y resolviendo dificultades, etc., o como orientador, cuando reformula las cuestiones de los alumnos, estimula a que respondan otros o a que se valga de otros medios, etc.

Los autores indican además algunas formas de intervención por parte del docente, una de ellas, las preguntas. Hay preguntas formuladas para que el estudiante desglose un concepto, para que realice una conjetura o proponga una estrategia para la solución de un problema, etc.

Complementando lo anterior, las formulaciones, comentarios y el lenguaje matemático empleados por el profesor influyen sobre la actividad, así como el momento en el que se realizan tales intervenciones. Otros factores son, por ejemplo, la resistencia del estudiante a luchar contra una dificultad.

Para estudiar la forma escrita de la comunicación hay que prestar atención tanto al contenido que el profesor pone en la pizarra como a los apuntes del estudiante. Prever qué anotaciones realiza no solo para estructurar los contenidos, sintetizar la información y facilitar la memorización, sino

también para examinar la forma que adoptan, lo cual es de gran ayuda para concretar el ejercicio matemático.

5.8.4. Análisis de la actuación.

Se centra en la planificación del seguimiento del aprendizaje de los escolares y del propio proceso de enseñanza durante la implementación de lo planificado en el análisis de instrucción, con objeto de comparar las previsiones que han hecho en dicha planificación con lo que sucederá cuando ésta se lleve a cabo en el aula [...] contempla la revisión de todo el proceso posterior a la implementación de la unidad didáctica [...] y se planificará todo lo necesario para la recogida de los datos y para su análisis a lo largo de la implementación” (Gómez *et. al*, 2012, pág.1).

Tal como se describe, el análisis de actuación es la parte del análisis didáctico encargado de la evaluación de lo planificado y lo efectuado durante la clase. Dicho de otra forma, es la evaluación integral del currículo. Romero y Gómez (2015) lo definen en tres momentos que son: la planificación del análisis, el análisis a lo largo de la implementación y el análisis *a posteriori*. Dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje se encuentra la evaluación formativa, es decir, donde se plantean cuestionamientos como: ¿Para qué evaluamos?, ¿qué evaluamos?, ¿quiénes evaluamos?, ¿cómo evaluamos?, ¿cuándo evaluamos? A partir de dichas preguntas, tanto el profesor como los estudiantes participan.

El profesor es partícipe como evaluador desde la heteroevaluación, es decir, que cuestiona el aprendizaje de los estudiantes en los procesos de

solución de tareas matemáticas; por otra parte, los estudiantes son partícipes como evaluadores, pero desde la coevaluación, es decir, desde la forma evaluativa grupal o desde la autoevaluación.

Haciendo uso de la evaluación formativa, se incluye al estudiante como partícipe dentro del proceso evaluativo, este debe tener conocimiento desde un inicio de cuál será el propósito de las clases y como será valorado en el transcurso del desarrollo de la enseñanza para cumplir con dichos propósitos. Dicho esto, el propósito del análisis de actuación es establecer el nivel alcanzado por los estudiantes en la activación de los objetivos de aprendizaje, además de prescribir la forma en que las tareas matemáticas implementadas contribuyeron a superar los errores y dificultades, y, finalmente, de qué manera la unidad didáctica ayuda a fortalecer los aprendizajes.

En vista de ello, la investigación permitirá recoger y analizar información proveniente de las actividades realizadas por los estudiantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Tanto los estudiantes como el maestro serán partícipes del proceso evaluativo bajo la evaluación inicial y la evaluación cotidiana.

a. *Evaluación inicial.* Tiene como función indagar sobre los conocimientos que tienen los estudiantes antes de iniciar con la implementación de la UD, esto permitirá que el profesor active sus competencias para proporcionar ayudas, de tal manera que los estudiantes tengan claros esos conocimientos previos.

b. La evaluación cotidiana. Se caracteriza por una evaluación habitual de los procesos de enseñanza, la solución a un problema y las discusiones que se presentan alrededor de este. Permite que el profesor observe y encuentre las estrategias y los errores de los estudiantes para solucionar un problema.

5.9. La función lineal en las matemáticas escolares

En los lineamientos curriculares para el área de matemáticas, el tema de función lineal es uno de los núcleos conceptuales asociados al pensamiento variacional; en otras palabras, estos conceptos contribuyen a que el estudiante pueda establecer relaciones entre patrones de variación para predecir cambios. Estas estructuras conceptuales del pensamiento variacional poseen varios niveles, los cuales van mejorando a través del tiempo, como parte del aprendizaje, por ello no corresponden de manera específica a algún nivel determinado de la escolaridad (Sánchez Peña, 2016). Sin embargo, se espera que en los niveles superiores este concepto haya llegado a la fase de abstracción-formulación, es decir, que los estudiantes reconozcan en el concepto de función lineal un modelo que les permite describir situaciones en contextos particulares (Posada & Villa, 2000).

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, aportados por el MEN (2004), organizan las matemáticas en los siguientes pensamientos matemáticos:

Pensamiento numérico y los sistemas numéricos: Plantean el desarrollo de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración.

Pensamiento espacial y los sistemas geométricos: El pensamiento espacial contempla la forma en la que el sujeto interactúa con los objetos situados en todas las dimensiones y relaciones espaciales, así como las representaciones mentales de los mismos.

Pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medida: se refieren a la comprensión general poseída por el estudiante sobre las magnitudes y las cantidades, así como el uso de los sistemas métricos en diferentes situaciones.

Pensamiento aleatorio y sistemas de datos: llamado también probabilístico o estocástico, facilita la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, azar y riesgo de ambigüedad, en las que déficit de información veraz, se imposibilita la predicción de sucesos.

Pensamiento variaciones y sistemas algebraicos: tiene relación con la percepción, el reconocimiento, la caracterización y la identificación del cambio y la variación en contextos diferentes; también con la descripción, la modelación y la representación en sistemas diferentes o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

Ahora bien, para efectos de la presente investigación, el contenido específico que se tendrá en cuenta corresponde a la función lineal, este pertenece al pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Por su parte, los estándares de competencia respectivos son:

- Identifica diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

- Identifica la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.
- Analiza en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.
- Identifica relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas (MEN, 2004, pág. 42).

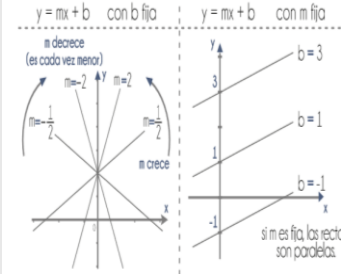
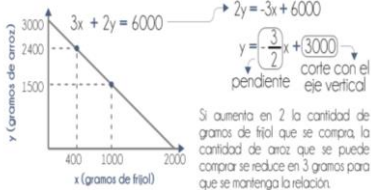
Otro referente curricular colombiano, lo constituyen los derechos básicos de aprendizaje (DBA). Según el Ministerio de Educación Nacional se definen como:

...conjunto de aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden dichos aprendizajes, como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo” (MEN, 2016).

La siguiente tabla relaciona la información identificada en los DBA, propuestos por el MEN, asociada al contenido función lineal.

Tabla 2.

Derechos básicos de aprendizaje asociados al contenido

DBA asociados al contenido matemático	Evidencias de aprendizaje	Ejemplo
<p>Conoce las propiedades y las representaciones gráficas de las familias de funciones lineales $f(x)=mx+b$ al igual que los cambios que los parámetros m y b producen en la forma de sus gráficas</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Realiza la representación gráfica del desarrollo plano cartesiano - Caracterización de la gráfica de un polinomio de primer grado a partir de su expresión algebraica. 	
<p>Reconoce que las ecuaciones $ax+by=c$ definen líneas rectas en el plano e identifica que las que no son verticales, siempre se pueden escribir en la forma $y=mx+b$</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Identifica relaciones entre propiedades gráficas y sus expresiones algebraicas - Reconoce las relaciones entre la representación algebraica de la recta y su gráfica 	<p>Por ejemplo, se tienen \$6000 pesos para comprar arroz y frijol. Cada gramo (g) de frijol cuesta 3 pesos y cada gramo de arroz cuesta 2 pesos. Comprende que hay varias posibles combinaciones de cantidades de arroz y frijol que costarían \$6000. Por ejemplo, si se compran 400g de frijol y 2400g de arroz ($3 \times 400 + 2 \times 2400 = 1200 + 4800 = 6000$) o si se compran 1000g de frijol y 1500g de arroz ($3 \times 1000 + 2 \times 1500 = 3000 + 3000 = 6000$). Comprende que la gráfica de puntos de todas las posibles soluciones es en una línea recta.</p> 
<p>Comprende que las funciones lineales modelan situaciones con razón de cambio constante</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Reconoce las razones de cambio en un gráfico 	<p>Una compañía telefónica inicia con 500 usuarios y el número crece a razón de 300 usuarios cada dos meses. Por ser una razón de cambio constante, esta situación se puede modelar con una función lineal $C(t)=500+150t$ donde t representa el tiempo en meses y 150 es la razón de cambio constante.</p>

Fuente: MEN, 2015.

Como argumenta Roldán (2013), “El aprendizaje de la función lineal hace grandes aportes al desarrollo del pensamiento variacional que a su vez resulta fundamental en procesos de generalización y desarrollo del pensamiento abstracto”. Es decir, permite modelar múltiples situaciones del

mundo real, relacionado con variables diversas, dado que permite realizar análisis circunstanciales, desde diferentes perspectivas, para así llegar a conclusiones y formular nuevos planteamientos.

Las funciones lineales, modelan fenómenos que resulta pertinente explicar en el desarrollo académico y resignificar estos objetivos son el eje articulador; dado que las funciones están orientadas a generar espacios de análisis que involucran modelos algebraicos, analíticos, conceptuales y operativos; lo que contribuye al desarrollo de las competencias, desde lo particular hasta lo general; por lo que resulta posible afirmar que, las funciones tienen grandes posibilidades investigativas, de aprendizaje y enseñanza (Gómez, 2015).

De otro lado, se reconoce que las funciones forman una eficaz arma para representar fenómenos, por lo que son usadas por biólogos, físicos ingenieros y economistas, para comparar, por ejemplo, la diferenciación del coste de un producto a través de los años, cómo crece la población en un tiempo específico, o la resistencia de un material a distintas temperaturas, entre otros. Particularmente, el contexto de la variación proporcional para modelar las situaciones de variación cobra relevancia por la teoría matemática (Gómez, 2015).

Según Roldán (2013), algunas investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la función lineal han evidenciado que existen dificultades relacionadas principalmente con las representaciones. Por su parte, varios autores (Azcarate, 1992 & 1996; Sierpinska, 1985 & 1988, y Ruiz 1998, citados por Barajas, Fulano, Ríos, Salazar, & Pinzón, 2018) señalan que

tradicionalmente los profesores de matemáticas dan mayor interés a los aspectos algebraicos, y por tal razón los estudiantes terminan repitiendo rutinas sobre ejercicios de forma algorítmica en el abordaje de la función lineal.

Sistemáticamente, los docentes, tienden a hacer énfasis en la representación simbólica y gráfica, dejando de lado lo que concierne a la interpretación de los problemas, y a los procesos de racionalización asociados a los fenómenos de variación y cambio entre las variables que intervienen en una situación.

Tanto los procesos matemáticos y las capacidades que subyacen a esos procesos, describen lo que hacen los individuos para relacionar el contexto del problema con las matemáticas y de ese modo resolverlo. Al respecto, Becerra, Bermúdez & Ochoa (2018) señalan que es posible tener un mejor aprendizaje de la función lineal, siempre y cuando los estudiantes entiendan y puedan aplicar el pensamiento variacional mediante el reconocimiento, percepción y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, para modelarlo, describirlo y representarlo.

Así mismo, Villa & Mesa (2007, citado por Becerra, Bermúdez & Ochoa, 2018) sugieren que “la modelación como estrategia de aprendizaje de las matemáticas proporciona una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, al tiempo que permite constituirse en una herramienta motivadora en el aula de clase” (pág. 10).

Todos estos conceptos y reflexiones, proporcionan un referente sobre la importancia del aprendizaje de la función lineal y de cómo podemos comprender e ir redefiniendo las estrategias pedagógicas, teniendo presente, qué es lo que el estudiante debe aprender en lo que respecta a la función lineal. En consecuencia, la investigación que aquí se presenta, centra su

interés en: Comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas y su relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje asociados al contenido función lineal, con el fin de promover prácticas de evaluación para el aprendizaje.

6. Metodología

Teniendo en cuenta el problema, los objetivos y los referentes conceptuales de la investigación, en este capítulo se presenta la metodología que sustenta su desarrollo.

6.1. Naturaleza de la investigación

En virtud de los elementos que fundamentan el referente teórico y los intereses de la investigación, esta se sustenta en una perspectiva interpretativa y crítica de las ciencias sociales, asociada a los métodos cualitativos de investigación social (Kemmis & Carr, 1986), los cuales reivindican la dimensión subjetiva de las prácticas investigativas en el aula de matemáticas.

La investigación se inscribe en un enfoque de investigación cualitativa, exploratoria y transformadora. Su carácter cualitativo se sustenta porque centra su interés en comprender las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas; es de carácter exploratoria porque se constituye en un acercamiento a los escenarios del aula de clase de matemáticas, para caracterizar las prácticas evaluativas que realiza el profesor asociadas a la función lineal, y es de carácter transformadora, porque su reconocimiento

crítico busca promover buenas prácticas evaluativas en el aula de matemáticas a partir de un diseño metodológico desde un modelo curricular.

6.2. Estructura metodológica, instrumentos y fuentes de información

Teniendo en cuenta los objetivos de la investigación, la estructura metodológica se sustentó en tres fases: caracterización, análisis y diseño. La tabla 3 presenta las fases y su relación con los objetivos específicos, las actividades, categorías de análisis, fuentes e instrumentos de información.

Tabla 3.

Estructura metodológica de la investigación

Objetivo general					
Comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas con el fin de promover buenas prácticas de evaluación para el aprendizaje de la función lineal					
Fases de la investigación	Objetivos específicos	Actividades	Categoría de análisis	Fuentes de información	Instrumentos de recolección de la información
Fase de caracterización	Caracterizar las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas asociadas al contenido matemático función lineal	Descripción del tipo de prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas cuando evalúa los aprendizajes asociados a la función lineal.	Tipos de prácticas evaluativas según: El momento ¿Cuándo evaluar? La finalidad ¿Para qué evaluar? La extensión ¿Qué dimensiones evaluar? El origen de sus agentes ¿Quién evalúa? Su normotipo ¿Qué tipo de referente?	Observación de sesiones de clase Revisión de instrumentos de evaluación diseñados y gestionados por el profesor. Entrevista a profesores en ejercicio.	Rejilla de observación. Instrumentos de evaluación Cuestionario de entrevista
Fase de Análisis	Identificar desde el análisis didáctico buenas prácticas evaluativas para el contenido función lineal	Definición de elementos desde el modelo curricular “análisis didáctico” que puedan promover buenas prácticas evaluativas en el aula de matemáticas.	Desde el modelo curricular: ¿Cuándo evaluar? ¿Para qué evaluar? ¿Qué dimensiones evaluar? ¿Quién evalúa? ¿Qué tipo de referente?	Organizadores curriculares del modelo curricular análisis didáctico.	Instrumentos de análisis del modelo curricular
Fase de diseño	Proponer una estrategia metodológica para promover buenas	Diseño de propuesta metodológica para promover buenas prácticas evaluativas en el aula de	¿Qué significados están asociados al contenido función lineal? ¿Qué sistemas de representación? ¿Qué fenómenos del contexto social sustenta el contenido?	Modelo curricular	Instrumentos de análisis del modelo curricular

prácticas de matemáticas, evaluación que asociadas al contenido aporten al función lineal. mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal

¿Qué objetivos de aprendizaje, capacidades y competencias matemáticas promueve el contenido matemático?
¿Qué dificultades y errores se pueden presentar cuando se aprende el contenido matemático?
¿Qué tareas matemáticas, materiales y recurso didáctico se pueden diseñar para promover buenas prácticas evaluativas?
¿Cómo gestionar tareas matemáticas y como evaluar los aprendizajes logrados en los estudiantes?

Fuente: Elaboración propia.

6.3. Población y muestra

La población de esta investigación está constituida por las instituciones educativas Colegio Rafael Pombo en el grado 9, Academia Militar Anzoátegui en el grado 9 y Liceo Antonio Nariño en el grado 11, las audiencias serán los profesores que orienten el área de matemáticas de los respectivos cursos.

- Colegio Rafael Pombo, Colegio de educación formal, ubicado en la Carrera 8 entre las calles 3ra y 4ta de la ciudad de Neiva, de carácter privado, desde el grado pre- jardín hasta el grado 11, con 36 años de trayectoria. Este colegio se toma como muestra el grado 9, en vista que es el más apropiado para la investigación están enseñando el tema de función lineal. El profesor objeto de la investigación es el Licenciado Juan Sebastián Forero.

- Academia Militar José Antonio Anzoátegui, Colegio de educación formal, ubicado en la calle 14 # 5-36, en la ciudad de Neiva, de carácter privado, desde el grado 3 de primaria hasta grado 11, con más de 40 años de trayectoria, Este colegio se toma como muestra el grado 9, en vista que es el más apropiado para la investigación están enseñando el tema de función lineal. El profesor objeto de la investigación es Licenciado William Andrés Ávila.

- Liceo Antonio Nariño, Colegio de educación formal por ciclos, educación para adultos, educación decreto 3011 del 97, ubicado en la calle 7 # 12-36 en la ciudad de Neiva, de carácter privado, desde el grado 6 llamado ciclo 3, hasta grado 11 llamado ciclo 6. Con más de 15 años de trayectoria, Este colegio se toma como muestra el grado 11, en vista que es el más apropiado para la investigación están enseñando el tema de función lineal. El profesor objeto de la investigación es el Licenciado Roberto Escobar.

7. Resultados

En este capítulo se presentan los resultados logrados con el desarrollo de la investigación articulados a cada uno de los objetivos propuestos. El primero de los apartes constituye la caracterización de las prácticas evaluativas asociadas al contenido matemático de la función lineal, que realizan los tres profesores de matemáticas seleccionados como muestra. La segunda parte presenta la identificación de buenas prácticas evaluativas para el aprendizaje de la función lineal, a partir del análisis didáctico. Y, finalmente, se presenta una propuesta metodológica que pretende promover buenas prácticas de evaluación para el aprendizaje de la función lineal.

7.1. Caracterización de las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas asociadas al contenido matemático de la función lineal

Para caracterizar las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas en el aula, se realizó un rastreo de investigaciones en educación que permitieran identificar los referentes teóricos para tales fines. Al respecto, la tesis doctoral titulada “Prácticas evaluativas para la mejora de la calidad del aprendizaje”, Zambrano (2014), ofreció información relevante para este objetivo.

En el documento, la autora realiza una adaptación a las aportaciones de Castillo y Cabrerizo (2010) para plantear una caracterización de la evaluación, asociada a las siguientes cuestiones: ¿Cuándo evaluar?, referida a los momentos de la evaluación, ¿Para qué evaluar?, asociada a la finalidad de la

evaluación, ¿Qué dimensiones evaluar?, que definen si la evaluación es global o parcial, ¿Quién evalúa?, que describe los actores que participan en la evaluación, y ¿Qué tipo de referente sustenta la evaluación?, que son aquellas normas o criterios que sustentan la evaluación.

A partir de los elementos aportados desde el referente teórico, en este apartado se presenta la caracterización de las prácticas evaluativas asociadas a la función lineal que realizaron los profesores de matemáticas. Para ello, se asumieron como fuente de información: la observación de planeaciones y sesiones de clase, el desarrollo de entrevistas semiestructuradas y el análisis de los instrumentos de evaluación que diseñan y gestionan los profesores en el aula.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos respecto a cada una de las fuentes de información.

7.1.1. Caracterización de las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas desde sus actuaciones en el aula.

Para el desarrollo de esta actividad, se realizaron observaciones a las sesiones de clase de profesores de matemáticas, en las que se abordó la enseñanza y aprendizaje del contenido función lineal, las observaciones se realizaron teniendo en cuenta los diferentes momentos de la clase y las prácticas evaluativas que realizaron los profesores en cada uno de ellos, de manera específica: el momento uno “preparación o planeación de la clase”, momento dos “presentación o introducción del contenido en la clase”, momento tres “desarrollo de la clase” y momento cuatro “cierre de la clase”.

En las siguientes tablas se registra la información obtenida de las observaciones realizadas, teniendo como referentes los diferentes criterios tipológicos de evaluación sugeridos por Zambrano (2014).

Tabla 4.

Observaciones asociadas al momento de la evaluación

Criterio de observación: Momento de la evaluación Evaluación inicial, proceso y final.	Pregunta que orienta la observación: ¿Cuándo evalúa el profesor?	
Observación momento uno: “La preparación y/o planeación de la clase” Esta observación definió como propósito identificar si la evaluación la incorporan los profesores en las planeaciones de la clase y el uso que hace de la misma en cada uno de sus momentos.		
Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Generalidad: El profesor incorpora la evaluación en la planeación de la clase y registra de manera explícita e implícita el uso de la misma en los diferentes momentos (inicial, proceso y final).</p> <p>Los siguientes registros, corresponden a información identificada en la planeación que dan cuenta del tipo de evaluación que usa el profesor:</p> <p>La evaluación al inicio de la clase (evaluación inicial):</p> <p>R1: “Comenzar la temática con preguntas problematizadoras”.</p> <p>Se identifica la intención de realizar una evaluación inicial por medio de preguntas problema, sin embargo, estas no se describen ni se establece el fin de las mismas.</p>	<p>Generalidad: El profesor no incorpora la evaluación como componente en la planeación de clase, esta se sustenta solo en los contenidos, los objetivos de aprendizaje, en términos de logros e indicadores de logros y unas tímidas estrategias metodológicas.</p>	<p>Generalidad: El profesor no incorpora la evaluación como componente en la planeación de clase, esta se restringe de manera exclusiva a definir de manera porcentual la valoración a las producciones finales de los estudiantes (exámenes, informes, revisión cuadernos, guías).</p>

La evaluación durante la clase (evaluación como proceso)

R2: “Realización de evaluaciones escritas y orales semanalmente a manera de quices”.

Este registro muestra la intención del profesor por hacer uso de la evaluación como proceso, en tanto que propone la realización de evaluaciones en diferentes momentos de la clase, sin embargo, por el tipo de instrumento que registra y la ausencia de información que determine los intereses de la misma. Se considera que la evaluación está orientada a definir notas que determinen el nivel de desempeño de los estudiantes, que ha acompañar su proceso de aprendizaje.

Sin embargo, los siguientes registros, muestran un tímido interés en el profesor por la evaluación como proceso, en la perspectiva antes indicada:

R3: “Observación del comportamiento y forma de trabajo durante la clase”.

R4: “Seguimiento continuo al rendimiento académico de los estudiantes”.

R5: “Planes de mejoramiento por periodos”.

La evaluación al cierre de la clase (evaluación final)

Finalmente, este registro muestra el interés explícito del profesor por hacer uso de la evaluación final.

R6: Se realizarán pruebas escritas.

Por el tipo de instrumento referenciado por el profesor, se muestra el interés de esta evaluación para evidenciar desempeños de los escolares al cierre del abordaje del contenido.

Los registros muestran que este profesor incorpora la evaluación como componente en la planeación, hace uso de los tres tipos de evaluación según el momento: al inicio (inicial), durante (como proceso) y al finalizar la clase (final), sin embargo, si bien incorpora los tres tipos de evaluación, el uso de la misma se centra en conocer los desempeños de los estudiantes y no sus formas de conocer y aprender el contenido.

Observación momento dos: “Presentación o introducción del contenido en la clase”

Esta observación se realizó con el interés de describir el uso que hacen los profesores de la evaluación en la presentación o introducción del contenido en el aula.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Generalidad: En la presentación del contenido en el aula, el profesor incorporó la evaluación solo al inicio (evaluación inicial) de la sesión de la clase.</p> <p>A continuación, se registra la única actuación del profesor en la que hace uso de la evaluación.</p> <p>A1: El profesor presenta a los estudiantes una serie de preguntas con el fin de indagar que tanto han abordado en clase el estudio del contenido, estas son algunas de las preguntas formuladas:</p>	<p>Generalidad: En la presentación del contenido en el aula, el profesor no incorporó el uso de la evaluación.</p> <p>Las actuaciones del profesor en el aula, se centraron en la presentación expositiva del profesor, mostrando a los estudiantes un breve recorrido de los conceptos que se abordarán durante, la clase.</p>	<p>Generalidad: En la presentación del contenido en el aula, el profesor incorporó la evaluación solo durante el desarrollo de la clase (evaluación como proceso).</p> <p>A continuación, se registra las actuaciones del profesor en la que hace uso de la evaluación.</p> <p>A1: El profesor inicia la sesión presentando el contenido haciendo uso de la representación gráfica. Con este tipo de representación espera que los estudiantes de manera inicial identifiquen la relación entre variables y el tipo de</p>

P1: “El profesor del año pasado les explicó qué es una función?”

P2: “¿Recuerdan si les explicaron qué es una pendiente?”

El tipo de preguntas planteadas por el profesor, muestran el interés por conocer que tanto avanzó el profesor anterior respecto al contenido, si bien evalúa al inicio de la sesión de clase, esta no se dirige a lograr que el profesor identifique conocimientos en los estudiantes que sirvan de fuente para orientar las prácticas de enseñanza asociadas al contenido.

comportamiento en la gráfica que caracteriza a la función lineal.

Durante la presentación el profesor formula preguntas que le permitan conocer los análisis y comprensiones generadas en los estudiantes, tales como:

P1: ¿Qué relación existe entre las variables?

P2: ¿Cómo son las variables?

P3: ¿Qué pasa con las variables si cambio algún dato?

P4: ¿Cómo se comportan en la gráfica las variables?

P5: ¿Cómo es la gráfica?

La actuación del profesor muestra el interés por conocer los conocimientos de los estudiantes para abordar el contenido función lineal, si bien se reconoce la importancia del ejercicio de indagación de conocimientos previos que realiza el profesor, se considera importante que las tareas matemáticas estén especialmente orientadas a indagar desde las prácticas matemáticas que pone en funcionamiento el estudiante, superando el interés en las que realice el profesor.

Observación momento tres: “Desarrollo de la clase”

Esta observación se realizó con el interés de describir el uso que hacen los profesores de la evaluación durante la enseñanza y el aprendizaje del contenido en el aula.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
--------------	--------------	---------------

Generalidad: Si bien los profesores realizaron actuaciones diferenciadas en el aula respecto a la enseñanza del contenido, en lo que respecta a la evaluación, las observaciones mostraron tendencia en el uso de la evaluación durante el desarrollo de las clases.

El mayor protagonismo estuvo en la evaluación al inicio (evaluación inicial) y al cierre (evaluación final) de cada sesión que sustentó la clase. La evaluación durante la clase (como proceso), no fue considerada por los profesores. Al inicio de las sesiones con fines informativos más que formativos. Los profesores usaron la evaluación al inicio de las sesiones para conocer que tantos ejercicios lograron realizar de los diferentes talleres o tareas dejadas para realizar en casa, al igual que identificar cuantos aciertos y desaciertos, igualmente para introducir las sesiones de clase generando algunas claridades para despejar dudas al colectivo de estudiantes.

Los profesores centraron sus prácticas en el aula en abordar el estudio del contenido, con interés de agotar el abordaje de los conceptos registrados en la planeación. En esta perspectiva el conocer qué aprenden y como aprenden los estudiantes no es relevante para los profesores, siendo este el sentido de la evaluación como proceso.

Si bien los profesores registraron en las planeaciones el interés por realizar pruebas durante el desarrollo de la clase, por las prácticas observadas, estas tienen sentido en el contexto de evaluaciones finales, dado que se aplican al cierre de las sesiones, para conocer los niveles de desempeño e ir generando notas parciales, no se gestionan para identificar las dificultades y errores que pueden presentar los estudiantes y acompañarlos en sus soluciones y mejoras.

A continuación, se presentan las actuaciones de los profesores observadas en las diferentes sesiones de clase, que sustentan lo afirmado:

A1: El profesor indaga a los estudiantes acerca de la forma en la que realizaron la tarea, por ejemplo “¿cómo les dio la gráfica de la primera función lineal?”. En esta práctica puede apreciarse una tímida *evaluación inicial*, ya que permite al profesor identificar avances de los estudiantes en la apropiación de los conocimientos para la resolución de las actividades.

A1: El profesor usa en sus prácticas un taller que incorpora las TICS, mediante una aplicación que sirve para graficar (*software matemático interactivo GeoGebra*).

Después de explicar la funcionalidad de esta herramienta, pero previamente a la utilización del software, indaga lo que han aprendido los estudiantes acerca del tema de función lineal, haciendo preguntas como las siguientes:

P1: “¿Cómo se grafica una función lineal?”,

A1: En las primeras sesiones de desarrollo de los contenidos, el profesor se limitó a presentar los conceptos matemáticos, mediante ejemplos ilustrativos. Los estudiantes no realizaron ninguna pregunta durante la clase, de igual forma, el profesor no realizó ninguna indagación sobre dudas al respecto.

Puesto que el profesor no propone ninguna actividad adicional a su presentación expositiva,

A2: El profesor solicita a algunos estudiantes pasar al tablero y presentar la forma en la que resolvieron las actividades.

Esta estrategia puede ser considerada como un inicio de la *evaluación como proceso*; sin embargo, ya que los estudiantes que pasaron al tablero fueron los que obtuvieron buenos resultados, no se evidenció un seguimiento eficaz para aquellos estudiantes que presentaron alguna dificultad en el desarrollo de las actividades. Estos solo tomaron nota de lo que debían corregir, no se generaron discusiones ni análisis acerca de su forma de resolver las actividades ni de las dificultades subyacentes.

A3: El profesor deja un taller en clase similar a la tarea anterior, pero haciendo énfasis en la pendiente de la función lineal.

P1: “Encuentre la pendiente las funciones lineales dado los siguientes puntos (3,4); (4,2) y (3,5); (2,3)”

Este ejercicio es valorado durante el desarrollo de la clase. Con esta actuación se aprecia una *evaluación final*, cuyo interés se centró en calificar si estuvo bien o mal el desarrollo de la tarea.

A4: En la sesión siguiente, el profesor dio inicio a la clase indagando sobre la forma en que desarrollaron las diferentes actividades y ejercicios propuestos en el taller, por lo que se infiere la incorporación de una evaluación inicial, sin embargo como el proceso se restringe a que los estudiantes expresen sus formas de desarrollo y que el profesor responda si estuvo

P2: “¿Cuáles son los elementos de la función lineal?”

P3: “¿Cómo se relaciona la ecuación lineal con gráfica?”

La utilización de estas preguntas al inicio de la actividad puede considerarse como parte de una *evaluación inicial* que aporta datos al profesor acerca de los conceptos previos acerca del manejo de las funciones lineales por parte de los estudiantes, para la correcta utilización de la herramienta.

A2: El profesor plantea un taller para desarrollar en la clase con el uso del aplicativo GeoGebra, que contiene preguntas como las siguientes:

P1: “Graficar en GeoGebra las funciones: $Y=3x+5$, $Y=-3x-2$, $Y=5x-9$, $5y=3x+1$, $y=4x-1$, $-1+y=3x$, e identifique en su gráfica los elementos de la función lineal”.

Pese a que esta actividad hace parte del desarrollo de la clase, no puede considerarse *evaluación como proceso*, en tanto que los escolares resuelven el taller sin que exista interés por parte del profesor en los avances y las formas en que aprenden el contenido.

A3: Al finalizar la sesión no se indaga por lo aprendido durante el taller, por tanto, no se hace uso de la evaluación final.

A4: En la siguiente sesión, el profesor hace retroalimentación del taller desarrollado en la sesión anterior, para ello, pide a los estudiantes que planteen sus dudas sobre el manejo de la aplicación y la identificación de los elementos de

puede determinarse la ausencia de los tres momentos de la evaluación en estas sesiones.

A2: En la sesión siguiente, el profesor plantea un taller para desarrollar en clase. El taller está compuesto por ejercicios sobre gráfica de función lineal y ecuación canónica como los siguientes:

P1: Graficar:

1. $3x + y = 4$

2. $2x - y = 5$

3. $6x - 3y = 1$

4. $4x + 2y = 10$

P2: “Dar tres ejemplos de funciones lineales en la forma de su ecuación canónica, identificando los elementos”.

P3: “Hallar cada ecuación canónica que pasa por los siguientes puntos”:

a. (3,5) y (2,3)

b. (1,-3) y (-1,-5)

c. (-9,3) y (-1,6)

Los escolares utilizan los apuntes de las sesiones anteriores en la resolución del taller.

No se realizó ninguna actividad de evaluación inicial que permitiera evidenciar los conocimientos previos de los estudiantes.

Con relación a la evaluación como proceso, podría pensarse que el taller suple este

bien o mal, no posibilita conocer los procesos matemáticos que pusieron en funcionamiento al resolver los ejercicios y con esa información fortalecer los procesos de enseñanza.

A5: En las sesiones posteriores el profesor presenta el contenido, los escolares desarrollan algunas actividades y trabajos en equipo que no son valorados durante el desarrollo de la clase.

Esto permite evidenciar que, aunque existe cierta intención por parte del profesor para llevar a cabo una *evaluación como proceso*, esta no es eficaz, puesto que no se evidencia un seguimiento a las actividades sugeridas.

Dentro de las actividades planteadas por el profesor en clase, se encuentran:

- “Gráficas de una recta a partir de una ecuación”
- “A partir de la gráfica obtener la ecuación de la recta”
- “Identificar la pendiente e intercepto de una recta según su ecuación”

Tal como se ha descrito, en las actuaciones del profesor se identifican algunas estrategias que pueden acercarse a la evaluación inicial, procesual y final, sin embargo, estas prácticas no pueden considerarse como estrategias eficaces, en tanto que el profesor las plantea de manera inconsciente y no genera un desarrollo que dé cuenta de los procesos de aprendizaje de los estudiantes con relación a la comprensión de la función lineal.

la función lineal, como la pendiente, el intercepto con el eje y, creciente o decreciente.

Se puede inferir que esta actividad hace parte de una evaluación inicial, puesto que las dudas presentadas fueron aclaradas.

A5: En la sesión siguiente, las clases se presentan de manera magistral, mediante la explicación de las temáticas y la ejemplificación de las mismas. El profesor no utiliza talleres ni otras estrategias para afianzar conocimientos en los escolares, por tal razón en esta sesión la evaluación como proceso no estuvo presente.

A6: Para la siguiente sesión, el docente, mediante un video presenta algunas aplicaciones de la función lineal, explicando su utilización en la economía, agronomía y demás.

Aunque se evidenció la ausencia de una evaluación inicial, posterior al video, se planteó un taller con preguntas abiertas, cuya socialización y respectiva retroalimentación permitió consolidar esta práctica como una evaluación como proceso. Las preguntas planteadas fueron las siguientes:

P1: “¿Qué punto de vista tiene acerca de la función lineal?”

P2: “¿Cómo aplicaría usted la función lineal en la vida diaria?”

P3: “¿Qué función cumple la pendiente de la función lineal en las aplicaciones?”

A7: Para la última sesión de desarrollo temático, el profesor realiza un repaso para el examen de

momento, sin embargo, no se realiza la revisión y retroalimentación del mismo.

Finalmente, se presume que este ejercicio fue validado como una evaluación final, en tanto que al final de la clase el profesor revisa si los estudiantes realizaron el taller de manera adecuada y registra dicho resultado en el listado correspondiente.

Como se puede apreciar, las actividades realizadas por el profesor son limitadas y carecen de procesos de retroalimentación, lo que no permite ubicar la evaluación como proceso en sus prácticas. De igual forma, se presenta la ausencia de evaluación inicial. El mayor interés en los momentos de evaluación por parte de este profesor se centra en la evaluación final.

función lineal, de manera expositiva, sobre los diferentes conceptos abordados en las sesiones anteriores. No se evidencia que en esta sesión se desarrolle alguno de los momentos de la evaluación.

Como se puede evidenciar, en el desarrollo de las diferentes sesiones el profesor hace uso de la *evaluación inicial* y de la *evaluación como proceso* en algunas ocasiones.

Observación momento cuatro: “Cierre de la clase”

Esta observación definió como propósito identificar la forma como el profesor cierra el estudio del contenido en el aula y el papel de la evaluación en ese proceso.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
--------------	--------------	---------------

Generalidad: En las sesiones de cierre de la clase, el protagonismo fue dado por la evaluación final. Los profesores a través de la aplicación de pruebas escritas evaluaron los niveles de desempeño alcanzados por los estudiantes durante el proceso de formación.

A continuación, se presentan las actuaciones de los profesores observadas en las diferentes sesiones de clase, que sustentan lo afirmado.

A1: En la sesión final de la clase se realiza la aplicación de una evaluación escrita para conocer los niveles de desempeño de los escolares. Esta puede considerarse como una evaluación final, que da cuenta de los aprendizajes obtenidos a lo largo del periodo correspondiente a la temática de función lineal.

Para esta evaluación final el profesor planteó una prueba escrita, compuesta por 5 preguntas que abordaban las siguientes temáticas:

- “Función intercepto – pendiente”
- “Punto pendiente”

A1: En esta sesión el profesor aplica una prueba escrita compuesta por una serie de tareas matemáticas rutinarias, con niveles de complejidad básicos, desarrollados mediante ejercicios de interpretación y representación de funciones, sus elementos y características básicas. Además, se trató de una prueba con preguntas de selección múltiple, que abordaron las siguientes temáticas:

- “Concepto de función”
- “Función que pasa por un punto”
- “Pendiente de una función lineal”

A1: El profesor realiza una prueba que recoge las temáticas vistas en un periodo de tiempo establecido, con el propósito corroborar los logros alcanzados. Esta actividad constituye una evaluación final.

La prueba consiste en un examen escrito con preguntas abiertas sobre la temática de funciones lineales, ejercicios y problemas, que permiten evidenciar los conocimientos de los estudiantes frente a la temática del curso.

Las temáticas contenidas en la prueba fueron las siguientes:

- “Función afín y función constante”	- “Comparación de función lineal”	- “Función punto – pendiente”
- “Ecuación de la recta que pasa por dos puntos”	- “Función lineal a partir de una gráfica”	- “Ecuación canónica y ecuación general”
	- “Función que pasa por dos puntos”	- “Gráfica de función lineal”
	- “Aplicaciones de funciones”	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5.

“Observaciones asociadas a la finalidad de la evaluación”

Criterio de observación: Finalidad de la evaluación

Pregunta que orienta la observación: ¿Para qué evalúa el profesor? Diagnóstica, formativa, sumativa

Observación momento uno: “La preparación o planeación de la clase”

Esta observación definió como propósito identificar la finalidad de la evaluación en la planeación de la clase del profesor, como componente curricular.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Generalidad: En la planeación de clase del profesor no se registra la evaluación como componente curricular, se hace mención de la misma en términos de técnicas e instrumentos de evaluación. Desde este criterio, la evaluación propuesta en la planeación no constituye un referente formativo.</p> <p>La escasa información identificada en la planeación se describe en los siguientes registros:</p>	<p>Generalidad: Los componentes que integran la planeación del profesor no hacen ninguna alusión a la evaluación, se insiste en que la estructura de la planeación atiende solo la lógica de los contenidos, en términos de estándar, logro, indicador de logro y ejes temáticos.</p>	<p>Generalidad: Al igual que el profesor uno, en la planeación del profesor tres, la evaluación se reduce a los criterios de evaluación en términos porcentuales para calificar la producción de los estudiantes, la evaluación no constituye una componente del currículo.</p> <p>La escasa información identificada en la planeación se describe en los siguientes registros:</p>

Evaluación sumativa:

R1: El ítem técnicas e instrumentos de evaluación, registra los siguientes:

- Participación de actividades orales.
- Revisión de tareas.
- Revisión del cuaderno.
- Desarrollo de las diferentes actividades del libro guía.
- Desarrollo de evaluaciones escritas.

Se infiere por el tipo de instrumentos citados por el profesor, que el papel de la evaluación es de tipo sumativa. Este tipo de instrumentos diseñados desde la voz del profesor para ser resueltos por los estudiantes, implica una mirada unidireccional de la evaluación, desde un participante, con el interés de evaluar para medir niveles de desempeños, y no para identificar información sobre la forma en que aprenden los estudiantes, para que el profesor oriente sus prácticas de enseñanza hacia el favorecimiento de los aprendizajes desde las posibilidades e intereses de los estudiantes.

Evaluación formativa:

R2: El ítem estrategias metodológicas de la planeación, registra:

- Comenzar las temáticas con preguntas problematizadoras.
 - Vincular proyectos de aula durante el desarrollo de clases.
-

Evaluación sumativa:

R1: El ítem criterios de evaluación, registra los siguiente:

- 20% Actitudinal
- 30% Examen
- 20% Guías y cuadernos
- 30% Investigación

Si bien, el profesor se refiere a ellos en términos de criterios de evaluación, los aspectos dos y tres corresponden a instrumentos de evaluación. Este tipo de instrumentos permite inferir que su interés es evaluar para identificar desempeños desde la producción de los estudiantes, en tanto, los aspectos uno y cuatro, podrían constituir una fuente para promover evaluación formativa, pero al no explicitar el profesor su propósito, complejiza el catalogarlo como tal.

-
- Realización de evaluaciones escritas y orales semanalmente a manera de quices.
 - Observación del comportamiento y forma de trabajo durante la clase.
 - Seguimiento continuo al rendimiento académico de los estudiantes.
 - Planes de mejoramiento por periodos.

Esta información identificada en la planeación muestra un sutil uso de la evaluación formativa. El aspecto cuatro, por ejemplo, en el que el profesor señala el observar el comportamiento y la forma de trabajo durante la clase, refleja un tímido interés por aportar a la forma como aprende el estudiante, igualmente sucede con el aspecto seis, al hacer referencia al diseño de planes de mejoramiento, sin embargo la ausencia de información explícita, referida a los fines de la evaluación en el desarrollo de la clase, complejiza identificar los intereses claros del profesor en sus prácticas de enseñanza.

Observación momento dos: “Presentación o introducción del contenido en el aula”

Esta observación definió como propósito identificar la finalidad de la evaluación en la presentación del contenido en la clase.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
--------------	--------------	---------------

La evaluación en la presentación del contenido en el aula, estuvo sustentada por la evaluación diagnóstica, con el interés de conocer la cantidad de información que tenían los estudiantes, asociada al contenido función lineal, no en identificar conocimientos asociados al mismo para fortalecer la forma de desarrollar la clase, el interés de los profesores se justificó en conocer que tantos conocimientos tenían los estudiantes para tomar decisiones respecto a los temas, no respecto a los procesos metodológicos de la clase.

Observación momento tres: “Desarrollo de la clase en el aula”

Esta observación definió como propósito identificar la finalidad de la evaluación el desarrollo de la clase del profesor.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
--------------	--------------	---------------

En coherencia con lo observado en el criterio anterior, referido a los momentos de la evaluación, en los que la evaluación inicial y final mostraron mayor tendencia en las prácticas evaluativas de los profesores, centrado en los fines de la evaluación en el desarrollo de las clases, igualmente se identificó tendencia hacia la evaluación diagnóstica y sumativa.

La primera, la evaluación diagnóstica, fue incorporada en la clase de los profesores con el interés de identificar el nivel de eficacia en la solución de ejercicios incorporados en diversos talleres dejados para trabajar en casa. Este tipo de evaluación debe promover más que información en términos de eficacia en los desempeños, información respecto a lo que saben los estudiantes frente al contenido, para orientar los procesos de enseñanza del profesor en la búsqueda de favorecer el aprendizaje.

La evaluación sumativa fue utilizada por los profesores para interpretar en término de notas, mayormente cuantitativas, los desempeños logrados por los estudiantes en las diferentes producciones generadas en clase, participación en clase, solución de talleres, exámenes, etc.

La evaluación formativa, fue pasiva y con escasa participación en las prácticas evaluativas de los profesores, el interés en abarcar el mayor número de temáticas en clase, los reducidos tiempos de los desarrollos de las mismas, la cantidad de estudiantes en el aula, la presión de la institución por promover notas, generan tensiones en las actuaciones de los profesores, decidiendo dejar transparente el interés de conocer las formas de aprender y conocer de los estudiantes.

Observación momento cuatro: "Cierre de la clase"

Esta observación definió como propósito identificar la forma como el profesor cierra el estudio del contenido en el aula y el papel de la evaluación en ese proceso.

Profesor uno

Profesor dos

Profesor tres

El cierre de las clases, estuvo sustentado por la evaluación sumativa, mediada por la gestión de pruebas escritas, con el fin de identificar el nivel de desempeño alcanzado por los estudiantes.

Adicional al papel de la evaluación sumativa en las prácticas del profesor, se resalta el interés en lograr que los estudiantes aprendan el contenido desde la perspectiva algebraica, tal como lo resaltan las investigaciones de Barajas, Fulano, Ríos, Salazar, & Pinzón (2018), descuidando lo concerniente a la interpretación de problemas y a los procesos de matematización asociados a los fenómenos de variación y cambio entre las variables que intervienen en una situación, siendo el sustento del contenido función lineal.

A continuación, se describen algunas de las actividades propuestas por los profesores en los instrumentos de evaluación usados en el cierre de la clase, que argumentan lo afirmado:

La siguiente imagen ilustra una de las actividades propuestas por el profesor:

Escriba la ecuación de la recta con la pendiente m y la ordenada al origen b , dadas.

1. $m = 2, b = 3$

2. $m = -2, b = 1$

3. $m = 1, b = 1$

4. $m = -1, b = 2$

5. $m = 0, b = 5$

6. $m = 0, b = -5$

7. $m = \frac{1}{2}, b = 3$

8. $m = -\frac{1}{2}, b = 2$

9. $m = \frac{1}{4}, b = -2$

Como está registrada la actividad, se espera que el estudiante halle la ecuación de la recta con la información que ofrece la pendiente y la ordenada, la ecuación se identifica desde los datos dados, alejados de un contexto real en el que el estudiante pueda identificar el sentido de la información.

La siguiente imagen ilustra una de las actividades propuestas por el profesor:

1. las funciones cuyas graficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas reciben el nombre de:

- a. Función a fines
- b. Función constantes
- c. Funciones lineales
- d. Funciones cuadráticas*

2. la función de proporcionalidad directa recibe el nombre de

- a. Función afín
- b. Función lineal
- c. Función proposicional
- d. Función inversa

3. La función lineal que pasa por el punto (3,6) tiene como expresión:

- a. $Y=3x+6$
- b. $Y=6x-3$
- c. $Y=2x$
- d. $Y=2x+1$

Las prácticas evaluativas del profesor tres son similares a las de los profesores uno y dos, muestran igualmente interés por los procesos matemáticos rutinarios y mecánicos, no por la comprensión desde su interpretación y uso en contextos cotidianos.

22. (a) Encuentre la pendiente de la recta determinada por los puntos A (-3, 5) y B (1, 7), y escriba su ecuación en la forma punto-pendiente, usando las coordenadas de A.

Escriba cada ecuación en la forma pendiente-ordenada al origen; señale la pendiente y la ordenada al origen. Y GRAFICAR

23. $3x + y = 4$ 24. $2x - y = 5$ 25. $6x - 3y = 1$ 26. $4x + 2y = 10$
 27. $3y - 5 = 0$ 28. $x = \frac{3}{2}y + 3$ 29. $4x - 3y - 7 = 0$ 30. $5x - 2y + 10 = 0$
 31. $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 1$

Activar Windows

Igualmente, en esta actividad, el profesor le solicita al estudiante que encuentre la pendiente de la recta, es un proceso profundamente algorítmico que para su solución solo se requiere aplicar la fórmula ($m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$) y encontrar la información. Solo pregunta por el valor de la pendiente, mas no sobre los significados que el estudiante le puede asignar a la pendiente desde un contexto real. Uno de los significados asociados puede ser el grado de inclinación de la recta con respecto al eje de las abscisas; otro ejemplo es comprenderla como la constante de crecimiento o decrecimiento en una función desde fenómenos de variación y cambio, situaciones de la vida cotidiana como el valor de cuota mensual de un crédito, puede favorecer el aprendizaje de la pendiente de la recta desde un referente distinto al uso de algoritmos.

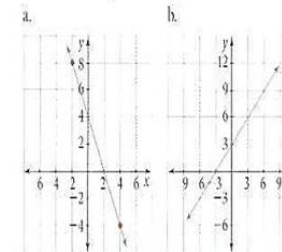
La actividad muestra igualmente, como ocurrió con el profesor dos, el interés por lograr que los estudiantes memoricen conceptos y realizar prácticas matemáticas algorítmicas. No se plantean situaciones en las que los estudiantes puedan expresar su comprensión frente a las características de cada una de las funciones y su uso para resolver problemas, solo se restringe a solicitar que defina cada una de ellas, desde significados algorítmicos.

Las prácticas matemáticas que esperan provocar la actividad para conocer los niveles de desempeño logrados en los estudiantes, son profundamente abstractas, rutinarias y descontextualizadas, este es otro ejemplo de lo afirmado:

1. Grafica de una recta que pasa punto P y tiene pendiente m escribir la ecuación canónica*

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a. P (2,4) m=3 | e. P (1,7), m=-1 |
| b. P (2,-3) m=0 | f. P (2,5), m=-3 |
| c. P (-3/2, 2) m=-2 | g. P (-3,-2) m=-3/2 |
| d. P (-3,1/2) m=4 | h. P (2,0) m=-1/5 |

2. Escribe la ecuación canónica y la ecuación general de cada recta representada



8. La función representada en la imagen



- a. Es paralela al eje de las abscisas
 - b. Es paralela al eje de las coordenadas
 - c. Esa grafica no representa una función
 - d. Es perpendicular al eje x
9. la función que pasa por los puntos (2,5) y (1,-7) es
- a. Creciente
 - b. Decreciente
 - c. Constante
 - d. Paralela
10. la recta de ecuación $x=3$ corresponde a
- a. Una función constante
 - b. Una función lineal
 - c. No corresponde a una función
 - d. Función cuadrática

Este tipo de actividades no centra el interés en provocar capacidades y competencias en los estudiantes para aprender los contenidos desde su articulación con contextos reales que promuevan una formación matemática con sentido, por el contrario solo garantiza que el estudiante aprenda rutinas mecánicas para memorizar significados.

El mayor protagonismo estuvo en la evaluación al inicio (evaluación inicial) y al cierre (evaluación final) de cada sesión que sustentó la clase. La evaluación durante la clase (como proceso), no fue considerada por los profesores. Al inicio de las sesiones con fines informativos más que formativos. Los profesores usaron la evaluación al inicio de las sesiones para conocer que tantos ejercicios lograron realizar de los diferentes talleres o tareas

dejadas para realizar en casa, al igual que identificar cuantos aciertos y desaciertos, igualmente para introducir las sesiones de clase generando algunas claridades para despejar dudas al colectivo de estudiantes.

Los profesores centraron sus prácticas en el aula en abordar el estudio del contenido, con interés de agotar el abordaje de los conceptos registrados en la planeación. En esta perspectiva el conocer qué aprenden y como aprenden los estudiantes no es relevante para los profesores, siendo este el sentido de la evaluación como proceso.

Si bien los profesores registraron en las planeaciones el interés por realizar pruebas durante el desarrollo de la clase, por las prácticas observadas, estas tienen sentido en el contexto de evaluaciones finales, dado que se aplican al cierre de las sesiones, para conocer los niveles de desempeño e ir generando notas parciales, no se gestionan para identificar las dificultades y errores que pueden presentar los estudiantes y acompañarlos en sus soluciones y mejoras.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 6.

“Observaciones asociadas a los agentes de la evaluación”

Criterio de observación: Agentes de la evaluación

Pregunta que orienta la observación: ¿Quién evalúa? Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

Observación momento uno: “La preparación o planeación de la clase”

Esta observación definió como propósito identificar en la planeación de la clase el papel de los actores del proceso de enseñanza y aprendizaje del contenido en la evaluación.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
Generalidad: El profesor solo se asume a sí mismo como agente evaluador, por tanto, hace uso exclusivo de la heteroevaluación.	Generalidad: Se deduce que el profesor, de acuerdo con las estrategias metodológicas sugeridas en la planeación, se asume a sí mismo como agente evaluador, por tanto, tiende a hacer uso solo de la heteroevaluación.	Generalidad: De acuerdo con la planeación presentada, se podría inferir que el profesor actúa como único agente evaluador, mostrando una tendencia hacia la heteroevaluación.

Los siguientes son registros identificados en la planeación que dan cuenta de lo afirmado.

R1: En la planeación de clases presentada por el profesor se identifica una columna denominada: “técnicas e instrumentos a evaluar”, en la que se registran las siguientes actividades:

- Revisión de tareas.
- Revisión del cuaderno.
- Desarrollo de las diferentes actividades del libro guía.
- Desarrollo de evaluaciones escritas.

Se aprecia que en estas actividades solo participa un agente evaluador: “el profesor”. Es decir que el profesor solo asume la heteroevaluación como posibilidad de validar los aprendizajes.

R1: Al no aparecer la evaluación como un componente de la planeación, es difícil identificar al sujeto evaluador, sin embargo se evidencia en la metodología que las actividades se limitan a productos de desempeño como talleres, exposiciones y tareas; por tanto se aduce que el único sujeto responsable de la evaluación es el docente, lo que sugiere la tendencia a la heteroevaluación.

R1: En la planeación se evidencia un esquema de evaluación con unas estrategias específicas:

- Actividad
- Examen
- Guías y cuadernos
- Investigación

Las actividades planteadas llevan a pensar en la posibilidad de ser evaluadas por un único agente: el docente, a manera de heteroevaluación. Sin embargo, la información que aporta la planeación solo nos confirma una tendencia, ya que la elección de dicho agente en la evaluación depende exclusivamente de la forma en la que se decida realizar la actividad en el momento de la clase.

Observación momento dos: “Presentación o introducción del contenido matemático al aula”

Esta observación definió como propósito identificar en la presentación del contenido en la clase, el rol de los actores de la misma en la evaluación.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Generalidad: El profesor en la primera sesión muestra tendencia hacia la heteroevaluación.</p> <p>A continuación, se registran las actuaciones realizadas por el profesor en sus prácticas evaluativas al introducir el contenido en el aula:</p> <p>A1: El profesor al inicio de la sesión hace unas preguntas a manera de evaluación inicial, puesto</p>	<p>Generalidad: No se evidencia ningún agente evaluador durante esta sesión.</p> <p>A continuación, se registran las actuaciones realizadas por el profesor en sus prácticas evaluativas al introducir el contenido en el aula:</p> <p>A1: El profesor desarrolló la clase de modo expositivo, sin la participación de los estudiantes.</p>	<p>Generalidad: En esta sesión no realiza ningún tipo de evaluación, por tanto, no se evidencia ningún agente evaluador.</p> <p>A continuación, se registran las actuaciones realizadas por el profesor en sus prácticas evaluativas al introducir el contenido en el aula:</p>

que el único agente evaluador en esta práctica es el mismo docente, se evidencia que esta actividad es de heteroevaluación.

A2: En esta sesión también se planteó un taller, en el cual también se evidencia al profesor como agente evaluador, lo que confirma su tendencia hacia la heteroevaluación.

No utilizó talleres u otro tipo de estrategias que permitieran evidenciar un agente evaluador.

A1: El profesor desarrolló la clase de modo magistral, presentando el tema nuevo de manera teórica con ayuda de algunos ejemplos. No utilizó talleres u otro tipo de estrategias que permitieran evidenciar un agente evaluador.

Observación momento tres: “Desarrollo de la clase”

Esta observación definió como propósito identificar en el desarrollo de la clase, el rol de los actores de la misma en la evaluación.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Generalidad: En las sesiones de desarrollo primó la heteroevaluación, desconociendo totalmente como agentes evaluadores a los estudiantes.</p> <p>A continuación, se registran las actuaciones realizadas por el profesor en sus prácticas evaluativas durante el desarrollo de la clase:</p> <p>A1: En las sesiones de clase observadas, la evaluación no cumplió un papel relevante. En las escasas actividades que se plantearon para conocer los niveles de desempeño de los escolares, quien realizó el rol de evaluar fue el profesor. Los escolares no participaron en ninguna actividad como agentes evaluadores, ni de su propia valoración (autoevaluación) ni de las de sus compañeros (coevaluación).</p>	<p>Generalidad: En estas sesiones, el profesor actuó como único agente evaluador, marcando una tendencia hacia la heteroevaluación, de manera exclusiva.</p> <p>A continuación, se registran las actuaciones realizadas por el profesor en sus prácticas evaluativas durante el desarrollo de la clase:</p> <p>A1: En las diferentes actividades planteadas en las sesiones de desarrollo, la evaluación se presentó de manera unidireccional, siendo el profesor el único agente evaluador enfatizando el carácter aprobatorio en el producto final entregado.</p>	<p>Generalidad: En las sesiones de desarrollo, el profesor actuó como único agente evaluador, es decir que se utilizó de manera exclusiva la heteroevaluación.</p> <p>A continuación, se registran las actuaciones realizadas por el profesor en sus prácticas evaluativas durante el desarrollo de la clase:</p> <p>A1: El proceso evaluativo desarrollado durante las clases mediante talleres fue evaluado de manera unidireccional por el docente, obviando la posibilidad de que el estudiante actuara como agente evaluativo, lo que marca la tendencia hacia la heteroevaluación.</p>

Observación momento cuatro: “Cierre de la clase”

Esta observación definió como propósito identificar en el cierre de la clase, el rol de los actores de la misma en la evaluación.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Generalidad: Solo aplica la heteroevaluación, ya que es el profesor quien evalúa la prueba final planteada.</p> <p>A continuación, se registran las actuaciones realizadas por el profesor en sus prácticas evaluativas durante el desarrollo de la clase:</p> <p>A1: Mediante una prueba escrita el profesor evalúa los conceptos asociados a la temática global de funciones lineales, la capacidad de identificación, representación e interpretación de las funciones y la habilidad de resolver problemas que contengan funciones lineales. El único agente evaluador de esta prueba es el docente.</p>	<p>Generalidad: En esta sesión solo estuvo presente la heteroevaluación. Se obvió a los estudiantes como posibles agentes evaluadores.</p> <p>A continuación, se registran las actuaciones realizadas por el profesor en sus prácticas evaluativas durante el desarrollo de la clase:</p> <p>A1: Tuvo lugar con la aplicación de una evaluación escrita, a manera de evaluación final. Esta es evaluada por el docente. Los estudiantes se limitan a resolver la prueba escrita en completo silencio y abandonan el aula una vez terminado el examen.</p>	<p>Generalidad: Solo se realiza la heteroevaluación, desconociendo la posibilidad de que los estudiantes sean agentes evaluadores.</p> <p>A continuación, se registran las actuaciones realizadas por el profesor en sus prácticas evaluativas durante el desarrollo de la clase:</p> <p>A1: El profesor evalúa el aprendizaje logrado por los estudiantes mediante una prueba escrita que recopila todas las temáticas vistas durante las sesiones de desarrollo.</p>

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 7.

“Observaciones asociadas al normotipo de la evaluación”

Criterio de observación: Normotipo de la evaluación

Pregunta que orienta la observación: ¿Qué tipo de referente sustenta la evaluación? Normativa-criterial

Observación momento uno: “La preparación o planeación de la clase”

Esta observación definió como propósito identificar en la planeación de la clase del profesor las normas que sustentan la evaluación.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Generalidad: En la planeación de la clase, el profesor registra: competencias, conocimientos esenciales, criterios de desempeño, rangos de aplicación y evidencias requeridas asociadas al contenido, por lo que el tipo de evaluación planteada puede categorizarse como criterial; sin embargo, por su contenido no se identifica con especificidad lo que espera que los estudiantes aprendan respecto a la función lineal.</p> <p>Los siguientes corresponden a registros identificados en la planeación que dan cuenta de lo afirmado:</p> <p>R1: De manera particular el profesor define la competencia a alcanzar en los siguientes términos:</p> <p>“Emplea diferentes modelos relacionados con sistemas de ecuaciones lineales y resuelve problemas que comprenden las diferentes clases de funciones teniendo en cuenta su principal uso”.</p>	<p>Generalidad: El profesor pretende hacer uso de una evaluación criterial, dado que establece unos logros, competencias, conocimientos esenciales que deben ser alcanzados y el desarrollo de unas habilidades específicas de referencia al tema.</p> <p>Los siguientes registros identifican lo afirmado acerca de la planeación:</p> <p>R1: En la planeación hay una columna dedicada a los “indicadores de logro”, estos constituyen los criterios que permiten evaluar si el estudiante alcanzó o no el logro deseado.</p> <p>Para el tema que nos compete, aparece: “Reconocer el concepto de función y sus características” como uno de los indicadores de logro. Esto nos infiere un tipo de evaluación criterial.</p>	<p>Generalidad: La evaluación planteada en la planeación puede entenderse como normativa y a su vez, criterial.</p> <p>A continuación, se presentan enunciados identificados en la planeación que argumentan lo afirmado:</p> <p>R1: El profesor establece los criterios de comprobación de rendimientos que debe alcanzar el alumnado en lo referente a niveles de desempeño académico. Este aspecto infiere que se plantea una evaluación criterial.</p> <p>R2: En la planeación se establece un juicio normativo de la efectividad de la estrategia de enseñanza, la cual se mide a través de los resultados que obtenga el grupo respecto a una media, de la siguiente manera: “20% actitudinal, 30% examen, 20% guías y cuadernos, 30% investigación”.</p> <p>Esto genera un tipo de evaluación normativa.</p>

El criterio de evaluación se centra entonces en alcanzar esta competencia, no obstante, surgen preguntas como ¿qué modelos?, ¿qué problemas?, ¿qué funciones?

R2: De igual forma, en los criterios de desempeño descritos, registra:

- “Resuelve problemas de otras ciencias con ayuda de los números reales y complejos e identifica situaciones donde se involucra planteamiento y solución de ecuaciones con dos o tres incógnitas empleando diferentes sistemas”,

- “Resuelve situaciones que brindan información que se puede representar como una función y establece la conexión que existe entre las diferentes representaciones”. Al respecto, surgen las preguntas ¿Qué problemas?, ¿Qué situaciones?, ¿Qué sistemas de representación?

Es decir que el profesor no explicita desde el contenido lo que se espera que el estudiante aprenda y la forma de lograrlo.

Sin embargo, por lo registrado se identifica que la evaluación es de tipo criterial, dado que, pese a la falta de claridad, el profesor define unos criterios que sustentan los desempeños de los escolares.

Observación momento dos “Presentación o introducción del contenido en la clase”:

Esta observación definió como propósito identificar en la introducción del contenido de la clase las normas que sustentan la evaluación.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
--------------	--------------	---------------

Para la introducción del contenido en el aula, ninguno de los profesores define algún tipo de norma que oriente la evaluación, teniendo en cuenta que esta cumplió un papel profundamente informativo.

Observación momento tres “Desarrollo de la clase”

Esta observación definió como propósito identificar en el desarrollo de la clase las normas que sustentan la evaluación.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
--------------	--------------	---------------

Generalidad: En estas sesiones, el profesor evalúa de manera criterial los contenidos temáticos desarrollados durante el proceso de aprendizaje y lo hace con el propósito de determinar un número de aprobados y reprobados entre la totalidad de estudiantes que conforman el curso.

Generalidad: En las sesiones de desarrollo se evidenció una práctica evaluativa de tipo criterial, dado que el profesor evaluó a partir de los criterios definidos en la planeación.

Generalidad: En el proceso la evaluación se cataloga como criterial.

Observación momento cuatro: “Cierre de la clase”

Esta observación definió como propósito identificar en el cierre de la clase las normas que sustentan la evaluación.

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
--------------	--------------	---------------

Generalidad: El profesor evalúa a través de la formulación previa de objetivos educativos y el establecimiento de criterios necesarios para la comprobación de los rendimientos que se pretenden alcanzar, por tanto, se infiere una evaluación criterial.

Generalidad: Se evidencia la evaluación de tipo criterial en esta última sesión.

Las siguientes constituyen actuaciones del profesor en sus prácticas evaluativas que sustentan lo afirmado:

Generalidad: El profesor evalúa a través de la formulación previa de objetivos educativos y el establecimiento de criterios necesarios para la comprobación de los rendimientos que se pretenden alcanzar, por tanto, se infiere una evaluación criterial.

Las siguientes constituyen actuaciones del profesor en sus prácticas evaluativas que sustentan lo afirmado:

A1: En la sesión de cierre de la clase, el profesor desarrolló una evaluación final, la cual se sustentó en referentes de corte criterial, dado que sustentó sus prácticas a partir de los criterios definidos en la planeación.

A1: En el examen final, el profesor trata de establecer un juicio sobre un cada uno de los estudiantes que conforman el curso, con base a un sentido criterial, según los niveles de desempeño que obtengan los estudiantes al final del examen.

Las siguientes constituyen actuaciones del profesor en sus prácticas evaluativas que sustentan lo afirmado:

A1: Los criterios se encuentran asociados a niveles de desempeño del estudiante. Su evaluación de forma criterial. El profesor plantea una prueba final que tiene en cuenta la formulación previa de objetivos educativos.

Fuente: Elaboración propia.

La información obtenida de la observación a las diferentes sesiones de clase permite identificar las siguientes características asociadas a las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas, desde los diferentes tipos de evaluación y los diferentes momentos de la clase:

Tabla 8.

Caracterización de las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas desde sus actuaciones en el aula

Tipos de evaluación	Caracterización de las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas
Según el momento	<p>Prácticas evaluativas en “la planeación de la clase”</p>
	<p>Teniendo en cuenta que para el inicio de la clase se consideró como fuente de información la planeación de la clase del profesor, de acuerdo con la información registrada en las diferentes tablas de observación, se logró identificar que la evaluación es uno de las componentes del currículo que el profesor obvia cuando diseña o planea sus clases. El interés del profesor se asocia con mayor relevancia a los contenidos, seguidos de los objetivos y algo de metodología. Desde esa perspectiva, se identificó que ninguno de los profesores explicita de manera clara el componente de evaluación de los aprendizajes en sus planeaciones.</p>
	<p>Mediante el análisis de las planeaciones de aula se logró inferir que, de acuerdo con el momento de la evaluación, existe una tendencia a tener en cuenta en especial la evaluación final. Entre otras razones, esto se evidencia en que, dentro de las actividades sugeridas por el profesor para el desarrollo de la clase privilegiaron las referidas a pruebas escritas y quices, con ausencia de otras estrategias que posibilitaran la identificación de los aprendizajes logrados por los estudiantes durante el desarrollo de la clase (evaluación como proceso). De igual forma, en algunas de las planeaciones se señala la evaluación inicial, pero no se muestra la forma en la que será desarrollada en el aula, por lo que se presume que esta se incluye de manera inconsciente, sin determinar sus alcances y la posibilidad de obtener, a partir de ella, información relevante para el diseño curricular que promueva el aprendizaje.</p>
	<p>Prácticas evaluativas en el “desarrollo de la clase”</p>
	<p>El desarrollo de las clases de los tres profesores, como se evidenció en las observaciones registradas, muestran prácticas de aula mediadas por el desarrollo de talleres y actividades centradas en la resolución de ejercicios, de manera que los estudiantes pudieran aprender especialmente procesos algoritmizados de la función lineal (graficar, reemplazar ecuaciones, identificar pendientes e interceptos...), con ausencia de procesos referidos a la comprensión de la función desde diferentes sistemas de representación y fenómenos que le den sentido.</p>
	<p>Las observaciones permitieron identificar que las prácticas de enseñanza de los profesores se caracterizaron por: a) la presentación del contenido a los estudiantes de manera expositiva (explicación del tema), sin el diseño de tareas que movilizaran a los estudiantes hacia la comprensión del contenido activando sus propias formas de conocer, y b) conocer al final del proceso de aprendizaje</p>

si el estudiante había resuelto de manera favorable las actividades sugeridas, dejando transparente el conocer sus formas de aprender durante el desarrollo de las actividades, sus formas de negociar significados, sus formas de validar los conceptos aprendidos, sus formas de enfrentar y resolver las dificultades y errores surgidos al realizar las actividades. Estas formas de enseñar están estrechamente ligadas con las formas de evaluar, en las que la evaluación al final, constituyó la de mayor uso, situando su interés en conocer a partir de pruebas escritas los niveles de desempeño en términos del éxito o fracaso al resolver las diferentes actividades.

Prácticas evaluativas “al cierre de la clase”

Las sesiones finales de las clases mostraron tendencia al uso de la “evaluación final” restringida a la aplicación de pruebas escritas. Las pruebas mostraron interés por evaluar los aspectos algebraicos de la función, planteando rutinas matemáticas sobre objetos algebraicos, al respecto, es posible señalar dos tipos de interpretaciones de la función, a saber, una interpretación operacional y una estructural: la primera está vinculada con una interpretación del concepto matemático como un proceso, y la segunda lo concibe como un objeto; las pruebas escritas mostraron tendencia hacia la segunda. Aprender el concepto como “objeto” significa esperar que los estudiantes sean capaces de aprender desde “de un vistazo” y manipularla como un todo, sin reparar en los detalles. De esta forma, mientras la interpretación estructural es estática, instantánea e integrada, la concepción operacional es dinámica, secuencial y detallada.

Las pruebas mostraron que los profesores centraron la atención en lograr que los estudiantes aprendieran un solo significado de la función lineal, esto genera significaciones restringidas del concepto, y oculta la riqueza y complejidad de su noción. En las pruebas, los profesores no relacionaron significados de la función lineal asociados a la dependencia, correspondencia y transformación.

Igualmente, las pruebas mostraron tendencia a algunos sistemas particulares de representación (sistemas de representación simbólico y gráfico), dejando sin explorar otros sistemas de representación y el lograr que los estudiantes sean capaces de pasar de un sistema a otro, al igual que ser capaces de interpretar problemas y procesos de matematización asociados a los fenómenos de variación y cambio entre las variables que intervienen en una situación, elementos que sustentan el interés del profesor en que el estudiante aprenda de manera general la función lineal, es decir conocerla como un objeto terminado (interés estructural) y no como un concepto que se construye, comprende y aprende (interés operacional), dejando transparente las prácticas matemáticas asociadas a esas formas de construir y comprender “evaluación como proceso”.

Respecto al criterio ¿cuándo evaluar?, se concluye que los profesores de matemáticas no incorporaron la evaluación en la planeación de la clase; lo hacen de manera tímida durante el desarrollo de la clase y solo tiene validez al cierre de la clase, con el uso de una evaluación final, para conocer los niveles de desempeño logrados en los estudiantes.

La evaluación inicial solo se incorpora al inicio de la clase, con intereses informativos, es decir conocer qué tantos contenidos abordaron los estudiantes en sesiones anteriores para ubicar el inicio de la enseñanza del contenido nuevo y no con intereses formativos, tales como conocer los conocimientos previos para identificar fortalezas y debilidades que sustente el diseño de tareas matemáticas que promuevan el aprendizaje del contenido.

Para los profesores el conocer las formas de aprender de los estudiantes, sus dificultades en la comprensión de la función lineal, sus formas de enfrentarlas y resolverlas, no fueron aspectos relevantes en sus prácticas evaluativas (evaluación como proceso).

Prácticas evaluativas “en la planeación de la clase”

En la planeación, la evaluación no constituye un componente de importancia, no se define qué evaluar y menos para qué evaluar. El interés en la planeación está dado por los contenidos que se espera enseñar y los niveles de desempeño que se espera alcanzar. Desde esta perspectiva, se infiere un interés de evaluar para conocer los niveles de desempeño logrados por los estudiantes “evaluación sumativa”, no sus formas de aprender “evaluación formativa”.

Prácticas evaluativas en “el desarrollo de la clase”

Durante el desarrollo de las sesiones de clase se mostró tendencia hacia evaluaciones de tipo sumativo. Los instrumentos y las prácticas evaluativas se centraron en conocer los desempeños de los estudiantes desde la dimensión cognitiva, con el interés de identificar el nivel de logros alcanzados; así pues, las sesiones se caracterizaron por el desarrollo de talleres que abordaron los contenidos temáticos.

Según la finalidad

La evaluación diagnóstica se limitó a conocer si los estudiantes habían resuelto los talleres e identificar el éxito o fracaso en su desarrollo, no para conocer el dominio de conceptos previos a la comprensión de la función lineal como la razón, la proporción y la proporcionalidad, que aportaran al diseño de tareas para favorecer su aprendizaje “evaluación formativa”. Al respecto el Ministerio de Educación Nacional (2006), llama la atención acerca de la importancia de conectar el estudio de la proporcionalidad directa con las funciones lineales, igualmente señalan que es importante también tener en cuenta que las funciones permiten analizar y modelar distintos fenómenos y procesos no sólo en problemas y situaciones del mundo de la vida cotidiana, sino también de las Ciencias Naturales y Sociales y de las Matemáticas mismas.

Prácticas evaluativas en el “cierre de la clase”

Las sesiones de cierre de las clases estuvieron marcadas por el interés de evaluar para conocer rendimientos académicos de los estudiantes (evaluación sumativa), a través de la aplicación de pruebas escritas, con las características descritas en el criterio anterior.

Se concluye respecto al criterio ¿para qué evaluar?, que los profesores de matemáticas evaluaron para conocer los desempeños logrados en los estudiantes (evaluación sumativa) y generar los registros institucionales de calificaciones.

En las observaciones de clase no se logró identificar el papel de evaluación con intereses formativos, buscando promover el aprendizaje de la función lineal a partir de los intereses y posibilidades de los estudiantes, a partir de la articulación del saber matemático con saberes cotidianos que permitiera a los estudiantes acercarse a la construcción de significados, representaciones y modelación de la función lineal (evaluación formativa).

Igualmente, a los profesores de matemáticas poco les interesa conocer lo que saben sus estudiantes respecto a la función lineal (evaluación diagnóstica), para identificar información relevante que les permita el diseño de tareas matemáticas, con el fin de lograr, por ejemplo, que los estudiantes conozcan y exploren el paso a paso de una representación a otra en diferentes sentidos y por diferentes rutas sin privilegiar un único camino. Estas tareas deben ser planteadas en contextos ricos de relaciones en las que los elementos de las funciones analizadas cobren sentido y sean fáciles de comprender por los estudiantes y estén lejos de cualquier tipo de ejercicio rutinario que no aporte al aprendizaje de la función.

Según el origen de sus agentes

Prácticas evaluativas “en la planeación de la clase”

Como se ha planteado en el documento, en la planeación de las clases, la evaluación es la componente del currículo que deja transparente el profesor, el interés ha estado centrado en los contenidos. Este interés por los contenidos y

no por el aprendizaje de los mismos se identificó tanto en los logros e indicadores de logros que se esperan alcanzar, como en los procesos metodológicos citados, en los que las pruebas escritas, los quices, la revisión de cuadernos y el desarrollo de talleres constituyen las actividades preferidas por los profesores, es desde este referente que se infiere que el agente válido en la evaluación es el profesor (heteroevaluación), dado que es desde su voz que se valoran las diferentes producciones esperadas en los estudiantes.

Prácticas evaluativas “en el desarrollo de la clase”

En las sesiones de desarrollo de la clase en las que se abordó el aprendizaje de la función lineal, mostraron como único responsable de valorar los aprendizajes logrados al profesor (heteroevaluación).

Las prácticas evaluativas del profesor no reconocen la voz de los estudiantes, no les permiten participar en la responsabilidad de valorar lo aprendido (auto y coevaluación).

En las actuaciones de los profesores al momento de evaluar no se identificaron estrategias que les permitiera a los estudiantes expresar sentimientos, ideas, percepciones de lo que estaban aprendiendo y cómo lo estaban aprendiendo (autoevaluación), tampoco estrategias que les permitiera compartir con otros sus formas de aprender, sus dificultades y el buscar colectivamente soluciones (coevaluación).

Prácticas evaluativas “al cierre de la clase”

En correspondencia a lo descrito en los textos anteriores, el cierre de las clases, mediadas por la aplicación de pruebas escritas reafirma el papel protagónico del profesor en la evaluación de los aprendizajes (heteroevaluación). Los profesores no incorporaron estrategias evaluativas que permitiera reconocer la voz de los estudiantes.

Respecto al criterio ¿quién evalúa? se concluye que el profesor es quien asume de manera exclusiva la responsabilidad en la evaluación de los aprendizajes (heteroevaluación). Los estudiantes asumieron un papel pasivo en la evaluación, no se evidenció por tanto ni la autoevaluación ni la coevaluación en las prácticas evaluativas.

Tradicionalmente, los estudiantes han sido objetos no sujetos de la evaluación, igualmente el autor enfatiza en que cuando los profesores y los estudiantes están en una relación de entrega/recepción (heteroevaluación); y en la otra son socios en la búsqueda de un objetivo común (auto y coevaluación), se logran mejores resultados en la evaluación.

Prácticas evaluativas “en la planeación de clase”

Como se ha insistido en el documento, en la planeación de los profesores hubo ausencia de la evaluación. Fue a partir de otros elementos como los contenidos y la metodología que se sustentan las observaciones plasmadas. En este sentido, dado que son los contenidos el centro de la planeación de la clase, el referente asumido por los profesores para definir los niveles de desempeño de los estudiantes son los logros e indicadores de logro, mostrándose desde la planeación una evaluación criterial.

**Según el
normotipo**

Prácticas evaluativas en el “desarrollo de la clase”

En las sesiones de clase referidas al aprendizaje de la función lineal, se identificó mayor presencia de la evaluación criterial, definida por criterios que previamente los profesores definieron para calificar los desarrollos de los talleres, siendo estos los instrumentos usados por los profesores para conocer los niveles de desempeño logrados por los estudiantes.

Sin embargo, la evaluación normativa también tuvo alguna presencia en las prácticas de los profesores, definidas a partir de normas en el aula como: a) el estudiante que resolvió de manera acertada el mayor número de preguntas, contó con mayor nota en el grupo, a partir de este referente se valoró el desempeño de los demás estudiantes, b) número de participaciones de los

estudiantes en el desarrollo de las clases y c) números de revisados acertados en el cuaderno.

Prácticas evaluativas en el “cierre de la clase”

Los cierres de la clase estuvieron marcados por evaluaciones criterioles, sustentadas en pruebas escritas que incorporaron los logros e indicadores de logros como criterios para evaluar los desempeños de los estudiantes.

Se concluye que frente a la cuestión ¿qué tipo de referentes usa el profesor al evaluar?, la evaluación criterial es la de mayor tendencia en las prácticas evaluativas de los profesores, sustentada en criterios que los profesores definen previamente para evaluar los desempeños alcanzados por los estudiantes, criterios estrechamente articulados a los logros e indicadores asociados al contenido.

Fuente: Elaboración propia.

7.1.2. Caracterización de las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas desde sus discursos.

Para el desarrollo de esta actividad, se realizaron entrevistas semiestructuradas a profesores de matemáticas, que permitieran identificar desde sus discursos, las prácticas evaluativas que realizan asociadas a la función lineal. Las entrevistas se realizaron teniendo en cuenta las siguientes preguntas guía:

P1: ¿Cuándo evaluar?

P2: ¿Para qué evaluar?

P3: ¿Qué dimensiones evaluar?

P4: ¿Quién evalúa?

P5: ¿Qué tipo de referente evalúa?

Cada pregunta diseñada con el fin de conocer, desde la perspectiva de los profesores, los argumentos que sustentan sus prácticas evaluativas en el aula.

En las siguientes tablas se registra la información obtenida en las entrevistas realizadas, teniendo como referentes los diferentes tipos de evaluación sugeridos por Zambrano (2014).

Tabla 9.

Discursos de los docentes, que sustentan las prácticas evaluativas

Criterio: Según el momento		
Pregunta orientadora: ¿Cuándo evaluar?		
Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Al inicio: D1: “la evaluación debe estar presente durante todo el desarrollo de la clase” D2: “primero hago unas preguntas al inicio para preparar el desarrollo de la clase”</p> <p>Durante: D1: “cuando los estudiantes están desarrollando las actividades que les propongo en la clase” D2: “yo voy revisando la forma en que resuelven los ejercicios”</p> <p>Al finalizar: D1: “al cierre de cada tema hago una evaluación” D2: “cuando califico las evaluaciones finales me doy cuenta de si aprendieron o no”</p>	<p>Al inicio: D1: “al inicio hago un quiz para tener un diagnóstico de cada estudiante” D2: “con el primer quiz puedo preparar el desarrollo de la clase”</p> <p>Durante: D1: “los estudiantes realizan los talleres en las clases, eso es evaluación” D2: “también estoy evaluando cuando me pregunta algo para resolver las actividades” D3: “hago retroalimentación a los grupos de trabajo”</p> <p>Al finalizar: D1: “cuando se termina un tema, se hace la evaluación correspondiente”</p>	<p>Al inicio: D1: “cuando empieza un tema, siempre se evalúa qué saben los chicos, porque de esa forma sé cómo organizaré mis clases”</p> <p>Durante: D1: “cuando pasan al tablero a resolver los problemas” D2: “cuando reviso las tareas me doy cuenta del proceso como las resuelven”</p> <p>Al finalizar: D1: “cuando califico las evaluaciones”</p>

Se puede inferir que los profesores identifican los momentos de evaluación inicial, procesual y final. Tienen en cuenta la *evaluación inicial* en un momento anterior a abordar el conocimiento generalmente en la primera clase. La *evaluación como proceso* los profesores describen las actividades que desarrollan durante clase en lo que concierne a revisar ejercicios matemáticos, de igual forma aclarando las dudas de los estudiantes, siendo este todo el proceso evaluativo. La *evaluación final* es incorporada al finalizar el tema y cuando califican los exámenes.

Criterio: Según la finalidad

Pregunta orientadora: ¿Para qué evaluar?

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Para diagnosticar:</p> <p>D1: “para saber qué dificultades tiene el estudiante antes de estudiar el tema”</p> <p>D2: “para conocer qué tanto sabe el estudiante”</p> <p>D3: “para saber qué tantos temas abordó el estudiante en el año anterior y articularlos con los temas a estudiar”</p>	<p>Para diagnosticar:</p> <p>D1: “para conocer qué saben los l estudiantes sobre el tema”</p> <p>D2: “para determinar cuáles temas son conocidos desde años anteriores por los estudiantes y así sé a qué darle prioridad”</p>	<p>Para diagnosticar:</p> <p>D1: “para saber si los estudiantes presentan dificultades sobre los temas que se van a estudiar”</p> <p>D2: “para saber si en otros grados tocaron temas similares que les ayuden a entender los temas nuevos”</p>
<p>Para formar:</p> <p>D1: “para conocer las formas de aprendizaje de los estudiantes”</p> <p>D2: “para apoyar a los estudiantes en el éxito en el desarrollo de las actividades”</p>	<p>Para formar:</p> <p>D1: “para evaluar las actividades propuesta con el fin de mejorarlas para motivar un mejor aprendizaje en los estudiantes”</p> <p>D2: “para ayudar a que los resuelvan adecuadamente los ejercicios y tareas y superen sus dificultades”</p>	<p>Para formar:</p> <p>D1: “para que los estudiantes puedan desarrollar un mejor aprendizaje durante las clases”</p>
<p>Para alcanzar desempeños:</p> <p>D1: “para calificar y dar reporte de los resultados a los padres de familia”</p> <p>D2: “para preparar las clases de otros temas”</p>	<p>Para alcanzar desempeños:</p> <p>D1: “para conocer los desempeños logrados por los estudiantes”</p>	<p>Para alcanzar desempeños:</p> <p>D1: “para conocer qué tanto aprendieron los estudiantes”</p> <p>D2: “para preparar las clases de otros temas”</p>

Se puede inferir que los profesores identifican los momentos de evaluación inicial, proceso y final. Tienen en cuenta la evaluación diagnóstica como lo que sabe el alumnado y cuál es el desarrollo de sus capacidades para iniciar la enseñanza de la función lineal.

La evaluación formativa es descrita por los profesores como las actividades que desarrollan durante clase, entre las que se incluye revisar los ejercicios matemáticos resueltos para detectar en los estudiantes tanto las dificultades como los aspectos que les resultan más fáciles y los estilos específicos para aprender.

En la evaluación sumativa muestra una generalidad en los tres profesores y es que esta se considera como la evaluación final de cada tema, en el caso de la función lineal, esta evaluación permite detectar si el estudiante ha aprendido y si se han logrado las intenciones educativas planteadas.

Criterio: Según la extensión

Pregunta orientadora: ¿Qué dimensiones evaluar?

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Global:</p> <p>No hay argumentos para este ítem.</p>	<p>Global:</p> <p>D1: “yo trato de evaluar las tres dimensiones: lo conceptual, lo procedimental y lo actitudinal “</p>	<p>Global:</p> <p>D1: “se evalúa comportamiento, participación y evaluación”</p>
<p>Parcial:</p>		

D1: "evalúo que el estudiante sepa graficar la función lineal, registrar información en tablas, halle la pendiente de la recta y sus intersecciones".

D2: "evalúo especialmente los procesos cognitivos del estudiante"

D3: "evalúo lo conceptual y lo procedimental"

Parcial:

D1: "me fijo en especial en que los estudiantes aprendan a graficar y sean capaces de hallar las pendientes de las rectas"

Parcial:

D1: "que manejen todo el tema de función lineal con intercepto, pendientes"

D2: "que sepan cómo aplicarlo a la vida real"

Se logra identificar que los profesores tienen poco claro el concepto de evaluación según la extensión. Según los discursos se puede inferir que las dimensiones se evalúan de forma parcial, pues está dirigida a determinar la eficiencia y calidad de cómo comprenden los estudiantes la función lineal y sus aplicaciones. Aunque dos de los profesores dan un espacio para una evaluación actitudinal, participación y comportamiento, en sus respuestas, se puede relacionar levemente con una evaluación global.

Criterio: Según el origen de sus agentes

Pregunta orientadora: ¿Quién evalúa?

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Autoevaluación:</p> <p>D1: "los estudiantes expresan cómo se sintieron en la clase y si aprendieron o no"</p> <p>D2: "los estudiantes expresan si entienden la clase y los talleres"</p> <p>Coevaluación:</p> <p>No se asocia ningún argumento a este ítem</p> <p>Heteroevaluación:</p> <p>D1: "yo como profesor soy quien evalúa lo aprendido a través de pruebas escritas"</p>	<p>Autoevaluación:</p> <p>D1: "yo les pregunto a los estudiantes si entendieron, si aprendieron, si pudieron hacer los ejercicios"</p> <p>Coevaluación:</p> <p>No se asocia ningún argumento a este ítem</p> <p>Heteroevaluación:</p> <p>D1: "yo califico pruebas escritas y orales"</p>	<p>Autoevaluación:</p> <p>D1: "los estudiantes me dicen cómo se sintieron en la clase, cuando les gusta o cuando no entienden algún tema"</p> <p>Coevaluación:</p> <p>No se asocia ningún argumento a este ítem</p> <p>Heteroevaluación:</p> <p>D1: "normalmente, las notas salen de las evaluaciones escritas y pasadas al tablero que yo propongo"</p>

En cuanto a la *autoevaluación*, los profesores no le dan la importancia correspondiente, puesto que solo se da la oportunidad al estudiante de que exprese su comodidad con respecto a la clase y al tema que están desarrollando, en este caso función lineal, mas no expresa la importancia de que el estudiante determine qué aprendizaje desea valorar en sí mismo, cómo hacerlo y cómo esta práctica puede contribuir en el mejoramiento de sus propios procesos de aprendizaje.

Por otro lado, los profesores refieren mayor claridad y uso de la *heteroevaluación*, esta forma es la que relacionan en su forma de evaluar, dentro de sus sesiones de clase.

Finalmente, según lo hallado en los discursos de los docentes, la *coevaluación* no está presente en ningún momento.

Criterio: Según su normotipo

Pregunta orientadora: ¿Qué tipo de referente?

Profesor uno	Profesor dos	Profesor tres
<p>Normativo:</p> <p>D1: “<i>número de participaciones en clase para asignar la nota</i>”</p> <p>D2: “<i>también se tienen en cuenta para la nota el número de aciertos en los talleres</i>”</p> <p>Criterial:</p> <p>D1: “<i>la IE define los indicadores de logro que se deben asumir en el desarrollo de la clase para calificar a los estudiantes</i>”.</p> <p>D2: “<i>la forma de solucionar los talleres se tiene en cuenta para la nota</i>”</p> <p>D3: “<i>se evalúa de manera individual</i>”</p>	<p>Normativo:</p> <p>D1: “<i>cuando reviso los cuadernos, reviso los resultados de los ejercicios para saber si los hicieron bien o no</i>”</p> <p>Criterial:</p> <p>D1: “<i>la participación en clase se tiene en cuenta para la nota</i>”</p> <p>D2: “<i>el comportamiento en clase se tiene en cuenta para la nota</i>”</p> <p>D3: “<i>se evalúa con pruebas escritas o de manera oral</i>”</p>	<p>Normativo:</p> <p>D1: “<i>califico los talleres, de acuerdo con el número de respuestas acertadas</i>”</p> <p>Criterial:</p> <p>D1: “<i>Por medio de simulacros de las pruebas de estado</i>”</p> <p>D2: “<i>la solución de los talleres se tiene en cuenta para la nota</i>”</p>

Se puede evidenciar que los profesores tienen un leve manejo de la *evaluación normativa*, puesto que se revisa el número de participaciones en clase para asignar la nota, pues pretende determinar en qué posición se encuentra el estudiante con respecto al grupo; en este caso las normas de valoración están en función directa de lo que el conjunto de estudiantes realiza. De igual forma ocurre con relación a la suma de aciertos en talleres y ejercicios, para sacar una nota.

Igualmente, en el discurso, los profesores refieren el uso continuo de la *evaluación Criterial*, ya que toman en cuenta criterios e indicadores concretos, claros y prefijados, los cuales permiten valorar en forma homogénea a los estudiantes y determinar el grado de dominio de la función lineal.

Fuente: Elaboración propia

La información obtenida en las entrevistas, permitió identificar las siguientes características asociadas a las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas desde sus discursos.

Tabla 10.

Caracterización de las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas desde sus discursos

Tipos de evaluación	Caracterización de las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas
Según el momento	<p>Al inicio:</p> <p>En un numeral anterior se registró la caracterización de las prácticas evaluativas del profesor desde las observaciones de sesiones de clase, se identificó que en la planeación y desarrollo de las clases la evaluación no es ampliamente considerada, sin embargo, en este apartado, el referido a los discursos de los profesores, sí se expresó la importancia de pensar la evaluación antes del desarrollo de la clase, de lo que se puede inferir que los profesores son conscientes del papel de la evaluación en las prácticas de aula. Al respecto (Zabala, 1995) manifiesta que la evaluación no puede ser estática, debe ser un proceso, donde su primera fase es la evaluación inicial.</p> <p>De manera específica, los profesores consideraron que la <i>evaluación inicial</i> es importante tanto en la sesión de apertura al tema como durante las sesiones de desarrollo de la temática, para conocer qué tanto saben los estudiantes del tema y así articular los conocimientos que se esperan generen en las diferentes sesiones de clase. Los profesores reconocen que se debe realizar una <i>evaluación inicial</i> que permita identificar los conocimientos previos de los estudiantes y articularlos con los conocimientos que se espera que aprendan, además la <i>evaluación inicial</i> aporta información para preparar la clase con el fin de promover aprendizajes significativos.</p> <p>Sin embargo, los resultados obtenidos en la observación de clase no son coherentes con los obtenidos en los discursos de los profesores, lo que evidencia una distancia entre lo que considera el profesor y lo que sucede en realidad en el aula. Aunque los profesores reconocen la importancia de la evaluación y en el caso de la <i>evaluación inicial</i>, la consideran una fuente de información importante para sustentar las prácticas de enseñanza y promover el aprendizaje en los estudiantes, en la gestión de la clase esta evaluación no tuvo el rol que se esperaba.</p> <p>Durante:</p> <p>Al preguntar a los profesores respecto a cuándo evaluar, donde Bordas y Cabrera (2001) manifiestan que la evaluación como proceso es la valoración por medio de recogida continua y sistemática de datos durante y al finalizar cada estrategia el aprendizaje, por lo tanto, se identificó que los profesores consideran que durante el desarrollo de la clase se debe evaluar cuando los estudiantes desarrollan las actividades de clase, cuando pasan al tablero y cuando realizan preguntas. Dentro de las actividades seleccionadas se nota una inclinación hacia actuaciones de tipo individual, con ausencia de actuaciones colectivas. Lo anterior llama la atención dado que deja transparente en la evaluación la participación del otro, en el que la negociación de saberes cobra relevancia en términos de construcción de significados.</p> <p>Igualmente, llama la atención la no existencia de coherencia frente a los resultados obtenidos en la observación de clase, en la que se mostró tendencia hacia la <i>evaluación final</i>, con casi nula participación de la <i>evaluación como proceso</i>. Una vez más se evidencia la distancia frente a los discursos de los profesores y sus actuaciones en el aula de clase.</p>

Al finalizar:

En forma contraria a los resultados anteriores, en lo referente al cierre de la clase se notó coherencia con los resultados logrados en la observación. En este momento de la clase, tanto en los discursos como en las observaciones se identificó que los profesores se inclinan por la *evaluación final*, realizada a través de pruebas escritas. Los profesores coinciden en considerar esta evaluación como la fuente de información para conocer los desempeños de los estudiantes. Al respecto Castillo y Cabrerizo (2010) señalan *“la evaluación final consiste en una reflexión, después del proceso, para recapitular acerca de lo conseguido y lo que ha quedado pendiente”*

Diagnóstica:

La etapa inicial del proceso siempre debe iniciar con la fase diagnóstica, según Dochy (1995), este tipo de evaluación sirve para evaluar las características de los estudiantes para el proceso de enseñanza, puesto que esta permite conocer la situación actual del estudiante y determinar la ruta de trabajo del docente. Conocer las dificultades que tiene el estudiante antes de estudiar el tema, el conocimiento que tiene del mismo, así como saber cuáles fueron los temas abordados en el año anterior, permite al profesor generar una articulación con los temas a estudiar y preparar sus clases sobre unas bases claras.

Pese a la importancia de ello, se observa que los profesores no reconocen la evaluación como un diagnóstico, si no para saber qué falencias tiene el estudiante para desarrollar un conocimiento integral, razón por la cual los profesores no identifican la evaluación como formativa, diagnóstica, indicando que su limitante siempre es la función sumativa.

En conclusión, se evidencia que los profesores no aplican en las etapas del proceso el diagnóstico. Esta fase no es tomada en cuenta, simplemente suponen que el estudiante ya posee los conocimientos suficientes frente al tema.

Formativa:

Los profesores evalúan para identificar el conocimiento del estudiante, en este caso respecto a función lineal, pero esta evaluación se efectúa al final de exponer el tema, lo cual no permite que el profesor reconozca en esta evaluación una función formativa, sino solo para calificar, lo que impide que los estudiantes entiendan de que le sirve este conocimiento.

Dentro de los estilos de evaluación, algunos manifiestan que utiliza los recursos tecnológicos, y le interesa que el estudiante sepa para qué estudio el tema de función lineal y para qué se evalúa. Al respecto (Talanquera, 2015) da el reconocimiento de la importancia de involucrar a los estudiantes de manera activa en el proceso de aprendizaje ha motivado múltiples trabajos y discusiones sobre el tipo de modelos y estrategias de enseñanza que los profesores deben implementar en el aula

Sumativa:

Por su parte dentro del estándar de desempeño la evaluación busca calificar y dar reporte de los resultados a los padres de familia, conocer los desempeños logrados por los estudiantes y permitirle al profesor preparar las clases de otros temas.

Pese a ello, como se mencionó anteriormente la evaluación solo es tomada en cuenta para revisar el avance que tiene el estudiante respecto al tema, como el componente individual, trabajo en equipo, ético, y manejo del conocimiento; igualmente, sus principales formas de evaluar, va encaminado a tener buenos resultado en las pruebas estandarizadas. Al respecto, la evaluación sumativa es la que predomina y utilizan los profesores desde conocimientos, tareas y cursos.

**Según la
finalidad**

<p>Según la extensión</p>	<p>Global:</p> <p>Según Castillo y Cabrerizo (2010), la evaluación global abarca todas las dimensiones de los estudiantes, donde interactúan entre sí algún cambio puede tener impacto entre sí. Los tres profesores pretendieron evaluar las tres dimensiones (conceptual, procedimental y actitudinal) de los estudiantes, sin embargo, se evidencia una tendencia a evaluar especialmente los procesos cognitivos.</p> <p>Igualmente, los educadores manifiestan que la mayoría de los contenidos temáticos se pueden evaluar de manera global, evaluando principalmente el carácter contextual de las matemáticas, es decir, su inmersión en la vida diaria y común.</p> <p>Parcial:</p> <p>Según Castillo y Cabrerizo (2010), la evaluación parcial como los componentes de la materia respecto a la evaluación del aprendizaje. Los profesores refieren evaluar específicamente que el estudiante logre graficar correctamente la función lineal, registrar adecuadamente la información en tablas y, por último, posea conocimientos sobre la pendiente de la recta y sus intercepto, esto puede considerarse una <i>evaluación parcial</i>, en tanto que se evalúan únicamente determinados componentes del tema en concreto. Puede considerarse que esta forma de evaluar se enmarca dentro de la forma tradicional, puesto que es efectuada de manera individual y concreta respecto al tema de función lineal.</p>
<p>Según el origen de sus agentes</p>	<p>Autoevaluación:</p> <p>Pese a que los profesores dan la oportunidad a los estudiantes de que expresen cómo se sintieron en la clase, si hubo claridad en los temas expuestos, si la complejidad de los talleres era la adecuada y si el tema logró comprenderse, se puede inferir que los educandos no reconocen y mucho menos emplean el proceso de autoevaluación. Aunque (Lopez, 2009) manifiesta que el profesor necesita una formación especializada para juzgar el desempeño cognoscitivo, se igual forma la auto evaluación se debe requerir como un proceso de aprendizaje, que el estudiante comprenda que se espera de el mismo.</p> <p>Coevaluación:</p> <p>Dentro de este ítem no se asocia ningún argumento. Los profesores no realizan ninguna actividad que pueda reconocerse como coevaluación, ni expresan ninguna relación con esta. Entendiendo esta, según Castillo y Cabrerizo (2010) como la evaluación en la que grupo se evalúa mutuamente.</p> <p>Heteroevaluación:</p> <p>Según (Milan, 2003) la heteroevaluación es esencialmente una evaluación externa centrada en los sujetos que intervienen en el proceso, la misma posee un carácter individual, materializado cuando cada individuo, en correspondencia con su patrón de resultados, evalúa al resto de los participantes. Es válido afirmar que los profesores realizan las evaluaciones a los estudiantes según lo aprendido a través de pruebas escritas; cada tema es evaluado de forma tradicional, en la que el principal agente de la evaluación es el docente. Aunque también los profesores reconocen que hay entes externos que intervienen en la evaluación, por tanto, hacen uso de simulacros de pruebas estandarizadas como una forma de entrenamiento para los estudiantes.</p>

**Según el
normotipo**

Normativo:

En este ítem se afirma que algunos profesores se rigen por normas de clase tradicionales, lo cual impide el uso del celular, medios tecnológicos o alguna herramienta similar. Por otro lado, se busca identificar el número de respuestas acertadas en el taller, participaciones en clase y el número de revisados acertados en el cuaderno, para asignar la nota.

Criterial:

De acuerdo con los tres profesores entrevistados, desde la planeación se definen los indicadores de logro que se deben asumir en el desarrollo de la clase para calificar a los estudiantes, los cuales deben estar presentes en la solución de los talleres, el comportamiento y la participación en clase para calificar, sin embargo, esto no es muy evidente en la práctica. Es decir que, a pesar de que se cuenta con unos criterios de evaluación aportados por los indicadores de logro, estos no son realmente evaluados en las actividades propuestas.

Por otra parte, algunos profesores hacen uso de herramientas tecnológicas las cuales son tomadas en cuenta para la evaluación, como es el caso de aplicaciones de graficadores como el GeoGebra. No obstante, el tipo de prueba más implementada es de forma escrita, esta se evalúa de manera individual o en mesas de trabajo o equipos de estudiantes. Las evaluaciones pueden ser también de tipo prueba Saber, de esta manera se afianzar el conocimiento, igualmente es posible que se realicen pruebas orales. Pero pese a la variedad de las formas de evaluación, los criterios (indicadores de logro) están prácticamente ausentes al momento de evaluar.

En el Ministerio de Educación de Chile (2009) la evaluación como norma oculta la calidad de la enseñanza aprendizaje los estudiantes no pueden controlar su nivel de logro siendo una evaluación de tipo superficial, la evaluación criterial establece objetivos claros para que el estudiante alcance el aprendizaje y permite al profesor seleccionar enseñanzas posteriores.

Fuente: Elaboración propia

7.1.3. Caracterización de las prácticas evaluativas de profesores de matemáticas desde los instrumentos de evaluación.

Para el desarrollo de esta actividad se analizaron los instrumentos de evaluación asociados a la función lineal que diseñaron y gestionaron en el aula los profesores de matemáticas.

Tomando como referente el modelo curricular de análisis didáctico, particularmente el referido al análisis de contenido, que incorpora los organizadores curriculares, estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología, se identificaron las capacidades desde el saber, el saber

hacer y el saber ser; así como las prácticas matemáticas que se espera que alcancen y realicen los estudiantes cuando aprenden la función lineal.

Este referente permitió contar con información para abordar la cuestión ¿Qué dimensiones evaluar de la función lineal?, sugeridas por Zambrano (2014) en su tipología de prácticas evaluativas.

En las siguientes tablas se registra la información obtenida al análisis de los instrumentos usados por los profesores en sus prácticas evaluativas.

Tabla 11.

Análisis de instrumento de evaluación - Profesor uno

Criterio: Según la extensión	
Pregunta orientadora: ¿Qué dimensiones evaluar?	
Categorías de análisis (Capacidades matemáticas)	Descripción de prácticas matemáticas
Capacidades desde el saber	
C1: Identifica una función lineal en su representación tabular.	<p>Aunque en el instrumento diseñado por el profesor no se plantea de manera explícita esta categoría, se hace necesario analizar la solución de las actividades 23 a 31 donde se solicita:</p> <p><i>Escriba cada ecuación en la forma pendiente-ordenada al origen; señale la pendiente y la ordenado al origen. Y GRAFICAR</i></p> <p>23. $3x + y = 4$ 24. $2x - y = 5$ 25. $6x - 3y = 1$ 26. $4x + 2y = 10$ 27. $3y - 5 = 0$ 28. $x = \frac{3}{2}y + 3$ 29. $4x - 3y - 7 = 0$ 30. $5x - 2y + 10 = 0$ 31. $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 1$</p> <p>Puede suceder que el estudiante al resolver estas actividades, lo haga construyendo la tabla o simplemente, utilizando dos valores para X.</p>
C2: Identifica una función lineal en su representación gráfica.	<p>La evaluación no incorpora esta capacidad, dado que solamente solicita graficar sin que el estudiante la identifique una función lineal que ha sido representada gráficamente.</p>
C3: Identifica una función lineal en su representación algebraica o simbólica.	<p>El instrumento de evaluación registra una tendencia del tratamiento de la ecuación de la recta desde su representación simbólica en su forma estándar: punto-pendiente y pendiente ordenada, pero sin asociar esta representación a la función lineal. Como se evidencia en los siguientes ejercicios:</p> <p><i>Escriba la ecuación de la recta con la pendiente m y la ordenada al origen b, dadas.</i></p> <p>1. $m = 2, b = 3$ 2. $m = -2, b = 1$ 3. $m = 1, b = 1$ 4. $m = -1, b = 2$ 5. $m = 0, b = 5$ 6. $m = 0, b = -5$ 7. $m = \frac{1}{2}, b = 3$ 8. $m = -\frac{1}{2}, b = 2$ 9. $m = \frac{1}{4}, b = -2$</p>

<p>C4: Hace conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.</p>	<p>Buena parte del instrumento exige trabajar la ecuación de la recta, pero solamente se desarrollan prácticas matemáticas asociadas a la representación simbólica de la recta en diferentes formas (ecuación estándar, punto-pendiente y pendiente-ordenada), como la siguiente pregunta:</p> <p>22. (a) Encuentre la pendiente de la recta determinada por los puntos A (-3, 5) y B (l, 7), y escriba su ecuación en la forma punto-pendiente, usando las coordenadas de A.</p> <p>Como ya se manifestó, no se establece relaciones con la función lineal y sus diferentes formas de representación.</p>
<p>C5: Hace la gráfica de una función lineal.</p>	<p>En los puntos del 23 al 31 del instrumento diseñado por el profesor se solicita graficar (9 gráficas):</p> <p><i>Escriba cada ecuación en la forma pendiente-ordenada al origen; señale la pendiente y la ordenado al origen. Y GRAFICAR</i></p> <p>23. $3x + y = 4$ 24. $2x - y = 5$ 25. $6x - 3y = 1$ 26. $4x + 2y = 10$ 27. $3y - 5 = 0$ 28. $x = \frac{3}{2}y + 3$ 29. $4x - 3y - 7 = 0$ 30. $5x - 2y + 10 = 0$ 31. $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 1$</p> <p>Pero no establece relaciones entre esta representación y la función lineal. Con uno o dos de estos ejercicios el profesor podría identificar si el estudiante ha desarrollado las capacidades que hacen parte de las expectativas de aprendizaje.</p> <p>Incluso, aceptando que entre las expectativas de aprendizaje tenidas en cuenta en el diseño de la prueba se hayan centrado en la ecuación de la recta, la característica de la prueba evidencia que le interés es solamente evidenciar el desarrollo de prácticas matemáticas rutinarias de graficación y no de comprensión de conceptos y procedimientos en contextos particulares.</p>
<p>C6: Identifica la variable independiente y la variable dependiente en una función lineal.</p>	<p>Esta categoría se evidencia en el instrumento de evaluación # 1, en los puntos del 23 al 31:</p> <p><i>Escriba cada ecuación en la forma pendiente-ordenada al origen; señale la pendiente y la ordenado al origen. Y GRAFICAR</i></p> <p>23. $3x + y = 4$ 24. $2x - y = 5$ 25. $6x - 3y = 1$ 26. $4x + 2y = 10$ 27. $3y - 5 = 0$ 28. $x = \frac{3}{2}y + 3$ 29. $4x - 3y - 7 = 0$ 30. $5x - 2y + 10 = 0$ 31. $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 1$</p> <p>Aunque no es evidente de forma explícita, se hace necesario que el estudiante desarrolle estas capacidades antes de realizar el ejercicio de graficar.</p>
<p>C7: Identifica el dominio, el codominio y el rango de una función lineal.</p>	<p>La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1</p>
<p>C8: Explica por qué el codominio y el rango de una función lineal es el mismo.</p>	<p>La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1</p>
<p>C9: Argumenta la relación entre una función lineal y la</p>	<p>La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1</p>

proporcionalidad entre dos magnitudes.

C10: Halla el valor de la pendiente en una función lineal.

La categoría se evidencia en el instrumento de evaluación # 1, explícitamente en los puntos del 23 al 31:

Escriba cada ecuación en la forma pendiente-ordenada al origen; señale la pendiente y la ordenada al origen. Y GRAFICAR

23. $3x + y = 4$ 24. $2x - y = 5$ 25. $6x - 3y = 1$ 26. $4x + 2y = 10$
27. $3y - 5 = 0$ 28. $x = \frac{3}{2}y + 3$ 29. $4x - 3y - 7 = 0$ 30. $5x - 2y + 10 = 0$
31. $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 1$

Igualmente, de forma implícita en los puntos del 32 al 40 se hace necesario que para encontrar la ecuación de la función el estudiante debe encontrar el valor de la pendiente:

Escriba la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos dados,

32. $(-1, 2), (2, -1)$ 33. $(2, 3), (3, 2)$ 34. $(1, 1), (-1, -1)$ 35. $(3, 0), (0, -3)$
36. $(3, -4), (0, 0)$ 37. $(-1, -13), (-8, 1)$ 38. $(\frac{1}{2}, 7), (-4, -\frac{3}{2})$ 39. $(10, 27), (12, 27)$
40. $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2}), (-3\sqrt{2}, -10\sqrt{2})$

C11: Explica el significado de una pendiente negativa en una función lineal.

La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1

C12: Explica el crecimiento o decrecimiento en una función lineal.

La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1

C13: Explica la incidencia en la gráfica de una función lineal cuando se suma o resta una cantidad cualquiera.

La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1

C14: Extrapola valores en la gráfica de una función lineal.

La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1

Capacidades desde el saber hacer

C1: Identifica y expresa en lenguaje natural situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con funciones lineales.

La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1

C2: Grafica funciones utilizando recursos tecnológicos como computador (Geogebra, Derive, etc.) o su celular (aplicaciones como Malmath, Grapher Math Draw, Algeo, etc.).


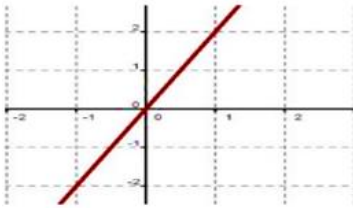
La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1

C3: Modela situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1
C4: Explica el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1
C5: Resuelve problemas relativos a funciones lineales.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1
C6: Crea problemas que se puedan modelar mediante funciones lineales.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1
C7: Predice resultados en situaciones que se comporten como una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1
Capacidades desde el saber ser	
C1: Aporto ideas al trabajo en equipo.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1
C2: Apoyo a los compañeros que presentan alguna dificultad en algún tema.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1
C3: Me apoyo en los compañeros para aclarar mis dudas.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 1
C4: Me esfuerzo por realizar todas las actividades propuestas.	La categoría se podría evidenciar en el instrumento de evaluación # 1, ya que se espera que el estudiante realice oportunamente todas las actividades.
C5: Consulto por mi propia cuenta lo que se me dificulta y practico en casa.	La categoría se podría evidenciar en el instrumento de evaluación # 1, puesto que parte de las actividades quedan como trabajo independiente para fuera del aula.
C6: Me esfuerzo por realizar mis trabajos con calidad.	La categoría se podría evidenciar en el instrumento de evaluación # 1, ya que se espera que el estudiante se esfuerza por realizar apropiadamente las actividades.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12.

Análisis de instrumento de evaluación - Profesor dos

Criterio: Según la extensión	
Pregunta orientadora: ¿Qué dimensiones evaluar?	
Categorías de análisis (Capacidades matemáticas)	Descripción de prácticas matemáticas
Capacidades desde el saber	
C1: Identifica una función lineal en su representación tabular.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2. En ninguna de sus preguntas asocia la tabulación, todas son de selección múltiple y en ninguna se utiliza este método de tabulación para resolver algunas de ellas .
C2: Identifica una función lineal en su representación gráfica.	<p>La evaluación incorpora esta capacidad en dos preguntas:</p> <p>1. <i>Las funciones cuyas gráficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas reciben el nombre:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <i>Función a fines</i> <i>Función constantes</i> <i>Funciones lineales</i> <i>Funciones cuadráticas</i> <p>6. <i>La gráfica de la imagen:</i></p>  <ol style="list-style-type: none"> <i>No representa una función.</i> <i>Es una función constante.</i> <i>No está definida para valores negativos.</i> <i>La variable independiente no aparece.</i> <p>7. <i>La función representada en la imagen:</i></p>  <ol style="list-style-type: none"> <i>Es una función afín.</i> <i>Es una función constante.</i> <i>Es una función lineal.</i> <i>Es una función cuadrática.</i> <p>Como se evidencia, aunque se trata de preguntas de selección múltiple, se puede inferir que se identifica una función lineal en su representación gráfica, cada una de esas preguntas asocia una gráfica con el concepto de función lineal.</p>
C3: Identifica una función lineal en su	El instrumento de evaluación permite evidenciar esta capacidad en las siguientes preguntas:

representación algebraica o simbólica.	<p>3. La función lineal que pasa por el punto (3,6) tiene como expresión:</p> <p>a. $Y=3x+6$ b. $Y=6x-3$ c. $Y=2x$ d. $Y=2x+1$</p>
	<p>12. La pendiente de la recta de la ecuación $4x + 2y + 6 = 0$:</p> <p>a. -2 b. 2 c. 4 d. 3</p>
	<p>13. Por enviar un telegrama nos cobran 5 euros más 50 céntimos por palabra, la función que nos relaciona el número de palabras que mandamos y el coste del mensaje es:</p> <p>a. $Y=50+5x$ b. $Y=5+50x$ c. $Y=5+0.50x$ d. $Y=5-50x$</p>
	<p>Igualmente, el instrumento de evaluación incorpora esta capacidad levemente en la pregunta número 10. El escolar debe identificar la representación gráfica de función lineal para identificar la recta $x=3$, y saber a cuál se refiere:</p>
	<p>10. La recta de ecuación $x=3$ corresponde a:</p> <p>a. Una función constante b. Una función lineal c. No corresponde a una función d. Función cuadrática</p>
	<p>Como se puede apreciar, estas son las preguntas permite evidenciar una función lineal en su representación algebraica o simbólica, pues en el punto 3 y 13 desde el punto se puede encontrar de forma algebraica. En lo puntos 12 y 10 sus elementos en su representación simbólica.</p>
C4: Hace conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.	De manera general, se puede evidenciar que en el instrumento se evalúa todas sus formas de representación de la función lineal, pero queda muy limitada por el hecho de ser solo preguntas con única respuesta.
C5: Hace la gráfica de una función lineal.	En el instrumento no se evidencia donde el estudiante tenga que tabular, o ingeniar la forma de hacer la gráfica de una función lineal, en vista que el examen es solo de preguntas de selección múltiple, se limita al escolar es su forma argumentativa y crítica respecto a función lineal, limitándose únicamente a responder una única respuesta sin poder dar algún argumento al respecto, por tal razones que no permite que el estudiante demuestre su capacidad de hacer la gráfica de una función lineal.
C6: Identifica la variable independiente y la variable dependiente en una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C7: Identifica el dominio, el codominio y el rango de una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C8: Explica por qué el codominio y el rango de	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2

una función lineal es el mismo.

C9: Argumenta la relación entre una función lineal y la proporcionalidad entre dos magnitudes.

La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2, sin embargo, se puede establecer una relación entre pendientes en la pregunta número 5:

- 5.** *Dos funciones tienen graficas representadas por líneas paralelas cuando:*
- a. *Tienen la misma pendiente*
 - b. *Tienen la misma ordenada en el origen*
 - c. *Cortan el eje x en el mismo punto*
 - d. *Son contantes*

Por otra parte, en la pregunta dos, se establece la relación de la proporcionalidad:

- 2.** *La función de proporcionalidad directa recibe el nombre de*
- a. *Función afín*
 - b. *Función lineal*
 - c. *Función proposicional*
 - d. *Función inversa*

C10: Halla el valor de la pendiente en una función lineal.

La categoría propuesta para esta capacidad se evidencia en el instrumento de evaluación #2, en el punto 12, de manera explícita se solicita encontrar la pendiente de una función.

- 12.** *La pendiente de la recta de la ecuación $4x + 2y + 6 = 0$:*
- a. *-2*
 - b. *2*
 - c. *4*
 - d. *3*

C11: Explica el significado de una pendiente negativa en una función lineal.

La categoría se evidencia en el instrumento de evaluación # 2, en el punto 4 de forma implícita:

- 4.** *Si la pendiente de una función lineal es positiva:*
- a. *Creciente*
 - b. *Decreciente*
 - c. *Constante*
 - d. *Máxima*

De acuerdo con la pregunta planteada, si el estudiante sabe qué ocurre con la función lineal cuando la pendiente es positiva, de igual forma sabrá qué ocurre cuando la pendiente es negativa.

C12: Explica el crecimiento o decrecimiento en una función lineal.

La categoría propuesta para esta capacidad se evidencia en el instrumento de evaluación #2, en el punto 9 de forma implícita:

- 9.** *La función que pasa por los puntos (2,5) y (1,-7) es:*
- a. *Creciente*
 - b. *Decreciente*
 - c. *Constante*
 - d. *Paralela*
-

	Aunque la pregunta es de selección múltiple, se presume que si el estudiante contesta acertadamente es capaz de explicar el comportamiento de la función a partir de la gráfica.
C13: Explica la incidencia en la gráfica de una función lineal cuando se suma o resta una cantidad cualquiera.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C14: Extrapola valores en la gráfica de una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
Capacidades desde el saber hacer	
C1: Identifica y expresa en lenguaje natural situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con funciones lineales.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C2: Grafica funciones utilizando recursos tecnológicos la plataforma Excel	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C3: Modela situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal.	<p>La categoría se evidencia en el instrumento de evaluación # 2, en el punto 13,</p> <p>13. <i>Por enviar un telegrama nos cobran 5 euros más 5 centésimos por palabra, la función que nos relaciona el número de palabras que mandamos y el coste del mensaje es:</i></p> <p>a. $Y=50+5x$ b. $Y=5+50x$ c. $Y=5+0.50x$ d. $Y=5-50x$</p> <p>Este ejercicio se acerca al modelamiento de situaciones de la vida cotidiana, sin embargo el ejercicio está fuera de contexto porque se refiere al uso de telegrama y de euros, los cuales no hacen parte del contexto inmediato de los estudiantes.</p>
C4: Explica el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C5: Resuelve problemas relativos a funciones lineales.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C6: Crea problemas que se puedan modelar mediante funciones lineales.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C7: Predice resultados en situaciones que se comporten como una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
Capacidades desde el saber ser	

C1: Aporto ideas al trabajo en equipo.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C2: Apoyo a los compañeros que presentan alguna dificultad en algún tema.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C3: Me apoyo en los compañeros para aclarar mis dudas.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 2
C4: Me esfuerzo por realizar todas las actividades propuestas.	La categoría se podría evidenciar en el instrumento de evaluación # 2, debido a que se espera que el estudiante realice oportunamente todas las actividades
C5: Consulto por mi propia cuenta lo que se me dificulta y practico en casa.	La categoría se podría evidenciar en el instrumento de evaluación # 2, si parte de las actividades quedaran como trabajo independiente fuera del aula.
C6: Me esfuerzo por realizar mis trabajos con calidad.	La categoría se podría evidenciar en el instrumento de evaluación # 2, si el estudiante se esfuerza por realizar apropiadamente las actividades

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13.

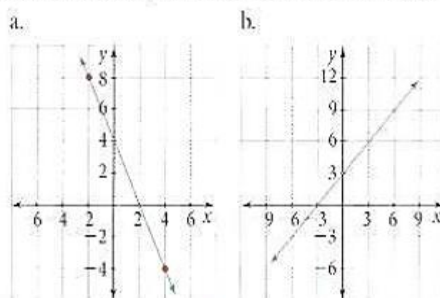
Análisis del instrumento de evaluación - Profesor tres

Criterio: Según la extensión	
Pregunta orientadora: ¿Qué dimensiones evaluar?	
Categorías de análisis	
(Capacidades matemáticas)	Descripción de prácticas matemáticas
Capacidades desde el saber	
C1: Identifica una función lineal en su representación tabular.	<p>La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3. Sin embargo, aunque en el instrumento diseñado por el profesor no se plantea de manera explícita esta categoría, se hace necesario analizar la solución de la actividad 4, en donde tienen que determinar la pendiente y los interceptos para después graficar:</p> <p>4. Determina la pendiente y el intercepto con la ecuación dada, traza la gráfica:</p> <p>a. $4y-10=0$ b. $X+3y=9$ c. $7x-8y=0$ d. $X=4y-6$ e. $6x=3y$ f. $X-5y+10=0$</p> <p>Se presume que, de hacer una tabla de valores para representar gráficamente la función, el estudiante identifica la función lineal en su representación tabular.</p>

C2: Identifica una función lineal en su representación gráfica.

En el instrumento de evaluación se puede observar que el punto 2 refiere de manera explícita “escribir la ecuación canónica y la ecuación general de cada recta”, se da unos ejemplos de rectas en el plano cartesiano y a partir de ahí se determina la función lineal que representa.

2. Escribe la ecuación canónica y la ecuación general de cada recta representada



Se puede inferir que para la resolución de este punto, el escolar identifica una función lineal en su representación gráfica.

C3: Identifica una función lineal en su representación algebraica o simbólica.

En todo el instrumento de evaluación se puede identificar la función lineal en su representación algebraica o simbólica.

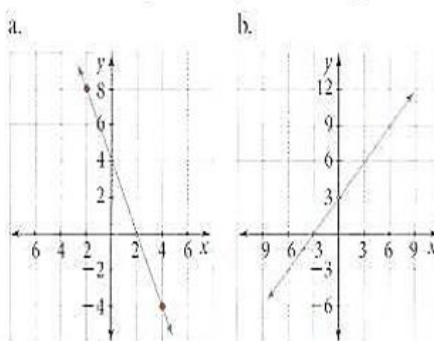
Para empezar, en el punto 1 se da la expresión algebraica y se identifica la recta:

1. Grafica de una recta que pasa punto P y tiene pendiente m escribir la ecuación canónica*

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| a. $P(2,4)$ $m=3$ | e. $P(1,7)$, $m=-1$ |
| b. $P(2,-3)$ $m=0$ | f. $P(2,5)$, $m=-3$ |
| c. $P(-3/2, 2)$ $m=-2$ | g. $P(-3,-2)$ $m=3/2$ |
| d. $P(-3,1/2)$ $m=4$ | h. $P(2,0)$ $m=-1/5$ |

De igual forma, en el punto 2 se identifica explícitamente su representación algebraica en vista que dan la recta en el plano cartesiano y toca identificar su ecuación que corresponde la función.

2. Escribe la ecuación canónica y la ecuación general de cada recta representada



En el punto 3 se dan unas pautas para identificar la función lineal en forma algebraica:

3. Escribe la ecuación general de la recta que cumple con las condiciones señaladas:

- a. La pendiente es -2 y pasa por el punto (-5,3)
- b. La pendiente es -2/3 y el intercepto y es 1
- c. La pendiente es 3 y la intercepción en x es -4/3
- d. Pasa por los puntos (-1,-6) y (3,5)
- e. Pasa por el punto (2,-5) y es paralela al eje x
- f. Pasa por le punto (3,-4) y es paralela al eje y
- g. La intercepción en x es 5 y la intercepción en y es -4
- h. Pasa por (-2,3) y pasa por el origen
- i. Pasa por el origen bisecando al ángulo de los ejes en el segundo y cuarto cuadrante

Por su parte, en el punto 4, en forma algebraica se identifica la función lineal de forma explícita, y así mismo se identifican sus partes como pendientes e intercepto:

4 Determina la pendiente y el y intercepto con la ecuación dada, traza la grafica

- a. $4y-10=0$
- b. $X+3y=9$
- c. $7x-8y=0$
- d. $X=4y-6$
- e. $6x=3y$
- f. $X-5y+10=0$

De lo anterior se puede inferir que en el instrumento de evaluación está diseñado de manera que permite evaluar la identificación de una función lineal en su representación algebraica o simbólica.

C4: Hace conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.

De manera general se puede evidenciar que en el instrumento se evalúan todas las formas de representación de la función lineal:

en forma gráfica, mediante el punto 1;

de forma punto pendiente, en el punto 2

de ecuación a gráfica, como se evidencia en el punto 4.

En el ítem anterior de puede identificar la evidencia de cada uno de los puntos.

C5: Hace la gráfica de una función lineal.

En el instrumento de evaluación #3 se identifica que en los puntos 1, 2 y 4 se plantea realizar la gráfica de la función lineal, bajo unas condiciones dadas:

En el punto 1 dan la pendiente y un punto, y deben hallar el intercepto. En el punto dos se da la gráfica y se debe identificar la función. Esto se asocia a que el escolar debe manejar bien el concepto de gráfica de función lineal. Finalmente, en el punto 4, el escolar debe trazar una gráfica a partir de una ecuación general.

Como se puede evidenciar, en esta evaluación la capacidad referida a hacer una gráfica de función lineal.

C6: Identifica la variable independiente y la variable dependiente en una función lineal.

La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3

C7: Identifica el dominio, el codominio y el rango de una función lineal.

La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3

C8: Explica por qué el codominio y el rango de una función lineal es el mismo.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C9: Argumenta la relación entre una función lineal y la proporcionalidad entre dos magnitudes.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C10: Halla el valor de la pendiente en una función lineal.	La categoría se evidencia en el instrumento de evaluación # 3, en el punto 3 de forma implícita en los ítems de la <i>d</i> a la <i>i</i> : <ul style="list-style-type: none"> d. Pasa por los puntos (-1,-6) y (3,5) e. Pasa por el punto (2,-5) y es paralela al eje x f. Pasa por le punto (3,-4) y es paralela al eje y g. La intercepción en x es 5 y la intercepción en y es -4 h. Pasa por (-2,3) y pasa por el origen i. Pasa por el origen bisecando al ángulo de los ejes en el segundo y cuarto cuadrante Igualmente en el punto 4, donde de manera explícita se solicita encontrar la pendiente de una función.
C11: Explica el significado de una pendiente negativa en una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C12: Explica el crecimiento o decrecimiento en una función lineal	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C13: Explica la incidencia en la gráfica de una función lineal cuando se suma o resta una cantidad cualquiera.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C14: Extrapola valores en la gráfica de una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
Capacidades desde el saber hacer	
C1: Identifica y expresa en lenguaje natural situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con funciones lineales	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C2: Grafica funciones utilizando recursos tecnológicos como plataforma Excel.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C3: Modela situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C4: Explica el significado de la	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3

proporcionalidad en una situación cotidiana.	
C5: Resuelve problemas relativos a funciones lineales.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C6: Crea problemas que se puedan modelar mediante funciones lineales.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C7: Predice resultados en situaciones que se comporten como una función lineal.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
Capacidades desde el saber ser	
C1: Aporto ideas al trabajo en equipo.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C2: Apoyo a los compañeros que presentan alguna dificultad en algún tema.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C3: Me apoyo en los compañeros para aclarar mis dudas.	La categoría no se evidencia en el instrumento de evaluación # 3
C4: Me esfuerzo por realizar todas las actividades propuestas.	La categoría se podría evidenciar en el instrumento de evaluación # 3, debido a que se espera que el estudiante realice oportunamente todas las actividades.
C5: Consulto por mi propia cuenta lo que se me dificulta y practico en casa.	La categoría se podría evidenciar en el instrumento de evaluación # 3, si parte de las actividades quedaran como trabajo independiente fuera del aula.
C6: Me esfuerzo por realizar mis trabajos con calidad.	La categoría se podría evidenciar en el instrumento de evaluación # 3, si el estudiante se esfuerza por realizar apropiadamente las actividades

Fuente: Elaboración propia

La información obtenida en el análisis a los instrumentos de evaluación usados por los profesores de matemáticas, permitió identificar las siguientes características asociadas a las prácticas evaluativas aplicadas en el aula de clases.

Tabla 14.

Caracterización de las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas desde los instrumentos de evaluación

Criterio: Según la extensión	
Pregunta orientadora: ¿Qué dimensiones evaluar?	
Categorías de análisis (Capacidades matemáticas)	Descripción de prácticas matemáticas
Capacidades desde el saber	
C1: Identifica una función lineal en su representación tabular.	En los instrumentos de evaluación no se evidencia una forma clara de representar la función lineal, pero se proponen unos ejercicios que requieren que los estudiantes previamente realicen una tabla de valores para representar gráficamente la función. Por tanto, puede determinarse que, aunque no aparece esta capacidad de manera explícita en los instrumentos de evaluación, se puede pensar que sí es tenida en cuenta por los docentes.
C2: Identifica una función lineal en su representación gráfica.	De forma general, los profesores incorporan en los instrumentos de evaluación la forma de identificar la función lineal en su presentación gráfica. En algunos casos de forma implícita, cuando el estudiante debe caracterizar como una función lineal que ha sido graficada, y de forma explícita cuando le piden a los estudiantes que identifiquen una función lineal con su ecuación a partir de una gráfica. Se puede determinar que esta capacidad de incorpora dentro de la actividad evaluativa.
C3: Identifica una función lineal en su representación algebraica o simbólica.	En los instrumentos de evaluación está inmersa la valoración concerniente a la forma de identificar la función lineal en su representación algebraica y simbólica, de diferentes maneras, registrando una tendencia de la ecuación de la recta de su forma estándar, pendiente –punto, y coordenada.
C4: Hace conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.	En los instrumentos de evaluación se evidencia de forma leve esta capacidad, pues plantean prácticas matemáticas asociadas a la representación simbólica de la recta de diferentes formas. En algunas ocasiones esta capacidad está muy limitada en vista de que también se utilizan preguntas de selección múltiple con única respuesta. Sin embargo, de manera general se puede evidenciar que los instrumentos evalúan la función lineal en todas sus formas de representación.
C5: Hace la gráfica de una función lineal.	Los instrumentos de evaluación en este ítem no son homogéneos: El instrumento diseñado por el profesor uno solicita graficar, sin embargo, las características de la prueba dan a entender que lo importante es el desarrollo de la práctica rutinaria de graficar y no de comprender. En el profesor dos, debido a que su prueba es de selección múltiple con única respuesta, limita la posibilidad de que el estudiante argumente o demuestre la capacidad de hacer una gráfica. Por su parte, el instrumento diseñado por el profesor tres sí incorpora la realización de la gráfica de la función lineal, dando unas condiciones específicas, por lo que se puede inferir que su intención no es de carácter rutinario, e incorpora la comprensión del estudiante para realizar la representación en el plano cartesiano. De manera general podemos concluir que los profesores intentan incorporar esta capacidad dentro sus instrumentos de evaluación, lo

	hacen de distintas maneras, unos de forma leve y otros de manera más explícita.
C6: Identifica la variable independiente y la variable dependiente en una función lineal.	De forma general, en los instrumentos de evaluación no se evidencia de manera explícita que se evalúe la capacidad de identificar la variable independiente o dependiente de la función lineal, solamente se supone que el estudiante realice dicha identificación como un prerrequisito de la graficación. Se puede decir que, aunque implícita, esta capacidad no es tenida en cuenta de manera consiente en los instrumentos de evaluación.
C7: Identifica el dominio, el codominio y el rango de una función lineal.	La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.
C8: Explica por qué el codominio y el rango de una función lineal es el mismo.	La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.
C9: Argumenta la relación entre una función lineal y la proporcionalidad entre dos magnitudes.	La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación, pero en unos de ellos se establece una relación implícita cuando compara dos funciones y pregunta sobre la función de proporcionalidad directa, sin dar mayor relevancia a ello. Por tal razón, no se infiere gran relevancia a argumentar la relación entre función lineal y proporcionalidad.
C10: Halla el valor de la pendiente en una función lineal.	De manera general, esta capacidad está incluida dentro de los instrumentos de evaluación. En cada uno de ellos se evidencia que deben encontrar la pendiente de la recta, ya sea porque lo solicite el ejercicio de manera explícita o por que el estudiante deba hacerlo para encontrar la ecuación de la función.
C11: Explica el significado de una pendiente negativa en una función lineal.	De forma explícita no se evidencia esta capacidad dentro de los instrumentos de evaluación, en vista de que no se incorpora como pregunta a desarrollar. Solo en uno de los instrumentos de evaluación (el diseñado por el profesor dos) la pregunta hace referencia a la pendiente positiva, por tanto, se infiere que el escolar sabe qué ocurre cuando es negativa. Con lo anterior se puede concluir que esta capacidad no es tenida en cuenta por los profesores a la hora de hacer los instrumentos de evaluación. Destacando una leve intención de incorporarla , sin mayor profundidad, en el instrumento de evaluación dos.
C12: Explica el crecimiento o decrecimiento en una función lineal.	En los instrumentos de evaluación no está incluida la capacidad de explicar el crecimiento y decrecimiento de una función lineal, solamente se logra establecer de manera leve en el instrumento de preguntas de selección múltiple, el cual entre sus opciones de respuesta incluye que sea creciente o decreciente, pero no da la posibilidad de argumentar o explicar. Por tal razón en los instrumentos no se contempla esta capacidad como capacidad explicativa, ni se refleja la importancia de que el estudiante sepa explicar el comportamiento de la función a partir de su gráfica o ecuación.
C13: Explica la incidencia en la gráfica de una función lineal cuando se suma o resta una cantidad cualquiera.	La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C14: Extrapola valores en la gráfica de una función lineal. La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

En los instrumentos de evaluación se evidencia, de manera general, que los profesores incorporan la mayoría de las capacidades desde el saber, según (Tobon, 2006) son los conocimientos teóricos y especializados que aportan al proceso de formación conceptual acerca de la función lineal; no obstante, algunas de estas capacidades no están inmersas dentro de los instrumentos de evaluación, restándoles importancia, otras están de manera implícita, ya que se presume que el estudiante debe manejar determinada capacidad como prerrequisito para resolver la pregunta correspondiente.

Con lo anterior se destaca de manera general que los profesores incluyen en sus instrumentos de evaluación la mayoría de las capacidades de saber, mediante una evaluación escrita, tanto de pregunta abierta como de selección múltiple con única respuesta.

Capacidades desde el saber hacer

C1: Identifica y expresa en lenguaje natural situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con funciones lineales. La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C2: Grafica funciones utilizando recursos tecnológicos como computador (Geogebra, Derive, etc.) o su celular (aplicaciones como Malmath, Grapher Math Draw, Algeo, etc.). La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C3: Modela situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal. La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación, solamente en el instrumento de evaluación del profesor dos se infiere una leve intención por modelar una situación de la vida cotidiana, pero su pregunta y opciones son limitadas para abarcarlas dentro de la modelación, en vista que no puede entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas y matemáticas, además enuncia una problemática que se encuentra fuera del contexto inmediato del estudiante.
Por lo anterior, podemos manifestar que esta capacidad no está inmersa de manera adecuada en los instrumentos de evaluación.

C4: Explica el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana. La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C5: Resuelve problemas relativos a funciones lineales. La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C6: Crea problemas que se puedan modelar mediante funciones lineales. La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C7: Predice resultados en situaciones que se comporten como una función lineal

La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

Con relación a las capacidades del saber hacer (Tobon, 2006) se puede concluir que estas no se incorporan en los instrumentos de evaluación diseñados por los docentes, ya que, de manera general, no expresan lenguajes de la vida cotidiana para modelar funciones lineales ni utilizan medios tecnológicos como recursos para desarrollar en el instrumento de evaluación.

De igual forma los profesores restan importancia a incluir en los instrumentos de evaluación la forma de crear problemas y predecir los resultados en situaciones que demuestren la forma como se comporta la función lineal.

Capacidades desde el saber ser

C1: Aporto ideas al trabajo en equipo.

La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C2: Apoyo a los compañeros que presentan alguna dificultad en algún tema.

La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C3: Me apoyo en los compañeros para aclarar mis dudas.

La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C4: Me esfuerzo por realizar todas las actividades propuestas.

La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C5: Consulto por mi propia cuenta lo que se me dificulta y practico en casa.

La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

C6: Me esfuerzo por realizar mis trabajos con calidad.

La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación.

Las capacidades desde el saber ser, según Tobon (2006) se entienden como el conocimiento que tiene cada persona en cuanto a valores, virtudes, defectos y habilidades, aplicadas al conocimiento específico, en este caso, la función lineal, se identifican como nulas en los instrumentos de evaluación analizados.

Es posible inferir que los profesores no tienen en cuenta esta dimensión en sus instrumentos de evaluación, en vista de que no las consideran como capacidades importantes para la formación del mismo. No se tienen en cuenta las ideas aportadas por el estudiante para el trabajo en equipo, tampoco si ayudó a los compañeros a superar dificultades o aclarar dudas, si el escolar consultó de manera independiente sus dificultades o si sus trabajos fueron de buena calidad.

Los profesores no manifiestan interés de estos comportamientos del estudiante al momento de realizar la evaluación, en ningunos de los instrumentos se evidencia la aplicación de estos ítem.

Fuente: Elaboración propia

7.2. Identificación de buenas prácticas evaluativas desde el análisis didáctico para el aprendizaje de la función lineal

7.2.1. Buenas prácticas evaluativas desde el Análisis Didáctico.

El objetivo de la presente investigación va dirigido a promover buenas prácticas evaluativas en el área de matemáticas, especialmente referidas al contenido función lineal. Zambrano (2014) ofrece un referente para promover buenas prácticas evaluativas en el aula en general, Romero y Gómez (2015), aportan desde el análisis didáctico, información relevante de las matemáticas para promover buenas practicas evaluativas en el aula de matemáticas en particular. Desde estos referentes se registra en la tabla No. 15, las diferentes tipologías de prácticas sugeridas por Zambrano para promover buenas prácticas y las identificadas para el aula de matemáticas desde el modelo Análisis Didáctico.

Tabla 15.

Buenas prácticas evaluativas desde el Análisis Didáctico

Tipología de prácticas evaluativas	Descripción de prácticas evaluativas desde el análisis didáctico	Argumentos desde la fuente teórica
Según el momento ¿Cuándo evaluar? Inicial	Antes de cada sesión de clase, para identificar los conocimientos, capacidades y competencias matemáticas que activan los estudiantes al resolver tareas matemáticas orientadas a este fin. Esta evaluación le permite al profesor conocer las condiciones de los estudiantes frente a los objetivos de aprendizaje que se esperan alcanzar en la clase y tomar decisiones	Romero y Gómez (2015), frente a la pregunta ¿Cuándo evaluar desde el análisis didáctico?, señalan que en contexto de la evaluación tradicional primero se enseña y luego se evalúa. El análisis didáctico se inscribe en el modelo de la evaluación formativa, esta evaluación tiende, cada vez más, a difuminar los límites entre la enseñanza y evaluación, en esta

		sobre la enseñanza del contenido.	perspectiva, tanto la enseñanza como la evaluación son componentes fundamentales del currículo.
	Proceso	Durante el desarrollo de las diferentes sesiones de la clase para lograr, a través de la gestión de diferentes tareas sustentadas desde este interés, conocer la forma como los estudiantes activan capacidades, fortalecen las competencias y conocimientos matemáticos, aportando información sobre el avance de los estudiantes frente a los objetivos de aprendizaje definidos para la clase.	Los autores enfatizan en señalar que, de esta forma, la evaluación se integra en la enseñanza y se concibe como un permanente proceso reflexivo, por parte tanto del profesor como de los estudiantes, apoyado en evidencias de diverso tipo, así las cosas, en el análisis didáctico se asume la evaluación imbricada en todos los momentos de la enseñanza.
	Final	Al cierre de la clase, de manera que permita identificar las capacidades que se lograron activar y las competencias matemáticas que se generaron en los estudiantes con la gestión de las tareas, así como los conocimientos matemáticos que se alcanzaron. Todo ello con el interés de mejorar tanto las prácticas de enseñar matemáticas de los profesores como los procesos de aprendizaje en los estudiantes.	
Según la finalidad ¿Para qué evaluar?	Diagnóstica	Para conocer qué tanto saben los estudiantes frente al contenido, antes de iniciar el desarrollo de la clase. Esto se realiza a través de la gestión de tareas diagnósticas que le ofrezcan al profesor información sobre la condición inicial de los estudiantes frente a las expectativas de aprendizaje (objetivos de aprendizaje, capacidades y competencias matemáticas) que ha considerado para la clase y tomar decisiones respecto a la enseñanza del contenido (prácticas de enseñanza).	Romero y Gómez (2015), frente a la pregunta ¿Para qué evaluar desde el análisis didáctico?, señalan que, en la evaluación tradicional, el propósito es determinar qué estudiantes tienen los conocimientos requeridos y cuáles no, y asignar calificaciones de acuerdo con ello. Este tipo de evaluación tiende a convertirse en un mecanismo de control, de selección, de comparación y de medición. De esta forma, las instituciones se convierten en filtros sociales que han de clasificar a los sujetos en función de sus capacidades. En la
	Formativa	Este tipo de evaluación tiene como finalidad	

		<p>identificar durante el desarrollo de la clase el nivel de alcance de las expectativas de aprendizaje definidas para la sesión y acompañar a los estudiantes en la superación de errores y dificultades (previamente definidas por el profesor) que puedan incurrir en la búsqueda de garantizar el aprendizaje del contenido.</p>	<p>perspectiva de evaluación formativa, se evalúa para promover un aprendizaje matemático con comprensión en los estudiantes y para mejorar nuestro proceso de enseñanza. Nótese que se pasa de una evaluación del aprendizaje a una evaluación para el aprendizaje.</p> <p>El fin último es ayudar a las personas a que crezcan y lleguen a sus máximas posibilidades.</p>
	Sumativa	<p>Desde el análisis didáctico, la evaluación sumativa, orientada a una evaluación para asignar una calificación al desempeño de los estudiantes, se transforma en una evaluación para describir desde la gestión de tareas matemáticas (pensada por el profesor con este interés) lo que el estudiante fue capaz de hacer a partir de las expectativas de aprendizaje (objetivos de aprendizaje, capacidades y competencias matemáticas) definidas por el profesor.</p>	
<p>Según la extensión ¿Qué dimensiones evaluar?</p>	Global-parcial	<p>El modelo del análisis didáctico, no solo reconoce la dimensión cognitiva (conocimientos y procedimientos) como importante en los procesos de formación, también reconoce la importancia de la dimensión afectiva. Esta dimensión aglutina un “extenso rango de sentimientos y humores (estados de ánimo) que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición, e incluye como componentes específicos de este dominio las actitudes, creencias y emociones” (McLeod y Adams, 1989, p. 245, citado por González y Gómez, 2014).</p> <p>Desde esta perspectiva, se evalúa desde la integralidad del ser humano (estudiante que aprende),</p>	<p>Romero y Gómez (2015), frente a la pregunta ¿qué dimensiones evaluar desde el análisis didáctico?, señalan que, en la evaluación tradicional, se pone el énfasis en evaluar hechos específicos y destrezas aisladas, en forma de algoritmos y resolución de tareas rutinarias, a expensas de la comprensión, las conexiones y la resolución de problemas.</p> <p>La evaluación formativa amplía el espectro, al incorporar la valoración de procesos de pensamiento, estrategias seguidas para la resolución de problemas, uso de materiales y recursos, habilidades de comunicación oral y escrita, actitudes, y</p>

	<p>por lo que se ubica la evaluación desde una dimensión global, sin embargo para cada dimensión, cognitiva y afectiva, se definen las capacidades que se esperan lograr en los estudiantes con el aprendizaje del contenido matemático específico (función lineal), por lo que se considera que se evalúa desde la particularidad de ese contenido reconociendo la integralidad y complejidad de los estudiantes que lo aprenden.</p>	<p>comportamientos, entre otros.</p> <p>Por otra parte, la enseñanza del profesor también puede ser objeto de evaluación. En el caso del análisis didáctico, todo el análisis de actuación está encaminado a la evaluación de esa enseñanza, en términos de su planificación e implementación.</p>
<p>Según el origen de sus agentes</p> <p>¿Quién evalúa?</p>	<p>Autoevaluación</p> <hr/> <p>Coevaluación</p> <hr/> <p>Heteroevaluación</p>	<p>Romero y Gómez (2015), frente a la pregunta ¿quién evalúa desde el análisis didáctico?, señalan que la evaluación tradicional supone que, en la clase, solo el profesor puede evaluar adecuadamente el progreso de los estudiantes. Sin embargo, las experiencias avalan que la evaluación más efectiva de todas es la que uno realiza de su propio aprendizaje.</p> <p>Una de las capacidades más valiosas que un estudiante puede lograr es la habilidad de mirar atrás y reflexionar sobre lo que ha hecho y sobre lo que todavía le queda por hacer. El hábito de autoevaluarse está relacionado con el desarrollo del potencial de aprendizaje continuo a lo largo de la vida. De ahí que la evaluación formativa incorpore a los estudiantes en el proceso y se responsabilice de que logren esa capacidad. Además, los estudiantes pueden desarrollar la capacidad de evaluar a sus compañeros (evaluación por pares o</p>

		el profesor, desde su propia perspectiva.	coevaluación) y al profesor.
Según su normotipo		En el modelo del análisis didáctico, las expectativas de aprendizaje que define el profesor desde la planificación de clase se convierten en el referente desde el cual se evalúa, en este sentido los objetivos de aprendizaje que se esperan alcanzar, las capacidades que se esperan activar y las competencias a que se espera contribuir con la gestión de tareas matemáticas, constituyen el referente desde el cual se evalúa.	Romero y Gómez (2015), frente a la pregunta ¿desde qué referente se evalúa desde el análisis didáctico?, señalan que la evaluación tradicional se apoya mayormente en los controles y exámenes para evaluar. Sin embargo, la formulación habitual de estas pruebas suele forzar a los estudiantes a aprender de forma superficial y los profesores están a menudo cansados y aburridos cuando realizan las correcciones. Los autores afirman que la evaluación formativa supone que los estudiantes, desde las primeras etapas de su aprendizaje, necesitan tener una guía de cómo lo están haciendo, de cómo pueden avanzar y de cómo pueden superar los obstáculos que se lo impiden. Los exámenes pueden ser un elemento muy útil dentro de un sistema mixto de evaluación, pero un examen formal, con calificaciones numéricas, no es suficiente para proporcionar a los estudiantes la guía que necesitan. Se deben incorporar otros formatos: tareas que puedan hacer visible el pensamiento de los estudiantes, formulación de preguntas que propicien la reflexión, fomento de la comunicación en el aula, trabajos escritos y diarios de los estudiantes, realimentación a los estudiantes a través de comentarios a lo largo del proceso, registros de la observación de lo sucedido en la clase, y autoevaluaciones, entre
¿Desde qué referente se evalúa?	Normativo - criterial		

otros. En cualquier caso, los pilares sobre los que se asienta la evaluación son el criterio y la evidencia. Si hay que realizar juicios, entonces los criterios que hay que utilizar necesitan ser explícitos y compartidos. Además, se debe buscar evidencias de los progresos conseguidos, de acuerdo con dichos criterios. Los instrumentos de evaluación que se diseñan desde el análisis didáctico incorporan sistemáticamente la formulación de criterios de evaluación y la manera de compartirlos con los estudiantes.

Fuente: Elaboración propia

La información aportada por los autores desde el análisis didáctico registrado en la tabla anterior permite presentar la identificación de buenas prácticas evaluativas. Como lo indican estos autores, la evaluación tiene un propósito didáctico enfocado al análisis de actuación, es decir, “el análisis de actuación está vinculado a la evaluación (interna o de aula)”. Dicho análisis requiere, en efecto, de un enfoque formativo de la evaluación, el cual debe estar presente a lo largo de toda la actuación didáctica; esto es, en los tres momentos: la planificación, a lo largo de la implementación, y al terminar o posteriori, lo que fortalece las buenas prácticas evaluativas según el momento y la finalidad.

Por otra parte, con relación a la extensión, uno de los propósitos desde el análisis didáctico es determinar en qué medida los estudiantes alcanzan los objetivos de aprendizaje. Para que este fin se cumpla, es necesario que en el aula se gestionen unidades didácticas diseñadas de manera integral, que

abarquen todas las dimensiones de aprendizaje del estudiante, es decir que, además de la dimensión cognitiva, unas buenas prácticas evaluativas deben enfocarse también en la dimensión afectiva de los educandos.

Ahora bien, otro criterio de importancia al momento de generar unas buenas prácticas evaluativas es determinar el agente de la evaluación. En el Análisis Didáctico es importante la voz de todos los actores que participan en el proceso de formación. Al respecto, Romero y Gómez (2015), señalan que en una clase de matemáticas se pretende que los estudiantes “interactúen y se comuniquen matemáticamente de distintas maneras (y con distinta eficiencia) con el profesor y entre ellos, que tengan distinto nivel de motivación, interés y conciencia de querer aprender y saber qué ha aprendido.”, lo que refuerza la importancia de los tres agentes de la evaluación en el análisis de la actuación.

Finalmente, con relación al normotipo de la evaluación, en el análisis de actuación se requiere observar los procesos de pensamiento de los estudiantes, para valorar la adecuación de las previsiones cognitivas y, con ello, contribuir a generar estrategias que favorezcan su progreso. Ello demanda la revisión de las tareas y del proceso de enseñanza desde el planteamiento de referentes que permitan establecer los juicios del estudiante en un sentido normativo y/o criterial. Es decir que el establecimiento de logros, competencias y/o capacidades que el estudiante debe alcanzar en su proceso de aprendizaje se convierten en los criterios a tener en cuenta al momento de evaluar.

7.3. Propuesta metodológica para promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal.

Tal como se ha reiterado en el documento, en la investigación además de interesar conocer las prácticas evaluativas que realizan los profesores de matemáticas asociadas al contenido función lineal, interesó especialmente diseñar una propuesta metodológica que desde el reconocimiento de la riqueza conceptual del contenido matemático desde un modelo curricular promoviera buenas practicas evaluativas. En este apartado se presenta la construcción de la propuesta metodológica desde un diseño de clase para promover buenas prácticas evaluativas acogiendo el análisis didáctico como referente.

Planeación de clase desde el modelo curricular Análisis didáctico

Presentación

La planeación de clase se sustenta a partir de modelo curricular Análisis Didáctico, el modelo se propone como una herramienta para que los profesores de matemáticas fortalezcan el diseño de currículos locales (preparación de una clase de matemáticas) a partir de procesos de reflexión y análisis de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje. El modelo incorpora cuatro tipos de análisis que se sustentan desde los componentes curriculares: contenido (análisis de contenido), objetivos (análisis cognitivo), metodología (análisis de la instrucción) y evaluación (análisis de la actuación).

El primer análisis, de contenido, le permite al profesor de matemáticas reflexionar y tomar decisiones para planear su clase a partir de la pregunta ¿Qué enseñar?, para responder el interrogante el profesor estudia el contenido matemático que sustenta la clase, a partir de los diferentes significados que pueden abordar su comprensión, sus distintas formas de ser representado y los diferentes fenómenos que lo sustentan.

El segundo análisis, el cognitivo, le permite al profesor de matemáticas reflexionar y tomar decisiones para planear su clase a partir de la pregunta ¿Qué espero que los estudiantes aprendan del contenido matemático?, para responder el interrogante el profesor analiza la información que obtuvo del análisis de contenido, reflexiona y decide sobre los objetivos de aprendizaje que esperan alcancen los estudiantes al abordar la comprensión del contenido, igualmente decide sobre las capacidades que se espera desarrollen y las competencias matemáticas que se pueden fortalecer desde las distintas tareas que se diseñen para su enseñanza. Finalmente, identifica las posibles dificultades y errores en que pueden incurrir los estudiantes al aprender el contenido, como información útil para aportar desde las prácticas de enseñanza del profesor a resolverlas en el momento de gestión.

El tercero, análisis de la instrucción, le permite al profesor de matemáticas reflexionar y tomar decisiones para diseñar tareas matemáticas que favorezcan el aprendizaje del contenido matemático. La pregunta que se plantea el profesor en este análisis para la planeación de su clase será ¿Cómo lograr que los estudiantes aprendan el contenido matemático?, para responder el interrogante el profesor acude a la información obtenida tanto del análisis de contenido como cognitivo, para identificar los elementos sustanciales que sustentarán el diseño de las tareas

matemáticas, además de haber realizado acciones que le permitan identificar las posibilidades y necesidades tanto del contexto escolar como del estudiante, información relevante para otorgar sentido y pertinencia de la tarea, igualmente el profesor decide sobre los materiales y recursos requeridos para la gestión de la tarea.

Finalmente, el cuarto análisis, el de actuación, le permite al profesor de matemáticas reflexionar sobre sus propias prácticas de enseñanza y las prácticas de aprendizaje logradas en los estudiantes. Este análisis le ofrece información al profesor para identificar la eficacia en la gestión de la tarea y los aprendizajes logrados en los estudiantes con su gestión. En este análisis el profesor de matemáticas aborda la pregunta: ¿Qué aprendizajes se lograron en los estudiantes y cómo fueron las prácticas realizadas por el profesor?

Cañadas, Gómez y Pinzón (2015) señalan que cuando un profesor se dispone a preparar una clase sobre un tema de las matemáticas escolares, debe profundizar en ciertas características matemáticas que son propias de las estructuras matemáticas, los autores resaltan que para identificar conceptos y procedimientos como primera aproximación a un tema, los profesores deben recurrir a diferentes fuentes que les proporcionen información lo más rica posible sobre el tema en diferentes contextos y desde diferentes perspectivas, como son los documentos curriculares colombianos.

7.3.1. Contenido - Análisis de contenido

En este capítulo se registra la decisión sobre los contenidos que sustentan la clase, para ello el modelo curricular Análisis Didáctico sugiere que los

profesores primero realicen una exploración de diferentes fuentes de consultas que les permita estudiar en profundidad el contenido y decidir sobre los significados que espera aprendan los escolares (organizador estructura conceptual), las diversas formas para representarlos (organizador sistemas de representación) e identificar los fenómenos que le dan sentido (organizador fenomenología).

a. Exploración del contenido en los referentes curriculares colombianos

El contenido matemático en los Estándares Curriculares Colombianos.

“Estándares básicos en competencias” es un documento que va dirigido a la comunidad educativa, en busca del mejoramiento de la calidad de la educación, a través de la implementación de ambientes de aprendizajes que posibiliten un enriquecimiento de situaciones problemas significativas y comprensivas que posibilitarán al estudiante ser matemáticamente competente. Las competencias matemáticas deben estar enfocadas en la comprensión y solución de problemas aplicados en diferentes contextos, de forma que los estudiantes relacionen la realidad con la importancia de saber matemáticas.

El documento presenta una estructura que se fundamenta en potenciar los diversos tipos de pensamientos (el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos) y los procesos generales (formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar y formular, comparar y ejercitar procedimientos y

algoritmos) de la actividad matemática implicada para cada grado de escolaridad.

De acuerdo con lo anterior, el documento permite recabar información sobre los aspectos que van desde el aprendizaje del plano cartesiano a la función lineal; permite identificar la importancia con el objetivo de determinar diferentes contextos donde se muestre la utilidad de dicho tópico y, posteriormente, utilizarlos en algunos de los problemas del Material Didáctico que resulta de esta investigación.

De acuerdo con ello, los lineamientos curriculares en matemáticas para grado noveno proponen que se debe llevar el saber del concepto función lineal a través métodos didácticos que permitan la relación entre procesos generales, como el uso de diferentes pensamientos matemáticos, en especial, para el contenido matemático propuesto, se debe potenciar el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos mediante el abordaje de las siguientes competencias:

- i. Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- ii. Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.
- iii. Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan.

La información suministrada del documento permite evidenciar la importancia de fortalecer los objetos de la función (variables, pendiente, plano cartesiano, rectas) para el contenido matemático de la función lineal.

El contenido matemático en los Derechos Básicos de Aprendizaje.

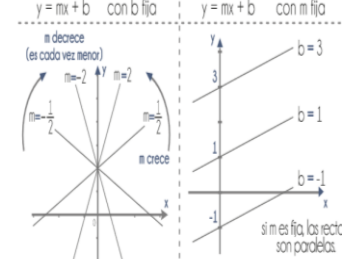
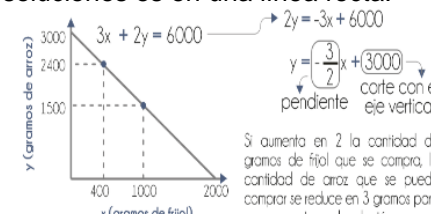
Según el Ministerio de Educación Nacional, los Derechos Básicos de Aprendizaje se definen como “el conjunto de aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden dichos aprendizajes, como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo” (MEN, 2016).

Los DBA son una herramienta que no necesariamente constituye una propuesta curricular, este documento presenta un conjunto de aprendizajes estructurantes para cada nivel escolar desde transición hasta once, basados en las actividades fundamentales y básicas sobre las cuales los estudiantes pueden edificar su conocimiento matemático. Los DBA son fundamentales, puesto que de estos se construyen rutas para los procesos de enseñanza-aprendizaje y su importancia radica en promover la consecución de aprendizajes para cada año escolar. De acuerdo con ello, el documento arroja información sobre cuál sería el conjunto de conocimientos y las habilidades necesarias para emprender los aprendizajes del contenido matemático de la función lineal.

La siguiente es una tabla donde se relaciona información identificada en los DBA asociados al contenido función lineal.

Tabla 16.

Derechos básicos de aprendizaje asociados al contenido función lineal

DBA asociados al contenido matemático	Evidencias de aprendizaje	Ejemplo
<p>Conoce las propiedades y las representaciones gráficas de las familias de funciones lineales $f(x)=mx+b$ al igual que los cambios que los parámetros m y b producen en la forma de sus gráficas</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Realiza la representación gráfica del desarrollo plano cartesiano - Caracterización de la gráfica de un polinomio de primer grado a partir de su expresión algebraica.. 	
<p>Reconoce que las ecuaciones $ax+by=c$ definen líneas rectas en el plano e identifica que las que no son verticales, siempre se pueden escribir en la forma $y=mx+b$</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar relaciones entre propiedades gráficas y sus expresiones algebraicas - Reconocer las relaciones entre la representación algebraica de la recta y su gráfica 	<p>Por ejemplo, se tienen \$6000 pesos para comprar arroz y frijol. Cada gramo (g) de frijol cuesta 3 pesos y cada gramo de arroz cuesta 2 pesos.</p> <p>Comprende que hay varias posibles combinaciones de cantidades de arroz y frijol que costarían \$6000. Por ejemplo, si se compran 400g de frijol y 2400g de arroz ($3 \times 400 + 2 \times 2400 = 1200 + 4800 = 6000$) o si se compran 1000g de frijol y 1500g de arroz ($3 \times 1000 + 2 \times 1500 = 3000 + 3000 = 6000$)</p> <p>Comprende que la gráfica de puntos de todas las posibles soluciones es en una línea recta.</p> 
<p>Comprende que las funciones lineales modelan situaciones con razón de cambio constante</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Reconoce las razones de cambio en un gráfico 	<p>Una compañía telefónica inicia con 500 usuarios y el número crece a razón de 300 usuarios cada dos meses. Por ser una razón de cambio constante, esta situación se puede modelar con una función lineal $C(t)=500+150t$ donde t representa el tiempo en meses y 150 es la razón de cambio constante.</p>

Fuente: elaboración propia.

Con la información identificada en el contexto curricular colombiano, se diseña la planeación teniendo en cuenta las componentes descritas:

b) Identificación de la estructura conceptual

Cañadas, Gómez y Pinzón (2015) concretan que el organizador del currículo estructura conceptual permite que el profesor dé respuesta a las siguientes cuestiones:

- ¿Cuáles son los conceptos que caracterizan el tema?
- ¿Qué procedimientos están implicados en el tema?
- ¿Cómo se relacionan esos conceptos entre sí?
- ¿Cómo se relacionan esos procedimientos entre sí?
- ¿Cómo se relacionan esos conceptos y esos procedimientos?

Los autores definen que los conceptos, los procedimientos y las relaciones entre ellos son las ideas clave de este organizador del currículo. Una forma de dar respuesta al listado de preguntas anterior es comenzar por identificar elementos del campo conceptual del tema matemático que abordemos, considerando tanto la estructura del propio concepto como la estructura de la que el concepto forma parte. A partir de ellos, es posible detectar los procedimientos que se ejecutan sobre esos elementos del campo conceptual. Por último, se pueden establecer las relaciones entre los conceptos y los procedimientos identificados. La estructura conceptual de un tema de las matemáticas escolares recoge y organiza estos elementos y relaciones.

Rico (1997), presenta una clasificación cognitiva de los contenidos de las matemáticas escolares y considera una primera distinción entre el campo conceptual y el campo procedimental. El campo conceptual hace referencia a la sustancia del conocimiento: ¿qué es lo que lo compone? En él se pueden identificar diferentes niveles, considerando que se puede pasar de un nivel

inferior a un nivel superior cuando se añaden otros elementos y relaciones: (a) hechos, (b) conceptos y (c) estructuras conceptuales. Los hechos son las unidades más pequeñas de información dentro de un tema matemático. Los conceptos son conjuntos de hechos y relaciones entre ellos. Se presentan organizados en sistemas. Las estructuras conceptuales son sistemas de conceptos relacionados entre sí. El campo procedimental incluye los procedimientos y modos de actuación con respecto al conocimiento. Rico (1997) distingue entre (a) destrezas, (b) razonamientos y (c) estrategias. Las destrezas se ejecutan procesando hechos. Se produce una manipulación de símbolos y transformaciones. Los razonamientos se ejecutan sobre conceptos. Las estrategias se ejecutan sobre estructuras conceptuales. Se manipulan diferentes sistemas de representación.

Con la información obtenida en las consultas realizadas, en la tabla siguiente se presenta la organización del contenido matemático desde los conceptos y procedimientos que lo sustentan. En lo conceptual se presentan los hechos, conceptos y estructuras, y, a su vez, dentro de la categoría con un nivel básico de complejidad; hechos, términos, notaciones, convenios y resultados. En el campo procedimental, los tres niveles de dificultad considerados son: destrezas, razonamientos y estrategias.

Tabla 17.

Organización cognitiva del contenido matemático función lineal

Conocimiento conceptual	Hechos	Términos	- Puntos	- Criterio
			- Recta	- Dominio
			- Par ordenado	- Codominio
			- Imágenes	- Ámbito
			- Pre imágenes	- Representación gráfica
			- Pendiente	- Intersección
			- Creciente	- Ecuación lineal
			- Decreciente	- Función
			- Constante	

		$P(x, y)$ $f(x, y)$ $m;$ $f(x) = mx + b$ $(x, 0)$ F	
	Notaciones		
	Convenios	<ul style="list-style-type: none"> - La función identidad $f(x) = x$, es un caso particular de la función lineal. - Las rectas horizontales se denotan por $y=b$ - Las rectas verticales por $x=b$. 	
	Resultados	<ul style="list-style-type: none"> - Si $m > 0$ entonces f es creciente - Si $m < 0$ entonces f es decreciente - Si $m = 0$ entonces f es constante. - Dados los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) la pendiente es $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ 	
	Conceptos	<ul style="list-style-type: none"> - Plano cartesiano - Dominio - Codominio - Rango - Monotonía - Intersección con los ejes - Signo 	
	Destrezas	<ul style="list-style-type: none"> - Ubicar puntos en el plano cartesiano - Trazar la representación gráfica a partir de puntos dados - Trazar la representación gráfica a partir del criterio de la función - Extraer puntos a partir de la representación gráfica - Calcular imágenes y pre imágenes - Calcular la pendiente a partir de dos puntos dados - Identificar la pendiente en el criterio de la función - Determinar la intersección con el eje x e y en la representación gráfica y algebraica 	
Conocimiento procedimental	Razonamiento	Deductivo	<ul style="list-style-type: none"> - Aplicación - Análisis - Extracción o deducción de situaciones dadas en la función lineal
		Inductivo	<ul style="list-style-type: none"> - Obtiene el valor numérico de la pendiente a partir de la representación gráfica - Obtiene la ecuación de la recta (dados dos puntos, dada la representación gráfica o dada la pendiente y un par ordenado).
		Figurativo	<ul style="list-style-type: none"> - Identifica la monotonía de la función dado su criterio. - Identifica el comportamiento de la gráfica de la función respecto a los parámetros m y b
		Estrategias	<ul style="list-style-type: none"> - Modela problemas en contextos reales utilizando funciones lineales. - Plantea problemas que involucren funciones lineales. - Extrae conclusiones a partir de un modelo lineal. - Resuelve problemas en contextos reales que involucran la función lineal.

Fuente: elaboración propia.

Lanzing (1998, citado por Cañadas, Gómez y Pinzón, 2015) señala que los mapas conceptuales permiten representar visualmente la estructura de la información. En este sentido, los mapas conceptuales son un sistema de representación con normas sencillas, “los conceptos se representan por nodos

a los que se les da una etiqueta por medio de una palabra o una frase corta que indica el concepto, las relaciones se representan por líneas (enlaces) que conectan los nodos”

La propuesta de Cañadas, Gómez y Pinzón (2015) es utilizar los mapas conceptuales como herramienta para representar los elementos del campo conceptual y del campo procedimental. El mapa conceptual se puede elaborar a partir de los diferentes elementos identificados, tratando de establecer relaciones entre los elementos del campo conceptual, entre los elementos del campo procedimental, y entre unos y otros. Además, este trabajo puede ayudar a identificar nuevos elementos relacionados con el tema con motivo del esfuerzo que se realiza para organizar la información.

En los siguientes mapas conceptuales se presenta un resumen de los principales conceptos y procedimientos que componen la función lineal, así como relaciones entre estos:

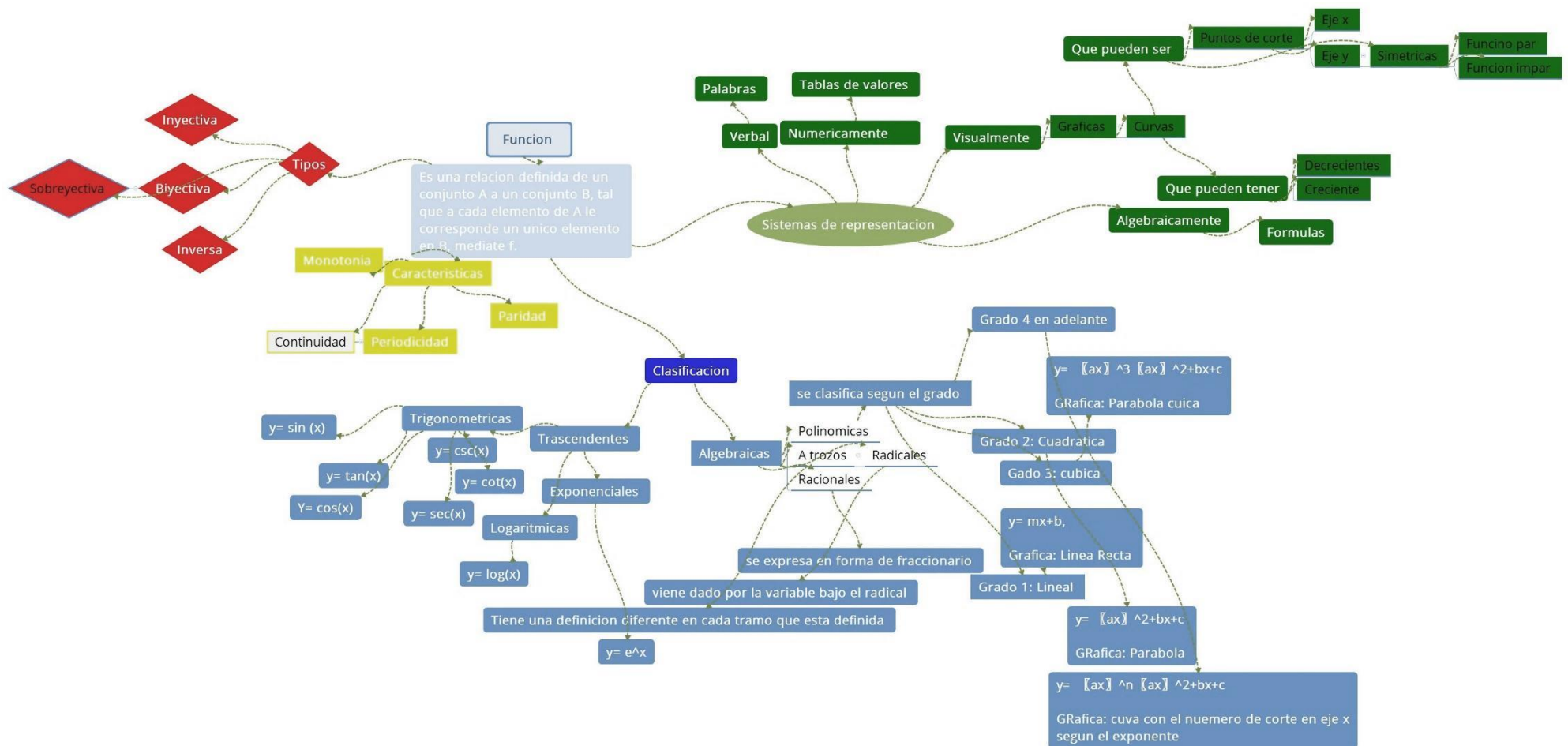


Figura 5. Mapa conceptual estructura matemática de la que hace parte el concepto la función lineal

Fuente: Elaboración propia.

La figura anterior incorpora las diferentes subestructuras conceptuales que sustentan el contenido función lineal, de manera específica:

Subestructura uno “Tipos de funciones”: (Color rojo) Hace referencia a los tipos de funciones que podemos encontrar, siendo de forma inversa, inyectiva, biyectiva y sobreyectiva.

Subestructura dos “Características de las funciones”: (Color amarillo) Se evidencia el carácter continuo, monótono, periódico etc., de acuerdo a las características de cada función.

Subestructura tres “Sistemas de representación”: (Color verde) Muestra los tipos de representación, en forma de verbal, numérica, visual y algebraica. En general todas las funciones se pueden identificar su estructura conceptual, aparecen clasificados en términos, notaciones y conceptos. En su forma de representación simbólica, algebraica, verbal, gráfica y tabular, y su análisis fenomenológico cuando se determinan los puntos de corte, simetrías, crecientes, decrecientes y demás; donde se infiere que se pueda dar la modelación a cada uno de estos conceptos.

Subestructura cuatro “Clasificación”: (Color azul) Relaciona las funciones trascendentes y algebraicas. Para las funciones trascendentes están las trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, cada uno con su breve descripción. Para las funciones algebraicas son las definidas a trozos, radicales, racionales y polinómicas, siendo estas últimas las clasificadas por grados de exponente, y en el primer caso grado uno se encuentra la función lineal, en el grado dos la función cuadrada y grado tres la función cúbica, etc.

Al hacer un análisis detallado de la función lineal, para identificar los campos conceptuales, de representación y fenomenológicos se presenta el

siguiente mapa conceptual, posterior a ellos se identifican de manera explícita, dando claridad al análisis del contenido en la planeación la clase

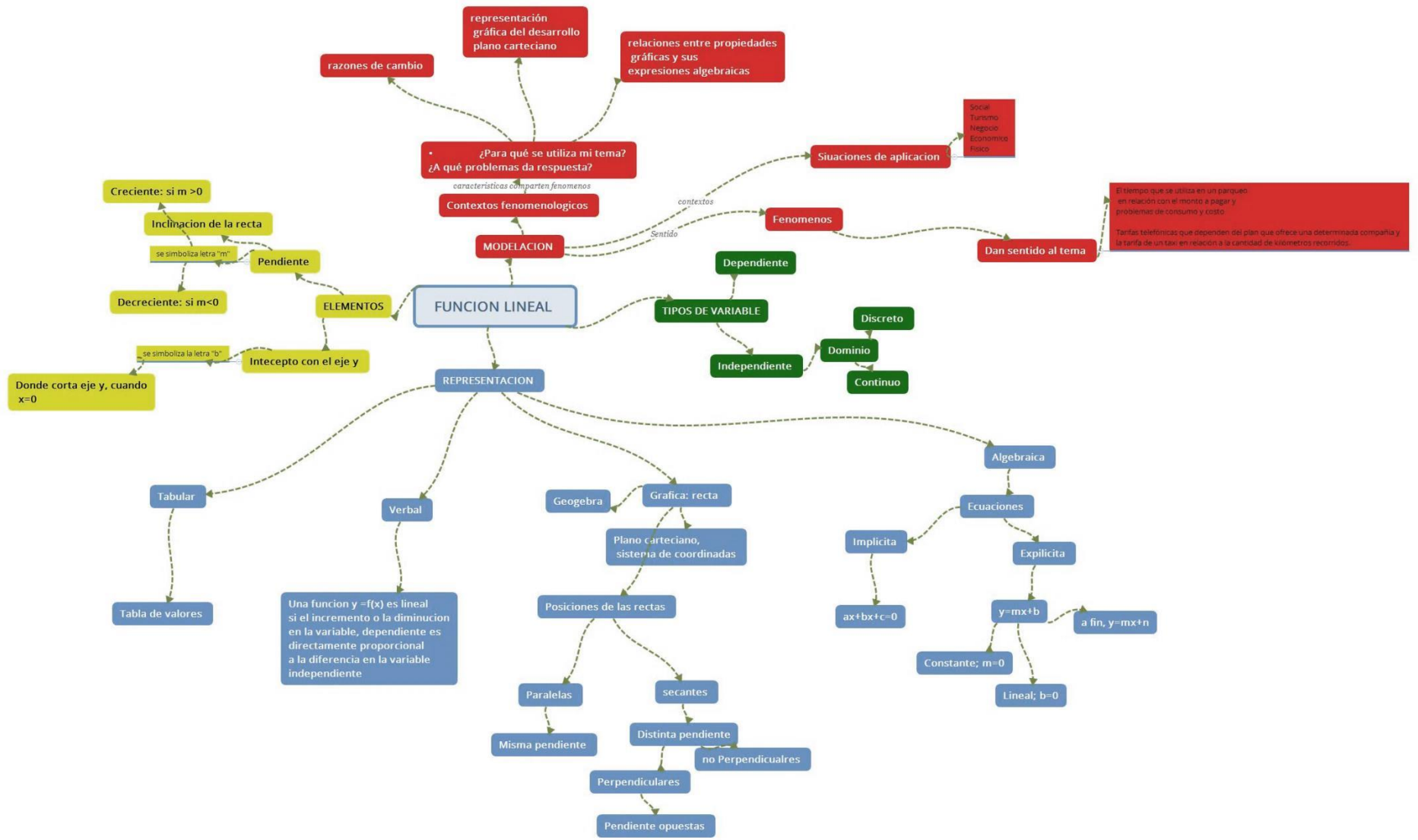


Figura 6. Mapa conceptual estructura matemática particular del contenido función lineal.

Fuente: Elaboración propia.

La figura 6 muestra la estructura matemática enfoque de la investigación. En este mapa conceptual se sitúan los conceptos más relevantes de la función lineal y las relaciones que se generan entre ellos. Evidentemente se clasificaron en subestructuras que son tipos de variable, elementos de la función lineal, modelación y representación, que describimos a continuación:

Subestructura uno “Elementos”: (Color amarillo) Se puede identificar la pendiente que se simboliza con la letra m , y tiene unas características según su signo, si es positiva es una función creciente y si es negativa se dice una función decreciente. Y el intercepto con el eje y , que se simboliza con la letra b , y hace referencia cuando corta el eje y en el momento que $x=0$

Subestructura dos “tipo de variables”: (Color verde) Se encuentran las variables dependientes e independientes, identificando que estas últimas hacen referencia al dominio de la función, que puede ser continuo o discreto.

Subestructura tres “Modelación”: (Color rojo) Se analizaron los fenómenos, contextos fenomenológicas y situaciones de aplicación, en la función lineal. Para los contextos fenomenológicos, ligada a la pregunta ¿para que se utiliza? y ¿Qué problema da respuesta?, se identifican 3 contextos importantes como son la razón de cambio, representación gráfica del desarrollo matemático, relaciones entre propiedades gráficas y expresiones.

Para las situaciones de aplicaciones de identifican en los ámbitos sociales, turismo, negocio, económico, físico, los cuales se van a desarrollar durante la propuesta de la investigación.

Para los fenómenos quienes dan sentido al tema, se logran identificar casos de aplicación de relaciones de medidas, proporcionalidades, entre otras.

Subestructura cuatro “Representación”: (Color azul) Se identificaron cuatro formas para representar: tabular, verbal, gráfica y algebraica. Para el caso de la representación tabular, es por medio de una tabla de valores, donde se puede identificar el comportamiento de la función

Para el caso de la representación verbal, es la manera como se puede interpretar la gráfica respecto a su incremento, disminución, proporcionalidad, etc. De estos conceptos, se identifica la aplicación y se interpretan los resultados numéricos obtenidos.

Para el caso de la representación gráfica, se puede hacer por medio de la ayuda de las tecnológicas, en este caso, mediante el aplicativo GeoGebra, y, más común, en el plano cartesiano, representado puntos colineales, formando un recto, desde este se pueden identificar las posiciones de varias rectas, como son los casos de las rectas paralelas, perpendiculares y secantes, que se analizan según el comportamiento de la pendiente.

Para el caso de la representación algebraica, se analiza desde las ecuaciones es forma explícita $ax+c=0$, llamado de forma general, y de forma implícita llamada de forma canónica de la siguiente forma $y=mx+b$, donde m , pendiente y b es el intercepto con el eje y . Existiendo algunos casos particulares cuando $m=0$, se llama función constante, cuando $b=0$ función lineal, cuando existe m y b , se llama función afín.

c) Identificación de los sistemas de representación de la función lineal

Cañadas, Gómez y Pinzón (2015) establecen que los sistemas de representación constituyen el segundo de los organizadores del currículo que integran el análisis de contenido. Una de las tradiciones en Educación Matemática es hablar de sistemas de representación para hacer referencia a los sistemas de signos que permiten designar un concepto. Kaput (1992, citado (Cañadas, Gomez, & Pinzon, 2015), considera que un sistema de representación es “un sistema de reglas para (I) identificar o crear signos, (II) operar sobre y con ellos y (III) determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia)”. Las reglas a las que hace referencia Kaput determinan cómo crear un signo que pertenezca al sistema, cómo reconocer si un signo dado pertenece a él, y cómo transformar unos signos en otros, estableciendo relaciones entre ellos.

Dentro del análisis de contenido, los sistemas de representación como organizador del currículo, permiten dar respuestas a las siguientes cuestiones.

- ¿Qué representaciones hay asociadas al tema?
- ¿Qué relaciones se pueden establecer entre esas representaciones?

Para dar respuestas a estas preguntas, el profesor puede:

- Determinar los diferentes sistemas de representación en los que se puede representar el tema.
- Identificar las relaciones entre esos sistemas de representación (que, en algunos casos, serán procedimientos, y que, por tanto, se relacionan estrechamente con el campo procedimental de la estructura conceptual).

En esta nueva dimensión del análisis didáctico, los sistemas de representación están conformados por “todas aquellas herramientas –signos o gráficos- que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos y con las cuales los sujetos particulares abordan e interactúan con el conocimiento matemático, es decir, registran y comunican su conocimiento sobre las matemáticas” (Rico, 2007).

De manera particular, los sistemas de representación juegan un papel fundamental en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, ya que permiten acercarse a los conceptos por varias vías, lo que los hace más accesibles. Estas vías o distintos sistemas de representación no están aislados, y no tienen por qué ser excluyentes, un mismo concepto puede necesitar ser trabajado desde distintos sistemas complementarios, es por ello por lo que también se hace necesario estudiar cómo están relacionados estos distintos sistemas. El contenido función lineal incorpora varios grupos de sistemas de representación: numérico, verbal, gráfico y tabular y el dado por materiales manipulables que se muestran en la figura 7.

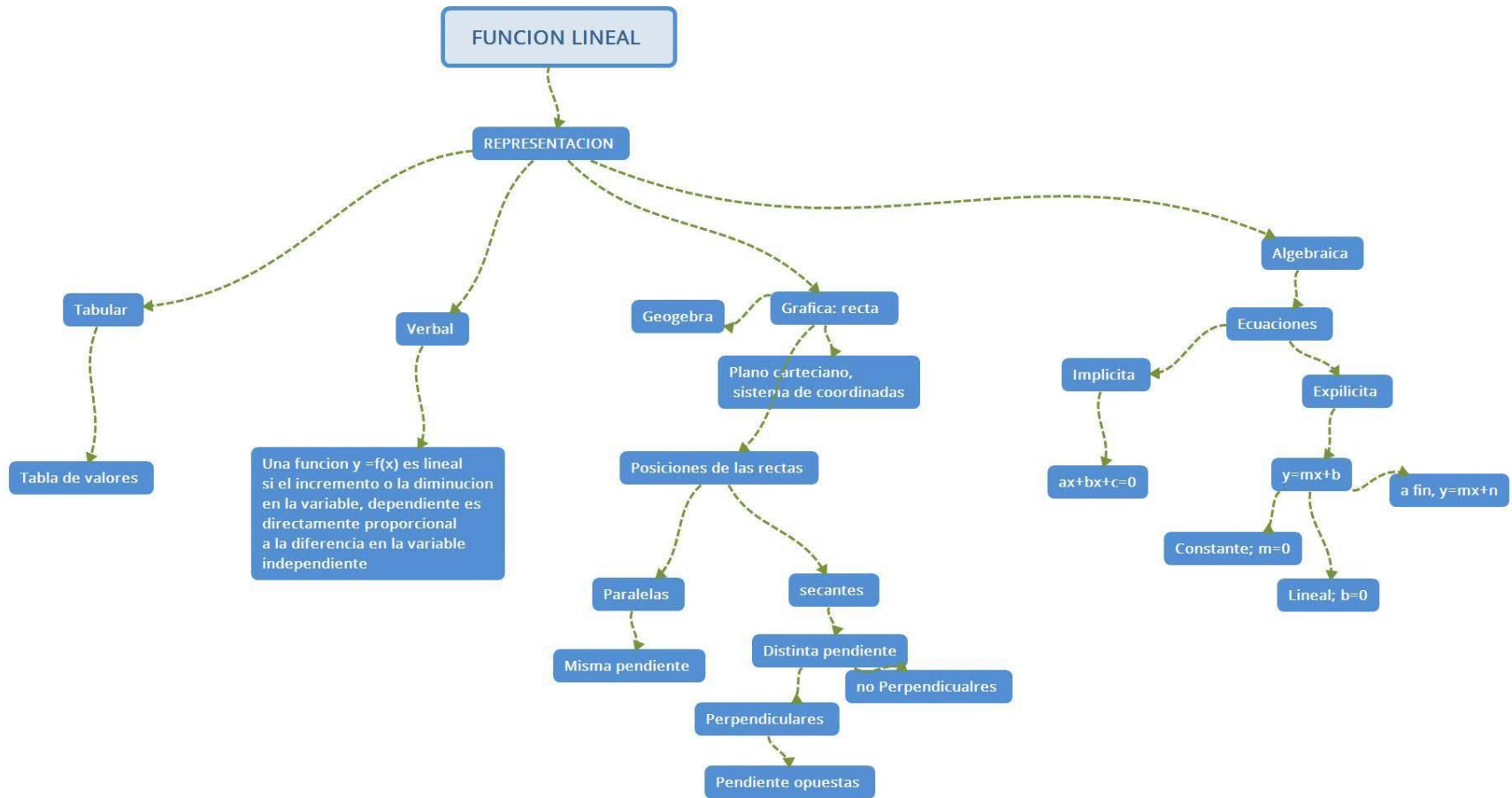


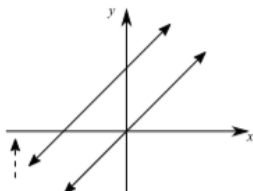
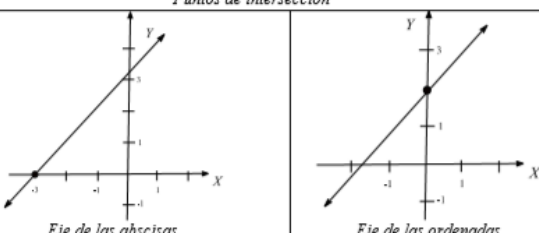
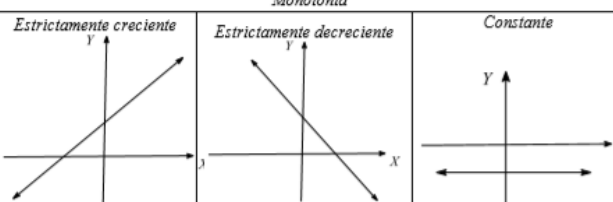
Figura 7. Mapa conceptual sistemas de representación asociados a la función lineal.

Fuente: Elaboración propia

La información registrada en la figura 7 se especifica en la siguiente tabla:

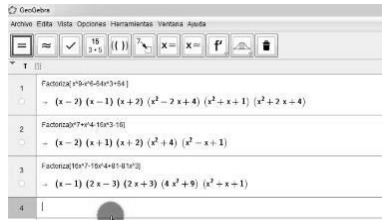
Tabla 18.

Sistemas de representación asociados al contenido factorización de trinomios

Tipo de representación	Características																		
<p>Representación verbal</p> <p>Una función $f(x)$ es lineal, si el incremento o la disminución en la variable dependiente es directamente proporcional a la diferencia en la variable independiente</p>	<p>Se caracteriza por expresar conceptos matemáticos de manera verbal, es decir, con palabras, en donde se describe con expresiones verbales un problema matemático o de contexto para realizar procedimientos simbólicos, numéricos y representaciones para encontrar con claridad la solución a un problema dado.</p>																		
<p>Representación tabular</p> <table border="1" data-bbox="224 821 841 911"> <tr> <td>X</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> <td>18</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>6</td> <td>12</td> <td>18</td> <td>24</td> <td>30</td> <td>36</td> <td>42</td> </tr> </table>	X	0	3	6	9	12	15	18	21	y	0	6	12	18	24	30	36	42	<p>Tablas de valores, como instrumento para agrupar valores numéricos de la función y calcular las imágenes y preimágenes de la misma, donde una de las columnas tiene los valores de la variable independiente y en otra se colocan los correspondientes de la variable dependiente</p>
X	0	3	6	9	12	15	18	21											
y	0	6	12	18	24	30	36	42											
<p>Representación gráfica</p> <p style="text-align: center;"><i>Traslación</i></p>  <hr/> <p style="text-align: center;"><i>Puntos de intersección</i></p>  <hr/> <p style="text-align: center;"><i>Monotonía</i></p> 	<p>Permite representar, las funciones en un plano cartesiano por medio de parejas ordenadas</p>																		
<p>Representación simbólica</p> <p><i>polinómica $y = mx + b$; m, b constantes reales</i></p>	<p>Caracterizado por tener valores numéricos en conjunto con variables, donde se pueden aplicar procedimientos para demostrar la equivalencia entre ellos</p>																		

Sistema de representación tics

GeoGebra



Este sistema permite representar de manera virtual contenidos y sus conceptos matemáticos, usando programas como R y GeoGebra los cuales permiten ver con mayor claridad las aplicaciones de contenidos como ecuaciones, funciones, geometría, etc.

Fuente: Elaboración propia

Rico (1997) señala que a la hora de presentar un concepto es importante hacerlo desde los distintos sistemas de representación, y también es importante poner en relación estos sistemas para que el escolar tenga diferentes perspectivas de dicho concepto y pueda construir un significado más nutrido.

d. Identificación de la fenomenología en el contenido la función lineal

La fenomenología es el tercer organizador del currículo del análisis de contenido. Este organizador del currículo se apoya en la información proveniente de la estructura conceptual y los sistemas de representación. Gómez (2015) considera que la fenomenología es un “elemento constitutivo del significado de un concepto [que surge] de una visión funcional del currículo, en virtud de la cual los sentidos en los que se usa un término conceptual matemático también incluyen los fenómenos que sustentan el concepto”. La fenomenología, como organizador del currículo, permite dar respuesta a las siguientes cuestiones:

- ¿Qué fenómenos dan sentido a mi tema? (fenómenos)

- ¿Qué subestructuras permiten organizar los fenómenos que dan sentido a mi tema? (subestructuras)
- ¿Para qué se utiliza mi tema? ¿A qué problemas da respuesta? (contextos fenomenológicos)
- ¿Qué características comparten los fenómenos que dan sentido al tema?
- ¿Qué subestructuras se relacionan con qué contextos fenomenológicos? (características estructurales y relación entre subestructuras y contextos fenomenológicos)
- ¿En qué situaciones está presente mi tema? (Contextos PISA 2012).

Tabla 19.

Fenómenos, problemas y contextos fenomenológicos asociados a la función lineal

Fenómenos	Problemas	Contextos fenomenológicos
Plan de financiación de un producto con incrementos en el pago de sus cuotas desde la incorporación de una cantidad determinada constante.	<p>¿En qué mes las tres opciones de compra coinciden con el valor de la cuota?</p> <p>¿Cómo es el valor que incrementa el valor de la cuota en cada mes?</p> <p>¿Cómo sería la ecuación de la recta que sustenta cada opción de compra?</p> <p>¿Qué significado le asigna a cada término de la ecuación en virtud a los planes de compra?</p> <p>¿Qué características observa de la recta en cada una de las opciones de compra?</p> <p>¿Cuál considera que es la mejor opción de compra y por qué?</p>	Cambio y variación
Cálculo de la velocidad de un auto respecto al tiempo y distancia y análisis en sus relaciones.	<p>¿Cuál es la cantidad de distancia que varía en el recorrido del auto en cada uno de los diferentes tiempos? ¿Cuál es la ecuación de la recta que registre la situación?</p> <p>¿Qué pasa si al hacer una segunda prueba, se toma los datos en los mismos tiempos, pero en esta ocasión la distancia entre tiempo y tiempo varía en 10 minutos? Teniendo en cuenta este patrón, si se tomara en tiempo T4 y T5 ¿cuál sería la distancia recorrida por el auto?</p>	

¿Cómo grafica las situaciones en un solo plano cartesiano?

Formas de ahorrar dinero para alcanzar una meta de inversión.	<p>¿Cómo representar en una tabla la información que muestre el proceso de ahorro día a día durante el mes?</p> <p>¿Cuál es la ecuación que le permite saber a Sebastián en qué día del mes podrá contar con la cantidad de dinero para hacer la inversión y conocer el ahorro que lleva en los diferentes días del mes para tener control de su ahorro y su meta de inversión?</p> <p>¿Cómo registrar en una tabla y en una gráfica cada uno de los días de ahorro y la cantidad de dinero ahorrado en la medida que pasan los días y establecer relaciones?</p> <p>¿Qué representa el valor de \$1800 en la ecuación? Si Sebastián logra realizar más actividades extraescolares y puede aumentar en \$300 sus ahorros diarios, ¿en qué día del mes puede completar el valor total? Para sustentar la respuesta realiza una tabla que registre la nueva información, halla la nueva ecuación y grafica los nuevos resultados.</p>
---	---

Cantidad de venta de tiquetes y su relación con los gastos operativos, para garantizar la sostenibilidad en la prestación de un servicio de transporte público.	<p>¿Cómo es la situación al movilizar solo 6 y 10 pasajeros?</p> <p>¿Cuántos pasajeros debe movilizar como mínimo para no tener que suplir de propio bolsillo los gastos de funcionamiento y el servicio de transporte genere utilidades?</p> <p>¿Cómo registra en una tabla la información para resolver la situación?</p> <p>¿Qué relaciones que se generan en cada uno de los casos al movilizar la respectiva cantidad de pasajeros?</p> <p>¿Cómo grafica esas relaciones en un plano cartesiano y describir el comportamiento de la gráfica y obtener conclusiones?</p> <p>¿Cuál es la ecuación que sustenta la situación?</p> <p>¿Qué sucede con X y Y en la situación?</p> <p>¿Qué representa la pendiente de la recta en la situación?</p> <p>¿Qué recomendaciones sugiere para que el servicio sea rentable?</p>
---	---

Analizar la venta de tapabocas según su tipo de uso, con el interés de lograr que el estudiante identifique las relaciones entre la venta de tapabocas en diferentes meses diferentes y la cantidad de tapabocas vendidos según su tipo y uso.	<p>¿Cómo registrar en tablas la información que se deriva de la venta de cada uno de los tipos de tapabocas durante las diferentes semanas de los meses de análisis? ¿Qué conclusiones puede obtener?</p> <p>¿Cómo ubicar la información que obtienes de las tablas asociadas al comportamiento de ventas de los diferentes tipos de tapabocas en diferentes planos cartesianos?</p> <p>¿Qué significados le asigna a la pendiente de la recta en la venta de tapabocas?</p>
--	--

¿Cuál es la ecuación lineal que muestra el comportamiento de las ventas en los diferentes meses de acuerdo a cada tipo de tapabocas?
 ¿Cómo es el comportamiento de las ventas en cada tipo de tapabocas?
 ¿Qué diferencias establece en la cantidad de ventas de cada tipo de tapabocas?
 ¿A qué le atribuyes las diferencias?

Fuente: Elaboración propia

Tabla 20.

Subestructuras, contextos fenomenológicos y fenómenos

Subestructuras	Contexto fenomenológico	Fenómenos	Ejemplo
$f(x)=mx+b$	Representación gráfica del desarrollo plano cartesiano	Gráfico	
$ax+by=c$ definen líneas rectas en el plano e identifica que las que no son verticales, siempre se pueden escribir en la forma $y=mx+b$	Relaciones entre propiedades gráficas y sus expresiones algebraicas	Relación	<p>Se tienen \$6000 pesos para comprar arroz y frijol. Cada gramo (g) de frijol cuesta 3 pesos y cada gramo de arroz cuesta 2 pesos. Comprende que hay varias posibles combinaciones de cantidades de arroz y frijol que costarían \$6000. Por ejemplo, si se compran 400g de frijol y 2400g de arroz ($3 \times 400 + 2 \times 2400 = 1200 + 4800 = 6000$)</p>
Modelación de situaciones	Razones de cambio	Cambio de cantidades	<p>Una compañía telefónica inicia con 500 usuarios y el número crece a razón de 300 usuarios cada dos meses. Por ser una razón de cambio constante, esta situación se puede modelar con una función lineal $C(t)=500+150t$ donde t representa el tiempo en meses y 150 es la razón de cambio constante</p>

Fuente: Elaboración propia

7.3.2. Objetivos - Análisis cognitivo

En este capítulo se registran las expectativas de aprendizaje que se definen para la clase. Las expectativas se evidencian desde los organizadores curriculares, objetivos de aprendizaje, capacidades, competencias, errores y dificultades que sustentan el análisis cognitivo en el modelo curricular.

González y Gómez (2014) indican que el análisis cognitivo permite al profesor de matemáticas hacer una descripción de lo que espera que el estudiante aprenda sobre el tema matemático en cuestión y sobre sus previsiones acerca del modo en que el estudiante va a desarrollar ese aprendizaje. En este sentido, el análisis cognitivo da respuesta a las siguientes cuestiones: 1. Establecer las expectativas de aprendizaje que se desean desarrollar en el tema matemático, al considerar distintos niveles en la formulación de expectativas y diferenciar el ámbito cognitivo y el afectivo, y 2. Caracterizar las expectativas de aprendizaje del tema de modo que sean operativas y orienten el diseño de tareas para el aula.

Para ello, se presentarán distintas herramientas que permitirán expresar las hipótesis del profesor sobre cómo se puede desarrollar el aprendizaje al abordar tareas matemáticas. Estas herramientas tendrán en cuenta las capacidades que activen los estudiantes al resolver problemas, las dificultades y los errores que surjan y los elementos afectivos que intervengan en el proceso de aprendizaje.

Una vez analizada la complejidad de las nociones matemáticas relevantes en la función lineal, desde distintos puntos de vista, esta etapa del análisis didáctico se centra ahora en responder a las preguntas:

- ¿Qué esperamos que aprendan los estudiantes sobre factorización de trinomios?
- ¿Qué capacidades se espera fortalecer en la formación matemática de los escolares desde la factorización de trinomios?
- ¿A qué competencias matemáticas se espera contribuir?
- ¿Qué obstáculos pueden encontrar en este proceso de aprendizaje?
- ¿Cómo se puede facilitar este aprendizaje?

a. Identificación de objetivos de aprendizaje

Según González, Gómez y Lupiáñez (2013), el objetivo de aprendizaje se caracteriza por:

- Estar vinculado a un nivel educativo concreto.
- Estar asociado a un contenido matemático concreto.
- Expresar una expectativa de aprendizaje que no puede reducirse a la realización de un procedimiento matemático rutinario, sino que tiene que involucrar conexiones entre los conceptos y procedimientos involucrados en la estructura matemática, los sistemas de representación y los fenómenos que organiza.

A partir de los elementos planteados se definen los objetivos de aprendizaje para el contenido matemático:

Tabla 21.

“Objetivos de aprendizaje asociados a la función lineal”

Objetivos de aprendizaje	Descripción	Estándar curricular con que se relaciona
O1	Aplicar conocimientos previos asociados a la función lineal en la solución de situaciones simples del contexto real.	<ul style="list-style-type: none"> • Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.
O2	Reconocer los diferentes elementos que caracterizan la función lineal e identificar su significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación.	<ul style="list-style-type: none"> • Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan. • Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.
O3	Utilizar diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real mediados por situaciones de medición, cambio y variación.	<ul style="list-style-type: none"> • Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.
O4	Formular y desarrollar modelos que describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución.	<ul style="list-style-type: none"> • Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.
O5	Desarrollar habilidades para aprender la función lineal con la participación de los demás compañeros, el profesor y por sí mismo.	<ul style="list-style-type: none"> • Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación. • Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

Fuente: Elaboración propia, a partir de estándares curriculares.

b. Identificación de capacidades y competencias

González, Gómez & Lupiáñez (2013) expresan que las capacidades constituyen el nivel de expectativas de aprendizaje que más se relaciona con las actuaciones de los estudiantes cuando ejecutan los procedimientos rutinarios básicos del tema matemático. Estos autores definen una capacidad como una expectativa del profesor sobre la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo de tarea asociada a un tema matemático. Por su parte, las capacidades se manifiestan mediante conductas observables de los estudiantes, por lo cual es importante que estén enunciadas de forma que quede clara cuál es la información de partida y cuál es la información que se genera al poner en juego la capacidad.

Aunque una misma capacidad podría corresponder a varios objetivos distintos, para obtener la lista de capacidades de un tema suele ser útil fijar un objetivo y pensar en los procedimientos rutinarios que el estudiante necesita saber hacer como condición necesaria para poder decir que ha desarrollado dicho objetivo. Por ello, los autores hacen referencia de las capacidades asociadas a un objetivo. Además, al involucrar procedimientos rutinarios, el conocimiento procedimental que se identifica al realizar el análisis de contenido es una fuente de información de primer orden para determinar las capacidades asociadas a un objetivo.

Tabla 22.

“Capacidades asociadas al ser, saber y saber hacer desde la función lineal”

Objetivos de aprendizaje	Descripción	Capacidades	
		Asociadas al saber	Descripción
01	Aplicar conocimientos previos asociados a la función lineal en la solución de situaciones simples del contexto real.	C1	Usa el plano cartesiano
		C2	Completa tablas
		C3	Utiliza lenguaje algebraico
		C4	Opera con números reales
		C5	Diferencia relación de función
		C6	Soluciona ecuaciones de primer grado
		C7	Utiliza notación funcional
		C8	Halla el valor numérico de expresiones algebraicas
		C9	Usa Excel
02	Reconocer los diferentes elementos que caracterizan la función lineal e identificar su significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación.	C1	Identifica la variable independiente y la variable dependiente en una función lineal.
		C2	Identifica el dominio, el codominio y el rango de una función lineal.
		C3	Explica por qué el codominio y el rango de una función lineal es el mismo.
		C4	Argumenta la relación entre una función lineal y la proporcionalidad entre dos magnitudes.
		C5	Halla el valor de la pendiente en una función lineal.
		C6	Explica el significado de una pendiente negativa en una función lineal.
		C7	Explica el crecimiento o decrecimiento en una función lineal
		C8	Explica la incidencia en la gráfica de una función lineal cuando se suma o resta una cantidad cualquiera.
		C9	Extrapolando valores en la gráfica de una función lineal
03	Utilizar diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real mediados por situaciones de	C1	Identifica una función lineal en su representación tabular.
		C2	Identifica una función lineal en su representación gráfica
		C3	Identifica una función lineal en su representación algebraica o simbólica
		C4	Hace conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.
		C5	Hace la gráfica de una función lineal.

	medición, cambio y variación		
		Asociadas al saber hacer	
03	Formular y desarrollar modelos que describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución.	C1	Identifica y expresa en lenguaje natural situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con funciones lineales
		C2	Grafica funciones utilizando recursos tecnológicos como excel.
		C3	Modela situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal.
		C4	Explica el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana.
		C5	Resuelve problemas relativos a funciones lineales.
		C6	Crea problemas que se puedan modelar mediante funciones lineales.
		C7	Predice resultados en situaciones que se comporten como una función lineal.
		Capacidades desde el saber ser	
05	Desarrollar habilidades para aprender la función lineal con la participación de los demás compañeros, el profesor y por sí mismo.	C1	Aporto ideas al trabajo en equipo.
		C2	Apoyo a los compañeros que presentan alguna dificultad en algún tema.
		C3	Me apoyo en los compañeros para aclarar mis dudas.
		C4	Me esfuerzo por realizar todas las actividades propuestas.
		C5	Consulto por mi propia cuenta lo que se me dificulta y practico en casa.
		C6	Me esfuerzo por realizar mis trabajos con calidad.

Fuente: Elaboración propia

(González, Gómez, & Lumpiañez, 2013), señalan que una competencia es una meta a alcanzar tras un proceso de largo recorrido, por ejemplo, al término de la etapa educativa obligatoria o al finalizar la formación universitaria. Las competencias suelen referirse a procesos generales que se desarrollan a partir de los distintos contenidos del currículo, de forma transversal a todos ellos. En los documentos educativos recientes que son más familiares (OCDE, 2004; MEN, 2006; Ministerio de Educación y Ciencia, 2007) se encuentran referentes a una

idea general de competencia que se concreta en un listado de competencias básicas —también llamadas generales—, una de las cuales es la competencia matemática. El documento de Estándares caracteriza que la competencia general:

... es entendida como saber hacer en situaciones concretas que requieren la aplicación creativa, flexible y responsable de conocimientos, habilidades y actitudes... las competencias son transversales a las áreas del currículo y del conocimiento. Aunque generalmente se desarrollan a través del trabajo concreto en una o más áreas, se espera que sean transferidas a distintos ámbitos de la vida académica, social o laboral (MEN, 2006, p. 12).

Los autores indican que la idea de competencia matemática se reinterpreta de muy diversas formas en los distintos documentos referidos a educación en general y educación matemática en particular, incluso pueden aparecer distintos enfoques dentro de un mismo marco de referencia. Por ejemplo, Rico (2007) ha identificado distintos usos de este término en el Proyecto PISA: La noción de competencia es central en el estudio PISA y desempeña diferentes funciones:

- Expresa una finalidad prioritaria en la enseñanza de las matemáticas.
- Expresa un conjunto de procesos cognitivos que caracterizan un esquema pragmático de entender el hacer matemáticas.
- Concretas variables de tarea para los ítems en la evaluación; destaca por los grados de complejidad.
- Marca niveles de dominio al movilizar las capacidades para resolver tareas matemáticas. (pág. 14)

En dicho proyecto PISA, se propone el siguiente listado de competencias matemáticas:

- Pensar y razonar (PR)
- Argumentar (A)
- Comunicar (C)
- Modelar (M)
- Plantear y resolver problemas (PRP)
- Representar (R)
- Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones (ULS)
- Usar herramientas y recursos (UHR) (OCDE, 2004, p. 40).

Teniendo en cuenta el listado de competencias PISA, en la siguiente tabla se registran las competencias que se articulan con los objetivos de aprendizaje y las capacidades que se esperan alcanzar con el desarrollo de la clase:

Tabla 23.

“Objetivos de aprendizaje, capacidades y competencias asociadas a la función lineal”

Objetivos de aprendizaje		Capacidades		Competencias							
		Asociadas al saber		P R	A	C	M	P R P	R	U L S	U H R
1	Aplicar conocimientos previos asociados a la función lineal en la solución de situaciones simples del contexto real.	C1	Usa el plano cartesiano						x		
		C2	Completa tablas						x		
		C3	Utiliza lenguaje algebraico						x		
		C4	Opera con números reales	x							
		C5	Diferencia relación de función	x							
		C6	Soluciona ecuaciones de primer grado					x			

		C7	Utilizar notación funcional	x									
		C8	Halla el valor numérico de expresiones algebraicas					x					
		C9	Usa Excel						x				
3	Reconocer los diferentes elementos que caracterizan la función lineal e identificar su significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación.	C6	Identifica la variable independiente y la variable dependiente en una función lineal.	x									
		C7	Identifica el dominio, el codominio y el rango de una función lineal.	x				x					
		C8	Explica por qué el codominio y el rango de una función lineal es el mismo.		x	x							
		C9	Argumenta la relación entre una función lineal y la proporcionalidad entre dos magnitudes.		x	x							
		C10	Halla el valor de la pendiente en una función lineal.	x				x					
		C11	Explica el significado de una pendiente negativa en una función lineal.		x	x							
		C12	Explica el crecimiento o decrecimiento en una función lineal		x	x							
		C13	Explica la incidencia en la gráfica de una función lineal cuando se suma o resta una cantidad cualquiera.		x	x							
		C14	Extrapolando valores en la gráfica de una función lineal	x				x					
O2	Utilizar diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real mediados por situaciones de medición, cambio y variación.	C1	Identifica una función lineal en su representación tabular.						x				
		C2	Identifica una función lineal en su representación gráfica						x				
		C3	Identifica una función lineal en su representación algebraica o simbólica						x				
		C4	Hace conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.					x	x				
		C5	Hace la gráfica de una función lineal.						x				
3	Asociadas al saber hacer			P	A	C	M	P	R	U	U		
		C1	Identifica y expresa en lenguaje natural situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con funciones lineales	x			x		x				
	Formular y desarrollar modelos que	C2	Grafica funciones utilizando recursos tecnológicos como el Excel.					x				X	

	describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución.	C3	Modela situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal.				x					
		C4	Explica el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana.		x	x						
		C5	Resuelve problemas relativos a funciones lineales	x				x				
		C6	Crea problemas que se puedan modelar mediante funciones lineales.				x	x				
		C7	Predice resultados en situaciones que se comporten como una función lineal.	x					x			
5	Desarrollar habilidades para aprender la función lineal con la participación de los demás compañeros, el profesor y por sí mismo.	Capacidades desde el saber ser										
		C1	Aporto ideas al trabajo en equipo									
		C2	Apoyo a los compañeros que presentan alguna dificultad en algún tema.									
		C3	Me apoyo en los compañeros para aclarar mis dudas.									
		C4	Me esfuerzo por realizar todas las actividades propuestas.									
		C5	Consulto por mi propia cuenta lo que se me dificulta y practico en casa.									
		C6	Me esfuerzo por realizar mis trabajos con calidad.									

Fuente: Elaboración propia

c. Identificación de dificultades y errores

Gómez y González (2012) definen una dificultad de aprendizaje como una circunstancia que impide o entorpece la consecución de los objetivos de aprendizaje previstos, la importancia de las dificultades reside en identificarlas, conocer qué factores son los responsables de que aparezcan y saber de qué modo se pueden superar. Los autores definen el error como la manifestación visible de una dificultad. El error es observable directamente en las actuaciones de

los escolares, en sus respuestas equivocadas a las cuestiones y tareas concretas que les demanda el profesor.

Al respecto el documento de Barajas, Fulano, Ríos, Salazar & Pinzón (2018) incorporan una lista de dificultades y errores asociados a la función lineal, afín y constante que se asumen para los intereses de la investigación, en la siguiente tabla se registra la información:

Tabla 24.

“Dificultades y errores asociados a la función lineal”

Dificultades		Errores	
D1	Dificultad para representar simbólicamente una función lineal.	E1	Considera que los parámetros m y n siempre son positivos.
		E2	Relaciona el parámetro n con la constante de proporcionalidad.
		E3	Relaciona magnitudes incorrectas en la expresión simbólica de una función lineal.
		E4	Utiliza incorrectamente el signo igual en una expresión simbólica.
		E5	Intercambia la variable dependiente con la independiente en la expresión simbólica.
		E6	Escribe la expresión simbólica como un resultado numérico.
		E7	Incluye datos incorrectos en la expresión simbólica o le faltan datos.
		E8	Resuelve incorrectamente ecuaciones asociadas a función lineal.
		E9	Expresa la relación entre variables de forma incorrecta.
D2	Dificultad para representar en el plano cartesiano una función constante, lineal o afín	E1	Representa gráficamente todas las rectas cortando los ejes desde el origen.
		E2	Uso del plano cartesiano.
		E3	Representa la gráfica de una función lineal como la unión de segmentos consecutivos no alineados.
		E4	Representa las funciones solo con gráficas continuas.
		E5	Ubica las magnitudes asociadas al problema en el eje que no corresponde.
		E6	Utiliza una escala inadecuada en la representación gráfica.
		E7	Expresa (0,) como el punto de corte con el eje Y .
D3	Dificultad para representar en el sistema tabular una función	E1	Asocia incorrectamente un par ordenado con los correspondientes valores en el sistema tabular.
		E2	Ubica incorrectamente parejas ordenadas en la tabla.
		E3	Asocia el parámetro m con el punto de corte con el eje Y .
		E4	Asocia el parámetro n con el punto de corte en el eje X .

	constante, lineal o afín	E5	Asocia el parámetro m con el punto de corte en el eje X .
		E6	Ubica parejas ordenadas incorrectamente en la tabla.
		E7	Asocia erróneamente el signo del parámetro m con el crecimiento de la función.
D4	Dificultad para representar en el sistema tabular una función lineal.	E1	Reconoce incorrectamente las variables en un fenómeno o problema de variación.
		E2	Relaciona dos magnitudes diferentes con la misma variable.
		E3	Generaliza una regla de correspondencia que funciona sólo para un valor particular de la variable.
		E4	Confunde la variable dependiente con la independiente.
		E5	Confunde las cantidades variables con las cantidades constantes o fijas en un problema.
		E6	Relaciona magnitudes incorrectamente.
		E7	Propone situaciones que no se asocian con funciones lineales o afines.
		E8	Reconoce incorrectamente una de las variables.
		E9	Realiza operaciones que no corresponden con el enunciado.
		E10	Expresa incorrectamente la regularidad a partir de la tabla o gráfica.
		E11	Describe correctamente solo un caso particular de la relación entre las variables.
		E12	Expresa incorrectamente la relación entre las variables.
		E13	Relaciona más magnitudes de las que se esperan.
D5	Dificultad asociada a la interpretación de resultados	E1	Relaciona las variables con magnitudes incorrectas cuando justifica sus respuestas.
		E2	Utiliza datos que no están involucrados en el problema para justificar su respuesta.
		E3	Intercambia el significado de los puntos de corte con los ejes en el contexto del problema.
		E4	Asocia todas las situaciones con funciones lineales.
		E5	Argumenta que las variables no pueden tomar valores negativos dentro de una situación.
		E6	Confunde el crecimiento con el decrecimiento de una función.
		E7	Utiliza valores positivos para el parámetro m cuando la función es decreciente.
		E8	Reconoce que las variables pueden tomar valores negativos, pero su justificación no es coherente con el contexto del problema.
		E9	Utiliza únicamente números enteros.
		E10	Reconoce solamente una de las variables que intervienen en el problema.
		E11	Llega a conclusiones incorrectas.
		E12	Sus argumentaciones son incoherentes.
		E13	Reconoce que las variables pueden tomar valores negativos, pero su justificación no es coherente con el contexto del problema.
		E14	Identifica las variables pero no comprende su significado en el problema.

E15	Expresa argumentos que no corresponden a la respuesta encontrada.
E16	Relaciona incorrectamente los puntos de corte de la gráfica con la expresión simbólica.
E17	Determina incorrectamente el significado de un punto de corte.
E18	Utiliza magnitudes adicionales a las propuestas.

Fuente: Barajas, Fulano, Ríos, Salazar & Pinzón (2018)

7.3.3. Metodología - Análisis de instrucción

En este apartado se presentan la metodología que sustentará las prácticas de enseñanza del profesor en el aula, la cual está articulada con el análisis de la instrucción. Flores, Gómez y Marín (2012) consideran que el análisis de instrucción permite ver la visión funcional de las matemáticas; y señalan que aprender matemáticas implica que el estudiante aprecie y le de utilidad a los contenidos para resolver situaciones prácticas en contextos específicos. El modelo curricular sugiere incorporar el diseño y gestión de tareas que involucren problemas contextualizados que permitan movilizar a los estudiantes hacia el aprendizaje, con la mediación de recursos y materiales didácticos. En esta perspectiva, la función del profesor recae en promover una visión de la enseñanza que contribuya al logro de las expectativas de aprendizaje propuestas y a la superación de las dificultades y errores del contenido matemático.

Al respecto, Carretero, Coriat y Nieto (1993) citados por Flores y Gómez (2009), definen los recursos como cualquier material, no diseñado específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el profesor decide incorporar en sus enseñanzas y a los materiales como recursos que se diseñan con fines educativos (Si bien, en general, un buen material didáctico trasciende la

intención de uso original y admite variadas aplicaciones; por ello, no hay una raya que delimite claramente qué es un material y qué es un recurso).

Flores, Gómez y Marín (2012) establecen que cuando un material o recurso promueve que el estudiante resuelva situaciones problemáticas, empleando una representación tangible del concepto matemático, estará dando la oportunidad al estudiante de que genere ideas e imágenes mentales sobre ese concepto, relacione con otras formas de representación, identifique elementos, etc., iniciando así la comprensión del concepto.

En cuanto a las tareas, los autores las identifican como una propuesta para el estudiante que implica una actividad de él en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como instrumento para el aprendizaje o la evaluación del aprendizaje.

Igualmente, señalan que la complejidad de una tarea está dada al menos por dos cualidades diferentes: el grado de estructura (el cierre de la meta o fin) y el grado de dificultad (es decir, el número y complejidad de las destrezas, conocimientos y creatividad exigida para su resolución). De esa forma, los autores definen un ejercicio como una tarea cerrada y accesible, y un problema como una tarea cerrada, pero que entraña una dificultad elevada, es decir, no se dispone de un procedimiento para llegar a la solución. Una investigación es una tarea con un alto grado de dificultad, en la que no conocemos de antemano la solución, pero se espera que los estudiantes den pasos hacia ella, mientras que un proyecto es más fácil, pero en el que la respuesta no está fijada de antemano, sino que exige una construcción por parte de los alumnos (Flores, Gómez, & Marín, 2012).

Desde la perspectiva de Zabala (1995) el uso de las tareas promueve un aprendizaje más próximo a las ideas constructivistas del aprendizaje. El siguiente cuadro muestra las complejidades de las tareas y su uso hacia el aprendizaje constructivista:

Tabla 25.

Organización de la clase desde la complejidad de las tareas

1. Secuencia de actividades y tareas	
Tipos de tareas: Investigación, Proyecto, Problema	Rutinarias (Ejercicio, Memoria)
2. Papel del profesor y del alumno. Relaciones interactivas	
ALUMNO: Participa, coopera, actúa, hace	Recibe, escucha, copia
PROFESOR: Dirige y organiza	Expone
3. Organización social	
Formas variadas de organización (individual, grupos, gran grupo, etc.)	Gran grupo e individual
4. Organización del espacio y tiempo	
ESPACIO: Aula laboratorio, Taller, otros espacios	Aula auditorio sólo
TIEMPO: Abierto, amplio	Fijo, buscando minimizar
5. Organización de contenidos	

Fuente: (Flores, Gómez, & Marín, 2012, pág. 25)

Desde el análisis didáctico, las prácticas de enseñanza del profesor, están mediadas por la forma en que se diseñen y se gestionen las tareas en el aula. Los autores afirman que la secuencia de enseñanza tiene que guardar ciertas regularidades que permitan al estudiante saber qué se va a trabajar, qué se espera que aprenda al final del estudio, que le lleve a distinguir qué aprendizaje se ha realizado, a qué contenido y objeto matemático corresponde, etc.

Parece obvio que el proceso de enseñanza debe tener un principio, que incluya la presentación de la unidad, pero además señale las condiciones de realización; un desarrollo, en el que se ejecuten las tareas principales, y un desenlace para poner en claro lo que se ha hecho, se haga balance de lo aprendido y se formalice suficientemente para facilitar la estructuración de conocimientos del alumno. Al respecto, los autores recuerdan que el ritmo habitual de un proceso formativo debe guardar una cierta secuencia que ellos concretan en:

- Fase Inicial, en la que el fin es poner al estudiante en situación de aprender, comprende la presentación del tema y la recogida de información sobre las concepciones previas de los alumnos.
- Fase de desarrollo en la que se realizan los aprendizajes, mediante la ejecución de las tareas.
- Fase de cierre, en la que se estructuran y consolidan aprendizajes, además de examinar en qué grado se han logrado los objetivos previstos.

En la siguiente figura, se concretan los propósitos de cada fase y las aportaciones a las prácticas de enseñar matemáticas en los profesores.

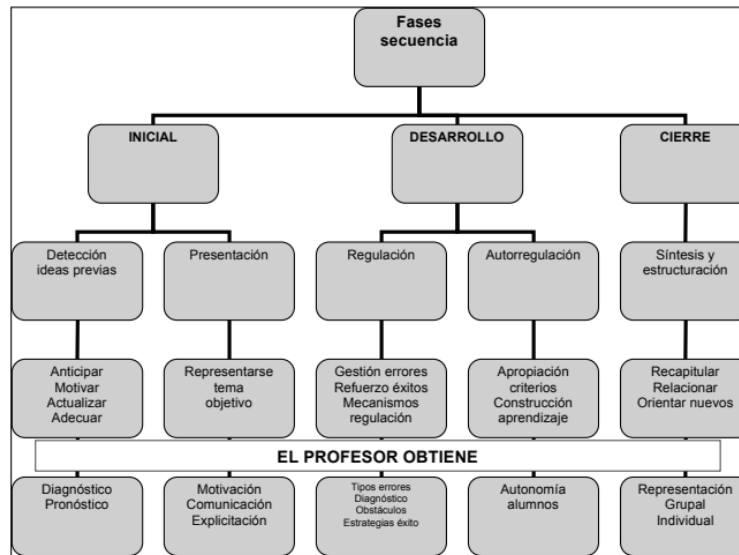


Figura 8. Fases de una secuencia formativa

Fuente: (Giné & Parcerisa, 2003)

Estas fases son coherentes a los momentos de la clase que se asumieron como referentes para el desarrollo del objetivo específico uno de la investigación “caracterización de las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas”, por tanto, en la metodología se asumen como criterio para la gestión de la clase.

Teniendo en cuenta que el modelo curricular análisis didáctico, incorpora las tareas como mediadoras en las prácticas de enseñar matemáticas, Flores, Gómez y Marín (2012), incorporando las ideas de Giné y Parcerisa (2003), clasifican las tareas para examinar qué papel van a desempeñar y cómo lograr organizar la enseñanza en función de las mismas, al respecto señalan:

- a) Tareas que tienen como fin ayudar a conocer los aprendizajes previos realizados por el alumno.
- b) Tareas para ayudar a la motivación y de relación con la realidad.
- c) Tareas exploratorias fomentadoras de la interrogación y del cuestionamiento.
- d) Tareas de elaboración y construcción de significados.

e) Tareas de descontextualización y de aplicación.

f) Tareas de ejercitación.

g) Tareas de síntesis.

Los autores concluyen que, como puede apreciarse, las tareas (a) y (b) forman parte de la fase inicial, las (c), (d), (e) y (f), de la fase de desarrollo y las (g) del cierre. Teniendo en cuenta esto, en la siguiente tabla se registran las diferentes tareas los propósitos en su gestión en la clase en virtud a los diferentes momentos de la misma.

Tabla 26.

Organización de la clase desde la gestión de tareas matemáticas

Momentos de la clase	No. Tarea	Nombre de la tarea	Tipo de tarea	Propósito de la tarea	Organización de la clase		Contenidos	Material didáctico	Recursos
					Espacio	Agrupamiento estudiantes			
Inicio	1	Aprender comprando	Diagnóstica	Explorar los conocimientos previos que tienen los estudiantes respecto a las características de la función lineal y su relación con otros tipos de funciones (afín y constante).	Aula de clase	Individual, pequeños grupos de tres estudiantes – gran grupo	Uso del plano cartesiano, uso de tablas, lenguaje algebraico, operaciones con números reales, diferencia de la relación de función, solución de ecuaciones de primer grado, notación funcional y hallar el valor numérico de expresiones algebraicas.	Guía de aprendizaje	Hoja Excel
Desarrollo	2	Aprendiendo con los autos	De aprendizaje: presentación del contenido matemático función lineal	Lograr que los estudiantes construyan significados de conceptos básicos de la función lineal: identifique variable dependiente e independiente, dominio, rango, relación de proporcionalidad, pendiente de una función lineal con su respectivo significado y su incidencia en la gráfica.	Aula de clase	Pequeños grupos de tres estudiantes – gran grupo	Variable dependiente e independiente, dominio, rango, relación de proporcionalidad, pendiente de una función lineal con su respectivo significado y su incidencia en la gráfica, así como en su interpretación en términos de la situación dada.	Guía de aprendizaje	Hoja Excel
	3	Arroz con leche	De aprendizaje: Sistemas de representación de la función lineal.	Lograr que los estudiantes exploren y comprendan diversas formas de representar la función lineal en situaciones de cambio y variación.	Aula de clase	Pequeños grupos de tres estudiantes – gran grupo	Formas de representación de la función, tanto algebraica, tabular y grafica	Guía de aprendizaje	Hoja Excel
	4	COVID-19	De aprendizaje: Construcción de modelos usando la función lineal	Lograr que los estudiantes construyan modelos usando la función lineal para comprender situaciones cotidianas de cambio y variación.	Aula de clase	Pequeños grupos de tres estudiantes – gran grupo	Modelación de funciones lineales, gráficas de funciones lineales por medio de recursos tecnológicos, la proporcionalidad en situaciones cotidianas, creación y predicción de problemas en situaciones que se comporten como una función lineal.	Guía de aprendizaje	Hoja Excel
Cierre	5	Transporte y COVID-19	De evaluación: Conocer aprendizajes logrados.	Identificar los conocimientos y capacidades matemáticas que los estudiantes adquirieron durante las sesiones anteriores.	Aula de clase	Pequeños grupos de tres estudiantes – gran grupo	Representar gráficamente en el plano cartesiano, identificar los elementos de una función, resolver y proponer problemas de la vida diaria.	Guía de aprendizaje	Hoja Excel

Fuente: Elaboración propia.

7.3.4. Diseño de tareas matemáticas para promover buenas prácticas evaluativas

Con la información obtenida del análisis de contenido y cognitivo, en este apartado se presenta la propuesta de tareas matemáticas para promover buenas prácticas evaluativas desde el modelo curricular “Análisis didáctico”.

Como se indicó en el apartado anterior, por los intereses de la investigación se adopta la definición de tarea dada por Flores, Gómez y Marín (2012), quienes la presentan como “una propuesta para el estudiante que implica una actividad de él en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como instrumento para el aprendizaje o la evaluación del aprendizaje”.

Es importante señalar que los autores identifican los siguientes criterios para el análisis, selección y diseño de tareas:

a) En primer lugar, las tareas deben ser compatibles con el análisis del contenido, por lo que deben estar vinculadas al análisis y selección de los contenidos realizados anteriormente.

b) Las tareas deben contribuir a las expectativas de aprendizaje descritas en el análisis cognitivo, y deben afrontar las limitaciones de aprendizaje reflejadas en las dificultades o errores, por lo que es necesario fijar las condiciones de realización de las tareas, así como su grado de complejidad.

c) Tal como se registró en el apartado anterior, las tareas permiten incorporar recursos y materiales, que, al presentar acciones próximas a las

establecidas en el análisis de contenido del tema, optimicen las expectativas de aprendizaje del mismo.

d) Pero también, las tareas deben concretarse y ser compatibles con la forma de llevar a cabo la gestión de la clase, de manera que sea posible y que se relacione de manera más adecuada con las expectativas de aprendizaje.

Para efectos del diseño de las tareas, se acogen los elementos planteados por Gómez, Mora, & Velasco (2018) para su diseño: Requisitos, metas, formulación, materiales y recursos, agrupamiento, interacción y temporalidad.

Los requisitos son los conocimientos y destrezas necesarios para abordar la tarea. *Las metas* son los conocimientos y destrezas que se espera desarrollar con motivo de abordarla. La formulación es la instrucción (usualmente escrita) que se entrega a los estudiantes. *Los materiales y recursos* son las herramientas que los estudiantes pueden utilizar para abordar la tarea. *El agrupamiento* se refiere las formas de organización de los estudiantes que se sugieren para resolver la tarea. *La interacción* tiene que ver con las formas en que se prevé que los estudiantes y el profesor interactuarán cuando se aborde la tarea. Finalmente, *la temporalidad* hace referencia a los momentos y tiempos en los que se atiende a las diferentes partes de la tarea.

A continuación, se presenta el diseño de las diferentes tareas registradas, articuladas a los diferentes momentos de la clase:

a. Diseño de tarea matemática asociada al “momento inicial de la clase”. Tarea 1 Diagnostica.

En este momento de la clase se espera identificar los conocimientos previos de los estudiantes relacionados con el contenido función lineal. Con esta tarea se espera abordar el objetivo de aprendizaje uno (OA1), definido en el análisis cognitivo de la planeación, igualmente activar las capacidades situadas y contribuir al fortalecimiento de las competencias matemáticas identificadas.

Tabla 27.

Expectativas de aprendizaje asociadas a la tarea uno: momento inicial de la clase

Objetivos de aprendizaje	Capacidades				Competencias							
	Asociadas al saber				PR	A	C	M	PRP	R	ULS	UHR
01 Aplicar conocimientos previos asociados a la función lineal en la solución de situaciones simples del contexto real.	C1	Usar el plano cartesiano								x		
	C2	Completar tablas								x		
	C3	Utilizar lenguaje algebraico								x		
	C4	Operar con números reales			x							
	C5	Diferenciar relación de función			x							
	C6	Solucionar ecuaciones de primer grado							x			
	C7	Utilizar notación funcional			x							
	C8	Hallar el valor numérico de expresiones algebraicas							x			
	C9	Usar Excel para construcciones de tablas y graficas								x		

Presentación de la tarea:

Nombre de la tarea: T1. "Aprender comprando"

Diagnóstica

Descripción de tipos de evaluación y actividades que sustentan la tarea:

a. Requisitos para el desarrollo de la tarea:

De tipo conceptual: se espera que el estudiante tenga conocimientos asociados a:

- Reconocer la diferencia entre relaciones y funciones
- Identificar el significado y relaciones del dominio y codominio en una función
- Usar el plano cartesiano para representar funciones.
- Comprender el significado de la pareja ordenada en el plano.
- Reconocer la variable dependiente e independiente en una función a partir del análisis de situaciones cotidianas.
- Comprender el significado de la ecuación de la recta en una función.
- Comprender el significado de la pendiente de la recta en una función.
- Identificar las características de diferentes funciones.

De tipo procedimental: se espera que el estudiante conozca la herramienta Excel para: realizar operaciones básicas, para construir tablas y registrar información y para representar funciones haciendo uso de la información contenida en las tablas

b. Meta:

Explorar los conocimientos previos que tienen los estudiantes respecto a la función lineal: uso del plano cartesiano, uso de tablas, lenguaje algebraico, operaciones con números reales, diferencia de la relación de función, solución de ecuaciones de primer grado, notación funcional y hallar el valor numérico de expresiones algebraicas.

c. Materiales y recurso didáctico:

Recurso didáctico: Hoja y lápiz

Material didáctico: Hoja de cálculo Excel y guía de aprendizaje.

d. Agrupamiento:

Individual, pequeños grupos y gran grupo.

e. Interacción (Participación del profesor y del estudiante):

A1: El profesor socializa con los estudiantes el objetivo de aprendizaje:

Aplicar conocimientos previos asociados a la función lineal en la solución de situaciones simples del contexto real.

A2: El profesor socializa la situación de aprendizaje:

Compra de celulares y diferentes planes de financiación: con el interés de lograr que los estudiantes reconozcan los diferentes elementos que sustentan las funciones (pareja ordenada, variable dependiente e independiente, pendiente de la recta, dominio y codominio), las características de la función lineal, a partir de su comparación con las funciones afín y constante, y la interpretación de la pendiente de la recta como constante de crecimiento, se presenta la situación de aprendizaje, reconociendo la riqueza del contexto, en este caso la compra de celulares. La situación incorpora diferentes planes de financiación, en cada plan se incorpora el

uso de la pendiente como generadora del comportamiento de la ecuación de la recta en los diferentes tipos de funciones.

A3: El profesor muestra a los estudiantes el uso del material didáctico para resolver la tarea:

El profesor explora con los estudiantes las bondades de la plataforma Excel para realizar operaciones básicas, construir tablas con los datos que identifica en la situación y graficar las funciones.

Especialmente usar este recurso para lograr que los estudiantes visualicen tanto en la tabla como en la gráfica, el significado del dominio (meses de financiación-variable independiente) y el codominio (valor de la cuota a pagar en cada mes), teniendo en cuenta las condiciones del plan, y desde este proceso reconozca las características de las funciones lineal, constante y afín, además del significado de la pendiente de la recta como constante de crecimiento, determinante en dicho comportamiento de las funciones.

A4: El profesor motiva a los estudiantes a desarrollar las diferentes actividades que sustenta la tarea:

Para esta tarea es fundamental previo al desarrollo de las actividades que el profesor explore con los estudiantes el uso del Excel para los fines ya descritos, además es importante que en los diferentes equipos se analice la situación de aprendizaje de la tarea, en este caso los planes de financiación para la compra del celular, que se aborde discusiones sobre sus opiniones respecto a esas condiciones de compra, se generen algunas especulaciones sobre las posibles mejores opciones motivando a los equipos al desarrollo de las actividades para dar respuesta a la situación.

A5: El profesor acompaña la formalización de significados matemáticos:

Con las discusiones y acuerdos generados en los pequeños grupos, el profesor motiva a los estudiantes a socializar sus construcciones, en gran grupo se promueven nuevas discusiones y acuerdos, finalmente el profesor haciendo uso de las practicas matemáticas promovidas por los estudiantes consolida los discursos institucionales referidos a los elementos que sustentan las funciones y los diferentes tipos de funciones: variable dependiente, variable dependiente, dominio, codominio, rango, pendiente de la recta, función lineal, constante y afín.

f. Temporalidad:

Momento 1. Socialización del propósito de la tarea: 10 minutos.

Momento 2. Desarrollo de la tarea: 50 minutos.

Momento 3. Puesta en común y acuerdos: 40 minutos

Momento 4. Formalización de conocimientos: 20 minutos

g. La evaluación de los aprendizajes desde el desarrollo de la tarea (Que sabemos):

Actividades:

Teniendo en cuenta que el interés de esta tarea se centra en identificar los conocimientos previos de los estudiantes asociados al contenido función lineal, para el desarrollo de la misma se plantea una situación de un contexto cotidiano: Plan de financiación de un celular con incrementos en el pago de sus cuotas desde la incorporación de una cantidad determinada constante. La situación incorpora diferentes procesos para que los estudiantes, desde su análisis, puedan comprender el problema, registrar la información y darle solución, activando así los saberes previos que se esperan explorar, asociados a la función lineal.

Situación de la tarea:

Tres amigos: Juan, Pedro y Carlos, están interesados en comprar la última versión del celular ALCHAMO'S. El vendedor les ofrece tres opciones distintas de pago a 12 meses. Ellas son:

Opción 1: Una cuota inicial y un pago mensual de \$180.000.

Opción 2: Sin cuota inicial, un pago al primer mes de \$25.715 y cada mes se incrementa esta misma cantidad.

Opción 3: Una cuota inicial de \$40.000, un pago al primer mes de \$20.000 adicional al valor de la cuota inicial, y cada mes se incrementa esta misma cantidad al pago anterior.

Juan se decide por la opción 1, Pedro por la 2 y Carlos por la 3.

Representa en una tabla y en un plano cartesiano las tres opciones de compra de celulares y analiza:

- P1. ¿En qué mes las tres opciones de compra coinciden con el valor de la cuota?
- P2. ¿Cómo es el valor que incrementa el valor de la cuota en cada mes?
- P3. ¿Cómo sería la ecuación de la recta que sustenta cada opción de compra?
- P4. ¿Qué significado le asigna a cada término de la ecuación en virtud a los planes de compra?
- P5. ¿Qué características observa de la recta en cada una de las opciones de compra?
- P5. ¿Cuál considera que es la mejor opción de compra y por qué?

Con las practicas matemáticas que realicen los estudiantes asociadas a las diferentes preguntas, se espera con el uso de los distintos sistemas de representación (verbal, tabular, gráfico y simbólico) para resolver esas cuestiones, identificar los conocimientos de los estudiantes en torno a los diferentes términos de la ecuación lineal, los elementos que definen la función y las características de las diferentes funciones que sustentan las situaciones de compra: función constante, afín y lineal.

h. Actores que participan en la evaluación

Teniendo en cuenta que para el modelo curricular la evaluación es una de las componentes importantes de la clase, en este apartado se registran los roles de los actores en los tres tipos de evaluación que se espera generar (Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación).

Autoevaluación:

La autoevaluación constituye uno de los tipos de evaluación de mayor importancia en el modelo curricular. El análisis didáctico incorpora dos dimensiones para evaluar; la primera, la **dimensión cognitiva**, asociada a la valoración que los estudiantes asignan a los conocimientos que se lograron durante la gestión de la tarea, la **dimensión afectiva** asociada a la valoración que los estudiantes asignan a su percepción respecto a cómo se sintieron durante el desarrollo de la tarea.

En particular, para la autoevaluación se acogen los dos instrumentos de evaluación generados desde el modelo curricular Análisis didáctico:

Semáforo cognitivo, es un instrumento que permite evaluar desde la perspectiva de los estudiantes cuáles consideran fueron los conocimientos que se lograron generar con el desarrollo de la tarea, asociados a las capacidades que consideran, fueron posibles activar. La siguiente gráfica muestra el diseño del semáforo cognitivo, en el cual se incorporan las capacidades escritas en un lenguaje sencillo para los estudiantes:




Estimado estudiante, con el propósito de conocer cuáles consideras que fueron tus aprendizajes y la forma como te sentiste durante el desarrollo de la tarea, diligencia los siguientes formatos que nos permitirán identificar dicha información:

SEMÁFORO COGNITIVO



Que aprendí
haciendo la tarea

Colorea el recuadro correspondiente, de acuerdo con tu desempeño en cada una de las actividades relacionadas. Verde, si consideras que lograste el aprendizaje señalado; amarillo, si tuviste dificultades y en rojo, si consideras que no pudiste lograrlo.

¿Cómo fue mi desempeño en cada uno de los siguientes aprendizajes?			
Realizando operaciones básicas con números (utilizando el Excel), logré encontrar la información que requería cada situación de la tarea.			
Logré usar tablas para registrar la información que obtuve resolviendo las diferentes situaciones de la tarea.			
Con la información de las tablas, logré establecer relaciones entre una columna (x) y la otra (y), identificar parejas ordenadas y ubicarlas en el plano cartesiano.			
Con la información del plano cartesiano pude identificar el comportamiento de la gráfica teniendo en cuenta cada situación planteada en la tarea.			
Con la información de las tablas y las gráficas, pude diseñar una ecuación para estructurar las diferentes situaciones de la tarea.			
Logré establecer diferencias entre una relación y una función.			
Logré reconocer cada situación en el contexto de cada ecuación.			
Comprendí el uso del Excel para resolver ecuaciones			


El matematógrafo, es un instrumento que se acoge desde el modelo curricular Análisis didáctico, para conocer la valoración que los estudiantes asignan a su participación durante el desarrollo de la tarea. El Matematógrafo incorpora una serie de criterios en los que los estudiantes, teniendo en cuenta los diferentes gestos que presentan los emoticones que sustentan el instrumento, expresan sus sentimientos frente a su participación durante el desarrollo de la tarea.

MATEMATÓGRAFO



Cómo me sentí haciendo la tarea

Con el fin de conocer cómo te sentiste durante el desarrollo de la tarea, colorea el emoji que corresponda a tu sentir, de acuerdo con cada uno de los criterios enunciados:

					
					
					
					
	Aporté ideas al trabajo en equipo	Apoyé a los compañeros que presentaron alguna dificultad en algún tema.	Me apoyé en los compañeros para aclarar mis dudas.	Me esforcé por realizar todas las actividades propuestas.	Consulté por mi propia cuenta lo que se me dificultó y practiqué en casa.

Coevaluación:

Si bien es cierto que la tarea se diseñó de manera general con el interés de conocer las prácticas matemáticas y los conocimientos que pusieron en funcionamiento los estudiantes al resolverla, también lo es que dentro de sus momentos de gestión se incorporó la puesta en común de los aprendizajes logrados. En este momento, en particular, se espera con la tarea la negociación de significados en pequeños grupos de estudiantes. Este momento permite, no solo identificar la forma en la que el estudiante realiza prácticas matemáticas y los conocimientos que desarrolla, sino también la forma en la que negocia con su par dichos conocimientos.

Teniendo en cuenta lo anterior, la coevaluación juega un papel importante durante la gestión de la tarea y, en esencia, busca identificar en esos pequeños grupos qué conflictos de significado se generaron, cómo enfrentaron esos conflictos y, especialmente, cómo negociaron los significados asociados al contenido, para resolver la tarea.




Desde la coevaluación, en pequeños grupos, los estudiantes, usando los mismos instrumentos usados en la autoevaluación, pero mediante un discurso colectivo, valorarán los aprendizajes logrados (dimensión cognitiva), como sus perspectivas respecto a su participación durante la realización de la tarea (dimensión afectiva).

SEMÁFORO COGNITIVO COLECTIVO



**Que aprendimos
haciendo la tarea**

Coloreen el recuadro correspondiente, de acuerdo con el desempeño del grupo en cada una de las actividades relacionadas. Verde, si consideran que el grupo logró el aprendizaje señalado; amarillo, si tuvieron dificultades y en rojo, si consideran que no pudieron lograrlo.

¿Cómo fue nuestro desempeño en cada uno de los siguientes aprendizajes?			
Realizamos operaciones básicas con números (utilizando el Excel), logrando encontrar la información que requería cada situación de la tarea.			
Logramos usar tablas para registrar la información que se obtuvo resolviendo las diferentes situaciones de la tarea.			
Con la información de las tablas, logramos establecer relaciones entre una columna (x) y la otra (y), identificar parejas ordenadas y ubicarlas en el plano cartesiano.			
Con la información del plano cartesiano pudimos identificar el comportamiento de la gráfica teniendo en cuenta cada situación planteada en la tarea.			
Con la información de las tablas y las gráficas, pudimos usar una ecuación para estructurar las diferentes situaciones de la tarea.			
Logramos establecer diferencias entre una relación y una función.			

MATEMATÓGRAFO



**Cómo nos sentimos
haciendo la tarea**

Con el fin de conocer cómo se sintió el grupo durante el desarrollo de la tarea, coloreen el emoji que corresponda a su sentir, de acuerdo con cada uno de los criterios enunciados:

					
					
					
					
	Trabajamos en equipo	Apoyamos a quienes presentaron alguna dificultad en algún tema.	Apoyamos a los compañeros aclarando dudas.	Nos esforzamos por realizar todas las actividades propuestas.	Consultamos y practicamos en casa.

Heteroevaluación:

La heteroevaluación en el modelo curricular se asume como el acompañamiento que realiza el profesor a las diferentes formas de aprender de los estudiantes cuando participan en la solución de las tareas. Lo anterior implica la observación constante y permanente del profesor frente a las actuaciones del estudiante en el aula de clase, no se reduce a la aplicación de instrumentos al cierre, sino que se sustenta desde la observación constante y permanente de las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven las tareas (actuaciones asociadas a las prácticas matemáticas que activa, los conocimientos que pone en funcionamiento, a la forma como enfrenta dificultades en el aprendizaje y la forma en la que negocia significados).

Diario del profesor – Dimensión cognitiva				
Estudiante:				
Capacidades	Nivel de activación			Observaciones
	Total	Parcial	Nula	
Usa el plano cartesiano.				
Utiliza lenguaje algebraico				
Opera con números reales				
Diferencia la relación de función				
Halla el valor numérico de expresiones algebraicas				

Teniendo en cuenta que dentro de la tarea se definieron las capacidades para el saber, saber hacer, saber ser, para la dimensión afectiva, se retoman las capacidades asociadas al ser, ajustadas a las perspectivas del profesor.

Diario del profesor – Dimensión afectiva				
Estudiante:				
Capacidades desde el saber ser	Nivel de activación			Observaciones
	Alto	Medio	Bajo	
Expresó disposición al trabajar en el pequeño grupo.				
Durante las actuaciones del pequeño grupo para resolver la tarea, apoyó a los compañeros que presentaron alguna dificultad para comprender la forma de resolver la tarea.				
Consideró pertinente los aportes de los demás participantes del pequeño grupo para aclarar las dudas que surgieron durante el desarrollo de la tarea.				
Expresó interés y preocupación por realizar las diferentes situaciones y actividades planteadas en la tarea				
Asumió liderazgo para identificar desde su propia autonomía la forma de afrontar las dificultades que presentó la tarea.				
Expresó constante y permanente preocupación e interés por resolver de manera acertada las diferentes actividades de la tarea.				

Fuente: Elaboración propia.

b. Diseño de tareas matemáticas asociadas al “momento desarrollo de la clase: Tarea 2 de aprendizaje: presentación del contenido”

En este momento de la clase se espera presentar a los estudiantes los conocimientos básicos asociados a la función lineal. La tarea pretende abordar el objetivo de aprendizaje dos (OA2), definido en el análisis cognitivo de la planeación, igualmente activar las capacidades situadas y contribuir al fortalecimiento de las competencias matemáticas identificadas.

Tabla 28.

Expectativas de aprendizaje asociadas a la tarea dos: desarrollo de la clase presentación del contenido

Objetivos de aprendizaje	Capacidades asociadas al saber	Competencias								
		PR	A	C	M	PRP	R	ULS	UHR	
02 Reconocer los diferentes elementos que caracterizan la función lineal e identificar su significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación.	C6	Identifica la variable independiente y la variable dependiente en una función lineal.	x							
	C7	Identifica el dominio, el codominio y el rango de una función lineal.	x				x			
	C8	Explica por qué el codominio y el rango de una función lineal es el mismo.		x	x					
	C9	Argumenta la relación entre una función lineal y la proporcionalidad entre dos magnitudes.		x	x					
	C10	Halla el valor de la pendiente en una función lineal.	x				x			
	C11	Explica el significado de una pendiente negativa en una función lineal.		x	x					
	C12	Explica el crecimiento o decrecimiento en una función lineal		x	x					
	C13	Explica la incidencia en la gráfica de una función lineal cuando se suma o resta una cantidad cualquiera.		x	x					
	C14	Extrapolando valores en la gráfica de una función lineal	x				x			

Nombre de la tarea: T2. “Aprendiendo con los autos”

Tarea de aprendizaje: Presentación del contenido matemático función lineal

Descripción de tipos de evaluación y actividades que sustentan la tarea:

a. Requisitos para el desarrollo de la tarea:

De tipo conceptual: se espera que el estudiante tenga conocimientos asociados a:

- Reconocer la diferencia entre relaciones y funciones
- Identificar el significado y relaciones del dominio y codominio en una función
- Usar el plano cartesiano para representar funciones.
- Comprender el significado de la pareja ordenada en el plano.
- Reconocer la variable dependiente e independiente en una función a partir del análisis de situaciones cotidianas.
- Comprender el significado de la ecuación de la recta en una función.
- Comprender el significado de la pendiente de la recta en una función.
- Identificar las características de la función lineal.

De tipo procedimental: se espera que el estudiante conozca la herramienta Excel para: realizar operaciones básicas, para construir tablas y registrar información y para representar funciones haciendo uso de la información contenida en las tablas.

b. Meta:

Presentarle a los estudiantes los conceptos básicos que sustentan la función lineal, en particular: determinar la pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada en forma gráfica o algebraica, situaciones de cambio y variación, donde identifique variable dependiente e independiente, dominio, rango, relación de proporcionalidad, pendiente de una función lineal con su respectivo significado y su incidencia en la gráfica.

c. Materiales y recurso didáctico:

Recurso didáctico: Hoja y lápiz

Material didáctico: Hoja de cálculo Excel y guía de aprendizaje.

d. Agrupamiento:

Pequeños grupos (3 estudiantes)

e. Interacción (Participación del profesor y del estudiante):

A1: El profesor socializa con los estudiantes el objetivo de aprendizaje:

Reconocer los diferentes elementos que caracterizan la función lineal e identificar su significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación.

A2: El profesor socializa las situaciones de aprendizaje:

La tarea incorpora las siguientes situaciones con el interés de conocer el avance en el aprendizaje de los estudiantes durante el desarrollo de la clase:

S1: Velocidad de un auto según tiempo y distancia

Esta situación considera el recorrido que realiza un auto en tres tiempos (en minutos) y distancias (en kilómetros) distintas, con el interés de lograr que el estudiante identifique los cambios en tiempos y distancias que se producen en el recorrido, igualmente halle la ecuación de la recta y desde este proceso reconozca las relaciones entre el dominio, el codominio y el papel de la pendiente de la recta en los cambios identificados, igualmente la situación no solo sugiere identificar los cambios desde los

datos suministrados, sino movilizar al estudiantes a que sea capaz de inferir otros posibles cambios en nuevos recorridos del auto, siempre con el interés de reconocer el comportamiento de la función lineal en esas situaciones de cambio y variación.

S2: Ahorro de dinero para compra de gasolina (Desarrollo de la clase)

La situación plantea la necesidad de conocer la forma como Sebastián puede ahorrar dinero para apoyar a su papa con la compra de gasolina para movilizar la moto en que lo transporta hacia su colegio. Esta situación no solo reconoce la importancia del contexto en su construcción, sino que incorpora un asunto social profundamente valido en los contextos escolares de nuestro país, muchos de los niños de las familias colombiana aportan en la economía de la familia, luego se resalta en esta situación no solo el interés en lo cognitivo, sino especialmente vincular esa necesidad de conocer desde la realidad social, activando seguramente intereses y motivaciones en los estudiantes. Se espera igualmente que el estudiante haciendo uso de los elementos estudiados de la función, represente la función en sus diferentes formas, tabular, gráfica y simbólica con la ecuación de la recta, además que asigne un significado diferente a la pendiente de la recta como constante de crecimiento y no solo como la tangente del ángulo que forma la recta con la dirección positiva del eje de abscisas o como la medida de la inclinación de una recta cuando la ubicamos en un par de ejes coordenados.

S3: Venta de tiquetes y gastos de funcionamiento de un vehículo de transporte público (Cierre de la clase)

La situación plantea la necesidad de definir el número de venta de tiquetes de un vehículo de servicio público, que garantice el cubrimiento de sus gastos de funcionamiento de tal forma que no genere perdidas a su dueño. La situación además de ser rica en información sustentada desde un contexto real, amplía los procesos de razonamiento en los estudiantes, complejiza las reflexiones, los análisis y las practicas matemáticas, al solicitarle no solo identificar la información en la situación, representarla en tablas y gráficas, sino especialmente inferir información que garantice la sostenibilidad del negocio, este tipo de construcciones enfatiza el interés no solo en los procesos algorítmicos de la función lineal, si no de manera relevante su uso para comprender fenómenos reales.

A3: El profesor muestra a los estudiantes el uso del material didáctico para resolver la tarea:

El profesor usa el recurso Excel para lograr que los estudiantes visualicen tanto en la tabla como en la gráfica, el significado del dominio (días de la semana de ahorro-variable independiente) y el codominio (cantidad de dinero ahorrado cada día- variable dependiente), y desde este proceso reconozca las características de la función lineal, además del significado de la pendiente de la recta como constante de crecimiento y como determinante en la cultura de ahorro en Sebastián para lograr su meta.

A4: El profesor motiva a los estudiantes a desarrollar las diferentes actividades que sustenta la tarea:

Para el desarrollo de las diferentes situaciones sugeridas en la tarea es fundamental que el profesor explore con los estudiantes el uso del Excel para los fines pertinentes, además es importante que en los diferentes equipos se analice las diversas situaciones de aprendizaje, reconociendo especialmente los contextos sociales que le dan sentido, por ejemplo para el caso de la situación “ahorro de dinero para la compra de gasolina”, explorar con los estudiantes la importancia de ahorrar para lograr las metas que se proyecten, la importancia de colaborar en los gastos de la casa, promoviendo discusiones y reflexiones sobre el asunto, se especule sobre las posibles formas de ahorro de dinero motivando a los equipos al desarrollo de las actividades para dar respuesta a la situación.

A5: El profesor acompaña la formalización de significados matemáticos:

Con las discusiones y acuerdos generados en los pequeños grupos, el profesor motiva a los estudiantes a socializar sus construcciones, en gran grupo se promueven nuevas discusiones y acuerdos, finalmente el profesor haciendo uso de las practicas matemáticas promovidas por los

estudiantes consolida los discursos institucionales referidos a los elementos que sustentan la función lineal: variable dependiente, variable dependiente, dominio, codominio, rango y pendiente de la recta.

f. Temporalidad:

Momento 1. Socialización del propósito de la tarea: 10 minutos.

Momento 2. Desarrollo de la tarea: 50 minutos.

Momento 3. Puesta en común y acuerdos: 40 minutos

Momento 4. Formalización de conocimientos: 20 minutos

g. La evaluación para identificar lo que saben antes de la clase: (Qué sabemos):

Actividades:

Se plantea una situación del contexto cotidiano de los estudiantes, incorporando situaciones de cambio y variación para identificar lo que saben los estudiantes respecto: variable dependiente e independiente, dominio, rango, relación de proporcionalidad, pendiente de una función lineal con su respectivo significado y su incidencia en la gráfica.

Situación de la tarea:

En una pista de autos el que se encarga de las pruebas quiere conocer la velocidad de un auto en un tiempo determinado. Cuando realizó la medición de tiempo en minutos junto con la distancia recorrida en kilómetros obtuvo los siguientes datos:

Tiempo (m)		Distancia (km)
T1	200	1000
T2	300	1250
T3	400	1500

P1. Analiza los datos y explica ¿Cuál es la cantidad de distancia que varía en el recorrido del auto en cada uno de los diferentes tiempos?, ¿Qué deduces de esa situación?

P2. Halla una ecuación de la recta que registre la situación

P3. ¿Qué pasa si al hacer una segunda prueba, se toma los datos en los mismos tiempos, pero en esta ocasión la distancia entre tiempo y tiempo varía en 10 minutos? Teniendo en cuenta este patrón, si se tomara en tiempo T4 y T5 ¿Cuál sería la distancia recorrida por el auto?

P4. Con los datos anteriores grafica las situaciones en un solo plano cartesiano.

Con las actuaciones de los estudiantes para encontrar las soluciones a las diferentes preguntas planteadas en el contexto de la tarea, se espera identificar qué saben los estudiantes respecto a variable dependiente e independiente, dominio, rango, relación de proporcionalidad, pendiente de una función lineal con su respectivo significado y su incidencia en la gráfica, incorporando situaciones de cambio y variación como contexto fenomenológico.

h. La evaluación para identificar lo que están aprendiendo durante la clase (lo que estamos aprendiendo)

En este punto se plantea una situación para identificar los aprendizajes que se están logrado en la formación de los estudiantes respecto a:

Situación de la tarea:

Sebastián ha notado que su papá gasta \$80.000 de su presupuesto en gasolina al desplazarlo en moto hacia su colegio. Sebastián desea suplir estos gastos con un dinero que tiene ahorrado,

pero solo dispone de \$30.000, tendrá que conseguir más dinero para cumplir el valor total de gastos. De acuerdo con sus actividades extraescolares encuentra que diariamente puede ahorrar \$1800. Teniendo en cuenta esta información analiza y realiza:

- A1.** En una tabla registra la información que muestre el proceso de ahorro día a día durante el mes.
- A2.** Con la información suministrada en la tabla encuentra una ecuación que le permita saber a Sebastián en qué día del mes podrá contar con la cantidad total para cubrir los gastos de gasolina, además que le permita identificar el ahorro que lleva en los diferentes días del mes para tener control de su ahorro y su meta de gasto.
- A3.** Identifica en la tabla cada uno de los días de ahorro y la cantidad de dinero ahorrado en la medida que pasan los días, registra esa información en una gráfica y establece relaciones.
- A4.** Con la información registrada en la tabla y el comportamiento en la gráfica, describe qué representa el valor de \$1800 en la ecuación.
- A5.** Si Sebastián logra realizar más actividades extraescolares y puede aumentar en \$300 sus ahorros diarios, ¿en qué día del mes puede completar el valor total? Para sustentar la respuesta realiza una tabla que registre la nueva información, halla la nueva ecuación y grafica los nuevos resultados.

i. La evaluación para identificar lo que aprendieron al final de la clase (lo que aprendimos)

En este punto se plantea una situación para identificar los aprendizajes que se están logrado en la formación de los estudiantes respecto a: variable dependiente e independiente, dominio, rango, relación de proporcionalidad, pendiente de una función lineal con su respectivo significado y su incidencia en la gráfica, incorporando las situaciones de cambio y variación como contexto fenomenológico.

Situación de la tarea:

El papá de Sebastián compra un bus de transporte de pasajeros para mejorar las finanzas en casa. Para su compra realiza un crédito en el banco, los familiares le prestaron otro tanto de dinero y usa los ahorros que tenía guardados.

Para lograr que el negocio funcione, el papá de Sebastián necesita contar con un número de pasajeros mínimos en las diferentes rutas que le asignan, para garantizar que los gastos de funcionamiento se suplan y pueda cumplir con el pago de los créditos sin gastos adicionales.

Para el mes de abril, le asignaron la ruta Neiva – Florencia, el bus puede movilizar 40 pasajeros, lo gastos de funcionamiento de esta ruta son \$631.000 entre combustible, alimentación del conductor, pago de peajes, gastos de rodamiento del vehículo y otros. El valor del tiquete es de \$35.000. Si al desplazar 2 pasajeros le implican al papá de Sebastián contar solo con un aporte de \$75.000 para los gastos de funcionamiento teniendo que suplir de su bolsillo el valor de \$561.000. ¿Cómo es la situación al movilizar solo 6 y 10 pasajeros? ¿Cuántos pasajeros debe movilizar como mínimo para no tener que suplir de propio bolsillo los gastos de funcionamiento y el servicio de transporte genere utilidades? Para dar respuesta a las cuestiones planteadas, desarrolla las siguientes actividades:

- A1.** Registra en una tabla la información que consideras útil para resolver la situación
- A2.** Establece las relaciones que se generan en cada uno de los casos al movilizar la respectiva cantidad de pasajeros
- A3.** Grafica esas relaciones en un plano cartesiano, describe el comportamiento de la gráfica y saca conclusiones
- A4.** Define una ecuación que sustente la situación planteada

A5. Analiza: ¿Qué sucede con X y Y en la situación? ¿Qué representa la pendiente de la recta en la situación? ¿Qué recomendaciones le puede ofrecer al papá de Sebastián para que el negocio sea rentable?

j. Actores que participan en la evaluación

Tal como se definió en la T1, teniendo en cuenta que para el modelo curricular la evaluación es uno de los componentes importantes, en este apartado se registran los roles de los actores en los tres tipos de evaluación que se espera generar Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, incorporando los instrumentos: semáforo cognitivo, matematógrafo y diario del profesor.




Autoevaluación:

SEMÁFORO COGNITIVO



**Que aprendí
haciendo la tarea**

Colorea el recuadro correspondiente, de acuerdo con tu desempeño en cada una de las actividades relacionadas. Verde, si consideras que lograste el aprendizaje señalado; amarillo, si tuviste dificultades en la adquisición del aprendizaje, y en rojo, si consideras que no pudiste lograrlo.

¿Cómo fue mi desempeño en cada uno de los siguientes aprendizajes?			
Logré identificar las variables como independientes o dependientes			
Supe cuáles eran los valores que podía tomar el eje x y el eje y en el plano cartesiano			
Pude establecer relaciones de proporcionalidad desde la información registrada en la tabla, la gráfica y la ecuación.			
Comprendí el significado de la pendiente con valor negativo en la situación analizada.			
Identifiqué que sucede con la función cuando el valor de la pendiente es negativo			
Reconocí el papel del valor de la pendiente para definir cuando una función crece y decrece.			

MATEMATÓGRAFO



Cómo me sentí haciendo la tarea

Con el fin de conocer cómo te sentiste durante el desarrollo de la tarea, colorea el emoji que corresponda a tu sentir, de acuerdo con cada uno de los criterios enunciados:



	Aporté ideas al trabajo en equipo	Apoyé a los compañeros que presentaron alguna dificultad en algún tema.	Me apoyé en los compañeros para aclarar mis dudas.	Me esforcé por realizar todas las actividades propuestas.	Consulté por mi propia cuenta lo que se me dificultó y practiqué en casa.

Coevaluación:

La presente tarea se diseñó para ser desarrollada en pequeños grupos, con el fin de conocer las prácticas matemáticas y los conocimientos que ponen en funcionamiento los estudiantes al resolverla, y la forma en que negocia las actuaciones y los aprendizajes. Teniendo en cuenta lo anterior, la coevaluación juega un papel importante durante la gestión de la tarea, y en esencia busca identificar, en esos pequeños grupos qué conflictos de significado se generaron, cómo enfrentaron esos conflictos y, especialmente, cómo negociaron los significados asociados al contenido, para resolver la tarea.




Desde la coevaluación, en pequeños grupos, los estudiantes, usando los mismos instrumentos usados en la autoevaluación, pero utilizando un discurso colectivo, valorarán los aprendizajes logrados (dimensión cognitiva), como sus perspectivas respecto a su participación durante la realización de la tarea (dimensión afectiva).

SEMÁFORO COGNITIVO COLECTIVO



Que aprendimos
haciendo la tarea

Coloreen el recuadro correspondiente, de acuerdo con el desempeño del grupo en cada una de las actividades relacionadas. Verde, si consideran que el grupo logró el aprendizaje señalado; amarillo, si tuvieron dificultades en la adquisición del aprendizaje, y en rojo, si consideran que no pudieron lograrlo.

¿Cómo fue nuestro desempeño en cada uno de los siguientes aprendizajes?			
Logramos identificar las variables como independientes o dependientes			
Reconocimos cuáles eran los valores que podía tomar el eje x y el eje y en el plano cartesiano			
Logramos establecer relaciones de proporcionalidad desde la información registrada en la tabla, la gráfica y la ecuación.			
Comprendimos el significado de la pendiente con valor negativo en la situación analizada.			
Identificamos que sucede con la función cuando el valor de la pendiente es negativo			
Reconocimos el papel del valor de la pendiente para definir cuando una función crece y decrece.			

MATEMATÓGRAFO



Cómo nos sentimos haciendo la tarea

Con el fin de conocer cómo se sintió el grupo durante el desarrollo de la tarea, colorean el emoji que corresponda a su sentir, de acuerdo con cada uno de los criterios enunciados:



Aportamos ideas al trabajo en equipo	Apoyamos a los compañeros que presentan alguna dificultad en algún tema.	Nos esforzamos por realizar todas las actividades propuestas.	Consultamos por nuestra propia cuenta lo que se nos dificultó y practicamos en casa.	Nos esforzamos por realizar las actividades con calidad.

Heteroevaluación:

La heteroevaluación en el modelo curricular se asume como el acompañamiento que realiza el profesor a las diferentes formas de aprender de los estudiantes cuando participan en la solución de las tareas. Lo anterior implica la observación constante y permanente del profesor frente a las actuaciones del estudiante en el aula de clase, no se reduce a la aplicación de instrumentos al cierre, sino que se sustenta desde la observación constante y permanente de las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven las tareas (actuaciones asociadas a las prácticas matemáticas que activa, a la forma como enfrenta las situaciones de aprendizaje, la forma en la que negocia significados).

Diario del profesor – Dimensión cognitiva				
Estudiante:				
Capacidades	Nivel de activación			Observaciones
	Total	Parcial	Nula	
Identifica la variable independiente y la variable dependiente en una función lineal.				
Identifica el dominio, el codominio y el rango de una función lineal.				
Explica por qué el codominio y el rango de una función lineal es el mismo.				
Argumenta la relación entre una función lineal y la proporcionalidad entre dos magnitudes.				
Halla el valor de la pendiente en una función lineal.				
Explica el significado de una pendiente negativa en una función lineal.				
Explica el crecimiento o decrecimiento en una función lineal				
Explica la incidencia en la gráfica de una función lineal cuando se suma o resta una cantidad cualquiera.				

Teniendo en cuenta que dentro de la tarea se definieron las capacidades para el saber, saber hacer, saber ser; para la dimensión afectiva se retoman las capacidades asociadas al ser, ajustadas a las perspectivas del profesor.

Diario del profesor – Dimensión afectiva				
Estudiante:				
Capacidades desde el saber ser	Nivel de activación			Observaciones
	Alto	Medio	Bajo	
Expresó disposición al trabajar en el pequeño grupo				
Durante las actuaciones del pequeño grupo para resolver la tarea, apoyó a los compañeros que presentaron alguna dificultad para				

comprender la forma de resolver la tarea				
Consideró pertinentes los aportes de los demás participantes del pequeño grupo para aclarar las dudas que surgieron durante el desarrollo de la tarea				
Expresó interés y preocupación por realizar las diferentes situaciones y actividades planteadas en la tarea				
Asumió liderazgo para identificar desde su propia autonomía la forma de enfrentar las dificultades que presentó la tarea				
Expresó contante y permanente preocupación e interés por resolver de manera acertada las diferentes actividades de la tarea				

Fuente: Elaboración propia.

Tarea 2 de aprendizaje: Profundización en el estudio de la función lineal

Con esta tarea se espera desarrollar procesos de enseñanza y aprendizaje que profundicen la comprensión de la función lineal reconociendo la diversidad en sus formas de representación. Con la tarea propuesta se espera abordar los objetivos de aprendizaje tres y cuatro (OA3-OA4), definidos en el análisis cognitivo de la planeación, igualmente, se espera activar las capacidades situadas y contribuir con el fortalecimiento de las competencias matemáticas identificadas.

Tabla 29.

Expectativas de aprendizaje asociadas a la tarea tres (enseñanza y aprendizaje del contenido)

Objetivos de aprendizaje	Capacidades Asociadas al saber	Competencias							
		PR	A	C	M	PRP	R	ULS	UHR
O3 Utilizar diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real mediados por situaciones de medición, cambio y variación.	C1	Identifica una función lineal en su representación tabular.						X	
	C2	Identifica una función lineal en su representación gráfica						X	
	C3	Identifica una función lineal en su representación algebraica o simbólica.						X	
	C4	Hace conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.					X	X	
	C5	Hace la gráfica de una función lineal.						X	

Nombre de la tarea: T3. “Arroz con leche ”

Tarea de aprendizaje: Representación de la función lineal

Descripción de tipos de evaluación y actividades que sustentan la tarea:

a. Requisitos para el desarrollo de la tarea:

De tipo conceptual: se espera que el estudiante tenga conocimientos asociados a:

- Reconocer la diferencia entre relaciones y funciones
- Identificar el significado y relaciones del dominio y codominio en una función
- Usar el plano cartesiano para representar funciones.
- Comprender el significado de la pareja ordenada en el plano.
- Reconocer la variable dependiente e independiente en una función a partir del análisis de situaciones cotidianas.
- Comprender el significado de la ecuación de la recta en una función.
- Comprender el significado de la pendiente de la recta en una función.
- Identificar las características de la función lineal.
- Representar de diversas formas la función.

De tipo procedimental: se espera que el estudiante conozca la herramienta Excel para: realizar operaciones básicas, para construir tablas y registrar información y para representar funciones haciendo uso de la información contenida en las tablas.

b. Meta:

Se espera que con esta tarea los estudiantes adquieran los conocimientos necesarios para plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando la función lineal.

c. Materiales y recurso didáctico:

Recurso didáctico: Hoja y lápiz

Material didáctico: Hoja de cálculo Excel y guía de aprendizaje

d. Agrupamiento:

Grupos de tres personas

e. Interacción (Participación del profesor y del estudiante):

A1: El profesor socializa con los estudiantes el objetivo de aprendizaje:

Utilizar diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real mediados por situaciones de medición, cambio y variación.

A2: El profesor socializa las situaciones de aprendizaje:

La tarea incorpora las siguientes situaciones con el interés de conocer el avance en el aprendizaje de los estudiantes durante el desarrollo de la clase:

S1: Cantidad y costos de producción de arroz con leche

La situación considera la gestión de un emprendimiento asociado a la producción y venta de arroz con leche, con el interés de lograr que el estudiante identifique las relaciones entre la cantidad de producción de arroz con leche (dominio) y los gastos de producción (codominio) que permite definir su valor en ventas de tal forma que garantice la sostenibilidad del negocio. Con el proceso se espera que el estudiante active prácticas matemáticas que le permita hallar la ecuación de la recta y desde este proceso reconozca las relaciones entre el dominio, el codominio y el papel de la pendiente de la recta en los costos de producción, igualmente la situación no solo sugiere identificar el incremento de los costos a partir de la cantidad de producción dada, sino movilizar a los estudiantes a que sea capaz de inferir posibles dinámicas del negocio en otros escenarios de producción, siempre con el interés de reconocer el comportamiento de la función lineal en esas situaciones de cambio y variación.

A3: El profesor muestra a los estudiantes el uso del material didáctico para resolver la tarea:

El profesor usa el recurso Excel para lograr que los estudiantes visualicen tanto en la tabla como en la gráfica, el significado del dominio (cantidad de producción de arroz con leche-variable independiente) y el codominio (gastos de producción-variable dependiente), y desde este proceso reconozca las características de la función lineal, además del significado de la pendiente de la recta como constante de crecimiento y como determinante en los costos de producción que definen la rentabilidad del negocio.

A4: El profesor motiva a los estudiantes a desarrollar las diferentes actividades que sustentan la tarea:

Para el desarrollo de las diferentes situaciones sugeridas en la tarea es fundamental que el profesor explore con los estudiantes el uso del Excel para los fines pertinentes, además es importante que en los diferentes equipos se analice las diversas situaciones de aprendizaje,

reconociendo especialmente los contextos sociales que le dan sentido, por ejemplo el caso del análisis de la rentabilidad de un emprendimiento como la producción de arroz con leche, permite explorar con los estudiantes la importancia de generar ideas creativas como fuentes de empleo, igualmente la importancia de crear cooperativas o negocios colectivos, promoviendo discusiones y reflexiones sobre el asunto, se especule sobre las posibles formas de lograr la rentabilidad en el negocio motivando a los equipos al desarrollo de las actividades para dar respuesta a la situación.

A5: El profesor acompaña la formalización de significados matemáticos:

Con las discusiones y acuerdos generados en los pequeños grupos, el profesor motiva a los estudiantes a socializar sus construcciones, en gran grupo se promueven nuevas discusiones y acuerdos, finalmente el profesor haciendo uso de las practicas matemáticas promovidas por los estudiantes consolida los discursos institucionales referidos a los elementos que sustentan la función lineal: variable dependiente, variable independiente, dominio, codominio, rango, pendiente de la recta y especialmente las diversas formas de representarla para comprenderla.

f. Temporalidad:

Momento 1. Socialización del propósito de la tarea: 10 minutos.

Momento 2. Desarrollo de la tarea: 50 minutos.

Momento 3. Puesta en común y acuerdos: 40 minutos

Momento 4. Formalización de conocimientos: 20 minutos

g. La evaluación de los aprendizajes desde el desarrollo de la tarea (Qué sabemos):

Actividades:

Teniendo en cuenta que el interés de esta tarea se centra en presentar el contenido matemático función lineal, se plantea una situación propia de un contexto cotidiano, el cual se ubican dentro de los fenómenos para representar. La situación de la tarea incorpora diferentes procesos para que los estudiantes, desde su análisis, puedan representar la función lineal.

Situación de la tarea:

Juliana y dos compañeros son estudiantes de grado 9°. Como proyecto deben formar una microempresa y evaluar un proyecto de inversión; lo cual consiste en determinar, mediante un análisis de costo-beneficio, si se genera o no el rendimiento deseado, con el fin de tomar la decisión de continuar realizando o no el proyecto evaluado.

La siguiente tabla corresponde a la producción de 50 unidades o porciones de Arroz con leche:

Item	Producto	Cantidad	Valor unidad
Costos de producción	Arroz	3 libras	\$800
	Crema de leche	3 unidades	\$1500
	Leche condensada	4 unidades	\$6000
	Leche	10 bolsas	\$2500
	Canela	1 paquete	\$1500
	Plástico	50 unidades	\$200
Precio de venta de unidad de Arroz con leche	\$2000		

Capital mensual que disponen los estudiantes para producir el Arroz con leche	\$4.000.000
---	-------------

Sin embargo, falta considerar algunos costos fijos, que son aquellos se debe obligatoriamente pagar independientemente de la cantidad de Arroz que se produzcan, entre ellos, por ejemplo: el salario de la persona que lo cocina.

A1. Determinen a cuánto corresponde al costo fijo mensual, asumiendo el mes de 4 semanas, si hay dos señoras que cocinan el Arroz con leche, trabajan 8 horas diarias por 6 días en la semana y se les paga cada hora a \$3300.

A2. Determinen el costo total de producir cierta cantidad de Arroz con leche, completando la siguiente tabla:

Cantidad de Arroz con leche	Costo total de producción
600	
1200	
1800	
2400	

Para el costo de producción, recuerde sumar el gasto fijo.

A3. Con el dinero que tiene de capital para producir Arroz con leche en el mes, ¿para cuántas porciones de Arroz con leche alcanza? (si el dinero de la venta se consigna diario a una cuenta distinta y no se puede disponer de ella, únicamente se cuenta con el capital inicial mensual).

A4. En un plano cartesiano, tracen un esbozo de la representación gráfica que representa el costo total de producción para cualquier cantidad de Arroz con leche producido.

A5. ¿En cuál de los ejes ubica las unidades que se producen y en cuál los costos totales? Expliquen el porqué de esa decisión.

Con las actuaciones para encontrar las soluciones a las diferentes preguntas planteadas en el contexto de la tarea, se espera que los estudiantes identifiquen cómo, a través de unos datos contextualizados, se puede representar gráficamente en el plano cartesiano, y que identifiquen todos los elementos de la función lineal.

h. Evaluación como proceso (Lo que estamos aprendiendo)

A partir de la información numérica y gráfica que se tiene sobre la producción de Arroz con leche, respondan las siguientes preguntas:

P1. ¿Qué ocurre con el costo total, cuando variamos la cantidad que se produce?

P2. ¿Qué tanto varía el costo total por cada unidad producida? Justifiquen su respuesta.

- P3.** Si por vacaciones en el año no laboran 2 semanas, entonces ¿cuál es el costo total si en esos días no hubo producción, y en las otras dos semanas que sí hubo, cada señora que cocina produce 50 unidades de Arroz con leche al día? ¿Cuál sería la ganancia?
- P4.** ¿Cómo representarían algebraicamente el costo total para cualquier cantidad de Arroz con leche producido?

i. Evaluación final (lo que aprendimos)

Se entiende por “ingreso” la cantidad de dinero que entra a una empresa por la venta de un producto, y se le denomina “utilidad” al dinero que queda de la venta, luego de realizar la reducción de los costos totales de producción. Teniendo en cuenta lo anterior, resuelvan las siguientes preguntas:

- P1.** ¿Cómo representarían algebraicamente el ingreso para cualquier cantidad de Arroz con leche producido?
- P2.** ¿Cómo representarían algebraicamente la utilidad mensual?
- P3.** Si los estudiantes necesitan una ganancia mensual de \$2.000.000, ¿cuántas unidades de Arroz con leche deben vender en el mes?
- P4.** ¿Cuántas unidades de Arroz con leche deben vender para tener el punto de equilibrio de tal forma que no hallan ni pérdidas ni ganancias? Grafiquen la situación en el plano cartesiano.

j. Actores que participan en la evaluación

Teniendo en cuenta que para el modelo curricular la evaluación es uno de los componentes importantes, en este apartado se registran los roles de los actores en los tres tipos de evaluación que se espera generar (Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación).

Autoevaluación:

La autoevaluación constituye uno de los tipos de evaluación de mayor importancia en el modelo curricular. El análisis didáctico incorpora dos dimensiones para evaluar; la primera, la dimensión cognitiva, asociada a la valoración que los estudiantes asignan a los conocimientos que se lograron durante la gestión de la tarea, y la dimensión afectiva asociada a la valoración que los estudiantes asignan a su percepción respecto a cómo se sintieron durante el desarrollo de la tarea. En particular, para la autoevaluación se acogen los dos instrumentos de evaluación generados desde el modelo curricular Análisis didáctico:

El *semáforo cognitivo* es un instrumento que permite evaluar desde la perspectiva de los estudiantes, cuáles consideran que fueron los conocimientos que se lograron generar con el desarrollo de la tarea, asociados a las capacidades que consideran, fue posible activar. La siguiente gráfica muestra el diseño del semáforo cognitivo, en el cual se incorporan las capacidades escritas en un lenguaje sencillo para los estudiantes:




Estimado estudiante, con el propósito de conocer cuáles consideras que fueron tus aprendizajes y la forma como te sentiste durante el desarrollo de la tarea, diligencia los siguientes formatos que nos permitirán identificar dicha información:

SEMÁFORO COGNITIVO



Que aprendí
haciendo la tarea

Colorea el recuadro correspondiente, de acuerdo con tu desempeño en cada una de las actividades relacionadas. Verde, si consideras que lograste el aprendizaje señalado; amarillo, si tuviste dificultades en la adquisición del aprendizaje, y en rojo, si consideras que no pudiste lograrlo.

¿Cómo fue mi desempeño en cada uno de los siguientes aprendizajes?			
Logré completar las tablas propuestas en las distintas situaciones presentadas.			
Con los datos presentados pude realizar su respectiva gráfica en el plano cartesiano.			
Logré establecer ecuaciones que representan las situaciones presentadas en la tarea.			
Realicé conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.			
Realicé la gráfica de una función lineal.			





El matematógrafo es el instrumento que se acoge desde el modelo curricular Análisis didáctico, para conocer la valoración que los estudiantes asignan a su participación durante el desarrollo de la tarea. El matematógrafo incorpora una serie de criterios en los que los estudiantes, teniendo en cuenta las diferentes emociones que presentan los emoticones que sustentan el instrumento, registren sus sentimientos frente a su participación durante el desarrollo de la tarea.

MATEMATÓGRAFO



Cómo me sentí
haciendo la tarea

Con el fin de conocer cómo te sentiste durante el desarrollo de la tarea, colorea el emoji que corresponda a tu sentir, de acuerdo con cada uno de los criterios enunciados:

						
						
						
						
	Aporté ideas al trabajo en equipo	Apoyé a los compañeros que presentaron alguna dificultad en algún tema.	Me apoyé en los compañeros para aclarar mis dudas.	Me esforcé por realizar todas las actividades propuestas.	Consulté por mi propia cuenta lo que se me dificultó y practiqué en casa.	Me esforcé por realizar las actividades con calidad.

Coevaluación:

La presente tarea se diseñó para ser desarrollada en pequeños grupos, con el fin de conocer las prácticas matemáticas y los conocimientos que ponen en funcionamiento los estudiantes al resolverla, al igual que la forma en que negocian las actuaciones y los aprendizajes. Teniendo en cuenta lo anterior, la coevaluación juega un papel importante durante la gestión de la tarea, puesto que busca identificar los conflictos de significado que se generaron, cómo se enfrentaron esos conflictos y, especialmente, cómo negociaron los significados asociados al contenido, para resolver la tarea.




Desde la coevaluación, cada uno de los grupos, valorará los aprendizajes logrados (dimensión cognitiva), así como sus perspectivas respecto a su participación durante la realización de la tarea (dimensión afectiva). Para ello se adecúa el mismo instrumento usado en la autoevaluación, pero utilizando un discurso colectivo.

SEMÁFORO COGNITIVO COLECTIVO



Que aprendimos
haciendo la tarea

De acuerdo con el desempeño que consideren que tuvo el grupo en la resolución de cada una de las actividades relacionadas, colorean el recuadro correspondiente, así: Verde, si consideran que el grupo logró el aprendizaje señalado; amarillo, si tuvieron dificultades en la adquisición del aprendizaje, y en rojo, si consideran que no pudieron lograrlo.





¿Cómo fue nuestro desempeño en cada uno de los siguientes aprendizajes?			
Logramos completar las tablas propuestas en las distintas situaciones presentadas.			
Con los datos presentados pudimos realizar su respectiva gráfica en el plano cartesiano			
Logramos establecer ecuaciones que representan las situaciones presentadas en la tarea			
Realizamos conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal			
Realizamos la gráfica de una función lineal.			

MATEMATÓGRAFO



Cómo nos sentimos haciendo la tarea

Con el fin de conocer cómo se sintió el grupo durante el desarrollo de la tarea, colorean el emoji que corresponda a su sentir, de acuerdo con cada uno de los criterios enunciados:

				
				
				
				
	Trabajamos en equipo	Apoyamos a quienes presentaron alguna dificultad en algún tema.	Apoyamos a los compañeros aclarando dudas.	Nos esforzamos por realizar todas las actividades propuestas.

Heteroevaluación:

La heteroevaluación en el modelo curricular se asume como el acompañamiento que realiza el profesor a las diferentes formas de aprender de los estudiantes cuando participan en la solución de las tareas. Lo anterior implica la observación constante y permanente del profesor frente a las actuaciones del estudiante en el aula de clase, no se reduce a la aplicación de instrumentos al cierre, sino que se sustenta desde la observación constante y permanente de las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven las tareas (actuaciones asociadas a las prácticas matemáticas que activa, a la forma como enfrenta las situaciones de aprendizaje y a la forma en la que negocia significados).

Diario del profesor – Dimensión cognitiva				
Estudiante:				
Capacidades	Nivel de activación			Observaciones
	Total	Parcial	Nula	
Identifica una función lineal en su representación tabular				
Identifica una función lineal en su representación gráfica				
Identifica una función lineal en su representación algebraica o simbólica				
Hace conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal				
Hace la gráfica de una función lineal.				

Teniendo en cuenta que dentro de la tarea se definieron las capacidades para el saber, saber hacer, saber ser; para la dimensión afectiva se retoman las capacidades asociadas al ser, ajustadas a las perspectivas del profesor.

Diario del profesor – Dimensión afectiva				
Estudiante:				
Capacidades desde el saber ser	Nivel de activación			Observaciones
	Alto	Medio	Bajo	
Expresó disposición al trabajar en el pequeño grupo				
Durante las actuaciones del pequeño grupo para resolver la tarea, apoyó a los compañeros que presentaron alguna dificultad para comprender la forma de resolver la tarea				
Consideró pertinentes los aportes de los demás participantes del pequeño grupo para aclarar las dudas que surgieron durante el desarrollo de la tarea				
Expresó interés y preocupación por realizar las diferentes situaciones y actividades planteadas en la tarea				
Asumió liderazgo para identificar desde su propia autonomía la forma de enfrentar las dificultades que presentó la tarea				
Expresó contante y permanente preocupación e interés por resolver de manera acertada las diferentes actividades de la tarea				

Fuente: elaboración propia.

Tarea 3 de aprendizaje: Profundización en el estudio de la función lineal

Con esta tarea se espera desarrollar procesos de enseñanza y aprendizaje que profundicen la comprensión de la función lineal reconociendo la construcción de modelos usando la función lineal para comprender situaciones cotidianas de cambio y variación. Con la tarea propuesta se espera abordar los objetivos de

aprendizaje cuatro (OA4), definido en el análisis cognitivo de la planeación, igualmente, se espera activar las capacidades situadas y contribuir con el fortalecimiento de las competencias matemáticas identificadas.

Tabla 30.

“Expectativas de aprendizaje asociadas a la tarea cuatro (enseñanza y aprendizaje del contenido)”

Objetivos de aprendizaje	Capacidades	Competencias								
		Asociadas al saber hacer	PR	A	C	M	PRP	R	ULS	UHR
04 Formular y desarrollar modelos que describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución.	C1 Identifica y expresa en lenguaje natural situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con funciones lineales	x				x		x		
	C2 Grafica funciones utilizando recursos tecnológicos como el Excel.						x			x
	C3 Modela situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal.					x				
	C4 Explica el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana.			X	x					
	C5 Resuelve problemas relativos a funciones lineales	x						x		
	C6 Crea problemas que se puedan modelar mediante funciones lineales.					x		x		
	C7 Predice resultados en situaciones que se comporten como una función lineal	x						x		

Nombre de la tarea: T4. "COVID-19"

Tarea de aprendizaje: Construir modelos que incorporen la función lineal para comprender situaciones cotidianas de cambio y variación.

Descripción de tipos de evaluación y actividades que sustentan la tarea:

a. Requisitos para el desarrollo de la tarea:

De tipo conceptual: se espera que el estudiante tenga conocimientos asociados a:

- Reconocer la diferencia entre relaciones y funciones
- Identificar el significado y relaciones del dominio y codominio en una función
- Usar el plano cartesiano para representar funciones.
- Comprender el significado de la pareja ordenada en el plano.
- Reconocer la variable dependiente e independiente en una función a partir del análisis de situaciones cotidianas.
- Comprender el significado de la ecuación de la recta en una función.
- Comprender el significado de la pendiente de la recta en una función.
- Identificar las características de la función lineal.
- Representar de diversas formas la función.
- Modelar situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal.
- Explicar el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana.

De tipo procedimental: se espera que el estudiante conozca la herramienta Excel para: realizar operaciones básicas, para construir tablas y registrar información y para representar funciones haciendo uso de la información contenida en las tablas.

b. Meta:

Que los estudiantes alcancen destrezas y habilidades para proponer y resolver problemas que impliquen establecer conexiones entre distintas cantidades, involucrando el costo, ganancia y venta relacionando estas a ecuaciones lineales.

c. Materiales y recurso didáctico:

Recurso didáctico: Hoja y lápiz

Material didáctico: Hoja de cálculo Excel y guía de aprendizaje

d. Agrupamiento:

Pequeños grupos de tres personas

e. Interacción (Participación del profesor y del estudiante):

A1: El profesor socializa con los estudiantes el objetivo de aprendizaje:

Formular y desarrollar modelos que describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución.

A2: El profesor socializa las situaciones de aprendizaje:

La tarea incorpora las siguientes situaciones con el interés de conocer el avance en el aprendizaje de los estudiantes durante el desarrollo de la clase:

S1: Venta de tapabocas según sus usos en tiempos de pandemia

La situación considera la gestión de un emprendimiento asociado a la venta de tapabocas según su tipo de uso, con el interés de lograr que el estudiante identifique las relaciones entre la venta de tapabocas en cada semana del mes de abril (dominio-variable independiente) y la cantidad de tapabocas vendidos según su tipo y uso (codominio-variable independiente). Con el proceso se espera que el estudiante active prácticas matemáticas que le permita hallar la ecuación de la recta y desde este proceso reconozca las relaciones entre el dominio, el codominio, el papel de la pendiente de la recta en los porcentajes de incremento de ventas de tapabocas, sus diversas formas de ser representada e igualmente la situación no solo sugiere identificar el incremento de venta de tapabocas a partir de sus usos, sino movilizar a los estudiantes a la importancia de los cuidados que se deben tener en el momento de pandemia que está enfrentando el mundo, esta situación continúa fortaleciendo el alto componente social que se ha planteado en la propuesta metodológica, donde no solo existe interés por aprender contenidos, sino especialmente aprender con sentido social.

S2: Comparación venta de tapabocas mes abril y mayo

La situación plantea la necesidad de conocer el comportamiento de ventas de tapabocas en las diferentes semanas de los meses de abril y mayo del año 2020 según los diferentes tipos de uso, con el interés de lograr que el estudiante identifique las relaciones entre la venta de tapabocas en cada semana de los meses (dominio-variable independiente) y la cantidad de tapabocas vendidos según su tipo y uso (codominio-variable independiente). Esta situación reconoce las bondades de la anterior situación aumentando los niveles de complejidad al analizar el comportamiento de las ventas no solo en un mes sino en dos meses.

S3: Análisis financiero en venta de tapabocas

La situación plantea la necesidad de realizar un análisis financiero a la venta de tapabocas para conocer la ganancia generadas en cada tipo de tapabocas y en general, teniendo en cuenta el valor de su compra y los gastos operativos (mensajería, gastos de envíos, etc.). Esta situación no solo reconoce la importancia del contexto en su construcción, sino que incorpora un asunto social profundamente válido en los contextos sociales actuales como lo es la pandemia provocada por el COVID-19, luego se resalta en esta situación no solo el interés en lo cognitivo, sino especialmente vincular esa necesidad de conocer desde la realidad social, activando seguramente intereses y motivaciones en los estudiantes. Se espera igualmente que el estudiante haciendo uso de los elementos estudiados de la función, represente la función en sus diferentes formas, tabular, gráfica y simbólica con la ecuación de la recta, además que asigne un significado diferente a la pendiente de la recta como constante de crecimiento y no solo como la tangente del ángulo que forma la recta con la dirección positiva del eje de abscisas o como la medida de la inclinación de una recta cuando la ubicamos en un par de ejes coordenados.

A3: El profesor muestra a los estudiantes el uso del material didáctico para resolver la tarea:

El profesor usa el recurso Excel para lograr que los estudiantes visualicen tanto en la tabla como en la gráfica, el significado del dominio (semanas del mes-variable independiente) y el codominio (cantidad venta de tapabocas-variable dependiente), y desde este proceso reconozca las características de la función lineal, además del significado de la pendiente de la recta como constante de crecimiento y como determinante en el incremento de venta de tapabocas.

A4: El profesor motiva a los estudiantes a desarrollar las diferentes actividades que sustenta la tarea:

Para el desarrollo de las diferentes situaciones sugeridas en la tarea es fundamental que el profesor explore con los estudiantes el uso del Excel para los fines pertinentes, además es importante que en los diferentes equipos se analice las diversas situaciones de aprendizaje, reconociendo especialmente los contextos sociales que le dan sentido, por ejemplo el caso del análisis de venta de tapabocas según sus tipos y usos, permite explorar con los estudiantes la

importancia de generar prácticas de autocuidado en tiempos de pandemia, igualmente la importancia de conocer los diferentes tipos de tapabocas y sus usos, promoviendo discusiones y reflexiones sobre la realidad en el planeta, se especule sobre las posibles formas de lograr la rentabilidad en el negocio motivando a los equipos al desarrollo de las actividades para dar respuesta a la situación.

A5: El profesor acompaña la formalización de significados matemáticos:

Con las discusiones y acuerdos generados en los pequeños grupos, el profesor motiva a los estudiantes a socializar sus construcciones, en gran grupo se promueven nuevas discusiones y acuerdos, finalmente el profesor haciendo uso de las practicas matemáticas promovidas por los estudiantes consolida los discursos institucionales referidos a los elementos que sustentan la función lineal: variable dependiente, variable dependiente, dominio, codominio, rango, pendiente de la recta y especialmente las diversas formar de representarla para comprenderla.

f. Temporalidad:

Momento 1. Socialización del propósito de la tarea: 10 minutos.

Momento 2. Desarrollo de la tarea: 50 minutos.

Momento 3. Puesta en común y acuerdos: 40 minutos

Momento 4. Formalización de conocimientos: 20 minutos

g. La evaluación de los aprendizajes desde el desarrollo de la tarea (Lo que sabemos)




Actividades:

Teniendo en cuenta que el interés de esta tarea se centra en presentar el contenido matemático función lineal se plantean tres situaciones de un contexto cotidiano, situación ubicada dentro de los fenómenos para representar. La situación incorpora diferentes procesos para que los estudiantes, desde su análisis, puedan formular y desarrollar modelos que describan situaciones involucrando la función lineal

Situación de la tarea:

El coronavirus llamado COVID-19 ha provocado la muerte de personas en todo el mundo. Este virus se originó en la ciudad china de Wuhan y se ha propagado por más de 178 países. Para prevenir su contagio existen los elementos de protección personal, como el tapabocas, guantes y gel antibacterial. Teniendo en cuenta que varios padres de familia del salón han tenido que suspender sus actividades laborales por el confinamiento decretado por el gobierno nacional, uno de los padres consideró vender tapabocas como posibilidad de ingresos para su casa. A continuación, se registra los tipos, costos de los tapabocas y quienes los compran:

No.	Tipo de tapabocas	Valor por unidad	Usuarios
T1	Tapabocas desechable con filtro 	\$996	Ciudadanos en general
T2	Tapabocas tres capas, lavable	\$2000	Personal de servicio domestico

			
T3	<p>Tapabocas filtro N95 micro partículas</p> 	\$5000	Operarios y jardineros
T4	<p>Tapabocas N95 antivirus con filtro</p> 	\$7900	Taxistas

Nota: Los tipos de tapabocas y costos se tomaron de (mercado libre, 2020).

El papá de Santiago logró identificar el siguiente comportamiento de la venta de tapabocas durante cada una de las cuatro semanas de los meses de abril y mayo en su negocio, teniendo en cuenta el tipo de clientes que los compran:

- La primera semana inició con un comportamiento en ventas en cada tipo de tapabocas como se registra en la siguiente tabla:

Comportamiento ventas S1 Mes de abril según tipo de tapabocas

Tipo de tapabocas	Cantidad de ventas
T1	200
T2	28
T3	50
T4	80

- Cada semana la venta de los tapabocas T1 aumentó en un 15%, lo tipo T2 en un 2%, los tipos T3 en un 5% y los tipos T4 en un 10%

Con la información registrada realiza las siguientes actividades:

A1: Registra en tablas la información que se deriva de la venta de cada uno de los tipos de tapabocas durante las diferentes semanas de los meses de análisis. Registra las conclusiones que obtienes.

A2: Ubica la información que obtienes de las tablas asociadas al comportamiento de ventas de los diferentes tipos de tapabocas en diferentes planos cartesianos. Registra las conclusiones que obtienes.

A3: Teniendo en cuenta que ya conoces los diferentes significados de la pendiente de la recta, describe para este caso qué sentido le asignas en la venta de tapabocas.

A4: Con la información identificada, construye la ecuación lineal que muestra el comportamiento de las ventas en los meses de abril y mayo de cada tipo de tapabocas

Con las actuaciones de los estudiantes para encontrar las soluciones a las diferentes preguntas planteadas en el contexto de la tarea, se espera que los estudiantes identifiquen cómo, a través de unos datos contextualizados, se puede formular y desarrollar modelos que describan situaciones involucrando la función lineal.

h. Evaluación como proceso (lo que estamos aprendiendo)

De acuerdo con el problema anterior y con la tabla que se presenta, registra la información correspondiente y responde las diferentes cuestiones.

Comportamiento ventas de tapabocas en los meses de abril y mayo

Tipo de tapabocas	Semanas	Cantidad Ventas	Tipo de tapabocas	Semanas	Cantidad Ventas	Tipo de tapabocas	Semanas	Cantidad Ventas	Tipo de tapabocas	Semanas	Cantidad Ventas
T1 Mes abril	S1		T2 Mes abril	S1		T3 Mes abril	S1		T3 Mes abril	S1	
	S2			S2			S2			S2	
	S3			S3			S3			S3	
	S4			S4			S4			S4	
T1 Mes mayo	S1		T2 Mes mayo	S1		T3 Mes mayo	S1		T3 Mes mayo	S1	
	S2			S2			S2			S2	
	S3			S3			S3			S3	
	S4			S4			S4			S4	

A1 ¿Cómo es el comportamiento de las ventas en cada tipo de tapabocas?

A2 ¿Qué diferencias estableces en la cantidad de ventas de cada tipo de tapabocas?

A3 ¿A qué le atribuyes las diferencias?

A4 ¿Qué analizas del tipo de tapabocas y los roles de las personas que los compran?

A5 ¿Qué tipo de tapabocas usas y por qué?

A6 ¿Consideras importante usar el tapabocas y por qué? ¿En dónde debes usarlo?

A7 Ubica la información que obtienes de la tabla en un solo plano cartesiano, registra conclusiones.

Con las actuaciones de los estudiantes para encontrar soluciones a las diferentes preguntas planteadas en el contexto de la tarea, se espera que los estudiantes identifiquen cómo, a través de unos datos contextualizados, se puede graficar ecuaciones en el plano cartesiano, y formular y desarrollar modelos que describan situaciones involucrando la función lineal.

i. Evaluación final (lo que aprendimos)

Teniendo en cuenta la información suministrada respecto a las dinámicas de ventas de los diferentes tapabocas:

A1 Diseña para el papá de Santiago un análisis financiero que le permita conocer cuál ha sido la cantidad de dinero que ha ganado teniendo en cuenta:

El valor de compra de los tapabocas, así: T1: \$650, T2: \$1240, T3: \$3150, T4: \$6480, igualmente que a cada tapabocas le debe adicionar \$100, de gastos operativos (mensajería, gastos de envíos, etc.)

Con la información suministrada, usando la representación que consideres, muestra los gastos generados en el papá de Santiago en la compra de los diferentes tapabocas (no olvides considerar los gastos operativos).

A2. Realiza el análisis de cada gasto generado.

A3. Construye la ecuación lineal que muestre las dinámicas de gastos.

A4. Realiza un análisis entre las ventas y los gastos, para ello utiliza gráficas y tablas, que le permitan conocer al papá de Santiago las ganancias por cada tipo de tapabocas y las ganancias totales.

Con las actuaciones de los estudiantes para encontrar las soluciones a las diferentes preguntas planteadas en el contexto de la tarea, se espera que los estudiantes identifiquen cómo formular y desarrollar modelos que describan situaciones involucrando la función lineal.

j. Actores que participan en la evaluación

Teniendo en cuenta que para el modelo curricular la evaluación es uno de los componentes importantes, en este apartado se registran los roles de los actores en los tres tipos de evaluación que se espera generar (Autoevaluación, coevaluación y Heteroevaluación).

Autoevaluación:

La autoevaluación constituye uno de los tipos de evaluación de mayor importancia en el modelo curricular. El análisis didáctico incorpora dos dimensiones para evaluar; la primera, la dimensión cognitiva, asociada a la valoración que los estudiantes asignan a los conocimientos que se lograron durante la gestión de la tarea, la dimensión afectiva asociada a la valoración que los estudiantes asignan a su percepción respecto a cómo se sintió durante el desarrollo de la tarea.

En particular, para la autoevaluación se acogen los dos instrumentos de evaluación generados desde el modelo curricular Análisis didáctico:

Semáforo cognitivo, es un instrumento que permitirá evaluar desde la perspectiva de los estudiantes, cuáles consideran que fueron los conocimientos que se lograron generar con el desarrollo de la tarea, asociados a las capacidades que consideran, fueron posibles activar. La siguiente gráfica muestra el diseño del semáforo cognitivo, en el cual se incorporan las capacidades escritas en un lenguaje sencillo para los estudiantes:




Estimado estudiante, con el propósito de conocer cuáles consideras que fueron tus aprendizajes y la forma como te sentiste durante el desarrollo de la tarea, diligencia los siguientes formatos que nos permitirán identificar dicha información:

SEMÁFORO COGNITIVO



**Que aprendí
haciendo la tarea**

Colorea el recuadro correspondiente, de acuerdo con tu desempeño en cada una de las actividades relacionadas. Verde, si consideras que lograste el aprendizaje señalado; amarillo, si tuviste dificultades en la adquisición del aprendizaje, y en rojo, si consideras que no pudiste lograrlo.

¿Cómo fue mi desempeño en cada uno de los siguientes aprendizajes?			
Expresé en lenguaje matemático situaciones de la vida cotidiana que involucran función lineal			
Utilicé la aplicación Excel para graficar las situaciones presentadas			
Modelé situaciones de la vida cotidiana en la función lineal			
Explicué el significado de proporcionalidad y cómo se utiliza en la función lineal			
Resolví las situaciones de la vida real que se presentaron con modelo de función lineal			
Logré crear problemas que involucraran la función lineal para su solución			
Predije resultados sobre situaciones que involucraron función lineal			

El matematógrafo, es el instrumento que se acoge desde el modelo curricular Análisis didáctico, para conocer la valoración que los estudiantes asignan a su participación durante el desarrollo de la tarea. El Matematógrafo incorpora una serie de criterios en los que los estudiantes, teniendo en cuenta las diferentes emociones que presentan los emoticones que sustentan el instrumento, registren sus sentimientos frente a su participación durante el desarrollo de la tarea.

MATEMATÓGRAFO



**Cómo me sentí
haciendo la tarea**

Con el fin de conocer cómo te sentiste durante el desarrollo de la tarea, colorea el emoji que corresponda a tu sentir, de acuerdo con cada uno de los criterios enunciados:



Aporté ideas al trabajo en equipo	Apoyé a los compañeros que presentaron alguna dificultad en algún tema.	Me apoyé en los compañeros para aclarar mis dudas.	Me esforcé por realizar todas las actividades propuestas.	Consulté por mi propia cuenta lo que se me dificultó y practiqué en casa.

Coevaluación:

La presente tarea se diseñó para ser desarrollada en pequeños grupos, con el fin de conocer las prácticas matemáticas y los conocimientos que ponen en funcionamiento los estudiantes al resolverla, y la forma en que negocia las actuaciones y los aprendizajes. Teniendo en cuenta lo anterior, la coevaluación juega un papel importante durante la gestión de la tarea, y en esencia busca identificar, en esos pequeños grupos qué conflictos de significado se generaron, cómo enfrentaron esos conflictos y, especialmente, cómo negociaron los significados asociados al contenido, para resolver la tarea.




Desde la coevaluación, en pequeños grupos, los estudiantes, usando los mismos instrumentos usados en la autoevaluación, pero utilizando un discurso colectivo, valorarán los aprendizajes logrados (dimensión cognitiva), como sus perspectivas respecto a su participación durante la realización de la tarea (dimensión afectiva).

SEMÁFORO COGNITIVO COLECTIVO



Que aprendimos haciendo la tarea

Coloreen el recuadro correspondiente, de acuerdo con el desempeño del grupo en cada una de las actividades relacionadas. Verde, si consideran que el grupo logró el aprendizaje señalado; amarillo, si tuvieron dificultades en la adquisición del aprendizaje, y en rojo, si consideran que no pudieron lograrlo.





¿Cómo fue nuestro desempeño en cada uno de los siguientes aprendizajes?			
Expresamos en lenguaje matemático situaciones de la vida cotidiana que involucraron función lineal			
Utilizamos la aplicación Excel para graficar las situaciones presentadas			
Modelamos situaciones de la vida cotidiana en la función lineal			
Explicamos el significado de proporcionalidad y cómo se utiliza en la función lineal			
Resolvimos las situaciones de la vida real que se presentaron con modelo de función lineal			

MATEMATÓGRAFO



Cómo nos sentimos haciendo la tarea

Con el fin de conocer cómo se sintió el grupo durante el desarrollo de la tarea, colorean el emoji que corresponda a su sentir, de acuerdo con cada uno de los criterios enunciados:

				
				
				
				
Trabajamos en equipo	Apoyamos a quienes presentaron alguna dificultad en algún tema.	Apoyamos a los compañeros aclarando dudas.	Nos esforzamos por realizar todas las actividades propuestas.	

Heteroevaluación:

La heteroevaluación en el modelo curricular se asume como el acompañamiento que realiza el profesor a las diferentes formas de aprender de los estudiantes cuando participan en la solución de las tareas. Lo anterior implica la observación constante y permanente del profesor frente a las actuaciones del estudiante en el aula de clase, no se reduce a la aplicación de instrumentos al cierre, sino que se sustenta desde la observación constante y permanente de las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven las tareas (actuaciones asociadas a las prácticas matemáticas que activa, a la forma como enfrenta las situaciones de aprendizaje, la forma en la que negocia significados).

Diario del profesor – Dimensión cognitiva				
Estudiante:				
Capacidades	Nivel de activación			Observaciones
	Total	Parcial	Nula	
Identifica y expresa en lenguaje natural situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con funciones lineales				
Grafica funciones utilizando recursos del Excel.				
Modela situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal.				
Explica el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana.				
Resuelve problemas relativos a funciones lineales				
Crea problemas que se puedan modelar mediante funciones lineales				
Predice resultados en situaciones que se comporten como una función lineal				

Teniendo en cuenta que dentro de la tarea se definieron las capacidades para el saber, saber hacer, saber ser; para la dimensión afectiva se retoman las capacidades asociadas al ser, ajustadas a las perspectivas del profesor.

Diario del profesor – Dimensión afectiva				
Estudiante:				
Capacidades desde el saber ser	Nivel de activación			Observaciones
	Alto	Medio	Bajo	
Expresó disposición al trabajar en el pequeño grupo				
Durante las actuaciones del pequeño grupo para resolver la tarea, apoyó a los compañeros que presentaron alguna dificultad para comprender la forma de resolver la tarea				

asociados a la función lineal en la solución de situaciones simples del contexto real.	C3	Utilizar lenguaje algebraico				x
	C4	Operar con números reales	x			
	C5	Diferenciar relación de función	x			
	C6	Solucionar ecuaciones de primer grado			x	
	C7	Utilizar notación funcional	x			
	C8	Hallar el valor numérico de expresiones algebraicas			x	
	C9	Usar Excel				x
	C1	Identifica una función lineal en su representación tabular.				x
	C2	Identifica una función lineal en su representación gráfica				x
O2 Utilizar diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real mediados por situaciones de medición, cambio y variación.	C3	Identifica una función lineal en su representación algebraica o simbólica				x
	C4	Hace conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.			x	x
	C5	Hace la gráfica de una función lineal.				x
	C6	Identifica la variable independiente y la variable dependiente en una función lineal.	x			
	C7	Identifica el dominio, el codominio y el rango de una función lineal.	x			x
O3 Reconocer los diferentes elementos que caracterizan la función lineal e identificar su significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación.	C8	Explica por qué el codominio y el rango de una función lineal es el mismo.		x	x	

mediante funciones lineales.
 Predice resultados en situaciones que se comporten como una función lineal

C7 x x

Capacidades desde el saber ser

05 Desarrollar habilidades para aprender la función lineal con la participación de los demás compañeros, el profesor y por sí mismo.

C1 Aporto ideas al trabajo en equipo
 Apoyo a los compañeros que presentan alguna dificultad en algún tema

C2 Me apoyo en los compañeros para aclarar mis dudas

C3 Me esfuerzo por realizar todas las actividades propuestas

C4 Consulto por mi propia cuenta lo que se me dificulta y practico en casa

C5 Me esfuerzo por realizar mis trabajos con calidad

Nombre de la tarea: T5. “Transporte y COVID-19”

Tarea de evaluación: Cierre de la clase

Descripción de tipos de evaluación y actividades que sustentan la tarea:

a. Requisitos para el desarrollo de la tarea:

De tipo conceptual: se espera que el estudiante tenga conocimientos asociados a:

- Reconocer la diferencia entre relaciones y funciones
- Identificar el significado y relaciones del dominio y codominio en una función
- Usar el plano cartesiano para representar funciones.
- Comprender el significado de la pareja ordenada en el plano.
- Reconocer la variable dependiente e independiente en una función a partir del análisis de situaciones cotidianas.
- Comprender el significado de la ecuación de la recta en una función.
- Comprender el significado de la pendiente de la recta en una función.
- Identificar las características de la función lineal.
- Representar de diversas formas la función.
- Modelar situaciones de su vida cotidiana mediante una función lineal.
- Explicar el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana.

De tipo procedimental: se espera que el estudiante conozca la herramienta Excel para: realizar operaciones básicas, para construir tablas y registrar información y para representar funciones haciendo uso de la información contenida en las tablas.

b. Meta:

Explorar las destrezas de los estudiantes respecto a la función lineal: uso del plano cartesiano, uso de tablas, lenguaje algebraico, representación de funciones lineales, diferencia de la relación de función, solución de ecuaciones de primer grado, notación funcional, pendiente de una función lineal, dominio de la función, modelación de la función lineal.

c. Materiales y recurso didáctico:

Recurso didáctico: Hoja y lápiz

Material didáctico: Hoja de cálculo Excel y guía de aprendizaje

d. Agrupamiento:

Pequeños grupos

e. Interacción (Participación del profesor y del estudiante):

A1: El profesor socializa con los estudiantes el objetivo de aprendizaje:

Aplicar conocimientos previos asociados a la función lineal en la solución de situaciones simples del contexto real.

Utilizar diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real mediados por situaciones de medición, cambio y variación.

Reconocer los diferentes elementos que caracterizan la función lineal e identificar su significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación.

Formular y desarrollar modelos que describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución.

A2: El profesor socializa las situaciones de aprendizaje:

Teniendo en cuenta que esta tarea constituye el cierre de la clase y se desea evaluar de manera integral los aprendizajes logrados en los estudiantes, se plantean tres situaciones con el interés de conocer la forma en que se activaron las diferentes capacidades asociadas a los objetivos de aprendizaje definidos en el diseño de la clase, a continuación, se presentan las diferentes situaciones consideradas para esta tarea:

S1: Salario devengado a partir de número de despachos (Exploración de conocimientos previos)

Con esta situación se espera que los estudiantes identifiquen los salarios que devengan unos trabajadores a partir de los tipos de producción, la situación incorpora una serie de cuestiones que movilizan a los estudiantes a hacer uso de los conocimientos logrados en torno a la función lineal, sus conceptos y formas de representar para dar respuesta a las preguntas formuladas, la situación al igual que las anteriores reconoce el contexto que le dan sentido como escenario para promover el aprendizaje, esta situación introduce cambios en los factores salariales de los empleados promovidos por la pandemia, movilizandolos a los estudiantes en otros niveles de reflexión y búsqueda de soluciones, siempre otorgando importancia a las situaciones de la vida.

S2: Venta de tiquetes según rutas de despacho

Esta situación ubica a los estudiantes en la venta de tiquetes según las rutas de destino, le permite activar los conocimientos logrados respecto a la función lineal para definir cuál ruta es más rentable y sus razones.

A3: El profesor muestra a los estudiantes el uso del material didáctico para resolver la tarea:

El profesor usa el recurso Excel para lograr que los estudiantes visualicen tanto en la tabla como en la gráfica, el significado del dominio (variable independiente) y el codominio (variable dependiente), y desde este proceso reconozca las características de la función lineal, además del significado de la pendiente de la recta como constante de crecimiento, especialmente desde el uso del Excel reconozca la importancia de explorar la función desde sus diferentes representaciones.

A4: El profesor motiva a los estudiantes a desarrollar las diferentes actividades que sustenta la tarea:

Para el desarrollo de las diferentes situaciones sugeridas en la tarea es fundamental que el profesor explore con los estudiantes el uso del Excel para los fines pertinentes, además es importante que en los diferentes equipos se analice las diversas situaciones de aprendizaje, reconociendo especialmente los contextos sociales que le dan sentido, promoviendo discusiones y reflexiones sobre la realidad, se especule sobre las posibles formas de resolver las cuestiones planteadas motivando al desarrollo de las actividades.

A5: El profesor acompaña la formalización de significados matemáticos:

Con las discusiones y acuerdos generados en los pequeños grupos, el profesor motiva a los estudiantes a socializar sus construcciones, en gran grupo se promueven nuevas discusiones y acuerdos, finalmente el profesor haciendo uso de las practicas matemáticas promovidas por los estudiantes consolida los discursos institucionales referidos a los elementos que sustentan la función lineal: variable dependiente, variable dependiente, dominio, codominio, rango, pendiente de la recta y especialmente las diversas formas de representarla y modelizarla para comprenderla.

f. Temporalidad:

Momento 1. Socialización del propósito de la tarea: 10 minutos.

Momento 2. Desarrollo de la tarea: 50 minutos.

Momento 3. Puesta en común y acuerdos: 40 minutos

Momento 4. Formalización de conocimientos: 20 minutos

g. La evaluación de los aprendizajes desde el desarrollo de la tarea (Qué aprendimos):

Actividades:

Situación uno de la tarea:

En la empresa de transporte Coomotor. Ltda., se tienen dos clases de empleados, los primeros se encargan del manejo de planillas de despacho y digitalización, y otros de la venta de tiquetes. A estos últimos se les pagan sus servicios con un salario base de \$210.000 a la semana, más una comisión de \$ 7.000 por cada pasaje vendido. A los empleados de planillas y digitalización se les paga el día según un salario mínimo establecido por la empresa, más una comisión por cada planilla elaborada.

Con respecto a los trabajadores encargados de planillas y digitalización, realiza las siguientes actividades:

A1: Sabiendo que las planillas mínimas de despacho exigidas por Coomotor Ltda. para los empleados de las planillas es de 200 despachos diarios a nivel nacional, diligencia los espacios en blanco de la siguiente tabla:

Planillas de despachos	Salario total devengado (Diario)
200	120000
210	125000
215	
	132500
251	
	155500
280	
	236500

A2. ¿Cuáles cantidades permanecen fijas y cuales varían en las condiciones planteadas para estos empleados?

A3. Expresa la relación existente entre las planillas de despachos y el salario total devengado por un empleado utilizando cada uno de los siguientes parámetros: palabras, símbolos, un diagrama y un gráfico en el plano cartesiano.

A4. ¿Cuál puede ser una expresión que permita calcular el salario de cualquier empleado de planillas teniendo en cuenta el valor de las comisiones?

A5. Antes de la emergencia, un funcionario de planilla ganaba en promedio al mes \$3.406.000, entre salario básico más comisiones por planilla de despacho, teniendo en cuenta que laboraba 26 días al mes. Después de la emergencia sanitaria, el sueldo de este trabajador pasó a ser de \$3.159.000 al mes. ¿Cuántos tiquetes se dejaron de vender mensualmente por causa del covid-19?

A6. Debido al cierre de terminales de transporte, la empresa Coomotor Ltda. debió tomar medidas sobre los salarios devengados por los trabajadores; inicialmente, a los empleados encargados del manejo de planillas y digitalización, se les pagaba el día según un salario mínimo establecido más las comisiones; con la emergencia sanitaria, la empresa tomó la decisión de disminuir los salarios a ingresos fijos, de la siguiente manera:

Durante el primer mes, los empleados recibirán un salario inicial de \$900.000, y se hará una disminución gradual del salario durante cada mes que se alargue la cuarentena; de esta manera, y si se mantiene el cierre de terminales, después de 8 meses de cuarentena el salario de cada empleado pasará a ser \$138.000.

Según la información anterior, responda:

Si D es la disminución de los ingresos (en pesos) de los trabajadores después de t meses, escriba una expresión algebraica que permita establecer una relación entre la disminución de ingresos y el número de meses.

$D =$ _____

Con respecto a los vendedores de tiquetes, responde:

A7. ¿Cuánto devengaría un vendedor de tiquetes a la semana si lograra vender: 20 tiquetes, 50 tiquetes, 200 tiquetes, 750 tiquetes?

A9. Si un vendedor ganara a la semana \$385.000 ¿qué puede decir usted del total de ventas por este? realiza el mismo ejercicio si ganara \$252.000.

A10. Si la empresa decidiera suprimir el salario base para los vendedores de tiquetes y en cambio pagara solamente una comisión de \$9000 por pasaje vendido, ¿sería conveniente esta nueva propuesta para los empleados? justifique el porqué de la elección y grafique esta situación en el plano cartesiano.

SITUACIÓN DOS DE LA TAREA: La empresa Coomotor, tiene dos rutas para el mismo destino, pero en condiciones diferentes de desplazamiento, la tabla registra la información referida a la ruta 1:

Ruta 1 "Ganancias venta de tiquetes"				
Días de la semana	Cantidad tiquetes vendidos	Valor ingresos	Costos operativos	Ganancia
Lunes				
Martes				
Miércoles				
Jueves				
Viernes				
Sábado				
Domingo				
Totales				

Teniendo en cuenta que: a) La cantidad de tiquetes vendidos en esta ruta el día lunes correspondió a 876, b) que el valor de ingresos de ese día fue de \$52.560.000, c) que cada día se registró un incremento del 5% sobre las ventas, d) que los gastos operativos de esta ruta diariamente corresponden al 25%, d) que las ganancias corresponden a la diferencia entre los ingresos y los gastos operativos, identifique:

A1: La información requerida en la tabla que muestre las ganancias en ventas de tiquetes en esta ruta.

A2: La ecuación que registre la relación entre la cantidad de tiquetes vendidos y los costos operativos

A3: La ecuación que registre la relación entre la cantidad de tiquetes vendidos y las ganancias

A4: Una gráfica que muestre la relación entre la cantidad de tiquetes vendidos, los costos operativos y las ganancias

Para la ruta 2, la empresa registra el siguiente comportamiento en ventas durante la semana: a) La cantidad de tiquetes el día lunes correspondió a 776, b) que el valor de ingresos de ese día fue de \$54.320.000, c) que cada día se registró un incremento del 3% sobre las ventas, d) que los gastos operativos de esta ruta diariamente corresponden al 20%, d) que las ganancias corresponden a la diferencia entre los ingresos y los gastos operativos, identifique:

A5: La información en una tabla que muestre las ganancias en ventas de tiquetes en esta ruta.

A6: La ecuación que registre la relación entre la cantidad de tiquetes vendidos y los costos operativos

A7: La ecuación que registre la relación entre la cantidad de tiquetes vendidos y las ganancias

A8: Una gráfica que muestre la relación entre la cantidad de tiquetes vendidos, los costos operativos y las ganancias.

A9: Teniendo en cuenta el comportamiento en ventas ¿Cuál consideras es la ruta más rentable para la empresa y por qué? ¿Cuáles consideras son las razones que hacen que una ruta sea más rentable que la otra?

Con las actuaciones de los estudiantes para encontrar las soluciones a las diferentes preguntas planteadas en el contexto de la tarea, se espera identificar cómo, a través de unos datos contextualizados, se puede representar gráficamente en el plano cartesiano, identificar los elementos de una función y resolver problemas de la vida diaria.

De igual manera, a partir de esa información, los estudiantes puedan sacar conclusiones y relaciones de las gráficas, comparando cada una de ellas y así, establecer la relación entre la forma de una función lineal en sus representaciones gráficas, algebraicas y numéricas.

h. Actores que participan en la evaluación

Teniendo en cuenta que para el modelo curricular la evaluación es uno de los componentes importantes de la clase, en este apartado se registran los roles de los actores en los tres tipos de evaluación que se espera generar (Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación).

Autoevaluación:

Coevaluación:

Si bien es cierto que la tarea se diseñó de manera general con el interés de conocer las prácticas matemáticas y los conocimientos que pusieron en funcionamiento los estudiantes al resolverla, también lo es que dentro de sus momentos de gestión se incorporó la puesta en común de los aprendizajes logrados. En este momento, en particular, se espera con la tarea la negociación de significados en pequeños grupos de estudiantes. Este momento permite, no solo identificar la forma en la que el estudiante realiza prácticas matemáticas y los conocimientos que desarrolla, sino también la forma en la que negocia con su par dichos conocimientos.

Teniendo en cuenta lo anterior, la coevaluación juega un papel importante durante la gestión de la tarea, y en esencia busca identificar, en esos pequeños grupos qué conflictos de significado se generaron, cómo enfrentaron esos conflictos y, especialmente, cómo negociaron los significados asociados al contenido, para resolver la tarea.




Desde la coevaluación, en pequeños grupos, los estudiantes, usando los mismos instrumentos usados en la autoevaluación, pero utilizando un discurso colectivo, valorarán los aprendizajes logrados (dimensión cognitiva), como sus perspectivas respecto a su participación durante la realización de la tarea (dimensión afectiva).

SEMÁFORO COGNITIVO COLECTIVO



**Que aprendimos
haciendo la tarea**

Coloreen el recuadro correspondiente, de acuerdo con el desempeño del grupo en cada una de las actividades relacionadas. Verde, si consideran que el grupo logró el aprendizaje señalado; amarillo, si tuvieron dificultades en la adquisición del aprendizaje, y en rojo, si consideran que no pudieron lograrlo.





¿Cómo fue nuestro desempeño en cada uno de los siguientes aprendizajes?			
Logramos identificar los conocimientos que tenía al inicio de las tareas respecto a función lineal			
Utilizamos los diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas de la vida real			
Pudimos reconocer los elementos de la función lineal para identificar su significado y uso en contextos reales			
Propusimos modelos que describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución			

MATEMATÓGRAFO



**Cómo nos sentimos
haciendo la tarea**

Con el fin de conocer cómo se sintió el grupo durante el desarrollo de la tarea, colorean el emoji que corresponda a su sentir, de acuerdo con cada uno de los criterios enunciados:

					
					
					
					
Aporté ideas al trabajo en equipo	Apoyé a los compañeros que presentaron alguna dificultad en algún tema.	Me apoyé en los compañeros para aclarar mis dudas.	Me esforcé por realizar todas las actividades propuestas.	Consulté por mi propia cuenta lo que se me dificultó y practiqué en casa.	

Heteroevaluación:

La heteroevaluación en el modelo curricular se asume como el acompañamiento que realiza el profesor a las diferentes formas de aprender de los estudiantes cuando participan en la solución de las tareas. Lo anterior implica la observación constante y permanente del profesor frente a las actuaciones del estudiante en el aula de clase, no se reduce a la aplicación de instrumentos al cierre, sino que se sustenta desde la observación constante y permanente de las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven las tareas (actuaciones asociadas a las prácticas matemáticas que activa, los conocimientos que pone en funcionamiento, a la forma como enfrenta dificultades en el aprendizaje y la forma en la que negocia significados).

Diario del profesor – Dimensión cognitiva				
Estudiante:				
Objetivos de aprendizaje	Nivel de activación			Observaciones
	Total	Parcial	Nula	
Aplica conocimientos previos asociados a la función lineal en la solución de situaciones simples del contexto real.				
Utiliza diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real.				
Reconocer los diferentes elementos que caracterizan la función lineal e identificar su significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación.				
Formular y desarrollar modelos que describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución.				

Teniendo en cuenta que dentro de la tarea se definieron las capacidades para el saber, saber hacer, saber ser, para la dimensión afectiva, se retoman las capacidades asociadas al ser, ajustadas a las perspectivas del profesor.

Diario del profesor – Dimensión afectiva				
Estudiante:				
Capacidades desde el saber ser	Nivel de activación			Observaciones
	Alto	Medio	Bajo	
Expresó disposición al trabajar en el pequeño grupo.				
Durante las actuaciones del pequeño grupo para resolver la tarea, apoyó a los compañeros que presentaron alguna dificultad para comprender la forma de resolver la tarea.				
Consideró pertinente los aportes de los demás participantes del pequeño grupo para aclarar las dudas que surgieron durante el desarrollo de la tarea.				
Expresó interés y preocupación por realizar las diferentes situaciones y actividades planteadas en la tarea				
Asumió liderazgo para identificar desde su propia autonomía la forma de afrontar las dificultades que presentó la tarea.				
Expresó constante y permanente preocupación e interés por resolver de manera acertada las diferentes actividades de la tarea.				

Fuente: Elaboración propia.

8. Conclusiones

Teniendo en cuenta el objetivo general definido para la investigación, situado en comprender las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas, con el fin de promover buenas prácticas de evaluación para mejorar el aprendizaje de la función lineal, en este capítulo se presentan las conclusiones asociadas a los objetivos específicos que sustentan el desarrollo de dicho propósito:

8.1. Resultados asociados a la caracterización de las prácticas que realiza el profesor de matemáticas

En el *primer objetivo específico* se propuso caracterizar las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas asociadas al contenido matemático función lineal. Para lograr este propósito, se realizó una indagación en la literatura en educación y se identificó un referente teórico que permitió asumir los criterios de observación para esas prácticas. De manera específica, la tesis doctoral de Zambrano (2014) constituyó un referente importante para caracterizar las prácticas evaluativas que realiza el profesor de matemáticas como para definir buenas prácticas evaluativas. Al respecto la autora realiza una adaptación a la propuesta de Castillo & Cabrerizo (2010), referida a tipología de prácticas evaluativas en las actuaciones de los profesores. Las tipologías están asociadas a los siguientes asuntos: (1) el momento de la evaluación, ¿cuándo evaluar?, (2) los fines de la evaluación, ¿para qué evaluar?, (3) la extensión de la evaluación, ¿qué dimensiones evaluar?, (4) los agentes que participan en la evaluación, ¿quién

evalúa? y (5) el normotipo que sustenta la evaluación, ¿qué normas sustentan la evaluación?

Con el fin de identificar estos tipos de prácticas evaluativas en las actuaciones del profesor durante las clases, se definieron como fuentes de información la observación de las sesiones de clase, el desarrollo de entrevistas y el análisis documental a los instrumentos de evaluación diseñados y gestionados por los profesores.

8.1.1. Observación sesiones de las clases.

Se realizaron a partir de los diferentes tipos de evaluación ¿Cuándo evaluar?, ¿Para qué evaluar?, ¿Quién evalúa? ¿Qué referente?, para los tres momentos de las clases como: La planeación, el desarrollo de la clase y el cierre de la clase. Desde estos momentos se plantean las siguientes conclusiones.

Se concluye respecto al criterio según el momento que responde a ¿cuándo evaluar?, los profesores de matemáticas no incorporaron la evaluación en la planeación de la clase; lo hacen de manera tímida durante el desarrollo de la clase y solo tiene validez al cierre de la clase, con el uso de una evaluación final, para conocer los niveles de desempeño logrados en los estudiantes.

Según la finalidad que responde a la pregunta ¿para qué evaluar?, en la planeación de la clase, la evaluación no constituye un componente de importancia, no se define qué evaluar y menos para qué evaluar. Los profesores de matemáticas evaluaron para conocer los desempeños logrados en los estudiantes

y generar los registros institucionales de calificaciones. En las observaciones de clase no se logró identificar el papel de evaluación con intereses formativos, buscando promover el aprendizaje de la función lineal a partir de los intereses y posibilidades de los estudiantes, a partir de la articulación del saber matemático con saberes cotidianos que permitiera a los estudiantes acercarse a la construcción de significados, representaciones y modelación de la función lineal por tal razón el desarrollo de la clase, se mostró tendencia hacia evaluaciones de tipo sumativo . Con relación al Cierre de la clase, estuvieron marcadas por el interés de evaluar para conocer rendimientos académicos de los estudiantes (evaluación sumativa), a través de la aplicación de pruebas escritas, con las características descritas en el criterio anterior.

En cuanto a ¿Quién evalúa?, en la planeación las actividades preferidas son evaluadas únicamente por el profesor (heteroevaluación), y es desde su voz que se valoran las diferentes producciones esperadas en los estudiantes. En el desarrollo de las clases los profesores no reconocen la voz de los estudiantes, no les permiten participar en la responsabilidad de valorar lo aprendido (auto y coevaluación). En el cierre de la clase, mediadas por la aplicación de pruebas escritas reafirma el papel del profesor en la evaluación de los aprendizajes (heteroevaluación). Los profesores no incorporaron estrategias evaluativas que permitiera reconocer la voz de los estudiantes.

En cuanto a las normas que sustentan la evaluación, en lo que respecta a a los tres momentos de la clase, dado que son los contenidos los que constituyen el

centro de la clase, los criterios de la evaluación se definen desde el nivel de alcance de los indicadores de logros alcanzados por los estudiantes.

Finalmente, las observaciones permitieron identificar que las prácticas de evaluación de los profesores se caracterizaron por: a) la presentación del contenido a los estudiantes de manera expositiva, con ausencia de tareas que promuevan la comprensión del contenido, b) favorecimiento de la evaluación final como forma de validar si el estudiante resolvió de manera adecuada las actividades sugeridas, y no con intereses formativos que promovieran el aprendizaje de la función lineal a partir de las motivaciones y posibilidades de los estudiantes, c) los profesores consideran que son los únicos agentes evaluadores dentro del proceso, ya que todas sus prácticas evaluativas se realizaron desde la heteroevaluación y d) la evaluación desarrollada por los profesores asume como única norma válida el alcance de logros desde los desempeños de los estudiantes.

Por otra parte, los tres profesores desarrollaron prácticas de aula mediadas por talleres y actividades centradas en la resolución de ejercicios, de manera que los estudiantes pudieran aprender especialmente procesos algoritmizados de la función lineal, con ausencia de actividades que promovieran procesos de comprensión de la función lineal, desde esta perspectiva los instrumentos y prácticas evaluativas se centraron en conocer los desempeños de los estudiantes desde la dimensión cognitiva, para generar los registros institucionales de calificaciones. En este sentido, el profesor desconoce las formas de aprender de sus estudiantes, así como sus formas de negociar significados, validar los conceptos aprendidos, enfrentar y resolver las dificultades.

8.1.2. Caracterización de las prácticas evaluativas a partir de los discursos de los profesores.

De acuerdo con la información obtenida a partir de las entrevistas realizadas a los profesores fue posible evidenciar que no hay coherencia entre los discursos de los profesores y lo que sucede en realidad en el aula. A partir de las entrevistas fue posible identificar que los profesores reconocen el papel de la evaluación durante todo el proceso formativo, pero la reducen al cierre de la clase con intereses puramente cognitivos.

Se realizó una entrevista semiestructurada acogiendo los aspectos planteados por Zambrano (2014), ¿cuándo evaluar?, ¿para qué evaluar?, ¿qué evaluar?, ¿quién evalúa?, ¿desde qué referente se evalúa? Cada pregunta diseñada con el fin de conocer desde la perspectiva de los profesores, los argumentos que sustentan sus prácticas evaluativas en el aula.

La información obtenida en las entrevistas, permitió identificar las siguientes características asociadas a las prácticas evaluativas de los profesores de matemáticas desde sus discursos.

Respecto a la cuestión ¿cuándo evaluar?, los profesores en sus discursos consideran importante evaluar al inicio para identificar los saberes previos de los estudiantes (evaluación inicial), durante el desarrollo de la clase (evaluación como proceso), para conocer la forma en que aprenden los estudiantes y al final de la clase para identificar las capacidades y logros alcanzados (evaluación final).

En cuanto a la cuestión ¿para qué evaluar?, los profesores expresaron la importancia de evaluar para conocer lo que saben los estudiantes antes de abordar

el contenido (Evaluación diagnóstica), para identificar la forma en que aprenden los estudiantes y acompañar la construcción de conocimiento matemáticos (Evaluación formativa) y para determinar los desempeños alcanzados por los estudiantes (Evaluación sumativa).

En lo que respecta a la cuestión ¿Qué dimensiones se evalúa?, los profesores consideraron relevante evaluar desde la integralidad, es decir desde el ser, el saber y el saber hacer (Dimensión global), sin embargo, resaltan la importancia de la evaluación asociada al saber, sobre el saber hacer y el ser (Dimensión parcial).

En lo referido a ¿quién evalúa?, los profesores consideran importante reconocer la voz de los estudiantes en la evaluación y la del profesor, la coevaluación no está presente en sus relatos.

En cuanto a ¿qué referente se evalúa?, tanto en la observación de clase como en las entrevistas, se reconoce al alcance de los indicadores de logros concretos y prefijados por la institución, como sustento para valorar de forma homogénea a los estudiantes y determinar el grado de dominio de la función lineal.

8.1.3. Caracterización de las prácticas evaluativas a partir de los instrumentos de evaluación.

Teniendo en cuenta que el referente que se acogió para el desarrollo de la investigación, incorpora cinco tipologías de prácticas, desarrolladas en los apartados anteriores. En este capítulo se acoge el criterio referido a la dimensión que hace referencia a ¿que se evalúa?, este criterio asociado de manera directa al

conocimiento matemático, género la necesidad de explorar información matemática del contenido para tener un referente de caracterización. El modelo curricular análisis didáctico ofreció esas posibilidades de indagar desde los diferentes organizadores curriculares esa información matemática, con esta perspectiva se diseñó una matriz que incorporó tres tipos de capacidades que se esperan promover con el aprendizaje de la función lineal. Capacidades asociadas a la dimensión cognitiva, a la dimensión procedimental y a la dimensión actitudinal. Desde los intereses del modelo curricular no solamente se debe centrar la atención en el contenido que se aprende sino en lo que se sabe hacer con ese contenido y cómo se sienten estudiante cuando aprende el contenido. La matriz identificó unas particularidades asociadas a cada uno de los tres aspectos.

Con la riqueza conceptual aportada del análisis de contenido y que se registra en el capítulo cinco de este documento se identificó la información asociada a los diferentes significados que se esperan aprendan los estudiantes de la función lineal, las diversas formas de representarla y los fenómenos que le dan sentido, siendo este el referente que se definió para caracterizar lo que evalúan los profesores respecto al contenido. Desde este criterio se definieron capacidades asociadas a la dimensión conceptual (saber), dimensión procedimental (saber hacer) y dimensión afectiva (actitud del estudiante frente al proceso de aprendizaje de la función lineal).

Desde lo señalado se logró identificar que en la primera dimensión, se espera que los estudiantes aprendan los diferentes significados de la función lineal como: variable dependiente e independiente, dominio, codominio y rango de una

función lineal, relación entre una función lineal y la proporcionalidad entre dos magnitudes, el valor de la pendiente en una función lineal, significado de una pendiente negativa en una función lineal, crecimiento o decrecimiento en una función lineal, incidencia en la gráfica de una función lineal cuando se suma o resta una cantidad cualquiera, extrapolación de valores en la gráfica de una función lineal.

En lo que respecta los sistemas de representación, se concluyó la importancia de abordar los sistemas de representación tabular, gráfica y simbólica y las conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal.

Sobre los fenómenos, se encontró la importancia de abordar las situaciones de cambio y variación como contextos privilegiados para comprender el significado de la función lineal, articulando a escenarios de la vida real, abandonando el interés algorítmico que tiene protagonismo en el aula de matemáticas.

Sobre la segunda dimensión asociada al saber hacer, se determinaron capacidades asociadas a: identifica y expresa en lenguaje natural situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con funciones lineales, grafica funciones utilizando recursos tecnológicos como computador (GeoGebra, Derive, etc.) o su celular (aplicaciones como Malmath, Grapher Math Draw, Algeo, etc., explica el significado de la proporcionalidad en una situación cotidiana, resuelve y crea problemas que se puedan modelar mediante funciones lineales, entre otras.

Respecto a la dimensión afectiva, se considera abordar la disposición de los estudiantes para aprender la función lineal, desde su autonomía (aprendizaje autónomo) y con las aportaciones de los compañeros (aprendizaje colaborativo).

Al respecto se resalta la importancia de conocer la forma en que construye significados y negocia esos significados con otros, la forma en que resuelve las dificultades y la forma en que propone caminos de solución.

Teniendo en cuenta la información que se logró identificar desde el análisis de contenido y revisando los instrumentos de evaluación de los profesores se logró concluir que:

Respecto a los significados asociados a la función lineal que incorpora el instrumento de evaluación, el interés de los profesores se centra en que los estudiantes sólo tengan un conocimiento básico asociado a la identificación abstracta de la función lineal. Como por ejemplo grafique una la función lineal a partir de una ecuación, haciendo la tabla de valores y graficar los puntos en el plano cartesiano.

Respecto a la representación de funciones lineales, se proponen algunos ejercicios que requieren que los estudiantes hagan una tabla de valores para representar la función gráficamente. Por tanto, se puede determinar que, si bien estas capacidades no aparecen claramente en la herramienta de evaluación, se puede considerar que el docente la ha tenido en cuenta. Por lo general, los profesores incluyen cómo reconocer funciones lineales en representaciones gráficas en sus herramientas de evaluación. En algunos casos, significa implícitamente que los estudiantes deben caracterizarla como una función lineal que se ha dibujado, y se les pide explícitamente a los estudiantes que identifiquen la función lineal de acuerdo con la ecuación de la figura.

Las herramientas de evaluación están inmersas en identificar funciones lineales en representaciones algebraicas y simbólicas de diferentes formas, registrando la tendencia de ecuaciones lineales en forma estándar, puntos de pendiente y coordenadas. Frente a la capacidad de hacer conversiones entre diferentes formas de representación de la función lineal quedó levemente probada en la evaluación porque propusieron prácticas matemáticas relacionadas con la representación simbólica de líneas de diferentes formas. A veces, es muy limitada porque se utilizan preguntas de opción múltiple con una sola respuesta. Sin embargo, a menudo se puede ver que estas herramientas evalúan funciones lineales en todas sus representaciones.

Los docentes intentan incorporar cómo hacer la gráfica de una función lineal dentro sus instrumentos de evaluación, lo hacen de distintas maneras, unos de forma leve y otros de manera más explícita. De igual forma no se evidencia de manera explícita que se evalúe como identificar la variable independiente o dependiente de la función lineal, solamente se supone que el estudiante realice dicha identificación como un prerrequisito de la graficación.

Acerca del dominio, el codominio y el rango de una función lineal La categoría no se evidencia en los instrumentos de evaluación. De igual manera no se infiere gran relevancia al argumentar la relación entre función lineal y proporcionalidad. Respecto a la pendiente de la función lineal los profesores no consideran la capacidad al desarrollar instrumentos de evaluación y se destacó la leve intención de fusionarlos.

La herramienta de evaluación no tiene la forma de como el estudiante pueda explicar el aumento y la disminución de la función lineal. Solo se puede establecer ligeramente en la herramienta de opción múltiple. Las opciones incluyen aumento o disminución de cantidades, pero no se puede argumentar ni explicar. Por tanto, los instrumentos no consideran esta capacidad como una capacidad explicativa, ni refleja la importancia de que los estudiantes sepan interpretar el comportamiento de la función a partir de sus diagramas o ecuaciones

Se puede concluir de la fenomenología que no está incluida en las herramientas de evaluación diseñadas por los docentes, porque generalmente no expresan el lenguaje cotidiano para modelar funciones lineales y no utilizan medios técnicos y tecnológicos como recursos para desarrollar herramientas de evaluación. Del mismo modo, los profesores subestimaron la importancia de incluir la forma de hacer preguntas y predecir los resultados en la herramienta de evaluación.

De manera general, los profesores incorporan la mayoría de las capacidades desde lo cognitivo, mediante una evaluación escrita, tanto de pregunta abierta como de selección múltiple con única respuesta. Las capacidades fenomenológicas no se incorporan en los instrumentos de evaluación diseñados por los docentes, ya que se presupone que los estudiantes poseen estas capacidades. Dando mayor relevancia al uso de la representación simbólica sobre la gráfica y la tabular, igualmente se evidencia la ausencia de cómo moverse de un sistema de representación a otro. De la misma forma centra el significado de la pendiente, asociado solo a la representación simbólica, y no a la tabular ni gráfica

8.2. Resultados asociados a la propuesta metodológica para promover buenas prácticas de evaluación que aporten al mejoramiento en el aprendizaje de la función lineal

El diseño de la propuesta metodológica se realizó acogiendo los elementos conceptuales y procedimentales del modelo curricular Análisis Didáctico, el modelo incorpora conocimientos didácticos de las matemáticas para que los profesores fortalezcan el diseño de currículos locales (preparación de una clase de matemáticas) a partir de procesos de reflexión y análisis de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje, el modelo incorpora cuatro tipos de análisis que se sustentan desde las componentes curriculares: contenido (análisis de contenido), objetivos (análisis cognitivo), metodología (análisis de la instrucción) y evaluación (análisis de la actuación).

El primer análisis, de contenido, le permite al profesor de matemáticas reflexionar y tomar decisiones para planear su clase a partir de la pregunta ¿qué enseñar?, para responder el interrogante el profesor estudia el contenido matemático que sustenta la clase, a partir de los diferentes significados que pueden abordar su comprensión, sus distintas formas de ser representado y los diferentes fenómenos que lo sustentan.

El segundo análisis, cognitivo, le permite al profesor de matemáticas reflexionar y tomar decisiones para planear su clase a partir de la pregunta ¿qué espero que los estudiantes aprendan del contenido matemático?, para responder el interrogante el profesor analiza la información que obtuvo del análisis de contenido, reflexiona y decide sobre los objetivos de aprendizaje que esperan

alcancen los estudiantes al abordar la comprensión del contenido, igualmente decide sobre las capacidades que se espera desarrollen y las competencias matemáticas que se pueden fortalecer desde las distintas tareas que se diseñen para su enseñanza, finalmente identifica las posibles dificultades y errores en que pueden incurrir los estudiantes al aprender el contenido, como información útil para aportar desde las prácticas de enseñanza del profesor a resolverlas en el momento de gestión.

El tercer análisis, de instrucción, le permite al profesor de matemáticas reflexionar y tomar decisiones para diseñar tareas matemáticas que favorezcan el aprendizaje del contenido matemático, la pregunta que se plantea el profesor en este análisis para la planeación de su clase será ¿cómo lograr que los estudiantes aprendan el contenido matemático?, para responder el interrogante el profesor acude a la información obtenida tanto del análisis de contenido como cognitivo, para identificar los elementos sustanciales que sustentaran el diseño de las tareas matemáticas, además de haber realizado acciones que le permitan identificar las posibilidades y necesidades tanto del contexto escolar como del estudiante, información relevante para otorgar sentido y pertinencia a la tarea, igualmente el profesor decide sobre los materiales y recursos requeridos para la gestión de la tarea.

Desde los elementos planteados, se construyó una propuesta metodológica que incorporó los cuatro tipos de análisis didáctico con el interés de promover buenas prácticas evaluativas en la perspectiva de Zambrano (2014) asociada al contenido función lineal.

8.2.1. Buenas practicas evaluativas asociadas al contenido

¿Qué evaluar?

Para abordar esta cuestión, se realizó revisión a los documentos curriculares colombianos (Lineamientos, estándares, DBA), a libros de texto y literatura en educación matemática que abordan el contenido función lineal, la indagación permitió identificar las estructuras conceptuales, los sistemas de representación y la fenomenología como información relevante para definir lo que se espera que los estudiantes aprendan del contenido, este ejercicio permitió situar la evaluación de los aprendizajes reconociendo la riqueza de la diversidad de significados asociados a la función lineal, sus diferentes formas de ser representada y especialmente los fenómenos que le dan sentido. En esta perspectiva la evaluación no centra el interés en conocer las capacidades de los estudiantes para memorizar formulas y resolver ecuaciones, la atención se ubica en conocer los significados que construye asociados a la función lineal, su habilidad para representarla de diferentes formas y moverse en entre esas representaciones y especialmente comprenderla en variados contextos de la vida cotidiana que le dan sentido.

Se puede reconocer la pendiente representada por la letra “m” y tener características según su signo. Si es positivo, sé si representa una función creciente, si es negativo, representa una función decreciente. El eje cuya intersección es el eje y, denotado por la letra b, se refiere al tiempo cuando $x = 0$ y el eje y. Y se encuentra la variable dependiente y la variable independiente, que la

variable independiente se refiere al dominio de la función, que puede ser continua o discreta.

Se determinan cuatro formas de representación de la función, una es tabular, verbal, gráfica y algebraica. Para la representación tabular, determina el comportamiento de la función a través de una tabla de valores. En el caso de la representación verbal, esta es una forma de interpretar los gráficos en base al aumento, disminución, proporción, etc. de los gráficos. A partir de estos conceptos, se puede identificar la aplicación e interpretar los resultados numéricos obtenidos. En el caso de la representación gráfica, se puede hacer con ayuda de la tecnología, en este caso, por ejemplo, como GeoGebra, y en el plano cartesiano la representación más común de puntos colineales y formar una línea recta, la cual puede determinar su pendiente según la Análisis característico de la posición de múltiples líneas (como líneas paralelas, líneas perpendiculares y líneas secantes). En el caso de la representación algebraica, analizar a partir de la ecuación en la forma explícita $ax + c = 0$, llamar de forma general, y llamar implícitamente $y = mx + b$ de forma canónica de la siguiente forma, donde m , pendiente y b son y interceptar. Cuando $m = 0$, se llama función constante; cuando $b = 0$ función lineal, cuando $my + b$ existen, se llama función afín.

Para los fenómenos en función lineal, entorno fenomenológico y aplicación. Para el trasfondo fenomenológico relacionado con el problema, ¿para qué sirve? ¿Qué pregunta es la respuesta?, se Identificó tres contextos importantes, como la tasa de cambio, la representación gráfica del desarrollo matemático y la relación entre los atributos gráficos y las expresiones. Para la situación de aplicación, el

marcado en los campos social, turístico, empresarial, económico y físico, estos serán desarrollados en la propuesta de investigación.

La fenomenología como organizadora del currículo nos permite dar respuesta a las siguientes preguntas: • ¿Qué fenómenos hacen que mi tema sea significativo? (Fenómenos) • ¿Qué subestructuras permiten organizar los fenómenos que dan sentido a mi tema? (Subestructuras) • ¿Para qué se usa mi tema? ¿Qué problemas responde? (contextos fenomenológicos) • ¿Qué características comparten los fenómenos que dan importancia al tema? • ¿Qué subestructuras están relacionadas con qué contextos fenomenológicos? (características estructurales y relación entre subestructuras y contextos fenomenológicos) • ¿En qué situaciones existe mi tema? (Contextos de PISA 2012).

8.2.2. Buenas prácticas evaluativas asociadas a los objetivos de aprendizaje ¿Para qué evaluar?

Con la información obtenida del análisis de contenido, se identificaron los objetivos de aprendizaje, las capacidades y las competencias matemáticas que se esperan evaluar en las actuaciones de los estudiantes al resolver las diferentes tareas matemáticas.

Estas expectativas de aprendizaje asociadas al contenido matemático, ampliaron la perspectiva de evaluar para identificar desempeños, en este contexto se evalúa para conocer la forma como aprenden el contenido a partir de las

prácticas matemáticas que realiza el estudiante al resolver las diferentes tareas matemáticas, sus formas de negociar significados y resolver situaciones de la vida cotidiana.

De manera específica los objetivos de aprendizaje que se identificaron y orientan los procesos de evaluación fueron:

- Aplicar conocimientos previos asociados a la función lineal en la solución de situaciones simples del contexto real.
- Reconocer los diferentes elementos que caracterizan la función lineal e identificar su significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación.
- Utilizar diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real mediados por situaciones de medición, cambio y variación.
- Formular y desarrollar modelos que describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución.

Es importante señalar que en la definición de las capacidades que se esperan activar en la formación de los estudiantes, no solo se registraron asociadas a la dimensión cognitiva, también se establecieron capacidades referidas a la dimensión afectiva, en la perspectiva del modelo curricular, el

conocer cómo se siente el estudiante cuando aprende constituye un referente de importancia para evaluar las prácticas de enseñanza del profesor y mejorar los futuros diseños de la clase.

8.2.3. Buenas practicas evaluativas asociadas a la metodología

¿Cuándo y cómo evaluar?

Al definir los aspectos conceptuales de la función lineal desde el análisis de contenido y lo que se espera que aprendan los estudiantes desde el análisis de cognitivo, en esta cuestión se abordó cuándo y cómo evaluar desde el análisis de la instrucción.

Este análisis favoreció el diseñar tareas matemáticas que permitieran movilizar a los estudiantes a la solución de situaciones problema, en las que activen prácticas matemáticas para resolverlas y desde esas prácticas activar capacidades y competencias matemáticas orientadas al alcance de los objetivos de aprendizaje.

Se diseñaron cinco tareas matemáticas, cada una pensada para favorecer prácticas evaluativas asociadas a los diferentes momentos de enseñanza del contenido función lineal.

La primera tarea se diseñó con el interés de conocer los conocimientos previos de los estudiantes asociados a la función lineal a partir del análisis y solución de situaciones del contexto real. La segunda con la intención de presentar a los estudiantes los diferentes elementos que caracterizan la función

lineal e identificar el significado y uso en contextos reales mediados por situaciones de cambio y variación que promueven los estudiantes desde la resolución de las diferentes actividades sugeridas en la tarea.

La tercera y cuarta tarea se sustentó con la perspectiva de conocer la forma como utilizan los estudiantes diferentes sistemas de representación de la función lineal para resolver problemas del contexto real mediados por situaciones de medición, cambio y variación, igualmente los procesos que activan al formular y desarrollar modelos que describan situaciones de cambio del mundo real entre magnitudes físicas, que incorporen el uso de la función lineal para su solución.

Finalmente, la quinta tarea se diseñó con el propósito de evaluar la forma como el estudiante modeliza situaciones del contexto real que inscriben la función lineal, usa diferentes sistemas de representación para interpretarlas y promueve soluciones que comprende y le dan sentido al uso de la función lineal.

Todas las tareas incorporaron el diseño de instrumentos que promovieron la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, reconociendo todas las voces de los actores en el proceso de formación, especialmente construir conocimiento matemático a partir de las negociaciones con el otro.

Igualmente, cada una de las tareas incorporan actividades para situar la evaluación como un proceso permanente ligado a las prácticas de enseñanza, es decir al inicio de la clase, durante el desarrollo de la clase y al cierre de la clase, en ese orden de ideas cobra sentido la evaluación inicial, como proceso y la evaluación final. Respecto a los fines de la evaluación los aspectos descritos

muestran el interés por promover una evaluación formativa, en la que no solo existe interés por el saber, sino por el saber hacer y el ser.

Como producto final de esta investigación y según los objetivos específicos, se tiene como resultado cinco tareas que buscan mejorar las prácticas evaluativas, utilizando el análisis didáctico. La propuesta de evaluación presentada motiva los intereses de los estudiantes, y busca generar escenarios de reflexión acerca de lo que están aprendiendo los estudiantes, cómo lo está aprendiendo y cuál es la responsabilidad del profesor en el diseño e implementación de estrategias de aula que permitan que los estudiantes se acerquen a los aprendizajes y capacidades, desde distintos niveles de complejidad, diferentes procesos matemáticos en los distintos momentos de evaluación.

9. Referencias

- Álvarez, J. (2001). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. Morata.
- Barajas, C., Fulano, B., Ríos, W., Salazar, L., & Pinzón, A. (2018). Funcion constane Lineal y Afín. En P. Gómez, *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 3* (págs. 131-185). Bogota: Univesidad de los Andes. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/8703/1/G3_DocumentoBase_FuncionConstanteLinealAfin.pdf
- Becerra, M. C., Bermúdez, E. A., & Ochoa, J. A. (2018). Ingeniería didáctica para el aprendizaje de. *shoia*, 115-126. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/12556/1/629-3131-1-PB.pdf>
- Bordas, M., & Cabrera, F. (2001). Estrategias de Evaluación de Aprendizaje. *Revista Española de Pedagogía*, 25-48.
- Boud, D. (1998). *The challenge of probelm-based learning*. London: Koagan Page.
- Boza, Á., & Toscano, M. (2011). Buenas prácticas en integración de las TIC en educación en Andalucía: Dos estudios de caso. Ponencia: VI Congreso Virtual de Aidipe.
- Brown, S., & Glasner, A. (2003). *Evaluar en la universidad: problemas y nuevos enfoques*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Cañadas, M., Gomez, P., & Pinzon, A. (2015). *Analisis de contenido*. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/11904/1/Canadas2018Analisis.pdf>
- Carr, D. (2005). *El Sentido de la Educación. Una introducción a la filosofía y a la teoría de la educación y de la enseñanza*. Barcelona: Editorial Graró.
- Castillo, S., & Cabrerizo, J. (2010). *Evaluación educativa de aprendizajes y competencias*. Madrid: Uned - Pearson.
- De Pablos, J., Colás, P., & Gonzáles, T. (2010). *Revista de Educación*, 352. Mayo-Agosto 2010, pp. 23-51 Fecha de entrada: 10-06-2009 Fecha de aceptación:

05-11-200923Factores facilitadores de la innovación con TIC en los centros escolares. Un análisis comparativo entre diferentes políticas educativas au. *Revista de Educación*, 23-51.

Eisner, E. (2002). *La escuela que todos necesitamos*. Barcelona: Paidós.

Epper, R., & Bates, A. (2004). Enseñar al profesorado cómo utilizar la tecnología.

Escudero, J., Ginzáles, M., & Martínez, B. (2009). El fracaso escolar como exclusión educativa: Comprensión, políticas y prácticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 41-64.

Escudero, J., González, M., & Martínez, B. (2009). El fracaso escolar como exclusión educativa: Comprensión, políticas y prácticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 41-64.

Flores, Á., & Gómez, A. (agosto de 2009). Aprender Matemática, haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*, 29(2), 117-142.

Flores, P., Gómez, P., & Marín, A. (2012). Apuntes sobre análisis de instrucción. Módulo 4 de MAD.

Freire, P. (2002). *Pedagogía de la Autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa*. México: Siglo XXI Editores.

Giné, N., & Parcerisa, A. (2003). *Planificación y análisis de la práctica educativa. La secuencia formativa: fundamentos y aplicación*. Barcelona: Biblioteca de Aula. Obtenido de <http://files.ramirez-susan.webnode.mx/200000025-b1eaeb3de9/La%20secuencia%20formativa%20-%20Gin%C3%A9%20y%20Parcerisa.pdf>

Gómez, P. (2006). Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.

- Gomez, P. (2015). *Análisis didáctico de la práctica de la formación de profesores de matemáticas*. Bogotá. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/11903/1/Gomez2018Analisis.pdf>
- González, M. J., & Gómez, P. (2014). *Análisis didáctico en la práctica de la formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria. Módulo 3. Análisis Cognitivo*. Bogotá: Centro de Investigación y Formación en Educación (CIFE) Universidad de los Andes.
- González, M., Gómez, P., & Lumpiañez, J. (2013). Apuntes sobre análisis cognitivo Mod. 3. *MAD*.
- Harlen, W., & Winter, J. (2004). The development of assessment for learning: learning from the case of science and mathematics. *Language Testing*, 21(3), 390-408.
- Hurtado, E., Ochoa, M., & Triviño, A. (2017). Diseño, gestión y evaluación de un programa de formación de profesores de matemáticas y física: hacia la consolidación de una comunidad de práctica. Colombia: Universidad de la Amazonía.
- Kemmis, S., & Carr, W. (1986). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona.
- Litwin, E. (2005). La evaluación: campo de controversias y paradojas o un nuevo lugar para la buena enseñanza. En A. Camilloni, *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo* (págs. 11 - 34). Buenos Aires: Paidós.
- Lopez, P. (2009). *Construcción y validación de una prueba para medir conocimientos matemáticos*. Horiz Pedagógico .
- MEN. (2004). *Estándares Básicos de Competencias en Matemática. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

- MEN. (2016). *Derechos Basicos del aprendizaje*. Bogota. Obtenido de https://wccopre.s3.amazonaws.com/Derechos_Basicos_de_Aprendizaje_Matematicas_1.pdf
- mercado libre. (2020). *mercado libre*. Recuperado el 26 de abril de 2020, de Tapabocas con filtro: <https://listado.mercadolibre.com.co/tapabocas-con-filtro>
- Milan, G. P. (2003). a evaluación del proceso docente educativo como proceso participativo y no directivo. *Conferencia científica internacional innovación educativa*. Cuba.
- Miles, M., & Huberman, A. (1984). *Qualitative data analysis. A source book of new methods*. Beverly Hills : Sage.
- Moreno, I., & Ortiz, J. (2008). Docentes de Educación Básica y sus concepciones acerca de la evaluación en matemática. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 1(1), 141 - 154.
- Muñoz Abundez, G., García Medina, A., Aguilera García, M., & Pérez Martínez, M. (2011). Capítulo 3. ¿Cómo evaluar? Métodos de evaluación en el aula y estrategias para realizar una evaluación formativa. En *Evaluación de los aprendizajes en el aula*. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación INEE.
- Nirenberg, O., Brawerman, J., & Ruiz, V. (2005). *Evaluar para la transformación Innovaciones en la evaluación de programas y proyectos sociales*. Buenos Aires: Paidós. Obtenido de <https://es.scribd.com/document/337463381/evaluar-para-la-transformacion-Nirenberg-Brawerman-y-Ruiz-pdf>
- OCDE. (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo : Lectura, matemáticas y ciencias*. París: OECD Publishing.
- Orozco, A. J. (2015). Modelos Educativos. Triada para el aprendizaje exitoso de las Ciencias Sociales. *Torreón Universitario No. 11*, 6-15.

- Oviedo, P., & Goyes, A. (2012). *Innovar la enseñanza. Estrategias derivadas de la investigación*. Bogotá D.C.
- Pinson, E. D., & Roa, M. (2010). Relación de las Prácticas Evaluativas con los Procesos de Enseñanza y Aprendizaje en el Área de Matemáticas . *Relación de las Prácticas Evaluativas con los Procesos de Enseñanza y Aprendizaje en el Área de Matemáticas* . Bogota.
- Posada, F., & Villa, A. (2000). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional (Tesis)*. Medellín: Maestría en docencia de las matemáticas. Universidad de Antioquia. Obtenido de http://tesis.udea.edu.co/bitstream/10495/7093/1/FabianPosada_2006_didacticafuncionlineal.pdf
- Prieto, M., & Contreras, G. (2008). Las concepciones que orientan las prácticas evaluativas de los profesores: un problema a develar. *Estudios Pedagógicos*, 34(2), 245-262. Obtenido de https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052008000200015
- Rengifo, L. A. (2015). Una propuesta de enseñanza sobre la función lineal en el contexto de. *Una propuesta de enseñanza sobre la función lineal en el contexto de*, (págs. 3-4). Mexico. Obtenido de http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/569/259
- Rico, L. (1997). *Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria*. Granada, España: Universidad de Granada. Departamento Didáctica de la Matemática. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/521/2/RicoL97-2528.PDF>
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66. Obtenido de <https://documat.unirioja.es/descarga/articulo/2238336.pdf>
- Rico, L., & Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.

- Robles Villalba, J. E. (2015). *Caracterización de las prácticas evaluativas de los docentes del área de matemáticas de la fase IV de la Institución Educativa San Mateo, tomando como referente las pruebas Saber*. Bogotá: Universidad Santo Tomás. Obtenido de <https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/495/caracterizacion%20de%20las%20practicass%20evaluativas%20de%20los%20docentes%20del%20area%20de%20matematicas%20de%20la%20fase%20iv%20de%20la%20institucion%20educativa%20san%20mateo%20tomando%20como%2>
- Roldán, C. E. (2013). El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica. *Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias.
- Romero, I., & Gómez, P. (2015). *Apuntes sobre análisis de actuación. Módulo 5 de MAD 3*. Bogotá: Universidad de los Andes. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/6886/>
- Roumieu, S. M. (2014). La importancia de las funciones en la formulación de modelos matemáticos utilizando tecnología: implementación del modelo 1 a 1. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*, 3-14.
- Rubin, H., & Rubin, I. (1995). *Qualitative Interviewing The Art of Hearing Data. 2nd Edition*. London: Sage Publications.
- Sánchez Peña, D. (2016). *Conceptualización de la función lineal y afín: Una experiencia de aula*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Obtenido de <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/4047/1/S%C3%A1nchezPe%C3%B1aDianaMarcela2016.pdf>
- Sancristan, J. G., & Pérez, A. (1997). *Comprender y transformar la enseñanza*. 338. Madrid .

Soto Soto, S. E. (2016). *Diseño de una propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la función lineal, para fortalecer los procesos de aprendizaje en el pensamiento variacional en los estudiantes del grado undécimo (11), de la Institución Educativa de Jesús*. Medellín, Colombia: Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia. Obtenido de <http://bdigital.unal.edu.co/53299/1/15438851.2016.pdf>

Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid: Morata.

Stiggins, R. (2002). Assessment Crisis: The absence of assessment for Learning. *Phi Delta Kappan*, 758-765.

Talanquera, V. (2015). La importancia de la evaluación formativa. *Educación química*, 26(3). Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0187-893X2015000300177

Tejada, J. (2011). La evaluación de las competencias en contextos no formales: dispositivos e instrumentos de evaluación. *Revista de educación*, 731-745.

Tobon, S. (2006). *Formación basada en competencias*. Bogota DC: ECOE. Obtenido de http://200.7.170.212/portal/images/documentos/formacion_basada_competencias.pdf

Webb, N. (2004). Classroom Assessment as a Research Context: Variations on a Theme of Pedagogical Decision Making. *ICME 10 – TSG 27: Internal Assessment*.

Zabala, A. (1995). *La práctica educativa: Cómo enseñar*. Barcelona: Editorial Graó, de Serveis Pedagògics. Obtenido de <https://desfor.infed.edu.ar/sitio/profesorado-de-educacion-inicial/upload/zavala-vidiella-antoni.pdf>

Zambrano, A. (2014). Prácticas evaluativas para la mejora de la calidad del aprendizaje: Un estudio contextualizado en La Unión-Chile. Bellaterra, Chile: Universidad Autónoma de Barcelona.