


	<b>GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS</b>					  	
	<b>CARTA DE AUTORIZACIÓN</b>						
<b>CÓDIGO</b>	<b>AP-BIB-FO-06</b>	<b>VERSIÓN</b>	<b>1</b>	<b>VIGENCIA</b>	<b>2014</b>	<b>PÁGINA</b>	<b>1 de 1</b>

Neiva, 08 de Julio de 2020

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El suscrito:





José Ricardo Ramírez Pobre, con C.C. No. 83.256.273, de Paicol autor de la tesis y/o trabajo de grado titulado EL APRENDIZAJE COOPERATIVO. UNA ESTRATEGIA DINAMIZADORA EN LA COMPRESIÓN DE LOS PRODUCTOS NOTABLES CON ESTUDIANTES DEL GRADO OCTAVO DE LA I.E. MISAEL PASTRANA BORRERO DEL MUNICIPIO DE LA PLATA HUILA presentado y aprobado en el año 2020 como requisito para optar al título de MAGISTER EN EDUCACIÓN; autorizo al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores” , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: 

	<b>GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS</b>					  	
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
<b>CÓDIGO</b>	<b>AP-BIB-FO-07</b>	<b>VERSIÓN</b>	<b>1</b>	<b>VIGENCIA</b>	<b>2014</b>	<b>PÁGINA</b>	<b>1 de 3</b>

**TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: EL APRENDIZAJE COOPERATIVO. UNA ESTRATEGIA DINAMIZADORA EN LA COMPRENSIÓN DE LOS PRODUCTOS NOTABLES CON ESTUDIANTES DEL GRADO OCTAVO DE LA I.E. MISAEEL PASTRANA BORRERO DEL MUNICIPIO DE LA PLATA HUILA**

**AUTOR O AUTORES:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Ramírez Pobre	José Ricardo

**ASESOR (ES):**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Penagos	Mauricio

**PARA OPTAR AL TÍTULO DE:** MAGISTER EN EDUCACIÓN

**FACULTAD:** DE EDUCACIÓN

**PROGRAMA O POSGRADO:** MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

**CIUDAD:** Neiva

**AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2020





**NÚMERO DE PÁGINAS:** 144

**TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):**

Diagramas  Fotografías  Grabaciones en discos \_\_\_ Ilustraciones en general \_\_\_ Grabados \_\_\_ Láminas \_\_\_  
 Litografías \_\_\_ Mapas  Música impresa \_\_\_ Planos \_\_\_ Retratos \_\_\_ Sin ilustraciones \_\_\_ Tablas o Cuadros

**SOFTWARE** requerido y/o especializado para la lectura del documento:

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional [www.usco.edu.co](http://www.usco.edu.co), link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.

	<b>GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS</b>					  	
	<b>DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO</b>						
<b>CÓDIGO</b>	<b>AP-BIB-FO-07</b>	<b>VERSIÓN</b>	<b>1</b>	<b>VIGENCIA</b>	<b>2014</b>	<b>PÁGINA</b>	<b>2 de 3</b>

**MATERIAL ANEXO:**

**PREMIO O DISTINCIÓN** *(En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):*

**PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:**

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. aprendizaje cooperativo	cooperative learning
2. método cuasi-experimental	quasi-experimental method
3. productos notables	remarkable products
4. prueba “t de Student”	“Student's t-test”
5. método tradicional de enseñanza	traditional teaching method

**RESUMEN DEL CONTENIDO:** (Máximo 250 palabras)

Se presentan los resultados de una investigación de implementar el aprendizaje cooperativo para el desarrollo del objeto matemático “productos notables”, en la asignatura Álgebra, con estudiantes de grado octavo de educación básica secundaria. Se utiliza una metodología cualitativa de tipo cuasi-experimental, para lo cual se trabaja con dos grupos (testigo o de control y el grupo de estudio o experimental) del mismo grado, que fueron seleccionados después de implementar de una prueba diagnóstica o pre test. En el grupo testigo, se mantuvo el método tradicional de enseñanza y en el grupo de estudio se implementó el aprendizaje cooperativo. Posteriormente en ambos grupos se aplican dos tipos de cuestionarios: el primero de carácter social, el segundo una prueba para indagar sobre los avances académicos logrados en relación con el objeto matemático. A los resultados que arrojó la investigación fue aplicada la prueba “t de Student”, la cual permitió concluir que la nueva metodología favorece la comprensión de los productos notables. Estos resultados motivan la pertinencia de extender el aprendizaje cooperativo en otras



## GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS

### DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO



CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

3 de 3

áreas ya que se logra crear en los estudiantes un ambiente de trabajo en equipo que dinamiza el aprendizaje y mejora el rendimiento académico.

#### ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

This thesis aims to show the outcomes of a research by implementing cooperative learning in order to develop the mathematical object "remarkable products" used in the Algebra subject with eighth grade students. Hence, a qualitative quasi-experimental methodology is used and it represented by working with two groups (control and the experimental group) from the same grades, which were selected after implementing a diagnostic test or pre-test. Thus, traditional teaching method was maintained in the control group, and the cooperative learning was implemented in the experimental group.

Afterward, Two types of questionnaires were applied in both groups, the first one was about social nature, and the second one was a test to inquire about the academic progress achieved in relation to the mathematical object.

Finally, the "Student's t-test" was applied to the outcomes from the research, which allowed us to conclude that the new methodology encourages the understanding of "remarkable products". These outcomes motivate the importance of spreading cooperative learning in other subjects, since it is achievable to create in students a teamwork environment, which stimulates learning skills and improves academic performance.

#### APROBACION DE LA TESIS

  
Angela Yrrego Tobon

  
María Elvira Carvajal Salcedo

**EL APRENDIZAJE COOPERATIVO. UNA ESTRATEGIA DINAMIZADORA EN LA  
COMPRESIÓN DE LOS PRODUCTOS NOTABLES CON ESTUDIANTES DEL  
GRADO OCTAVO DE LA I.E. MISAEEL PASTRANA BORRERO DEL MUNICIPIO DE  
LA PLATA HUILA**

**Presentado por:**

**JOSÉ RICARDO RAMÍREZ POBRE**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**ÁREA DE PROFUNDIZACIÓN INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA UNIVERSITARIA**

**NEIVA**

**2020**

**EL APRENDIZAJE COOPERATIVO. UNA ESTRATEGIA DINAMIZADORA EN LA  
COMPRESIÓN DE LOS PRODUCTOS NOTABLES CON ESTUDIANTES DEL  
GRADO OCTAVO DE LA I.E. MISAEEL PASTRANA BORRERO DEL MUNICIPIO DE  
LA PLATA HUILA**

**Trabajo presentado como requisito para optar el título de:**

**MAGÍSTER EN EDUCACIÓN**

**Por:**

**JOSÉ RICARDO RAMÍREZ POBRE**

**Asesor**

**Ms. MAURICIO PENAGOS**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**ÁREA DE PROFUNDIZACIÓN INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA UNIVERSITARIA**

**NEIVA**

**2020**

## DEDICATORIA

A mi Madre (Q.E.P.D.) por su apoyo incondicional para ayudarme a crecer tanto personal, como profesionalmente, a mis estudiantes que a lo largo de 10 años en la I.E. Misael Pastrana Borrero del Municipio de La Plata Huila, me han aportado tanto para crecer en mi carrera Docente.

## RECONOCIMIENTO

A la Maestría en Educación de la Universidad  
Surcolombiana y a sus Docentes por la formación Recibida  
a lo largo de los seminarios y el proyecto de grado.  
Al Ms. Mauricio Penagos por su paciente orientación  
en el desarrollo de este trabajo de investigación.

EL MAESTRANTE



## Contenido

Introducción .....	9
Planteamiento del problema.....	11
Antecedentes del Problema.....	12
Problema de investigación .....	18
Descripción del problema .....	20
Formulación del problema .....	22
Justificación .....	22
Objetivos.....	26
Objetivo General.....	26
Objetivos Específicos.....	26
Marco Referencial.....	27
Estado del Arte.....	27
Marco Conceptual.....	30
Educando.....	30
Aprendizaje .....	30
Aprendizaje Cooperativo .....	31
Marco Teórico.....	38
El aprendizaje Cooperativo.....	51
Formación de Grupos Cooperativos .....	52
Roles dentro de los Grupos Cooperativos.....	53
Las Actividades Cooperativas.....	54
Reto del Docente frente al Aprendizaje Cooperativo .....	55
Eficacia del Aprendizaje Cooperativo .....	56
Diseño Metodológico.....	56
Población y Muestra .....	62
Fuentes de información.....	63
Instrumentos.....	63
Delimitación geográfica de la investigación.....	65
Definición de hipótesis .....	66
Procesamiento de los datos y análisis de la información .....	66

Procedimiento .....	67
Análisis de resultados .....	68
Resultados de la encuesta.....	68
Resultados de la prueba inicial o pre test.....	76
Resultados de la prueba final .....	78
Definición de la hipótesis a elegir.....	80
Resultados encuestas a docentes.....	82
Conclusiones .....	91
Referencias Bibliográficas .....	93
ANEXOS .....	95

## Lista de figuras

Figura 1. Puntuación obtenida en la Prueba Saber 11 en la I.E. Misael Pastrana .....	13
Figura 2. Ubicación espacial de la investigación .....	6563
Figura 3. ¿Qué edad tiene?.....	66
Figura 4. ¿Cuál es su zona de residencia?.....	67
Figura 5. ¿Pertenece a alguna comunidad indígena? .....	67
Figura 6. ¿Se encuentra repitiendo año escolar?.....	68
Figura 7. ¿Presenta algún tipo de dificultad de aprendizaje?.....	708
Figura 8. ¿Con quién vive? .....	719
Figura 9. ¿Cuántos hermanos tienen? .....	70
Figura 10. ¿Pretende continuar con sus estudios superiores? .....	70
Figura 11. Nivel de estudio de los padres .....	70
Figura 12. ¿Cuánto tiempo presta atención en clase? .....	72
Figura 13. Dedicación al estudio de las matemáticas .....	73
Figura 14. ¿Cómo es su comportamiento y actitud frente al estudio? .....	73
Figura 15. Calificaciones del pre test aplicado al grupo estudio o experimental.....	75
Figura 16. Comparación entre las calificaciones del grupo estudio pre test vs prueba final .....	76
Figura 17. Comparación entre las calificaciones del grupo estudio prueba final vs grupo testigo .....	77
Figura 18. Género .....	81
Figura 19. ¿Cuál es su nivel académico? .....	81
Figura 20. ¿Cuántos años tiene de experiencia docente?.....	82
Figura 21. ¿Qué materiales didácticos utiliza para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los productos notables?.....	83
Figura 22. ¿Qué importancia les refiere la enseñanza de los productos notables a los estudiantes de octavo (8°) grado?.....	84
Figura 23. ¿Qué propone para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje del tema productos notables en los estudiantes de octavo (8°) grado? .....	84
Figura 24. En una escala de 1 a 5 ¿Cómo considera que es su dominio conceptual y metodológico al momento de enseñar los productos notables? .....	85
Figura 25. En una escala de 1 a 5 ¿Cuál es su opinión sobre los conocimientos previos de los estudiantes que ingresan a cursar el octavo (8°) grado? .....	85
Figura 26. En una escala de 1 a 5 ¿Cómo percibe el trabajo colaborativo de los estudiantes en el aula de clase y la capacidad de preparación para abordar los temas del grado? .....	87
Figura 27. En una escala de 1 a 5 ¿Qué tanto implementa la didáctica? .....	9088

## **Lista de tablas**

Tabla 1. Número de estudiantes aprobados y reprobados en el 2018 .....	17
Tabla 2. Número de estudiantes aprobados y reprobados en el 2017 .....	17
Tabla 3. Número de estudiantes aprobados y reprobados en el 2016 .....	18
Tabla 4. Rango de frecuencia de las calificaciones del pre test aplicado al grupo experimental.....	74
Tabla 5. Prueba t de Student .....	79

## **Introducción**

En el trasegar como docente de educación básica, he podido precisar que los educandos alcanzan las competencias matemáticas cuando son capaces de abordar con determinación diferentes tareas que conlleven a la puesta en práctica y la utilización de lo aprendido. Sin embargo, cada vez se observa con mayor premura, el ausentismo y la desmotivación de los educandos en una de las áreas más importantes para la vida como son las matemáticas. Una razón puede ser la complejidad de los métodos utilizados para su enseñanza, máxime si es abordada según la metodología tradicional, con escasa implementación de las TIC y otras herramientas didácticas que faciliten el proceso.

Por lo anterior, el autor de la presente investigación considera importante que se implementen estrategias innovadoras que permitan realizar actividades nuevas y creativas que permitan afianzar el alcance de las competencias matemáticas. Así las cosas, se plantea estudiar si el Aprendizaje Cooperativo es una metodología pertinente para la apropiación del objeto matemático Productos Notables en los educandos del grado octavo.

Para analizar esta propuesta, se desarrolló el presente trabajo de investigación con los estudiantes de dos grupos del grado octavo de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata (Huila), enfocando el trabajo en la apropiación particular del tema: “Productos Notables”, propio de las matemáticas de este grado.

La metodología utilizada es de tipo cualitativo en la cual se tiene una población de setenta (70) educandos, correspondientes a dos (2) cursos del grado octavo de enseñanza básica secundaria. Uno de los grupos se tomó como grupo testigo, en el que se mantuvo la implementación del

método tradicional de enseñanza y el otro grupo es llamado grupo de estudio o experimental, cuyos integrantes fueron los expuestos a la variable independiente del experimento y a los que se les aplicó dos tipos de cuestionarios:

- El primero de carácter social, con el que se busca identificar algunos rasgos propios del educando, como es su edad, preferencias, estrato, entre otros, para obtener una información base a cerca de las características del estudiante.
- El segundo cuestionario es una prueba de conocimientos matemáticos sobre los productos notables y posteriormente se implementó en este grupo, la estrategia del aprendizaje cooperativo con el fin de motivar el aprendizaje en los educandos.

El análisis de los datos y de los resultados permitió concluir que la hipótesis es válida: la estrategia del aprendizaje cooperativo permite mantener la motivación por el aprendizaje de las matemáticas y favorece que los estudiantes mejoren su aprendizaje.

## Planteamiento del problema

Por todo lo expuesto anteriormente, se partió de la pregunta de investigación: **¿Será posible a partir de la teoría del Aprendizaje Cooperativo aportar desde la enseñanza al aprendizaje significativo del tema “productos notables” de los estudiantes?**

Después de analizar por varios años como docente de matemáticas el desempeño académico de los estudiantes del grado octavo, particularmente en los temas de los Productos Notables en la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata (Huila) y preocupado por los resultados académicos que obtienen y el nivel de competencias que alcanzan en la asignatura de álgebra cuando se trabaja el tema mencionado, además, como resultado del diálogo recurrente con estudiantes, padres de familia (o acudientes) y colegas, se optó por realizar una investigación sobre esta problemática sentida en el plantel. Es así como surge la idea de implementar la metodología Aprendizaje Cooperativo para abordar el proceso de aprendizaje los temas de Los Productos Notables.

El autor considera que la metodología propuesta resulta innovadora en la Institución, ya que está por encima de los parámetros de la educación tradicional, en la cual el profesor es el actor principal en la clase y los alumnos son receptores de información, que ha de ser memorizada, no interiorizada ni asimilada, para luego ser repetida al pie de la letra. Por otro lado, los únicos recursos empleados para el aprendizaje son: la explicación del Docente, el tablero y el texto. Con el Aprendizaje Cooperativo se procura el trabajo en equipos seleccionados cuidadosamente, de manera que en cada uno de ellos sus integrantes aporten de manera dinámica, según sus habilidades, al progreso académico del grupo y por ende el progreso individual. Esta metodología les permite a los estudiantes trabajar por el beneficio de todo el grupo y alcanzar metas comunes, a partir de la interacción, discusión y puesta en común, según acuerdo entre

ellos, permitiendo aprender de la experiencia. Por su parte el docente, sirve de guía al ofrecer una asesoría activa de los grupos. En tal sentido acertadamente afirmaba Comenius (1592-1670), que los estudiantes se beneficiarían tanto de enseñar a otros estudiantes como de ser enseñados por ellos.

La presente investigación es coherente con la línea investigativa de la Maestría en Educación de la Universidad Surcolombiana, puesto que se relaciona directamente con la pedagogía crítica y didáctica alternativa, ya que explora una disciplina académica, como es el álgebra, y de paso integra una visión cualitativa frente una didáctica específica y vital en la formación escolar, con un carácter holístico y epistémico fundamental.

### **Antecedentes del Problema**

En el contexto nacional, y aludiendo a la prueba Saber 11° que presentaron los estudiantes el 07 de octubre del año 2018, el ICFES publicó que en matemáticas el Colegio Bilingüe Diana Oese de Cali en Valle del Cauca, obtuvo el mayor promedio en matemáticas con 92,78. En el ámbito regional para el mismo resultado de 2018, se tiene que en el Departamento del Huila, en matemáticas el mejor resultado fue el de la Institución Educativa Aspaen Gimnasio La Fragua de Neiva, que obtuvo 89,38 y el promedio más bajo fue para la Institución Educativa La Cabaña – Morelia de Saladoblanco con 56,74. En el caso del municipio de La Plata, el mejor resultado en matemáticas fue para el Colegio Evita Rosso con 81,87 y el menor resultado lo obtuvo la I.E. Yu Luucx Pishau con un puntaje de 52,63. La I.E. Misael Pastrana Borrero obtuvo 74,61 puntos.



En el municipio de La Plata, los resultados históricos de los puntajes obtenidos en la prueba Saber 11 no son muy favorables, y no se han logrado satisfacer las expectativas institucionales pese a la implementación de estrategias pedagógicas diversas, como el Programa Todos a Aprender (PTA). Los resultados en el área de matemáticas obtenidos en las Pruebas de Estado en la Institución Educativa donde se desarrollará el proyecto de investigación son bajos (14,77 puntos menos) frente al resultado de la Institución con el mejor resultado de la región, pese a que dentro de las políticas de Estado se le ha dado a las Instituciones Educativas la autonomía curricular para desarrollar su propio Proyecto Educativo Institucional con la Ley 115 “Ley General de Educación”, lo anterior pone de manifiesto que existe aún una enorme brecha entre los esfuerzos implementados y las competencias que deberían alcanzar los jóvenes a esta edad de escolarización.

**Figura 1.** Puntuación obtenida en la Prueba Saber 11 en la I.E. Misael Pastrana

### I.E. MISAEL PASTRANA BORRERO

INSTITUCIÓN EDUCATIVA	INDICE DE MATEMÁTICAS	INDICE DE CIENCIAS NATURALES	INDICE DE SOCIALES Y CIUDADANAS	INDICE DE LECTURA CRÍTICA	INDICE DE INGLÉS	INDICE TOTAL
MISAEL PASTRANA 2014	0,702	0,6925	0,6876	0,6962	0,6686	0,6926
MISAEL PASTRANA 2015	0,7015	0,6893	0,6948	0,6886	0,6554	0,6906
MISAEL PASTRANA 2016	0,7169	0,7003	0,7035	0,7024	0,6609	0,7023
MISAEL PASTRANA 2017	0,7363	0,717	0,7165	0,7205	0,6635	0,718

El autor de la investigación considera que en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, se hace necesario un cambio en las metodologías que deben implementarse de manera que estas se encaminen más a favorecer significativamente el aprendizaje, lo cual indudablemente repercute en mejores resultados. En tal sentido, se hace necesario implementar un método de enseñanza significativo para que el proceso de aprendizaje mejore y el tema objeto

de estudio en esta investigación sea aprehendido por los estudiantes. La Prueba Saber noveno y once, se basa en la capacidad que tienen los estudiantes para emplear los conceptos matemáticos, en este caso el tema “Productos Notables” y las estructuras matemáticas para la interpretación y solución de problemas del contexto y de la vida diaria. De acuerdo con el Icfes, en la Prueba Saber “...se evalúa el significado de los conceptos matemáticos y su práctica, relacionada esta última con la matematización que según Freudenthal (1968) es la actividad de organizar la disciplina a partir de la realidad o de la matemática misma... que le exige al estudiante simbolizar, formular, cuantificar, validar, representar, generalizar, entre otros...” Los siguientes son ejemplos de ejercicios tipo Prueba Saber dónde se involucra el tema objeto de estudio en la presente investigación y demuestra la importancia que tiene la apropiación por parte de los estudiantes de dicho tema y por ende una metodología que sea eficaz para el desarrollo de competencias de los Productos Notables:

#### PRUEBAS SABER NOVENO 9º

**RESPONDE LA PREGUNTA 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN**

Observa la secuencia de círculos que se muestra a continuación.

Posición 1      Posición 2      Posición 3      ...

2. ¿Cuál es la expresión que permite calcular el número de círculos correspondiente a la posición $n$ ?	
A. $n$	
B. $n + 1$	
C. $n(n - 1)$	
D. $n + (n - 1)$	
<b>Competencia</b>	Comunicación, representación y modelación.
<b>Componente</b>	Numérico-variacional
<b>Afirmación</b>	Reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.
<b>Nivel de desempeño</b>	4
<b>Respuesta correcta</b>	<b>D</b>

Benjumea, R. Pinto, M. (2017). *Guía de orientación saber 9*. Recuperado de

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1353827/Guia+de+orientacion+saber+9+2017.pdf/dfd46960-c1d4-96b2-ef0d-78b4c885bfcc>

- Un profesor de matemáticas les pide a sus estudiantes solucionar la siguiente ecuación:

$$(x + 2)(x + 3) = 5(x + 3)$$

María, Nelson y Óscar siguen, cada uno, estos procedimientos:

<p><b>María</b></p> $x^2 + 5x + 6 = 5x + 15$ $x^2 + 5x - 5x = 15 - 6$ $x^2 = 9$	<p><b>Nelson</b></p> $(x + 3)[(x + 2) - 5] = 0$ $(x + 3)(x - 3) = 0$	<p><b>Óscar</b></p> $2x + 5 = 5x + 3$ $2x - 5x = 3 - 5$ $-3x = -2$ $3x = 2$
---	--	---

¿Cuál o cuáles de los estudiantes desarrollaron un procedimiento correcto para solucionar la ecuación?

- A. Solo María y Óscar.  
 B. Solo María y Nelson.  
 C. Solamente Óscar.  
 D. Solamente Nelson.

➤ Para hallar todos los valores de  $x$  para los cuales se tiene que  $(x - 1)^2 - (-2)^2 = 0$ , una persona efectúa el siguiente procedimiento, el cual contiene un error:

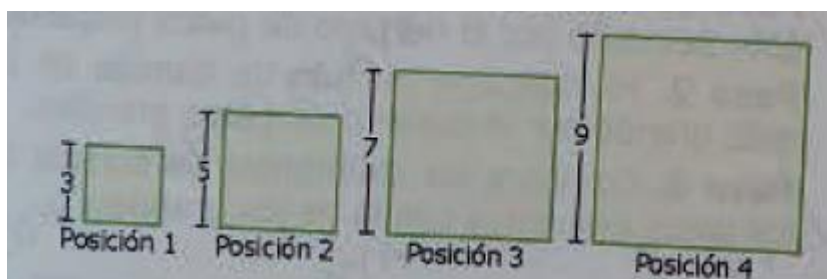
- Paso 1.  $(x - 1)^2 = (-2)^2$ .
- Paso 2.  $\sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{(-2)^2}$ .
- Paso 3.  $x - 1 = 2$ .
- Paso 4.  $x = 3$ .

¿En qué paso del procedimiento está el error?

- A. En el paso 2, porque solo se puede calcular raíces de números positivos y  $x - 1$  puede ser negativo.
- B. En el paso 3, porque falta tener en cuenta el caso en el que  $x - 1$  sea un número negativo.
- C. En el paso 2, porque solo puede obtenerse raíces cuadradas de números positivos y  $-2$  es un número negativo.
- D. En el paso 3, porque la raíz y la potencia cuadrada se anulan, por tanto, el lado derecho de la igualdad debe ser  $-2$ .

Tomado de las Pruebas Saber 11 2018-2. V4 2ª sesión. Página 9.

➤ En la figura se muestra una sucesión de cuadrados, cuyos lados están en centímetros.



Figura

Las áreas de los cuadrados de a figura se especifican en la tabla.

Posición	1	2	3	4
Área ( $cm^2$ )	9	25	49	81

## Tabla

La expresión que representa el área del cuadrado en términos de la posición  $n$  es

- A.  $(2n + 1)^2$ .
- B.  $(2^n + 1)^2$ .
- C.  $(3 + 2^n)^2$ .
- D.  $(3 + 2n)^2$ .

Tomado Prueba Saber 11 Matemáticas. 2019-1. 1ª Sesión. Página 4.

Queda claro que en los anteriores ejercicios se evidencia que en las Pruebas Saber noveno y once del Icfes incluyen el tema de Los Productos Notables, por lo tanto, requiere de la apropiación de estos conceptos y los pone a prueba en el manejo de situaciones problema en el que el estudiante debe generalizar propiedades, identificar patrones y expresarlos algebraicamente, así como interpretar el lenguaje simbólico. Es decir, deben aprender a interpretar lo que está escrito matemáticamente en palabras sencillas (comunicación matemática), por supuesto también cuenta la capacidad que tenga el estudiante para hacer los cálculos pertinentes y coherentes (argumentación matemática) y resolver el problema de manera eficaz (resolución de problemas). En tal sentido, con la implementación del aprendizaje cooperativo, el investigador persigue que los estudiantes de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata adquieran las competencias matemáticas antes relacionadas entre paréntesis en el aprendizaje de los Productos Notables.

## **Problema de investigación**

La presente investigación surge de un diagnóstico institucional y el resultado del análisis en torno a un tema particular del pensamiento algebraico, como son los productos notables. El autor considera que esto se debe a el escaso nivel de competencia matemáticas alcanzado por los estudiantes, que se refleja en una gran preocupación por el escaso dominio de conceptos básicos en matemáticas, el desinterés, la apatía en el cumplimiento de compromisos y el poco apoyo del núcleo familiar con labores extra clase de los escolares.

De igual manera, prevalece el ambiente escolar y prácticas de aulas centradas en la transmisión de conocimientos, propias del modelo de educación tradicional, en el cual el papel del estudiante se ubica en la recepción de la información antes que en la construcción de su propio conocimiento y el desarrollo de sus habilidades. Esto sesga la motivación del estudiante para aprehender matemáticas, visualizar sus aplicaciones en la realidad y la importancia de esta disciplina para el desarrollo de la ciencia y la tecnología.

En la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero se percibe un bajo rendimiento académico en la asignatura de álgebra por parte de los estudiantes. Caracterizado por un alto índice de reprobación, lidera en gran medida el fracaso escolar año tras año, como se registra en las tablas a continuación donde se consigna el registro periódico y anual para los años 2016, 2017 y 2018 de la institución en la que se desarrollará la propuesta.

**Tabla 1.** Número de estudiantes aprobados y reprobados en el 2018

---

ESTUDIANTES GRADO OCTAVO AÑO 2018

---

GRUPO	NÚMERO DE ESTUDIANTES	APROBADOS	REPROBADOS
<b>801A</b>	27	21	6
<b>802A</b>	29	27	2
<b>803A</b>	27	17	10
<b>804A</b>	27	21	5
TOTAL	110	86	23

---

**Tabla 2.** Número de estudiantes aprobados y reprobados en el 2017

---

ESTUDIANTES GRADO OCTAVO AÑO 2017

---

GRUPO	NÚMERO DE ESTUDIANTES	APROBADOS	REPROBADOS
<b>801C</b>	32	24	8
<b>801A</b>	29	15	14
<b>802A</b>	31	20	11
<b>803A</b>	29	16	13
TOTAL	121	75	46

---

**Tabla 3.** Número de estudiantes aprobados y reprobados en el 2016

ESTUDIANTES GRADO OCTAVO AÑO 2016			
GRUPO	NÚMERO DE ESTUDIANTES	APROBADOS	REPROBADOS
801C	31	27	4
801A	33	22	11
802A	34	19	15
803A	35	31	4
TOTAL	133	99	34

Según Mosquera (2003), los Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas emanados del Ministerio de Educación Nacional (MEN), indican que el desarrollo de habilidades de los pensamientos es el eje transversal en la formación matemática de los escolares deben ser tenidas en cuenta en los procesos curriculares y pedagógicos de las Instituciones Educativas.

### **Descripción del problema**

En 2015 el Gobierno Nacional decreta que la educación colombiana tiene un propósito claro: lograr que Colombia sea el país más educado de América Latina. En pleno proceso de paz, los problemas de la educación se posicionan en el centro del debate sobre los lineamientos y necesidades para lograr una educación integral. Por otro lado, una prioridad de la política actual de cobertura, es la cualificación de los docentes, cuyo logro repercute en las aulas, preparando al estudiante eficazmente para la vida, la solución de problemas y conflictos que debe afrontar en la cotidianidad. Muchos docentes de matemáticas, en su labor escolar se preguntan: ¿Cómo hacer



para que a los estudiantes les resulte atrayente la matemática? ¿Cómo desmitificar aquello de que las matemáticas son difíciles? ¿Cómo mejorar los resultados de las pruebas censales que realiza el Estado pues se sabe que este es un indicador que mide el desempeño de las Instituciones? Esto es un verdadero reto, pues el educador de matemáticas, en su desempeño en el aula de clases evidencia la apatía y pereza de los estudiantes.

Desde su experiencia profesional, el investigador observa con preocupación que los educandos poco participan en la clase de matemáticas y que en muchas ocasiones se presentan sin materiales para la clase, ni actividades extra clase. No hay un verdadero compromiso de la mayoría de los padres de familia para apoyar los procesos escolares, de manera que son frecuentes los problemas de desempeños académicos y los bajos resultados. Esta situación se discute en asambleas pedagógicas, reuniones de padres, así como en reuniones informales de maestros. Además, no existen propuestas claras o estrategias institucionales que permitan dar solución a estos problemas.

La actividad matemática en las aulas genera en muchos estudiantes angustia e incluso apatía cuando se les pregunta o se les invita a participar en clase para poner en evidencia lo que han aprendido se muestran asustados, inseguros, se justifican cuando dicen que no entienden y no hacen ningún intento por encontrar solución a la dificultad. Por otro lado, se debe tener en cuenta también el desorden de los estudiantes en la sistematización de los apuntes de clase y en el desarrollo de las actividades, entre otras.

Cuando los estudiantes llegan al grado octavo, es notoria la escasa fundamentación en las operaciones matemáticas básicas: sumar, restar, multiplicar y dividir es perceptible. En ocasiones los docentes del área antes que buscar soluciones, buscan culpables. Debido a lo anterior, se hace imperioso buscar estrategias para mejorar la enseñanza de la matemática en todo nivel, iniciando

desde la base. Se debe fortalecer la motivación con el fin de atraer al estudiante. Por ello se busca responder si el Aprendizaje Cooperativo es una estrategia que dinamiza la comprensión de las matemáticas en los estudiantes del grado octavo de la IE Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata (Huila), particularmente cuando se estudia el tema Productos Notables.

### **Formulación del problema**

En concordancia con la situación diagnóstica institucional relacionada con los resultados académicos en la asignatura de matemáticas del grado octavo, los resultados en las pruebas censales saber de los grados de noveno y once, las necesidades de formación y las expectativas en general, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué efecto se puede observar al implementar el Aprendizaje Cooperativo como estrategia para mejorar de manera significativa el proceso de enseñanza-aprendizaje y el desarrollo de competencias del objeto matemático Productos Notables con los estudiantes del grado octavo de la I.E. Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata (Huila)?

## **Justificación**

A la manera de ver del investigador, gracias a la experiencia lograda a través de más de diez años de experiencia, en el área de matemáticas, y las reflexiones hechas de las lecturas de investigaciones sobre el tema, nace la necesidad por conocer si el Aprendizaje Cooperativo como estrategia dinamizadora resulta efectivo para el desarrollo de competencias del tema Productos notables, que se estudia o se enseña en el grado octavo en la asignatura de Álgebra. Se busca a la vez refutar el paradigma de que las matemáticas son difíciles, al introducir el acompañamiento de los procesos didácticos y lúdicos y el trabajo en equipo, con el propósito de conseguir un aprendizaje significativo en los estudiantes. En tal sentido el desarrollo de esta propuesta, permite realizar un aporte al mejoramiento de la calidad educativa de los estudiantes del colegio Misael Pastrana Borrero del Municipio de La Plata (Huila). El autor está seguro que posibilita la reflexión sobre el quehacer docente para apoyar esa exigente tarea de mejorar y cuestionar las prácticas de aula. Por supuesto, se requiere replantear algunas prácticas y estrategias para ayudar a los estudiantes a ser competentes en matemáticas. El Proyecto de Investigación se justifica desde tres esferas:

1. En lo teórico: Psicólogos, matemáticos, pedagogos, didactas entre otros, han tratado el problema de la desmotivación en el área de matemáticas y han publicado reflexiones teóricas para diseñar soluciones, enfoques, modelos y métodos para abordar el problema del porqué a los estudiantes poco les gusta la matemática o no la comprenden.

Los principales exponentes que se tendrán en cuenta en el presente trabajo serán Brousseau, Chevallard, Vergnaud y Gascón. En lo concerniente con el aprendizaje cooperativo, se destaca Jonhson, D y Jonhson, R (1987), Dewey, Kohn (1992), Kagan y Stevens.

2. En lo práctico: un aporte al favorecimiento del pensamiento algebraico, es pertinente desde el punto de vista curricular planteado desde los Estándares Básicos de Competencias como desde los Lineamientos del MEN. Si se logra con la aplicación de la propuesta, que los estudiantes les den un significado propio a las matemáticas con respecto a su uso y utilidad a partir de situaciones lúdicas, acciones didácticas y una mediación de las TIC, esto facilitará la comprensión del mundo que lo rodea y su formación personal asciende a un nivel cultural, digno de las necesidades cambiantes de la sociedad, sumado a la habilidad por desarrollar los problemas cotidianos.

3. En el contexto de la educación matemática en el Municipio de la Plata (Huila), a nivel urbano, teniendo en cuenta que en el ambiente educativo nacional e internacional, los currículos han introducido estándares educativos y las competencias básicas, específicas, generales, laborales y ciudadanas como una meta necesaria que se debe alcanzar, justifica la necesidad de educar con calidad, para que los jóvenes sean competentes y puedan configurar su proyecto de vida. Desde el panorama educativo actual del país, es necesario estructurar propuestas que propendan por la innovación desde una fundamentación clara, apostándole a una pedagogía que integre la motivación por el estudio de las matemáticas, en particular del álgebra, fundada en el trabajo en equipo y la significación del aprendizaje, como una posibilidad real que se vivencie en el aula y a su vez, genere espacios de reflexión conjunta.

El aprendizaje cooperativo, a pesar de no ser una teoría nueva, el autor considera que, podría ser una estrategia que mejore los procesos de aprendizaje por su misma naturaleza: interdependencia social, teorías de aprendizaje cognitivo y constructivista; de igual manera, se justifica el presente trabajo por su enfoque humanista, natural, la interactividad de las actividades. La participación y la contribución es absolutamente fundamental para la consecución, éxito y resultado final de los propósitos trazados. La estrategia metodológica por lo tanto propende el trabajo desde principios de cooperación desde una perspectiva analítica con actitudes sociales.

## **Objetivos**

### **Objetivo General**

Determinar los efectos del Aprendizaje Cooperativo, como estrategia dinamizadora para la comprensión del tema “Productos Notables” con los estudiantes del grado octavo de la I.E. Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata (Huila).

### **Objetivos Específicos**

- ✓ Diagnosticar mediante la aplicación de un pre test el nivel de apropiación del conocimiento algebraico básico de los estudiantes de octavo grado de IE Misael Pastrana Borrero.
- ✓ Identificar las principales dificultades del proceso de aprendizaje sobre el tema Productos Notables de los estudiantes.
- ✓ Comparar los resultados académicos obtenidos mediante la aplicación de la metodología tradicional y mediante el Aprendizaje Cooperativo.
- ✓ Concluir sobre el impacto de la implementación de la estrategia Aprendizaje Cooperativo en el proceso de enseñanza aprendizaje de los productos notables.

## Marco Referencial

### Estado del Arte

Cifuentes (2014), en su trabajo “Estrategias para el aprendizaje cooperativo de las matemáticas en alumnos de educación básica”, considera que es una estrategia que promueve la participación de trabajo en equipo entre los estudiantes. El propósito de su investigación es fomentar e implementar estrategias y conseguir que los estudiantes se ayuden mutuamente para alcanzar sus objetivos. El mismo académico considera que existen diferentes conceptos del aprendizaje cooperativo, sin embargo, se trata de un estudio basado en los estudiantes que utilizan grupos de trabajo. Se hace necesario seleccionar de forma intencional, grupos que les permitan a los estudiantes trabajar en conjunto en la aplicación de las actividades que el profesor asigna para optimizar o maximizar su propio aprendizaje y el de los otros miembros.

En cuanto a la lúdica del aprendizaje de las matemáticas, Cruz (2013) en su investigación “Matemática Divertida: Una Estrategia para la Enseñanza de la Matemática en la educación básica”, pone en evidencia que la aplicación de juegos didácticos y el aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las matemáticas en el nivel básico se deben tener en cuenta al momento de aplicar las actividades, seleccionar los recursos y la evaluación. El investigador aporta estrategias de cómo forma grupos cooperativos eficientes, los roles de cada miembro del grupo y las responsabilidades que tienen los docentes dentro de la formación y desarrollo del trabajo grupal.

En el trabajo de Fernández (2013): “Aprendizaje del álgebra mediante el trabajo cooperativo” se evidencia que el trabajo cooperativo es una herramienta idónea para mejorar los resultados académicos de los alumnos de educación secundaria en el área de matemáticas.

García (2012), en su trabajo: “El aprendizaje cooperativo de las matemáticas en el siglo XXI”, presenta el objetivo principal consistente en estudiar el desarrollo del aprendizaje cooperativo de las matemáticas a través de las redes sociales, investiga las ventajas del aprendizaje cooperativo, por ser una de las metodologías más relevantes en la actualidad en el mundo laboral, que es la meta a alcanzar por los estudiantes.

Patricia Poveda Serra (2007) en su tesis doctoral define la cooperación como una situación social en la que los objetivos de los individuos están estrechamente vinculados, ya que existen una correlación positiva con respecto a su consecución, de tal manera que un individuo puede alcanzar sus objetivos si y sólo si los demás alcanzan los suyos. Afirma que el aprendizaje cooperativo se produce en las situaciones de interacción en las que las metas de cada individuo están en función de las metas de los demás y la consecución de los objetivos individuales está fuertemente ligada a la consecución de los objetivos de los demás miembros del grupo.

Poveda (2007) considera que, en una situación de Aprendizaje Cooperativo, cada miembro del grupo se preocupa no solo del propio rendimiento sino también del de sus compañeros. El sujeto considera que sus aportes son esenciales para que los demás puedan seguir avanzando en su tarea, de la misma forma que el trabajo del resto del grupo es fundamental para el mismo. En una estructura cooperativa los alumnos trabajan y aprenden juntos, se apoyan, se enriquecen, se complementan, además todos tienen el mismo derecho y obligación de participar en las tareas a desarrollar.

Por otro lado, Robert Slavin (1999) en su trabajo “Grupo de estudio sobre aprendizaje cooperativo aprendizaje cooperativo: teoría, investigación y práctica”, en las aulas cooperativas se espera que los escolares se ayuden, que discutan con sus compañeros, que evalúen lo que saben los demás y los ayuden a superar sus problemas de comprensión. El trabajo cooperativo



raramente sustituye la enseñanza del docente, pero reemplaza, el trabajo, el estudio y la ejercitación individuales. Cuando los alumnos están organizados de la manera adecuada en grupos cooperativos, trabajan con sus compañeros y se facilitan que los demás lleguen a dominar lo que están aprendiendo. Esta metodología no es una idea novedosa en la educación, pero hasta hace muy poco sólo lo usaban unos pocos docentes para propósitos muy limitados, como ciertos proyectos o informes grupales ocasionales. Las investigaciones realizadas en los últimos veinte años han identificado métodos de aprendizaje cooperativo que pueden usarse con eficacia en todos los grados y para enseñar todo tipo de contenidos, desde matemática hasta lengua o ciencias y desde habilidades elementales hasta resolución de problemas complejos.

El aprendizaje cooperativo se está implementando cada vez más como método principal para organizar el trabajo del aula. Existen muchas razones para que esta forma de educación se convierta en la corriente dominante de la práctica escolar, una de ellas son los notables resultados de investigación que demuestra las ventajas de este tipo de aprendizaje para aumentar el logro de los alumnos, así como también para mejorar sus relaciones intergrupales, la aceptación de los niños con dificultades académicas y la autoestima. Otra razón es la comprobación de que los alumnos necesitan aprender a pensar, a resolver problemas y a integrar y aplicar sus conocimientos y sus habilidades, y la creciente comprensión de que el aprendizaje cooperativo es un excelente medio para conseguirlo.

## **Marco Conceptual**

### **Educando**

En la presente investigación se asume la definición dada por Iafrancesco (2011) quien considera al educando como “un sujeto agente activo de su propio desarrollo, constructor de su propio proyecto de vida y de sus propios conocimientos, con aprendizajes autónomo, significativo y colaborativo; artífice de la construcción de su propia familia, su propia cultura y de su propio futuro y devenir”.

### **Aprendizaje**

Crispín *et al* (2011, citando a Torre Puente, 2007, p. 21) señala que el aprendizaje es un proceso intrapersonal e interpersonal de carácter social, cultural y disciplinar, que está anclado contextualmente y no puede entenderse sino dentro del sistema interactivo de los elementos que lo producen. Es, además, un proceso social de interacción, que gira alrededor de una tarea o un contenido particular. Por ejemplo, en la interacción entre profesores y estudiantes y entre alumnos, ambos aprenden discutiendo en conjunto, de esta forma ocurre un intercambio de ideas, de contrastes y de puntos de vista, que permite perfilar un nuevo conocimiento. Asimismo, se adquieren nuevas formas de aprender, de convivir, de respetar y de ser.

Entre tanto, Suazo (2007), considera el aprendizaje como la adquisición de información o conocimientos. Para que esta adquisición ocurra deberán estimularse los sistemas sensoriales, activando sistemas de memoria, sea esta declarativa, que se refiere a los hechos o acontecimientos, o memoria de procedimiento, que incluye a las conductas y habilidades.

Suazo considera que esta definición deja al concepto como un proceso ciego y mecánico, y es solo hasta la década de los 80's que comienza a ser modificado por un cambio de paradigma y, desde una concepción estática del aprendizaje se avanza hacia un modelo que considera al aprendizaje como una construcción que se produce de la interacción del sujeto y la experiencia o información, ampliándose el concepto de aprendizaje desde lo cognoscitivo a lo afectivo y efectivo.

### **Aprendizaje Cooperativo**

El Aprendizaje Cooperativo es un método de aprendizaje que se fundamenta en el trabajo en equipo, en el cual se organizan actividades para realizarlas en grupos pequeños que no se pueden realizar sino es colaborando entre los mismos compañeros. En general, los equipos pueden ser homogéneos o heterogéneos. El fin último se trata que aprendan lo que el profesor les enseña y que contribuyan a que el resto también lo haga. Es una prioridad buscar el éxito del equipo anteponiendo el propio.

Gavilán (2004), arguye que, aunque los primeros estudios sobre cooperación se remontan al siglo XX, el aprendizaje cooperativo es un método que se ha utilizado desde mucho antes.

En el informe sobre nuevas metodologías de la Universidad Politécnica de Madrid (2008) se presenta a Prieto (2007), quien define que los estudiantes han de aprender a trabajar de forma autónoma, a colaborar con otros y a competir. Por su parte, para Cifuentes (2012), es una estrategia que promueve la participación colaborativa entre los estudiantes. Aportando a la enseñanza en la educación básica, una serie de estrategias que permiten obtener un mayor grado de motivación y atención de los estudiantes lo que conlleva a un mejor aprendizaje.

Para Serrano & Calvo (1994), los métodos de aprendizaje cooperativo son estrategias sistematizadas de instrucción que presentan dos características generales: la división del grupo de clase en pequeños grupos heterogéneos que sean representativos de la población general del aula y la creación de sistemas de interdependencia positiva mediante estructuras de tarea y recompensa específicas.

Las propuestas educativas de Dewey, Lewin, Eliade y Freinet son ejemplos de cooperación entre pares como fórmula educativa. Algunas de las condiciones del aprendizaje cooperativo en orden a adecuarse a sus propios principios básicos y a los objetivos del enfoque multicultural en educación son:

- 1.- Planificar con claridad el trabajo a realizar. La tarea debe estar delimitada con precisión, así como la participación exigida y el resultado logrado por cada miembro del grupo (Johnson & Johnson, 1993).

- 2.- Seleccionar las técnicas de acuerdo con la edad, características de los participantes, objetivos del programa, experiencia y formación del docente, materiales e infraestructura disponible (Pág., 1994).

- 3.- Delegación de responsabilidad por parte del educador. El grupo asume parte de dicha responsabilidad en la planificación, ejecución y valoración de la tarea.

- 4.- Apoyarse en la complementariedad de roles – facilitador, armonizador, secretario, etc.- entre los miembros del grupo para alcanzar los fines comunes asumiendo responsabilidades individuales y favorecer, así la igualdad de estatus (Slavin, 1990).

- 5.- Evaluación compartida: el equipo valora lo aportado por el individuo, la clase evalúa al equipo y el profesor cada producción individual.

Por otro lado, afirma Slavin (1980) en cualquier estructura de aprendizaje, entendida como el conjunto de elementos interrelacionados que se dan en el seno del aula en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se pueden distinguir tres estructuras básicas distintas:

- La estructura de la actividad.
- La estructura de la recompensa
- La estructura de la autoridad.

Una estructura de aprendizaje cooperativa en relación a otra individualista o competitiva está determinada sobre todo por los cambios que se dan dentro de su estructura de la recompensa, cuyo aspecto más importante es la estructura de recompensa interpersonal, que se refiere a las consecuencias que para un alumno individual tiene el comportamiento o el rendimiento de sus compañeros.

Esta estructura de recompensa interpersonal, pues, es distinta en función que la estructura general de aprendizaje en el aula sea cooperativa, competitiva o individualista. En un contexto multicultural es fundamental propiciar las relaciones interpersonales que favorezcan el conocimiento y proximidad entre los estudiantes de los diversos grupos culturales, como base para una comunicación eficaz y construcción de un contexto intercultural.

Según Johnson & Johnson (1978) se ha de tener presente que en una estructura de aprendizaje cooperativo no es sólo su estructura de recompensa lo que varía pasando de la competitividad a la cooperación sino que ésta, a su vez, genera otros cambios prácticamente inevitables, tanto en la estructura de la actividad que de ser primariamente individual, con frecuentes clases magistrales, pasa a favorecer explícitamente las interacciones de los alumnos en pequeños grupos, como en la estructura de la autoridad favoreciendo la autonomía de los alumnos frente al poder prácticamente absoluto del profesor.

Slavin (1998), citado por Echeita y Martín, 1990, p. 57, enuncia que en la estructura de aprendizaje podemos considerar tres subestructuras, cuyas características se correlacionan con la estructura de aprendizaje cooperativo:

La estructura de la actividad hace referencia a la:

- Utilización frecuente del trabajo en grupos reducidos o equipos;
- El número de componentes de cada equipo está relacionado con su experiencia a la hora de trabajar de forma cooperativa: cuanta más experiencia tengan, más elevado puede ser el número de alumnos que forman un equipo.
- Composición de los equipos hay que procurar que sea heterogénea. En cierto modo, cada equipo debe reproducir el grupo clase debe ser un grupo clase en pequeño, con todas sus características.
- El docente puede en caso de conveniencia intervenir en la distribución de los estudiantes en los distintos equipos. Esto no significa, claro está, que no deba tener en cuenta las preferencias y las "incompatibilidades" que puedan darse entre los escolares. Pero difícilmente se asegura la heterogeneidad de los componentes de los equipos si éstos son "escogidos" por los mismos alumnos.
- El trabajo cooperativo es algo más que la suma de pequeños trabajos individuales de los miembros de un equipo. Si se usan estos equipos para que los estudiantes desarrollen algunas labores como (un trabajo escrito, un mural, una presentación oral.) debe asegurarse que el planteamiento del trabajo se haga entre todos, que se distribuyan las responsabilidades, que todos y cada uno de los miembros del equipo tengan algo que hacer, y algo que sea relevante y según las posibilidades de cada uno, de forma que el

equipo no consiga su objetivo si cada uno de sus miembros no aporta su parte. No se trata que uno, o unos pocos, haga el trabajo y que los demás lo subscriban.

- No se trata de sustituir el trabajo individual, realizado por cada estudiante en su escritorio, en solitario, por el trabajo de grupo, sino que debe substituirse el trabajo individual en solitario por el trabajo individual y personalizado realizado de forma cooperativa dentro de un equipo.
- De todas formas, los equipos cooperativos no se utilizan sólo para "hacer" o "producir" algo, sino también, y de forma habitual, para "aprender" juntos, de forma cooperativa, ayudándose, haciéndose preguntas, intercambiándose información, etc. Entre las actividades que hay que realizar dentro de la clase, en el seno de los grupos, debe incluirse también aquellas dedicadas más propiamente al estudio.
- En cuanto a la duración de los equipos, no hay establecida ninguna norma estricta. Depende, por ejemplo, de las posibles "incompatibilidades" que puedan surgir entre dos o más miembros del mismo equipo, y que no se habían podido prever. En este caso, evidentemente, habrá que introducir cambios.

Los estudiantes deben tener la oportunidad de conocerse, de trabajar juntos un tiempo suficientemente largo. Se trata, por lo tanto, de equipos estables, en el sentido que no cambian cada dos por tres. Los jóvenes no deben confundir el equipo con su grupo de amigos; deben entender que se trata de un equipo de trabajo y no siempre, en la vida, los compañeros de trabajo serán, además, sus amigos.

- La estructura de la actividad debe ser variada, no sólo porque los estudiantes se desmotivan de trabajar siempre de la misma forma sino porque no siempre ni para todo lo que se hace en el aula, es adecuado el trabajo en equipo. Más bien hay que alternar el

trabajo en gran grupo (por ejemplo, para la introducción y presentación de nuevos contenidos, para poner en común el trabajo hecho en los equipos, etc.) y el trabajo en equipos reducidos (para "hacer" o "aprender" algo), con el trabajo individual (entendido aquí como el trabajo que debe hacer cada alumno individualmente, sin que pueda ampararse o esconderse tras lo que hacen sus compañeros de equipo; por ejemplo, algunas actividades de evaluación).

### La estructura de la recompensa

- Los equipos no compiten entre sí para quedar primeros en el ranking de la clase, ni los estudiantes compiten entre sí dentro de un mismo equipo. Más bien todo lo contrario: los miembros de un mismo equipo deben ayudarse para superarse a sí mismos, individualmente y en grupo, para conseguir su objetivo común: que el equipo consiga superarse a sí mismo porque cada uno de sus miembros ha logrado aprender más de lo que sabía inicialmente. Asimismo, en el grupo clase, todos los equipos tienen que ayudarse para conseguir igualmente un objetivo común a todos ellos: que todos los integrantes del grupo hayan progresado en su aprendizaje, cada cual según sus posibilidades. En este caso, si se cree oportuno, puede establecerse alguna recompensa para todo el grupo clase.
- La adaptación del currículo común contenidos, objetivos didácticos, actividades de aprendizaje y de evaluación a las características individuales, lo que supondría la personalización del proceso de enseñanza y aprendizaje, es algo esencial para que pueda darse una estructura de recompensa como la que estamos describiendo.



Así pues, la cooperación y la personalización del proceso de enseñanza y aprendizaje son dos aspectos complementarios: no puede haber cooperación sin personalización, y la cooperación entre los educandos de un mismo equipo facilita y, en cierta medida, posibilita la personalización: sin el concurso de los compañeros difícilmente el profesor puede atender de forma personalizada a todos sus estudiantes, en grupos heterogéneos.

### La estructura de la autoridad

- La estructura de la autoridad debe caracterizarse por el papel protagonista que debe tomar el estudiante, individualmente, como equipo y como grupo clase.
- En la medida de lo posible, el grupo clase debe tener voz y voto a la hora de determinar qué estudiar y cómo evaluar, a partir, claro está, del currículo establecido para un nivel o etapa determinado. Igualmente, cada equipo debe tener la posibilidad de concretar algunos contenidos, objetivos, actividades... que no han de coincidir, necesariamente, dentro de un marco común, con los contenidos, objetivos, actividades... de los demás equipos.

Finalmente, a nivel individual, cada alumno debe tener la oportunidad de concretar, de acuerdo con el profesor y contando con la ayuda de éste y la de sus compañeros de equipo, lo que se ve capaz de conseguir.

- El papel más participativo y relevante del estudiante también debe darse en la gestión de la clase (determinación de las normas, resolución de los conflictos.). El grupo clase, constituido en asamblea, comparte la autoridad con el profesor: frente a posibles conflictos, se determinan de forma consensuada las normas y las sanciones para quienes no las cumplan.

El profesor se convierte muchas veces en el hombre "bueno" que ejerce de "mediador" entre el grupo clase y el sancionado o los sancionados.

## **Marco Teórico**

Son numerosos los teóricos y las investigaciones que han encontrado en el aprendizaje cooperativo la respuesta a gran parte de las problemáticas propias de la educación. La práctica del aprendizaje cooperativo no es un hecho nuevo. Ovejero (1990) recuerda que Comenius, pedagogo del siglo XVII (1592-1670), creía firmemente que los estudiantes se beneficiarían tanto de enseñar a otros estudiantes como de ser enseñados por ellos. En el siglo XVIII, Joseph Lancaster y Andrew Bell utilizaron en Inglaterra los grupos de aprendizaje cooperativo que más tarde exportaron a Estados Unidos.

Los pioneros de este modelo, son Francis Parker, John Dewey, Morton, Cohen, Jonhson y Jonhson, Edwards, Slavin, Kagan, Stevens y Stanne, quienes desde hace décadas vienen reconstruyendo la propuesta de acuerdo con el contexto y propósito perseguido, bajo el sustento pedagógico que posee. Entre sus postulados se encuentra:

- La teoría de la interdependencia social de los hermanos Jonhson: marcada por la interacción de los miembros y la facilitación de los procesos.
- La teoría genética de Piaget: en donde se promueve la cooperación como una instancia vital en la búsqueda del conocimiento, la operacionalización mental que sucede durante la interacción del sujeto con el mundo material y social.
- La teoría Sociocultural de Vygotsky: el desarrollo humano está sujeto a procesos históricos, culturales y sociales más que a procesos naturales o biológicos.

- La teoría de las inteligencias múltiples de Gardner: en donde se sostiene que el ser humano tiene al menos, ocho inteligencias diferentes; que tienen una localización, un sistema simbólico, una evolución y puede ser observable.
- La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel: como el proceso a través del cual una nueva información se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva con la estructura cognitiva de la persona que aprende.
- La teoría de la psicología humanista de Rogers: la cual aporta tres elementos fundamentales al aprendizaje cooperativo como es la diversidad, la dimensión afectiva del aprendizaje y el clima del aula.

El aprendizaje cooperativo involucra ejercitación y asesoría continua, instigando la reestructuración cognitiva para que alcance una significación.

Kagan (1999), resalta que el enfoque natural del Aprendizaje Cooperativo propicia el uso y participación en las prácticas. En palabras de Jhonson y Cols (1999), puede considerarse el aprendizaje cooperativo como una suma de actividades grupales, organizadas de manera que faciliten la retroalimentación permanente, pero cada educando es responsable de su propio aprendizaje, a la vez que motiva y apoya el aprendizaje de los demás. Afinando lo anterior, el Aprendizaje Cooperativo es un método de aprendizaje basado en el trabajo en equipo. El trabajo conjunto se realiza para el logro de objetivos comunes. Zañartu (2000) considera que este tipo de aprendizaje requiere alta preparación por parte del docente. De igual manera Kagan (1994) sostiene que se refiere a una serie de estrategias instruccionales que incluyen la interacción cooperativa de estudiante a estudiante, como una parte integral del proceso.

En las definiciones antes presentadas, los autores destacan la interacción que tiene lugar entre los estudiantes para el logro de objetivos previstos. Para ello el equipo necesita el

conocimiento y el trabajo de todos los integrantes. En el Aprendizaje Cooperativo el rol del docente se caracteriza por una postura de guía o mediador en la esfera cognitiva, afectiva y social de los participantes.

De igual manera, requiere tomar decisiones previo al encuentro del aula, especificar los objetivos y preparar los materiales necesarios. En cuanto a la estructuración de la tarea y la interdependencia para acordar responsabilidades, así como la reflexión de las acciones realizadas.

Si se quiere analizar si el Aprendizaje Cooperativo contribuye a mejorar el desarrollo de competencias académico del tema “Productos Notables”, “sería preciso remitirse a perspectivas motivacionales, de cohesión social, cognitivas y evolutivas, tratadas en varios trabajos (véase e.g., Slavin, 1990, 1995b)”.

Para ofrecer una “instrucción eficaz” a los estudiantes en una clase, es necesario organizar los grupos dentro del salón de clase, de manera que se integre estudiantes con habilidades para el área con otros que no las tengan. Previas organización, para obtener grupos heterogéneos se pueden utilizar variables como las calificaciones obtenidas por los estudiantes, “el rendimiento en test actitudinales y el rendimiento en medidas tan variadas como el razonamiento de nivel superior, la creación de nuevas ideas y la transferencia del aprendizaje (e.g., Johnson, & Johnson, 1994; Slavin, 1983)”.

John Carroll 1963 (citado en Slavin, 1984, 1987a) propone cinco elementos que contribuyen a la eficacia de la instrucción (basada en el aprendizaje cooperativo). Los tres primeros, las aptitudes, la habilidad para entender la enseñanza y la perseverancia, son los elementos más difíciles de cambiar, pues son características del estudiante. Los dos elementos restantes son, la calidad de la instrucción y la cantidad de tiempo de enseñanza, estos son

alterables, porque están bajo el control del profesor. “Precisamente el Modelo de Slavin parte de estos elementos alterables e incluye cuatro componentes:

1. La calidad de la instrucción o grado en que la presentación de los conceptos y habilidades facilita el aprendizaje significativo y el grado en que el profesor ofrece respuestas.
2. El nivel de instrucción apropiado o grado en que el profesor asegura que los estudiantes están preparados para aprender una nueva lección.
3. El estímulo o grado en que el profesor asegura la motivación de los estudiantes para trabajar en las tareas y para aprender los contenidos.
4. El tiempo o grado en que los estudiantes disponen del suficiente tiempo para aprender los contenidos tratados.

La variable tiempo se divide, a su vez, en dos categorías: el tiempo dedicado a la instrucción, cuyo control está en el profesor, y el tiempo invertido en el aprendizaje activo del estudiante, cuyo control está en el alumno. Slavin (1984) considera que, el desarrollo de una instrucción eficaz depende de que estos cuatro elementos sean adecuados, no basta que sólo uno de ellos sea efectivo si los restantes son débiles. De hecho, puesto que la relación entre los elementos y el rendimiento escolar es multiplicativa, si uno de los elementos es cero, el rendimiento es cero. De ahí que sea más recomendable conseguir un nivel moderado en los cuatro elementos, que uno excelente en uno sólo de ellos (Slavin, 1987a, p. 99). A menudo se observa que la enseñanza programada es fuerte en uno de los elementos (adaptación al nivel del estudiante) pero débil en los otros tres. (Slavin, 1987b).

Otro caso se da cuando los agrupamientos homogéneos son en función del rendimiento. Éstos son fuertes en la adaptación al nivel del estudiante, pero débiles en el incentivo (e.g., expectativas bajas sobre el potencial académico de los estudiantes por parte del profesor y de los

propios estudiantes) y, como consecuencia también, en el tiempo dedicado al estudio, razones por las que tampoco han mostrado beneficios importantes en el rendimiento”.

Las razones que apoyan el uso del Aprendizaje Cooperativo como alternativa válida para organizar la enseñanza provienen, en parte, de la satisfacción de los elementos sobre la enseñanza eficaz. Slavin (1984), argumenta que:

1. El criterio de la *calidad de la instrucción* puede aplicarse plenamente al Aprendizaje Cooperativo, puesto que atiende los aspectos destacados por Slavin para el logro de una enseñanza de calidad. Por un lado, satisface aspectos relacionados con la presentación de las lecciones, dado que en muchos métodos de Aprendizaje Cooperativo es el profesor quien sigue explicando los contenidos bajo estudio y, en todos, es quien planea tareas que garantizan que el estudiante encuentre sentido a los nuevos contenidos. Por otro, satisface sobradamente aspectos relacionados con la cantidad de enseñanza directa y la evaluación continua, pues libera al profesor para realizarlas y admite la colaboración de los estudiantes en estas funciones tradicionalmente asignadas sólo al profesor (véase también Creemers, & Sheerens, 1997 para una revisión sobre la importancia de la evaluación en el logro de niveles superiores de aprendizaje).

2. El criterio del *nivel apropiado de instrucción* es quizá el problema más difícil de satisfacer para la organización escolar, y de ahí que hayan surgido, como antes se veía, varias formas de agrupamiento. Algunos métodos de Aprendizaje Cooperativo representan una forma efectiva de acomodación a las diferencias individuales al liberar tiempo al profesor para dedicarlo a la enseñanza de grupos con niveles similares de conocimiento u homogéneos (véase e.g., Slavin, Leavey, & Madden, 1984; Slavin, Madden, & Leavey, 1984).

3. Respecto al *estímulo*, el Aprendizaje Cooperativo es un método que asegura la motivación extrínseca del alumno a través de diversos tipos de incentivos externos como premios,

calificaciones o diplomas, tanto a nivel individual como a nivel grupal (véase también O'Donnell, 1996, para un estudio sobre los efectos positivos de los incentivos explícitos en la motivación). Además, también asegura la motivación intrínseca, ampliamente estudiada desde las perspectivas motivacionales, pudiéndose pensar que los métodos de Aprendizaje Cooperativo son atractivos en sí mismos (Sharan, & Shachar, 1988).

Para Johnson et al., 1995, (pp. 59.), la interacción entre los miembros del equipo, el trabajo para alcanzar un objetivo común y el mismo sistema de recompensas empleado por los métodos de Aprendizaje Cooperativo generan en los alumnos incentivos internos tales como el deseo de aumentar su rendimiento para contribuir al éxito del grupo, el interés por ayudar a los compañeros más retrasados o la curiosidad intelectual. También la posibilidad de crear relaciones estables y perdurables que ofrecen estos métodos pueden generar en los alumnos el interés por trabajar arduamente.

4. El *tiempo* dedicado al aprendizaje, tanto el dedicado como el invertido, parece ser atendido más fácilmente desde estructuras cooperativas que desde otro tipo de estructuras. De acuerdo a Johnson, & Johnson, (1994) estudios han mostrado que el Aprendizaje Cooperativo favorece que el estudiante dedique más tiempo y más intensidad a las tareas frente a otras estructuras. Una razón que puede explicar este efecto reside en que el Aprendizaje Cooperativo promueve la atención a la tarea y la motivación y éstas son variables que se han encontrado relacionadas con el tiempo dedicado al aprendizaje (e.g., Slavin, 1990).

Los siguientes son algunos métodos de Aprendizaje Cooperativo utilizados para la enseñanza de las matemáticas:

- Aprender Juntos (Learning Together; Johnson, & Johnson, 1994). El profesor enseña la lección a toda la clase, como en los métodos tradicionales, y deja tiempo para el trabajo en

equipo. El objetivo es que todos los miembros del equipo dominen la lección presentada y ayuden a sus compañeros en el aprendizaje de la misma. Aunque la tarea es grupal...tiene un gran inconveniente, y es que no permite conocer la contribución de cada miembro al grupo, con lo que ello significa en el detrimento de la responsabilidad individual.

➤ Grupo de Investigación (Investigation Group; Sharan, & Sharan, 1992). El aprendizaje Cooperativo es un método aplicable a variedad de materias y de gran utilidad para especializar a los alumnos en una tarea. Los alumnos forman equipos de 2-6 miembros. Por lo general el profesor no da la clase como en los métodos tradicionales. Sus principales funciones son facilitar recursos y supervisar el trabajo de los grupos de investigación, así como entrenar y modelar habilidades de comunicación. La tarea es grupal y consiste en hacer un informe grupal sobre un tema. Cada equipo, según sus intereses o conocimientos previos, elige un tema de una unidad que debe estudiar toda la clase. Para asegurar la responsabilidad individual, cada tema se subdivide en tantas partes como miembros tiene el equipo y cada miembro ha de responder por ella.

Al final, todos los miembros del equipo han de coordinarse para llevar a cabo las distintas actividades que el proyecto de investigación exige: buscar información, evaluarla, sintetizarla, preparar el informe final del grupo y presentar dicho informe al resto de la clase. En este método han sido probadas recompensas de varios tipos, desde grupales (i.e. calidad del informe y de la presentación) hasta individuales (i.e. examen individual sobre los contenidos expuestos por todos los equipos). Los autores de esta técnica rechazan los sistemas de recompensa tangibles y abogan por no dar nada, excepto la oportunidad de continuar trabajando en este tipo de grupos, confiando en el atractivo de los métodos de Aprendizaje Cooperativo en sí mismos (Sharan, & Shachar, 1988).



➤ El Método Jigsaw (Aronson, Stephan, Sikes, Blaney, & Snapp, 1978). Es aplicable a variedad de materias y de especialización en una tarea. En el Jigsaw, los estudiantes trabajan en equipos heterogéneos de seis miembros. El profesor no ofrece clases, sino que divide el tema que quiere enseñar en seis partes, cada una de ellas única e imprescindible para comprender el tema, y de escribir el material de cada parte. La tarea es individual. Cada uno recibe una parte del tema, “como una pieza de un rompecabezas jigsaw y ha de juntarla con las partes que tienen sus compañeros para aprender el cuadro completo” (Aronson, & Bridgeman, 1979, p. 441). El educando debe estudiar individualmente su parte, discutirla dentro de su grupo de expertos y después enseñarla al resto de su equipo. La recompensa es individual en función a la valoración de cada estudiante en un examen sobre el tema completo.

➤ Slavin (1986) propone el método mejorado Jigsaw II; para reducir los inconvenientes del método anterior, como la dificultad para preparar el material de cada parte, e incluso, en determinados casos, la imposibilidad para dividir el tema o el que los estudiantes se conviertan en expertos de una sola parte del tema. En este método, los estudiantes trabajan en equipos de 4-5 personas. El profesor prepara el tema, pudiendo cortar textos, añadir información o escribir material nuevo, según necesite. La tarea es grupal. Todos leen el tema completo, pero a cada miembro del equipo se le proporciona un subtema sobre el que debe ser experto. Los estudiantes discuten los subtemas en “grupos de expertos”, y luego regresan a sus equipos para enseñar su parte. La recompensa con este método mejorado es grupal, basado en la suma de las puntuaciones obtenidas por los miembros del equipo en un examen individual sobre el tema completo.

➤ Equipos de Rendimiento (Student Teams-Achievement División, STAD; Slavin, 1978a), este método es aplicable a una variedad de áreas. Los estudiantes son asignados a equipos

heterogéneos de 4-5 miembros. Las funciones del profesor y las características de la tarea son similares a las descritas en el método de Johnson y Johnson (1994), con la diferencia de que cada uno posee su material de trabajo. La recompensa es grupal, dependiendo del grado en que cada miembro del equipo haya mejorado su calificación respecto a la anterior calificación en un examen individual. De este modo, independientemente de que los alumnos hubieran recibido una puntuación alta o baja en su anterior examen, tienen la posibilidad de contribuir por igual a la puntuación de su equipo.

➤ Torneo de equipos (Teams-Games-Tournaments, TGT; DeVries, & Edwards, 1973, 1974; DeVries, Edwards, & Slavin, 1978). Este método es en esencia igual al STAD, con la diferencia que el examen individual y la nota del equipo se substituyen por un sistema de torneos académicos. Estos consisten básicamente en responder a preguntas, escritas en fichas dentro de una caja, sobre la lección presentada por el profesor y trabajada por cada estudiante en sus correspondientes equipos. Concretamente, cada educando juega en una mesa de torneo contra estudiantes de otros equipos, pero del mismo nivel, tomando como referencia una evaluación anterior. Aquél que gana más puntos dentro de una mesa recibe 6 puntos, el siguiente 4 y el siguiente 2. De tal modo que cada estudiante, sea del nivel que sea, tiene la oportunidad de contribuir con una puntuación máxima a la puntuación de su equipo.

Para llevar a cabo los siguientes torneos, los tres estudiantes que han sacado mejores puntuaciones forman una mesa de torneo, los siguientes tres forman otra y así sucesivamente. La recompensa es grupal en base al número de puntos que cada miembro consigue en el torneo. En sus orígenes esta técnica surgió en el área de las matemáticas, pero posteriormente, gracias a su flexibilidad, al igual que el STAD, ha sido empleada en diversas áreas como ortografía o ciencias.

➤ Equipos de Enseñanza Individualizada Asistida (Team-Assisted Individualization, TAI; Slavin, Leavey et al., 1984); es un método específico para enseñar matemáticas en los primeros ciclos. Los alumnos son divididos en equipos de 4-5 miembros, compuestos por parejas o tríos pertenecientes a grupos de enseñanza de distintos niveles de habilidad matemática, con base a una evaluación previa. Así, por ejemplo, un equipo puede estar formado por dos alumnos de bajo nivel y dos de alto nivel. El profesor enseña a cada grupo, en lugar de a la clase entera, empleando una enseñanza directa de habilidades matemáticas. Mientras el profesor enseña a un grupo, el resto de los estudiantes por parejas, continúan trabajando en su material de trabajo adecuado a su nivel y grado, compuesto por distintas unidades.

Cuando un educando tiene dudas en un ejercicio, intenta resolverlas bien con su compañero o con otros miembros de su equipo de otros niveles, antes de acudir al profesor. Así, éste dispone de más tiempo para enseñar en los grupos. La recompensa es grupal de acuerdo a las puntuaciones obtenidas por los miembros del grupo en un examen individual, y al número medio de unidades realizadas por el equipo cada semana. Este método, que combina el uso de los equipos cooperativos con la enseñanza individualizada en matemáticas, surgió para ofrecer las ventajas de la enseñanza individualizada o programada.

Por lo expuesto anteriormente se concluye que los métodos de Aprendizaje Cooperativo tienen efectos positivos en el rendimiento académico (y en otras variables como la productividad y las actitudes hacia el aprendizaje) en comparación con otros métodos de enseñanza tradicionales. En algunos de estos estudios, no obstante, unos métodos muestran mayores efectos que otros. Por ejemplo, el estudio de Newmann y Thompson (1987), uno de los pocos realizados en secundaria, revisa 27 trabajos y cinco métodos: STAD, TGT, Jigsaw, Aprender Juntos y Grupo de Investigación. Encuentran que el 68% de las 37 comparaciones realizadas mostraban

que el Aprendizaje Cooperativo favorece más el rendimiento que otras formas de enseñanza tradicional. El método con mejores resultados fue el STAD, y el que menos el Jigsaw, quizá debido, según los autores, a su falta de elementos necesarios. Además, aunque los estudios emplearon más el aprendizaje cooperativo en ciencias, los mejores resultados se observaron en matemáticas y en lenguaje.

El meta-análisis más reciente (Johnson et al., 2000), realizado sobre 158 trabajos publicados entre 1970 y 1999, revela que los ocho métodos de Aprendizaje Cooperativo citados anteriormente dieron lugar a un rendimiento mayor que los competitivos o individualistas. Concretamente, Aprender Juntos, Estructuras de Controversia, TGT y Grupo de Investigación son los métodos con mayor tamaño del efecto, aunque los otros cuatro (i.e., Jigsaw, STAD, TAI y CIRC) también dieron lugar a ganancias importantes en el rendimiento frente a los métodos tradicionales.

Una investigación de Slavin (1983) concluyó que, en comparación con métodos tradicionales, el Aprendizaje Cooperativo potencia el rendimiento cuando emplea una estructura de recompensa grupal basada en el aprendizaje individual, y un efecto nulo de los métodos de Aprendizaje Cooperativo que emplean una recompensa grupal basada en el rendimiento del grupo junto a una tarea de estudio mediante equipos. No basta, al parecer, con métodos de Aprendizaje Cooperativo que incluyan recompensas grupales basadas en el rendimiento del grupo y en una tarea común que resuelven entre todos, sino que hace falta incluir también la *responsabilidad individual* esto es, asegurar que cada individuo haga su mejor esfuerzo y que todos ayuden en este empeño.

La segunda categoría de investigaciones que se pretende mostrar son los que comparan métodos de Aprendizaje Cooperativo entre sí. Cohen (1994), hace un aporte de interés

decidiendo cambiar el foco de atención de aspectos como la recompensa y la responsabilidad individual, hacia la importancia de la *interacción* en el logro de los objetivos educativos y los factores que afectan a dicha interacción, especialmente el *tipo de tarea*. El mismo académico considera que existen dos variables que afectan a la tarea. Una, si se trata de una tarea grupal que sólo puede ser acometida exitosamente en grupo, o bien se trata de una tarea que puede realizarse de forma individual. Dos, si se trata de una tarea que tiene respuestas directas y correctas, o, por el contrario, de una tarea que exige solucionar “problemas mal estructurados”, donde la respuesta correcta es difícil de alcanzar, si es que existe. Cohen revisa estudios generalmente realizados en el aula de clase y sólo compara métodos cooperativos entre sí.

A continuación, se presentan algunos aspectos de interés para comprender los mecanismos del Aprendizaje Cooperativo:

1. Si el objetivo es que los estudiantes desarrollen el pensamiento conceptual, de alto nivel, es necesario que el profesor ayude y estimule a los educandos durante la realización de la tarea. La investigación muestra que los estudiantes tienden a trabajar en el nivel más concreto (p. 7).
2. El efecto de la interdependencia tanto de objetivos como de recursos está mediado por la cantidad y tipo de interacción. La interdependencia por sí sola no asegura la participación en el grupo. A su vez, la interacción depende de la tarea y la recompensa grupal no siempre es necesaria, sobre todo si la tarea, es lo suficientemente difícil e interesante como para que sea necesaria la participación de todo el grupo para lograr un buen resultado (Slavin, 1995b ofrece una postura contraria).
3. Respecto a la tarea y a su estructuración, parece que los extremos se tocan, esto es, tanto la excesiva como la falta de estructuración dan lugar a que los estudiantes se queden en un nivel concreto y pobre de interacción, sin atreverse a pensar por sí mismos y a entrar en discusiones e

intercambios más ricos (p. 22). Este hecho puede explicar que el Grupo de Investigación tenga mejores resultados cuando se evalúa a los estudiantes con preguntas difíciles, que el STAD, cuyo éxito aparece en tareas que sólo exigen adquirir información y memorizar la exposición del profesor.

Finalmente, Cohen afirma que los beneficios académicos ocurren para los estudiantes de bajo rendimiento con independencia de la dificultad de la tarea, mientras que para los de alto y medio rendimiento sólo ocurren si tienen la oportunidad de ofrecer explicaciones y si la tarea no es muy difícil. En este caso, pueden adoptar explicaciones propias de etapas inferiores a su edad (p. 11). Por su parte, Slavin (1995b) señala que la mayor crítica a los métodos de Aprendizaje Cooperativo proviene de quienes trabajan con estudiantes superdotados. Sin embargo, este autor no encuentra datos suficientes en la investigación realizada hasta hoy para dudar de los beneficios del Aprendizaje Cooperativo en esta población.

Springer, Stanne y Donovan (1999) compararon investigaciones sobre los efectos del trabajo de pequeños grupos, ya sea en Aprendizaje Cooperativo o en aprendizaje colaborativo. Revisan un total de 39 estudios relacionados con el aprendizaje en pequeños grupos de estudiantes universitarios de ciencias, matemáticas, ingeniería y tecnología. Uno de los resultados interesantes de este estudio fue que no hubo diferencias significativas en el rendimiento de los estudiantes que trabajaron en pequeños grupos en Aprendizaje Cooperativo, aprendizaje colaborativo o una mezcla de ambos. Los investigadores concluyen que cualquier método que mantenga a los estudiantes envueltos activamente en el aprendizaje, tiene efectos positivos. No obstante, agregan que es necesario seguir avanzando en la comprensión de los elementos que hacen efectivo el aprendizaje en pequeños grupos. (Aprendizaje Cooperativo: Bases teóricas y

hallazgos empíricos que explican su eficacia, Edurne Goikoetxea y Gema Pascual *Universidad de Deusto*).

## **El aprendizaje Cooperativo**

Joan Rue, (1991) resalta que El Aprendizaje Cooperativo es un término genérico usado para referirse a un grupo de procedimientos de enseñanza que parten de la organización de la clase en pequeños grupos mixtos y heterogéneos donde los escolares trabajan conjuntamente de forma coordinada entre sí para resolver tareas académicas y profundizar en su propio aprendizaje.

Aquella situación de aprendizaje en las que los objetivos de los participantes se hallan estrechamente vinculados, de tal manera que cada uno de ellos solo puede alcanzar sus objetivos si y solo si los demás consiguen alcanzar los suyos.

El aprendizaje cooperativo se compone de cinco elementos básicos a saber, según Johnson y Johnson (1994, 2002):

- La interdependencia positiva
- La interacción cara a cara
- La responsabilidad individual y grupal
- Las habilidades sociales
- La autoevaluación del grupo

Gavilán (2004) afirma que la enseñanza aprendizaje de las matemáticas requiere una metodología que impulse tanto la autonomía como la cooperación.

Velasco y Domínguez (2009) tras una investigación realizada en el área de matemáticas con estudiantes de ingeniería técnica informática de sistemas concluyen que los estudiantes pueden tener más éxito que el propio profesor en hacer entender algunos conceptos a sus compañeros y

los conceptos aprendidos de forma autónoma permanecen durante más tiempo que los que han sido simplemente memorizados. Aporta a la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica una serie de estrategias que nos permiten obtener un mayor grado de motivación y atención por ende mejor aprendizaje. También nos permite dentro del salón de clases, crear grupos que trabajan juntos como un equipo para resolver problemas, completar tareas y alcanzar objetivos en común. Dentro de los grupos cooperativos se puede encontrar niveles de igualdad y responsabilidad que nos permiten tener un mejor desempeño de las actividades. Pujolas (2008) presenta el trabajo cooperativo como una forma de hacer, de enseñar, que requiere cambiar estructuras de pensamiento, y la estructura fundamental del proceso de enseñanza aprendizaje, en donde se plantea una serie de claves que hacen que este modelo se esté desarrollando y aplicando en muchas zonas del mundo. Según Artzt y Newman (1997), los factores que deben tenerse en cuenta al momento de crear ambientes cooperativos son:

- Los miembros del grupo deben sentirse parte de un equipo y tener una meta en común.
- Deben entender que el problema/actividad a resolver es común para todos.
- Deben tener en cuenta que el fracaso o el éxito es del grupo no de un individuo.
- Todos los miembros del grupo deben plantear soluciones y discutir el problema.
- Deben estar claros (todos los miembros del grupo) que el trabajo de cada miembro

individual afecta a todo el grupo.

### **Formación de Grupos Cooperativos**

Para lograr ambientes cooperativos es preciso que los grupos funcionen de manera integral, que cada miembro pueda suplir las necesidades, individualmente y en su grupo de trabajo. Si se conocen las habilidades, características y aptitudes de cada individuo, entonces se tienen grupos heterogéneos, que permiten mejores resultados, ya que cada estudiante puede dar o recibir ayuda



de otro miembro del grupo, y la dificultad que presenta este tipo de asociación es que se debe conocer las destrezas, habilidades de cada estudiante participante.

Otro tipo de asociación es la de libre elección o al azar donde cada individuo selecciona su par o el maestro selecciona los estudiantes de manera aleatoria. La dificultad de este tipo de asociación es que cuando los estudiantes eligen sus compañeros, normalmente eligen a sus amigos o pares muy parecidos a ellos. Por lo tanto, la mayoría de los grupos formados son homogéneos y a veces quedan estudiantes marginados. Aunque los estudiantes se sienten a gusto trabajando así, pueden llevar a indisciplina.

### **Roles dentro de los Grupos Cooperativos**

Cada miembro en los grupos tiene un rol, que asigna de manera interconectada y rotativa.

Según Johnson et al (1992), los roles son:

- **Compendiador:** se encarga de resumir las principales conclusiones o respuestas generadas por el grupo.
- **Inspector:** se asegura que todos los miembros puedan decir explícitamente como llegaron a las conclusiones o respuestas.
- **Entrenador:** corrige los errores de las explicaciones o resúmenes de los otros miembros.
- **Narrador:** pide a los integrantes del grupo que relacionen los nuevos conceptos y estrategias con el material aprendido previamente.
- **Investigador-Mensajero:** consigue los materiales que el grupo necesita. Se comunica con los otros grupos y con el profesor.
- **Registrador:** escribe las decisiones del grupo y edita el reporte del trabajo.
- **Animador:** refuerza las contribuciones de los miembros.

- Observador: cuida que el grupo esté colaborando de manera adecuada.

De acuerdo al tamaño del grupo, un alumno puede asumir uno a más funciones.

El docente debe tener en cuenta que la cantidad de miembros en los grupos afecta la habilidad productiva del mismo. Según Davidson (1990), los grupos ideales son de 3 a 4 integrantes. El trabajo en parejas es efectivo, pero no en grupos cooperativos ya que tienen limitada interactividad y están afectados por la inasistencia de cualquiera de los miembros y si tiene muchos estudiantes es muy difícil que trabajen cooperativamente.

### **Las Actividades Cooperativas**

Deben estar diseñadas teniendo en cuenta los siguientes factores:

- Especificar con claridad los propósitos del curso y la lección en particular.
- Tomar decisiones respecto a la forma en que se ubicará a los alumnos en grupos de aprendizaje previamente a que se produzca la enseñanza.
- Explicar con claridad a los estudiantes la tarea y la estructura de la meta.
- Monitorear la efectividad de los grupos de aprendizaje cooperativo e intervenir para promover asistencia en las tareas, responder preguntas, enseñar habilidades e incrementar las habilidades interpersonales del grupo.
- Evaluar el nivel del logro de los estudiantes y el grado de cooperación dentro del grupo.

Dentro del aprendizaje cooperativo hay una diversidad de técnicas que se pueden utilizar en el proceso de enseñanza/aprendizaje. Según Johnson y Johnson, 1975, la técnica de aprendiendo juntos (Learning Together) “es uno de los métodos de aprendizaje cooperativo que más cerca se encuentra de la cooperación pura”.

Al desarrollar actividades cooperativas es importante tener en cuenta el material que se entrega a los estudiantes. Este debe contener:

- Los roles: Debe estar clara cada función de los miembros. Cuáles son sus responsabilidades para con el grupo
- Las normas de trabajo, como debe manejarse el grupo dentro del aula. Como deben interactuar fuera de sus grupos, tanto con el docente como con los demás grupos que conforman el aula.
- Las competencias y propósitos a desarrollar: Lo que se quiere lograr con la actividad, los contenidos y destrezas que se desean alcanzar con los estudiantes con la actividad.
- Los recursos, que materiales van usar para llegar a su meta u objetivo.
- La actividad a desarrollar, las preguntas a contestar, los ejercicios a realizar, la lectura a analizar, etc.

### **Reto del Docente frente al Aprendizaje Cooperativo**

La meta que plantea el trabajo cooperativo a los docentes, es la resolución de problemas relacionales. El docente no solo debe implementar el tiempo que demanda las acciones de tareas individuales, sino también el relacionado con la interacción grupal y la intervención docente, por lo cual debe prever y planificar su tarea detalladamente a fin de ofrecer un marco adecuado para el trabajo de los alumnos.

El aprendizaje cooperativo como estrategia metodológica en la enseñanza, permite a los docentes darse cuenta de la importancia de la interacción que se da entre el educando y los contenidos o materiales de aprendizaje y también plantear diversas estrategias cognitivas para orientar dicha interacción eficazmente. Son importantes también las interacciones que establece el estudiante con las personas que lo rodean, como el docente y los compañeros de clases. Así

mismo, el profesor debe anticiparse también, en la medida de lo posible, a los problemas que pudieran presentarse del grupo para ofrecer soluciones ajustadas a las demandas particulares de ese equipo de trabajo.

### **Eficacia del Aprendizaje Cooperativo**

Al no poder desarrollar la tarea por sí sólo, el educando intercambia conocimientos, informaciones, procedimientos, recursos y materiales para llevarla a término. Pero aún más, acude en ayuda recíproca, ya que su aportación es indispensable para que todos y cada uno de los miembros logren el objetivo propuesto. Los estudiantes más adelantados en conocimientos, pueden encontrar una dimensión solidaria a su propio esfuerzo en tanto se enriquecen a sí mismo colaborando con los alumnos que tienen mayores dificultades. La discusión, el debate, la discusión de ideas, ayudan a los alumnos a interpretar y revisar sus puntos de vista.

La búsqueda del éxito grupal puede ser una consecuencia de la propuesta escolar o por la interacción generada dentro del mismo equipo de trabajo, de manera tal que se manifieste la responsabilidad del grupo. El incentivo puede tomar forma de aprobaciones, calificaciones, diplomas, u otro tipo de reconocimientos. Estos reconocimientos son importantes porque implican una gratificación a la vez que propician la continuidad de cooperación entre los miembros del equipo.

De acuerdo con los estándares básicos de competencias, “el aprendizaje por competencias es un aprendizaje significativo y comprensivo...Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por

situaciones problema significativas y comprensivas, que posibilitan avanzar a niveles de competencias más y más complejos. (p. 49)

La expresión ser matemáticamente competente está relacionada con el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo. Por tanto, la precisión del sentido de estas expresiones implica una noción de competencia estrechamente ligada tanto al hacer como al comprender. Si bien es cierto que la sociedad reclama y valora el saber en acción o saber procedimental, también es cierto que la posibilidad de la acción reflexiva con carácter flexible, adaptable y generalizable exige estar acompañada de comprender qué se hace y por qué se hace y de las disposiciones y actitudes necesarias para querer hacerlo, sentirse bien haciéndolo y percibir las ocasiones de hacerlo. (p. 50)

Los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. (p. 51)

### **La formulación, tratamiento y resolución de problemas**

Las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad.

### **La modelación**

Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. (p. 52)

### **La comunicación**

A pesar de que suele repetirse lo contrario, las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan.

### **El razonamiento**

El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. (p. 54)

### **La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos**

Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la

comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras. (p. 55)

### **Los cinco tipos de pensamiento matemático**

Las competencias matemáticas involucran los distintos procesos descritos anteriormente..., ser matemáticamente competente requiere ser diestro, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de esos procesos generales, en los cuales cada estudiante va pasando por distintos niveles de competencia. Además de relacionarse con esos cinco procesos, ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional.

### **El pensamiento numérico y los sistemas numéricos**

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas plantean el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. (p. 58)

### **El pensamiento espacial y los sistemas geométricos**

Entendido como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales. (p. 61)

### **El pensamiento métrico y los sistemas de métricos o de medidas**

Los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones. (p. 63)

### **El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos**

Este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. (p. 64)

### **El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos**

Este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. (p. 66)



## **Diseño Metodológico**

La presente investigación busca hacer un aporte en educación matemática en el nivel de básica secundaria, particularmente en el tema de Los Productos Notables. A propósito de que los diseños metodológicos de carácter mixtos han venido tomando fuerza últimamente, se ha adoptado este tipo de metodología para la presente investigación.

Hernández, Fernández y Baptista (2004) aseguran que “La investigación cuantitativa ofrece la posibilidad de generalizar los resultados más ampliamente, otorga control sobre los fenómenos y un punto de vista de conteo y magnitudes de éstos. Asimismo, que brindan una gran posibilidad de réplica y un enfoque sobre puntos específicos de tales fenómenos, además de que facilitan la comparación entre estudios similares. Por su parte, la investigación cualitativa da profundidad a los datos, la dispersión, la riqueza interpretativa, la contextualización del ambiente o entorno, los detalles y las experiencias únicas, a la vez que aporta un punto de vista “fresco, natural y holístico” de los fenómenos, así como flexibilidad” ... (p.21)

Los mismos autores afirman que... “El modelo mixto representa el más alto grado de integración o combinación entre los enfoques cualitativo y cuantitativo. Ambos se entremezclan o combinan en todo el proceso de investigación, o al menos, en la mayoría de sus etapas. Requiere de un manejo completo de los dos enfoques y una mentalidad abierta. Agrega complejidad al diseño de estudio; pero contempla todas las ventajas de cada uno de los enfoques”. (p.24)

La presente investigación se trata de un estudio en la cual se resalta el aprendizaje cooperativo como estrategia posible y eficaz para el aprendizaje del objeto matemático “Productos Notables”, con estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Misael

Pastrana Borrero del municipio de La Plata (H). Si bien es cierto, la cualificación del proceso, la descripción de los procedimientos y las percepciones de los estudiantes son vitales para el alcance del objetivo principal, los resultados evaluativos plasmados en cifras generadas por la efectividad de la estrategia, determinará la eficacia o no de los procedimientos adelantados. De allí que la cuantificación y descripción de la dinámica se realice de una manera alterna.

Dentro de los instrumentos diseñados para sacar adelante este estudio, se elaboró la presente una prueba inicial o pre test, que es un cuestionario escrito que se aplica a los estudiantes del grado octavo (8º) de ambos grupos y atendiendo a los resultados obtenidos, uno de los grupos será llamado “grupo experimental” el otro “grupo de control”. El primero será el grupo donde se implementará la estrategia de Aprendizaje Cooperativo, mientras que en el segundo se seguirá aplicando la educación tradicional. El pre test permite de manera muy fácil conocer los conocimientos previos (preconceptos) que tienen los estudiantes en relación con el tema objeto de estudio y consiste de una prueba de selección múltiple con única respuesta tipo prueba saber, que consta de 16 preguntas con cuatro (4) opciones de respuesta de las cuales solo una es correcta (ver anexo 2), dicha prueba fue diseñada por el autor de la investigación y validados por la Doctora Mercy Lili Peña Morales y el Magister Alexander Paredes Martínez.

## **Población y Muestra**

La población la constituyen 35 estudiantes del grupo estudio o experimental y 35 estudiantes del grupo testigo de dos grados octavo de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero. No se determinó la muestra representativa ya que se considera una población baja para lo cual el estudio se aplicará al 100% de la misma, se realizaron 3 clases por cada tema donde se incluyen

las orientaciones del docente, el trabajo en grupo de afianzamiento del tema y la evaluación escrita.

### **Fuentes de información**

Primarias. - Lo constituyen los resultados académicos de la evaluación del área de matemáticas del grado octavo de la I.E. de los tres últimos años (2016, 2017 y 2018), los datos que se adquirieron al aplicar el cuestionario y la evaluación final que se aplicará a los estudiantes.

Secundarias. - La información se obtuvo a partir de la revisión en diferentes fuentes como textos, libros, artículos, páginas web, otros trabajos de investigación, etc., en donde se abordó la problemática y la temática definida en la investigación.

### **Instrumentos**

En la presente investigación se asume lo propuesto por Iafrancesco (2013), quien argumenta que entre los instrumentos de medición más recomendados para la recopilación de la información en la investigación pedagógica formativa se encuentran los cuestionarios. En razón a esto, se aplicó un cuestionario a cada estudiante en donde se aborda aspectos sociales, demográficos, económicos y familiares para conocer detalles particulares que se constituyen en un punto de partida para entender algunos aspectos de su desempeño. El cuestionario mide el grado de satisfacción en la estrategia implementada, no solo con interés estadístico, sino también para comprobar el alcance de los objetivos trazados.

Posteriormente se aplicó, una prueba grupal y una prueba individual de conocimientos (ver anexo 3). Con el fin de evaluar al educando y el contexto en el que se produjo la tarea desarrollada, con el propósito de observar si la implementación del aprendizaje cooperativo favorece la comprensión del tema productos notables. Preguntas abiertas y cerradas fueron parte del trabajo adelantado en la encuesta dirigida a los estudiantes, donde elementos motivacionales, experiencia en el trabajo grupal, aprendizajes, nivel de esfuerzo, grado de interés, habilidades adquiridas, comprensión del trabajo, y propuestas de trabajo (ver anexo 3), fueron parte de la presente investigación.

De igual manera se aplicó una encuesta (ver anexo 4) para recoger opiniones de los docentes de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero de La Plata (Huila) y de docentes de otras Instituciones que han orientado matemáticas en el grado octavo, con el fin de identificar los aspectos favorables y las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema de “Productos Notables”.

Los instrumentos utilizados por el investigador de esta tesis fueron validados por medio de la técnica “juicio de expertos”. En ella participaron la Doctora Mercy Lili Peña Morales y el Profesor Alexander Paredes Martínez, magister en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Magister Mauricio Penagos, ambos docentes de matemáticas de la Universidad Surcolombiana. A los mencionados profesionales se les entregó los instrumentos para que analizaran su fiabilidad e hicieran las observaciones que consideraran pertinentes. Las mismas fueron tenidas en cuenta por el maestrante quien hizo los ajustes necesarios antes de aplicar los instrumentos a la población objetivo.

## Delimitación geográfica de la investigación

La presente investigación se desarrolló en la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero, ubicada en el municipio de La Plata, al suroccidente del departamento del Huila.

**Figura 2.** Ubicación espacial de la investigación



## **Definición de hipótesis**

Hipótesis nula: La estrategia Aprendizaje Cooperativo no favorece la comprensión del objeto matemático “Productos Notables” en el octavo grado de la I.E. Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata (Huila).

Hipótesis Alternativa: La estrategia Aprendizaje Cooperativo favorece la comprensión del objeto matemático “Productos Notables” en el octavo grado de la I.E. Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata – Huila.

## **Procesamiento de los datos y análisis de la información**

Para la organización y el análisis de los datos se utilizó el paquete estadístico SPSS 15.0 para el cálculo de las frecuencias con los resultados fueron elaborados los histogramas para graficar los datos de las encuestas y las pruebas realizadas tanto al grupo estudio como al testigo. Se realiza los siguientes análisis: Descriptivos con medidas de tendencia central con análisis univariados y bivariados que facilitaron conocer la forma en que se distribuyen las hipótesis en el estudio.

Para determinar si existió diferencias en cada estrategia (Método tradicional de enseñanza y aprendizaje cooperativo) en función de los resultados demográficos y académicos (enseñanza aprendizaje de productos notables) se implementó la prueba t de Student.

## **Procedimiento**

La presente investigación se desarrolló en 4 fases:

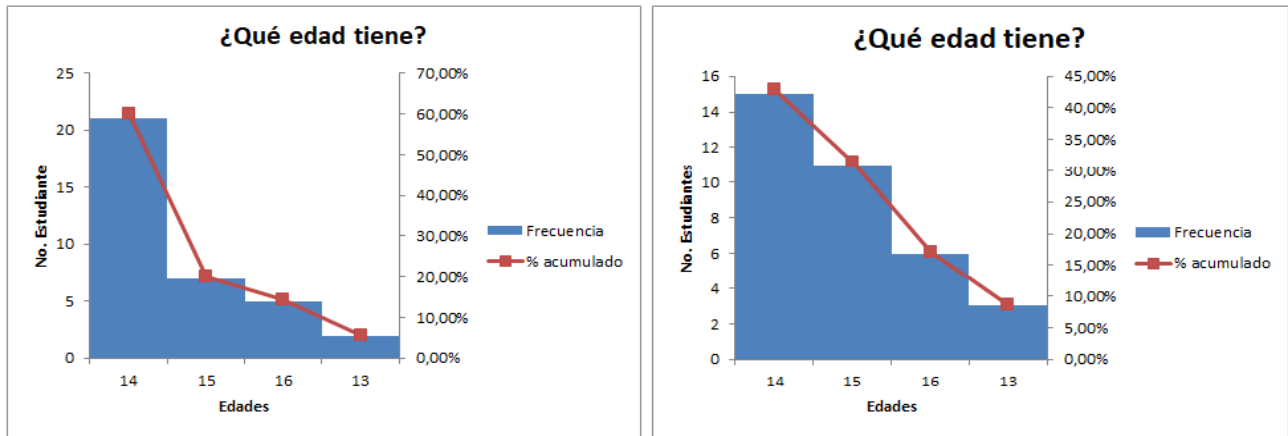
- Primera fase. Identificación de la situación problemática, elaboración del anteproyecto y presentación del mismo para su revisión y aprobación por parte de los actores involucrados en el proceso (Asesor, Jurado). En el anteproyecto se identifica el título del trabajo, planteamiento del problema, justificación y objetivos, marcos de referencia y propuesta metodológica.
- Segunda fase. Aplicación de los instrumentos de la investigación frente a la población de estudio constituida por los 70 estudiantes de dos cursos de octavo grado del Colegio Misael Pastrana Borrero, el primero, compuesto por 35 estudiantes (grupo de estudio) con el cual se trabajaron las estrategias de aprendizaje colaborativo y el segundo grupo también de 35 estudiantes (grupo testigo) para comparar los efectos del estudio.
- Tercera fase. Análisis e interpretación de la información obtenida a partir de la aplicación de los cuestionarios aplicados (ver anexo 6 y 7) y las pruebas empleando procesos estadísticos.
- Cuarta fase. Conclusiones y recomendaciones de la investigación.

## Análisis de resultados

### Resultados de la encuesta

Teniendo en cuenta las respuestas recibidas al cuestionario por los 35 estudiantes del grado octavo (8°); de cada grupo encuestado, los cuales eran grupo estudio (ver anexo 1) y testigo (ver anexo 2), se precisó un comparativo para evaluar qué características son heterogéneas y que pueden ser un indicador para encontrar diferencias significativas en el objeto de estudio. Los resultados de la encuesta se muestran en los anexos 7 y 8 para cada uno de los grupos respectivamente. La gráfica de la izquierda corresponde a la del grupo estudio y la gráfica de la derecha la del testigo. Se observó lo siguiente:

**Figura 3.** ¿Qué edad tiene?

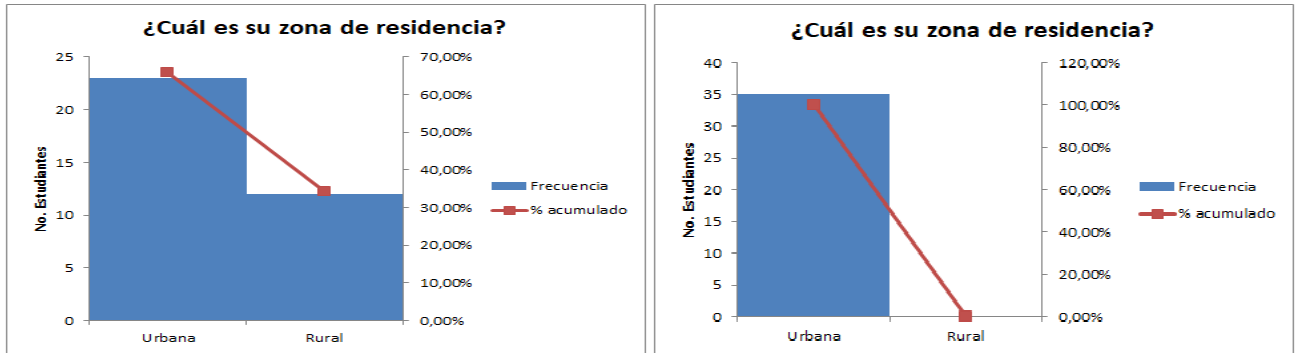


**Fuente: Autor**

Como se puede apreciar en la figura 3, en la pregunta sobre la edad; no se observa diferencia entre los grupos. Las edades se mantienen en el rango de los 13 a los 16 años encontrando que la edad de 14 años la más representativa seguidas de las edades de 15, 16 y 13 respectivamente.



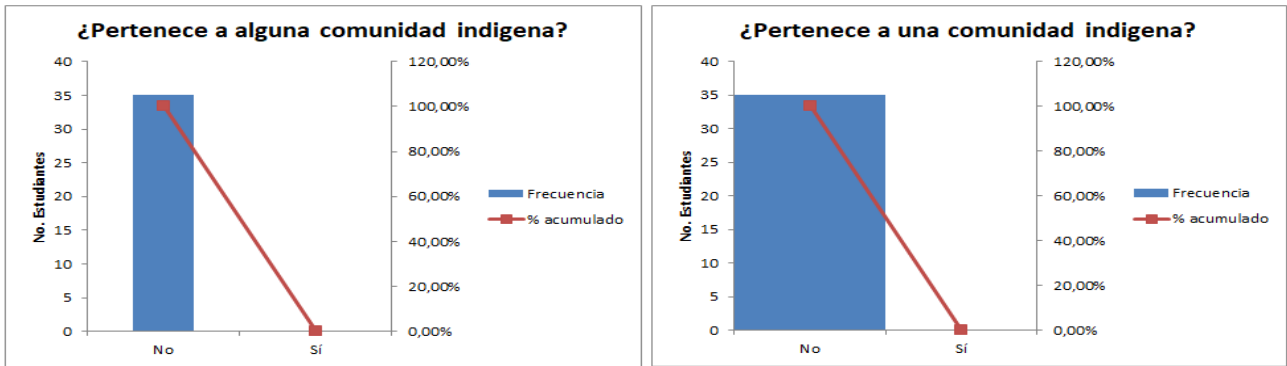
**Figura 4.** ¿Cuál es su zona de residencia?



**Fuente: Autor (Elaboración Propia)**

Se observó que en el grupo testigo que toda la población encuestada vive en la zona urbana mientras que en el grupo estudio; el 70% de los encuestados reside en lo urbano y el 30% restante en lo rural.

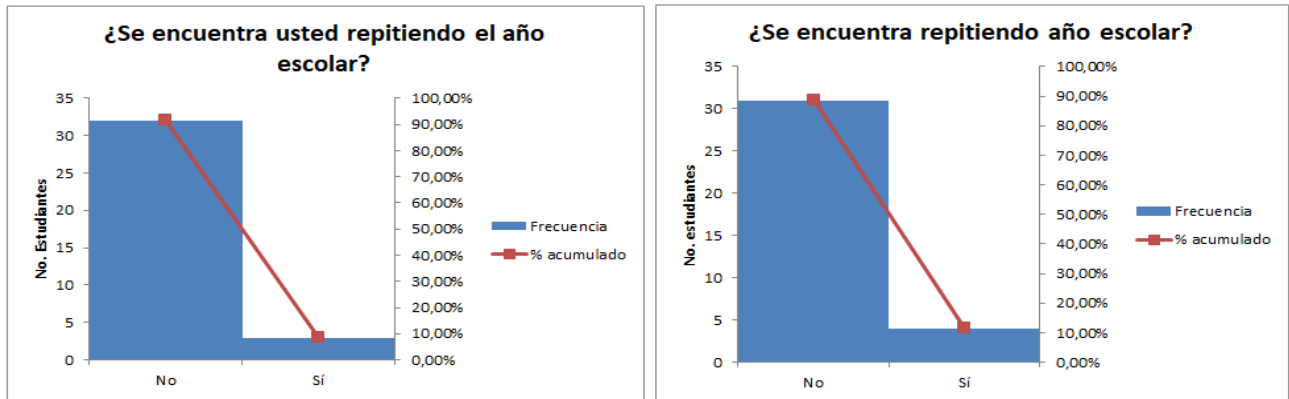
**Figura 5.** ¿Pertenece a alguna comunidad indígena?



**Fuente: Autor**

En cuanto a su representatividad dentro de las comunidades indígenas; en la figura 5 se identificó de acuerdo con las respuestas presentadas que ninguno de los encuestados en los dos grupos pertenece a algún grupo identificado dentro de las comunidades indígenas de la zona.

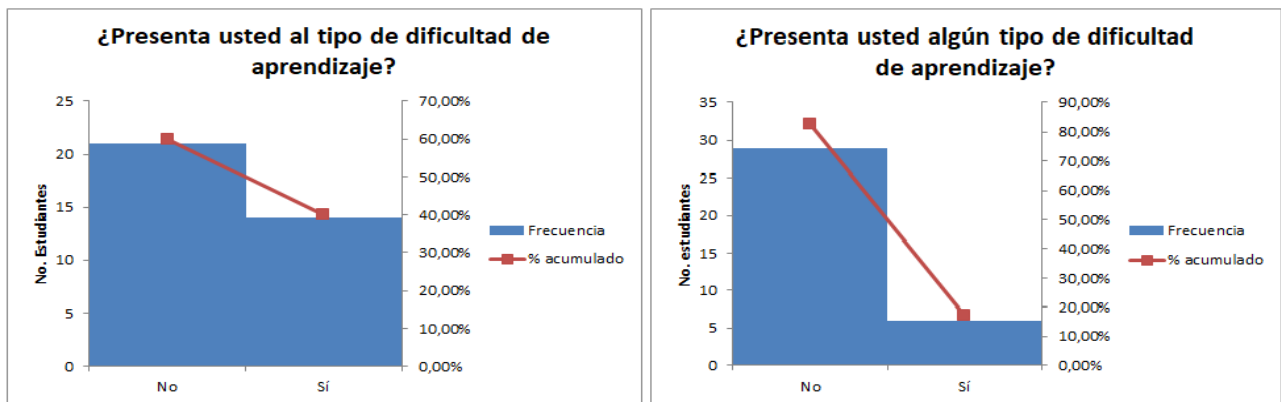
**Figura 6.** ¿Se encuentra repitiendo año escolar?



**Fuente:** Autor

Según el parámetro de la repitencia del año, la figura 13 permitió observar en los dos grupos que hay una homogeneidad en las respuestas obtenidas dado que el mayor porcentaje de los encuestados de cada grupo no está repitiendo el año, siendo esta del 90%.

**Figura 7.** ¿Presenta algún tipo de dificultad de aprendizaje?



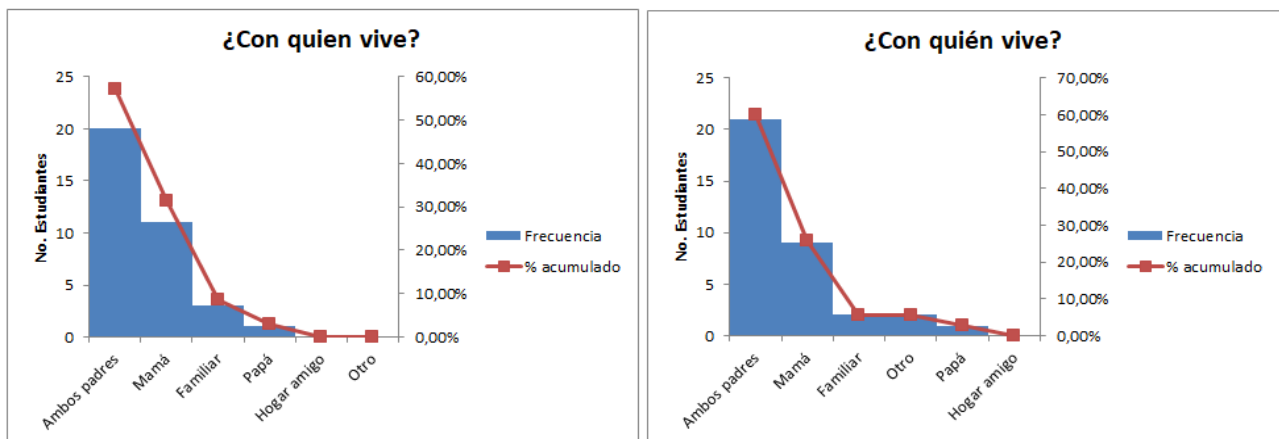
**Fuente:** Autor

En la figura 7, se identificó que hay una parte de la población encuestada que presenta dificultades en el aprendizaje, siendo más alta en el grupo estudio con un 40%, mientras que en el grupo testigo el mismo indicador es menor del 20%. Este dato es importante tenerlo presente a

la hora de valorar las pruebas académicas sobre todo al inicio del estudio en comparación entre los grupos para verificar si se cumple con la heterogeneidad presentada en esta pregunta.

Un punto importante que sería necesario en esta pregunta es identificar qué tipo de dificultad presenta, para de esa manera poder concluir si el aprendizaje cooperativo es suficiente para suplir dicha necesidad en el estudiantado.

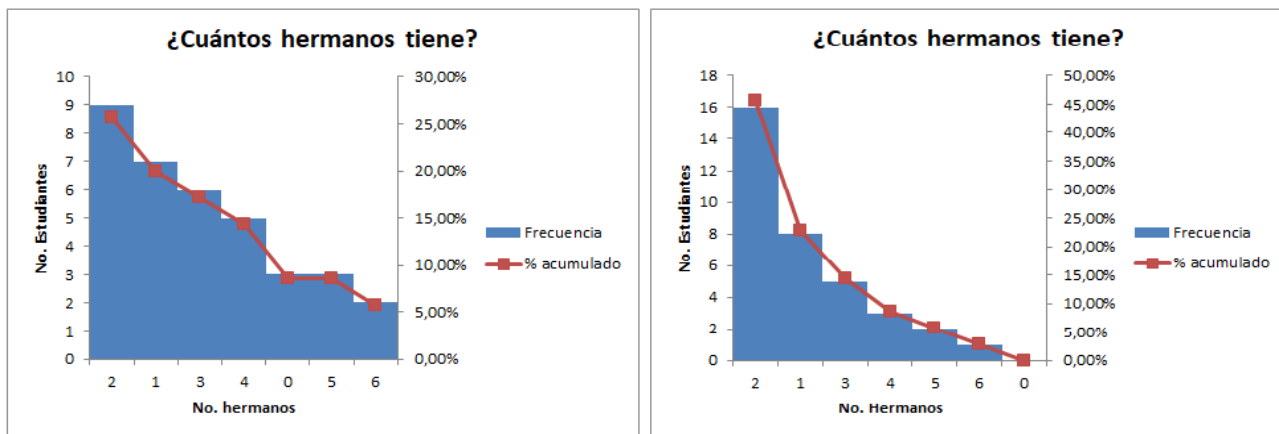
**Figura 8.** ¿Con quién vive?



**Fuente: Autor**

Esta pregunta muestra una homogeneidad en la respuesta, como se aprecia en la figura 8, en donde la mayor parte de los encuestados vive con ambos padres, es decir se cuenta con hogares conformados tanto por papá como mamá siendo un valor fundamental y una ventaja en la formación del estudiante.

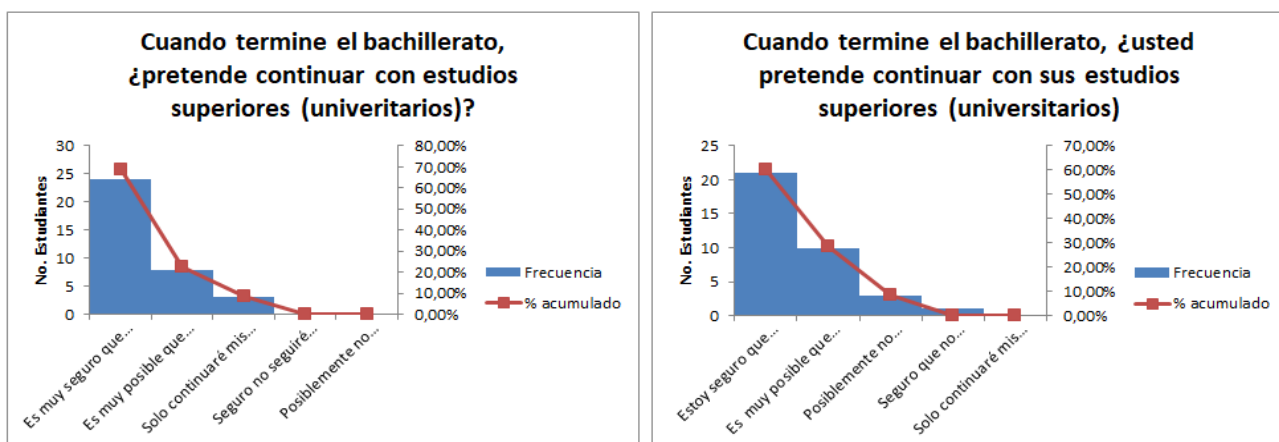
**Figura 9.** ¿Cuántos hermanos tienen?



**Fuente: Autor**

Según la figura 9 existe heterogeneidad entre las respuestas frente al número de hermanos que tienen los estudiantes encuestados, siendo el número dos hermanos el que mayormente se presenta en cada grupo seguido por el número uno, tres y cuatro.

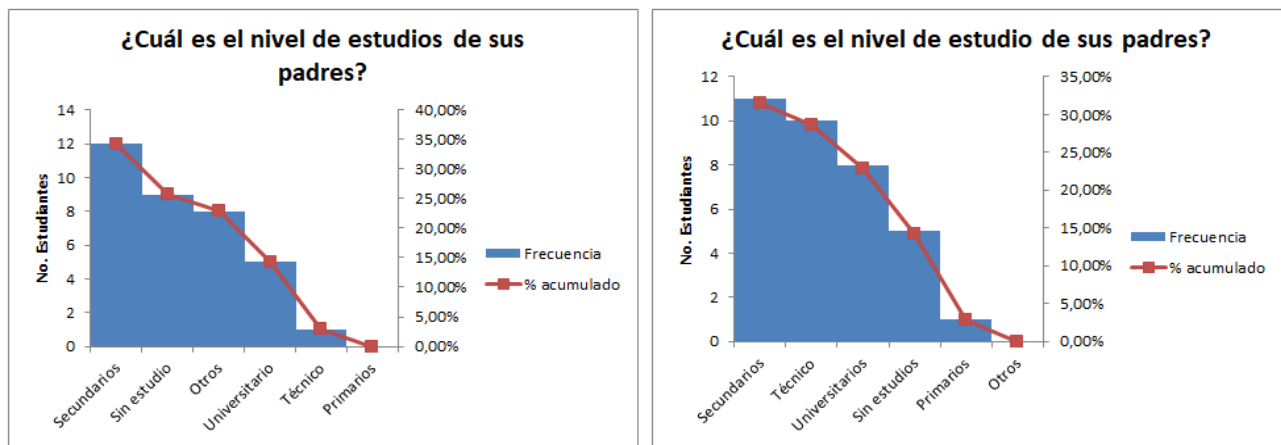
**Figura 10.** ¿Pretende continuar con sus estudios superiores?



**Fuente: Autor**

De acuerdo a la figura 10, se concluye que es probable que los estudiantes una vez terminen el bachillerato continuarán sus estudios superiores, con lo cual conseguirán una profesión y mejorar su calidad de vida y la de su familia. En donde un 60% contestó que es seguro que continuará con ellos, mientras que menos del 10% está seguro que no podrá continuar estudiando. Será muy importante en futuras investigaciones identificar qué factores influyen en la no continuidad de esos estudios por parte de esa población.

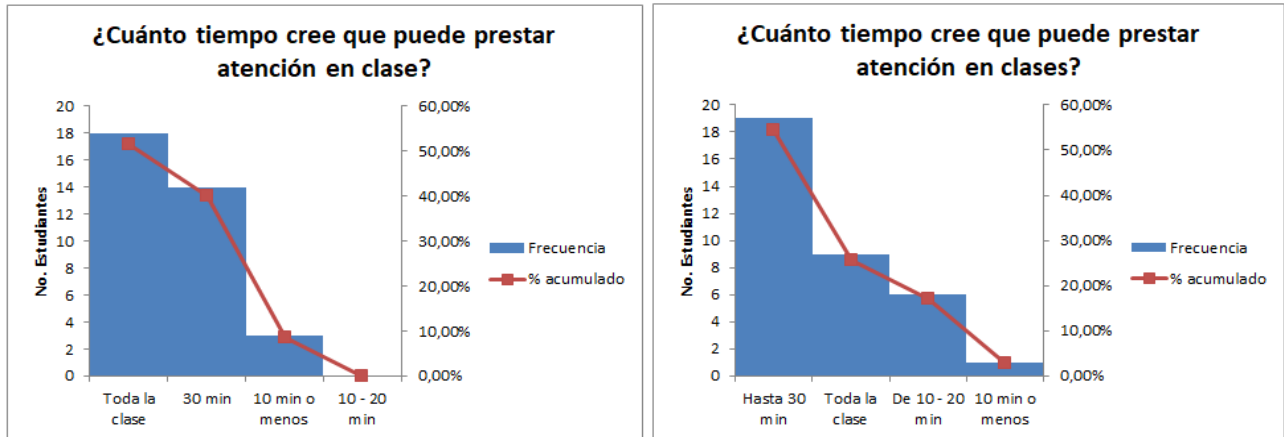
**Figura 11.** Nivel de estudio de los padres



**Fuente: Autor**

En cuanto al nivel de estudio de los padres, los estudiantes responden en los dos grupos que más del 30% han realizado sus estudios secundarios. En el grupo estudio el siguiente valor representativo es el de sin estudios con un 25%. Hay que recordar que en este grupo existe un porcentaje de la población que proviene la zona rural, lo cual es un factor importante en el tema de la posibilidad de estudiar. Si se observa el grupo testigo cuya población reside totalmente en la zona urbana, se tuvo un 30% de población con estudios técnicos, un 24% que son universitarios y menos del 15% son analfabetas; cifras que se pueden apreciar en la figura 11.

**Figura 12.** ¿Cuánto tiempo presta atención en clase?

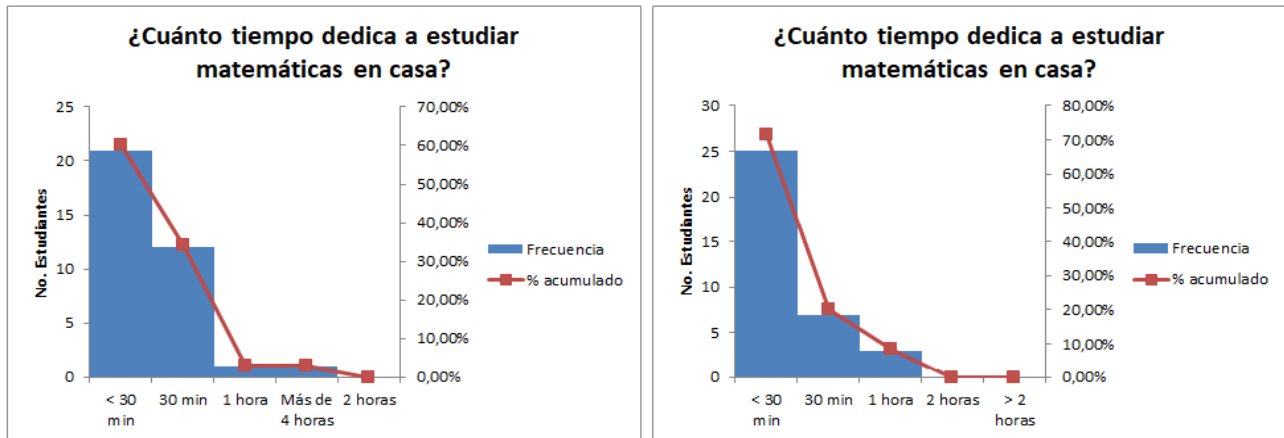


**Fuente: Autor**

La atención en clase no parece ser un factor determinante en el aprendizaje de los estudiantes del grupo estudio, según se ve en la figura 12 más del 50% de la población encuestada presta total atención durante toda la clase y un 40% presta atención durante los primeros 30 min.

Caso contrario se presenta en el grupo testigo, donde se encontró que más del 50% de los estudiantes a los que se les preguntó; responden que prestan atención solo los primeros 30 minutos y el 28% lo hace durante toda la clase, de igual manera se presenta una población que tan solo están entre un rango de 10 a 20 minutos en total atención a la clase.

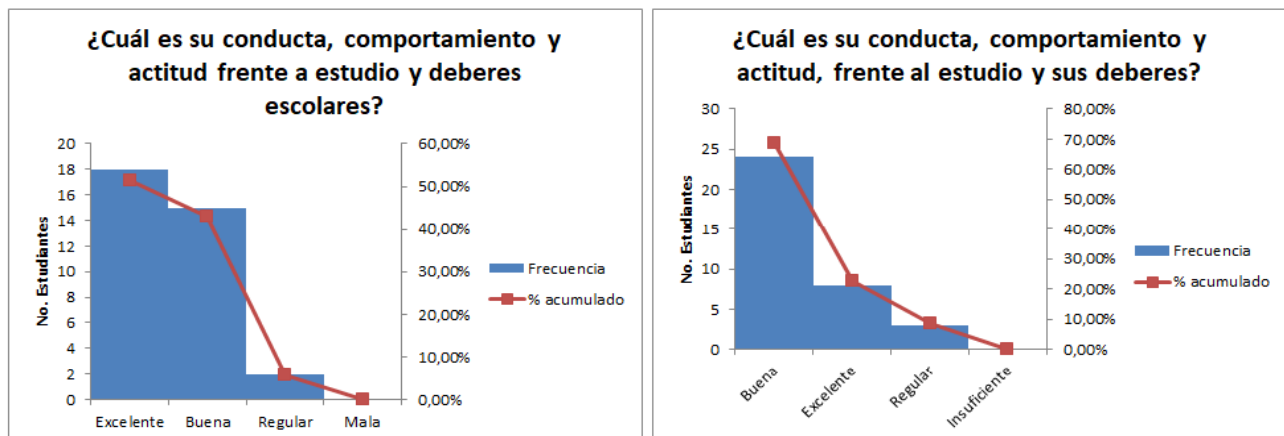
**Figura 13.** Dedicación al estudio de las matemáticas



**Fuente: Autor**

En la figura 13, frente a la dedicación de tiempo para el estudio de las matemáticas fuera de clase, se obtuvo que la mayoría de la población dedica menos de media hora a estudiar las matemáticas para cada uno de los grupos, un porcentaje menor al 30% estudia solo media hora y menos del 10% de la muestra dispone del estudio por un tiempo de una hora o más.

**Figura 14.** ¿Cómo es su comportamiento y actitud frente al estudio?



**Fuente: Autor**

Para los dos grupos el comportamiento es el esperado, ubicándose en el caso del grupo de estudio en un nivel entre excelente y bueno (con más del 50% y el 40% respectivamente). En el grupo testigo se la categoría de bueno domina con más del 60% y excelente con 20%.

### Resultados de la prueba inicial o pre test

Teniendo las calificaciones obtenidas en la aplicación del pre test (Ver anexo) por los 35 estudiantes del grado octavo (8°); del grupo experimental, se observó lo siguiente:

**Tabla 4.** Rango de frecuencia de las calificaciones del pre test aplicado al grupo experimental

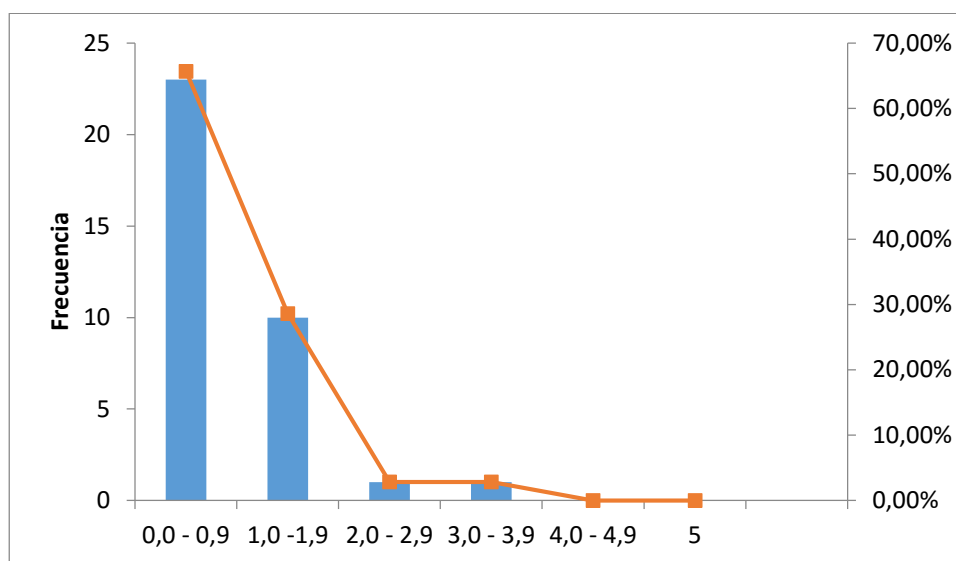
<i>Clase</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>%</i>	<i>Clase</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>%</i>
		<i>acumulado</i>			<i>acumulado</i>
<b>0,0 - 0,9</b>	23	65,70%	0,0 - 0,9	23	65,70%
<b>1,0 - 1,9</b>	10	28,60%	1,0 - 1,9	10	28,60%
<b>2,0 - 2,9</b>	1	2,85%	2,0 - 2,9	1	2,85%
<b>3,0 - 3,9</b>	1	2,85%	3,0 - 3,9	1	2,85%
<b>4,0 - 4,9</b>	0	0,00%	4,0 - 4,9	0	0,00%
<b>5,0</b>	0	0,00%	5	0	0,00%

**Fuente: Autor**

Se organizó la información en 6 rangos de calificación para organizar de una manera más precisa los datos de las notas que obtuvieron los 35 estudiantes pertenecientes al grupo experimental, a quienes se les aplica el pre test para medir los conocimientos previos frente al tema de los productos notables aplicando la metodología del aprendizaje colaborativo. La media de las calificaciones fue de 1,03.



**Figura 15.** Calificaciones del pre test aplicado al grupo estudio o experimental



**Fuente: Autor**

Según la figura 15 se observa que la mayor concentración de los estudiantes obtuvo una calificación insuficiente, representando el 65,7%. Es decir, 23 de 35 estudiantes su calificación se encontró en un rango de 0,0 a 0,9.

El 28,6% equivale a 10 estudiantes cuya calificación fue muy baja en donde el pre test se concentró entre 1,0 a 1,9.

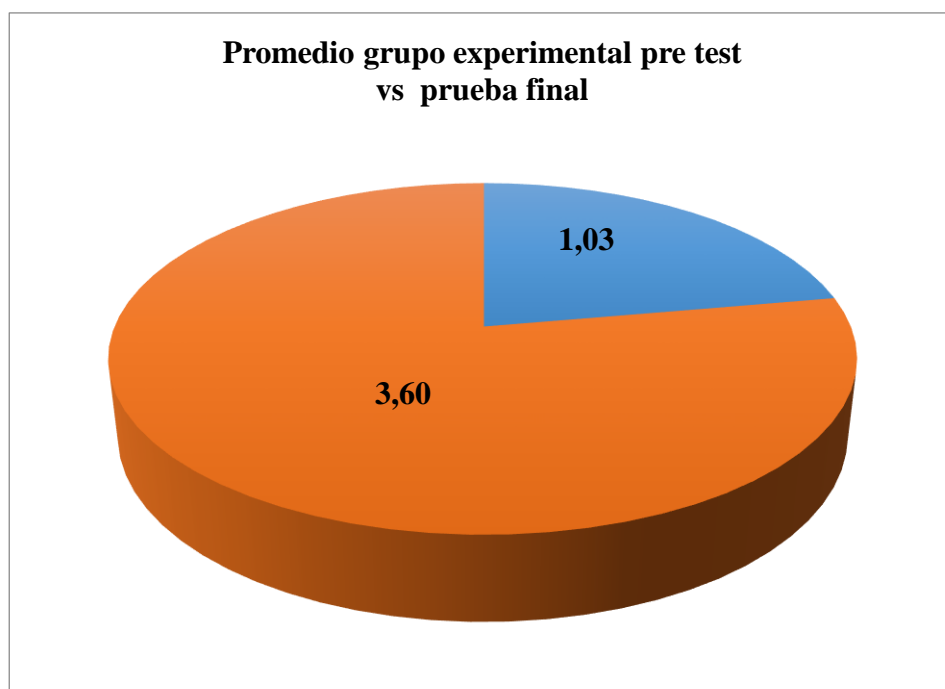
Tan solo un estudiante que equivale al 2,85% del estudio logro una calificación aceptable estando en el rango de 3,0 a 3,9.

Los resultados de las calificaciones permiten tener una claridad sobre el escaso nivel de preconceptos que tienen los estudiantes con los cuales se va a trabajar en la aplicación del aprendizaje cooperativo.

## Resultados de la prueba final

Teniendo las calificaciones obtenidas en la aplicación de la prueba final (Ver anexo 3) por los 35 estudiantes del grado octavo (8°) del grupo estudio o experimental, se realizó un estudio comparativo calculando el promedio de las calificaciones del pre test para poder precisar si existe una diferencia significativa entre la metodología de aprendizaje cooperativo aplicado en el proceso de aprendizaje del objeto matemático “productos notables” en el grado 8°, al inicio y al final de la investigación. Se observó lo siguiente:

**Figura 16.** Comparación entre las calificaciones del grupo estudio pre test vs prueba final



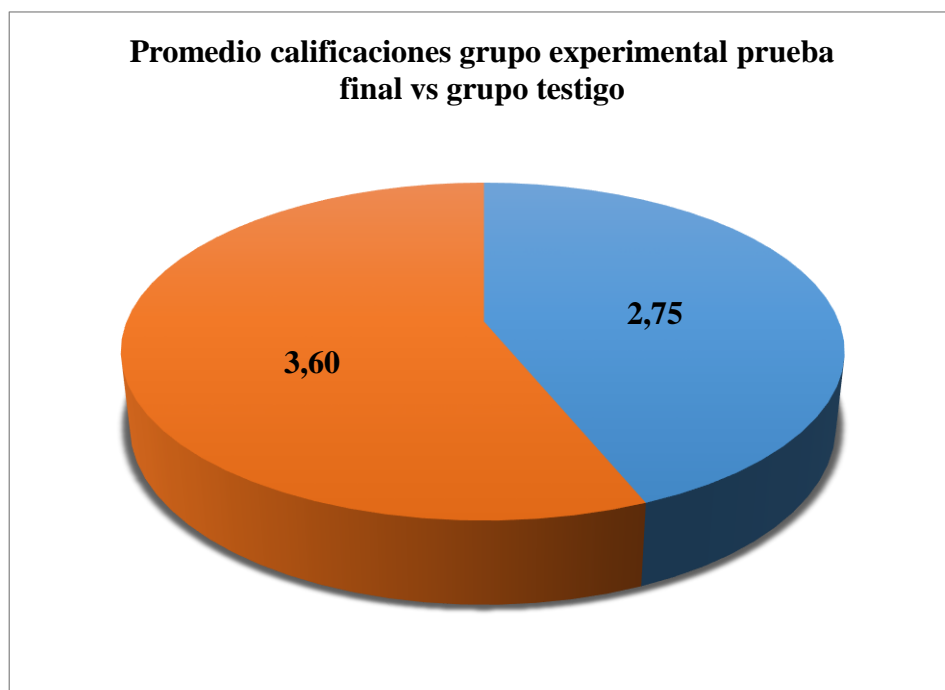
**Fuente: Autor**

La figura 16 muestra los resultados del promedio de las calificaciones del pretest y del postest (la prueba o análisis estadística puede verse final del anexo 3). Se observa una diferencia

significativa en los resultados, ya que el promedio de calificaciones del pre test fue 1,03 mientras que en la prueba final fue de 3,6.

Apoyado en lo anterior y teniendo en cuenta los resultados de la prueba estadística (ver final anexo 3), es posible concluir que la aplicación de la metodología de aprendizaje colaborativo permite mejorar la comprensión de los estudiantes en el tema de los productos notables.

**Figura 17.** Comparación entre las calificaciones del grupo estudio prueba final vs grupo testigo



**Fuente: Autor**

Si se comparan los promedios de todas las pruebas aplicadas en los dos grupos de la investigación (experimental y testigo), se puede apreciar según la figura 17, que luego de promediar las calificaciones se tiene que la aplicación del aprendizaje cooperativo mejoró la apropiación del conocimiento en los estudiantes, obteniéndose una calificación promedio en la prueba final de 3,60 siendo esta superior en 0,85 al compararla con la calificación promedio del grupo testigo que fue de 2,75.

## **Análisis de confiabilidad de los datos**

Para determinar la confiabilidad del estudio se emplea el Alfa de Cronbach, el cual según Hoyt (2014) es un *“índice de consistencia interna que toma valores entre 0 y 1 y que sirve para comprobar si el instrumento que se está evaluando recopila información defectuosa y por tanto conduciría a conclusiones erradas o si se trata de un instrumento fiable que hace mediciones estables y consistentes”*. *“El Alfa de Cronbach es por tanto un coeficiente de correlación al cuadrado que, a grandes rasgos, mide la homogeneidad de las preguntas promediando todas las correlaciones entre todos los ítems para ver que, efectivamente, se parecen”*.

Se concluye que entre más cerca esté el Alfa de Cronbach de la unidad (1), más confiable serán los datos del estudio. Se puede establecer una buena confiabilidad a partir del valor del índice de 0,8. Para el caso del presente trabajo el Alfa de Cronbach se calculó en 0,91, lo cual permite generar tranquilidad para continuar con el análisis de los datos.

## **Definición de la hipótesis a elegir**

Luego de describir los resultados a las pruebas aplicadas se procedió a determinar la prueba “t de Student” con la cual se buscó conocer si existía diferencia significativa en los resultados encontrados y con ello definir cuál de las hipótesis se descartaba y cuál de ellas es la aceptada para concluir la investigación. De acuerdo a lo enunciado anteriormente se presenta los resultados de la prueba aplicada, la cual fue la siguiente:

**Tabla 5.** Prueba t de Student

<b>Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales</b>		
	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
<b>Media</b>	2,75	3,60
<b>Varianza</b>	0,36	0,21
<b>Observaciones</b>	35	35
<b>Varianza agrupada</b>	0,29	
<b>Diferencia hipotética de las medias</b>	0	
<b>Grados de libertad</b>	68	
<b>Estadístico t</b>	6,587	
<b>P(T&lt;=t) una cola</b>	3,9E-09	
<b>Valor crítico de t (una cola)</b>	1,668	
<b>P(T&lt;=t) dos colas</b>	7,8E-09	
<b>Valor crítico de t (dos colas)</b>	1,995	

**Fuente: Autor**

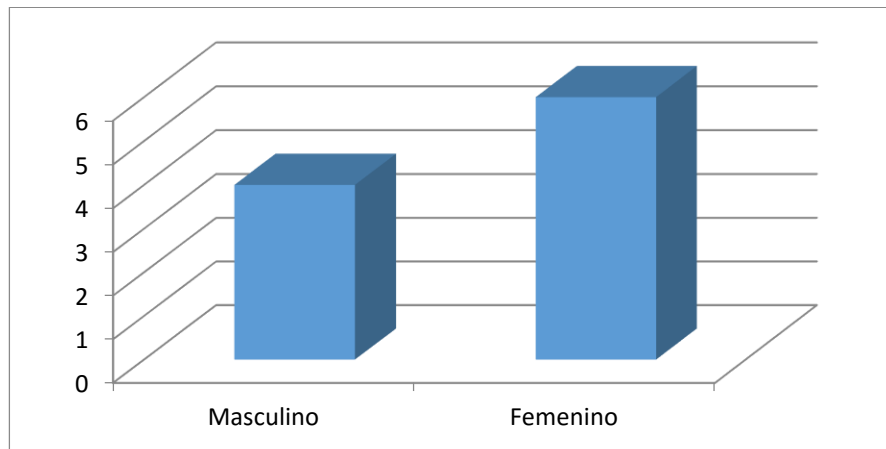
Se aplicó la prueba “t de Student” a las calificaciones de las dos pruebas aplicadas: (la del grupo testigo y la del grupo experimental), validando el grado significancia de la implementación de la metodología del aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las matemáticas de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata, Huila, en el periodo lectivo 2019. De acuerdo, a los resultados se concluye que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa: es decir, que con el empleo de las técnicas del aprendizaje cooperativo se mejora el aprendizaje de las matemáticas del objeto matemático “productos notables” en los estudiantes de octavo (8°) grado de la Institución

Educativa Misael Pastrana Borrero. Esto se debe a que el estadístico  $t = (6,59)$  es mayor al valor absoluto del valor crítico de  $t$  (dos colas)  $(1,99)$ . Se acepta esta prueba con una probabilidad de error de  $7,8E-9$ .

### **Resultados de las encuestas a docentes**

De igual manera para dar confiabilidad al tema de investigación, con el fin de identificar los aspectos favorables y las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema de “Productos Notables” en las instituciones del municipio; se realizó una encuesta (ver anexo 4) a docentes de matemáticas de otras instituciones educativas para tener un concepto del proceso de enseñanza que ellos llevan con sus estudiantes. Se contó con la colaboración de diez (10) docentes de cinco (5) colegios del municipio de La Plata (Huila), dos (2) docentes por cada colegio. Las instituciones participantes fueron: Instituto Técnico Agrícola, Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco, Institución Educativa San Sebastián, Institución Educativa Misael Pastrana Borrero y la Institución Educativa Marillac a los que se les aplicó un instrumento que arrojó los siguientes resultados (ver anexo 8):

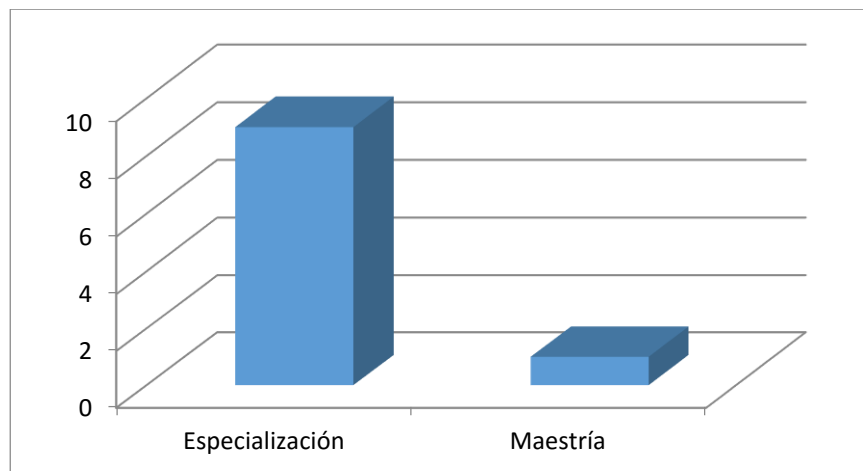
**Figura 18. Género**



**Fuente: Autor**

La figura 18 muestra la representatividad de género de los docentes participantes en la encuesta, en donde se aprecia que seis (6) fueron mujeres y cuatro (4) hombres. Lo cual lleva a la conclusión que el género femenino está más presente en la educación y enseñanza de las matemáticas en el municipio de La Plata (Huila).

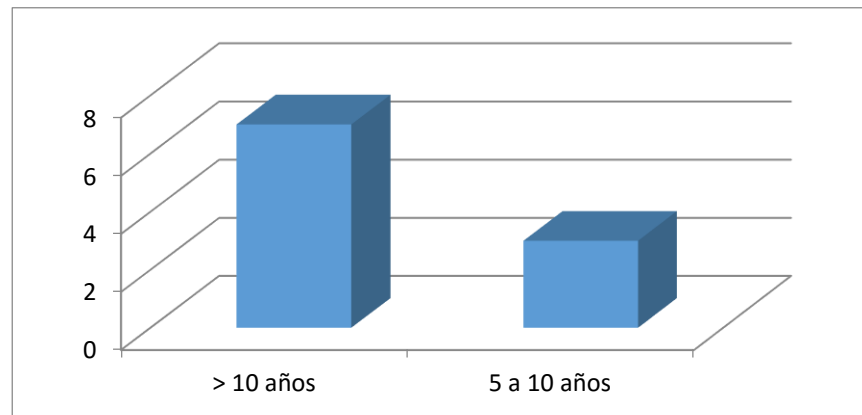
**Figura 19. ¿Cuál es su nivel académico?**



**Fuente: Autor**

En cuanto al nivel de estudio de los docentes encuestados, la figura 19 muestra que nueve (9) cuentan con estudios de postgrado a nivel de especialización correspondiendo al 90% de la población encuestada y tan solo uno (1) cuenta con maestría.

**Figura 20.** ¿Cuántos años tiene de experiencia docente?



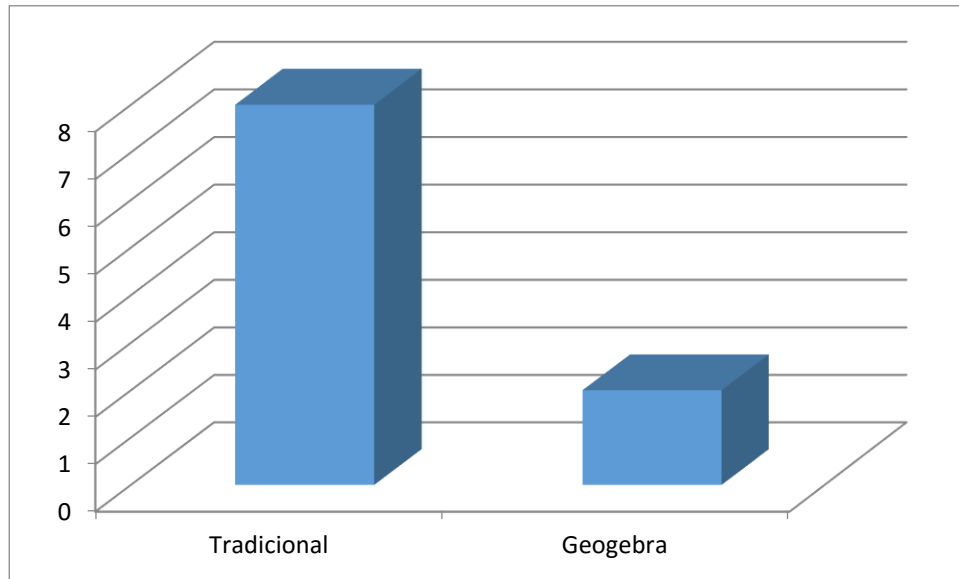
**Fuente: Autor**

La figura 20 muestra que el 70% de los docentes cuenta con más de 10 años de experiencia docente vinculados a orientar aprendizajes en el área de las matemáticas contando con una adecuada experiencia para dicho proceso, el 30% restante se encuentra en un rango de entre 5 y 10 años de experiencia.

Este parámetro permite ver que los docentes encuestados no cuentan con una edad avanzada, que tal vez pueda convertirse en una barrera en cuanto a la necesidad de generar cambios en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Para los docentes de generaciones más recientes pueden tener una mayor aceptación a este proceso de cambio y están más propensos a la actualización y están más estrechamente ligados a las tecnologías recientes que en la actualidad permiten tener un sinnúmero de herramientas para mejorar los procesos de aprendizaje en los estudiantes.



**Figura 21.** ¿Qué materiales didácticos utiliza para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los productos notables?

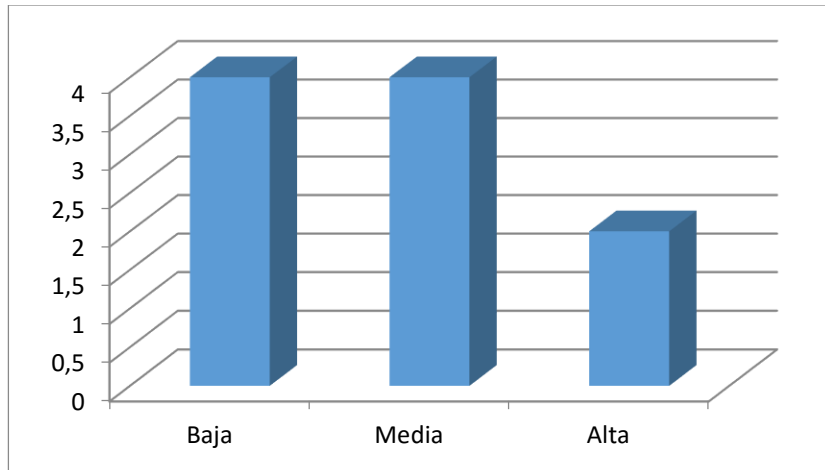


**Fuente: Autor**

En la figura 21 se evidencia que los procesos de enseñanza que llevan a cabo los docentes se enmarcan en una metodología tradicional, el uso del tablero y el desarrollo de ejercicios y la generación de conceptos teóricos. Los resultados muestran que ocho (08) docentes, lo que equivale al 80%, siguen estos mecanismos de enseñanza y sólo el 20% (es decir dos docentes) hacen uso de herramientas tecnológicas como es el GeoGebra.

**Figura 22.** ¿Qué importancia les refiere la enseñanza de los productos notables a los estudiantes de octavo (8°) grado?

En cuanto a la importancia del tema de los productos notables para los docentes; las calificaciones obtenidas según la figura 22.

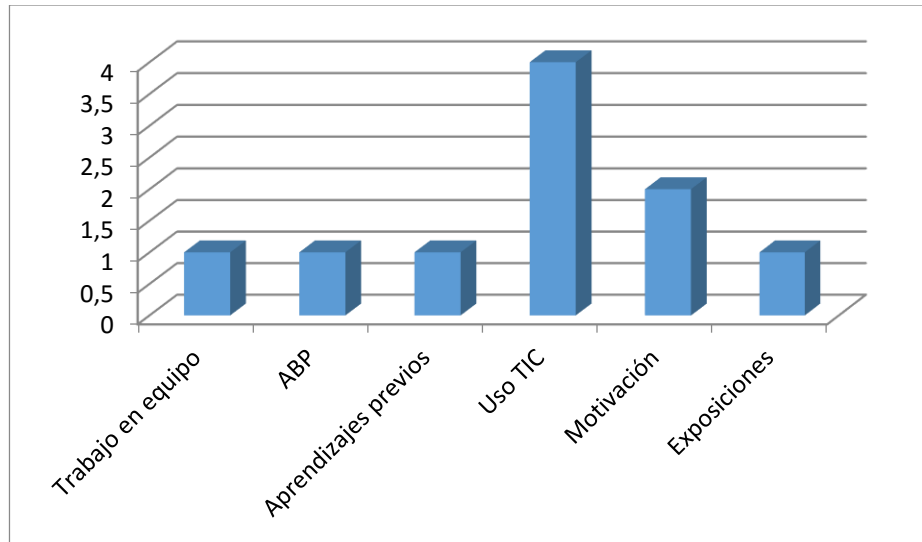


**Fuente: Autor**

Se observa que se le da poca importancia al tema en cuestión, dado que cuatro (4) docentes respondieron que la importancia es baja, igual número de docentes dicen que la importancia es media y tan solo dos (2) le brindan la verdadera importancia al tema que como todos los temas de matemáticas deben contar con una seriedad y precisión en su aprendizaje dado que las matemáticas son una asignatura que se usa de manera cotidiana en el mundo laboral, personal, familiar, etc.

**Figura 23.** ¿Qué propone para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje del tema productos notables en los estudiantes de octavo (8°) grado?

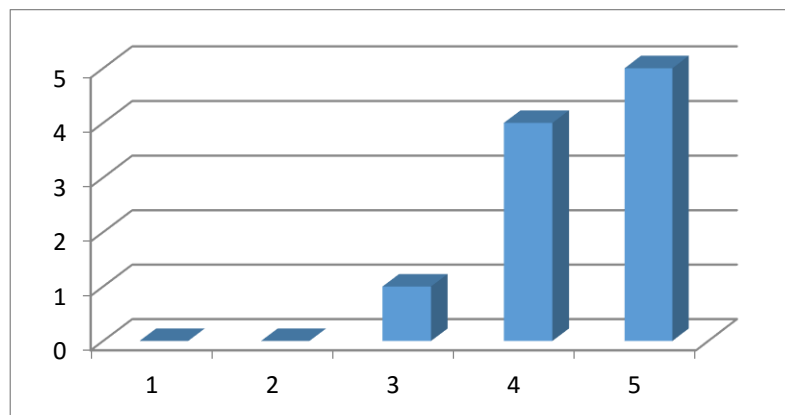
La percepción de los docentes se registra en la figura 23. El resultado se concreta en propuestas desde el trabajo en equipo, el aprendizaje basado en proyectos, el reconocimiento de aprendizajes previos, el uso de las TIC, las exposiciones y la motivación que debe tener el docente para llegar a realizar bien su trabajo.



**Fuente: Autor**

De las mencionadas anteriormente; son el uso de las TIC las mayormente valoradas por el personal docente siendo propuesta por cuatro (4) docentes encuestados, para dos (2) docentes; el mismo educador debe llegar motivado a la clase para brindar un buen proceso de enseñanza y las otras propuestas se dividen en cada docente faltante.

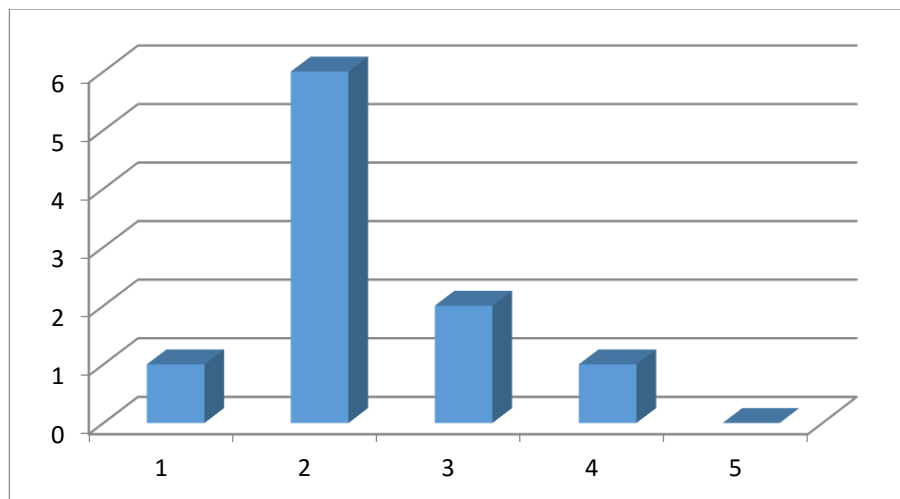
**Figura 24.** En una escala de 1 a 5 ¿Cómo considera que es su dominio conceptual y metodológico al momento de enseñar los productos notables?



**Fuente: Autor**

Según la figura 24, los docentes valoran muy bien su grado de dominio conceptual y metodológico frente al tema de productos notables; dando una calificación de 5 y 4 para la misma cantidad de docentes respectivamente, lo que permite indagar, qué tan receptivos serán para adoptar nuevas metodologías de enseñanza.

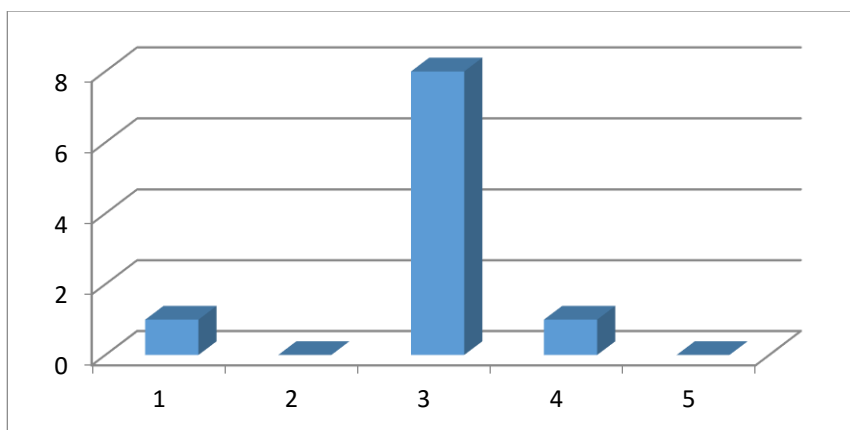
**Figura 25.** En una escala de 1 a 5 ¿Cuál es su opinión sobre los conocimientos previos de los estudiantes que ingresan a cursar el octavo (8°) grado?



**Fuente: Autor**

La figura 25 muestra que el reconocimiento de aprendizajes previos en el estudiantado no es bien valorado entre los docentes encuestados. Seis (6) docentes la dan una calificación de 2 puntos, dos (2) docentes lo valora con una puntuación de 3, para un docente solo vale 1 punto e igualmente para un docente tiene una importancia y lo calificó con 4 puntos.

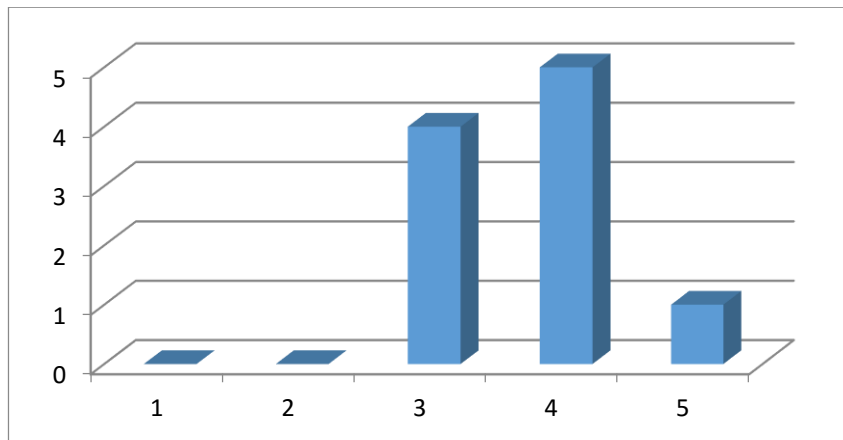
**Figura 26.** En una escala de 1 a 5 ¿Cómo percibe el trabajo colaborativo de los estudiantes en el aula de clase y la capacidad de preparación para abordar los temas del grado?



**Fuente: Autor**

El trabajo colaborativo en clase por parte de los estudiantes tiene una valoración aceptable para la mayoría de los docentes, en donde ocho (08) de ellos le valoró con 3 puntos, uno le dio un punto y finalmente otro docente le calificó con 4 puntos.

**Figura 27.** En una escala de 1 a 5 ¿Qué tanto implementa el trabajo en equipos?



**Fuente: Autor**

Las puntuaciones frente al uso de la didáctica son buenas en general, cinco (5) docentes le puntúan con 4, cuatro (4) docentes lo califican con 3 puntos y los últimos tres (3) docentes le dieron un valor de 5.

## Conclusiones

Con los resultados obtenidos a la hipótesis se concluye que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; es decir, que con el empleo de las técnicas del aprendizaje colaborativo se mejora el aprendizaje de las matemáticas del objeto matemático “productos notables” en los estudiantes de octavo (8°) grado de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero. Esto se debe a que el estadístico  $t(6,59)$  es mayor al valor absoluto del valor crítico de  $t$  (dos colas) (1,99). Se acepta esta prueba con una probabilidad de error de  $7,8E-9$ .

La presente investigación permite concluir que las técnicas del aprendizaje cooperativo implementadas para la enseñanza de la educación secundaria son pertinentes para favorecer la comprensión del objeto matemático productos notables, en los estudiantes de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero del municipio de La Plata - Huila. Esto logró evidenciarse por medio de los resultados estadísticos obtenidos con el grupo experimental frente a la obtenida en el grupo testigo. Además el impacto frente a la implementación de la metodología “Aprendizaje Cooperativo” en la Institución Educativa es bastante significativo, pues se logra crear en los estudiantes un ambiente más atractivo en el aprendizaje de las matemáticas que se ve reflejado en el aumento del rendimiento académico de los estudiantes, por ende se sugiere que en la Institución se implemente esta metodología no sólo en la matemática, sino en todas aquellas áreas en las que los educandos presentan mayores dificultades académicas.

Los estudiantes del grupo experimental presentaron una gran aceptación a la metodología empleada del trabajo colaborativo, estando dispuestos a seguir utilizándola en otros momentos y procesos de enseñanza dentro de la misma asignatura.

La prueba  $t$  Student aplicada a los resultados permite aceptar la hipótesis alternativa rechazando la nula, lo que ratifica la importancia de usar metodologías como el aprendizaje

colaborativo en el aprendizaje de las ciencias básicas dentro de la etapa escolar. Lo anterior permite asegurar que es posible integrar procesos creativos y dinámicos logrando capturar la atención de los estudiantes de hoy día caracterizados por el empoderamiento frente a los trabajos desarrollados de manera individual.

El uso del aprendizaje cooperativo es actualmente una necesidad de acuerdo a las nuevas generaciones de la población humana, pues cuando los estudiantes continúen sus estudios o hagan parte del mercado laboral se requerirá del trabajo en equipo para lograr las metas propuestas, de esta manera el trabajo individualizado es poco productivo, si se compara con los resultados que se pueden obtener si se trabaja en grupo de forma eficiente.

La aplicación de los preconceptos por parte de los estudiantes sigue presentando dificultad a la hora de emplearlos en los temas objeto de estudio, en este caso los productos notables, pues estos se olvidan con facilidad, ejemplo de ello es el manejo de las propiedades de la potenciación, las operaciones básicas entre números enteros, entre números fraccionarios, entre números decimales, el área de figuras planas especialmente de cuadrados y rectángulos, contenidos que son importantes para el desarrollo y aplicación del tema anteriormente mencionado.

Además de ello, se presenta cierta apatía al trabajo en grupo pues los estudiantes que los conforman no son los compañeros con quienes suelen trabajar o tienen mayor comunicación, sin embargo, una vez se adaptan el trabajo en los grupos resulta ser muy eficiente.



## Referencias Bibliográficas

Anguera, M.T. Observación en el aula. Barcelona: Grao. Madrid: Planeta. 2008.

Artz, A. & Newman, C. Cómo usar el aprendizaje cooperativo en clases de matemáticas. Segunda edición. Virginia; USA. 1997.

Camilli, T. & Tuttle, W. Eficacia del aprendizaje cooperativo en comparación con situaciones competitivas o individuales. Madrid: Complutense. 2012.

Colera, J., Gaztelu, I. Matemáticas 4 Educación Secundaria. Anaya: Madrid. 2011

Chamoso, J.M. Análisis de una experiencia de resolución de problemas de matemáticas en secundaria. Revista de educación, 351, 557-570. España. 2010.

Díaz, F. y Hernández. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México, McGraw-Hill. 2012.

Dorado, G. Características del aprendizaje cooperativo en la ESO. 2011.

Evertson, C. Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar. Revista reflexiones pedagógicas N° 16. 2010.

Gavilán, P. Álgebra en secundaria. Trabajo cooperativo en matemáticas. Narcea: Madrid. 2004.

Goikoetxea, E. Aprendizaje cooperativo: Bases teóricas y hallazgos empíricos que explican su eficacia. Material fotocopiado. 2002.

Hoyt, C. Test reliability estimated by analysis of variance. *Psychometrika*, págs. 153 – 160. Revisado en <https://en.m.wikipedia.org>.

Johnson, D., Johnson, R. & Holubec. El aprendizaje cooperativo avanzado. Segunda edición. Edina: Interaction Book Company. 1992.

March, P. Nuevas metodologías docentes. Instituto de Ciencias de la Educación. Bogotá. 2015.



Serrano, J., González, M. & Pons, R. Aprendizaje cooperativo en matemáticas. Primera edición. Murcia. Servicio de publicaciones de la Universidad de Murcia. 2008.

Ortega, A. El aprendizaje cooperativo: Una alternativa a la enseñanza tradicional. 1990.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas- Lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Mayo (2006) (p.49 - 66). Bogotá D.C. MEN

## ANEXOS

### Anexo 1. Encuesta social

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b> MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</p>	<p><b>ENCUESTA SOCIAL A ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA I. E. MISAEEL PASTRANA BORRERO DEL MUNICIPIO DE LA PLATA (HUILA)</b></p> <p><b>FEBRERO DE 2019</b></p>	 <p><b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEEL PASTRANA BORRERO</b></p>
---	--	--

**FECHA:** \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_  
Día Mes Año

**Objetivo:** Recoger opiniones de los estudiantes de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero del Municipio de La Plata (Huila que cursan grado octavo y se disponen a estudiar el tema de Productos Notables) La intención es obtener alguna información personal, familiar y de actitud, referente a sus estudios.

**Fuente:** El Autor de la investigación

Estimado estudiante, el encuestador actualmente cursa la Maestría en Educación en la Universidad Surcolombiana de Neiva y está desarrollando un proyecto de investigación sobre el Aprendizaje Cooperativo como Estrategia Dinamizadora en la Enseñanza de los Productos Notables, que es uno de los temas que se enseña en el grado octavo que cursarán durante el presente año lectivo 2019.

Antes de aplicar la encuesta, se le explicará brevemente el plan para relacionar su participación en el proyecto. En la sección de anexos se enumeran las personas (docentes, estudiantes y otros expertos) que participaron de la investigación. No se usarán citas directas ni se identificará explícitamente a los participantes, como tampoco su opinión o respuestas. La encuesta puede ser diligenciada en aproximadamente 20 minutos.

## DESARROLLO DE LA ENCUESTA

Responda las siguientes preguntas marcando con una equis (X) en la casilla que considere representa mejor su concepción sobre lo que se indaga.

Las preguntas a continuación hacen referencia principalmente a información personal, familiar y de actitud.

1. Nombres y Apellidos \_\_\_\_\_

2. Edad (Años)

13	14	15	16
----	----	----	----

3. Zona de residencia

Rural	Urbana
-------	--------

4. Pertenece a una comunidad indígena

Sí	No
----	----

Si su respuesta es afirmativa, ¿Cuál es el nombre? \_\_\_\_\_

5. ¿Se encuentra repitiendo año escolar?

Sí	No
----	----

6. ¿Tiene algún tipo de dificultades de aprendizaje?

Sí	No
----	----

7. ¿Con quién vive?

Papá	Mamá	Ambos Padres	Familiar	Hogar amigo	Otro
------	------	-----------------	----------	----------------	------

Hogar amigo: Hace referencia a los hogares de paso del bienestar familiar.

8. ¿Cuántos hermanos tiene?

0	1	2	3	4	5
---	---	---	---	---	---

9. Cuando termine el bachillerato, ¿usted pretende continuar con sus estudios superiores (universitarios)?

<b>Seguro que no seguiré estudiando</b>	<b>Posiblemente no seguiré estudiando</b>	<b>Sólo continuaré mis estudios si no logro encontrar trabajo</b>	<b>Es muy posible que continúe mis estudios</b>	<b>Estoy seguro que continuaré mis estudios</b>
---	---	---	---	---

10. ¿Cuál es el nivel de estudios de sus padres?

Padre

<b>Sin estudios o estudios primarios</b>	<b>Secundarios</b>	<b>Técnico</b>	<b>Universitarios</b>	<b>Otros</b>
--	--------------------	----------------	-----------------------	--------------

Si su respuesta es otros, mencione cuál \_\_\_\_\_

Madre

<b>Sin estudios o estudios primarios</b>	<b>Secundarios</b>	<b>Técnico</b>	<b>Universitarios</b>	<b>Otros</b>
--	--------------------	----------------	-----------------------	--------------

Si su respuesta es otros, mencione cuál \_\_\_\_\_

11. ¿Cuánto tiempo cree que puede de prestar atención en clases?

<b>Toda la clase</b>	<b>Hasta 30 minutos</b>	<b>De 10 a 20 minutos</b>	<b>10 minutos o menos</b>
----------------------	-------------------------	---------------------------	---------------------------

**12.** ¿Cuánto tiempo le dedica a estudiar matemáticas diariamente en casa?



<b>Más de 2 horas</b>	<b>2 horas</b>	<b>1 hora</b>	<b>30 minutos</b>	<b>Menos de 30 minutos o nada</b>

**13.** ¿Cuál es su conducta, comportamiento y actitud, frente al estudio y sus deberes escolares?

<b>Excelente</b>	<b>Buena</b>	<b>Regular</b>	<b>Insuficiente</b>

**Muchas Gracias por su participación.**

## Anexo 2. Prueba Pre test

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b> MAESTRIA EN EDUCACION</p>	<p>PRETEST A ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO LA PLATA (HUILA) FEBRERO DE 2019</p>	 <p>INSTITUCION EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</p>
---	---	--

NOMBRES Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

**OBJETIVO:** Identificar los conocimientos previos, de los estudiantes del Grado Octavo de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero de La Plata (Huila) próximos a estudiar el tema “Productos Notables” (Año escolar 2019).

**Fuente:** El Autor de la investigación

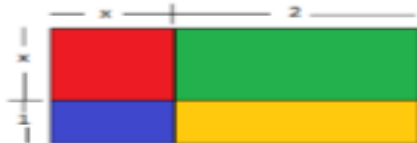
Estimado estudiante, el encuestador actualmente cursa la Maestría en Educación de la Universidad Surcolombiana de Neiva y está desarrollando un proyecto de investigación sobre el Aprendizaje Cooperativo como Estrategia Dinamizadora en la Enseñanza de los Productos Notables, que es uno de los temas principales del Algebra, que estudiará en el grado octavo.

Antes de aplicar esta prueba, que llamaremos Pre Test, se le explica brevemente el plan para relacionar su participación en este proyecto. En la sección de Metodología se va a enumerar las personas (docentes, estudiantes y otros expertos) que participan en la investigación. No se usarán citas directas, como tampoco se identificará explícitamente la opinión de los entrevistados o encuestados. La prueba es de selección múltiple, con única respuesta se estima que dura aproximadamente 40 minutos.

1. La expresión matemática  $(a^2 + b^2)(a + b)$  es igual a:

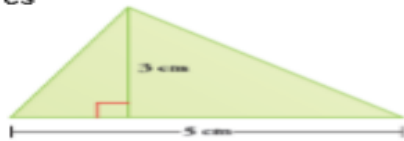
- A.  $a^3 + b^3$
- B.  $a^3 + 2a^2b^2 + b^3$
- C.  $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$
- D.  $a^2 + a^2b + ab^2 + b^2$

2. El área total del rectángulo de la figura se representa correctamente mediante la expresión:



- A.  $x^2 + 3x + 1$
- B.  $x^2 + 2x + 1$
- C.  $x^2 + 2x + 3$
- D.  $x^2 + 3x + 2$

3. El área del triángulo que se muestra es



- A.  $15cm^2$
- B.  $8cm^2$
- C.  $7,5cm^2$
- D.  $5cm^2$

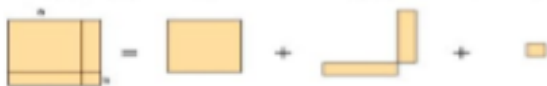
7. Al desarrollar la expresión y luego de simplificarla  $(x + 3)(x - 2)$  resulta:

- A.  $x^2 + x - 6$
- B.  $x^2 - 6x - 5$
- C.  $x^2 + x - 5$
- D.  $x^2 - x + 6$

8. Si  $(a + 3)(a + k) = a^2 + 4a + 3$ , el valor de k es:

- A. -1
- B. 1
- C. 2
- D. 3

9. Indique (o seleccione) a qué producto notable corresponde la siguiente construcción geométrica



- A. el cubo de la suma de dos términos.
- B. productos de la forma  $(x + a)(x + b)$ .
- C. el cuadrado de la suma de dos términos.
- D. producto de la suma por la diferencia de dos términos.

4. El área de la figura que se muestra es



- A.  $81cm^2$
- B.  $9cm^2$
- C.  $18cm^2$
- D.  $36cm^2$

5. El volumen del siguiente paralelepípedo rectangular es:



- A.  $15cm$
- B.  $15cm^2$
- C.  $96cm^3$
- D.  $32cm^2$

6. En cuanto a los productos notables se puede afirmar que:

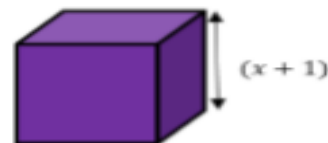
- A. Resultan de generalizar algunos productos algebraicos.
- B. Permiten encontrar un cociente de manera más práctica.
- C. Evitan realizar las divisiones algebraicas.
- D. Ninguna de las anteriores.

- A.  $(a + b)^2$
- B.  $(x + a)(x + b)$
- C.  $(a + b)(a - b)$
- D.  $(a + b)^3$

13. Cuando se factoriza el polinomio  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  se obtiene:

- A.  $(x - 1)^3$
- B.  $(x + 3)^3$
- C.  $(x + 1)^3$
- D.  $(x - 3)^3$

14. La siguiente figura representa un cubo de lado  $(x + 1)$ . La expresión algebraica desarrollada que corresponde a su volumen  $(x + 1)^3$  es:



- A.  $x^3 + 1$
- B.  $x^3 + x^2 + x + 1$
- C.  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
- D.  $3x^3 + x^2 + x + 3$



10. El área de un cuadrado de lado  $3m - 1$  es

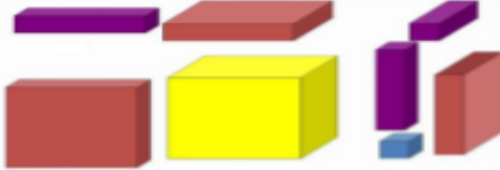


- A.  $9m^2 + 6m + 1$   
B.  $9m^2 + 6m + 1$   
C.  $9m^2 - 6m + 1$   
D.  $6m^2 - 6m - 1$

11. La expresión  $(x + y)^2 - (x - y)^2$  equivale a:

- A.  $4xy$   
B.  $x^2 + y^2$   
C.  $x^2 - y^2$   
D.  $2x^2 + 4xy + 2y^2$

12. Cuando se juntan en una sola pieza los siguientes son los poliedros, forman el producto notable



15. El sexto término del desarrollo binomial mediante el triángulo de Pascal de  $(x + y)^6$  es igual a:

- A.  $6x^5y$   
B.  $15x^4y^2$   
C.  $6xy^5$   
D.  $20x^3y^3$



16. El coeficiente del cuarto término del desarrollo binomial de  $(a + b)^7$  es:

- A. 7  
B. 21  
C. 1  
D. 35

FIN DE LA PRUEBA

¡GRACIAS POR SU PARTICIPACIÓN!

### Anexo 3. Talleres, tema Productos Notables

 <p>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</p> <p>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</p>	<p>CUADRADO DE LA SUMA DE DOS TÉRMINOS FEBRERO DE 2019 LA PLATA (HUILA)</p>	 <p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</p>
---	---	--

ENTRENADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

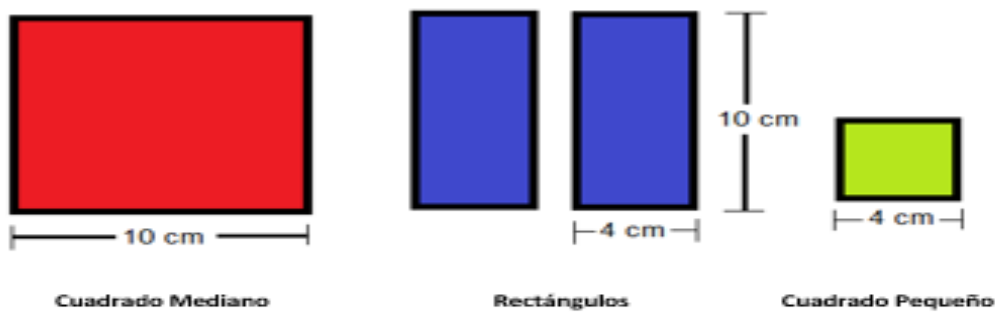
INVESTIGADOR-MENSAJERO \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

COMPENDIADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

NARRADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

Objetivo: Comprender el concepto del Producto Notable: El cuadrado de la suma de dos términos a través de la geometría, la aritmética y el álgebra, trabajando en grupos cooperativos.

Construir en cartón paja, foamy o cartulina de colores diferentes las figuras que componen el cuadrado de dos términos, ellas son:



1. Armar un cuadrado con todas las figuras (Cuadrado Mayor).
2. Si el lado del cuadrado mediano es "a". ¿Cuál es su área?
3. Si la altura del rectángulo es "a" y la base es "b" ¿cuál es su área?
4. ¿Cuál es el área de los dos rectángulos?
5. Si el lado del cuadrado pequeño es "b" ¿Cuál es su área?
6. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el lado del cuadrado mayor?
7. Utilizando la información del inciso 6, hallar el área del cuadrado mayor.
8. Escribir las regularidades que encuentran entre las figuras.
9. Si los lados de las figuras están representados por las expresiones x e y. ¿Cuál es el área del cuadrado mayor?
10. Resolver  $(x + 1)^2$ .

Encontrando las áreas de las figuras geométricas, se puede hallar el área del cuadrado de la suma de dos términos, que es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo.



UNIVERSIDAD  
SURCOLOMBIANA  
MAESTRÍA EN  
EDUCACIÓN

CUADRADO DE LA SUMA  
DE DOS TÉRMINOS  
FEBRERO DE 2019  
LA PLATA (HUILA)



INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA MISAEL  
PASTRANA BORRERO

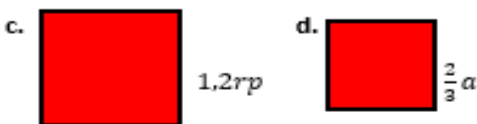
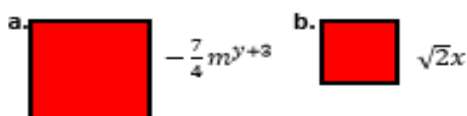
ENTRENADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

INVESTIGADOR-MENSAJERO \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

COMPENDIADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

NARRADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

1. Halle el área de cada uno de los cuadrados:



El cuadrado de la suma de dos cantidades, es igual al cuadrado de la primera cantidad más el doble producto las cantidades, más el cuadrado de la segunda cantidad. En símbolos:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2. Desarrolle cada uno de los cuadrados siguientes:

a.  $(5xy + 3x^2)^2$

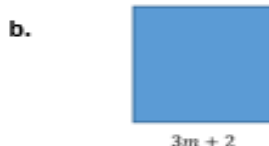
b.  $(4m^2 + 7)^2$

c.  $\left(\frac{2}{5}a + 10\right)^2$

d.  $\left(\frac{3}{4}a + \frac{7}{5}b\right)^2$

3. La fórmula para hallar el área de un cuadrado de lado L es  $A = L^2$ , por ejemplo, el área del cuadrado de lado  $x + 4$  es  $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$ . El área de un triángulo rectángulo isósceles equivale a la mitad del área del cuadrado que lo contiene, es decir:  $A = \frac{L \times L}{2} = \frac{L^2}{2}$ .

Halle el área de las siguientes figuras.



4. Escribir verdadero (V) o falso (F). En caso de que sea falsa, haga la corrección necesaria.



a.  $(3a^n + 7a^{n+2})^2 = 9a^{2n} + 42a^{n+2} + 49a^{2n+4}$

b.  $\left(\frac{1}{2} + p^{3n+4}\right)^2 = \frac{1}{4} + p^{3n+4} + p^{6n+8}$

c.  $(3m^{a+1} + 2)^2 = 9m^{2a+2} + 12m^{a+1} + 4$

d.  $(5p^x + 2q^2)^2 = 25p^{2x} + 20p^xq^2 + 4q^4$

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

 <b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b>  <b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</b>	<b>CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS TÉRMINOS MARZO DE 2019 LA PLATA (HUILA)</b>	  <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</b>
---	---	---

ENTRENADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

INVESTIGADOR-MENSAJERO \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

COMPENDIADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

NARRADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

El cuadrado de la diferencia de dos términos, es igual al cuadrado del primero menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

1. Desarrolle los siguientes cuadrados:

a.  $(7x - 8)^2$

b.  $\left(\frac{5}{4}m - 2n\right)^2$

c.  $(a^m b^y - 6)^2$

d.  $\left(\frac{4}{7}a - \frac{7}{4}b\right)^2$

2. ¿Se puede afirmar que  $\left(\frac{1}{2}x^2y - \frac{2}{3}m\right)^2$  es igual a  $\left(\frac{1}{2}x^2y\right)^2 - \left(\frac{2}{3}m\right)^2$ ? ¿Por qué?

3. Escriba el término que falta para completar la igualdad.

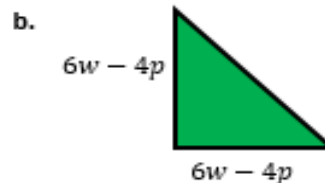
a.  $(3 - b)^2 = 9 + b^2 - [ \quad ]$

b.  $(4n - m)^2 = [ \quad ] + 16n^2 + m^2$

c.  $(3p - [ \quad ])^2 = 9p^2 - 12pq + 4q^2$

d.  $([ \quad ] - 5)^2 = 64m^6 - 80m^3 + 25$



4. Calcule el área de las siguientes figuras.



5. Complete la tabla.

Primer Término	Segundo Término	Cuadrado de la diferencia de los dos términos
$3a^m$	$2a^{m+1}$	
$9m^2$	$5n^x$	
$3z^{2+y}$	$5z^{3+y}$	
$3w^{a+1}$	$5p^3$	

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

 <b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b>  <b>MAESTRIA EN EDUCACION</b>	<b>CASO ESPECIAL CUADRADO DE UN TRINOMIO</b>  <b>MARZO DE 2019 LA PLATA (HUILA)</b>	 <b>INSTITUCION EDUCATIVA MISAEEL PASTRANA BORRERO</b>
---	---	--

**NOMBRES:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**COD:** \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

**FECHA:** \_\_\_\_\_

El desarrollo del cuadrado de un trinomio tiene una expresión característica, por lo cual constituye un producto notable. Por lo tanto:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

1. Desarrolle los siguientes cuadrados:

a.  $[(2a - 3) + b]^2$

b.  $(3m + 2n + p)^2$

c.  $(8a - 2b + 3c)^2$



d.  $(4p - 2q + 6)^2$

2. Realice las siguientes operaciones entre polinomios

a.  $(4a^2 - 5b + 3)^2 + (3a^2 - 2b)^2$

b.  $(3a^{x+b} + 4a^{x+1} - 2a^{x+2})^2$

*Profesor José Ricardo Ramírez P.*

 <b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b>  <b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</b>	<b>PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE DOS EXPRESIONES MARZO DE 2019 LA PLATA (HUILA)</b>	  <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</b>
---	--	---

ENTRENADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

INVESTIGADOR-MENSAJERO \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

COMPENDIADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

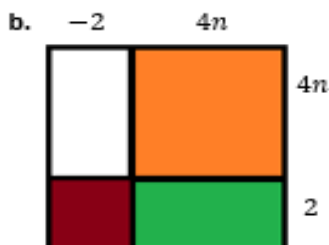
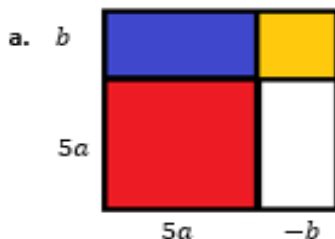
NARRADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

El producto de la suma de dos cantidades,  $a + b$ , por la diferencia de las mismas cantidades,  $a - b$ , constituye otro producto notable:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades es igual a la diferencia de sus cuadrados.

1. Calcule los siguientes productos



2. Escriba dos términos tales que, al multiplicar su suma por su diferencia, se obtenga el polinomio indicado en la tabla

Primer Término	Segundo Término	Suma por la diferencia de los dos términos
		$9t^2 - n^2$
		$16a^2 - 4$
		$\frac{1}{4} - z^2$

3. Realice los productos indicados

a.  $\left(\frac{1}{5}xyz^3 - \frac{2}{7}\right)\left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5}xyz^3\right)$

b.  $\left(\frac{2}{3}m^2 - n^2\right)\left(\frac{2}{3}m^2 + n^2\right)$

4. Calcule los siguientes productos

a.  $\left(\frac{1}{4}m^{a+2} + 3\right)\left(\frac{1}{4}m^{a+2} - 3\right)$



b.  $\left(\frac{3}{7}p^{2q+1} + 5\right)\left(\frac{3}{7}p^{2q+1} - 5\right)$

5. Halle el resultado de los productos entre binomios

a.  $[(a + b) - 5][(a + b) + 5]$

b.  $[(5n + 2) + m][(5n + 2) - m]$

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

 <b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b>  <b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</b>	<b>PRODUCTO DE EXPRESIONES DE LA FORMA <math>(x + a)(x + b)</math> MARZO DE 2019 LA PLATA (HUILA)</b>	  <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</b>
---	---	---

ENTRENADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

INVESTIGADOR-MENSAJERO \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

COMPENDIADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

NARRADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

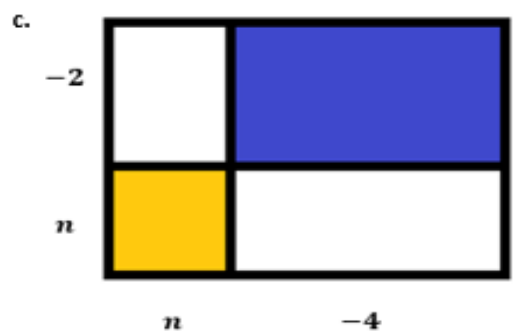
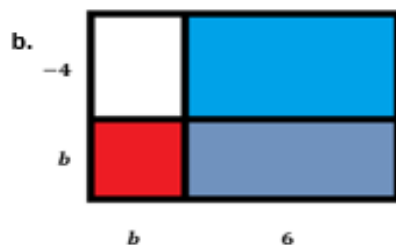
El producto  $(x + a)(x + b)$  es un polinomio de la forma  $x^2 + Sx + P$  donde  $S$  es la suma algebraica de  $a$  y  $b$  y  $P$  es el producto algebraico de  $a$  por  $b$ .

$$x^2 + bx + ax + ab = x^2 + (a + b)x + ab$$

Si llamamos  $S = a + b$  y  $P = ab$ , podemos escribir:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + Sx + P$$

1. Encuentre el área de los siguientes rectángulos y resuelva los siguientes productos



d.  $(n^{x+1} - 4)(n^{x+1} + 6)$

e.  $(w^{3p} + 5)(w^{3p} - 4)$

2. Escriba V si la expresión es verdadera o F si es falsa. Justificar la respuesta (desarrollar el ejercicio)

a.  $(x - 4)(x - 2) = x^2 - 8x - 2$

b.  $\frac{(x+7)(x+5)}{2} = \frac{x^2+12x+35}{2}$

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

 <p>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</p> <p>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</p>	<p><b>CUBO DE DOS TÉRMINOS MARZO DE 2019 LA PLATA (HUILA)</b></p>	 <p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</p>
---	---	--

ENTRENADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

INVESTIGADOR-MENSAJERO \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

COMPENDIADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

NARRADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

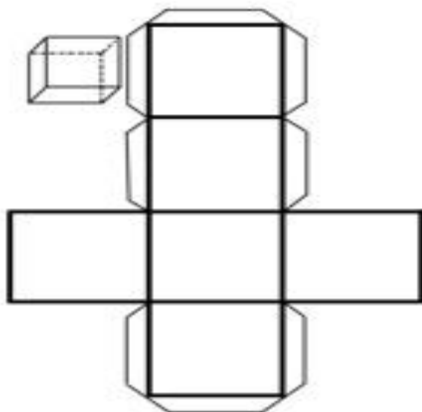
**Objetivo:** Comprender el concepto del Producto Notable: El cubo de la suma de dos términos a través de la geometría, la aritmética y el álgebra, trabajando en grupos cooperativos.

Un **cubo** es un poliedro de seis caras cuadradas. Por lo tanto, un **cubo** también es un hexaedro ya que tiene seis caras.

¿Cómo construir un cubo de cartulina?

**Pasos a seguir:**

1. Copiar esta plantilla del cubo en un papel, cartulina o cartón (10 cm de lado).



2. Recorten la plantilla del cubo con unas tijeras.



3. Doblen por todas las líneas de la plantilla. Montar el cubo antes de ponerle pegamento para tener claro dónde va cada pestaña.



4. Pongan pegamento en una de las pestañas y péguenla en el lugar correspondiente. Presiónenla con los dedos para que quede bien pegada. Hagan lo mismo con las otras.

*Profesor José Ricardo Ramírez P.*





5. ¡Ya tendrán hecho el cubo!



Tomado de <https://artes.uncomo.com/articulo/como-hacer-un-cubo-de-cartulina-10887.html>

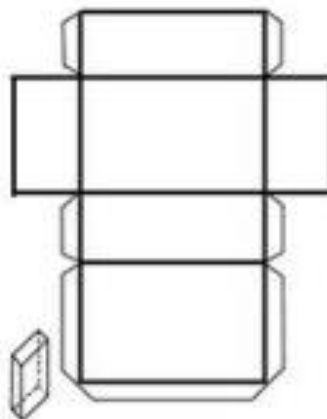
Un **prisma** es un poliedro formado por dos caras iguales y paralelas llamadas bases y de diferentes caras laterales que son paralelogramos. Dependiendo de la base del **prisma**, este tendrá mayor o menor número de caras.

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

¿Cómo construir un prisma con base rectangular?

Pasos a seguir:

1. Copiar esta plantilla del prisma con base rectangular en un papel, cartulina o cartón.



2. Recorten la plantilla del prisma con unas tijeras.



3. Doblen por todas las líneas de la plantilla. Montar el **prisma** antes de ponerle pegamento para tener claro dónde va cada pestaña.



4. Pongan pegamento en una de las pestañas y péguenla en el lugar correspondiente. Presiónenla con los dedos para que quede bien pegada. Hagan lo mismo con las otras.



5. Ya tendrán hecho su prisma con base rectangular.



Repetir este proceso 3 veces.

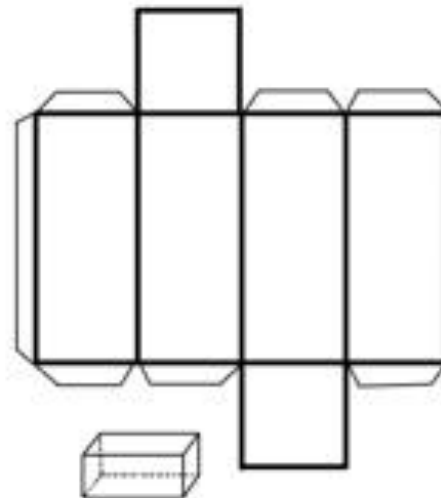
*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

Tomado de <https://artes.uncomo.com/articulo/como-hacer-un-prisma-con-base-rectangular-10883.html>

¿Cómo construir un prisma con base cuadrada?

Pasos a seguir:

1. Copien esta plantilla del prisma con base cuadrada en un papel, cartulina o cartón.



2. Recorten la plantilla del prisma con unas tijeras.
3. Doblen por todas las líneas de la plantilla. Montar el prisma antes de ponerle pegamento para tener claro dónde va cada pestaña.
4. Pongan pegamento en una de las pestañas y péguenla en el lugar correspondiente. Presiónenla con los

dedos para que quede bien pegada.  
Hagan lo mismo con las otras.

6. Ya tendrán hecho su prisma con base cuadrada.

Repetir este proceso 3 veces.

- Repetir los pasos para construir un cubo, con medidas más pequeñas, el lado debe ser equivalente al lado de la base del prisma con cara cuadrada.





Se deben obtener estas 8 figuras geométricas.

1. Armar un cubo con todas las figuras (Cubo Mayor).
2. Si el lado del cubo mediano es "a". ¿Cuál es su volumen?
3. Si la altura del prisma rectangular es "a" y la base es "b" ¿cuál es su volumen?
4. ¿Cuál es el área de los 3 prismas rectangulares?
5. Si el lado del cubo pequeño es "b" ¿Cuál es su volumen?
6. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el lado del cubo mayor?

7. Utilizando la información del punto 6, hallar el volumen del cubo mayor.
8. Escribir las regularidades que encuentran entre las figuras.
9. Si los lados de las figuras están representados por las expresiones "m" y "n". ¿Cuál es el área del cubo mayor?
10. Resolver  $(m + 1)^3$ .

Encontrando los volúmenes de las figuras geométricas, se puede hallar el volumen del cubo de dos términos, que es igual al cubo del primer término, más el triple producto del cuadrado primer término por el segundo, más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo término.

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

 <b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b>  <b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</b>	<b>CUBO DE DOS TÉRMINOS MARZO DE 2019 LA PLATA (HUILA)</b>	 <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</b>
---	--	---

ENTRENADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

INVESTIGADOR-MENSAJERO \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

COMPENDIADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

NARRADOR \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

1. Halle el cubo de cada uno de los términos de la tabla.

Término	Cubo del término
$3a^4$	
$\frac{1}{4}m^2n$	
$6y^3x$	
$\frac{2}{3}z^6$	
$2m^{y+3}$	

El cubo de la suma o diferencia de dos términos es igual al cubo del primero más (menos) tres veces el cuadrado del primero por el segundo, más tres veces el primero por el cuadrado del segundo, más (menos) el cubo del segundo.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

2. Escriba el término que falta en cada expresión.

a.  $(b^4 - 2a)^3 = b^{12} - 6b^8a - 8a^2 + [ \quad ]$

b.  $(2x^3 - 2y)^3 = 8x^9 + 24x^3y^2 - 8y^3 + [ \quad ]$

3. Desarrolle los siguientes cubos binomios

a.  $(p + q)^3$

b.  $(3w - 2q)^3$

c.  $(2x + 4y)^3$

d.  $(2a - 3ab^2)^3$

4. Desarrolle los siguientes cubos.

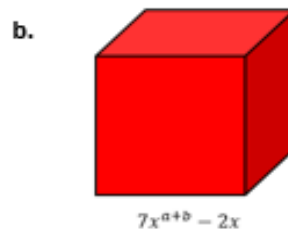
a.  $(\frac{1}{4}x^{4+b} - \frac{3}{5}y)^3$

b.  $(3ab^{a+1} - 4)^3$

c.  $(3a^{4+x} - 2b^{3+y})^3$

d.  $(\frac{5}{4}a^m + 3b^{n+2})^3$

5. Halle el volumen de cada uno de los cubos.



*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

### Anexo 3. Evaluaciones, tema Productos Notables

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b> MAESTRIA EN EDUCACION</p>	<p>EVALUACION CUADRADO DE LA SUMA DE DOS TERMINOS</p> <p>FEBRERO DE 2019</p> <p>LA PLATA (HUILA)</p>	 <p>INSTITUCION EDUCATIVA MISAEEL PASTRANA BORRERO</p>
---	--	---

NOMBRES Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

1. EL PRIMER término del desarrollo de  $(x + 3)^2$  es:

- A.  $2x$
- B.  $x^2$
- C.  $2x^2$
- D.  $6x$

2. Al desarrollar un CUADRADO DE UN BINOMIO se obtiene:

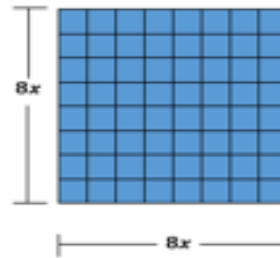
- A. Un monomio
- B. Un trinomio
- C. Un binomio
- D. Un polinomio de cuatro términos

3. La mejor definición de "PRODUCTO NOTABLE" es:

- A. Un producto que se nota mucho
- B. Una multiplicación que tiene  $x^2$
- C. Cuando se multiplican dos binomios
- D. Una multiplicación que cumple ciertas características y que se puede calcular mediante una regla

Responde las preguntas 4 y 5 de acuerdo con la siguiente información

Se tiene un tablero de ajedrez, donde cada cuadrado tiene lado  $x$ , como se muestra en la figura.



4. Halle una expresión algebraica, que permita calcular el área del tablero.

- A.  $10x^2 + 30x + 6x^2$
- B.  $64x^2$
- C.  $46x^5$
- D.  $25x^2 + 30x + 9x^2$

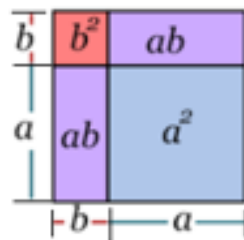
5. Si  $x = 3 \text{ cm}$ , entonces el tablero tiene un área de

- A.  $x = 234 \text{ cm}^2$
- B.  $x = 576 \text{ cm}^2$
- C.  $x = 11178 \text{ cm}^2$
- D.  $x = 396 \text{ cm}^2$

6. En la siguiente figura se muestra un terreno cuadrado que se quiere distribuir en cuatro lotes como se muestra en la figura. Averigua cuál es el área de todo el terreno si

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

$$a = \frac{1}{2}x \quad y \quad b = \frac{2}{3}y$$



- A.  $\frac{2}{4}x^2 + \frac{4}{6}xy + \frac{4}{6}y^2$
- B.  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{4}{9}y^2$
- C.  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{6}xy + \frac{4}{6}y^2$
- D.  $\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}xy + \frac{4}{9}y$

7. Encuentre el término que falta en la solución del siguiente producto notable

$$(x^a + x^b)^2 = x^{2a} + x^{2b}$$

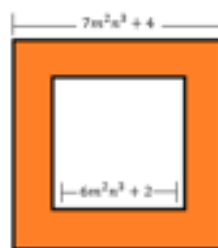
- A.  $2x^{a+b}$
- B.  $x^a x^b$
- C.  $x^{2a} x^{2b}$
- D.  $2x^a x^b$
8. Encuentra el **ERROR** en la siguiente expresión

$$(3a^n + 7a^{n+2})^2 = 9a^{2n} + 42a^{n+2} + 49a^{2n+4}$$

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

- A. El exponente de la variable  $a$  en el primer término no es  $2n$ , es  $n^2$
- B. El exponente de la variable  $a$  en el segundo término no es  $n + 2$  es  $2n + 2$
- C. El coeficiente del tercer término no es 49, es 14
- D. El coeficiente del primer término no es 9, es 6

Resuelva los ejercicios 9 y 10 de acuerdo con la siguiente información





9. Halle el área del cuadrado menor

- A.  $12m^4n^6 + 12m^2n^3 + 4$
- B.  $36m^4n^6 + 24m^2n^3 + 4$
- C.  $36m^4n^9 + 12m^2n^3 + 4$
- D.  $36m^4n^9 + 24mn + 4$

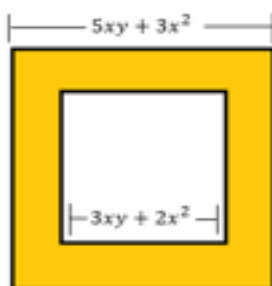
10. Halle el área de la parte sombreada

- A.  $13m^4n^6 + 32m^2n^3 + 12$
- B.  $49m^4n^6 + 56m^2n^3 + 16$
- C.  $36m^4n^6 + 24m^2n^3 + 4$
- D.  $-36m^4n^6 - 24m^2n^3 - 4$

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b> MAESTRIA EN EDUCACION</p>	<p>EVALUACION CUADRADO DE LA SUMA DE DOS TERMINOS</p> <p>FEBRERO DE 2019</p> <p>LA PLATA (HUILA)</p>	 <p>INSTITUCION EDUCATIVA MISAEEL PASTRANA BORRERO</p>
---	--	---

NOMBRES Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

Resuelva los ejercicios 1 y 2 de acuerdo con la siguiente información



1. Si el lado de cada cuadrado es el que se muestra en la figura, halle el área del cuadrado Mayor

- A.  $10x^2y^2 + 15x^3y + 6x^4$
- B.  $10x^2y^2 + 30x^3y + 6x^4$
- C.  $25x^2y^2 + 30x^3y + 9x^4$
- D.  $25xy + 30x^3y + 9x^2$

2. Halle el área de la parte sombreada

- A.  $9x^2y^2 + 12x^3y + 4x^4$
- B.  $25x^2y^2 + 30x^3y + 4x^4$
- C.  $-9x^2y^2 - 12x^3y - 4x^4$
- D.  $16x^2y^2 + 18x^3y + 5x^4$

3. Encuentra el ERROR en la siguiente expresión

$$(5p^x + 2q^2)^2 = 25p^{2x} + 10p^xq^2 + 4q^4$$

- A. El coeficiente del primer término no es 25, es 10
- B. El exponente de la variable p en el segundo término no es x, es 2
- C. El exponente de la variable q en el tercer término no es 4, es 2
- D. El coeficiente del segundo término no es 10, es 20

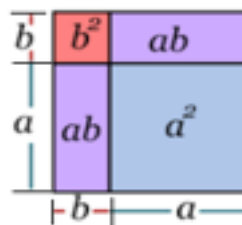
4. Encuentra el término que falta en la solución del siguiente producto notable

$$(3m^{a+1} + 2)^2 = 12m^{a+1} + 4$$

- A.  $9m^{2a+2}$
- B.  $6m^{2a+2}$
- C.  $6m^{2a+1}$
- D.  $9m^{2a}$

5. En la siguiente figura se muestra un terreno cuadrado donde se piensa construir una vivienda, las divisiones están dadas como se muestra, averigua cuál es el área de todo el terreno si

$$a = \frac{2}{5}a \quad \text{y} \quad b = 10$$



Profesor. José Ricardo Ramírez P.

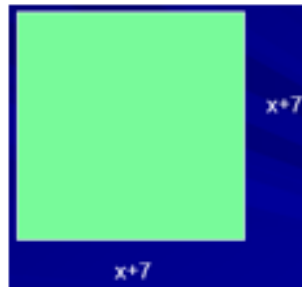
A.  $\frac{2}{5}a^2 + 4a + 20$

B.  $\frac{4}{25}a^2 + 8a + 100$

C.  $\frac{4}{25}a^2 + 8a + 20$

D.  $\frac{2}{5}a^2 + 4a + 100$

6. Halla el área de la siguiente figura si las medidas de sus lados son las expresiones que allí se muestran



A.  $x^2 + 49$

B.  $x^2 + 7x + 49$

C.  $x^2 + 14x + 49$

D.  $x^2 + 14x + 14$

7. La siguiente es la construcción geométrica para el producto notable



*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

- A. el cubo de la suma de dos términos.  
B. productos de la forma  $(x + a)(x + b)$ .  
C. el cuadrado de la suma de dos términos.  
D. producto de la suma por la diferencia de dos términos.

8. La mejor definición de "PRODUCTO NOTABLE" es:

- A. Un producto que se nota mucho  
B. Una multiplicación que tiene  $x^2$   
C. Cuando se multiplican dos binomios  
D. Una multiplicación que cumple ciertas características y que se puede calcular mediante una regla


9. Al desarrollar un CUADRADO DE UN BINOMIO se obtiene:

- A. Un monomio  
B. Un trinomio  
C. Un binomio  
D. Un polinomio de cuatro términos

10. EL PRIMER término del desarrollo de  $(x + 3)^2$  es:

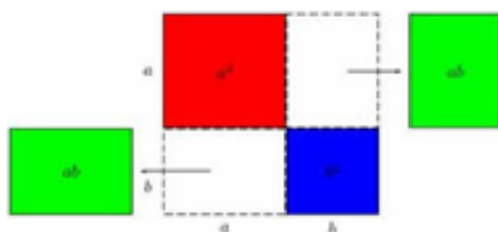
- A.  $2x$   
B.  $x^2$   
C.  $2x^2$   
D.  $6x$



 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b></p> <p>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</p>	<p>EVALUACIÓN CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS TÉRMINOS</p> <p>MARZO DE 2019</p> <p>LA PLATA (HUILA)</p>	 <p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEEL PASTRANA BORRERO</p>
--	--	---

NOMBRES Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

1. La expresión algebraica que mejor representa el área de la siguiente figura es:



- A.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 B.  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 C.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 D.  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

2. Hallar el área del cuadrado.



- A.  $6m^2 + 12m + 4$   
 B.  $6m^2 - 12m + 4$   
 C.  $9m^2 - 12m + 4$   
 D.  $9m^2 - 12m - 4$

3.  $(3a^3b^2)(4a^2b^3)$  es igual a

- A.  $12a^6b^6$   
 B.  $12a^5b^5$   
 C.  $7a^6b^6$   
 D.  $7a^5b^5$

4.  $(x + y)^2 - (x - y)^2$  es igual a:

- A.  $4xy$   
 B.  $x^2 + y^2$   
 C.  $x^2 - y^2$   
 D.  $2x^2 + 4xy + 2y^2$

5.  $(x - 1)^2 - 1$  es igual a:

- A.  $x^2$   
 B.  $x^2 - x$   
 C.  $x^2 - 2x$   
 D.  $x^2 - 2$

6. El área de un cuadrado de lado  $3m - 1$  es

- A.  $9m^2 + 6m + 1$   
 B.  $9m^2 + 6m - 1$   
 C.  $9m^2 - 6m + 1$   
 D.  $6m^2 - 6m - 1$

7. ¿Se puede afirmar que  $(\frac{1}{2}x^2y - \frac{2}{3}m)^2$  es igual a  $(\frac{1}{2}x^2y)^2 - (\frac{2}{3}m)^2$ ? ¿Por qué?

- A. Sí, porque el desarrollo binomial del cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer término, menos el cuadrado del segundo.  
 B. No, porque el desarrollo binomial del cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

término, más el doble producto del primero por el segundo, menos el cuadrado del segundo.

- C. Sí, porque el desarrollo binomial del cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer término, más el cuadrado del segundo.
- D. No, porque el desarrollo binomial del cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer término, menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

Calcular los siguientes productos

8.  $(x^{2y+3} - 6x^{y-1})^2$

- A.  $2x^{4y+6} - 12x^{3y+2} + 36x^{2y-2}$
- B.  $x^{4y+6} - 12x^{3y+2} + 36x^{2y-2}$
- C.  $2x^{4y+9} - 12x^{3y-2} + 36x^{2y-1}$
- D.  $x^{4y+6} - 6x^{3y+2} + 12x^{2y-1}$



9.  $(3m^4n^5 - 3m^2n^4)^2$

- A.  $6m^8n^{10} - 18m^6n^9 + 6m^4n^8$
- B.  $9m^{16}n^{25} - 18m^6n^9 + 9m^4n^{16}$
- C.  $9m^8n^{10} - 18m^6n^9 + 9m^4n^8$
- D.  $9m^8n^{10} + 18m^6n^9 - 9m^4n^8$

10.  $\left(\frac{n}{4} - \frac{3}{5}\right)^2$

- A.  $\frac{2n}{16} - \frac{3}{10}n + \frac{9}{25}$
- B.  $\frac{n^2}{8} - \frac{3}{10}n + \frac{6}{10}$
- C.  $\frac{2n}{16} - \frac{3}{20}n + \frac{9}{25}$
- D.  $\frac{n^2}{16} - \frac{3}{10}n + \frac{9}{25}$

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b> MAESTRIA EN EDUCACION</p>	<p>EVALUACION CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS TERMINOS</p> <p>MARZO DE 2019</p> <p>LA PLATA (HUILA)</p>	 <p>INSTITUCION EDUCATIVA MISAEEL PASTRANA BORRERO</p>
---	--	---

NOMBRES Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

1. Completar el término que falta en el desarrollo del siguiente producto notable.

$$([\quad] - 5)^2 = 64m^6 - 80m^3 + 25$$

- A.  $32m^2$   
B.  $16m^3$   
C.  $8m^3$   
D.  $4m^2$

2. En el siguiente producto notable corregir el error o los errores.

$$(x - 11)^2 = x^3 + 22x - 121$$

- A.  $x^3 - 22x + 121$   
B.  $x^3 - 121x + 22$   
C.  $x^2 - 22x - 121$   
D.  $x^2 - 22x + 121$

3. Aplica el producto notable estudiado y reduce términos semejantes.

$$6x + 1 - (2x - 4)^2$$

- A.  $4x^2 - 10x + 17$   
B.  $-4x^2 + 22x - 15$   
C.  $4x^2 - 22x + 15$   
D.  $-4x^2 - 10x + 17$

4. Hallar el área del cuadrado.

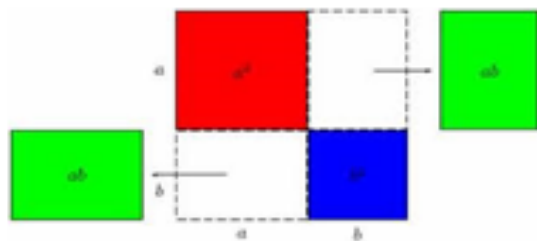


$$5m - 4m$$

Profesor. José Ricardo Ramírez P.

- A.  $25m^2n^2 + 40m^2n - 16m^2$   
B.  $25m^2n - 40mn + 16m^2$   
C.  $10m^2n^2 - 40m^2n + 8m^2$   
D.  $25m^2n^2 - 40m^2n + 16m^2$

5. La expresión algebraica que mejor representa el área de la siguiente figura es:



- A.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
B.  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
C.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
D.  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

6.  $(7a^3b^2)(9a^2b^3)$  es igual a

- A.  $63a^6b^6$   
B.  $63a^5b^5$   
C.  $7a^6b^6$   
D.  $7a^5b^5$

7. Reducir  $(x + 2y)^2 - (x - 2y)^2 - 4xy$  es igual a:

- A.  $-4xy$   
B.  $4xy$   
C.  $-6xy$   
D.  $-2xy$

8.  $(x - 2)^2 - 2$  es igual a:

- A.  $x^2 - 4x + 4$
- B.  $x^2 - 4x + 2$
- C.  $x^2 - 2x + 2$
- D.  $x^2 - 2x + 4$

9. El área de un cuadrado de lado  $3m-1$  es

- A.  $9m^2 + 6m + 1$
- B.  $9m^2 + 6m - 1$
- C.  $9m^2 - 6m + 1$
- D.  $6m^2 - 6m - 1$

10. ¿Se puede afirmar que  $\left(\frac{1}{2}x^2y - \frac{2}{3}m\right)^2$  es

igual a  $\left(\frac{1}{2}x^2y\right)^2 - \left(\frac{2}{3}m\right)^2$ ? ¿Por qué?

- A. No, porque el desarrollo binomial del cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer término, menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.
- B. Sí, porque el desarrollo binomial del cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer término, menos el cuadrado del segundo.
- C. No, porque el desarrollo binomial del cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primero por el segundo, menos el cuadrado del segundo.

D. Sí, porque el desarrollo binomial del cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer término, más el cuadrado del segundo.

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

 <b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b> <b>MAESTRIA EN EDUCACION</b>	<b>EVALUACION CUADRADO DE UN TRINOMIO</b>  <b>MARZO DE 2019</b>  <b>LA PLATA (HUILA)</b>	 <b>INSTITUCION EDUCATIVA MISAEI PASTRANA BORRERO</b>
---	--	---

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_  
**COD:** \_\_\_\_\_  
**FECHA:** \_\_\_\_\_

 <b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b> <b>MAESTRIA EN EDUCACION</b>	<b>EVALUACION CUADRADO DE UN TRINOMIO</b>  <b>MARZO DE 2019</b>  <b>LA PLATA (HUILA)</b>	 <b>INSTITUCION EDUCATIVA MISAEI PASTRANA BORRERO</b>
--	--	---

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_  
**COD:** \_\_\_\_\_  
**FECHA:** \_\_\_\_\_

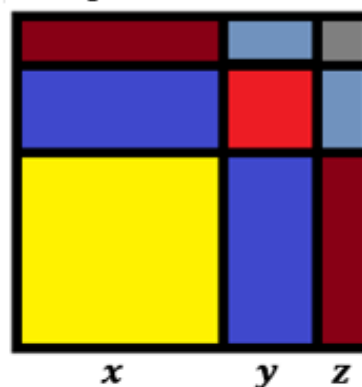
1. Halle el área del cuadrado mayor, sabiendo que su lado es el que aparece en la figura.



2. Resuelve los siguientes productos notables



- a.  $(x^2 - x + 1)^2$   
b.  $(x + 3y + 4)^2$   
c.  $(2x + 3y + z^2)^2$   
d.  $(x^2 + 3x - 5)^2$

1. Halle el área del cuadrado mayor, sabiendo que su lado es el que aparece en la figura.



2. Resuelve los siguientes productos notables

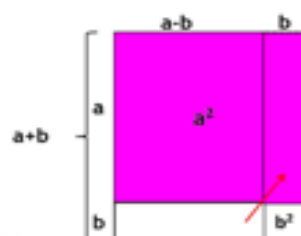
- a.  $4(m - n + mn)^2$   
b.  $(4x^2 - 5y + 3)^2$   
c.  $(2x + 3y + z^2)^2$   
d.  $(2a^2 + 3b^2 + 3xy)^2$

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b></p> <p><b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</b></p>	<p><b>EVALUACIÓN PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE DOS EXPRESIONES</b></p> <p><b>FEBRERO DE 2019</b></p> <p><b>LA PLATA (HUILA)</b></p>	 <p><b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</b></p>
---	--	---

NOMBRES Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

1. La expresión  $[(x - y) - 1][(x - y) + 1]$

- A.  $x^2 - 2xy + y^2 - 1$   
 B.  $x^2 - y^2 - 1$   
 C.  $x^2 - 2xy - y^2 - 1$   
 D.  $x^2 + 2xy - y^2 - 1$



2. La definición que mejor representa el producto notables  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  es:



- A. El cuadrado de la diferencia de dos términos, es igual al cuadrado del primero menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.
- B. Es un polinomio de la forma  $x^2 + Sx + P$  donde  $S$  es la suma algebraica de  $a$  y  $b$  y  $P$  es el producto algebraico de  $a$  por  $b$ .
- C. El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades es igual a la diferencia de sus cuadrados.
- D. El cuadrado de la suma de dos términos, es igual al cuadrado del primero más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.
3. La expresión algebraica que mejor representa el área de la siguiente figura es:

- A.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 B.  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 C.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 D.  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

En los ejercicios 4 y 5 encuentra los productos.

4.  $(16 + m)(16 - m)$
- A.  $32^2 - m^2$   
 B.  $256 - m^2$   
 C.  $256 + m^2$   
 D.  $32 - m^2$
5.  $\left(\frac{4}{7}w^3z^4 - 3a^5\right)\left(3a^5 + \frac{4}{7}w^3z^4\right)$
- A.  $9a^{10} - \frac{16}{49}w^6z^8$   
 B.  $\frac{16}{49}w^6z^8 + 9a^{10}$   
 C.  $\frac{16}{49}w^6z^8 - 9a^{10}$   
 D.  $9a^{10} + \frac{16}{49}w^6z^8$

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b></p> <p><b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</b></p>	<p><b>EVALUACIÓN PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE DOS EXPRESIONES</b></p> <p><b>FEBRERO DE 2019</b></p> <p><b>LA PLATA (HUILA)</b></p>	 <p><b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</b></p>
---	--	---

NOMBRES Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

En los ejercicios 1 y 2 encuentra los productos.

1.  $(8x^{y-1} + 3x^{y+2})(8x^{y-1} - 3x^{y+2})$

- A.  $16x^{2y-2} - 6x^{2y+4}$
- B.  $64x^{2y-2} + 9x^{2y+4}$
- C.  $16x^{y^2-1} - 6x^{y^2+4}$
- D.  $64x^{2y-2} - 9x^{2y+4}$

2.  $[(1-x) - 3][(1-x) + 3]$

- A.  $x^2 - 2x - 8$
- B.  $-x^2 - 5$
- C.  $x^2 - 9$
- D.  $1 + x^2 - 6$

En los ejercicios 3 y 4 encuentra el primer y segundo término para que dé el resultado indicado

3.

Primer Término	Segundo Término	Suma por la diferencia de los dos términos
		$25m^{6b} - n^2$

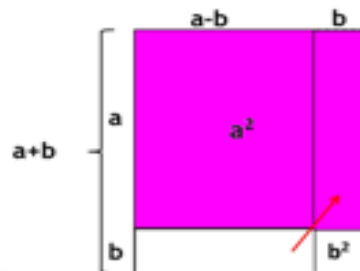
- A. Primer término  $5m^{6b}$ , segundo término  $n$
- B. Primer término  $5m^{3b}$ , segundo término  $n$
- C. Primer término  $5m^b$ , segundo término  $-n^2$
- D. Primer término  $5m^b$ , segundo término  $n^2$

4.

Primer Término	Segundo Término	Suma por la diferencia de los dos términos
		$\frac{1}{36}a^{2m} - 16$

- A. Primer término  $\frac{1}{6}a^m$ , segundo término 4
- B. Primer término  $\frac{1}{18}a^m$ , segundo término 4
- C. Primer término  $\frac{1}{6}a^2$ , segundo término 4
- D. Primer término  $\frac{1}{18}a^1$ , segundo término 4

5. La expresión algebraica que mejor representa el área de la siguiente figura es:



- A.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- B.  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- C.  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- D.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

 <b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b>  <b>MAESTRIA EN EDUCACION</b>	<b>EVALUACION PRODUCTO DE EXPRESIONES DE LA FORMA <math>(x + a)(x + b)</math> ABRIL DE 2019</b>  <b>LA PLATA (HUILA)</b>	 <b>INSTITUCION EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</b>
---	--	---





**NOMBRES:** \_\_\_\_\_

**COD:** \_\_\_\_\_

**FECHA:** \_\_\_\_\_

Calcula directamente el producto de los siguientes pares de binomios

- $(x - 2)(x + 3)$
- $(m - 2)(m + 4)$
- $(xy + 2)(xy + 5)$
- $(x^3y^3 + 6)(x^3y^3 - 7)$
- $(2x + 4)(2x - 3)$

 <b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b>  <b>MAESTRIA EN EDUCACION</b>	<b>EVALUACION PRODUCTO DE EXPRESIONES DE LA FORMA <math>(x + a)(x + b)</math> ABRIL DE 2019</b>  <b>LA PLATA (HUILA)</b>	 <b>INSTITUCION EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</b>
---	--	---



**NOMBRES:** \_\_\_\_\_

**COD:** \_\_\_\_\_



**FECHA:** \_\_\_\_\_

Calcula directamente el producto de los siguientes pares de binomios

- $(3a^{x+1} - 7)(3a^{x+1} + 8)$
- $\left(\frac{1}{2}a + 2\right)\left(\frac{1}{2}a + 4\right)$
- $(x + 2a)(x + 5a)$
- $(3a + b)(3a + c)$
- $\left(y^5 + \frac{3}{2}\right)\left(y^5 + \frac{2}{5}\right)$



 UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  MAESTRÍA EN EDUCACIÓN	EVALUACIÓN PRODUCTO DE EXPRESIONES DE LA FORMA $(x + a)(x + b)$ ABRIL DE 2019  LA PLATA (HUILA)	 INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO
--	--	--

 UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  MAESTRÍA EN EDUCACIÓN	EVALUACIÓN PRODUCTO DE EXPRESIONES DE LA FORMA $(x + a)(x + b)$ ABRIL DE 2019  LA PLATA (HUILA)	 INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO
--	--	--



NOMBRES: \_\_\_\_\_

COD: \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_





NOMBRES: \_\_\_\_\_

COD: \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_

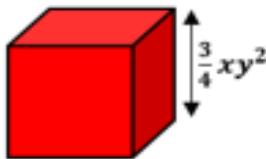
- $(ax + \frac{2}{3})(ax - \frac{1}{4})$
- $(x^2y + 5)(x^2y + 3)$
- $(a^{r+s} + 8)(a^{r+s} + 6)$
- $(m^x n^y - 0,7)(m^x n^y + 0,8)$
- $(a^{x+1} + 6)(a^{x+1} + 5)$

- $(n^2 + 1)(n^2 + 12)$
- $(\frac{1}{2}z^2 + \frac{2}{3})(\frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{4})$
- $(3y + 1)(3y + \frac{1}{2})$
- $(m^3 n^3 + 4)(m^3 n^3 - 5)$
- $(2x + 5)(2x + 1)$

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b></p> <p>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</p>	<p>EVALUACIÓN CUBO DE UN BINOMIO</p> <p>MARZO DE 2019</p> <p>LA PLATA (HUILA)</p>	 <p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</p>
--	---	--

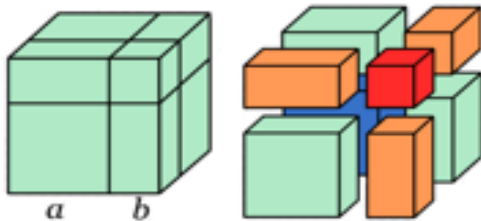
NOMBRES Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

1. Halle el volumen del siguiente cubo



- A.  $\frac{9}{12}xy^6$
- B.  $\frac{9}{12}x^3y^8$
- C.  $\frac{27}{64}x^3y^8$
- D.  $\frac{27}{64}x^3y^6$

2. El cubo de la siguiente figura tiene una arista de medida  $a + b$ . Este cubo se puede descomponer en sólidos como se muestra en la figura de la derecha.



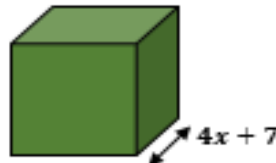
Encuentre el error en la expresión que representa el volumen de la figura

- A.  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- B.  $(a + b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3$

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

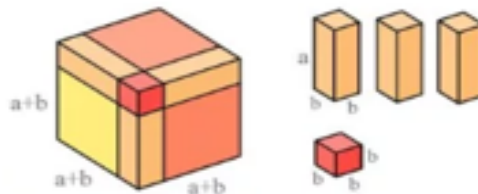
- C.  $(a + b)^3 = a^3 + a^2b + a^2b + a^2b + ab^2 + ab^2 + ab^2 + ab^2 + b^3$
- D.  $(a + b)^3 = a^3 + a^2b + a^2b + a^2b + ab^2 + ab^2 + ab^2 + b^3$

3. Calcule el volumen del siguiente cubo



- A.  $V = 12x^3 + 84x^2 + 168x + 21$
- B.  $V = 64x^3 + 336x^2 + 588x + 343$
- C.  $V = 64x^3 + 84x^2 + 168x + 343$
- D.  $V = 12x^3 + 84x + 168x + 21$

4. Si al cubo de la izquierda se le suprimen las figuras que aparecen en la imagen de la derecha, su volumen es:



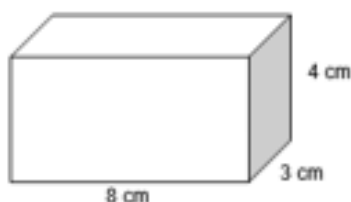
- A.  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- B.  $a^3 + 3a^2b - 3ab^2 - b^3$
- C.  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- D.  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

5. Escribe los términos que faltan en la expresión

$$(\_\_\_ + 6y)^5 = x^4y^5 + \_\_\_ + 108x^2y^3 + 216y^5$$

- A.  $x^2y^3$  y  $18x^4y^7$   
B.  $x^3y^3$  y  $3x^4y^6$   
C.  $x^3y^2$  y  $18x^2y^3$   
D.  $x^3y^3$  y  $3x^6y^4$

6. Calcula el volumen del siguiente prisma



- A.  $15\text{ cm}$   
B.  $15\text{ cm}^2$   
C.  $96\text{ cm}^3$   
D.  $32\text{ cm}^2$

7. EL TERCER término del desarrollo de  $(x + 5)^3$  es:

- A. 125  
B.  $x^3$   
C.  $15x^2$   
D.  $75x$

8. Determine si el siguiente ejercicio está bien solucionado, de lo contrario identifique cuáles son los errores

$$(4p - 3q)^3 = 64p^3 - 144p^2q - 108pq^2 - 9q^3$$

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*

- A. La respuesta es la que se indicó, pues al solucionar el ejercicio resultan cuatro términos con los signos que allí aparecen.

- B. La respuesta NO es correcta, pues en este desarrollo binomial los signos aparecen intercalados, por lo tanto el signo del tercer término debe ser positivo.

- C. La respuesta es la que se indica porque aparecen todos los términos con su respectiva parte literal.



- D. La respuesta NO es correcta, pues en este desarrollo binomial los signos aparecen intercalados, por lo tanto el signo del tercer término debe ser positivo y el coeficiente del cuarto término es 27.

9. Al desarrollar el CUBO DE UN BINOMIO se obtiene:

- A. Un monomio  
B. Un trinomio  
C. Un binomio  
D. Un polinomio

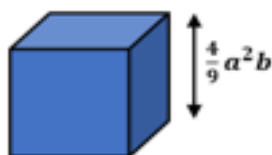
10. Halle el Valor Numérico de la siguiente expresión  $(x^2 - 7)^3$  y  $x = -4$

- A. 243  
B. 729  
C. 27  
D. 1

 <p>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</p> <p>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</p>	<p>EVALUACIÓN CUBO DE UN BINOMIO</p> <p>MARZO DE 2019</p> <p>LA PLATA (HUILA)</p>	 <p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</p>
---	---	--

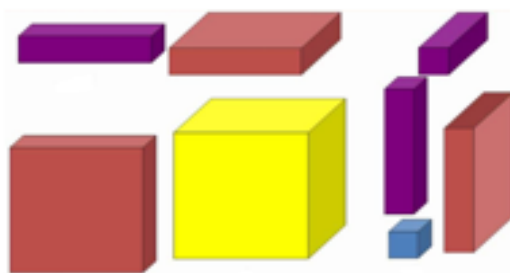
NOMBRES Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ GRADO \_\_\_\_\_ COD. \_\_\_\_\_

1. Halle el volumen del siguiente cubo



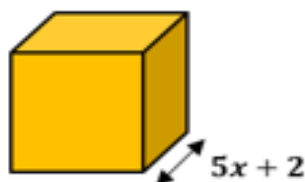
- A.  $\frac{12}{27} a^2 b^3$   
 B.  $\frac{64}{729} a^6 b^3$   
 C.  $\frac{27}{12} a^6 b^3$   
 D.  $\frac{729}{64} a^3 b^6$

2. Los siguientes son los poliedros que forman el producto notable



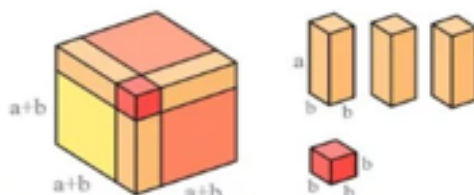
- A.  $(a + b)^2$   
 B.  $(x + a)(x + b)$   
 C.  $(a + b)(a - b)$   
 D.  $(a + b)^3$

3. Calcule el volumen del siguiente cubo



- A.  $V = 15x^3 + 30x^2 + 60x + 6$   
 B.  $V = 125x^3 + 60x^2 + 30x + 6$   
 C.  $V = 125x^3 + 150x^2 + 60x + 8$   
 D.  $V = 75x^3 + 75x + 30x + 8$

4. Si al cubo de la izquierda se le suprimen las figuras que aparecen en la imagen de la derecha, su volumen es:



- A.  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 B.  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 C.  $a^3 + 3a^2b - 3ab^2 - b^3$   
 D.  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

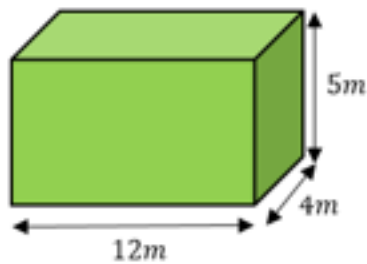
5. Escribe los términos que faltan en la expresión

$$(x + 3)^3 = x^3 + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + 27$$

Profesor. José Ricardo Ramírez P.

- A.  $27x$  y  $9x^2$
- B.  $27x^2$  y  $27x$
- C.  $9x^2$  y  $27x$
- D.  $6x^2$  y  $18x$

6. Calcula el volumen del siguiente prisma



- A.  $300m^3$
- B.  $48m^3$
- C.  $60m^3$
- D.  $240m^3$

7. EL CUARTO término del desarrollo de  $(a^2 - 4a)^3$  es:

- A.  $-12a^5$
- B.  $-64a^3$
- C.  $a^6$
- D.  $48a^4$

8. Determine cuál de las opciones de respuesta señala (negrilla) los errores del ejercicio

$$(4p + 3q)^3 = 64p^3 + 36p^2q + 108pq^2 + 9q^3$$

- A.  $(4p + 3q)^3 = 64p^3 + 36p^2q + 108pq^2 + 9q^3$
- B.  $(4p + 3q)^3 = 64p^3 + 144p^2q + 108pq^2 + 9q^3$
- C.  $(4p + 3q)^3 = 64p^3 + 144p^2q + 108pq^2 + 27q^3$
- D.  $(4p + 3q)^3 = 64p^3 + 36p^2q + 108pq^2 + 27q^3$

9. Al desarrollar el CUBO DE UN BINOMIO se obtiene:

- A. Un monomio
- B. Un polinomio
- C. Un trinomio
- D. Un binomio

10. Halle el Valor Numérico de la siguiente expresión  $(x^2 - 6x)^3$  y  $x = 5$

- A. -60
- B. 60
- C. -125
- D. 125

*Profesor. José Ricardo Ramírez P.*



## RESULTADOS CALIFICATIVOS A LA APLICACIÓN DE PRUEBA FINAL

TABULACION DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA FINAL CON EL GRUPO EXPERIMENTAL						
Calificaciones						
2	4,3	5	5	2,8	4,7	4,5
4,1	2	3,8	5	1,2	3,4	3
4,4	3,6	4,1	5	1,6	4	4
2	4,1	5	2,5	3	3	2
4,7	2	4,6	5	3	3	3
2	4,4	4,9	5	1,7	4	3,5
4,2	4,3	4,4	5	2,2	3	3
2	4,3	3,8	4,5	3	3	3
3	2,8	4,4	2,5	1,2	3,3	2,7
2	2	3,9	4	1	3,5	3,9
4,5	4,4	2	5	3,2	4	2,5
4,1	5	3,8	5	2	3	3
3,1	4,9	5	5	4	4,5	4,3
4,5	4,8	5	5	3	4,5	4
4,1	4,3	5	5	2,4	4,5	3,5
4,1	4,3	4,4	4,5	1,5	4,5	4,2
4	3,5	5	5	1,8	4	2,8
2	4,1	5	5	1,6	3	2,2
4,4	3,9	4,1	5	2	3,5	3,4
2	3,5	2	5	1,9	4,5	4
4,2	4,1	5	5	2,5	3,7	4,1
2	4,4	5	2	2,3	2	2
3,1	3,7	5	5	2,3	3	2,5
4,2	4,3	4,4	5	1,4	4,5	3,5
3	5	5	5	3,1	3,5	4
2	2,8	3,9	4	1,3	2	2
3,1	4,9	5	5	3,1	4	3,6
4,2	2,8	5	5	2	4	3,5
3	4,3	4,9	5	3	2	2
2	4,4	5	2	2	2	2
2,5	4,4	4,1	5	3	3,5	3,5
2	3,6	4,1	5	2	3,7	2,8
4,3	3,9	3,8	2	4,1	2,5	3,8
2,5	3,7	5	5	3,1	3,5	3,2
4	4,4	5	5	3	3,5	3,5

PROMEDIO

3,60

#### Anexo 4. Encuesta a docentes de matemáticas de otras instituciones educativas

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b></p> <p><b>MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</b></p>	<p><b>ENCUESTA A PROFESORES QUE HAN ORIENTADO EL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN EL GRADO OCTAVO DE LA I. E. MISAEL PASTRANA BORRERO DEL MUNICIPIO DE LA PLATA (HUILA)</b></p> <p><b>FEBRERO DE 2019</b></p>	 <p><b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEL PASTRANA BORRERO</b></p>
---	---	---

FECHA: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_  
Día Mes Año

**Objetivo:** Recoger opiniones de los Docentes de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero de La Plata (Huila) y de docentes de otras Instituciones que han orientado matemáticas en el grado octavo, con el fin de identificar los aspectos favorables y las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema de “Productos Notables”.

**Fuente:** El autor de la investigación.

Estimado profesor, el entrevistador actualmente cursa la Maestría en Educación en la Universidad Surcolombiana de Neiva y está desarrollando un proyecto de investigación sobre **El Aprendizaje Cooperativo Como Estrategia Dinamizadora En La Enseñanza De Los Productos Notables En Estudiantes De Grado Octavo De La Institución Educativa Misael Pastrana Borrero De La Plata (Huila)**. En tal sentido le interesa escuchar las recomendaciones y opiniones de los académicos expertos en la materia.

A continuación, se presenta el concepto de Aprendizaje Cooperativo:

El Aprendizaje Cooperativo es un método de aprendizaje que se fundamenta en el trabajo en equipo, en el cual se organizan actividades para realizarlas en grupos pequeños que no se pueden realizar sino es colaborando entre los mismos compañeros. En general, los equipos pueden ser homogéneos o heterogéneos. El fin último se trata que aprendan lo que el profesor les enseña y que contribuyan a que el resto también lo haga. Es una prioridad buscar el éxito del equipo anteponiendo el propio.

Una estructura de aprendizaje cooperativa en relación a otra individualista o competitiva está determinada sobre todo por los cambios que se dan dentro de su estructura de la recompensa, cuyo

aspecto más importante es la estructura de recompensa interpersonal, que se refiere a las consecuencias que para un alumno individual tiene el comportamiento o el rendimiento de sus compañeros. Esta estructura de recompensa interpersonal, pues, es distinta en función que la estructura general de aprendizaje en el aula sea cooperativa, competitiva o individualista. En un contexto multicultural se convierte en fundamental el propiciar las relaciones interpersonales que propicien el conocimiento y acercamiento entre los diferentes alumnos pertenecientes a los diversos grupos culturales, como base para una comunicación eficaz y construcción de un contexto intercultural. Slavin (1980).

Cada miembro en los grupos tiene un rol, que asigna de manera interconectada y rotativa. Según Johnson et all (1992), los roles son:

- Compendiador: se encarga de resumir las principales conclusiones o respuestas generadas por el grupo.
  - Inspector: se asegura que todos los miembros puedan decir explícitamente como llegaron a las conclusiones o respuestas.
  - Entrenador: corrige los errores de las explicaciones o resúmenes de los otros miembros.
  - Narrador: pide a los integrantes del grupo que relacionen los nuevos conceptos y estrategias con el material aprendido previamente.
  - Investigador-Mensajero: consigue los materiales que el grupo necesita. Se comunica con los otros grupos y con el profesor.
  - Registrador: escribe las decisiones del grupo y edita el reporte del trabajo.
  - Animador: refuerza las contribuciones de los miembros.
  - Observador: cuida que el grupo esté colaborando de manera adecuada.
- De acuerdo al tamaño del grupo, un alumno puede asumir uno a más funciones.

Para lograr ambientes cooperativos es preciso que los grupos funcionen de manera integral, que cada miembro pueda suplir las necesidades, individualmente y en su grupo de trabajo. Si se conocen las habilidades, características y aptitudes de cada individuo se cuenta entonces con grupos heterogéneos, que permiten mejores resultados, ya que cada estudiante puede dar o recibir ayuda de otro miembro del grupo, y la dificultad que presenta este tipo de asociación es que se debe conocer las destrezas, habilidades de cada estudiante participante.

Antes de iniciar esta encuesta, se le explica brevemente el plan para relacionar su participación en la investigación: en la sección de anexos se enumeran todas las personas que participaron y colaboraron. No se usarán citas directas ni se identificará nada explícito de lo que los entrevistados o encuestados opinen. Si usted no desea ser reconocido en la investigación, puede hacérselo saber al entrevistador en este momento.



## DESARROLLO DE LA ENCUESTA

Género:

Masculino	<input type="checkbox"/>	Femenino	<input type="checkbox"/>
-----------	--------------------------	----------	--------------------------

¿Cuál es su nivel académico?

Licenciado	<input type="checkbox"/>	Especialista	<input type="checkbox"/>	Magister	<input type="checkbox"/>	Doctor	<input type="checkbox"/>
------------	--------------------------	--------------	--------------------------	----------	--------------------------	--------	--------------------------

Años de experiencia docente en la enseñanza de la matemática en grado octavo de básica secundaria

Menos de 5	<input type="checkbox"/>	Entre 5 y 10	<input type="checkbox"/>	Más de 10	<input type="checkbox"/>
------------	--------------------------	--------------	--------------------------	-----------	--------------------------

Seleccione con una equis (X) la opción que según su caso considere estar más de acuerdo, en una escala de 1 a 5, donde 1 es la calificación más baja (significa estar en desacuerdo) y 5 la más alta (significa estar totalmente de acuerdo).

1. Con base en su experiencia, ¿Cómo considera que es su dominio conceptual y metodológico al momento de enseñar los Productos Notables?

<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
----------	----------	----------	----------	----------

2. ¿Cuál es su opinión sobre los conocimientos previos de los estudiantes que ingresan cursar el grado octavo?

<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
----------	----------	----------	----------	----------

3. ¿Cómo percibe usted el trabajo colaborativo de los estudiantes en el aula de clase y la capacidad de preparación para abordar los temas del grado?

<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
----------	----------	----------	----------	----------

4. ¿Qué tanto implementa usted el trabajo en equipos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los Productos Notables?

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

### **Preguntas Abiertas**

5. ¿Qué materiales didácticos, (incluyendo software especializado) utiliza usted para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los Productos Notables?

---

---

---

---

6. ¿Qué importancia le refiere a usted la enseñanza de Los Productos Notables a los estudiantes de grado octavo?

---

---

---

---

7. ¿Qué propone usted (que pueda resultar novedoso) para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje del tema Productos Notables en los estudiantes de grado octavo?

---



---

---

---

**Muchas Gracias por su participación.**

**Anexo 5. Encuesta a estudiantes de grado octavo de la institución educativa Misael Pastrana Borrero del Municipio de La Plata Huila.**

 <p>UNIVERSIDAD <b>SURCOLOMBIANA</b> MAESTRÍA EN EDUCACIÓN</p>	<p><b>ENCUESTA A ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA I. E. MISAEEL PASTRANA BORRERO DEL MUNICIPIO DE LA PLATA (HUILA)</b></p> <p><b>FEBRERO DE 2019</b></p>	 <p><b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MISAEEL PASTRANA BORRERO</b></p>
---	---	--

**FECHA:** \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_  
**Día Mes Año**

**Objetivo:** Recoger opiniones de los estudiantes de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero del Municipio de La Plata (Huila que cursan grado octavo y se disponen a estudiar el tema de Productos Notables) La intención es conocer su punto de vista respecto a la metodología que utilizan los docentes en los grados sexto y séptimo.

**Fuente:** El Autor de la investigación

Estimado estudiante, el encuestador actualmente cursa la Maestría en Educación en la Universidad Surcolombiana de Neiva y está desarrollando un proyecto de investigación sobre el Aprendizaje Cooperativo como Estrategia Dinamizadora en la Enseñanza de los Productos Notables, que es uno de los temas que se enseña en el grado octavo que cursarán durante el presente año lectivo 2019.

A continuación, se presenta el concepto de Aprendizaje Cooperativo:

El Aprendizaje Cooperativo es un método de aprendizaje que se fundamenta en el trabajo en equipo, en el cual se organizan actividades para realizarlas en grupos pequeños que no se pueden realizar sino es colaborando entre los mismos compañeros. En general, los equipos pueden ser homogéneos o heterogéneos. El fin último se trata que aprendan lo que el profesor les enseña y que contribuyan a que el resto también lo haga. Es una prioridad buscar el éxito del equipo anteponiendo el propio.

Una estructura de aprendizaje cooperativa en relación a otra individualista o competitiva está determinada sobre todo por los cambios que se dan dentro de su estructura de la recompensa, cuyo aspecto más importante es la estructura de recompensa interpersonal, que se refiere a las consecuencias que para un alumno individual tiene el comportamiento o el rendimiento de sus compañeros. Esta estructura de recompensa interpersonal, pues, es distinta en función que la estructura general de aprendizaje en el aula sea cooperativa, competitiva o individualista. En un contexto multicultural se convierte en fundamental el propiciar las relaciones interpersonales que propicien el conocimiento y acercamiento entre los diferentes alumnos pertenecientes a los diversos grupos culturales, como base para una comunicación eficaz y construcción de un contexto intercultural. Slavin (1980).

Cada miembro en los grupos tiene un rol, que asigna de manera interconectada y rotativa. Según Johnson et all (1992), los roles son:

- Compendiador: se encarga de resumir las principales conclusiones o respuestas generadas por el grupo.
  - Inspector: se asegura que todos los miembros puedan decir explícitamente como llegaron a las conclusiones o respuestas.
  - Entrenador: corrige los errores de las explicaciones o resúmenes de los otros miembros.
  - Narrador: pide a los integrantes del grupo que relacionen los nuevos conceptos y estrategias con el material aprendido previamente.
  - Investigador-Mensajero: consigue los materiales que el grupo necesita. Se comunica con los otros grupos y con el profesor.
  - Registrador: escribe las decisiones del grupo y edita el reporte del trabajo.
  - Animador: refuerza las contribuciones de los miembros.
  - Observador: cuida que el grupo esté colaborando de manera adecuada.
- De acuerdo al tamaño del grupo, un alumno puede asumir uno a más funciones.

Para lograr ambientes cooperativos es preciso que los grupos funcionen de manera integral, que cada miembro pueda suplir las necesidades, individualmente y en su grupo de trabajo. Si se conocen las habilidades, características y aptitudes de cada individuo se cuenta entonces con grupos heterogéneos, que permiten mejores resultados, ya que cada estudiante puede dar o recibir ayuda de otro miembro del grupo, y la dificultad que presenta este tipo de asociación es que se debe conocer las destrezas, habilidades de cada estudiante participante.

Antes de aplicar la encuesta, se le explicará brevemente el plan para relacionar su participación en el proyecto. En la sección de anexos se enumeran las personas (docentes, estudiantes y otros expertos) que participaron de la investigación. No se usarán citas directas ni se identificará explícitamente a los participantes, como tampoco su opinión o respuestas. La encuesta puede ser diligenciada en aproximadamente 30 minutos.

## DESARROLLO DE LA ENCUESTA

Responda las siguientes preguntas marcando con una equis (X) en la casilla que considere representa mejor su concepción sobre lo que se indaga. La escala de valoración es de 1 a 5, donde cinco (5) corresponde a la mayor calificación y uno (1) a la calificación más baja.

Las preguntas a continuación hacen referencia principalmente a los temas de matemáticas estudiados en grado séptimo.

1. ¿Cómo considera usted la importancia de trabajar en equipos para resolver actividades de matemáticas?

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

2. ¿Los docentes con los que estudió matemáticas en grado séptimo han usado el aprendizaje cooperativo como estrategia pedagógica?

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

3. ¿Considera usted que las metodologías utilizadas por los Docentes de matemáticas han motivado en usted el gusto por el aprendizaje de los temas tratados y el interés de profundizar en los mismos?

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

4. ¿Considera que los docentes utilizaron los suficientes recursos didácticos en el desarrollo de sus clases?

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

5. ¿Sabe usted qué es un producto notable y qué representa?

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

6. ¿Qué opinión le merece a usted que los problemas de matemáticas trabajados en la clase tengan relación con el contexto?

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

7. ¿Cómo valora usted la implementación del aprendizaje cooperativo (trabajo en equipos, donde el rol de monitor se intercambia frecuentemente) para un mejor desempeño de los estudiantes del grado?

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

8. ¿Cree que la implementación de la estrategia de aprendizaje cooperativo sería una buena opción para su aprendizaje de las matemáticas?

5	4	3	2	1
---	---	---	---	---

9. Mencione algunos aspectos metodológicos que considera importantes para un buen desarrollo de los temas que se estudian en la clase de matemáticas de manera que se fortalezca el aprendizaje de los mismos.

---

---

---

---

---

---

---

---

Muchas Gracias por su participación.

Anexo 6. Fotos grupo experimental.



Ramírez, J. (2019). Cuadrado de la suma de dos expresiones. [Ilustración]



Ramírez, J. (2019). Cuadrado de un trinomio. [Ilustración]



Ramírez, J. (2019). Producto de la suma por la diferencia de dos expresiones. [Ilustración]



## Fotos grupo testigo



Ramírez, J. (2019). Pretest. [Ilustración]



Ramírez, J. (2019). Cuadrado de la diferencia de dos expresiones. [Ilustración]



Ramírez, J. (2019). Producto de la suma por la diferencia de dos expresiones. [Ilustración]





### Anexo 8. Tabulación encuesta social grupo experimental

Pregunta	Encuestas																																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
Edad (años)	14	14	14	16	14	14	15	14	16	14	14	16	15	14	14	14	14	15	14	15	14	16	15	16	14	14	14	14	14	15	13	14	15	14	13	
Zona de residencia	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	
Pertenece a una comunidad indígena	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Se encuentra repitiendo año escolar	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tiene algún tipo de dificultad de aprendizaje	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
Con quien vive	2	3	3	2	3	4	3	2	3	2	4	2	3	3	3	2	2	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3	3	3	1	3	3	4	3	2	
Cuantos hermanos tiene	4	3	2	2	1	2	4	4	6	1	3	3	1	2	3	0	0	5	4	5	1	2	1	2	6	3	2	3	2	4	1	1	5	2	0	
Cuando termine el bachillerato, pretende continuar con estudios superiores	4	3	2	2	3	4	3	3	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4	3	4	
Cuál es el nivel de estudios de sus padres	5	5	2	0	0	5	0	0	0	2	2	5	2	2	0	2	5	2	2	4	2	0	3	5	2	2	2	5	0	0	5	4	4	4	4	
Cuanto tiempo cree que puede prestar atención en clase	2	3	2	0	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	2	0	2	3	2	2	3	3	2	3	0	3	2
Cuanto tiempo dedica a estudiar matemáticas en casa	1	0	0	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	1	1	4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
Cuál es su conducta, comportamiento y actitud frente al estudio y deberes escolares	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	1	2	2	3	2	1	3	3	2	2	2	2	2	2	

### Anexo 9. Tabulación encuesta a otros docentes

	IE SAN SEBASTIAN		IE MISAEL PASTRANA		IE MARILLAC		IE LUIS C. TRUJILLO		IE ITA	
Genero	M	M	F	F	F	M	F	F	M	F
Nivel académico	ESP	ESP	ESP	ESP	ESP	ESP	ESP	M.Sc.	ESP	ESP
Años de experiencia docente	> 10 AÑOS	> 10 AÑOS	> 10 AÑOS	> 10 AÑOS	> 10 AÑOS	> 10 AÑOS	> 10 AÑOS	5 - 10 AÑOS	5 - 10 AÑOS	5 - 10 AÑOS
Dominio conceptual y metodológico	5	5	5	5	4	5	4	4	3	4
Conocimientos previos de los estudiantes	2	4	2	1	3	2	2	3	2	2
Trabajo colaborativo en clase	3	4	3	1	3	3	3	3	3	3
Implementación de la didáctica	5	3	4	3	4	4	3	4	4	3
Uso de material didáctico	Tradicional	GeoGebra	Tradicional	Tradicional	Tradicional	Tradicional	Tradicional	Tradicional	GeoGebra	Tradicional
Importancia de los productos notables	Baja	Media	Media	Media	Alta	Media	Baja	Alta	Baja	Baja
Propuesta para el mejoramiento de la enseñanza de productos notables	Trabajo en equipo	ABP	Aprendizajes previos	Uso TIC	Uso TIC	Uso TIC	Motivación	Motivación	Exposiciones	Uso TIC