



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 1

Neiva, 01 de Marzo de 2023

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Diana Camila Ortega Salamanca, con C.C. No. 1.004.418.611,

Laura Katherine Arenas Alvira, con C.C. No. 1.007.248.976,

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD DE LOS PRECIOS DE LA PANELA DURANTE EL PERIODO 2017-2021 EN EL DEPARTAMENTO DEL HUILA presentado y aprobado en el año 2023 como requisito para optar al título de Matemática;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: Laura Katherine Arenas Alvira

Firma: Diana Camila Ortega S.

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD DE LOS PRECIOS DE LA PANELA DURANTE EL PERIODO 2017-2021 EN EL DEPARTAMENTO DEL HUILA

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Ortega Salamanca	Diana Camila
Arenas Alvira	Laura Katherine

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
NO APLICA	

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Cangrejo Esquivel	Álvaro Javier

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: MATEMÁTICA

FACULTAD: FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

PROGRAMA O POSGRADO: MATEMÁTICA APLICADA

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2021

NÚMERO DE PÁGINAS: 52

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas__x_ Fotografías__ Grabaciones en discos__ Ilustraciones en general__ Grabados__
Láminas__ Litografías__ Mapas__ Música impresa__ Planos__ Retratos__ Sin ilustraciones__ Tablas
o Cuadros_x_

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO: Librería de látex, código de programación sobre modelo clásico y enfoque bayesiano

PREMIO O DISTINCIÓN (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>	<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Volatilidad	Volatility	5. Distribución	Distribution
2. Estimación	Estimation	6. Modelo heteroscedásticos	Heteroscedastic models
3. Serie de tiempo	Time series	7. Modelos bayesianos	Bayesian models
4. Serie de retornos	Return series		

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

La panela es uno de los principales productos agrícolas derivado de la caña de azúcar. Su producción tiene un gran porcentaje de empleo en la economía del país, en especial en la población rural, sin embargo, hay factores que afectan el precio como el cambio climático, la mano de obra y el transporte de dicho producto. Por lo anterior, en este proyecto se realiza un estudio en los precios de cierre mensual de la panela durante el periodo 2017-2021 en el mercado huilense, de acuerdo con los datos obtenidos por el Sistema de Información Panelera (SIPA), hallando la estructura natural de los retornos y a partir de ello, definir si es necesario ajustar o no un modelo de volatilidad condicionada o, por el contrario, se puede considerar constante. Siguiendo la metodología de series temporales, involucrando el efecto de heteroscedasticidad condicional, se modela la volatilidad de retornos de precio de cierre mensual de la panela, tomando en cuenta los modelos heteroscedásticos con enfoque clásico (ARCH, GARCH, TGARCH, IGARCH, EGARCH y APARCH), posteriormente modelos Bayesianos como lo es el modelo de Gamma-Inversa con una distribución previa, a posteriori y verosimilitud, comparando el rendimiento de estimación apoyado del software estadístico R-Studio. Finalmente, de acuerdo con los resultados obtenidos, se concluye que los modelos EGARCH (1,1) y Gamma-Inversa representan un buen ajuste de volatilidad a la serie en estudio, evidenciando cuál es el enfoque que determina una mejor volatilidad condicional de la serie de retornos en donde se puede inferir que el modelo con mejor ajuste de volatilidad condicional en la serie de retornos del precio de cierre mensual de la panela en el departamento del Huila en el periodo 2017 al 2021 es el EGARCH(1,1).



ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

Panela is one of the main agricultural products derived from sugarcane. Its production has a large percentage of employment in the country's economy, especially in the rural population; however, there are factors that affect the price such as climate change, labor and transportation of this product. For the above, in this project a study is conducted on the monthly closing prices of panela during the period 2017-2021 in the Huila market according to the data obtained by the Panelera Information System (SIPA), finding the natural structure of returns and from this, defining whether or not it is necessary to adjust a conditional volatility model or on the contrary it can be considered constant. Following the time series methodology, involving the conditional heteroscedasticity effect, the volatility of returns of monthly closing price of panela is modeled, taking into account the heteroscedastic models with classical approach (ARCH, GARCH, TGARCH, IGARCH, EGARCH and APARCH), then Bayesian models such as the Gamma-Inverse model with a prior, a posteriori and likelihood distribution, comparing the estimation performance supported by the statistical software R-Studio. Finally, according to the results obtained, it is concluded that the EGARCH (1,1) and Gamma-Inverse models represent a good volatility adjustment to the series under study, evidencing which is the approach that determines a better conditional volatility of the returns series where it can be inferred that the model with the best conditional volatility adjustment in the returns series of the monthly closing price of panela in the department of Huila in the period 2017 to 2021 is the EGARCH(1,1).



Empty box for thesis description or works of degree.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado:

Firma:

Nombre Jurado: Jaime Polania Perdomo

Firma:

Nombre Jurado: Leonardo Fabio Medina Ortiz

Firma:



UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
PROGRAMA MATEMÁTICA APLICADA

Estimación de la volatilidad de los precios de la panela
durante el periodo 2017-2021 en el departamento del Huila

Diana Camila Ortega Salamanca
Laura Katherine Arenas Alvira

Neiva - Huila

2022

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
PROGRAMA MATEMÁTICA APLICADA

Diana Camila Ortega Salamanca
Laura Katherine Arenas Alvira

Tutor: Álvaro Javier Cangrejo Esquivel

Estimación de la volatilidad de los precios de la panela
durante el periodo 2017-2021 en el departamento del Huila

Trabajo de grado presentado al Programa de Pregrado en Matemática Aplicada, Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad Surcolombiana, como requisito parcial para la obtención del título de Matemático.

Neiva - Huila

2022

Resumen

La panela es uno de los principales productos agrícolas derivado de la caña de azúcar. Su producción tiene un gran porcentaje de empleo en la economía del país, en especial en la población rural, sin embargo, hay factores que afectan el precio como el cambio climático, la mano de obra y el transporte de dicho producto. Por lo anterior, en este proyecto se realiza un estudio en los precios de cierre mensual de la panela durante el periodo 2017-2021 en el mercado huilense, de acuerdo con los datos obtenidos por el Sistema de Información Panelera (SIPA), hallando la estructura natural de los retornos y a partir de ello, definir si es necesario ajustar o no un modelo de volatilidad condicionada o, por el contrario, se puede considerar constante. Siguiendo la metodología de series temporales, involucrando el efecto de heteroscedasticidad condicional, se modela la volatilidad de retornos de precio de cierre mensual de la panela, tomando en cuenta los modelos heteroscedásticos con enfoque clásico (ARCH, GARCH, TGARCH, IGARCH, EGARCH y APARCH), posteriormente modelos Bayesianos como lo es el modelo de Gamma-Inversa con una distribución previa, a posteriori y verosimilitud, comparando el rendimiento de estimación apoyado del software estadístico R-Studio. Finalmente, de acuerdo con los resultados obtenidos, se concluye que los modelos EGARCH (1,1) y Gamma-Inversa representan un buen ajuste de volatilidad a la serie en estudio, evidenciando cuál es el enfoque que determina una mejor volatilidad condicional de la serie de retornos en donde se puede inferir que el modelo con mejor ajuste de volatilidad condicional en la serie de retornos del precio de cierre mensual de la panela en el departamento del Huila en el periodo 2017 al 2021 es el EGARCH(1,1).

Palabras claves: Volatilidad, estimación, serie de tiempo, serie de retornos, distribución, modelos heteroscedásticos, modelos bayesianos.

Abstract

Panela is one of the main agricultural products derived from sugarcane. Its production has a large percentage of employment in the country's economy, especially in the rural population; however, there are factors that affect the price such as climate change, labor and transportation of this product. For the above, in this project a study is conducted on the monthly closing prices of panela during the period 2017-2021 in the Huila market according to the data obtained by the Panelera Information System (SIPA), finding the natural structure of returns and from this, defining whether or not it is necessary to adjust a conditional volatility model or on the contrary it can be considered constant. Following the time series methodology, involving the conditional heteroscedasticity effect, the volatility of returns of monthly closing price of panela is modeled, taking into account the heteroscedastic models with classical approach (ARCH, GARCH, TGARCH, IGARCH, EGARCH and APARCH), then Bayesian models such as the Gamma-Inverse model with a prior, a posteriori and likelihood distribution, comparing the estimation performance supported by the statistical software R-Studio. Finally, according to the results obtained, it is concluded that the EGARCH (1,1) and Gamma-Inverse models represent a good volatility adjustment to the series under study, evidencing which is the approach that determines a better conditional volatility of the returns series where it can be inferred that the model with the best conditional volatility adjustment in the returns series of the monthly closing price of panela in the department of Huila in the period 2017 to 2021 is the EGARCH(1,1).

Keywords: Volatility, estimation, time series, return series, distribution, hetero-elastic models, Bayesian models.

Índice

Índice	3
Índice de figuras	5
Índice de Tablas	6
1. Introducción	7
1.1. Planteamiento y formulación del problema:	8
1.2. Pregunta de investigación:	9
1.3. Justificación	10
1.4. Objetivos:	11
1.4.1. Objetivos Generales:	11
1.4.2. Objetivos Específicos	11
2. MARCO DE REFERENCIA	12
2.1. Antecedentes:	12
3. MARCO TEÓRICO	15
3.1. Volatilidad:	15
3.1.1. Tipos de volatilidad:	15
3.2. Distribuciones de Probabilidad Básica	15
3.2.1. Distribución uniforme:	15
3.2.2. Distribución normal	16
3.2.3. Definición de parámetros de localización y de escala	17
3.2.4. Definición de distribución normal estándar	18
3.3. Distribución a priori y a posteriori	18
3.4. Serie de tiempo	19
3.4.1. Estacionaria	19
3.4.2. No Estacionaria	19
3.5. Función de autocorrelación	19
3.6. Hipótesis Ljung-Box	21
3.7. Modelos heteroscedásticas	22
3.7.1. Modelo ARMA	22
3.7.2. Modelo GARCH	22
3.7.3. Modelo GARCH (1,1)	23
3.7.4. Modelo IGARCH	24
3.7.5. Modelo EGARCH	25
3.7.6. Modelo TGARCH	25
3.7.7. Modelo APARCH	26
3.8. Teorema de Bayes	26
3.8.1. Teorema de Bayes forma continua	27
3.9. Regiones de Credibilidad	27
3.9.1. Prueba de Hipótesis de Bayes	27
3.10. Propiedades de los Estimadores Puntuales	27
3.10.1. Insesgamiento	27
3.10.2. Observación	28
3.10.3. Consistencia	28
3.10.4. Suficiencia	28
3.10.5. Eficiencia	28

4. Marco Metodológico	29
4.1. Análisis Estadístico	29
4.2. Enfoque Bayesiano	33
4.2.1. Distribución Gamma-inversa:	33
5. Análisis y resultados	34
5.1. Modelo de volatilidad condicional	35
5.2. Gamma-inversa	41
6. Conclusiones	44
7. Recomendaciones	44
8. Referencias	45
9. Anexo	46

Índice de figuras

1.	Función de densidad de una distribución uniforme Fuente: Tomado de [1]	15
2.	Función de distribución de una variable aleatoria con distribución uniforme. Fuente: Tomado de [1]	16
3.	Función de densidad de una variable aleatoria X con distribución con $\mu = 0$ y valores diferentes de σ . Fuente: Tomado de [1]	17
4.	Función de densidad de una variable aleatoria $XN(\mu, \sigma^2)$ para $\sigma = 1,41$ y valores diferentes de μ . Fuente: Tomado de [1]	17
5.	Función de distribución del normal estándar. Fuente: Tomado de [1]	18
6.	Funciones de autocorrelación muestral simple y parcial de las series. Tomado de [2]	21
7.	Boxplot por año Fuente: Elaboración propia, con los datos obtenidos por el SIPA [3]	30
8.	Serie de precios y retornos Fuente: Elaboración propia, con los datos obtenidos por el SIPA [3]	31
9.	Histograma. Fuente: Elaboración propia.	34
10.	ACP Y PACF retornos. Fuente: Elaboración propia	35
11.	Serie de retornos con dos desviaciones estándar a un nivel de confianza del 95%. Fuente: Elaboración propia	39
12.	ACF residuales estandarizados EGARCH(1,1)	40
13.	Residuales estandarizados EGARCH(1,1). Fuente: Elaboración propia.	40
14.	Distribuciones simuladas. Fuente: Elaboración propia.	42

Índice de Tablas

1. Ejemplo de modelos ARMA	22
2. Análisis Estadístico. Fuente: Elaboración propia.	29
3. BIC modelos de volatilidad condicional para los retornos. Fuente: Elaboración propia.	36
4. Estimación de parámetros, modelos de volatilidad condicional. Fuente: Elaboración propia.	37
5. Probabilidades obtenidas por la prueba de Ljung-Box a residuales estandarizados. Fuente: Elaboración propia.	37
6. Test Ljung-Box. Fuente: Elaboración propia.	41
7. Estimación de los parámetros distribución Apriori. Fuente: Elaboración propia.	41
8. Estimación de los parámetros distribución Posteriori. Fuente: Elaboración propia.	41
9. Estimación de los parámetros distribución Bayesiana. Fuente: Elaboración propia.	41

Capítulo 1

1. Introducción

El departamento Huila es el séptimo departamento productor de panela de acuerdo con el número de trapiches registrados. Alrededor de 6279 familias realizan la producción de panela y son muy pocas las fincas productivas que tienen parcial y totalmente adecuado su zona de producción, ya que la mayoría es para el autoconsumo. Vale anotar que en 2015 el subsector panelero fue incorporado en la Agenda Interna de Productividad y Competitividad del Huila como Renglón Priorizado en la Apuesta Productiva Agroindustrial que les llegara a los diferentes programas en beneficio de las distintas iniciativas a un producto con gran opción.

Este proyecto de grado está ordenado de la siguiente manera: En capítulo 1, se expone el planteamiento y formulación del problema, donde se estructura puntualmente la idea de investigación y determina los límites que se van a desarrollar en el proyecto. Seguidamente, se tiene la pregunta de investigación, como lineamiento para desarrollar los objetivos, los cuales expresan la finalidad que tiene la investigación, es decir, se refleja lo que quiere lograr, alcanzar o conseguir con nuestro estudio. El capítulo 2, desarrolla el marco de referencia, con el objetivo de recopilar los antecedentes del tema estudiado, trabajos realizados que incluyen estudios significativos y relevantes, como lo es el proyecto de investigación de Carmen Andrea Medina Calderón y Erika Yelitza Quiroga Moreno; Universidad Santo Tomás de Santana Boyacá (2021) estudiantes de Especialización Gobierno y Gestión Territorial [4]. El capítulo 3 contiene el marco teórico, el cual expone los modelos, distribuciones y pruebas estadísticas requeridos para el óptimo desempeño y cumplimiento de los objetivos. En el capítulo 4, se encuentra el marco metodológico, donde se expone el análisis estadístico de la base de datos y la serie de retornos en estudio, definiendo claramente el modelo a trabajar para cada enfoque. Finalmente, en el capítulo 5, se muestran los análisis y resultados, donde se le da solución al enfoque clásico ayudado de un modelo de volatilidad condicional (familia GARCH) y un enfoque bayesiano (modelo de Gamma-Inversa) con distribución a priori y a posteriori, con el fin de identificar cuáles de los dos enfoques se le ajusta mejor a la serie de retornos en estudio, con construcción de tablas, gráficas y fórmulas.

1.1. Planteamiento y formulación del problema:

Colombia es el país con mayor consumo de panela y el segundo con mayor productividad, siendo India el primer país, lleva más de 500 años en la preparación del producto, alrededor de 27 departamentos y es registrado 511 municipios, uno de los departamentos con mayor productibilidad es Santander con un 19% y Cundinamarca con 15%, se realiza con muy poca tecnología, ya que lo hacen de manera tradicional gracias a esto se necesita bastante mano de obra y más de 350 mil familias viven de la producción.

La panela es un endulzante natural y se hace a partir de la caña de azúcar, la caña de azúcar es principalmente sembrada en zonas cálidas, ya que así tienen mejor productividad, su periodo vegetativo está entre un año o año y medio para así poder dar inicio al proceso de la panela. La fabricación de la panela se realiza en trapiches sacando el jugo de la caña, se cocina a altas temperaturas hasta que se forma una mezcla espesa, luego se pasa al molde que generalmente que es rectangular y se deja secar hasta que quede dura. Una de las propiedades nutricionales es la fuente de energía, vitamina C, B1 y hierro. La FEDEPANELA [3] afirma que en el 2021 del mes de enero los precios estuvieron en un promedio de \$3,411 pesos colombianos, mientras que en el mes de noviembre los precios estuvieron en un promedio de \$3,229 pesos colombianos.

Por otro lado, las series temporales de alta frecuencia que se observan en los mercados financieros no siguen una distribución normal, caracterizándose principalmente por ser asimétricas, leptocúrticas, elevada persistencia en la volatilidad, correlaciones en los cuadrados, entre otros. Asimismo, una medida importante en las finanzas es el riesgo asociado con un activo y la volatilidad es una medida de incertidumbre, objeto de estudio por los inversionistas al momento de invertir. En la modelación financiera se pueden asumir diferentes hipótesis sobre la volatilidad de un activo con el fin de implicar el análisis de valoración, cálculos de opciones o contratos a futuro o cualquier medición de riesgo que afronte dicho activo financiero. Cabe señalar, que la volatilidad está asociada con las variaciones que presenta una variable financiera de interés y esta puede ser tratada como una secuencia determinista o estocástica.

Algunas investigaciones suponen que la varianza es determinista o constante a lo largo del tiempo, fijando como estimador puntual la varianza muestral de los retornos del activo. Sin embargo, los hechos estilizados de los activos financieros, tales como acciones, bonos, tasas de cambio, entre otros, sugieren que la volatilidad, en general, no necesariamente puede ser constante. Por lo tanto, asumir homoscedasticidad en el tiempo no es un supuesto muy realista. Por tanto, para tener claro el comportamiento de venta y producción de dicho producto, es adecuado plantear esta pregunta, **¿cuándo es posible considerar una estimación bayesiana en un modelo de volatilidad constante o condicionada a los precios de cierre de la panela en el mercado financiero del departamento del Huila durante el periodo 2017-2021?**, alcanzando a identificar y proponer dichos modelos para así llegar a una conclusión.

1.2. Pregunta de investigación:

¿Cuándo es posible considerar una estimación bayesiana en un modelo de volatilidad constante o condicionada a los precios de cierre de la panela en el mercado financiero del departamento del Huila durante el periodo 2017-2021?

1.3. Justificación

En este proyecto se pretende identificar cuando una serie de retornos de los precios de la panela en el periodo entre 2017-2021 se ajustan a un modelo de volatilidad condicionada para finalmente revisar si es rentable la producción y comercialización de este producto en el departamento.

Según informes de FEDEPANELA [3], los precios de la panela en los últimos años ha presentado altibajos en el precio alrededor de \$1,000 pesos colombianos por kilo con respecto al cierre en el año 2017, 2018 y 2019, sin embargo, en el año 2020 tuvo un cierre de \$2,643 pesos colombianos por Kilo y en el año 2021 tuvo un cierre de \$3,248 pesos colombianos. Por tal motivo, se requiere definir unos modelos de volatilidad condicionada a la serie de precios de cierre mensual en el mercado panelero para el periodo 2017-2021, aportando a los productores del departamento del Huila, información sobre el comportamiento del precio en este intervalo de tiempo y posteriormente poder tomar las respectivas decisiones y recomendaciones.

Se tendrá en cuenta el concepto de volatilidad, ya que esta permite medir el movimiento de la variable en estudio, utilizando los métodos heteroscedásticos propuestos por Engle y Bollerslev para medir y analizar el comportamiento de los precios de la panela en el departamento. De esta manera, se podrá comparar el rendimiento de acuerdo con los resultados obtenidos, ayudando a tener una predicción de los precios en un tiempo determinado, ayudando a los productores a tener una visión de sus cosechas y puedan tomar acciones frente a posibles inconvenientes que puedan afectar la producción y el precio de la panela.

1.4. Objetivos:

1.4.1. Objetivos Generales:

Identificar cuando a la serie de retornos de los precios de cierre de la panela en el departamento del Huila se le ajusta un modelo de volatilidad condicionada o constante para el periodo comprendido entre 2017–2021.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Definir modelos de volatilidad condicionada a la serie de datos de los precios de la panela en el departamento del Huila en el periodo 2017-2021.
- Determinar a través del enfoque clásico y bayesiano una estimación para la volatilidad de los precios de la panela en el departamento del Huila, en el periodo 2017-2021.
- Comparar el rendimiento de las estimaciones de los precios de la panela en el departamento del Huila en el periodo 2017-2021, a través del enfoque clásico y bayesiano.

Capítulo 2

2. MARCO DE REFERENCIA

2.1. Antecedentes:

Carmen Andrea Medina Calderón y Erika Yelitza Quiroga Moreno; Universidad Santo Tomás de Santana, Boyacá(2021) estudiantes de Especialización, Gobierno y Gestión Territorial; efectuaron una investigación “variación de precios de la panela e investigación del gobierno municipio de Santana, Boyacá” con el fin de evidenciar el análisis de la variación de precios durante los últimos 3 años en la producción, comercialización y efectos en la economía. La metodología de la investigación es de tipo descriptiva, histórica y correlacional, a partir de análisis de datos recogidos por la SIPA del año 2020 al 2018, también fue tomado de la federación panelera FEDEPANELA de los meses de los tres años mencionados. Según los resultados y conclusiones se obtienen que:

En el año 2020 se estimó que el precio de equilibrio para la venta de la panela por kilo está entre 2,500y2.700, de acuerdo con el gerente de FEDEPANELA Fernando Mayorga en el año 2019 que producir un kilo de panela cuesta \$2,200 y que el precio promedio general fue de \$1,662por lo tanto podemos observar que el precio está por debajo del precio de producción, por lo tanto, no es rentable, para el año 2018 la federación FEDEPANELA en el departamento de Boyacá ocupó el cuarto lugar en área sembrada en el país y en el tercero con mayor producción.

Se concluye que la oferta y demanda se hallan otros factores importantes como las variaciones estacionales, la industrialización azucarera, los diferentes intermediarios, la economía, la tecnología utilizada y por último la mano de obra, por lo tanto, es muy difícil de dar un precio razonable para la rentabilidad de los productores. Se concluye que el gobierno no da incentivos ni ayudas a los precios que utilizan los productores, por lo tanto, siguen siendo afectados y se llevan a cabo en hacer agrupaciones entre ellos [4].

Daisy Katherine León Vargas; Universidad de La Salle, Bogotá (2017) estudiante de Finanzas y Comercio Internacional; realizó una investigación de la “Determinación de los componentes de los precios de la panela y su afectación sobre la producción y comercialización en los municipios de Chitaraque, San José de Paqué y Santana, Boyacá” con el fin de determinar cuál es la volatilidad del precio de la panela en estos municipios. La metodología usada fue un muestreo a través de la recolección de encuestas en donde se obtiene información sobre los posibles factores que inciden en el precio. Según los resultados obtenidos, se concluye que:

Uno de los factores ambientales que afecta la producción de la panela, se debe a la plaga del gusano de la diatrea, ya que este sé cómo el cogote del cultivo de caña de azúcar. Con respecto a la mano de otra, se tiene una deficiencia en el contrato de personal, ya que los habitantes de estos municipios tienen otro tipo de trabajo más fácil de realizar y con buena remuneración y los jóvenes continúan con los estudios y buscan mejores empleos y mejor calidad de vida.

A pesar de que el precio de la panela suba o baje constantemente, es un producto que tiene mucha demanda debido a que es un producto natural y muy económico y su costo de producción se ve afectado por el precio de la panela. En el año 2016, el costo

de mano de obra era de \$20,000 diario, la semilla a \$63c/u, el abono en \$62,000 el bulto y el precio de panela \$1,500 el kilo y comparado con el año 2017 aumento un 10% el precio de panela y el costo de producción [5].

Yecenia Vega Tello; Pontificia Universidad Javeriana, de Bogotá (2018) estudiante de Magíster en Desarrollo Rural; efectuaron una investigación de “análisis de los cambios en el sistema de producción de panela en las veredas, Ciénaga Chiquita y Bajo Mondeyal” se analiza los cambios que han surgido en el sistema de producción de la panela en dos veredas del municipio de San José De Isnos, el enfoque y la metodología de este trabajo es cualitativo y la información adquirida es a través de investigación, entrevista y por medio de la observación, gracias a estos datos podemos adquirir los componentes socioeconómicos. Los resultados fueron:

Se concluye que más del 50% de los productores no quieren que sus familias sigan con el trabajo de la panela, ya que dicen que les darían mejores condiciones de vida trabajando en algo no relacionado con la panela. Se pudo observar que existen y existieron cambios en el proceso de producción que mejorar un poco más dicho proceso, ya que el impacto medio ambiente surgió en el año 2010 y 2017, ya que fue en el periodo que desapareció el uso de llantas como combustible para la hornilla. En el 2010 fue el año que se generó más empleo que en los años anteriores, también se puede decir que para la realización de la panela no utilizan sustancias tóxicas [6].

Juan Camilo Bustos Olarte; Universidad Libre (2020) estudiante de Contaduría Pública; llevó a cabo un “sistema de costos en el proceso de la panela en las fincas Esmeralda y Luciérnaga en el municipio de Vergara, Cundinamarca” con el fin de conocer cuál es el modelo de costos más factibles en la aplicación de la producción de la panela en el municipio de Vergara para el mejoramiento de las fincas y la toma de decisiones. Se utilizaron el método histórico para tener un análisis de como se ha desarrollado la producción de panela a lo largo del tiempo, así obtener los antecedentes y saber cuál es la problemática. También se utilizó el método descriptivo para conocer los procesos de producción desde la siembra hasta tener el producto final y el efecto que tienen los intermediarios en el proceso. Se concluye que:

El sistema que se adecuó a la producción de panela en las fincas es el de costos por procesos, ya que es una producción continua sin necesidad de la demanda de los consumidores. Se agruparon los procesos por departamentos para tener claro la producción de la panela y el número de obreros en las fincas La Esmeralda y La Luciérnaga. El precio de venta que se generó fue de \$9,500 con un margen de contribución de \$1,000c/u, por lo que se concluye que, para cubrir un gasto fijo cercano a un millón, se deben producir cerca de mil unidades de panela.

Se tienen algunas recomendaciones a tomar en cuenta: Tomar como base el sistema de costos por proceso y en un futuro implementar un sistema de costeo adecuado a las necesidades del sector, aprovechar los subproductos para tener un mercado objetivo mayor donde los comerciantes puedan desenvolverse y buscar más beneficios económicos dando a conocer que de la caña no solo se puede crear la panela, analizar los costos indirectos de fabricación, ya que no se tienen en cuenta aumentando el precio de producción y por consiguiente el precio del producto, también se tiene como recomendación, crear una asociación de productores en el municipio para mejorar la producción, estabilizar el precio y fomentar la capacitación abriendo nuevos mercados nacionales como internacionales para estudiar la producción de panela en otros lugares y los beneficios que aportaría [7].

Ángel Harvey Barrera Ramírez y Héctor Jabela Niño; Corporación Universitaria Minuto de Dios (2020) estudiantes de Especialización en Gerencia de Proyectos; Desarrolló una investigación sobre el “Estudio de factibilidad para el incremento de la producción de la panela en la finca La Camelia de la vereda Boquerón Municipio de Rovira, Tolima” para revisar si existe en la finca La Camelia a disponibilidad económica, administrativa y viabilidad política para realizar cambios de la infraestructura en los trapiches y producir panela en mayor cantidad para satisfacer la demanda local, nacional e internacional. Para esto, se realiza un estudio de mercadeo basado en la recolección de información por medio de encuestas, se determinó la viabilidad del estudio técnico del proyecto en el aumento de las áreas de cultivo, en la molienda y la cocción de la panela con la información obtenida al principio de la investigación para un diagnóstico real, seguidamente se realizó un estudio financiero en los diferentes aspectos presupuestales que intervienen en la elaboración del proyecto para determinar la viabilidad de la continuación del proyecto. Se tiene como resultado que:

El proyecto es factible, cuenta con recursos para la producción y se aprovecha la capacidad del trapiche. La construcción de este tipo de empresas beneficia los cultivadores de caña que viven en esta zona, ya que tendrían asegurada su cosecha a esta empresa con precios justos obteniendo ganancias razonables. La producción y venta de la panela en esta región es rentable, pero su desarrollo no es viable, solo si se reestructura la planta de trabajo como se plantea en el trabajo.

Se recomienda la posibilidad de dar un anticipo de cosecha para que el cultivador tenga un anticipo para los insumos y la mano de obra y este se cubra con la entrega de la cosecha, también se recomienda al dueño de la finca ejecutar el proyecto en las condiciones planteadas para que su desarrollo sea exitoso, ya que cualquier cambio podría ser un riesgo. [8]

Gabriel Andrés García Moreno; Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario (2015) estudiante de Especialización en Evaluación y desarrollo de Proyectos; en su “Proyecto de pre factibilidad para un plan de negocios en la diversificación de productos de la panela en una finca productora de caña de azúcar” busca proporcionarle a la familia García Russi, información para analizar el comportamiento del mercado nacional e internacional de la panela, para buscar alternativas en la diversificación del producto que permita encontrar nuevos mercados con mejores precios. Este proyecto se elaboró en principio con información obtenida de las entrevistas realizadas a los productores de panela en Moniquirá Boyacá, determinando los costos y tamaños de producción, seguidamente se hizo la investigación a diferentes empresas públicas y privada para obtener datos que complementen el proyecto. Se concluye que:

Se tienen alternativas interesantes para desarrollar nuevas presentaciones de la panela, la tecnología utilizada es sencilla y de fácil aplicación sin presentar inconvenientes. Con respecto a la evaluación financiera, se observa que el proyecto es rentable y se cumple con las proyecciones de ingresos y costos establecidos, también se tiene una gran oportunidad de negocio de exportación de la panela a países como Estados Unidos, España y Alemania. [9]

Capítulo 3

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Volatilidad:

Es una medida de variación que tiene un variable objeto de estudio en un tiempo determinado. En finanzas, esta variable es el rendimiento de un activo y se calcula como la desviación estándar de dicha variable en un periodo de tiempo. Puede ser expresada en términos monetario o porcentuales, comparada sobre el valor inicial de la variable

3.1.1. Tipos de volatilidad:

- **Histórica:** Se obtiene a partir de los datos históricos, siendo una medición retrospectiva. Su cálculo es generado por las fluctuaciones en el rendimiento del activo en un periodo de tiempo.
- **Implícita:** Es el riesgo percibido por el mercado, siendo una volatilidad futura. Se calcula a partir del precio de las acciones o índices del activo.

3.2. Distribuciones de Probabilidad Básica

3.2.1. Distribución uniforme:

Definición: Una variable aleatoria X está distribuida uniformemente sobre el intervalo $[a, b]$, con $a < b$ números reales, si su función de densidad está dado por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{en otro espacio} \end{cases}$$

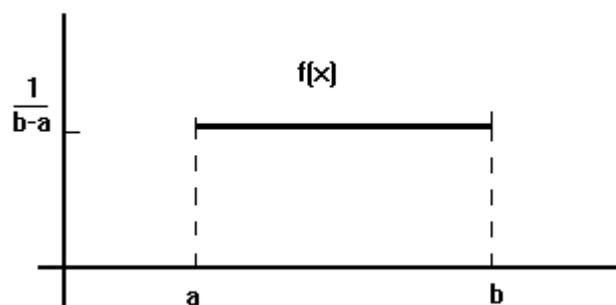


Figura 1: Función de densidad de una distribución uniforme

Fuente: Tomado de [1]

La expresión $X \cup [a, b]$, entonces, la función de distribución de X está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{si } x > b \end{cases}$$

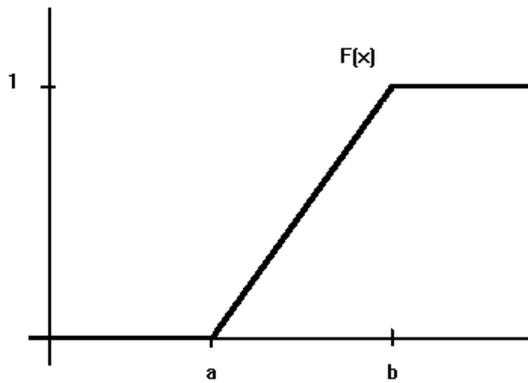


Figura 2: Función de distribución de una variable aleatoria con distribución uniforme.
Fuente: Tomado de [1]

Teorema: Si X es una variable aleatoria con distribución uniforme sobre el intervalo, $[a, b]$ entonces:

a) $EX = \frac{a+b}{2}$

b) $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

Demostración

a)

$$EX = \int_a^b x \frac{1}{b-a} dx = \frac{a+b}{2}$$

b)

$$\begin{aligned} EX^2 &= \int_a^b x^2 \frac{1}{b-a} dx \\ &= \frac{b^2 + ab + a^2}{3} \\ Var(X) &= \frac{b^2 - 2ab + a^2}{12} = \frac{(b-a)^2}{12} \end{aligned}$$

3.2.2. Distribución normal

Es la más importante y de mayor uso tanto en la teoría de la probabilidad, como en la teoría estadística. También la llaman distribución gaussiana, en honor a Gauss, a quien se considera el “padre” de esta distribución.

Definición: Se dice que una variable aleatoria X tiene distribución normal de parámetros μ y σ , donde μ es un número real y σ es un número real positivo, si su función de densidad está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]; \quad x \in \mathbb{R}$$

f es una función de densidad. Esto es que f es no negativa y que

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

El parámetro μ es un parámetro de localización y σ es un parámetro de escala. Conceptos que se precisan a continuación.

3.2.3. Definición de parámetros de localización y de escala

Sea Y una variable aleatoria. Se dice que θ_1 es un parámetro de localización, si para todo $c \in \mathbb{R}$, se tiene que la variable aleatoria $Z := Y + c$ tiene parámetro $\theta_1 + c$. Esto es, si $f_Y(\cdot; \theta_1, \theta_2)$ es la función de densidad de Y entonces la función de densidad de Z es $f_Z(\cdot; \theta_1 + c, \cdot)$.

Se dice que θ_2 es un parámetro de escala, si $\theta_2 > 0$ y para todo $c \in \mathbb{R}$, la variable aleatoria $W := cY$ tiene parámetro $|c|\theta_2$. Esto es, si $f_Y(\cdot; \theta_1, \theta_2)$ es la función de densidad de Y , entonces la función de densidad de W es $f_W(\cdot; |c|\theta_2)$.

se escribe $X(d) \sim N(\mu, \sigma^2)$ para indicar que X es una variable aleatoria con distribución normal de parámetros μ y σ .

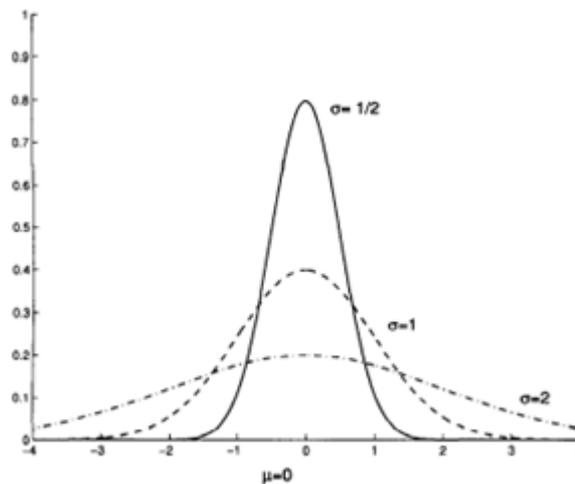


Figura 3: Función de densidad de una variable aleatoria X con distribución con $\mu = 0$ y valores diferentes de σ .

Fuente: Tomado de [1]

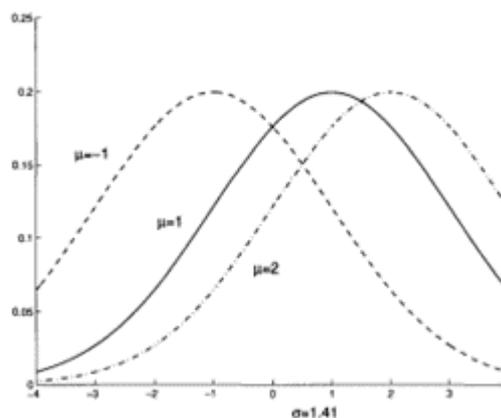


Figura 4: Función de densidad de una variable aleatoria $XN(\mu, \sigma^2)$ para $\sigma = 1,41$ y valores diferentes de μ .

Fuente: Tomado de [1]

La función de distribución de una variable aleatoria $XN(\mu, \sigma^2)$ está dado por:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu-\mu}{\sigma}\right)^2\right] d\mu; \quad x \in \mathbb{R}$$

3.2.4. Definición de distribución normal estándar

Si $XN(0, 1)$ entonces se dice que X tiene distribución normal estándar. La función de densidad y la función de esta variable aleatoria se denotan por $\phi(\cdot)$ y $\Phi(\cdot)$ respectivamente. La función de densidad de una variable aleatoria normal estándar es simétrica con respecto al eje y . Por lo tanto, para todo $z < 0$ se satisface que:

$$\Phi(z) = 1 - \Phi(-z)$$

Sea $XN(\mu, \sigma^2)$ y sea $Y := aX + b$ donde a y b son constantes reales con $a \neq 0$.

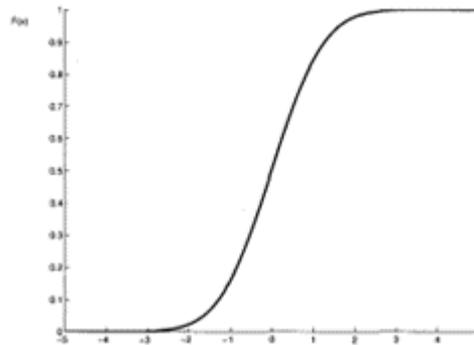


Figura 5: Función de distribución del normal estándar.

Fuente: Tomado de [1]

Se sabe que una función de densidad de la variable aleatoria Y está dada por:

$$\begin{aligned} f_y(x) &= \frac{1}{|a|} f_x\left(\frac{x-b}{a}\right) \\ &= \frac{1}{|a|} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-(a\mu + \sigma)}{a\sigma}\right)^2\right] \end{aligned}$$

Esto es, Y tiene distribución normal de parámetro de localización $a\mu + b$ y parámetro de escala $|a|\sigma$. En particular, si $XN(\mu, \sigma^2)$ entonces $Y = \left(\frac{x-b}{a}\right)$ tiene distribución normal estándar. Esto es, para conocer los valores de la función de distribución de una variable aleatoria con distribución normal arbitraria, basta conocer los de una variable aleatoria con distribución normal estándar.

3.3. Distribución a priori y a posteriori

Consideremos que de la distribución muestral $f(x|\theta)$ está disponible una distribución previa sobre θ , $\pi(\theta)$, es decir, que tratamos con un modelo bayesiano completo. Dados estas dos distribuciones, podemos construir varias distribuciones, a saber:

a) la distribución conjunta de (θ, x) ,

$$\varphi(\theta, x) = f(x|\theta)\pi(\theta)$$

b) la distribución marginal de x ,

$$\begin{aligned} m(x) &= \int \varphi(\theta, x) d\theta \\ &= \int f(x|\theta)\pi(\theta) d\theta \end{aligned}$$

c) la distribución posterior de θ , obtenida por la fórmula de Bayes

$$\begin{aligned} \pi(\theta|x) &= \frac{f(x|\theta)\pi(\theta)}{\int f(x|\theta)\pi(\theta) d\theta} \\ &= \frac{f(x|\theta)\pi(\theta)}{m(x)} \end{aligned}$$

d) la distribución predictiva de y , cuando $y \sim g(y|\theta, x)$, obtenida por

$$g(y|x) = \int g(y|\theta, x)\pi(\theta|x) d\theta$$

[10]

3.4. Serie de tiempo

3.4.1. Estacionaria

Es una serie de tiempo en donde los datos son estables a lo largo del tiempo, es decir, que la media y la varianza son constantes.

3.4.2. No Estacionaria

Es una serie de tiempo en donde los datos varían a lo largo del tiempo, es decir, los resultados de la media determinan el crecimiento o decrecimiento a largo plazo.

3.5. Función de autocorrelación

Los coeficientes de autocorrelación proporcionan información sobre la relación lineal entre los residuos del modelo separados por k unidades temporales. Es decir, indican el grado de correlación entre cada valor del residuo y los desplazados $1, 2, \dots, h$ periodos. Suponiendo que las varianzas de los residuos son constantes a lo largo del tiempo, el coeficiente de autocorrelación teórico, como ya se ha señalado, se expresa como

$$\rho_s = \frac{\sum_t^T s + 1 [(x_t - \mu)(x_{t-s} - \mu)]}{\sum_{t=1}^T (x_t - \mu)^2} = \frac{s}{0}$$

Donde, $\rho_0 > 0$, $\rho_s = -\rho_{-s}$

La representación gráfica de estos coeficientes de correlación para un conjunto de retardos sucesivos dará lugar a la función de autocorrelación simple (FAS). De estos coeficientes se definen los de autocorrelación parcial, que mide la correlación entre dos momentos de tiempo después de eliminar el efecto de los momentos intermedios. La representación gráfica de estos coeficientes recibe el nombre de función de autocorrelación parcial (FAP).

En el modelo de regresión lineal normal clásico, el k -ésimo coeficiente de regresión mide el cambio en el valor medio de la variable dependiente ante un cambio unitario en el regresor k , manteniendo constante la influencia de los demás regresores.

Así como en el modelo de regresión lineal normal clásico, el k -ésimo coeficiente de regresión mide el cambio en el valor medio de la variable dependiente ante un cambio unitario en el regresor k , de esta misma forma la autocorrelación parcial mide la correlación entre observaciones que están separadas k periodos de tiempo manteniendo constantes las correlaciones en los retardos intermedios. Obteniendo los coeficientes a partir de la siguiente expresión,

$$u_t = \varphi_1 u_{t-1} + \varphi_2 u_{t-2} + \varphi_3 u_{t-3} + \dots + \varphi_p u_{t-p} + a_t$$

Donde φ_p es el coeficiente de autocorrelación parcial, ya que mide el efecto adicional de la variable u_{t-p} sobre u_t . Más concretamente recoge el efecto que sobre la variable u_t tiene un retardo de esta misma variable, aislados los efectos de las posibles restantes retardos o considerando estos como constantes.

Los patrones de las funciones de autocorrelación son diferentes para los procesos AR, por tanto, se pueden utilizar para la identificación de la serie de residuos del modelo. Para los procesos autorregresivos, $AR(p)$ la función de autocorrelación simple decrece geométrica o exponencialmente y la función de autocorrelación parcial se corta después de p -retardos.

En las estimaciones prácticas estos comportamientos no son tan precisos, por lo que a través de contrastes de hipótesis deberá determinarse cuándo un coeficiente estimado (de autocorrelación o de autocorrelación parcial) es considerado nulo a pesar del valor empírico que presente.

Para ello se realizan contrastes de significatividad estadística de los coeficientes, estableciendo unas bandas de confianza por encima de las cuales los coeficientes resultan significativos. Estas bandas pueden calcularse a partir del coeficiente de correlación empírico

$$\rho_k \rightarrow AN \left(0, \sqrt{\frac{1}{n} \left(1 + 2 \sum_{s=1}^{k-1} \hat{\rho}_s^2 \right)} \right)$$

Si los coeficientes de correlación se sitúan dentro de estos límites, el proceso se considera de ruido blanco. Cuando existen coeficientes que no se sitúan dentro de las bandas,

habrá que buscar el patrón de comportamiento según un esquema autorregresivo. [11]

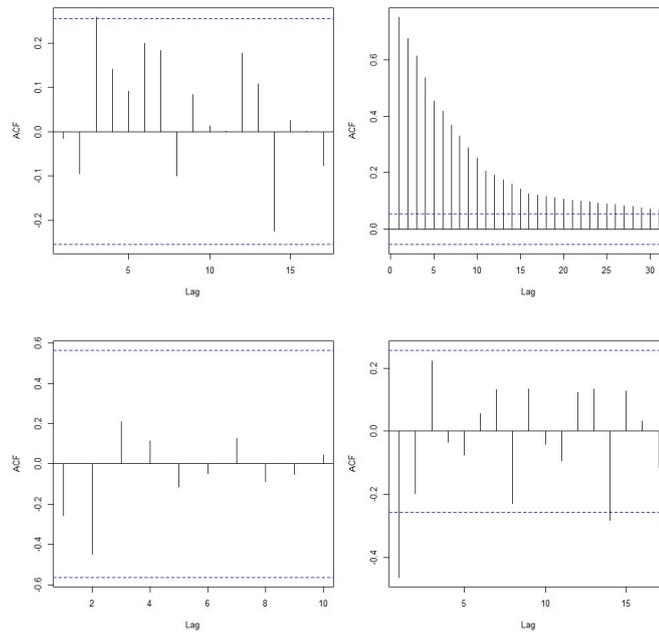


Figura 6: Funciones de autocorrelación muestral simple y parcial de las series.

Tomado de [2]

3.6. Hipótesis Ljung-Box

Box desarrolló un estadístico con ayuda en los cuadrados de los primeros coeficientes de autocorrelación de los residuos, consiste en analizar si existe o no autocorrelación. El estadístico se define como una sumatoria de estos cuadrados de los coeficientes de correlación empíricos;

Esto es;

$$Q = n \sum_{j=1}^p \hat{\rho}_j^2$$

siendo

$$\hat{\rho}_j = \frac{\sum_{t=j+1}^n e_t e_{t-j}}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

La hipótesis nula de no autocorrelación, el estadístico Q se distribuye asintóticamente según una χ^2 con grados de libertad igual a la diferencia entre el número de coeficientes acumulados (p) y el número de parámetros estimados al ajustar el proceso *ARMA* que se considere. Luego este estadístico fue estudiado por Ljung-Box obteniéndose mejores resultados para muestras pequeñas si se utiliza esta otra expresión alternativa.

$$Q = n(n+2) \sum_{j=1}^p \frac{\hat{p}_j^2}{(n+j)}$$

Los estadísticos se delimitaron inicialmente para el análisis de Series Temporales, pero también se manejaron para verificar la hipótesis de autocorrelación en los modelos de regresión. No obstante, esta aplicación en modelos estructurales debe realizarse con moderación, ya que la inclusión de variables exógenas en el modelo tiene un efecto desconocido sobre el estadístico experimental. [11]

3.7. Modelos heteroscedásticas

Los continuos cambios en la economía han hecho que se lleven a cabo el desarrollo de métodos adaptativos para modelar la volatilidad de los activos en las finanzas.

3.7.1. Modelo ARMA

El modelo autorregresivo-media móvil es de la forma

$$y_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \theta_j \epsilon_{t-j}$$

Donde ϵ_t es un ruido blanco. Este modelo se denota como ARMA (p, q) , y normalmente se normaliza θ_0 a 1. Si se tiene que las raíces están dentro del círculo unidad y una o varias raíces están encima o fuera del círculo, este modelo se llama ARIMA (p, d, q) donde d es el orden de integración.

Modelo	Ecuación
ARMA (0,0)	$y_t = \phi_0 + \epsilon_t$
ARMA (0,1)	$y_t = \phi_0 + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1}$
ARMA	$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \epsilon_t$
ARMA	$y_t = y_{t-1} + \epsilon_t$
ARMA	$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1}$

Cuadro 1: Ejemplo de modelos ARMA

3.7.2. Modelo GARCH

Los modelos generalizados autorregresivos condicionalmente heteroscedásticos (GARCH) fue creado por Bollerslev en 1986. La estructura de la varianza depende no solo del cuadrado de los errores retrasados q periodos, sino también de la varianza condicionales retrasadas p periodos.

Bollerslev plantea que la varianza condicionada $\sigma_{t/t-r}^2$, depende de los valores previos de la variable y de sus valores anteriores, esta idea se puede representar de la forma:

$$\sigma_{t/t-r}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r r_{t-r}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2$$

Donde $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_i \geq 0$ con $i = 1, \dots, r$ y $j = 1, \dots, p$ respectivamente, para garantizar que la varianza sea positiva.

El investigador Daniel B. Nelson en 1991 demostró que si el modelo GARCH admite una representación ARCH (∞), esto es suficiente para exigir que los coeficientes del polinomio de retardos en dicha representación sean todos positivos.

Se denomina un nuevo modelo GARCH (p, r), el cual se deduce del modelo ARCH (r) cuando $p = 0$. Bollerslev establece las condiciones de estabilidad del modelo demostrando que rt es poco estable cuando

$$E(r_t) = 0$$

$$Var(rt) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^r \alpha_i - \sum_{j=1}^p \beta_j}$$

$$Cov(r_t, r_s) = 0; \text{ para todo } t \neq s$$

Implicando

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$$

Los modelos GARCH y ARMA tienen una relación muy importante. Definiendo $v_t = r_t^2 - \sigma_t^2$ como un ruido blanco que se forma por variables estacionarias incorreladas de media cero y varianza marginal constante, y se expresa la dependencia del modelo GARCH como con proceso ARMA, según la ecuación

$$r_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\max(p,r)} (\alpha_i + \beta_i) r_{t-i}^2 + v_t - \sum_{j=1}^p \beta_j v_{t-1}$$

3.7.3. Modelo GARCH (1,1)

El modelo más sencillo para el estudio de series financieras es el GARCH (1,1), teniendo con buenos resultados los cambios temporales en la varianza condicional. Este modelo se tiene cuando $p = r = 1$, expresando la varianza condicionada como

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Donde $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_i \geq 0$, con $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, la serie r_t tiene varianza finita, y es ruido blanco con media cero y varianza,

$$Var(rt) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

Si se tiene que $(\beta_1 + \alpha_1)^2 + 2\alpha_1^2 < 1$, el momento de cuarto orden 4 de r_t existe y es finito, la curtosis de r_t es:

$$\gamma = \frac{E(r_t^4)}{[E(r_t^2)]^2} = \frac{3[1 - (\alpha_1\beta_1)^2]}{1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2}$$

Cuando $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ se tiene un valor mayor a 3, por tanto, es un modelo estacionario leptocúrtico.

Como $p = r = 1$, la ecuación se escribe como:

$$r_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)r_{t-1}^2 + v_{t-1} - \beta_1 v_{t-1}$$

Este modelo es un proceso ARMA (1, 1) para la serie r_t^2 en donde se tiene que la función de autocorrelación

Si $k = 1$,

$$\rho_c(1) = \frac{\alpha_1(1 - \alpha_1\beta_1 - \beta_1^2)}{(1 - 2\alpha_1\beta_1 - \beta_1^2)}$$

Si $k > 1$

$$\rho_c(k) = (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1} \rho_c(1)$$

3.7.4. Modelo IGARCH

En la estimación de los modelos GARCH para series de rendimiento financieros es común encontrarse con valores $\alpha_1 + \beta_1$ cercanos a uno, haciendo que la función de autocorrelación r_t tenga un pequeño decrecimiento, indicando que los cambios en la varianza son muy lentos y los cambios bruscos persistan en la volatilidad.

Esta característica de las series financieras evidencia que, aunque la serie original es incorrelada, se tiene correlación en la serie de sus cuadrados que decrecen lentamente, mostrando valores significativos en retardos altos del estudio. Esto desarrolla un interés por estudiar el modelo GARCH (1, 1), con $\alpha_1 + \beta_1 = 1$ y a estos modelos se les llama modelos IGARCH (1, 1). Fue propuesto por Engle y Bollerslev en 1986 con la ecuación de varianza condicionada

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1(r_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2)$$

Este modelo no es poco estacionario, ya que su varianza marginal es infinita. Reordenando la ecuación de la varianza condicionada

$$\Delta r_t^2 = \alpha_0 + v_t + \beta_1 v_{t-1}$$

Donde Δ es el proceso de primeras diferencias y $v_t = r_t^2 - \sigma_t^2$ es un ruido blanco formado por variables estacionarias incorreladas de media cero y varianza marginal constante.

De esta forma, se puede interpretar la ecuación como un PROCESO ARMA (1) estacionario para las primeras diferencias, r_t^2 evidenciando similitud con los procesos ARIMA (0, 1, 1) pero no una igualdad.

3.7.5. Modelo EGARCH

Estos modelos tienen algunas limitaciones:

- Las condiciones en los parámetros para que σ_t^2 sea positivo son alteradas en algunas aplicaciones empíricas.
- El modelo GARCH no modeliza una respuesta asimétrica de la volatilidad ante cambios en la serie.

Por tal razón, se propone el modelo EGARCH, el cual garantiza la no negatividad de la varianza condicional escribiendo la ecuación de volatilidad en términos logarítmicas de σ_t^2 de la siguiente forma

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \varphi_j \ln(\sigma_{t-j}^2) + g(\varepsilon_{t-1}) + \sum_{i=1}^r \Psi_i g(\varepsilon_{t-i-1})$$

Donde $g(\varepsilon_t) = \lambda_1 \varepsilon_t + \lambda_2 (|\varepsilon_t| - E|\varepsilon_t|)$. Mediante la función g , el modelo captura una respuesta asimétrica de la volatilidad en diferentes signos, permitiendo modelizar un contraste empírico con otras series financieras. Sin embargo, si se tiene un rendimiento negativo, esto puede aumentar una volatilidad mayor que las de rendimientos positivos.

Por definición se tiene que las perturbaciones $g(\varepsilon_t)$ son variables independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza constante, por tanto, se puede considerar el modelo EGARCH como una representación ARMA para la serie $\ln(\sigma_t^2)$.

[12]

3.7.6. Modelo TGARCH

La idea del modelo TGARCH es dividir la distribución de los shocks en intervalos disjuntos, para luego aproximar una función lineal por tramos para la desviación estándar condicional o para la volatilidad condicional. Si solo hay dos intervalos, la división es normalmente en un umbral identificado con el número cero, donde la influencia de los shocks positivos se identifica con valores por encima de cero y negativos por debajo de este valor. En este caso, el modelo **TGARCH(m;s)** se puede escribir como:

$$\begin{aligned} R_t &= \mu_t + a_t \\ a_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim IID(0,1) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \gamma_i N_{t-i} a_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \end{aligned}$$

Donde N_{t-i} es un indicador para a_{t-i} definido por:

$$N_{t-i} = \begin{cases} 1, & \text{si } a_{t-i} < 0 \\ 0, & \text{si } a_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

y $\alpha_i, \gamma_i, \beta_i$ son parámetros no negativos que satisfacen condiciones similares a los modelos GARCH. A partir del modelo, un número positivo a_{t-i} contribuye $\alpha_i a_{t-i}^2$ a σ_t^2 , mientras que un número negativo a_{t-i} tiene un mayor impacto $(\alpha_i + \gamma_i) a_{t-i}^2$ con $\gamma_i > 0$.

3.7.7. Modelo APARCH

El modelo TGARCH pertenece a la clase de modelos de poder asimétrico autorregresivo condicional, heteroscedástico, denominado $APARCH(m; s)$, el cual se describe como:

$$\begin{aligned} R_t &= \mu_t + a_t \\ a_t &= \sigma_t \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim IID(0, 1) \\ \sigma_t^\delta &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i (|a_{t-i}| + \gamma_i a_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-i}^\delta \end{aligned}$$

Donde $\delta > 0$ y los coeficientes $\alpha_0, \alpha_i, \gamma_i$ y β_i satisfacen ciertas condiciones de regularidad para que la volatilidad sea positiva. Tres casos especiales de los modelos APARCH son de interés. Cuando $\delta = 2$, el modelo APARCH se reduce a un modelo TGARCH. Cuando $\delta = 1$, el modelo utiliza la volatilidad directamente en la ecuación de volatilidad. El caso de $\delta = 0$ se toma $\delta \rightarrow 0$ y en este caso el modelo se convierte en un modelo EGARCH.

3.8. Teorema de Bayes

Sea los sucesos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, que verifican:

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \text{si } i \neq j$$

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = E$$

Los sucesos A_i , para $i = 1, \dots, n$, son incompatibles de dos a dos y exhaustivos. Sea un suceso B , con $P(B) > 0$, se conocen $P(A_i)$ y $P(B|A_i)$, $i = 1, \dots, n$.

El teorema de Bayes expresa la probabilidad de que suceda un evento determinado A_j condicionado al suceso B ocurrido.

$$P(A_j|B) = \frac{P(A_j \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_j)P(B|A_j)}{\sum_{j=1}^n P(A_j)P(B|A_j)}$$

Las probabilidades $P(A_j)$ son probabilidades a priori o probabilidades de las causas y las probabilidades $P(A_j|B)$ son probabilidades a posteriori, si el suceso B ya ha ocurrido o probabilidad de que sea debido a la causa.

3.8.1. Teorema de Bayes forma continua

El conocimiento se puede expresar mediante variables continuas caracterizadas con funciones de densidad de probabilidad

$$P(x) \geq 0 \text{ para todo } x \text{ y } \int p(x)dx = 1$$

En la forma continua se expresa como

$$P(y|x) = P(y) \frac{P(x|y)}{P(x)}$$

3.9. Regiones de Credibilidad

A partir de una distribución posterior se puede construir intervalos de credibilidad (a, b) como la probabilidad posterior de que la variable aleatoria θ se encuentre en un intervalo.

$$P^*(a \leq \theta \leq b) = \int_a^b g^*(\theta) \delta\theta$$

Si la probabilidad posterior $P(a \leq \theta \leq b) = 90$, se dice que (a, b) es un intervalo creíble de 90% para θ . [13]

3.9.1. Prueba de Hipótesis de Bayes

Cuando se hace la prueba de $H_0 : \theta \in \Omega_0$ con $H_a : \theta \in \Omega_a$, se calcula la probabilidad posterior $P^*(\theta \in \Omega_0)$ y $P^*(\theta \in \Omega_a)$ y se acepta la hipótesis más alta de probabilidad posterior.

El *Odds ratio*, arroja la medida de la evidencia a favor o en contra de H_0 y se acepta la hipótesis si *Odds ratio* > 1

$$Oddsratio = \frac{P(H_0)}{P(H_a)}$$

Para saber si el aporte de la muestra es a favor o en contra de la hipótesis H_0 , se usa el factor de Bayes

$$FB = \frac{Odds \text{ ratio a priori}}{Odds \text{ ratio a posteriori}}$$

3.10. Propiedades de los Estimadores Puntuales

3.10.1. Insesgamiento

Un escenario ideal en la estimación puntual es que su estimador en promedio sea muy parecido al parámetro, luego un estimador se dice insesgado si y solo si se cumple que:

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

3.10.2. Observación

Si el valor esperado del estimador no es el parámetro, es decir, $E(\widehat{\theta}) \neq \theta$, el estimador no es insesgado o se dice que tiene sesgo, el cual se define como:

$$B(\widehat{\theta}) = E(\widehat{\theta}) - \theta$$

De donde también se define una estadística de error muy importante, el error cuadrático medio, notado como MSE_{θ} y escrito de la siguiente manera:

$$MSE_{\theta} = V(\widehat{\theta}) + [B(\widehat{\theta})]^2$$

3.10.3. Consistencia

Cuando el estimador no es insesgado en primera medida, lo que sería lo idóneo, se requiere al menos que su valor oscile cerca del valor del parámetro para tamaños de muestra grandes, es decir, un estimador es consistente cuando:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} E(\widehat{\theta}) = \theta$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} V(\widehat{\theta}) = 0$

3.10.4. Suficiencia

Intuitivamente hablando un estimador es suficiente para un parámetro si toda la información acerca del parámetro está contenida en la muestra.

Formalmente, sería: una estadística $\widehat{\theta}$ se dice suficiente para θ basada en una muestra aleatoria x_1, x_2, \dots, x_n de una población con función masa o de densidad de probabilidad $f_x(x, \theta)$. Si la distribución condicional de las variables aleatorias x_1, x_2, \dots, x_n dado $\widehat{\theta}$ no depende del parámetro θ , es decir, $\widehat{\theta}$ es un estimador suficiente de θ si:

$$f_x(x_1, x_2, \dots, x_n | \widehat{\theta} = \theta) = g(\widehat{x})$$

Donde $g(\widehat{x}) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

3.10.5. Eficiencia

La eficiencia es un requisito de precisión, esto es, es más preciso aquel estimador que tenga menor varianza, ya que tiene la capacidad de producir estimaciones más centradas.

Así sean $\widehat{\theta}$ y $\widehat{\theta}'$ dos estimadores insesgados para θ , estimadores basados en una muestra aleatoria x_1, x_2, \dots, x_n de una población con función masa o de densidad de probabilidad $f_x(x, \theta)$, se dice que $\widehat{\theta}$ es estimador uniformemente mejor que $\widehat{\theta}'$ si:

$$V(\widehat{\theta}) \leq V(\widehat{\theta}')$$

Capítulo 4

4. Marco Metodológico

4.1. Análisis Estadístico

Este proyecto tiene como objetivo analizar los precios de cierre mensuales de la panela en el departamento del Huila durante el periodo 2017-2021, los cuales se pueden encontrar en el Sistema de Información panelera (SIPA) con un total de 60 datos.

Realizando el análisis estadístico se obtiene los siguientes resultados

Medida	Precio de cierre	Retornos
Media	2463.207	0.003800
Mediana	2542.875	0.06917
Moda	1407.75	0.00837806
Varianza	629292.2	0.09153174
Desviación Estándar	793,2794	0.09153174
IQR	1629.325	0.1174876
Curtosis	-1.734314	0.9679323
Asimetría	0.02797053	2.933835
Mínimo	1407.75	-0.163596
Máximo	3655.8	0.374450

Cuadro 2: Análisis Estadístico.

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con el cuadro 5.2 se puede deducir que en el periodo encuestado 2017 a 2021 tuvo un promedio de \$2463.207 pesos colombianos. La desviación estándar es de \$793.2794 pesos colombianos, en otras palabras que la media se encuentra alejada de los datos porque no hay homogeneidad, es decir que los datos están muy dispersos, por eso presenta valores de la desviación muy alta. Tiene un rango intercuartílico de \$1629.325 pesos colombianos. Aproximadamente la curtosis es de $-1,7$ como es < 0 es una platicúrtica que quiere decir que los precios de cierre de la panela tienen poca concentración hacia la media. La asimetría es aproximadamente de $0,03$ como es positiva, esto quiere decir que tiene una cola a la derecha, ya que tienen más valores de los precios de cierre de la panela hacia la derecha de la media y que los precios de cierre de la panela están por encima de la moda. El mínimo valor del precio de la panela es de \$1407.750 pesos colombianos y el máximo valor del precio de la panela es de \$3655.800 pesos colombianos.

A continuación en la figura 7 se grafica un boxplot por año del precio de cierre de la panela mensual del periodo encuestado, por lo cual se obtiene que en los años 2017 y 2020 del precio de cierre de la panela son asimétricos negativos que quiere decir que la curva de la gráfica está sesgada a la izquierda. Es decir, que los valores del precio de cierre de la panela están ubicados a la izquierda de la media y, por lo tanto, la media y la mediana son menores que la moda y por consiguiente hubo una disminución de precio de la panela respecto a la media. En los años 2018, 2019 y 2021 los precios de cierre de la panela son asimétricos positivos, que quiere decir que la curva de la gráfica está sesgada a la derecha. Es decir, que los valores del precio de cierre de la panela están ubicados a la derecha de la media y, por lo tanto, la media y la mediana son mayores

que la moda y por consecuencia hubo un aumento de precio de la panela respecto a la media.

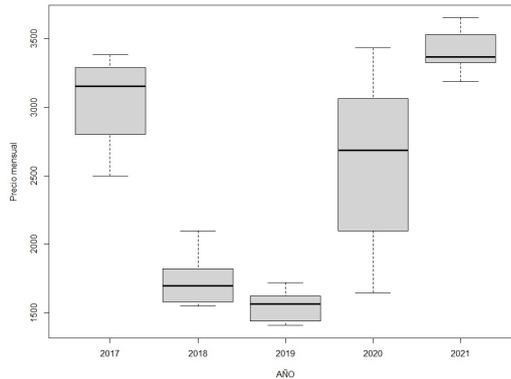


Figura 7: Boxplot por año

Fuente: Elaboración propia, con los datos obtenidos por el SIPA [3]

Al momento de realizar el modelado de series temporales, es importante identificar si el fenómeno presenta procesos estacionarios o no a lo largo del tiempo $1 \leq t \leq 60$. Por tal motivo, se aplica el test de Dickey-Fuller, el cual contrasta las hipótesis

H_0 : La serie sigue un proceso no estacionario

H_a : La serie sigue un proceso estacionario

En donde se concluye que teniendo un nivel significativo del 5%, la serie de los precios de cierre no presentan un comportamiento estadísticamente como un proceso estacionario con una probabilidad de 8,368%, por tal motivo es necesario analizar los retornos de la serie de precios con la ecuación

$$R_t = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}}$$

Donde X_t es el precio de cierre en el tiempo t y X_{t-1} en el tiempo $t - 1$.

Evaluamos los retornos del precio de cierre de la panela mensual, lo cual se obtiene 59 datos.

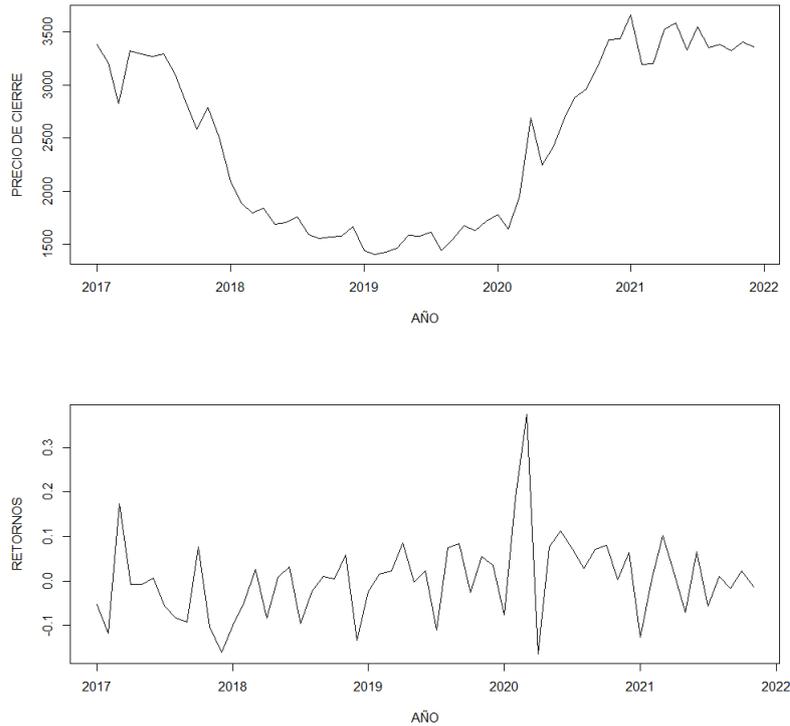


Figura 8: Serie de precios y retornos

Fuente: Elaboración propia, con los datos obtenidos por el SIPA [3]

En la Figura 8 se puede observar la diferencia entre la serie de los precios de cierre y la serie de retornos al usar la prueba de Dickey-Fuller, teniendo en cuenta las hipótesis

H_0 : La serie de retornos sigue un proceso no estacionario

H_a : La serie de retornos sigue un proceso estacionario

Donde se concluye que teniendo un nivel significativo del 5%, la serie de retornos presenta un comportamiento estadísticamente como un proceso estacionario, con una probabilidad menor al 0,1%.

De acuerdo a la tabla 2 de retornos, se deduce que tiene un coeficiente de asimetría de 2,933835 y curtosis 0,9679323 como es > 0 . Es decir, que es una leptocúrtica en donde los precios de cierre de la panela están muy concentrados hacia la media y la asimetría tiene una cola a la derecha, ya que tienen más valores del precio de cierre de la panela hacia la derecha de la media y que los precios de cierre de la panela están por encima de la moda.

En la Figura 8, se puede observar el comportamiento que tiene la serie de precio de la panela en el periodo estudiado sin presentar un comportamiento de estacionalidad, sin embargo, la serie de retornos en el periodo estudiado si presenta un comportamiento de estacionalidad.

En el uso de los modelos de volatilidad se tiene unos pasos para su correcto uso:

1. Se aplica la prueba de Ljung-Box y se determina si existen autocorrelaciones simples y autocorrelaciones parciales significativas en la serie de retornos y de los retornos al cuadrado, de acuerdo a ello se determina si es necesario establecer un modelo $ARMA(p; q)$ para la media μ_t y/o un modelo de volatilidad condicional o

estocástica σ_t^2 .

2. Si se tienen autocorrelaciones simples y parciales significativas en la serie de retornos y retornos al cuadrado, se realiza las gráficas de función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial para cada una de las series, con el fin de identificar los parámetros $(p; q)$ y $(m; s)$ que logren estimar el mejor modelo $ARMA(p; q)$ junto con los modelos $ARCH(m)$ y pertenecientes de la familia $GARCH(m; s)$ para explicar la media μ_t y volatilidad de la serie de retornos.
3. Sí, existen autocorrelaciones simples y autocorrelaciones parciales significativas en la serie de retornos al cuadrado, pero no en la serie de retornos, se encoge los valores de m y s , dependiendo de los primeros rezagos significativos proporcionados por las gráficas de autocorrelación y de autocorrelación parcial de la serie de los retornos al cuadrado, estimando los modelos $ARCH(m)$ y pertenecientes de la familia $GARCH(m; s)$ sin modelos para la media.
4. Tomando los datos estadísticos descriptivos de la serie de retornos, se hace una revisión de las distribuciones que pueden seguir los términos de errores ϵ_t expresados por los modelos de volatilidad condicional.
5. Con ayuda del software estadístico R y su paquete `rugarch`, se puede calcular los criterios de información bayesiana para cada uno de los modelos de volatilidad condicional:

$$ARMA(p; q) + ARCH(m),$$

$$ARMA(p; q) + GARCH(m; s),$$

$$ARMA(p; q) + IGARCH(m; s),$$

$$ARMA(p; q) + EGARCH(m; s),$$

$$ARMA(p; q) + TGARCH(m; s),$$

$$ARMA(p; q) + APARCH(m; s),$$

Con $\epsilon_t \sim IID(0; 1)$ planteadas por el paso anterior.

6. Se verifica la validación de los parámetros de uno de cada tipo de modelo de volatilidad condicional que poseen el menor criterio de información bayesiana, es decir, el valor absoluto de cada uno de los parámetros puntuales de los modelos $ARMA(p; q)$ sea menor que uno, supuestos de estacionalidad de los modelos $ARCH$ y familia pertenecientes a modelos $GARCH$.
7. Finalmente, se escoge el mejor modelo de volatilidad condicional, por medio del menor criterio de información bayesiana y validación de los supuestos en sus residuales estandarizados, que logre explicar la volatilidad de la serie de retornos.

4.2. Enfoque Bayesiano

4.2.1. Distribución Gamma-inversa:

Si cierta variable Y sigue una distribución $\text{Gamma}(\alpha, \beta)$ la variable inversa: $X = \frac{1}{Y}$ seguirá distribución $\text{Gamma-inversa}(\alpha, \beta)$ siendo su función de densidad:

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \beta^\alpha x^{-\alpha-1} e^{-\frac{\beta}{x}}$$

$$E(X) = \frac{\beta}{\alpha - 1} \text{ si } \alpha > 1$$

$$\text{Moda} = \frac{\beta}{\alpha + 1}$$

$$\text{Var}(X) = \frac{\beta^2}{(\alpha - 1)^2(\alpha - 2)} \text{ si } \alpha > 2$$

Para realizar la distribución bayesiana Apriori Gamma-Inversa, se debe hallar los parámetros α_1 y β_1 en el periodo 2017-2018.

Tomando la esperanza y la varianza de la Distribución Gamma-inversa y despejando a α_1 y β_1 , se obtiene

$$\alpha_1 = \frac{E(X)^2}{\text{Var}(X)} + 2$$

$$\beta_1 = E(X)(\alpha_1 - 1)$$

Luego, la función de la Verosimilitud de la Normal es

$$L(x_i | \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

Denotando la distribución apriori en función de α y β del enfoque bayesiano viene dada por

$$\alpha, \beta \sim \text{Gamma-inversa}(\alpha_1, \beta_1) = h(\theta)$$

Tomando el periodo 2019-2021 para hallar la distribución aposteriori

$$h(x_i | \theta) = L(x_i | \mu, \sigma^2) \cdot \text{Gamma-inversa}(\alpha, \beta)$$

Se tiene que la distribución aposteriori es Gamma-inversa de parámetros

$$\text{Gamma-inversa} \left(\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{2}; \beta_2 = \frac{\beta_1 \cdot \text{Var}(X)^2}{2} \right)$$

Capítulo 5

5. Análisis y resultados

La serie de retornos en el periodo evaluado cuenta con 59 datos. En la Figura 5.9 se evidencia las fluctuaciones en la serie de precios y retornos.

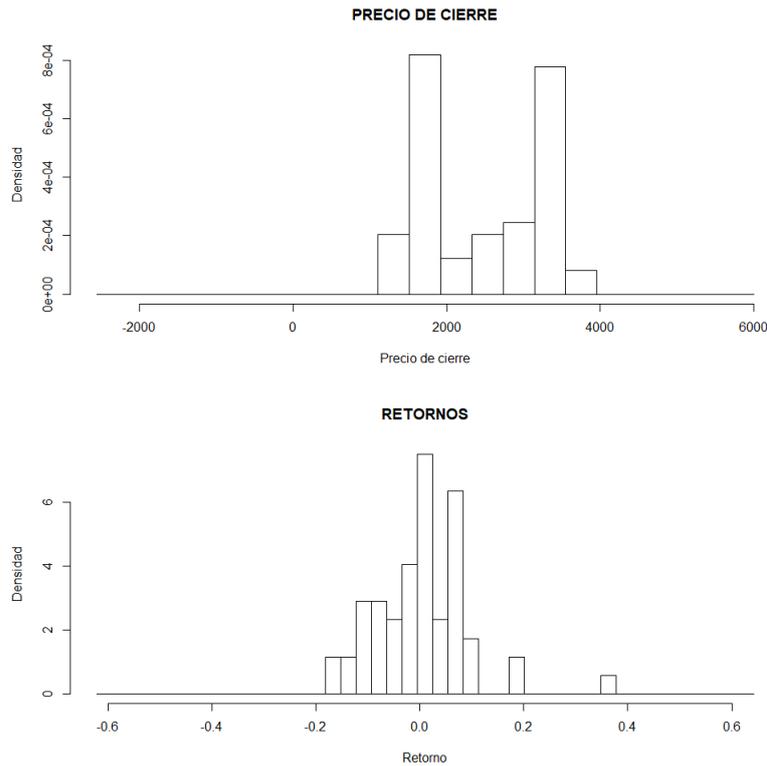


Figura 9: Histograma.
Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo al histograma, la densidad de los retornos es asimétrica, con un centramiento aproximadamente a 3 y tiene una curtosis aproximadamente a 1. Aplicando la prueba de T-Student en la serie de retornos, el cual contrasta

H_0 : La media es igual a cero

H_a : La media no es igual a cero

Se puede observar que con un nivel significativo del 5%, la media se puede considerar como cero, con una probabilidad del 93,38%.

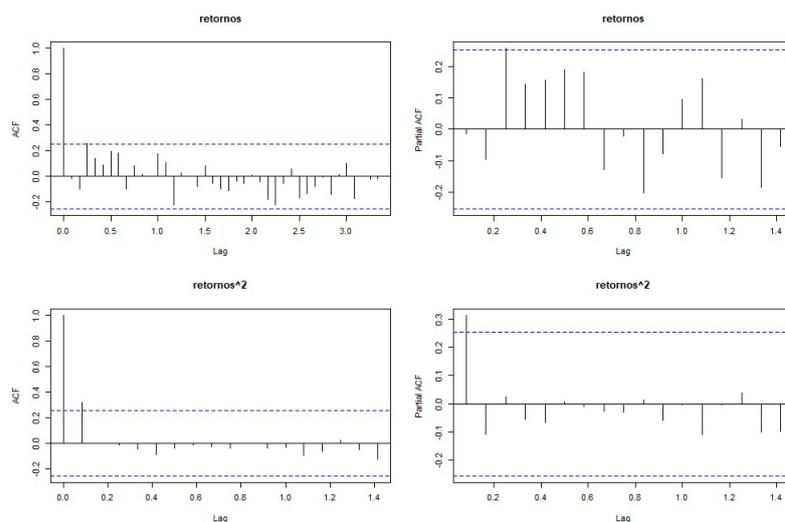


Figura 10: ACP Y PACF retornos.
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 10 se observa que la función de autocorrelación simple de la serie de retornos poseen pocos rezagos significativos que se encuentran por fuera de las bandas de confianza al 95%, sin embargo se aplica la prueba de Ljung-Box para comprobar la significancia de las autocorrelaciones hasta el rezago 10.

La probabilidad asociada al estadístico de prueba es del, 90,49% lo cual indica que los retornos no presentan rezagos significativos, es decir, no presenta autocorrelación.

Se observan autocorrelaciones significativas en los retornos al cuadrado, Con una probabilidad de 1,319% indica una independencia serial, por lo tanto, se debe ajustar un modelo de volatilidad.

5.1. Modelo de volatilidad condicional

Con el fin de localizar un modelo apropiado, se inició con los modelos ARCH(m), GARCH(m,s), TGARCH(m,s), EGARCH(m,s), IGARCH(m,s) y APARCH(m,s), con $\mu_t = 0$ conforme al resultado de la prueba de Ljung-Box para la serie de retornos, para valores de $m, s = 1, 2$ que son los primeros rezagos significativos observados en las gráficas de autocorrelación parcial de la serie de retorno al cuadrado.

La serie de retorno tiene una asimetría positiva y una curtosis grande, lo cual sería siendo una leptocúrtica, ya que es una distribución más pesada que la distribución normal, se utiliza la distribución T-Student estandarizada y la distribución GED.

Modelo		Criterios de Información	
		Akaike	Bayes
ARCH	ARCH(1)	-2.1334	-2.0277
	ARCH(2)	-2.1094	-1.9685
	ARCH(3)	-2.0576	-1.8815
	ARCH(4)	-2.0429	-1.8316
	ARCH(5)	-1.9913	-1.7449
	ARCH(6)	-1.9411	-1.6594
	ARCH(7)	-1.9134	-1.5965
	ARCH(8)	-1.8791	-1.5270
	ARCH(9)	-1.8535	-1.4662
GARCH	GARCH(1,1)	-2.0995	-1.9586
	GARCH(1,2)	-1.8725	-1.6964
	GARCH(2,1)	-1.8725	-1.6964
	GARCH(2,2)	-1.8392	-1.6280
IGARCH	IGARCH(1,1)	-1.9396	-1.8340
	IGARCH(1,2)	-1.9058	-1.7649
	IGARCH(2,1)	-1.9057	-1.7649
	IGARCH(2,2)	-1.8719	-1.6958
EGARCH	EGARCH(1,1)	-2.1365	-1.9957
	EGARCH(1,2)	-2.0999	-1.9238
	EGARCH(2,1)	-2.1676	-1.9563
	EGARCH(2,2)	-2.1758	-1.9294
TGARCH	TGARCH(1,1)	-2.0813	-1.9053
	TGARCH(1,2)	-2.0430	-1.8317
	TGARCH(2,1)	-1.7880	-1.5415
	TGARCH(2,2)	-1.7690	-1.4873
APARCH	APARCH(1,1)	-1.8392	-1.6279
	APARCH(1,2)	-1.8053	-1.5588
	APARCH(2,1)	-1.7714	-1.4897
	APARCH(2,2)	-1.7375	-1.4205

Cuadro 3: BIC modelos de volatilidad condicional para los retornos.
Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo a la tabla 3 se tienen los valores dados por los criterios de información para cada uno de los modelos mencionados anteriormente, tomando valores menores para cada modelo.

Modelo	Parámetro	Estimador	Error Estándar	Probabilidad
ARCH(1)	α_0	0.002962	0.000817	0.0295%
	α_1	0.791704	0.304912	0.9418%
	V	0.047061	1.681496	7.4896%
GARCH(1,1)	α_0	0.002962	0.001346	2.7749%
	α_1	0.791704	0.305345	0.9519%
	β_1	0.000000	0.156592	100%
	K	2.994915	1.685101	7.5520%
IGARCH(1,1)	α_0	0.000000	0.000017	99.608%
	α_1	0.000001	0.085299	99.999%
	K	1.215994	0.084523	0%
EGARCH(1,1)	α_0	-4.61224	1.43597	0.1318%
	α_1	0.00000	NA	NA %
	β_1	0.10232	0.27394	70.8765%
	γ_1	1.00000	0.29880	00.0818%
	K	2.71226	1.20853	2.4816%
TGARCH(1,1)	α_0	0.047061	0.022997	4.0713%
	α_1	0.559625	0.149705	0.0185%
	β_1	0.000000	0.265545	100%
	γ_1	-0.169426	0.198703	39.3849%
	K	2.615353	1.058952	1.3521%
APARCH(1,1)	α_0	0.00000	0.000093	99.9278%
	α_1	0.00000	0.000172	99.9184%
	β_1	0.99581	0.020057	0%
	γ_1	0.18928	0.691216	78.4213%
	δ_1	2.17826	1.301983	9.4320%
	K	1.21482	0.293123	0.0034%

Cuadro 4: Estimación de parámetros, modelos de volatilidad condicional.
Fuente: Elaboración propia.

Modelo	a_t			a_t^2		
	Q(10)	Q(15)	Q(20)	Q(10)	Q(15)	Q(20)
ARCH(1)	77.26%	76.29%	28.24%	73%	53.51%	70.41%
GARCH(1,1)	77.26%	76.29%	28.24%	73%	70.41%	64.87%
IGARCH(1,1)	90.50%	79.39%	29.58%	13.19%	75.75%	23.204%
EGARCH(1,1)	87.61%	86.20%	20%	35.31%	78.83%	87.56%
TGARCH(1,1)	83.90%	75.42%	23.86%	38.92%	61.12%	65.29%
APARCH(1,1)	88.07%	77.97%	28.33%	1.239%	7.190%	22.572%

Cuadro 5: Probabilidades obtenidas por la prueba de Ljung-Box a residuales estandarizados.
Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 4 y 5 se puede observar los parámetros estimados, incluyendo su nivel de significancia y los estadísticos de prueba de Ljung-Box a los residuales estandarizados para cada uno de los modelos.

- El modelo $ARCH(1)$ de la forma

$$R_t = a_t$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim t_{0,047061}^*$$

$$\sigma_t^2 = 0,002962 + 0,791704 a_{t-1}^2$$

Con un nivel de significativo del 5% de rezagos significativos en los residuales estandarizados al cuadrado como se observa en el cuadro 5.5. Por lo tanto, se deduce que es un modelo que explica la volatilidad de la serie de retornos.

- El modelo $IGARCH(1,1)$ de la forma

$$R_t = a_t$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim GED_{1,215994}(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = 0,000000 + 0,000001 a_{t-1}^2 + 0,000001 \sigma_{t-1}^2$$

Lo cual no hace significativo los parámetros estimados para el nivel significativo del 5%, como se observa en la tabla 5.4.

- El modelo $EGARCH(1,1)$ de la forma

$$R_t = a_t$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim GED_{2,71226}(0,1)$$

$$\ln(\sigma_t^2) = -4,61224 + \frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + 0,10232 \ln(\sigma_{t-1}^2)$$

Con un $BIC = -1,9957$ y con un $AIC = -2,1365$

Lo cual significa que se ajusta el modelo para la volatilidad de la serie de retornos como se puede observar en las tablas 5.3, 5.4, 5.5.

- El modelo $TGARCH(1,1)$ de la forma

$$R_t = a_t$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim GED_{2,615353}(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = 0,047061 + (0,559625 - 0,169426 N_{t-1}) a_{t-1}^2 + 0,000000 \sigma_{t-1}^2$$

Como el parámetro γ_1 no es significativo, ya que es negativo, se puede reducir a un modelo $GARCH(1,1)$ como:

$$R_t = a_t$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim GED_{2,994915}(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = 0,002962 + 0,791704 a_{t-1}^2 + 0,000000 \sigma_{t-1}^2$$

- El modelo $APARCH(1,1)$ de la forma:

$$R_t = a_t$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim GED_{1,21482}(0,1)$$

$$\sigma_t^{2,18} = 0,00000 + 0,00000(|a_{t-1}| - 0,18928a_{t-1})^{2,18} + 1,21482\sigma_{t-i}^{2,18}$$

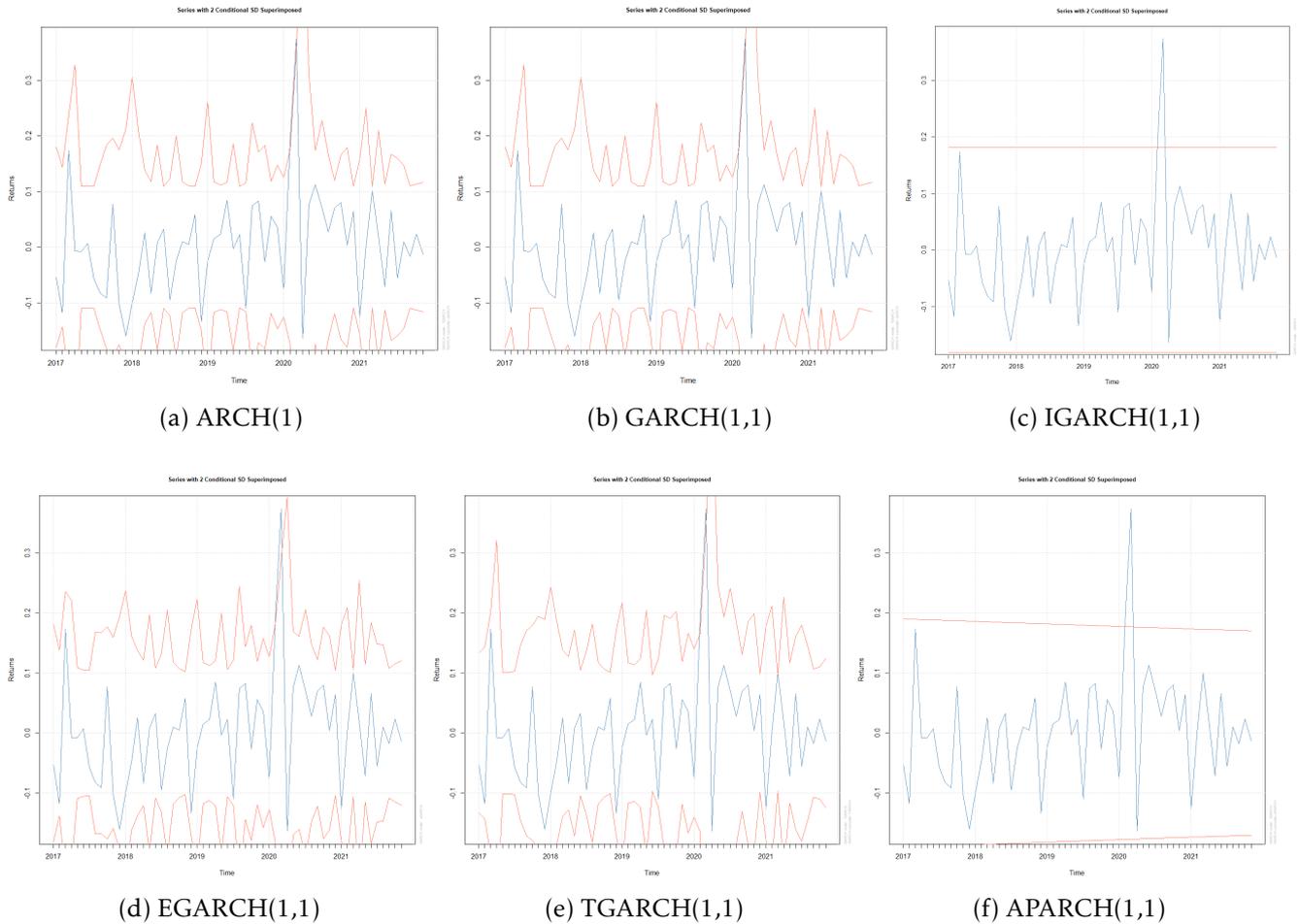


Figura 11: Serie de retornos con dos desviaciones estándar a un nivel de confianza del 95%.

Fuente: Elaboración propia

En la figura 11 se obtiene la serie de retornos con dos desviaciones estándar, a un nivel de confianza del 95%, se estimaron con sus respectivos modelos como referencia la tabla 5.

Basándose en los supuestos del modelo, la significancia de los parámetros con el menor criterio y las correlaciones nulas en los residuales estandarizados de los modelos mediante la prueba de Ljung-Box, los modelos que se ajustan para expresar la volatilidad condicional de los retornos son GARCH (1,1) y EGARCH (1,1).

Cómo podemos observar en la figura 11 (d) muestra que el modelo en heteroscedasticidad condicional logra capturar la volatilidad de los retornos a dos desviaciones estándar, con un nivel de confianza del 95%, confirmando el buen ajuste del modelo.

Por lo tanto, el mejor modelo que se ajusta para expresar la volatilidad de los retornos teniendo en cuenta los criterios, los residuos estandarizados y la figura 11 es un modelo EGARCH (1,1).

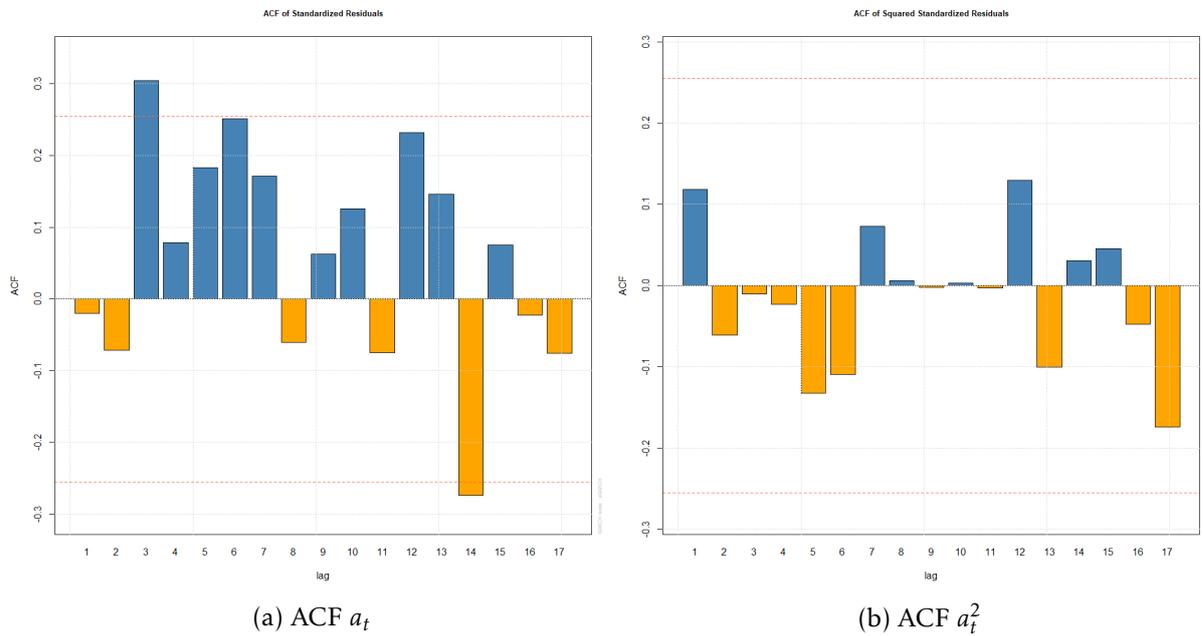


Figura 12: ACF residuos estandarizados EGARCH(1,1)

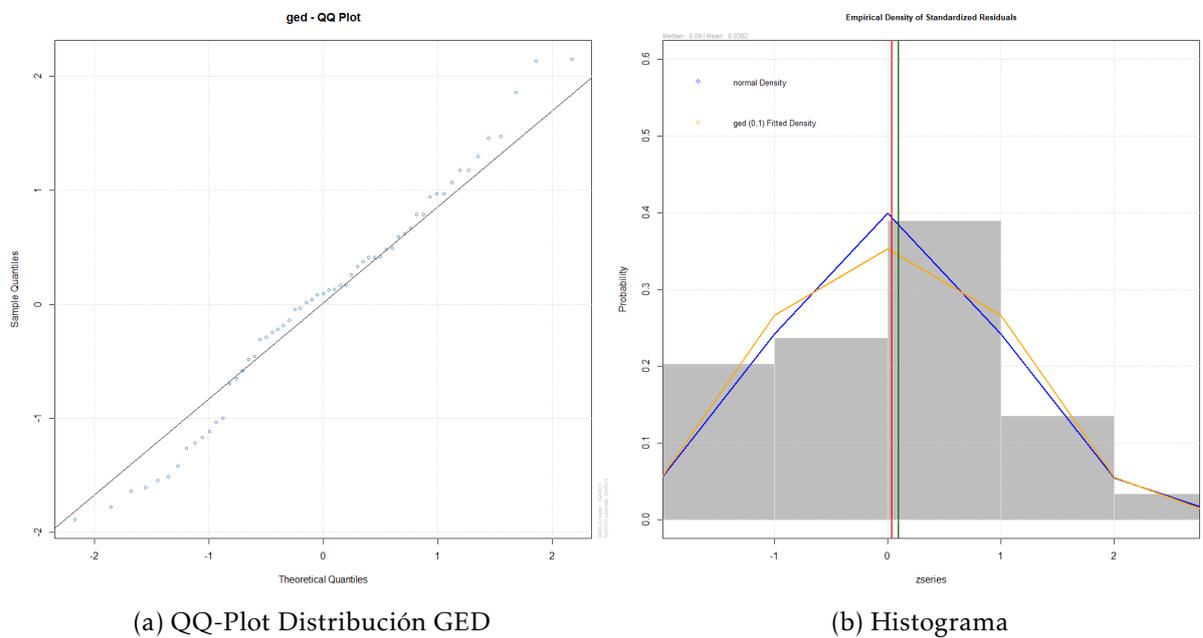


Figura 13: Residuos estandarizados EGARCH(1,1).

Fuente: Elaboración propia.

La función de autocorrelación parcial de los residuos estandarizados al cuadrado poseen pocos rezagos significativos, por consiguiente el modelo de heteroscedasticidad condicional está bien especificado; sin embargo, se aplicó la prueba de Ljung-Box para verificar este resultado. Se puede observar en la figura 13.

Por otro lado, la verificación de la distribución de los errores (GED) con parámetro $K = 2,71226$ se realiza de manera gráfica y se presentan en la Figura 13 observando que los residuales estandarizados se ajustan correctamente a dicha distribución.

5.2. Gamma-inversa

Para realizar un enfoque bayesiano a la serie de datos, se debe comprobar la no existencia de autocorrelación serial tanto para los retornos como para los retornos al cuadrado para los periodos 2017-2018 y 2019-2021. Para esto, se ejecuta el test de Ljung-Box el cual contrasta las hipótesis

Sí $H_0 < 0,05$, existe autocorrelación serial.

Sí $H_a > 0,05$, no se tiene autocorrelación serial.

Periodo	Retornos	Retornos ²
	p-value	p-value
2017-2018	0.8638	0.2097
2019-2021	0.4725	0.05726

Cuadro 6: Test Ljung-Box.
Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo a los resultados, no se presentan casos de autocorrelación serial rechazando la hipótesis nula. Por lo tanto, se explora una distribución que se ajuste a la base de datos.

Periodo	α_1	β_1
2017-2018	3.594974	0.161337

Cuadro 7: Estimación de los parámetros distribución Apriori.
Fuente: Elaboración propia.

Periodo	α_2	β_2
2019-2021	1.797487	$1.915108e^{-6}$

Cuadro 8: Estimación de los parámetros distribución Posteriori.
Fuente: Elaboración propia.

Periodo	α_1	β_1
2017-2021	3.594974	0.161337

Cuadro 9: Estimación de los parámetros distribución Bayesiana.
Fuente: Elaboración propia.

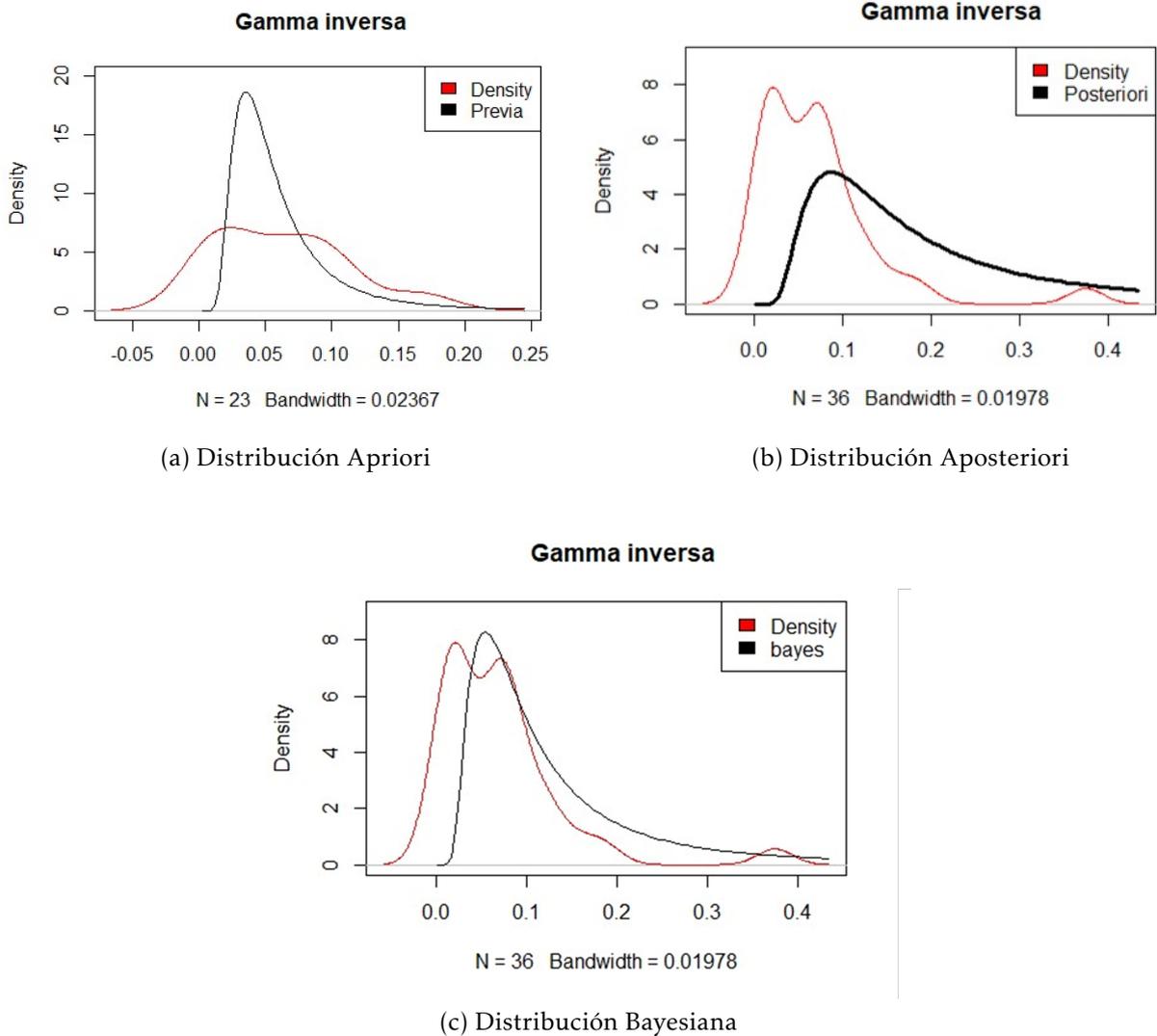


Figura 14: Distribuciones simuladas.
Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con la Figura 14, se evidencia que el comportamiento de las funciones de densidad de probabilidad para las distribuciones simuladas asociadas al modelo bayesiano con una distribución Gamma-Inversa, presentan diferencias significativas con respecto a la función de densidad de probabilidad de la serie de retornos, es decir, la curva de distribución bayesiana se superpone sobre la densidad de los datos.

Para determinar cuál es el enfoque que mejor se ajusta a la serie de retornos, se realiza una comparación entre los criterios de información. Para ello, se aplica el Criterio de Información de la Desvianza (DIC) mediante la expresión

$$DIC = P_d + P_h$$

Donde

$$P_d = P_h - Media(Aposteriori)$$

$$P_h = \text{Media}(\text{Apriori})$$

Dando como resultado

$$DIC = 0,05482026$$

Lo cual indica que la distribución bayesiana se ajusta a la serie de retornos.

6. Conclusiones

Para el desarrollo de este proyecto de grado se definieron los modelos de volatilidad heteroscedásticos y bayesianos con los cuales se puede analizar el comportamiento de las perturbaciones de las varianzas en un determinado periodo de tiempo de las series de retornos de los precios de la panela en el departamento del Huila en el periodo 2017-2021. Los modelos que se utilizaron para el análisis del comportamiento de la serie son los modelos de volatilidad condicional de la familia GARCH,(ARMA(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1), IGARCH(1,1), APARCH(1,1)) y la Distribución Bayesiana Gamma-Inversa (α, β) teniendo en cuenta las distribuciones Apriori y Aposteriori de la serie de retornos.

En el enfoque clásico, se determinó la estimación del parámetro de volatilidad heteroscedastico en el cual el modelo GARCH(1,1) y EGARCH(1,1) tuvieron una pronosticación de manera adecuada a la incertidumbre mensual de los precios de la panela en el departamento del Huila. A lo largo de este trabajo, dicho modelo presentó menor criterio de información comparado con otros modelos que no alcanzaron a captar completamente los retornos y no fueron significativos (Figura 11). Sin embargo, el modelo EGARCH(1,1) es el modelo que mejor realizó los pronósticos de precios de cierre de la volatilidad. Desde el enfoque Bayesiano se determinó un modelo para la estimación de los hiperparámetros de la distribución Gamma-Inversa, los cuales lograron evidenciar buena información de los retornos (Figura 14 (c)), es decir, que el precio de la panela es favorable y presentó un criterio de información de 0,05482026, lo cual indicó que la distribución bayesiana se ajustó una estimación para la volatilidad.

Al comparar el rendimiento de la distribución en los modelos clásicos y bayesianos, se puede observar que presentan similitud en los rendimientos. Sin embargo, el modelo clásico determina un mejor rendimiento en la distribución de los datos, ya que se tiene un mejor criterio de información respecto al modelo bayesiano por lo que se puede concluir que el mejor enfoque de estimación de volatilidad en los precios de la panela en el departamento del Huila, para el periodo 2017-2021 es el enfoque clásico.

7. Recomendaciones

Para futuros estudiantes y/o investigadores que estén interesados en el proyecto, se recomienda:

Hacer uso de los modelos de volatilidad condicionada para este tipo de investigaciones, ya que estos modelos tienen un pronóstico acertado a la incertidumbre mensual de los precios del activo.

Evaluar los periodos siguientes de los precios de la panela en el departamento del Huila, analizar el rendimiento de la distribución y observar su similitud haciendo uso del modelo clásico para obtener un mejor criterio de información.

Hacer uso de software estadísticos para el buen rendimiento y pronostico de la estimación de parámetros en el rendimiento y pronostico de la serie de tiempo en estudio.

8. Referencias

- Liliana Blanco Castañeda. Probabilidad. *Editorial UN*, 2013.
- Br Maria José Linárez Castillo. *Modelización del Producto Interno Bruto en Venezuela. Un Análisis de Series Temporales*. PhD thesis, UNIVERSIDAD CENTROCCIDENTAL "LISANDRO ALVARADO", 2015.
- FEDEPANELA. Boletín mensual de precios de la panela en el departamento del huila, 2017-2021.
- Carmen Andrea Medina Calderón and Erika Yelitza Quiroga Moreno. Variación de precios de la panela e intervención del gobierno municipio de santana boyacá.
- Daisy Katherine León Vargas. Determinación de los componentes de los precios de la panela y su afectación sobre la producción y comercialización en los municipios de chitaraque, san José de Pare y santana, boyacá. 2017.
- Mirna Yecenia Vega Tello et al. Análisis de los cambios en el sistema de producción de panela en las veredas ciénaga chiquita y bajo mondeyal, municipio de isnos-huila, de 1990 a 2017.
- Juan Camilo Bustos Olarte. Sistema de costos en el proceso de la panela en las fincas la esmeralda y luciérnaga en el municipio de vergara cundinamarca. 2020.
- Ángel Harvey Barrera Ramírez and Héctor Jabela Niño. *Estudio de Factibilidad para el Incremento de la Producción de Panela en la Finca la Camelia de la Vereda Boquerón Municipio de Rovira (Tol)*. PhD thesis, Corporación Universitaria Minuto de Dios, 2020.
- Gabriel Andrés García Moreno. *Proyecto de prefactibilidad para un plan de negocios en la diversificación de productos de la panela en una finca productora de caña de azúcar*. PhD thesis, Universidad del Rosario, 2014.
- Christian P Robert et al. *The Bayesian choice: from decision-theoretic foundations to computational implementation*, volume 2. Springer, 2007.
- M.M.Zamora J.M.Arranz. Análisis de autocorrelación. pages 1–35, 2002.
- Jorge Andrés Paguay Ortiz. Series temporales a vanzadas- modelos heterocedásticos una aplicación en la estimación de rendimientos financieros para acciones, utilizando el software estadístico r-. 2017.
- Dennis D Wackerly, William Mendenhall III, and Richard L Scheaffer. *Estadística matemática con aplicaciones*. México: Cengage Learning, 2008.
- ASTURIAS CORPORACIÓN UNIVERSITARIA. Propiedades de los estimadores puntuales y distribuciones de muestrales. pages 3–4.

9. Anexo

Librería

```
> library(xts) > library(tidyverse) > library(lubridate) > library(tseries)
> library(astsa) > library(forecast) > library(foreign) > library(timsac)
> library(vars) > library(mFilter) > library(dynlm) > library(nlme)
> library(strucchange) > library(sandwich) > library(quantmod) > library(fImport)
> library(urca) > library(rugarch) > library(TSA) > library(lmtest)
> library(readxl) > library(fGarch) > library(rmgarch) > library(kableExtra)
> library(knitr) > library(MASS) > library(readxl) > library(car)
> library(broom) > library(FinTS) > library(parallel)
```

Modelo Clásico:

```
# Análisis Precio de cierre mensual de la panela:
PANELA <- read_excel("C:/Users/Camila Ortega/OneDrive/Escritorio/trabajo de grado
attach(PANELA)
y = ts(PANELA,frequency = 12, start = 2017)
summary(y) ## Estadístico descriptivo
ts.plot(y, xlab="AÑO", ylab="Precio de cierre mensual en el periodo 2017 al 2021")
boxplot(chickwts,xlab="AÑO", ylab="Precio mensual")}
```

```
#Análisis Retornos
RETORNO.ts=ts(RETORNO$retorno, start = 2017,frequency = 12)
ndiffs(RETORNO.ts)
RETORNO.ts
class(RETORNO.ts)
ts.plot(RETORNO.ts,xlab="AÑO",ylab="RETORNOS")
summary(RETORNO.ts)
t.test(RETORNO.ts)
```

```
#Test DICKEY-FULLER
p_retorno <- na.omit(RETORNO.ts)
k=trunc((length(p_retorno)-1)^(1/3))
adf.test(p_retorno)
y=ur.df(p_retorno, type = "trend")
summary(y)
y@teststat
y@cval
```

```
#Retornos vs precios de cierre
par(mfrow=c(2,1))
plot(PANELA,xlab="AÑO", ylab="Precio mensual",
      main="Precio de cierre mensual en el periodo 2017 al 2021")
plot(RETORNO.ts, xlab="AÑO", ylab="Densidad",
      main="Precio retornos mensual en el periodo 2017 al 2021")
```

```
#ACF - PACF retornos y retornos a cuadrado
par(mfrow=c(3,2))
```

```

acf(RETORNO.ts,main="retornos",lag.max=40)
pacf(RETORNO.ts,main="retornos")
acf(RETORNO.ts^2, main="retornos^2")
pacf(RETORNO.ts^2, main="retornos^2")

# Tes de Ljung - Box
Box.test(as.vector(RETORNO.ts),lag=1,type="Ljung-Box")
Box.test(as.vector(RETORNO.ts^2),lag=1,type="Ljung-Box")

#Histograma retornos vs precio de cierre
plotForecastErrors1 <- function(y,titlex) {
  mybinsize <- IQR(y)/4
  mysd <- sd(y)
  mymean <- mean(y)
  mymin <- min(y) - mysd*5
  mymax <- max(y) + mysd*3
  mynorm <- rnorm(60, mean=mymean, sd=mysd)
  mymin2 <-min(mynorm)
  mymax2 <-max(mynorm)
  if (mymin2 < mymin) { mymin <-mymin2 }
  if (mymax2 > mymax) { mymax <- mymax2 }
  mybins <- seq(mymin, mymax, mybinsize)
  hist(y, col="white", freq=FALSE, breaks=mybins,
        main=titlex,xlab="Precio de cierre",ylab="Densidad")
  myhist <- hist(mynorm, plot=FALSE, breaks=mybins)
  points( PANELA$Precio, type="l", col="blue", lty=2, lwd=2)}

plotForecastErrors2 <- function(RETORNO.ts,titlex) {
  mybinsize <- IQR(RETORNO.ts)/4
  mysd <- sd(RETORNO.ts)
  mymin <- min(RETORNO.ts) - mysd*5
  mymax <- max(RETORNO.ts) + mysd*3
  mynorm <- rnorm(60, mean=0, sd=mysd)
  mymin2 <- min(mynorm)
  mymax2 <- max(mynorm)\
  if (mymin2 < mymin) { mymin <- mymin2 }
  if (mymax2 < mymax) { mymax <- mymax2 }

  mybins <- seq(mymin, mymax, mybinsize)
  hist(RETORNO.ts, col="white", freq=FALSE,
        breaks=mybins,main=titlex,xlab="Retorno",ylab="Densidad")
  myhist <- hist(mynorm, plot=FALSE, breaks=mybins)
  points(RETORNO$retorno, type="l", col="RED", lty=2, lwd=2)}

par(mfrow=c(2,1))
plotForecastErrors1(PANELA$Precio,"PRECIO DE CIERRE")
plotForecastErrors2(RETORNO$retorno,"RETORNOS")

#Arch Test
"archTest" <- function(rtn,m=10){

```

```

y=(RETORNO.ts-mean(RETORNO.ts))^2
T=length(RETORNO.ts)
atsq=y[(m+1):T]
x=matrix(0,(T-m),m)
for (i in 1:m){
  x[,i]=y[(m+1-i):(T-i)]}
md=lm(atsq~x)
summary(md)}
archTest(RETORNO.ts,10)

# Modelos de volatilidad condicional
ARCH <- function (x)
{Zak = ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(0,0),
                                  include.mean = FALSE,
                                  arfima = FALSE),
                  variance.model =list(garchOrder = c(1,
                                                       0),model = "fGARCH", submodel = "GARCH"),
                  distribution.model = ``ged")
model <- ugarchfit(x, spec = Zak)
return(model)}
ARCH(RETORNO.ts)
plot(ARCH(RETORNO.ts),
     xlim=c(-2,5))

GARCH<-function (x)
{Zak = ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(0,0),
                                  include.mean = FALSE,
                                  arfima = FALSE),
                  variance.model = list(garchOrder = c(1,
                                                       1), model = "fGARCH",submodel = "GARCH"),
                  distribution.model = "ged")
model <- ugarchfit(x, spec = Zak)
return(model)}
GARCH(RETORNO.ts)
plot(GARCH(RETORNO.ts))

EGARCH <- function (x)
{ Zak = ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(0, 0),
                                  include.mean = FALSE,
                                  arfima = FALSE),
                  variance.model = list(garchOrder = c(1,
                                                       1),model = "eGARCH"),
                  distribution.model = "ged",
                  fixed.pars=list(alpha1=0))
model <- ugarchfit(x, spec = Zak)
return(model) }
EGARCH(RETORNO.ts)

```

```
plot(EGARCH(RETORNO.ts))
```

```
IGARCH <- function (x)
{ Zak = ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(0, 0),
                                     include.mean = FALSE,
                                     arfima = FALSE),
                   variance.model = list(garchOrder = c(1,
                                                         1), model = "iGARCH"),
                   distribution.model = "ged")

model <- ugarchfit(x, spec = Zak)
return(model)}
IGARCH(RETORNO.ts)
plot(IGARCH(RETORNO.ts))
```

```
TGARCH <- function (x)
{ Zak = ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(0, 0),
                                     include.mean = FALSE,
                                     arfima = FALSE),
                   variance.model = list(garchOrder = c(1,
                                                         1), model = "fGARCH",
                                           submodel = "TGARCH"),
                   distribution.model = "ged")

model <- ugarchfit(x, spec = Zak)
return(model) }
TGARCH(RETORNO.ts)
plot(TGARCH(RETORNO.ts))
```

```
APARCH <- function (x)
{ Zak = ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(0, 0),
                                     include.mean = FALSE,
                                     arfima = FALSE),
                   variance.model = list(garchOrder = c(1,
                                                         1), model = "fGARCH",
                                           submodel = "APARCH"),
                   distribution.model = "ged")

model <- ugarchfit(x, spec = Zak)
return(model) }
APARCH(RETORNO.ts)
plot(APARCH(RETORNO.ts))
```

Enfoque Bayesiano

```
#AUTOCORRELACIÓN
#PRUEBA LJUNG-BOX
```

```
Box.test(X2017A2018$`2017a2018`, type="Ljung-Box")
Box.test((X2017A2018$`2017a2018`)^2, type="Ljung-Box")
```

```

Box.test(X2019A2021$`2019a2021`,type="Ljung-Box")
Box.test((X2019A2021$`2019a2021`)^2,type="Ljung-Box")

###DISTRIBUCION Normal- GAMMA APRIORI
Previa<-c(abs(X2017A2018$`2017a2018`))
dx<-density(Previa)
plot(dx,lwd=1, col="red", main=" Gamma inversa",ylim=c(0,20))
lines(dx, lwd=1, col="red",)
x<-c(abs(X2017A2018$`2017a2018`))
  media1<-mean(X2017A2018$`2017a2018`)
  varianza1<-var(X2017A2018$`2017a2018`)
  alpha1<-abs((media1^2/varianza1)+2)
  beta1<-abs((media1*(alpha1-1)))
curve(dinvgamma(x, alpha1,beta1), lwd=1, las=0,add=T,
  ylab='Densidad',ylim=c(0,20))
legend(x = "topright", legend = c("Density", "Previa"), fill = c("red", "black"))

###POSTERIORI Gamma inversa
Posteriori<-c(abs(X2019A2021$`2019a2021`))
dx<-density(Posteriori)
plot(dx,lwd=1, col="red", main=" Gamma ",ylim=c(0,9))
lines(dx, lwd=1, col="red",)
x<-c(abs(X2019A2021$`2019a2021`))
  media2<-abs(mean(X2019A2021$`2019a2021`))
  varianza2<-abs(var(X2019A2021$`2019a2021`))
  alpha2<- (alpha1)/2
  beta2<- (beta1*varianza2^2)/2
curve(dinvgamma(x, alpha2, beta2),add=TRUE,col="black",lwd=3, las=1)
legend(x = "topright", legend = c("Density", "Posteriori"), fill = c("red", "black"))

#bayes
Posteriori<-c(abs(X2019A2021$`2019a2021`))
dx<-density(Posteriori)
plot(dx,lwd=1, col="red", main=" Gamma invera",ylim=c(0,9))
lines(dx, lwd=1, col="red",)
x<-c(abs(X2019A2021$`2019a2021`))
  me<-beta2/(alpha2-1)
  var<- beta2^2/((alpha2-1)^2*(alpha2-2))
  alpha<-abs((media1^2/varianza1)+2)
  beta<-abs((media1*(alpha1-1)))
curve(dinvgamma(x, alpha,beta), lwd=1, las=0,add=TRUE,
  ylab='Densidad')
legend(x = "topright", legend = c("Density", "bayes"), fill = c("red", "black"))

```