



Neiva, Huila 24 de octubre del 2023

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

El (Los) suscrito(s):

Adriana Bustos Losada, con C.C. No. 1075300209,

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado Adriana Bustos Losada

titulado Bloqueo de Fotones Inducido por un Hamiltoniano No Hermítico  
presentado y aprobado en el año 2023 como requisito para optar al título de

Física **No Autorizo** (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

**Debido a que voy a publicar un artículo con este trabajo.**

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: \_\_\_\_\_

Vigilada Mineducación



**TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO:** Bloqueo de Fotones Inducido por un Hamiltoniano No Hermítico.

**AUTOR O AUTORES:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Bustos Losada	Adriana

**DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Rsero Causil	Diego Alejandro

**ASESOR (ES):**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

**PARA OPTAR AL TÍTULO DE:** Física

**FACULTAD:** Ciencias exactas y naturales

**PROGRAMA O POSGRADO:** Física

**CIUDAD:**                      **AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2023    **NÚMERO DE PÁGINAS:** 37

**TIPO DE ILUSTRACIONES** (Marcar con una X):

Diagramas X Fotografías \_\_\_ Grabaciones en discos \_\_\_ Ilustraciones en general X Grabados \_\_\_  
Láminas \_\_\_ Litografías \_\_\_ Mapas \_\_\_ Música impresa \_\_\_ Planos \_\_\_ Retratos \_\_\_ Sin ilustraciones \_\_\_ Tablas  
o Cuadros \_\_\_



**SOFTWARE** requerido y/o especializado para la lectura del documento:

**PREMIO O DISTINCIÓN** (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

**PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:**

Español	Inglés
1. <u>Campo Cuantizado</u>	<u>Quantized Field</u>
2. <u>Sistema de Dos Niveles</u>	<u>Two Tier System</u>
3. <u>Función de Correlación de Segundo Orden</u>	<u>Second Order Correlation Function</u>
4. <u>Hamiltoniano no Hermítico</u>	<u>Non-Hermitian Hamiltonian</u>

**RESUMEN DEL CONTENIDO:** (Máximo 250 palabras)

En este Trabajo de Grado se calcularon analíticamente los valores propios de un Hamiltoniano No Hermítico y a partir de ellos se establecieron las condiciones en las que se presenta el fenómeno de bloqueo de un fotón en un sistema acoplado átomo-cavidad con pérdidas por decaimiento de cavidad,  $\kappa$ , y emisión espontánea,  $\gamma$ . En este enfoque no Hermítico, la dinámica del sistema total está descrita por un Hamiltoniano Jaynes-Cummings con un término adicional que corresponde a un agente externo forzante y dos términos no Hermíticos que corresponden a los procesos de pérdidas. Se compararon nuestros resultados teóricos con la solución numérica de la ecuación maestra de Lindblad, que utiliza un Hamiltoniano Hermítico, constituido por el Hamiltoniano Jaynes-Cummings y el agente externo forzante. Usando este enfoque Hermítico, se determina la función de correlación de segundo orden  $g^2(0)$ . El bloqueo de un fotón, según el enfoque Hermítico, se presenta cuando  $g^2(0) \ll 1$  y nuestro trabajo muestra que esto ocurre cuando se satisfacen las condiciones establecidas en el enfoque no Hermítico.

**ABSTRACT:** (Máximo 250 palabras)



## ABSTRACT

In this undergraduate work, the eigenvalues of a Non-Hermitian Hamiltonian were analytically calculated and from them the conditions were established in which the phenomenon of blocking a photon occurs in a coupled atom-cavity system with losses due to cavity decay,  $\kappa$ , and spontaneous emission,  $\gamma$ . In this non-Hermitian approach, the dynamics of the total system is described by a Jaynes-Cummings Hamiltonian with an additional term corresponding to an external driving agent and two non-Hermitian terms corresponding to loss processes. Our theoretical results were compared with the numerical solution of the Lindblad master equation, which uses a Hermitic Hamiltonian, consisting of the Jaynes-Cummings Hamiltonian and the external forcing agent. Using this Hermitian approach, the second-order correlation function  $g^2(0)$  is determined. The blocking of a photon, according to the Hermitian approach, occurs when  $g^2(0) \ll 1$  and our work shows that this occurs when the conditions established in the non-Hermitian approach are satisfied.

## APROBACION DE LA TESIS

Nombre Asesor: Diego Alejandro Causil

Firma: Diego A. Rorero @.

Nombre Jurado: Francis Armando Segovia Chaves

Firma: 

Nombre Jurado: Álvaro Avendaño Rodríguez

Firma: 

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES**  
**PROGRAMA DE FÍSICA**



---

**Bloqueo de Fotones Inducido por un Hamiltoniano no  
Hermítico**

---

Trabajo de Grado para optar al título de Físico(a)

Desarrollado por:

Adriana Bustos Losada

Código: 20141125825

Firma: 

Director: Diego Alejandro Rasero Causil

Firma: Diego A. Rasero C.

Área: Óptica Cuántica

Neiva-Huila  
23 de octubre de 2023

# Dedicatoria

El presente trabajo de grado deseo dedicarlo a mi padre Nestor Eduardo Bustos Rivera el cual desde el principio de mi carrera me ha brindado su apoyo incondicional en todos los sentidos, es la persona que mas admiro, respeto y amo. Él ha sabido guiarme con paciencia y sabiduría para poder cumplir una meta más en mi vida. Te doy gracias por infundir en mi el ejemplo de valentía, confianza, solidaridad y responsabilidad, de no dejarme vencer de mis miedos y poder superar los retos que la vida me pone día a día.

# Agradecimientos

“Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber.”

Albert Einstein

Al sacratísimo espíritu santo por concederme la gran oportunidad de mejorar día a día, y desde luego a mi familia que durante todos estos años han estado allí para darme su apoyo incondicional en esta etapa de mi vida, a mis padres, en especial a ellos estoy inmensamente agradecida por la ayuda y apoyo que me han brindado siempre, soy la hija mas orgullosa de tener unos padres comprensivos y amorosos, se que cada uno de sus esfuerzos han valido la pena, especialmente a los sacrificios de mi padre por permitirme seguir con mi educación, mediante la cual me hicieron una mujer respetuosa y responsable, a mi hermana por siempre creer en mis facultades, a mi querido esposo que me ha estado acompañando desde hace 5 años y que en ningún momento ha dejado de apoyarme ni de creer en mis capacidades, y a mi tía Nancy la cual ha sido mi ejemplo a seguir y me ha dado las herramientas necesarias para poder afrontar las adversidades de la vida, a mis amigos y compañeros que constantemente me dieron su apoyo para poder continuar, a la Universidad por brindarme el espacio, tiempo y principios de calidad para formarme como profesional.

La frase de Albert Eintein, hace semejanza de que en la vida el estudio siempre debe ser una oportunidad para que podamos sobresalir y tener las herramientas que necesitamos para afrontar la vida, debemos estudiar lo que nos apasiona y no lo que nos obliguen. Y doy certeza que cada uno de mis pasos, que me han llevado hoy aquí, han sido en busca del saber, del conocimiento que me han impulsado a la investigación, ya no soy la misma que ingreso a la Universidad en el 2014 ya han pasado varios años y cada uno me ha dado una lección de vida, doy infinitas gracias al profesor Diego Alejandro Rasero ya que él me ha dado la oportunidad de iniciar en el campo de la investigación brindándome siempre su confianza y apoyo incondicional, él me ha dado el impulso para abrir mi intelecto hacia las nuevas líneas en el desarrollo de la ciencia, las cuales han aportado a mi formación como investigadora, dado que es la principal forma de impulsar el conocimiento y la ciencia para el crecimiento de mi país.

# Resumen

En este Trabajo de Grado se calcularon analíticamente los valores propios de un **Hamiltoniano No Hermítico** y a partir de ellos se establecieron las condiciones en las que se presenta el fenómeno de bloqueo de un fotón en un sistema acoplado átomo-cavidad con pérdidas por decaimiento de cavidad,  $\kappa$ , y emisión espontánea,  $\gamma$ . En este enfoque no Hermítico, la dinámica del sistema total está descrita por un Hamiltoniano Jaynes-Cummings con un término adicional que corresponde a un agente externo forzante y dos términos no Hermíticos que corresponden a los procesos de pérdidas. Se compararon nuestros resultados teóricos con la solución numérica de la ecuación maestra de Lindblad, que utiliza un Hamiltoniano Hermítico, constituido por el Hamiltoniano Jaynes-Cummings y el agente externo forzante. Usando este enfoque Hermítico, se determina la función de correlación de segundo orden  $g^2(0)$ . El bloqueo de un fotón, según el enfoque Hermítico, se presenta cuando  $g^2(0) \ll 1$  y nuestro trabajo muestra que esto ocurre cuando se satisfacen las condiciones establecidas en el enfoque no Hermítico.

# Abstract

In this undergraduate work, the eigenvalues of a **Non-Hermitian Hamiltonian** were analytically calculated and from them the conditions were established in which the phenomenon of blocking a photon occurs in a coupled atom-cavity system with losses due to cavity decay,  $\kappa$ , and spontaneous emission,  $\gamma$ . In this non-Hermitian approach, the dynamics of the total system is described by a Jaynes-Cummings Hamiltonian with an additional term corresponding to an external driving agent and two non-Hermitian terms corresponding to loss processes. Our theoretical results were compared with the numerical solution of the Lindblad master equation, which uses a Hermitic Hamiltonian, consisting of the Jaynes-Cummings Hamiltonian and the external forcing agent. Using this Hermitian approach, the second-order correlation function  $g^2(0)$  is determined. The blocking of a photon, according to the Hermitian approach, occurs when  $g^2(0) \ll 1$  and our work shows that this occurs when the conditions established in the non-Hermitian approach are satisfied.

# Índice General

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos del Trabajo de Grado . . . . .	2
1.1.1. <b>Objetivo General</b> . . . . .	2
1.1.2. <b>Objetivos Específicos</b> . . . . .	2
1.2. Estructura del Trabajo de Grado . . . . .	2
<b>2. Métodos Teóricos de Solución</b>	<b>3</b>
2.1. Descripción del Sistema . . . . .	3
2.2. Hamiltoniano Hermítico . . . . .	3
2.3. Ecuación Maestra de Lindblad . . . . .	4
2.4. Hamiltoniano No Hermítico . . . . .	5
2.5. Función de correlación de segundo orden . . . . .	5
<b>3. Resultados y Análisis</b>	<b>6</b>
3.1. Análisis de Resultados . . . . .	7
<b>4. Conclusiones</b>	<b>10</b>
<b>A. Deducción del Hamiltoniano Hermítico</b>	<b>11</b>
<b>B. Deducción de la ecuación Maestra de Lindblad</b>	<b>16</b>
<b>C. Valores propios de un Hamiltoniano no Hermítico</b>	<b>23</b>

# Índice de Figuras

2.1. Ilustración esquemática del sistema acoplado átomo-cavidad. Figura tomada del trabajo de Zhou, et al. [1]. . . . .	3
3.1. $\text{Ln}[g^2(0)]$ como una función de $\Delta/\gamma$ para diferentes valores de $g/\gamma$ , considerando $\kappa/\gamma = -1$ . . . . .	7
3.2. $\text{Ln}[g^2(0)]$ como función de $\Delta/\gamma$ considerando $\kappa > 0$ y $\kappa < 0$ . . . . .	8
3.3. $\text{Ln}[n]$ como una función de $\Delta/\gamma$ para diferentes valores de $g/\gamma$ , considerando $\kappa/\gamma = -1$ . . . . .	9
3.4. $\text{Ln}[n]$ como función de $\Delta/\gamma$ considerando $\kappa > 0$ y $\kappa < 0$ . . . . .	9



# Capítulo 1

## Introducción

La generación y manipulación de fotones individuales son requisitos cruciales en la tecnología de la información. El principio físico básico para la generación de fotones individuales es el efecto de bloqueo de fotones, que es un fenómeno que ocurre cuando un fotón, en una cavidad no lineal, bloquea la transmisión de un segundo fotón [2, 3]. En general, para tener una fuente de fotones de este tipo se necesitan sistemas capaces de producir luz con estadística sub-poissoniana y que exhiba antiagrupamiento (antibunching) cuando son forzados por un campo de luz clásico. Existen dos mecanismos físicos principales para producir el bloqueo de fotones:

- Bloqueo de fotones convencional (conventional photon blockade, CPB por sus siglas en inglés), donde se requieren no linealidades relativamente altas para cambiar la estructura de niveles de energía del sistema. Desde que se propuso, se convirtió en un tema de investigación fundamental y de aplicaciones prácticas [4–18]. Se observó por primera vez en un sistema acoplado átomo-cavidad óptica [19]. Posteriormente fue reportado en sistemas de puntos cuánticos acoplados a cavidades de cristal fotónico [20] y en circuitos de electrodinámica cuántica de cavidades [21, 22].
- Bloqueo de fotones no convencional (unconventional photon blockade, UPB por sus siglas en inglés), obtenido con no linealidades mucho más pequeñas que la tasa de decaimiento de los modos de cavidad [23]. Se ha observado en sistemas optomecánicos [24], sistemas acoplados punto cuántico-cavidad óptica bimodal [25, 26] y en sistemas de doble pozo cuántico embebido en una cavidad óptica de micropilar [27].

En este Trabajo de Grado se estudió un esquema de bloqueo de fotones distinto a CPB y UPB, en un sistema acoplado átomo-cavidad con pérdidas por emisión espontánea y decaimiento de cavidad. Se seguirán las ideas del trabajo de Zhou [1], en el cual se hace la descripción en términos de los valores propios de un **Hamiltoniano no Hermítico**.

La forma *tradicional* de estudiar el fenómeno de bloqueo de fotones en un sistema acoplado átomo-cavidad con pérdidas consiste en encontrar primero el operador densidad del sistema,  $\hat{\rho}(t)$ , resolviendo la **Ecuación Maestra de Lindblad** (que involucra un Hamiltoniano Hermítico), y a partir de éste calcular la función de correlación de segundo orden  $g^{(2)}(0)$ . El bloqueo de fotones ocurre cuando  $g^{(2)}(0) \ll 1$ . Sin embargo, como se mencionó anteriormente, en nuestro trabajo se utilizarán los valores propios de un **Hamiltoniano no Hermítico** para establecer las condiciones en las que se presenta el bloqueo de fotones en un sistema acoplado átomo-cavidad con pérdidas.

Solucionar el problema de valores y estados propios de un Hamiltoniano (aunque no sea Hermítico), en una base de estados pequeña, es mucho más sencillo que resolver la **Ecuación Maestra**

de Lindblad, en la misma base. Si además, se logra que los dos resultados coincidan entonces se puede establecer el método de Hamiltoniano no Hermítico como un método más sencillo y confiable.

En este Trabajo de Grado se da respuesta a la siguiente pregunta:

¿COMO EXPLICAR EL FENÓMENO DE BLOQUEO DE FOTONES, EN UN SISTEMA ACOPLADO ÁTOMO-CAVIDAD, UTILIZANDO LOS VALORES PROPIOS DE UN HAMILTONIANO NO HERMÍTICO?

## 1.1. Objetivos del Trabajo de Grado

### 1.1.1. Objetivo General

- Determinar las condiciones para las cuales aparece el fenómeno de bloqueo de fotones utilizando los valores propios de un Hamiltoniano no Hermítico.

### 1.1.2. Objetivos Específicos

- Calcular los valores propios del Hamiltoniano no Hermítico.
- Calcular las funciones de correlación de segundo orden.
- Comparar los resultados obtenidos con la solución de la Ecuación Maestra de Lindblad.

## 1.2. Estructura del Trabajo de Grado

Este trabajo está organizado de la siguiente manera; en el Capítulo 2 se hace una breve descripción del marco teórico necesario llevar a cabo los cálculos. Algunos detalles sobre los Hamiltonianos y la Ecuación Maestra de Lindblad son considerados en los Apéndices A, B y C. En el Capítulo 3, se presentan los resultados y análisis. Finalmente, en el capítulo 4 presentamos las conclusiones.

# Capítulo 2

## Métodos Teóricos de Solución

### 2.1. Descripción del Sistema

El sistema acoplado átomo-cavidad que se considera en el trabajo se ilustra esquemáticamente en la Figura 2.1

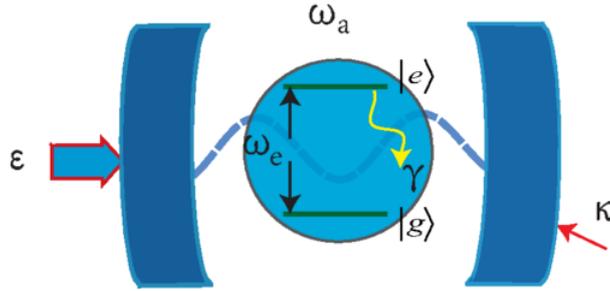


Figura 2.1: Ilustración esquemática del sistema acoplado átomo-cavidad. Figura tomada del trabajo de Zhou, et al. [1].

El sistema consiste de un átomo de dos niveles; estado base  $|g\rangle$  y estado excitado  $|e\rangle$ , con frecuencia de transición  $\omega_e$ , acoplado a una cavidad monomodo, con frecuencia de resonancia  $\omega_a$ , que está siendo forzada por un láser de onda continua, de frecuencia  $\omega_d$  e intensidad  $\varepsilon$ . Se incluyen pérdidas por emisión espontánea atómica a una tasa  $\gamma$  y por decaimiento de cavidad a una tasa  $\kappa$ .

### 2.2. Hamiltoniano Hermítico

El sistema de la Figura 2.1 es descrito por el Hamiltoniano de Jaynes-Cummings mas un término de forzado (considerando  $\hbar = 1$ ) [28, 29],

$$\hat{H} = \omega_e \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} + \omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + g(\hat{a} \hat{\sigma}^+ + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}) + \varepsilon (\hat{a} e^{i\omega_d t} + \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d t}), \quad (2.1)$$

donde  $\hat{a}$  y  $\hat{a}^\dagger$  son los operadores aniquilación y creación de fotones de cavidad, respectivamente;  $\hat{\sigma} = |g\rangle\langle e|$  y  $\hat{\sigma}^+ = |e\rangle\langle g|$  son los operadores desexcitación y excitación del átomo, respectivamente, y  $g$  es la intensidad de interacción coherente átomo-cavidad.

Pasando un marco rotante a la frecuencia del láser  $\omega_d$ , el Hamiltoniano (2.1) se convierte en

$$\hat{H}_r = \Delta_e \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} + \Delta_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + g(\hat{a} \hat{\sigma}^+ + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}) + \varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (2.2)$$

donde  $\Delta_e = \omega_e - \omega_d$  y  $\Delta_a = \omega_a - \omega_d$  corresponden a las diferencias de frecuencias átomo-láser y cavidad-láser, respectivamente.

En el Apéndice A se muestra detalladamente la transformación que lleva del Hamiltoniano (2.1) al Hamiltoniano (2.2).

### 2.3. Ecuación Maestra de Lindblad

Debido a las interacciones con el entorno, los sistemas de la electrodinámica cuántica de cavidades deben ser descritos con una teoría de sistemas cuánticos abiertos que incluya efectos disipativos. Sin embargo, la dinámica descrita a través del Hamiltoniano (2.2), no tiene en cuenta los efectos de pérdida relacionados, por ejemplo, a emisión espontánea y escape de fotones a través de la paredes de la cavidad. Una manera de incluir estos efectos es utilizar el enfoque de la Ecuación Maestra de Lindblad [30–32]. Para el sistema acoplado átomo-cavidad, se consideran dos fuentes de pérdidas, (i) disipación del campo de cavidad hacia el exterior, con tasa de decaimiento  $\kappa$ ; (ii) emisión espontánea a una tasa  $\gamma$ . Según el enfoque de la Ecuación Maestra de Lindblad, la dinámica del sistema acoplado átomo-cavidad está determinada por el operador densidad reducida,  $\hat{\rho}(t)$ , del sistema QD-cavidad que satisface la ecuación

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -i[\hat{H}_r, \hat{\rho}] + \kappa \hat{\mathfrak{L}}[\hat{a}] + \gamma \hat{\mathfrak{L}}[\hat{\sigma}], \quad (2.3)$$

donde  $\hat{\mathfrak{L}}$  es denominado super-operador de Lindblad. El efecto de  $\hat{\mathfrak{L}}$  cuando actúa sobre un operador  $\hat{c}$  está dado por

$$\hat{\mathfrak{L}}[\hat{c}] = \hat{c}\hat{\rho}\hat{c}^\dagger - \frac{1}{2}\hat{c}^\dagger\hat{c}\hat{\rho} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{c}^\dagger\hat{c}. \quad (2.4)$$

Los términos asociados a disipación de campo y emisión espontánea se encuentran reemplazando  $\hat{c} = \hat{a}$  y  $\hat{c} = \hat{\sigma}$ , respectivamente, en la ecuación (2.4).

Para resolver la ecuación (2.3) se usará la base de estados:

$$\{|n, j\rangle\} = \{|n, g\rangle, |n, e\rangle\} \quad j = g, e \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2.5)$$

donde  $j$  es el índice que etiqueta los estados del átomo y  $n$  es el número de fotones. En esta base los elementos matriciales del operador  $\hat{\rho}$  tendrán la siguiente forma

$$\hat{\rho}_{mk,nj} = \langle m, k | \hat{\rho} | n, j \rangle \quad k, j = g, e \quad m, n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2.6)$$

tal que, según (2.3),

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{mg,ng} = & \left( i\Delta_a (n - m) - \frac{\kappa}{2} (n + m) \right) \rho_{mg,ng} - ig\sqrt{m}\rho_{(m-1)e,ng} + ig\sqrt{n}\rho_{mg,(n-1)e} \\ & - i\varepsilon\sqrt{m+1}\rho_{(m+1)g,ng} + i\varepsilon\sqrt{n}\rho_{mg,(n-1)g} - i\varepsilon\sqrt{m}\rho_{(m-1)g,ng} + i\varepsilon\sqrt{n+1}\rho_{mg,(n+1)g} \\ & + \kappa\sqrt{(m+1)(n+1)}\rho_{(m+1)g,(n+1)g} + \gamma\rho_{me,ne}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{me,ne} = & \left( i\Delta_a(n-m) - \frac{\kappa}{2}(n+m) - \gamma \right) \rho_{me,ne} + ig\sqrt{n+1}\rho_{me,(n+1)g} \\
& - ig\sqrt{m+1}\rho_{(m+1)g,ne} - i\varepsilon\sqrt{m+1}\rho_{(m+1)e,ne} + i\varepsilon\sqrt{n}\rho_{me,(n-1)e} \\
& - i\varepsilon\sqrt{m}\rho_{(m-1)e,ne} + i\varepsilon\sqrt{n+1}\rho_{me,(n-1)e} + \kappa\sqrt{(m+1)(n+1)}\rho_{(m+1)e,(n+1)e},
\end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{mg,ne} = & \left( i[\Delta_a(n-m) + \Delta_e] - \frac{1}{2}[\kappa(n+m) + \gamma] \right) \rho_{mg,ne} - ig\sqrt{m}\rho_{(m-1)e,ne} \\
& + ig\sqrt{n+1}\rho_{mg,(n+1)g} - i\varepsilon\sqrt{m+1}\rho_{(m+1)g,ne} + i\varepsilon\sqrt{n}\rho_{mg,(n-1)e} - i\varepsilon\sqrt{m}\rho_{(m-1)g,ne} \\
& + i\varepsilon\sqrt{n+1}\rho_{mg,(n+1)e} + \kappa\sqrt{(m+1)(n+1)}\rho_{(m+1)g,(n+1)e},
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{ne,mg} = & \left( -i[\Delta_a(n-m) + \Delta_e] - \frac{1}{2}[\kappa(n+m) + \gamma] \right) \rho_{ne,mg} - ig\sqrt{n+1}\rho_{(n+1)g,mg} \\
& + ig\sqrt{m}\rho_{ne,(m-1)e} - i\varepsilon\sqrt{n+1}\rho_{(n+1)e,mg} + i\varepsilon\sqrt{m}\rho_{ne,(m-1)g} - i\varepsilon\sqrt{n}\rho_{(n-1)e,mg} \\
& + i\varepsilon\sqrt{m+1}\rho_{ne,(m+1)g} + \kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{(n+1)e,(m+1)g}.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

En el Apéndice B se muestra una deducción detallada de las ecuaciones (2.7), (2.8), (2.9) y (2.10)

## 2.4. Hamiltoniano No Hermítico

El Hamiltoniano no Hermítico se propone de la forma [1, 33, 34]

$$\hat{H}_{\text{NH}} = \hat{H}_r - i\frac{\kappa}{2}\hat{a}^\dagger\hat{a} - i\frac{\gamma}{2}\hat{\sigma}^+\hat{\sigma}, \tag{2.11}$$

donde las tasas de pérdida  $\kappa$  y  $\gamma$  se introducen *fenomenológicamente*.

## 2.5. Función de correlación de segundo orden

La función de correlación de segundo orden  $g^{(2)}(\tau)$  esta definida como [35]

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{n}(t)\hat{n}(t+\tau) \rangle}{\langle \hat{n}^2 \rangle}, \tag{2.12}$$

donde  $t$  es tiempo en el que se detecta un fotón y  $t + \tau$  es un tiempo posterior en el que se detecta un segundo fotón y  $\hat{n} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ . Cuando  $\tau = 0$  y en estado estacionario se obtiene [1]

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{a} \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger\hat{a}^2 \rangle}. \tag{2.13}$$

Para obtener una fuente de un fotón se debe garantizar que  $g^{(2)}(0) \ll 1$ .

# Capítulo 3

## Resultados y Análisis

El cálculo de los valores propios del Hamiltoniano no Hermítico (2.11) conduce a

$$\omega_{\pm}^{n+1} = \frac{1}{4} [-i(\kappa + 2n\kappa + \gamma) + 2(\Delta_a - \Delta_e) + 4n\Delta_a \pm \sqrt{16g^2(n+1) - [\kappa - \gamma + 2i(\Delta_a - \Delta_e)]^2}]. \quad (3.1)$$

En el Apéndice C se muestra la deducción detallada de la ecuación (3.1).

Considerando el límite de forzado débil  $\varepsilon \ll \kappa$  se puede asumir  $n = 0$ , con lo cual (3.1) queda

$$\omega_{\pm}^1 = \frac{1}{4} \left[ -i(\kappa + \gamma) + 2(\Delta_a + \Delta_e) \pm \sqrt{16g^2 - [\kappa - \gamma + 2i(\Delta_a - \Delta_e)]^2} \right]. \quad (3.2)$$

Además, restringiéndonos a valores propios reales se deben satisfacer las condiciones

$$\Delta_a = \Delta_e = \Delta, \quad (3.3)$$

$$\kappa = -\gamma, \quad (3.4)$$

$$g^2 \geq \frac{1}{4}\gamma^2, \quad (3.5)$$

y por tanto, (3.2) se puede escribir como

$$\omega_{\pm}^1 = \Delta \pm \frac{1}{4}\sqrt{16g^2 - 4\gamma^2}. \quad (3.6)$$

Ahora, para que ocurra el bloqueo de fotones, estos valores propios se deben anular. La razón de esto es que  $\omega_{\pm}^1 = 0$  significa que no hay fotones. Esta restricción adicional se puede satisfacer cuando:

(a)

$$\Delta = 0, \quad (3.7)$$

$$g^2 = \frac{1}{4}\gamma^2. \quad (3.8)$$

(b)

$$g^2 \gg \frac{1}{4}\gamma^2, \quad (3.9)$$

con lo cual

$$\sqrt{16g^2 - 4\gamma^2} \approx \sqrt{16g^2} = 4g, \quad (3.10)$$

entonces,

$$\omega_{\pm}^1 = \Delta \pm g, \quad (3.11)$$

y para que (3.11) se anule,

$$\Delta = \mp g. \quad (3.12)$$

### 3.1. Análisis de Resultados

En la Figura 3.1 se muestra la gráfica, obtenida a partir de la solución numérica de la Ecuación Maestra de Lindblad, de  $\text{Ln}[g^2(0)]$  como una función de  $\Delta/\gamma$  para cuatro casos diferentes:  $g/\gamma = \{0.5, 2, 5, 10\}$ . Se observa que las condiciones de bloqueo de un fotón obtenidas analíticamente, a partir del Hamiltoniano no Hermítico, son satisfechas cuando los valores de  $\Delta/\gamma$  hacen que  $\text{Ln}[g^2(0)]$  tenga un mínimo negativo, lo que ocurre sólo cuando  $g^2(0) \ll 1$  (condición de antiagrupamiento de fotones). Así, en cada uno de esos mínimos negativos se presenta el fenómeno de bloqueo de un fotón (que corresponde en nuestro enfoque no Hermítico a  $\omega_{\pm}^1 = 0$ ).

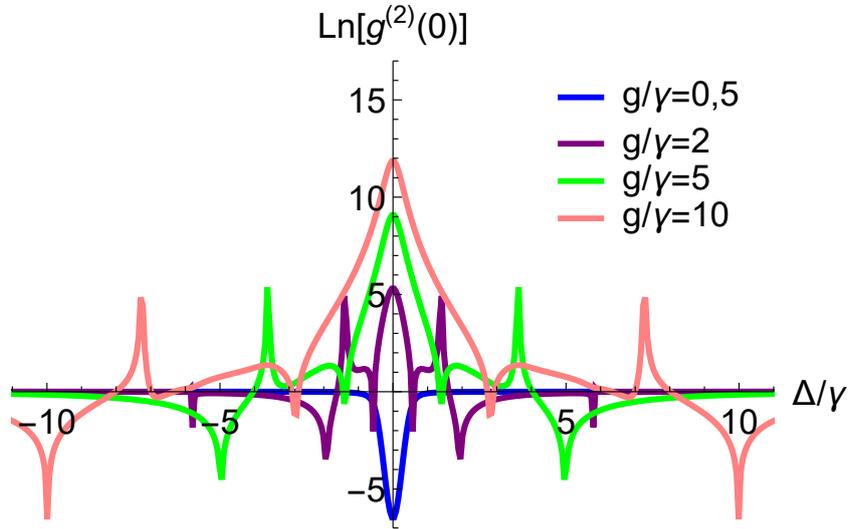


Figura 3.1:  $\text{Ln}[g^2(0)]$  como una función de  $\Delta/\gamma$  para diferentes valores de  $g/\gamma$ , considerando  $\kappa/\gamma = -1$ .

Podemos explicar el origen de este bloqueo de un fotón aludiendo a que al estar antiagrupados,  $g^2(0) \ll 1$ , los fotones están separados una distancia relativamente grande; esto significa que después de que pasa un primer fotón transcurre un tiempo finito relativamente largo antes de que pase un segundo fotón. Si unido a esto los valores de  $\Delta/\gamma$  satisfacen (3.7) o (3.12), entonces, después de que pasa el primer fotón la restricción  $\omega_{\pm}^1 = 0$  obliga a que se bloquee el paso de un segundo fotón.

Por ejemplo, en el caso  $g/\gamma = 0.5$  se observa que el bloqueo aparece una sola vez cuando el  $\Delta/\gamma$  es nulo y esto coincide con la condición (3.7). Para el caso  $g/\gamma = 10$  se observan varios mínimos negativos pero la mayor probabilidad de bloqueo se presenta en dos valores de  $\Delta/\gamma$ , donde los mínimos negativos son mas pronunciados, y este se da cuando se cumplen las condiciones (3.12). Nótese que  $\Delta$  puede ser negativo ya que es una diferencia de frecuencias.

Una característica de nuestro enfoque no Hermítico, como lo muestra la ecuación (3.4), es que la tasa  $\kappa$  debe ser negativa. Esto contrasta con la formulación de Ecuación Maestra de Lindblad donde dicha cantidad es estrictamente positiva. En este aspecto, debemos resaltar que recientemente se ha explorado la posibilidad de valores negativos de  $\kappa$ , tanto teórica [36, 37] como experimentalmente [38–42]. Teóricamente,  $\kappa = \kappa_{\text{out}} - \xi$ , donde  $\kappa_{\text{out}}$  es la tasa de pérdida intrínseca (positiva) y  $\xi$  es un término de ganancia. Cuando  $\xi < \kappa_{\text{out}}$ , entonces  $\kappa > 0$  (término estandar de pérdidas en la Ecuación Maestra de Lindblad).

En la Figura 3.2 se hace la comparación de los casos  $\kappa > 0$  (asumiendo  $\kappa/\gamma = 1$ , línea roja) y  $\kappa < 0$  asumiendo  $\kappa/\gamma = -1$ , línea azul) para los valores (a)  $g/\gamma = 0.5$  y (b)  $g/\gamma = 5$ .

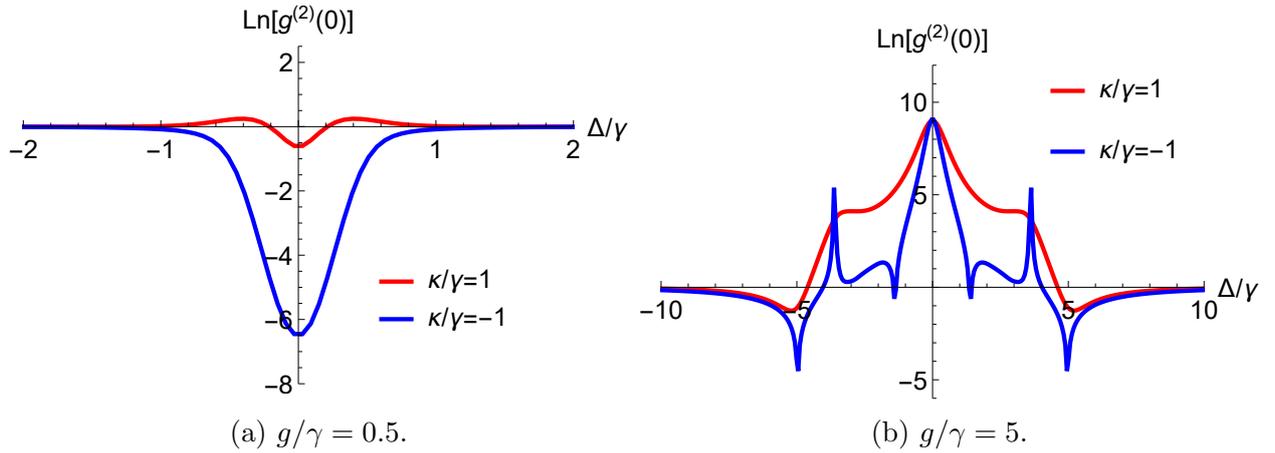


Figura 3.2:  $\text{Ln}[g^2(0)]$  como función de  $\Delta/\gamma$  considerando  $\kappa > 0$  y  $\kappa < 0$ .

En las gráficas 3.2a y 3.2b se evidencia que los mínimos negativos del caso  $\kappa < 0$ , son más profundos que los del caso  $\kappa > 0$ . Así, se puede concluir que en el caso  $\kappa < 0$ , de nuestro enfoque no Hermítico, el bloqueo de un solo fotón se nota de manera más clara que en caso estándar  $\kappa > 0$ , del enfoque de Ecuación Maestra de Lindblad.

La Figura 3.2b también muestra que con el enfoque no Hermítico se predicen bloqueos que no existen en la teoría Hermítica de Ecuación Maestra de Lindblad. Note que para  $|\Delta/\gamma| \approx 1.5$  hay un bloqueo pero este no es tan profundo como el que se da en  $|\Delta/\gamma| = 5$ . Esto indica que la probabilidad de que ocurra un bloqueo en  $|\Delta/\gamma| \approx 1.5$  es muy pequeña, pero no nula, comparada con la de  $\Delta/\gamma = 5$  donde se cumple la condición (3.12).

Para finalizar, en las Figuras 3.3 y 3.4 se muestran las gráficas de  $\text{Ln}[n]$  para los mismos casos de las Figuras 3.1 y 3.2.

En estas gráficas, las condiciones (3.7) y (3.12) para el bloqueo de un fotón se satisfacen donde aparecen máximos.

Como debe ser, estos máximos se presentan en los mismos valores de  $\Delta/\gamma$  para los cuales se dan los máximos de  $\text{Ln}[g^2(0)]$ .

Se debe tener en cuenta que el cálculo de  $n = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$  es más sencillo que el de la función de

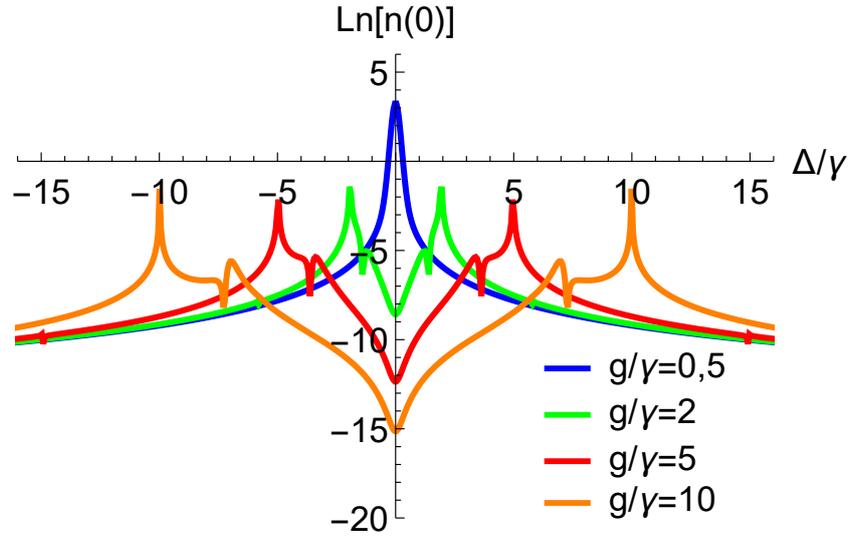


Figura 3.3:  $\text{Ln}[n]$  como una función de  $\Delta/\gamma$  para diferentes valores de  $g/\gamma$ , considerando  $\kappa/\gamma = -1$ .

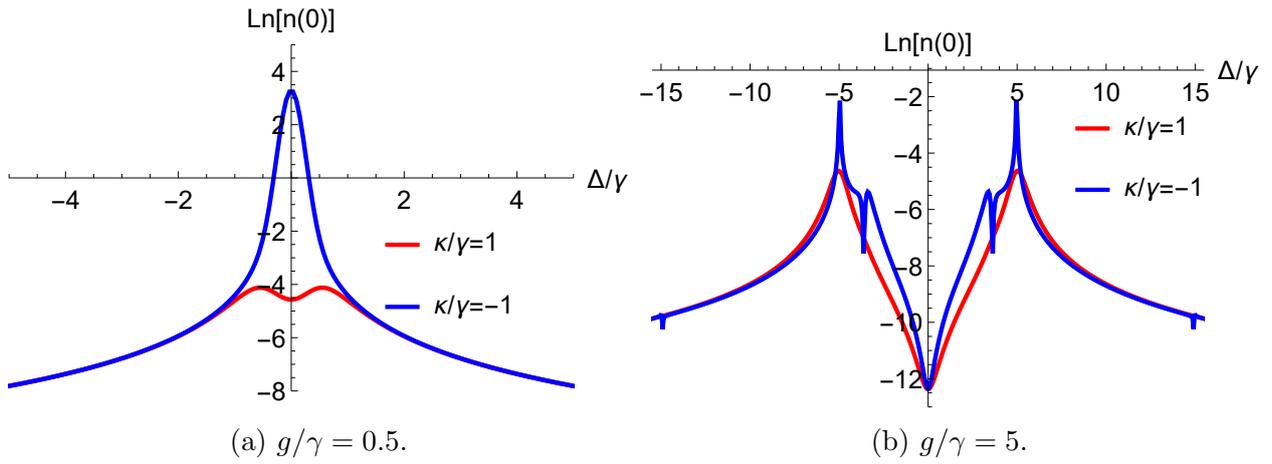


Figura 3.4:  $\text{Ln}[n]$  como función de  $\Delta/\gamma$  considerando  $\kappa > 0$  y  $\kappa < 0$ .

correlación de segundo orden  $g^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2}$  y por tanto, para nuestro sistema podemos proponer otro criterio para identificar el bloqueo de un fotón: *el bloqueo de un fotón se presenta cuando  $\text{Ln}[n]$  es máximo.*

# Capítulo 4

## Conclusiones

En este trabajo, a través de un **Hamiltoniano no Hermítico**, se estudió el bloqueo de un fotón en un sistema constituido por un átomo que interactúa con un campo cuantizado, forzado por un agente externo. Se han obtenido, mediante un cálculo analítico, las condiciones para que se presente el fenómeno de bloqueo de fotones utilizando los valores propios de este **Hamiltoniano no Hermítico**. Además, se realizó un cálculo numérico, usando el enfoque Hermítico de **Ecuación Maestra de Lindblad** y se comprobó que con nuestras condiciones se produce el bloqueo en este otro enfoque. En nuestro **enfoque no Hermítico**, el bloqueo de un solo fotón se nota de manera más clara que en el enfoque de **Ecuación Maestra de Lindblad**. Así, el enfoque de **Hamiltoniano no Hermítico**, es apropiado para determinar bloqueo de fotones.

# Apéndice A

## Deducción del Hamiltoniano Hermítico

El operador Hamiltoniano que describe la dinámica de un sistema de dos niveles (QD) interactuando con una cavidad mono-modo, forzada por un laser esta dado por la ecuación (2.1)

$$\hat{H} = \omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_e \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} + g(\hat{a} \hat{\sigma}^+ + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}) + \varepsilon (\hat{a} e^{i\omega_d t} + \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d t}) \quad (\text{A.1})$$

Los operadores de la materia conmutan con los operadores del campo.

Este hamiltoniano se puede transformar a un marco que rote a frecuencia del laser  $\omega_d$ , usando:

$$\hat{H}_r = \hat{T}^\dagger \hat{H} \hat{T} + i \left( \frac{\partial \hat{T}^\dagger}{\partial t} \right) \hat{T} \quad (\text{A.2})$$

donde

$$\hat{T} = e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} \quad (\text{A.3})$$

$$\hat{T}^\dagger = e^{i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \quad (\text{A.4})$$

Ahora vamos a encontrar:  $\hat{T}^\dagger \hat{H} \hat{T}$

$$\hat{T}^\dagger \hat{H} \hat{T} = e^{i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} (\omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_e \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} + g(\hat{a} \hat{\sigma}^+ + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}) + \varepsilon (\hat{a} e^{i\omega_d t} + \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d t})) e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \hat{T}^\dagger \hat{H} \hat{T} = & e^{i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} (\omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a}) e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} + e^{i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} (\omega_e \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}) e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} \\ & + e^{i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} (g \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}) e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} + e^{i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} (g \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} \\ & + e^{i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} (\varepsilon \hat{a} e^{i\omega_d t}) e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} + e^{i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} (\varepsilon \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d t}) e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

Se va a calcular cada de termino de la ecuación (A.6):

**Primer término**

$$\hat{T}^\dagger (\omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a}) \hat{T} = \omega_a e^{i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} t} (\hat{a}^\dagger \hat{a}) e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \quad (\text{A.7})$$

$$\boxed{\hat{T}^\dagger (\omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a}) \hat{T} = \omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a}} \quad (\text{A.8})$$

Segundo término

$$\hat{T}^\dagger (\omega_e \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma}) \hat{T} = \omega_e e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} (\hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma}) e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \quad (\text{A.9})$$

$$\boxed{\hat{T}^\dagger (\omega_e \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma}) \hat{T} = \omega_e \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma}} \quad (\text{A.10})$$

Tercer término

$$\begin{aligned} \hat{T}^\dagger (g \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}) \hat{T} &= g e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}) e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \\ &= g e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Usando la identidad Lema de Barker-Hausdorff y el conmutador de los operadores  $\hat{a}$  y  $\hat{a}^\dagger$

$$\begin{aligned} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} &= \hat{a}^\dagger + i(\omega_d t) [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{a}^\dagger] + \frac{(i\omega_d t)^2}{2!} [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{a}^\dagger]] + \frac{(i\omega_d t)^3}{3!} [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{a}^\dagger]]] \\ &\quad + \frac{(i\omega_d t)^4}{4!} [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{a}^\dagger]]]] + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} = \hat{a}^\dagger + i\omega_d t \hat{a}^\dagger + \frac{i^2 \omega_d^2 t^2}{2} \hat{a}^\dagger + \frac{i^3 \omega_d^3 t^3}{6} \hat{a}^\dagger + \frac{i^4 \omega_d^4 t^4}{24} \hat{a}^\dagger + \frac{i^5 \omega_d^5 t^5}{120} \hat{a}^\dagger + \dots + \frac{(i\omega_d t)^m}{m!} \hat{a}^\dagger \quad (\text{A.13})$$

Teniendo en cuenta las potencias de  $i$  la ecuación A.13 se puede escribir de la siguiente manera:

$$e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} = \underbrace{\left(1 - \frac{1}{2}(\omega_d t)^2 + \frac{1}{24}(\omega_d t)^4 + \dots\right)}_{\cos(\omega_d t)} \hat{a}^\dagger + i \underbrace{\left(\omega_d t - \frac{1}{6}(\omega_d t)^3 + \frac{1}{120}(\omega_d t)^5 + \dots\right)}_{\text{sen}(\omega_d t)} \hat{a}^\dagger \quad (\text{A.14})$$

$$e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} = [\cos(\omega_d t) + i \text{sen}(\omega_d t)] \hat{a}^\dagger \quad (\text{A.15})$$

$$\boxed{e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} = e^{i\omega_d t} \hat{a}^\dagger} \quad (\text{A.16})$$

Ahora, para  $e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t}$

Recordando que  $\hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} = \frac{1}{2} (\hat{\sigma}_z + \hat{1})$

$$e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} = e^{(i/2)\omega_d \hat{\sigma}_z t} \hat{\sigma} e^{-(i/2)\omega_d \hat{\sigma}_z t} \quad (\text{A.17})$$

Ahora usando de nuevo la identidad Lema de Barker-Hausdorff y el conmutador de los operadores  $\hat{\sigma}$  y  $\hat{\sigma}^\dagger$

$$e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} = \hat{\sigma} + i \frac{1}{2} \omega_d t (-2\hat{\sigma}) - \frac{1}{4} \frac{(\omega_d t)^2}{2} (4\hat{\sigma}) - i \frac{1}{8} \frac{(\omega_d t)^3}{6} (-8\hat{\sigma}) + \frac{1}{16} \frac{(\omega_d t)^4}{24} (16\hat{\sigma}) + i \frac{1}{32} \frac{(\omega_d t)^5}{120} (-32\hat{\sigma}) + \dots \quad (\text{A.18})$$

$$e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} = \underbrace{\left(1 - \frac{1}{2}(\omega_d t)^2 + \frac{1}{24}(\omega_d t)^4 + \dots\right)}_{\cos(\omega_d t)} \hat{\sigma} + i \underbrace{\left(-\omega_d t + \frac{1}{6}(\omega_d t)^3 - \frac{1}{120}(\omega_d t)^5 + \dots\right)}_{-sen(\omega_d t)} \hat{\sigma} \quad (\text{A.19})$$

$$e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} = (\cos(\omega_d t) - i sen(\omega_d t)) \hat{\sigma} \quad (\text{A.20})$$

$$\boxed{e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} = e^{-i\omega_d t} \hat{\sigma}} \quad (\text{A.21})$$

Entonces reemplazamos las ecuaciones A.16 y A.21 en la ecuación A.11

$$\hat{T}^\dagger (g\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}) \hat{T} = g e^{i\omega_d t} e^{-i\omega_d t} \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} \quad (\text{A.22})$$

$$\boxed{\hat{T}^\dagger (g\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}) \hat{T} = g\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}} \quad (\text{A.23})$$

#### cuarto término

$$\hat{T}^\dagger (g\hat{a}\hat{\sigma}^\dagger) \hat{T} = g e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \quad (\text{A.24})$$

Para  $e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t}$  vamos a aplicar la identidad Baker-Hausdorff y el conmutador de los operadores  $\hat{a}$  y  $\hat{a}^\dagger$

$$e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} = \hat{a} + i\omega_d t [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{a}] + \frac{(i\omega_d t)^2}{2!} [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{a}]] + \frac{(i\omega_d t)^3}{3!} [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{a}]]] + \frac{(i\omega_d t)^4}{4!} [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{a}]]]] + \frac{(i\omega_d t)^5}{5!} [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{a}]]]]] + \dots \quad (\text{A.25})$$

$$e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} = \hat{a} - i\omega_d t \hat{a} + \frac{i^2(\omega_d t)^2}{2} \hat{a} - \frac{i^3(\omega_d t)^3}{6} \hat{a} + \frac{i^4(\omega_d t)^4}{24} \hat{a} - \frac{i^5(\omega_d t)^5}{120} \hat{a} + \dots \quad (\text{A.26})$$

Teniendo en cuenta las potencias de  $i$  la ecuación queda

$$e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} = \underbrace{\left(1 - \frac{1}{2}(\omega_d t)^2 + \frac{1}{24}(\omega_d t)^4 + \dots\right)}_{\cos(\omega_d t)} \hat{a} + i \underbrace{\left(-\omega_d t + \frac{1}{6}(\omega_d t)^3 - \frac{1}{120}(\omega_d t)^5 + \dots\right)}_{-sen(\omega_d t)} \hat{a} \quad (\text{A.27})$$

$$e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} = (\cos(\omega_d t) - i \text{sen}(\omega_d t)) \hat{a} \quad (\text{A.28})$$

$$\boxed{e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} = e^{-i\omega_d t} \hat{a}} \quad (\text{A.29})$$

ahora para  $e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t}$

Recordaremos que  $\hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} = \frac{1}{2} (\hat{\sigma}_z + \hat{1})$

$$e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} = e^{(i/2)\omega_d \hat{\sigma}_z t} \hat{\sigma}^\dagger e^{-(i/2)\omega_d \hat{\sigma}_z t} \quad (\text{A.30})$$

Se aplica Baker-Hausdorff y el conmutador de los operadores  $\hat{\sigma}_z$  y  $\hat{\sigma}^\dagger$

$$\begin{aligned} e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} &= \hat{\sigma}^\dagger + \frac{i}{2} \omega_d t [\hat{\sigma}_z, \hat{\sigma}^\dagger] + \frac{\left(\frac{i}{2} \omega_d t\right)^2}{2!} [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, \hat{\sigma}^\dagger]] \\ &+ \frac{\left(\frac{i}{2} \omega_d t\right)^3}{3!} [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, \hat{\sigma}^\dagger]]] + \frac{\left(\frac{i}{2} \omega_d t\right)^4}{4!} [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, \hat{\sigma}^\dagger]]]] \\ &+ \frac{\left(\frac{i}{2} \omega_d t\right)^5}{5!} [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, [\hat{\sigma}_z, \hat{\sigma}^\dagger]]]]] + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

$$\begin{aligned} e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} &= \hat{\sigma}^\dagger + i \frac{1}{2} \omega_d t (-2\hat{\sigma}^\dagger) + \frac{i^2 (\omega_d t)^2}{4} (4\hat{\sigma}^\dagger) + \frac{i^3 (\omega_d t)^3}{8} (8\hat{\sigma}^\dagger) + \frac{i^4 (\omega_d t)^4}{16} (16\hat{\sigma}^\dagger) \\ &+ \frac{i^5 (\omega_d t)^5}{32} (32\hat{\sigma}^\dagger) + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

ahora teniendo en cuenta las potencias de  $i$  la ecuación A.32 queda

$$e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} = \underbrace{\left(1 - \frac{1}{2}(\omega_d t)^2 + \frac{1}{24}(\omega_d t)^4 + \dots\right)}_{\cos(\omega_d t)} \hat{\sigma}^\dagger + i \underbrace{\left(\omega_d t - \frac{1}{6}(\omega_d t)^3 + \frac{1}{120}(\omega_d t)^5 + \dots\right)}_{\text{sen}(\omega_d t)} \hat{\sigma}^\dagger \quad (\text{A.33})$$

$$e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} = (\cos(\omega_d t) + i \text{sen}(\omega_d t)) \hat{\sigma}^\dagger \quad (\text{A.34})$$

$$\boxed{e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} = e^{i\omega_d t} \hat{\sigma}^\dagger} \quad (\text{A.35})$$

Ahora las ecuaciones A.29 y A.35 se reemplazan en la ecuación A.24

$$\hat{T}^\dagger (g \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) \hat{T} = g e^{-i\omega_d t} \hat{a} e^{i\omega_d t} \hat{\sigma}^\dagger \quad (\text{A.36})$$

$$\hat{T}^\dagger (g \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) \hat{T} = g \underbrace{e^{-i\omega_d t} e^{i\omega_d t}}_1 \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \quad (\text{A.37})$$

$$\boxed{\hat{T}^\dagger (g\hat{a}\hat{\sigma}^\dagger) \hat{T} = g\hat{a}\hat{\sigma}^\dagger} \quad (\text{A.38})$$

Quinto término

$$\hat{T}^\dagger \varepsilon \hat{a} \hat{T} = \varepsilon e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \underbrace{e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t}}_{e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t}} e^{i\omega_d t} \quad (\text{A.39})$$

$$\hat{T}^\dagger \varepsilon \hat{a} \hat{T} = \varepsilon \underbrace{e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t}}_1 \hat{a} \underbrace{e^{-i\omega_d t} e^{i\omega_d t}}_1 \quad (\text{A.40})$$

$$\boxed{\hat{T}^\dagger \varepsilon \hat{a} \hat{T} = \varepsilon \hat{a}} \quad (\text{A.41})$$

Sexto término

$$\hat{T}^\dagger \varepsilon \hat{a}^\dagger \hat{T} = \varepsilon e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} \underbrace{e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t}}_{e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t}} e^{-i\omega_d t} \quad (\text{A.42})$$

$$\hat{T}^\dagger \varepsilon \hat{a}^\dagger \hat{T} = \varepsilon \underbrace{e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t}}_1 \underbrace{e^{i\omega_d t} e^{-i\omega_d t}}_1 \hat{a}^\dagger \quad (\text{A.43})$$

$$\boxed{\hat{T}^\dagger \varepsilon \hat{a}^\dagger \hat{T} = \varepsilon \hat{a}^\dagger} \quad (\text{A.44})$$

ahora las ecuaciones A.8, A.10, A.23, A.38, A.41 y A.44 se reemplazan en la ecuación A.6

$$\hat{T}^\dagger \hat{H} \hat{T} = \omega_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_e \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (\text{A.45})$$

Ahora el segundo término de la ecuación A.2 se puede escribir de la siguiente manera

$$i \left( \frac{\partial \hat{T}^\dagger}{\partial t} \right) \hat{T} = i (\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a}) e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} \quad (\text{A.46})$$

$$i \left( \frac{\partial \hat{T}^\dagger}{\partial t} \right) \hat{T} = i (\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a}) \underbrace{e^{i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t} e^{-i\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} t}}_1 \underbrace{e^{i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a} t}}_1 \quad (\text{A.47})$$

$$i \left( \frac{\partial \hat{T}^\dagger}{\partial t} \right) \hat{T} = (-\omega_d \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} - \omega_d \hat{a}^\dagger \hat{a}) \quad (\text{A.48})$$

por tanto, las ecuaciones A.45 y A.48 las reemplazo en la ecuación A.2

$$\hat{H}_r = (\omega_a - \omega_d) \hat{a}^\dagger \hat{a} + (\omega_e - \omega_d) \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (\text{A.49})$$

$$\boxed{\hat{H}_r = \Delta_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + \Delta_e \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)} \quad (\text{A.50})$$

donde  $\Delta_a = \omega_a - \omega_d$  es la Diferencia de frecuencia entre el campo y el agente forzante.

$\Delta_e = \omega_e - \omega_d$  es la Diferencia de frecuencia entre el sistema de dos niveles y el agente forzante.

# Apéndice B

## Deducción de la ecuación Maestra de Lindblad

Se desea resolver la ecuación maestra de Born-Markov en la forma de Lindblad

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -i[\hat{H}_r, \hat{\rho}] + \kappa \hat{\mathfrak{L}}[\hat{a}] + \gamma \hat{\mathfrak{L}}[\hat{\sigma}] \quad (\text{B.1})$$

$$\hat{\mathfrak{L}}[\hat{a}] = \hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \frac{1}{2}\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (\text{B.2})$$

$$\hat{\mathfrak{L}}[\hat{\sigma}] = \hat{\sigma}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger - \frac{1}{2}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\hat{\rho} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} \quad (\text{B.3})$$

Las ecuaciones B.2 y B.3 se reemplazan en la ecuación B.1

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -i[\hat{H}_r, \hat{\rho}] + \kappa \left( \hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \frac{1}{2}\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a} \right) + \gamma \left( \hat{\sigma}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger - \frac{1}{2}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\hat{\rho} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} \right) \quad (\text{B.4})$$

Se va a resolver el conmutador que hay en la ecuación B.4, entonces teniendo en cuenta la ecuación A.50

$$[\hat{H}_r, \hat{\rho}] = [(\Delta_a \hat{a}^\dagger \hat{a} + \Delta_e \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g(\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)), \hat{\rho}] \quad (\text{B.5})$$

$$[\hat{H}_r, \hat{\rho}] = \Delta_a [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{\rho}] + \Delta_e [\hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma}, \hat{\rho}] + g[\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}, \hat{\rho}] + g[\hat{a} \hat{\sigma}^\dagger, \hat{\rho}] + \varepsilon[\hat{a}, \hat{\rho}] + \varepsilon[\hat{a}^\dagger, \hat{\rho}] \quad (\text{B.6})$$

$$[\hat{H}_r, \hat{\rho}] = \Delta_a \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} - \Delta_a \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} + \Delta_e \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} - \Delta_e \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} - g \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + g \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\rho} - g \hat{\rho} \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger + \varepsilon \hat{a} \hat{\rho} - \varepsilon \hat{\rho} \hat{a} + \varepsilon \hat{a}^\dagger \hat{\rho} - \varepsilon \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \quad (\text{B.7})$$

Ahora la ecuación B.7 la reemplazo en la ecuación B.4

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\rho}}{dt} = & -i[\Delta_a \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} - \Delta_a \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} + \Delta_e \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} - \Delta_e \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} - g \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + g \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\rho} - g \hat{\rho} \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger + \varepsilon \hat{a} \hat{\rho} - \varepsilon \hat{\rho} \hat{a} \\ & + \varepsilon \hat{a}^\dagger \hat{\rho} - \varepsilon \hat{\rho} \hat{a}^\dagger] + \kappa \left( \hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \frac{1}{2}\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a} \right) + \gamma \left( \hat{\sigma}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger - \frac{1}{2}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\hat{\rho} - \frac{1}{2}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} \right) \quad (\text{B.8}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\rho}}{dt} = & -i \Delta_a \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} + i \Delta_a \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} - i \Delta_e \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} + i \Delta_e \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} - ig \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} + ig \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} - ig \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\rho} + ig \hat{\rho} \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \\ & - i \varepsilon \hat{a} \hat{\rho} + i \varepsilon \hat{\rho} \hat{a} - i \varepsilon \hat{a}^\dagger \hat{\rho} + i \varepsilon \hat{\rho} \hat{a}^\dagger + \kappa \hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger - \frac{\kappa}{2} \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} - \frac{\kappa}{2} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} + \gamma \hat{\sigma} \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger - \frac{\gamma}{2} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} - \frac{\gamma}{2} \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\rho}}{dt} = & - \left( i \Delta_a + \frac{\kappa}{2} \right) \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} + \left( i \Delta_a - \frac{\kappa}{2} \right) \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} - \left( i \Delta_e + \frac{\gamma}{2} \right) \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} + \left( i \Delta_e - \frac{\gamma}{2} \right) \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \\ & - ig \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} + ig \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} - ig \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\rho} + ig \hat{\rho} \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger - i \varepsilon \hat{a} \hat{\rho} + i \varepsilon \hat{\rho} \hat{a} - i \varepsilon \hat{a}^\dagger \hat{\rho} + i \varepsilon \hat{\rho} \hat{a}^\dagger + \kappa \hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger + \gamma \hat{\sigma} \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Para resolver la ecuación B.10 se usará la base:

$$\{|n, j\rangle\} = \{|n, g\rangle, |n, e\rangle\} \quad j = g, e \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{B.11})$$

En esta base los elementos matriciales del operador  $\hat{\rho}$  tendrán la siguiente forma

$$\hat{\rho}_{mk,nj} = \langle m, k | \hat{\rho} | n, j \rangle \quad k, j = g, e \quad m, n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{B.12})$$

tal que

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \langle 0, g | \hat{\rho} | 0, g \rangle & \langle 0, g | \hat{\rho} | 0, e \rangle & \langle 0, g | \hat{\rho} | 1, g \rangle & \langle 0, g | \hat{\rho} | 1, e \rangle \dots \\ \langle 0, e | \hat{\rho} | 0, g \rangle & \langle 0, e | \hat{\rho} | 0, e \rangle & \langle 0, e | \hat{\rho} | 1, g \rangle & \langle 0, e | \hat{\rho} | 1, e \rangle \dots \\ \langle 1, g | \hat{\rho} | 0, g \rangle & \langle 1, g | \hat{\rho} | 0, e \rangle & \langle 1, g | \hat{\rho} | 1, g \rangle & \langle 1, g | \hat{\rho} | 1, e \rangle \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \quad (\text{B.13})$$

En general, se distinguen los siguientes elementos matriciales genéricos

$$\rho_{mg,ng} \quad ; \quad \rho_{me,ne} \quad ; \quad \rho_{mg,ne} \quad ; \quad \rho_{ne,mg} = \rho_{mg,ne}^* \quad (\text{B.14})$$

- Para el elemento matricial  $\rho_{mg,ng} = \langle m, g | \hat{\rho} | n, g \rangle$  la ecuación queda escrita como

$$\left\langle m, g \left| \frac{d\hat{\rho}}{dt} \right| n, g \right\rangle = \frac{d}{dt} \rho_{mg,ng} \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{mg,ng} = & - \left( i \Delta_a + \frac{\kappa}{2} \right) \langle m, g | \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} | n, g \rangle + \left( i \Delta_a - \frac{\kappa}{2} \right) \langle m, g | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} | n, g \rangle \\ & - \left( i \Delta_e + \frac{\gamma}{2} \right) \langle m, g | \underbrace{\hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho}}_0 | n, g \rangle + \left( i \Delta_e - \frac{\gamma}{2} \right) \langle m, g | \underbrace{\hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma}}_0 | n, g \rangle \\ & - ig \langle m, g | \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} | n, g \rangle + ig \langle m, g | \underbrace{\hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}}_0 | n, g \rangle - ig \langle m, g | \underbrace{\hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\rho}}_0 | n, g \rangle \\ & + ig \langle m, g | \hat{\rho} \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger | n, g \rangle - i \varepsilon \langle m, g | \hat{a} \hat{\rho} | n, g \rangle + i \varepsilon \langle m, g | \hat{\rho} \hat{a} | n, g \rangle \\ & - i \varepsilon \langle m, g | \hat{a}^\dagger \hat{\rho} | n, g \rangle + i \varepsilon \langle m, g | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | n, g \rangle + \kappa \langle m, g | \hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | n, g \rangle \\ & + \gamma \langle m, g | \hat{\sigma} \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger | n, g \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{mg,ng} = & - \left( i \Delta_a + \frac{\kappa}{2} \right) \langle m, g | \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} | n, g \rangle + \left( i \Delta_a - \frac{\kappa}{2} \right) \langle m, g | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} | n, g \rangle \\
& - ig \langle m, g | \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} | n, g \rangle + ig \langle m, g | \hat{\rho} \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger | n, g \rangle - i\varepsilon \langle m, g | \hat{a} \hat{\rho} | n, g \rangle \\
& + i\varepsilon \langle m, g | \hat{\rho} \hat{a} | n, g \rangle - i\varepsilon \langle m, g | \hat{a}^\dagger \hat{\rho} | n, g \rangle + i\varepsilon \langle m, g | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | n, g \rangle \\
& + \kappa \langle m, g | \hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | n, g \rangle + \gamma \langle m, g | \hat{\sigma} \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger | n, g \rangle
\end{aligned} \tag{B.17}$$

Se debe tener en cuenta que

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \tag{B.18}$$

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \tag{B.19}$$

$$\hat{a}^\dagger \hat{a}|n\rangle = n|n\rangle \tag{B.20}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{mg,ng} = & - \left( i \Delta_a + \frac{\kappa}{2} \right) m \langle m, g | \hat{\rho} | n, g \rangle + \left( i \Delta_a - \frac{\kappa}{2} \right) n \langle m, g | \hat{\rho} | n, g \rangle \\
& - ig\sqrt{m} \langle m-1, g | \hat{\rho} | n, g \rangle + ig\sqrt{n} \langle m, g | \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger | n-1, g \rangle - i\varepsilon\sqrt{m+1} \langle m+1, g | \hat{\rho} | n, g \rangle \\
& + i\varepsilon\sqrt{n} \langle m, g | \hat{\rho} | n-1, g \rangle - i\varepsilon\sqrt{m} \langle m-1, g | \hat{\rho} | n, g \rangle + i\varepsilon\sqrt{n+1} \langle m, g | \hat{\rho} | n+1, g \rangle \\
& + \kappa \sqrt{m+1} \sqrt{n+1} \langle m, g | \hat{\rho} | n, g \rangle + \gamma \langle m, g | \hat{\rho} | n, g \rangle
\end{aligned} \tag{B.21}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{mg,ng} = & \left( i \Delta_a (n-m) - \frac{\kappa}{2} (n+m) \right) \hat{\rho}_{mg,ng} - ig\sqrt{m} \hat{\rho}_{(m-1)e,ng} + ig\sqrt{n} \hat{\rho}_{mg,(n-1)e} \\
& - i\varepsilon\sqrt{m+1} \hat{\rho}_{(m+1)g,ng} + i\varepsilon\sqrt{n} \hat{\rho}_{mg,(n-1)g} - i\varepsilon\sqrt{m} \hat{\rho}_{(m-1)g,ng} + i\varepsilon\sqrt{n+1} \hat{\rho}_{mg,(n+1)g} \\
& + \kappa \sqrt{(m+1)(n+1)} \hat{\rho}_{(m+1)g,(n+1)g} + \gamma \hat{\rho}_{me,ne}
\end{aligned} \tag{B.22}$$

- Para el elemento matricial  $\rho_{me,ne} = \langle m, e | \hat{\rho} | n, e \rangle$  la ecuación queda escrita como

$$\left\langle m, e \left| \frac{d\hat{\rho}}{dt} \right| n, e \right\rangle = \frac{d}{dt}\rho_{me,ne} \tag{B.23}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{me,ne} = & - \left( i \Delta_a + \frac{\kappa}{2} \right) \langle m, e | \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} | n, e \rangle + \left( i \Delta_a - \frac{\kappa}{2} \right) \langle m, e | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} | n, e \rangle \\
& - \left( i \Delta_e + \frac{\gamma}{2} \right) \langle m, e | \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} | n, e \rangle + \left( i \Delta_e - \frac{\gamma}{2} \right) \langle m, e | \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} | n, e \rangle \\
& - ig \langle m, e | \underbrace{\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho}}_0 | n, e \rangle + ig \langle m, e | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{\sigma} | n, e \rangle - ig \langle m, e | \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\rho} | n, e \rangle \\
& + ig \langle m, e | \underbrace{\hat{\rho} \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger}_0 | n, e \rangle - i\varepsilon \langle m, e | \hat{a} \hat{\rho} | n, e \rangle + i\varepsilon \langle m, e | \hat{\rho} \hat{a} | n, e \rangle \\
& - i\varepsilon \langle m, e | \hat{a}^\dagger \hat{\rho} | n, e \rangle + i\varepsilon \langle m, e | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | n, e \rangle + \kappa \langle m, e | \hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | n, e \rangle \\
& + \gamma \langle m, e | \underbrace{\hat{\sigma} \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger}_0 | n, e \rangle
\end{aligned} \tag{B.24}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{me,ne} = & -\left(i\Delta_a + \frac{\kappa}{2}\right)\langle m, e|\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho}|n, e\rangle + \left(i\Delta_a - \frac{\kappa}{2}\right)\langle m, e|\hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}|n, e\rangle \\
& -\left(i\Delta_e + \frac{\gamma}{2}\right)\langle m, e|\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\hat{\rho}|n, e\rangle + \left(i\Delta_e - \frac{\gamma}{2}\right)\langle m, e|\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}|n, e\rangle \\
& +ig\langle m, e|\hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}|n, e\rangle - ig\langle m, e|\hat{a}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\rho}|n, e\rangle - i\varepsilon\langle m, e|\hat{a}\hat{\rho}|n, e\rangle \\
& +i\varepsilon\langle m, e|\hat{\rho}\hat{a}|n, e\rangle - i\varepsilon\langle m, e|\hat{a}^\dagger\hat{\rho}|n, e\rangle + i\varepsilon\langle m, e|\hat{\rho}\hat{a}^\dagger|n, e\rangle \\
& +\kappa\langle m, e|\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger|n, e\rangle
\end{aligned} \tag{B.25}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{me,ne} = & -\left(i\Delta_a + \frac{\kappa}{2}\right)m\langle m, e|\hat{\rho}|n, e\rangle + \left(i\Delta_a - \frac{\kappa}{2}\right)n\langle m, e|\hat{\rho}|n, e\rangle \\
& -\left(i\Delta_e + \frac{\gamma}{2}\right)\langle m, e|\hat{\rho}|n, e\rangle + \left(i\Delta_e - \frac{\gamma}{2}\right)\langle m, e|\hat{\rho}|n, e\rangle \\
& +ig\sqrt{n+1}\langle m, e|\hat{\rho}|n+1, g\rangle - ig\sqrt{m+1}\langle m+1, g|\hat{\rho}|n, e\rangle - i\varepsilon\sqrt{m+1}\langle m+1, e|\hat{\rho}|n, e\rangle \\
& +i\varepsilon\sqrt{n}\langle m, e|\hat{\rho}|n-1, e\rangle - i\varepsilon\sqrt{m}\langle m-1, e|\hat{\rho}|n, e\rangle + i\varepsilon\sqrt{n+1}\langle m, e|\hat{\rho}|n+1, e\rangle \\
& +\kappa\sqrt{m+1}\sqrt{n+1}\langle m+1, e|\hat{\rho}|n+1, e\rangle
\end{aligned} \tag{B.26}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{me,ne} = & \left(i\Delta_a(n-m) - \frac{\kappa}{2}(n+m) - \gamma\right)\rho_{me,ne} + ig\sqrt{n+1}\rho_{me,(n+1)g} - ig\sqrt{m+1}\rho_{(m+1)g,ne} \\
& -i\varepsilon\sqrt{m+1}\rho_{(m+1)e,ne} + i\varepsilon\sqrt{n}\rho_{me,(n-1)e} - i\varepsilon\sqrt{m}\rho_{(m-1)e,ne} + i\varepsilon\sqrt{n+1}\rho_{me,(n+1)e} \\
& +\kappa\sqrt{(m+1)(n+1)}\rho_{(m+1)e,(n+1)e}
\end{aligned} \tag{B.27}$$

• Para el elemento matricial  $\rho_{mg,ne} = \langle m, g|\hat{\rho}|n, e\rangle$  la ecuación queda escrita como

$$\left\langle m, g \left| \frac{d\hat{\rho}}{dt} \right| n, e \right\rangle = \frac{d}{dt}\rho_{mg,ne} \tag{B.28}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{mg,ne} = & -\left(i\Delta_a + \frac{\kappa}{2}\right)\langle m, g|\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho}|n, e\rangle + \left(i\Delta_a - \frac{\kappa}{2}\right)\langle m, g|\hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}|n, e\rangle \\
& -\left(i\Delta_e + \frac{\gamma}{2}\right)\langle m, g|\underbrace{\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\hat{\rho}}_0|n, e\rangle + \left(i\Delta_e - \frac{\gamma}{2}\right)\langle m, g|\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}|n, e\rangle \\
& -ig\langle m, g|\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}\hat{\rho}|n, e\rangle + ig\langle m, g|\hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}|n, e\rangle - ig\langle m, g|\underbrace{\hat{a}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\rho}}_0|n, e\rangle \\
& +ig\langle m, g|\underbrace{\hat{\rho}\hat{a}\hat{\sigma}^\dagger}_0|n, e\rangle - i\varepsilon\langle m, g|\hat{a}\hat{\rho}|n, e\rangle + i\varepsilon\langle m, g|\hat{\rho}\hat{a}|n, e\rangle \\
& -i\varepsilon\langle m, g|\hat{a}^\dagger\hat{\rho}|n, e\rangle + i\varepsilon\langle m, g|\hat{\rho}\hat{a}^\dagger|n, e\rangle + \kappa\langle m, g|\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger|n, e\rangle \\
& +\gamma\langle m, e|\underbrace{\hat{\sigma}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger}_0|n, e\rangle
\end{aligned} \tag{B.29}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{mg,ne} = & -\left(i\Delta_a + \frac{\kappa}{2}\right)m\langle m, g|\hat{\rho}|n, e\rangle + \left(i\Delta_a - \frac{\kappa}{2}\right)n\langle m, g|\hat{\rho}|n, e\rangle \\
& +\left(i\Delta_e - \frac{\gamma}{2}\right)\langle m, g|\hat{\rho}|n, e\rangle - ig\sqrt{m}\langle m-1, e|\hat{\rho}|n, e\rangle + ig\sqrt{n+1}\langle m, g|\hat{\rho}|n+1, g\rangle \\
& -i\varepsilon\sqrt{m+1}\langle m+1, g|\hat{\rho}|n, e\rangle + i\varepsilon\sqrt{n}\langle m, g|\hat{\rho}|n-1, e\rangle - i\varepsilon\sqrt{m}\langle m-1, g|\hat{\rho}|n, e\rangle \\
& +i\varepsilon\sqrt{n+1}\langle m, g|\hat{\rho}|n+1, e\rangle + \kappa\sqrt{m+1}\sqrt{n+1}\langle m+1, g|\hat{\rho}|n+1, e\rangle
\end{aligned} \tag{B.30}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{mg,ne} = & \left( i[\Delta_a(n-m) + \Delta_e] - \frac{1}{2}[\kappa(n+m) + \gamma] \right) \rho_{mg,ne} - ig\sqrt{m}\rho_{(m-1)e,ne} \\
& + ig\sqrt{n+1}\rho_{mg,(n+1)g} - i\varepsilon\sqrt{m+1}\rho_{(m+1)g,ne} + i\varepsilon\sqrt{n}\rho_{mg,(n-1)e} - i\varepsilon\sqrt{m}\rho_{(m-1)g,ne} \\
& + i\varepsilon\sqrt{n+1}\rho_{mg,(n+1)e} + \kappa\sqrt{(m+1)(n+1)}\rho_{(m+1)g,(n+1)e}
\end{aligned} \tag{B.31}$$

- Para el elemento matricial  $\rho_{ne,mg} = \langle n, e | \hat{\rho} | m, g \rangle$  la ecuación queda escrita como

$$\left\langle n, e \left| \frac{d\hat{\rho}}{dt} \right| m, g \right\rangle = \frac{d}{dt}\rho_{ne,mg} \tag{B.32}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{ne,mg} = & - \left( i\Delta_a + \frac{\kappa}{2} \right) \langle n, e | \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} | m, g \rangle + \left( i\Delta_a - \frac{\kappa}{2} \right) \langle n, e | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} | m, g \rangle \\
& - \left( i\Delta_e + \frac{\gamma}{2} \right) \langle n, e | \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} | m, g \rangle + \left( i\Delta_e - \frac{\gamma}{2} \right) \langle n, e | \underbrace{\hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma}}_0 | m, g \rangle \\
& - ig \langle n, e | \underbrace{\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho}}_0 | m, g \rangle + ig \langle n, e | \underbrace{\hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}}_0 | m, g \rangle - ig \langle n, e | \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\rho} | m, g \rangle \\
& + ig \langle n, e | \hat{\rho} \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger | m, g \rangle - i\varepsilon \langle n, e | \hat{a} \hat{\rho} | m, g \rangle + i\varepsilon \langle n, e | \hat{\rho} \hat{a} | m, g \rangle \\
& - i\varepsilon \langle n, e | \hat{a}^\dagger \hat{\rho} | m, g \rangle + i\varepsilon \langle n, e | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | m, g \rangle + \kappa \langle n, e | \hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | m, g \rangle \\
& + \gamma \langle n, e | \underbrace{\hat{\sigma} \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger}_0 | m, g \rangle
\end{aligned} \tag{B.33}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{ne,mg} = & - \left( i\Delta_a + \frac{\kappa}{2} \right) \langle n, e | \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} | m, g \rangle + \left( i\Delta_a - \frac{\kappa}{2} \right) \langle n, e | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} | m, g \rangle \\
& - \left( i\Delta_e + \frac{\gamma}{2} \right) \langle n, e | \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} | m, g \rangle - ig \langle n, e | \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger \hat{\rho} | m, g \rangle \\
& + ig \langle n, e | \hat{\rho} \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger | m, g \rangle - i\varepsilon \langle n, e | \hat{a} \hat{\rho} | m, g \rangle + i\varepsilon \langle n, e | \hat{\rho} \hat{a} | m, g \rangle \\
& - i\varepsilon \langle n, e | \hat{a}^\dagger \hat{\rho} | m, g \rangle + i\varepsilon \langle n, e | \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | m, g \rangle + \kappa \langle n, e | \hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger | m, g \rangle
\end{aligned} \tag{B.34}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{ne,mg} = & - \left( i\Delta_a + \frac{\kappa}{2} \right) n \langle n, e | \hat{\rho} | m, g \rangle + \left( i\Delta_a - \frac{\kappa}{2} \right) m \langle n, e | \hat{\rho} | m, g \rangle \\
& - \left( i\Delta_e + \frac{\gamma}{2} \right) \langle n, e | \hat{\rho} | m, g \rangle - ig\sqrt{n+1} \langle n+1, g | \hat{\rho} | m, g \rangle + ig\sqrt{m} \langle n, e | \hat{\rho} | m-1, e \rangle \\
& - i\varepsilon\sqrt{n+1} \langle n+1, e | \hat{\rho} | m, g \rangle + i\varepsilon\sqrt{m} \langle n, e | \hat{\rho} | m-1, g \rangle - i\varepsilon\sqrt{n} \langle n-1, e | \hat{\rho} | m, g \rangle \\
& + i\varepsilon\sqrt{m+1} \langle n, e | \hat{\rho} | m+1, g \rangle + \kappa\sqrt{n+1}\sqrt{m+1} \langle n+1, e | \hat{\rho} | m+1, g \rangle
\end{aligned} \tag{B.35}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho_{ne,mg} = & \left( -i[\Delta_a(n-m) + \Delta_e] - \frac{1}{2}[\kappa(n+m) + \gamma] \right) \rho_{ne,mg} - ig\sqrt{n+1}\rho_{(n+1)g,mg} \\
& + ig\sqrt{m}\rho_{ne,(m-1)e} - i\varepsilon\sqrt{n+1}\rho_{(n+1)e,mg} + i\varepsilon\sqrt{m}\rho_{ne,(m-1)g} - i\varepsilon\sqrt{n}\rho_{(n-1)e,mg} \\
& + i\varepsilon\sqrt{m+1}\rho_{ne,(m+1)g} + \kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{(n+1)e,(m+1)g}
\end{aligned} \tag{B.36}$$

Ahora se va a resolver un caso particular usando las ecuaciones generales de la deducción de la ecuación maestra. Para resolver las ecuaciones (B.22), (B.27), (B.31), y (B.36) se usará la base  $\{|n, e\rangle, |n+1, g\rangle\}$  con  $n = 0$  o sea,

$$\{|0, e\rangle, |1, g\rangle\} \quad (\text{B.37})$$

En esta base el operador  $\hat{\rho}$  tendrá la forma:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{0e,0e} & \rho_{0e,1g} \\ \rho_{1g,0e} & \rho_{1g,1g} \end{pmatrix} \quad (\text{B.38})$$

■ Para resolver el elemento matricial  $\rho_{0e,0e} = \langle 0, e | \hat{\rho} | 0, e \rangle$  se utilizará la ecuación B.27

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{0e,0e} = & \left( i \Delta_a (0-0) - \frac{\kappa}{2} (0+0) - \gamma \right) \rho_{0e,0e} + ig\sqrt{0+1} \rho_{0e,(0+1)g} - ig\sqrt{0+1} \rho_{(0+1)g,0e} \\ & - i\varepsilon\sqrt{0+1} \rho_{(0+1)e,0e} + i\varepsilon\sqrt{0} \rho_{0e,(0-1)e} - i\varepsilon\sqrt{0} \rho_{(0-1)e,0e} + i\varepsilon\sqrt{0+1} \rho_{0e,(0+1)e} \\ & + \kappa\sqrt{(0+1)(0+1)} \rho_{(0+1)e,(0+1)e} \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

$$\frac{d}{dt} \rho_{0e,0e} = -\gamma \rho_{0e,0e} + ig\rho_{0e,1g} - ig\rho_{1g,0e} - i\varepsilon\rho_{(1)e,0e} + i\varepsilon\rho_{0e,(1)e} + \kappa\rho_{1e,1e} \quad (\text{B.40})$$

Teniendo en cuenta la base que se esta utilizando la ecuación (B.40) queda:

$$\boxed{\frac{d}{dt} \rho_{0e,0e} = -\gamma \rho_{0e,0e} + ig\rho_{0e,1g} - ig\rho_{1g,0e}} \quad (\text{B.41})$$

■ Para encontrar a  $\rho_{0e,1g}$  se utilizará la ecuación (B.36)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{0e,1g} = & \left( -i [\Delta_a(0-1) + \Delta_e] - \frac{1}{2} [\kappa(0+1) + \gamma] \right) \rho_{0e,1g} - ig\sqrt{0+1} \rho_{(0+1)g,1g} \\ & + ig\sqrt{1} \rho_{0e,(1-1)e} - i\varepsilon\sqrt{0+1} \rho_{(0+1)e,1g} + i\varepsilon\sqrt{1} \rho_{0e,(1-1)g} - i\varepsilon\sqrt{0} \rho_{(0-1)e,1g} \\ & + i\varepsilon\sqrt{1+1} \rho_{0e,(1+1)g} + \kappa\sqrt{(0+1)(1+1)} \rho_{(0+1)e,(1+1)g} \end{aligned} \quad (\text{B.42})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{0e,1g} = & \left( i [\Delta_a - \Delta_e] - \frac{1}{2} [\kappa + \gamma] \right) \rho_{0e,1g} - ig\rho_{1g,1g} + ig\rho_{0e,0e} - i\varepsilon\rho_{1e,1g} + i\varepsilon\rho_{0e,0g} \\ & + i\varepsilon\sqrt{2} \rho_{0e,2g} + \kappa\sqrt{(1)(2)} \rho_{1e,2g} \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

Teniendo en cuenta la base que se esta utilizando la ecuación (B.43) queda:

$$\boxed{\frac{d}{dt} \rho_{0e,1g} = \left( i [\Delta_a - \Delta_e] - \frac{1}{2} [\kappa + \gamma] \right) \rho_{0e,1g} - ig\rho_{1g,1g} + ig\rho_{0e,0e}} \quad (\text{B.44})$$

■ Para encontrar a  $\rho_{1g,0e}$  se utilizará la ecuación (B.31)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho_{1g,0e} = & \left( i [\Delta_a(0-1) + \Delta_e] - \frac{1}{2} [\kappa(0+1) + \gamma] \right) \rho_{1g,0e} - ig\sqrt{1}\rho_{(1-1)e,0e} \\ & + ig\sqrt{0+1}\rho_{1g,(0+1)g} - i\varepsilon\sqrt{1+1}\rho_{(1+1)g,0e} + i\varepsilon\sqrt{0}\rho_{1g,(0-1)e} - i\varepsilon\sqrt{1}\rho_{(1-1)g,0e} \\ & + i\varepsilon\sqrt{0+1}\rho_{1g,(0+1)e} + \kappa\sqrt{(1+1)(0+1)}\rho_{(1+1)g,(0+1)e} \end{aligned} \quad (\text{B.45})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho_{1g,0e} = & \left( -i [\Delta_a - \Delta_e] - \frac{1}{2} [\kappa + \gamma] \right) \rho_{1g,0e} - ig\rho_{0e,0e} + ig\rho_{1g,1g} - i\varepsilon\sqrt{2}\rho_{2g,0e} - i\varepsilon\rho_{0g,0e} + i\varepsilon\rho_{1g,1e} \\ & + \kappa\sqrt{(2)(1)}\rho_{2g,1e} \end{aligned} \quad (\text{B.46})$$

Teniendo en cuenta la base que se esta utilizando la ecuación (B.46) queda:

$$\boxed{\frac{d}{dt}\rho_{1g,0e} = \left( -i [\Delta_a - \Delta_e] - \frac{1}{2} [\kappa + \gamma] \right) \rho_{1g,0e} - ig\rho_{0e,0e} + ig\rho_{1g,1g}} \quad (\text{B.47})$$

■ Para encontrar a  $\rho_{1g,1g}$  se utilizará la ecuación (B.22)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho_{1g,1g} = & \left( i \Delta_a (1-1) - \frac{\kappa}{2}(1+1) \right) \hat{\rho}_{1g,1g} - ig\sqrt{1}\hat{\rho}_{(1-1)e,1g} + ig\sqrt{1}\hat{\rho}_{1g,(1-1)e} \\ & - i\varepsilon\sqrt{1+1}\hat{\rho}_{(1+1)g,1g} + i\varepsilon\sqrt{1}\hat{\rho}_{1g,(1-1)g} - i\varepsilon\sqrt{1}\hat{\rho}_{(1-1)g,1g} + i\varepsilon\sqrt{1+1}\hat{\rho}_{1g,(1+1)g} \\ & + \kappa\sqrt{(1+1)(1+1)}\hat{\rho}_{(1+1)g,(1+1)g} + \gamma\hat{\rho}_{1e,1e} \end{aligned} \quad (\text{B.48})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho_{1g,1g} = & \left( i \Delta_a (0) - \frac{\kappa}{2}(2) \right) \hat{\rho}_{1g,1g} - ig\sqrt{1}\hat{\rho}_{0e,1g} + ig\sqrt{1}\hat{\rho}_{1g,0e} \\ & - i\varepsilon\sqrt{2}\hat{\rho}_{2g,1g} + i\varepsilon\sqrt{1}\hat{\rho}_{1g,0g} - i\varepsilon\sqrt{1}\hat{\rho}_{0g,1g} + i\varepsilon\sqrt{2}\hat{\rho}_{1g,2g} \\ & + \kappa\sqrt{(2)(2)}\hat{\rho}_{2g,2g} + \gamma\hat{\rho}_{1e,1e} \end{aligned} \quad (\text{B.49})$$

Teniendo en cuenta la base que se esta utilizando la ecuación (B.49) queda:

$$\boxed{\frac{d}{dt}\rho_{1g,1g} = -\kappa\hat{\rho}_{1g,1g} - ig\hat{\rho}_{0e,1g} + ig\hat{\rho}_{1g,0e}} \quad (\text{B.50})$$

# Apéndice C

## Valores propios de un Hamiltoniano no Hermítico

Condiciones analíticas para bloqueo de un solo fotón.

$$\hat{H}_{ee} = -i\frac{\gamma}{2}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} \quad (\text{C.1})$$

$$\hat{H}_f = -i\frac{\kappa}{2}\hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (\text{C.2})$$

donde

$\gamma$  es la emisión espontánea

$\kappa$  es la fuga a través de la cavidad

Estas serán las pérdidas que se modelan con términos no hermíticos así que el hamiltoniano total que describe el sistema será no hermítico y lo construiremos con las ecuaciones (A.50), (C.1) y (C.2)

$$\hat{\tilde{H}} = \hat{H}_r + \hat{H}_{ee} + \hat{H}_f \quad (\text{C.3})$$

$$\hat{\tilde{H}} = \Delta_a\hat{a}^\dagger\hat{a} + \Delta_e\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} + g(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma} + \hat{a}\hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) - i\frac{\gamma}{2}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} - i\frac{\kappa}{2}\hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (\text{C.4})$$

$$\hat{\tilde{H}} = \left(\Delta_a - i\frac{\kappa}{2}\right)\hat{a}^\dagger\hat{a} + \left(\Delta_e - i\frac{\gamma}{2}\right)\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} + g(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma} + \hat{a}\hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (\text{C.5})$$

Acción general de operadores sobre la base de estados

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad ; \quad \hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad ; \quad \hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle = n|n\rangle$$

$$\hat{\sigma}|e\rangle = |g\rangle \quad ; \quad \hat{\sigma}^\dagger|e\rangle = 0 \quad ; \quad \hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}|e\rangle = |e\rangle$$

$$\hat{\sigma}|g\rangle = 0 \quad ; \quad \hat{\sigma}^\dagger|g\rangle = |e\rangle \quad ; \quad \hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}|g\rangle = 0$$

La representación matricial de  $\hat{\tilde{H}}$ , en la base  $|n, e\rangle; |n+1, g\rangle$  es de la forma:

$$\hat{\tilde{H}} = \begin{pmatrix} \langle n, e|\hat{\tilde{H}}|n, e\rangle & \langle n, e|\hat{\tilde{H}}|n+1, g\rangle \\ \langle n+1, g|\hat{\tilde{H}}|n, e\rangle & \langle n+1, g|\hat{\tilde{H}}|n+1, g\rangle \end{pmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Se va a calcular cada termino de la matriz teniendo en cuenta los operadores sobre la base de estados.

$$\bullet \langle n, e | \hat{H} | n, e \rangle = \langle n, e | \left[ \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) \hat{a}^\dagger \hat{a} + \left( \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} \right) \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \right] | n, e \rangle \quad (\text{C.7})$$

$$\begin{aligned} \langle n, e | \hat{H} | n, e \rangle &= \langle n, e | \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) n | n, e \rangle + \langle n, e | \left( \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} \right) | n, e \rangle \\ &\quad + \langle n, e | g \left( \sqrt{n+1} | n+1, g \rangle + o \right) + 0 \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

$$\langle n, e | \hat{H} | n, e \rangle = \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) n \langle n, e | n, e \rangle + \left( \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} \right) \langle n, e | n, e \rangle + g \sqrt{n+1} \langle n, e | n+1, g \rangle \quad (\text{C.9})$$

$$\langle n, e | \hat{H} | n, e \rangle = n \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) + \left( \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} \right) \quad (\text{C.10})$$

$$\bullet \langle n, e | \hat{H} | n+1, g \rangle = \langle n, e | \left[ \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) \hat{a}^\dagger \hat{a} + \left( \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} \right) \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \right] | n+1, g \rangle \quad (\text{C.11})$$

$$\langle n, e | \hat{H} | n+1, g \rangle = \langle n, e | \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) (n+1) | n+1, g \rangle + 0 + \langle n, e | g \sqrt{n+1} | n, e \rangle + 0 \quad (\text{C.12})$$

$$\langle n, e | \hat{H} | n+1, g \rangle = \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) (n+1) \langle n, e | n+1, g \rangle + g \sqrt{n+1} \langle n, e | n, e \rangle \quad (\text{C.13})$$

$$\langle n, e | \hat{H} | n+1, g \rangle = g \sqrt{n+1} \quad (\text{C.14})$$

$$\bullet \langle n+1, g | \hat{H} | n, e \rangle = \langle n+1, g | \left[ \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) \hat{a}^\dagger \hat{a} + \left( \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} \right) \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \right] | n, e \rangle \quad (\text{C.15})$$

$$\begin{aligned} \langle n+1, g | \hat{H} | n, e \rangle &= \langle n+1, g | \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) n | n, e \rangle + \langle n+1, g | \left( \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} \right) | n, e \rangle \\ &\quad + \langle n+1, g | g \sqrt{n+1} | n+1, g \rangle + 0 \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

$$\begin{aligned} \langle n+1, g | \hat{H} | n, e \rangle &= \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) n \langle n+1, g | n, e \rangle + \left( \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} \right) \langle n+1, g | n, e \rangle \\ &\quad + g \sqrt{n+1} \langle n+1, g | n+1, g \rangle \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

$$\langle n+1, g | \hat{H} | n, e \rangle = g \sqrt{n+1} \quad (\text{C.18})$$

$$\bullet \langle n+1, g | \hat{H} | n+1, g \rangle = \langle n+1, g | \left[ \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) \hat{a}^\dagger \hat{a} + \left( \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} \right) \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} + \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger) + \varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \right] | n+1, g \rangle \quad (\text{C.19})$$

$$\langle n+1, g | \hat{H} | n+1, g \rangle = \langle n+1, g | \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) (n+1) | n+1, g \rangle + 0 + \langle n+1, g | g \sqrt{n+1} | n, e \rangle + 0 \quad (\text{C.20})$$

$$\langle n+1, g | \hat{H} | n+1, g \rangle = \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) (n+1) \langle n+1, g | n+1, g \rangle + g \sqrt{n+1} \langle n+1, g | n, e \rangle \quad (\text{C.21})$$

$$\langle n+1, g | \hat{H} | n+1, g \rangle = (n+1) \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) \quad (\text{C.22})$$

La representación matricial de  $\hat{H}$  es

$$\hat{H}^{(n+1)} = \begin{pmatrix} n \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) + \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} & g \sqrt{n+1} \\ g \sqrt{n+1} & (n+1) \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{C.23})$$

Las frecuencias propias corresponden a los valores propios de (C.23). Note que  $E = \hbar \omega$  y considerando  $\hbar = 1$  los valores propios de (C.23) serán frecuencias.

Los valores propios se encuentran con la siguiente condición

$$\begin{vmatrix} n \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) + \Delta_e - i \frac{\gamma}{2} - \omega & g \sqrt{n+1} \\ g \sqrt{n+1} & (n+1) \left( \Delta_a - i \frac{\kappa}{2} \right) - \omega \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{C.24})$$

Así que

$$\begin{aligned} & \omega^2 - \left[ 2n \Delta_a - \frac{i}{2} (2n\kappa + \kappa + \gamma) + (\Delta_a + \Delta_e) \right] \omega \\ & + \left[ n \left( \Delta_a - \frac{i\kappa}{2} \right) + \Delta_e - \frac{i\gamma}{2} \right] \left[ (n+1) \left( \Delta_a - \frac{i\kappa}{2} \right) \right] - g^2 (n+1) = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

cuya solución es

$$\omega_{\pm}^{(n+1)} = \frac{1}{4} \left[ -i(\kappa + 2n\kappa + \gamma) + 2(\Delta_a - \Delta_e) + 4n \Delta_a \pm \sqrt{16g^2(n+1) - [\kappa - \gamma + 2i(\Delta_a - \Delta_e)]^2} \right] \quad (\text{C.26})$$

Asumiendo forzado debil ( $\varepsilon$  pequeño) se considera  $n = 0$  (una excitación en el sistema), así que la ecuación (C.26) queda

$$\omega_{\pm}^{(1)} = \frac{1}{4} \left[ -i(\kappa + \gamma) + 2(\Delta_a + \Delta_e) \pm \sqrt{16g^2 - [\kappa - \gamma + 2i(\Delta_a - \Delta_e)]^2} \right] \quad (\text{C.27})$$

Los procesos de decaimiento se describen con la parte real de  $\omega_{\pm}^1$ .  
Condiciones para que  $\omega_{\pm}^1$  sea real.

$$\kappa + \gamma = 0 \quad \rightarrow \quad \kappa = -\gamma \quad (\text{C.28})$$

$$\Delta_a - \Delta_e = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta_a = \Delta_e = \Delta \quad (\text{C.29})$$

Estas condiciones se aplican en la ecuación (C.27)

$$\omega_{\pm}^{(1)} = \frac{1}{4} \left[ 2(\Delta_a + \Delta_a) \pm \sqrt{16g^2 - (\gamma + \gamma)^2} \right] \quad (\text{C.30})$$

$$\omega_{\pm}^{(1)} = \frac{1}{4} \left[ 4 \Delta \pm \sqrt{16g^2 - 4\gamma^2} \right] \quad (\text{C.31})$$

$$\omega_{\pm}^{(1)} = \Delta \pm \frac{1}{4} \sqrt{16g^2 - 4\gamma^2} \quad (\text{C.32})$$

Adicionalmente, se debe exigir que:

$$\begin{aligned} 16g^2 - 4\gamma^2 \geq 0 \quad \rightarrow \quad 16g^2 &\geq 4\gamma^2 \\ &g^2 \geq \frac{4}{16}\gamma^2 \\ &g^2 \geq \frac{1}{4}\gamma^2 \end{aligned} \quad (\text{C.33})$$

así que las condiciones de valores propios son las ecuaciones (C.28), (C.29) y (C.33)

Para que  $\omega_{\pm}^1$  (valores propios) sea nulo se debe exigir en (C.32) que:

$$(a) \quad \Delta = 0 \quad (\text{C.34})$$

$$g^2 = \frac{1}{4}\gamma^2 \quad (\text{C.35})$$

$$(b) \quad g^2 \gg \frac{1}{4}\gamma^2 \quad (\text{C.36})$$

Así que

$$\sqrt{16g^2 - 4\gamma^2} \approx \sqrt{16g^2} = 4g \quad (\text{C.37})$$

entonces la ecuación (C.32) queda:

$$\omega_{\pm}^{(1)} = \Delta \pm \frac{1}{4}(4g) \quad (\text{C.38})$$

$$\omega_{\pm}^{(1)} = \Delta \pm g \quad (\text{C.39})$$

para que (C.36) sea nulo

$$\Delta = \pm g \quad (\text{C.40})$$

# Bibliografía

- [1] Y. H. Zhou, H. Z. Shen, X. Y. Zhang, and X. X. Yi. Zero eigenvalues of a photon blockade induced by a non-hermitian hamiltonian with a gain cavity. Phys. Rev. A, 97:043819, 2018.
- [2] A. Imamoglu, H. Schmidt, G. Woods, and M. Deutsch. Strongly interacting photons in a nonlinear cavity. Phys. Rev. Lett., 79, 1997.
- [3] Adam Miranowicz, Małgorzata Paprzycka, Yu-xi Liu, Jiří Bajer, and Franco Nori. Two-photon and three-photon blockades in driven nonlinear systems. Phys. Rev. A, 87, 2013.
- [4] W. Leoński and R. Tanaś. Possibility of producing the one-photon state in a kicked cavity with a nonlinear kerr medium. Phys. Rev. A, 49, 1994.
- [5] G. H. Hovsepyan, A. R. Shahinyan, and G. Yu. Kryuchkyan. Multiphoton blockades in pulsed regimes beyond stationary limits. Phys. Rev. A, 90, 2014.
- [6] L. Tian and H. J. Carmichael. Quantum trajectory simulations of two-state behavior in an optical cavity containing one atom. Phys. Rev. A, 46, 1992.
- [7] M. J. Werner and A. Imamoglu. Photon-photon interactions in cavity electromagnetically induced transparency. Phys. Rev. A, 61, 1999.
- [8] R. J. Brecha, P. R. Rice, and M. Xiao.  $n$  two-level atoms in a driven optical cavity: Quantum dynamics of forward photon scattering for weak incident fields. Phys. Rev. A, 59, 1999.
- [9] P. Rabl. Photon blockade effect in optomechanical systems. Phys. Rev. Lett., 107, 2011.
- [10] A. Nunnenkamp, K. Børkje, and S. M. Girvin. Single-photon optomechanics. Phys. Rev. Lett., 107, 2011.
- [11] Arka Majumdar and Dario Gerace. Single-photon blockade in doubly resonant nanocavities with second-order nonlinearity. Phys. Rev. B, 87:235319, 2013.
- [12] H. Z. Shen, Y. H. Zhou, and X. X. Yi. Quantum optical diode with semiconductor microcavities. Phys. Rev. A, 90:023849, 2014.
- [13] Darrick E. Chang, Anders S. Sørensen, Eugene A. Demler, and Mikhail D. Lukin. A single-photon transistor using nanoscale surface plasmons. Nature Physics, 3:807–812, 2007.
- [14] Dario Gerace, Hakan E. Türeci, Atac Imamoglu, Vittorio Giovannetti, and Rosario Fazio. The quantum-optical josephson interferometer. Nature Physics, 5:281–284, 2009.

- [15] G. W. Lin, Y. H. Qi, X. M. Lin, Y. P. Niu, and S. Q. Gong. Strong photon blockade with intracavity electromagnetically induced transparency in a blocked rydberg ensemble. Phys. Rev. A, 92:043842, 2015.
- [16] Xin Wang, Adam Miranowicz, Hong-Rong Li, and Franco Nori. Method for observing robust and tunable phonon blockade in a nanomechanical resonator coupled to a charge qubit. Phys. Rev. A, 93:063861, 2016.
- [17] Xin-You Lü, Ying Wu, J. R. Johansson, Hui Jing, Jing Zhang, and Franco Nori. Squeezed optomechanics with phase-matched amplification and dissipation. Phys. Rev. Lett., 114:093602, 2015.
- [18] Xin-You Lü, Wei-Min Zhang, Sahel Ashhab, Ying Wu, and Franco Nori. Quantum-criticality-induced strong kerr nonlinearities in optomechanical systems. Scientific Reports, 3, 2013.
- [19] K. M. Birnbaum, A. Boca, R. Miller, A. D. Boozer, and H. J. Northup, T. E. and Kimble. Photon blockade in an optical cavity with one trapped atom. Nature, 436, 2005.
- [20] Andrei Faraon, Ilya Fushman, Dirk Englund, Nick Stoltz, Pierre Petroff, and Jelena Vučković. Coherent generation of non-classical light on a chip via photon-induced tunnelling and blockade. Nature Physics, 4:859–863, 2008.
- [21] A. J. Hoffman, S. J. Srinivasan, S. Schmidt, L. Spietz, J. Aumentado, H. E. Türeci, and A. A. Houck. Dispersive photon blockade in a superconducting circuit. Phys. Rev. Lett., 107:053602, 2011.
- [22] Yu-xi Liu, Xun-Wei Xu, Adam Miranowicz, and Franco Nori. From blockade to transparency: Controllable photon transmission through a circuit-qed system. Phys. Rev. A, 89:043818, 2014.
- [23] T. C. H. Liew and V. Savona. Single photons from coupled quantum modes. Phys. Rev. Lett., 104:183601, 2010.
- [24] Xun-Wei Xu and Yuan-Jie Li. Antibunching photons in a cavity coupled to an optomechanical system. Atomic, Molecular and Optical Physics, 46:035502, 2013.
- [25] Arka Majumdar, Michal Bajcsy, Armand Rundquist, and Jelena Vučković. Loss-enabled sub-poissonian light generation in a bimodal nanocavity. Phys. Rev. Lett., 108:183601, 2012.
- [26] Wen Zhang, Zhongyuan Yu, Yumin Liu, and Yiwei Peng. Optimal photon antibunching in a quantum-dot–bimodal-cavity system. Phys. Rev. A, 89:043832, 2014.
- [27] O. Kyriienko, I. A. Shelykh, and T. C. H. Liew. Tunable single-photon emission from dipolaritons. Phys. Rev. A, 90:033807, 2014.
- [28] E.T. Jaynes and F.W. Cummings. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. Proceedings of the IEEE, 51:89–109, 1963.
- [29] D.A. Raserio, A.A. Portacio, P.E. Villamil, and B.A. Rodríguez. Light transmission from a strongly coupled qd-cavity system driven by a laser pulse. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 129:114645, 2021.

- [30] H. J. Carmichael. Statistical Methods in Quantum Optics 1: Master Equations and Fokker-Planck Equations, volume 1. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, corrected second printing edition, 2002.
- [31] H. J. Carmichael. Statistical Methods in Quantum Optics 2: Non-Classical Fields, volume 2. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [32] Heinz-Peter Breuer and F. Petruccione. The Theory of Open Quantum Systems. Oxford University Press, reprinted edition, 2003.
- [33] S. Echeverri-Arteaga, H. Vinck-Posada, and E. A. Gómez. A study on the role of the initial conditions and the nonlinear dissipation in the non-hermitian effective hamiltonian approach. Optik, 174:114–120, 2018.
- [34] S. Echeverri-Arteaga, H. Vinck-Posada, and E. A. Gómez. A comparative study on different non-hermitian approaches for modeling open quantum systems. Optik, 180:505–510, 2019.
- [35] V. Degiorgio. About photon correlations. Am. J. Phys., 81:772, 2013.
- [36] J. Li, R. Yu, and Y. Wu. Proposal for enhanced photon blockade in parity-time-symmetric coupled microcavities. Phys. Rev. A, 92:053837, 2015.
- [37] Y. Xing, L. Qi, J. Cao, D.-Y. Wang, C.-H. Bai, H.-F. Wang, A.-D. Zhu, and S. Zhang. Spontaneous pt-symmetry breaking in non-hermitian coupled-cavity array. Phys. Rev. A, 9:043810, 2017.
- [38] B. Peng, S. K. Özdemir, F. Lei, F. Monifi, M. Gianfreda, G. L. Long, S. Fan, F. Nori, C. M. Bender, and L. Yang. Parity-time-symmetric whispering-gallery microcavities. Nat. Phys., 10:394, 2014.
- [39] L. Chang, X. Jiang, S. Hua, C. Yang, J. Wen, L. Jiang, G. Li, G. Wang, , and M. Xiao. Parity-time symmetry and variable optical isolation in active-passive-coupled microresonators. Nat. Photon., 8:524, 2014.
- [40] B. Peng, S. K. Özdemir, S. Rotter, H. Yilmaz, M. Liertzer, F. Monifi, C. M. Bender, F. Nori, and L. Yang. Loss-induced suppression and revival of lasing. Science, 346:328, 2014.
- [41] L. Feng, Z. J. Wong, R.-M. Ma, Y. Wang, and X. Zhang. Single-mode laser by parity-time symmetry breaking. Science, 346:972, 2014.
- [42] H. Hodaei, M.-A. Miri, M. Heinrich, D. N. Christodoulides, and M. Khajavikhan. Parity-time-symmetric microring lasers. Science, 346:975, 2014.