

SIMULACIÓN Y EVALUACIÓN DE ARREGLO DE ANTENAS MIMO PARA
SISTEMAS DE COMUNICACIONES INALÁMBRICOS MEDIANTE EL USO DEL
PARADIGMA DE TENSORES.

DANIELA TRUJILLO CABRERA
ANDRÉS BARRERA CANCHÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERIA
INGENIERIA ELECTRONICA
NEIVA – HUILA
2014

SIMULACIÓN Y EVALUACIÓN DE ARREGLO DE ANTENAS MIMO PARA
SISTEMAS DE COMUNICACIONES INALÁMBRICOS MEDIANTE EL USO DEL
PARADIGMA DE TENSORES.

DANIELA TRUJILLO CABRERA
ANDRÉS BARRERA CANCHÓN

Trabajo de grado presentado para optar al título de
Ingeniero Electrónico

Presentado a:
COMITÉ DE CURRÍCULO
Programa Ingeniería Electrónica

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERIA
INGENIERIA ELECTRONICA
NEIVA – HUILA

2014

A Dios, El autor de nuestras vidas.

A nuestras Familias, nuestro constante apoyo y compañía.

En esta oportunidad, quiero agradecer a Dios por ser quien siempre ha estado conmigo, por darme su amor, misericordia y bendición cada día de mi vida. También agradezco a mis Padres que con su amor y compañía han hecho de mí una gran mujer, a nuestro director de tesis el Ph.D(c) Martín Diomedes Bravo por el tiempo y el trabajo invertido y finalmente a todos mis amigos y las personas que de una u otra forma han sido parte de esta experiencia, de forma especial a mi amigo y compañero de tesis Andrés Barrera Canchón.

Daniela Trujillo Cabrera

Es difícil resumir en unas pocas líneas todo el apoyo que he recibido a lo largo de estos años. Sin embargo, agradezco a Dios por darme la vida y la oportunidad de cumplir esta meta, a mis padres por su paciencia y apoyo incondicional. Por otro lado a nuestro director de tesis, el Ph.D(c) Martín Diomedes Bravo sus recomendaciones y todo el tiempo que ha dedicado a esta investigación. Por último pero no menos importante a mis amigos, en especial a Daniela Trujillo Cabrera por enseñarme el verdadero significado de la perseverancia.

Andrés Barrera Canchón

RESUMEN

En este proyecto de grado, es propuesto el uso de estructuras con tensores como método de implementación de esquemas MIMO, con el objetivo de ampliar los grados de libertad que se tiene al trabajar con matrices, su importancia radica en la flexibilidad que ofrecen los tensores al poder incluir más variables de un sistema para transmitir o recibir información, pero con un costo en complejidad computacional.

Fue verificado que el uso de estructuras con tensores sobre las estructuras MIMO permite obtener los mismos resultados de tasa de error de bit, además de permitir aprovechar un mayor número de grados de libertad en los esquemas de transmisión de múltiples antenas, se comparó este resultado con sistemas MIMO de 2x2, 4x4, 8x8 y 16x16 antenas, obteniendo en todos una respuesta aproximadamente igual tanto para el esquema con tensores como para el esquema con matrices. Para realizar la codificación de los símbolos se utilizó la teoría de codificación de bloque espacio-tiempo (STBC), observando un mejor rendimiento a medida que se incrementan el número de antenas hasta llegar al punto de la saturación del software en el esquema de 16x16, debido a que Matlab usa datos de coma flotante de 16 bits y con estos no se logra la exactitud necesaria debido a las dimensiones de los arreglos.

El esquema tensorial propuesto consta de 3 matrices **S**, **H** y **A**, que corresponden a la matriz de Símbolo, Canal y Codificación respectivamente. El tensor es la concatenación de los tres arreglos matriciales de tal manera que en una sola estructura tensorial contiene toda la información y se hace posible adicionar más variables debido a los grados de libertad que brinda el uso de tensores.

Finalmente se optimizaron los resultados obtenidos con el esquema tensorial, mediante la teoría de Descomposición de valores singulares (SVD) donde se logró una mejor respuesta gracias a la utilización de los canales con mejores características en cuanto a menor distorsión de la señal y mayor rendimiento del esquema, a costa de un retraso en la respuesta del sistema y una mayor complejidad computacional.

ABSTRACT

In this work the use of tensor structures is proposed as a method of MIMO (Multiple-input Multiple-output) schemes implementation, with the target to extend the freedom grades that the matrix array provides, this take importance when include more variables of the system for transmit or receive information a major flexibility is achieved, but with a cost of computational complexity.

It was verified that the use of tensor structures in the MIMO schemes allows to obtain the same results of the bit error rate and give the possibility of increase the freedom grades in the transmit structure, this result was compared with MIMO 2x2, 4x4, 8x8 and 16x16 antennas, obtaining in all approximately equal response for both schema as the schema tensors as matrices. Space-time block coding theory (STBC) was used, having a better performance as the number of antennas increases until the point of saturation in the software for the scheme 16x16 for encoding of symbols, because Matlab uses floating-point data of 16 bits with these necessary accuracy is not achieved due to the dimensions of the array.

The proposed scheme tensor contains 3 matrices **S**, **H** and **A**, corresponding to the matrix symbol, channel and coding respectively. The tensor is the concatenation of the three matrix array so that a single tensor structure contains all the information and makes it possible to add more variables because of the degrees of freedom afforded by the use of struts.

Finally, results obtained with the tensor scheme, using the theory of singular value decomposition (SVD) which is achieved a better response were optimized through the use of channels with better characteristics in terms of reduced distortion and higher signal yield scheme, at the expense of a delay in the system response and increased computational complexity.

LISTA DE ACRONIMOS

BER	Tasa de Error de Bit
BPSK	Modulación por Desplazamiento de Fase Binaria
CDMA	Acceso Múltiple por División de Código
HD	Alta Definición
LS	Mínimos Cuadrados
MIMO	Múltiples Entradas – Múltiples Salidas
MISO	Múltiples Entradas – Única Salida
QAM	Modulación de Amplitud en Cuadratura
QPSK	Modulación por Desplazamiento de Fase por Cuadratura
SIMO	Única Entrada – Múltiples Salidas
SISO	Única Entrada – Única Salida
SNR	Relación Señal a Ruido
STBC	Codificación de Bloque Espacio-Tiempo
STC	Codificación Espacio-Tiempo
SVD	Descomposición de Valores Singulares
W-CDMA	Acceso Múltiple por División de Código de Banda ancha

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: $N \times 1$. Vector o tensor de primer orden (Da Silva, 2009).....	19
Figura 2: $N \times P$. Matriz o tensor de segundo orden (Da Silva, 2009).....	20
Figura 3: Tensores de primero, segundo y tercer orden, respectivamente (Da Silva, 2009).	20
Figura 4: P vectores columna $N \times 1$ o N vectores fila $1 \times P$ (Da Silva, 2009).....	21
Figura 5: Representación desplegada de un tensor de tercer orden $N * P * K$ (Da Silva, 2009).	22
Figura 6: Representación factorizada de $a \circ b$ (Da Silva, 2009).....	23
Figura 7: Suma de factores paralelos (Da Silva, 2009).....	24
Figura 8: Representación gráfica de la suma de factores paralelos (Da Silva, 2009).	24
Figura 9: Representación desplegada de un tensor rango - uno (Da Silva, 2009).	25
Figura 10. Esquemas SISO, MISO y SIMO, respectivamente (Cortes, 2009).	30
Figura 11. Esquema MIMO (Cortes, 2009).	30
Figura 12: Diagrama en bloques del sistema MIMO (Cortes, 2009).	31
Figura 13: Diagrama de bloques del modelo tensorial propuesto.....	34
Figura 14: Diagrama de bloques del tensor - Señal	35
Figura 15: Esquema MIMO \mathbf{G}_2 Matricial y tensorial.....	41
Figura 16: Esquema MIMO \mathbf{G}_4 Matricial y tensorial.....	44
Figura 17: Esquema MIMO \mathbf{G}_8 Matricial y tensorial.....	47
Figura 18: Esquema MIMO \mathbf{G}_{16} Matricial y tensorial	55
Figura 19. Matriz a transmitir con SVD	60
Figura 20: Comparación de Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_2 con y sin optimización.....	61
Figura 21: Comparación de Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_4 con y sin optimización.....	63
Figura 22: Comparación de Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_8 con y sin optimización.....	65

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Resultados simulación Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_2 con y sin optimización	62
Tabla 2: Resultados simulación Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_4 con y sin optimización	64
Tabla 3: Resultados simulación Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_8 con y sin optimización	65

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Publicación revista ICESI.....71

Anexo 2. Artículo postulado a publicación90

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	13
Capítulo 1 BASES TEÓRICAS DE TENSORES Y TECNOLOGÍA MIMO	18
1.1 TEORÍA DE TENSORES	19
1.1.1 Representación desplegada de un tensor.....	21
1.1.3 Tensor Rango – Uno	24
1.2 ESQUEMAS MIMO.....	26
1.2.1 Bases de los sistemas MIMO	26
1.2.1.1 Ganancia de array.....	27
1.2.1.2 Ganancia por multiplexación en el espacio.....	28
1.2.1.3 Ganancia por diversidad.....	28
1.2.2 Modelo de esquema MIMO en forma matricial.....	30
Capítulo 2 MODELO TENSORIAL PROPUESTO	33
2.1 MODELO TENSORIAL PROPUESTO PARA IMPLEMENTACIÓN DE ESQUEMAS MIMO	34
Capítulo 3 ANÁLISIS TEÓRICO Y MATEMÁTICO DE LOS ESQUEMAS MIMO A TRAVÉS DE STBC	37
3.1 CODIFICACIÓN DE BLOQUE ESPACIO – TEMPORAL	38
3.1.1 Esquema de Alamouti	38
3.1.2 Códigos de Bloque espacio-temporales Ortogonales.....	42
3.1.2.1 Esquema MIMO 4x4.....	42
3.1.2.2 Esquema MIMO 8x8.....	44
3.1.2.3 Esquema MIMO 16x16.....	48
Capítulo 4 OPTIMIZACIÓN DEL MODELO TENSORIAL PROPUESTO CON SVD .	57
4.1 TEORÍA SVD.....	58
4.1.1 Optimización del modelo con SVD	60
4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS	61
Capítulo 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	67
5.1 CONCLUSIONES	68

5.2 RECOMENDACIONES.....	69
ANEXOS	71
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	102

INTRODUCCIÓN

El desarrollo y la evolución de las comunicaciones inalámbricas es evidente, día a día se exige mayor rendimiento de los sistemas y calidad de los servicios ofrecidos, de este modo se hace necesario la existencia de tecnologías e infraestructuras que soporten una mayor cantidad de datos y que permita brindar al usuario servicios de forma eficiente y segura.

Con el propósito de dar un buen uso al espectro electromagnético, la tecnología MIMO (Múltiples antenas en el transmisor – Múltiples antenas en el receptor) propone la utilización de arreglo de antenas tanto en el transmisor como en el receptor, para obtener ganancia por diversidad, multiplexación o las dos ganancias al mismo tiempo en sistemas MIMO híbridos, esto para mayor robustez y confiabilidad o para incrementar la tasa de transmisión respectivamente, los sistemas convencionales trabajan de forma matricial en los dos modos mencionados anteriormente (Oestges et. al. 2007).

Un esquema basado en la aplicación de tensores tiene como propósito cambiar el paradigma de la estructura MIMO la cual se trabaja generalmente en dos dimensiones, con tensores se presenta la oportunidad de incrementar los grados de libertad que se pueden aprovechar en el tratamiento de la información a ser transmitida, como por ejemplo la utilización de pre-codificación (De Almeida et. al. 2008).

La utilización de tensores dentro de los esquemas de comunicaciones ha ido tomando fuerza en los últimos tiempos y actualmente son muchos los autores que han tenido en cuenta esta teoría en sus investigaciones. Weichselberget, W. (2004), introduce el nuevo concepto de tensor-correlación MIMO de cuarto orden. En contraste con las representaciones convencionales de matriz de correlaciones MIMO, el tensor de correlación preserva la estructura espacial inherente de canales MIMO y da lugar a tres métodos diferentes de descomposición: La descomposición de valores propios explota la simetría Hermitiana del tensor de correlación, y se obtiene la matriz valorada por modos propios que son del mismo tamaño que las realizaciones de canal. El modo de descomposición de Kronecker hace uso

de la estructura orientada al enlace del extremo del tensor de correlación. Los modos de Kronecker resultantes son Hermitianos y relacionados con un solo enlace final. Como tercer método, se presenta una descomposición aproximada en componentes del vector valorado. Del mismo modo Da Silva, I. Et al (2008), presenta un nuevo modelo de pre-codificación basado en la descomposición del factor limitado de un tensor de tercer orden. El núcleo del pre-codificador se modela como un tensor de tercer orden parametrizado combinado con una matriz de selección de antena compuesta de unos y ceros. Se propone un algoritmo de selección de antena de transmisión basado en retroalimentación - limitada sobre el modelo tensorial del precodificador.

A su vez De Almeida, A. Et al (2008), formula una nueva descomposición de una señal tensorial llamado aquí descomposición de factor limitado (CONFAC) que consiste en la descomposición de un tensor de tercer orden en una suma triple de factores tensoriales de rango-uno, donde se permite a las interacciones que implican los componentes de los diferentes factores del tensor. El patrón de interacción es controlado por tres matrices de restricción de las columnas, los cuales son vectores canónicos. Cada matriz de restricción se asocia con una dimensión dada, o modo del tensor. El uso explícito de estas matrices de restricción proporciona grados de libertad a la descomposición CONFAC para señales de modelado tensorial con estructuras limitadas que no se pueden manejar con el factor de descomposición paralelo estándar (PARAFAC). Se propone una nueva estructura de transmisión, cuyo núcleo consta de un tensor precodificador descompuesto como una función de matrices de restricción CONFAC. Mediante el ajuste de las matrices de restricción del precodificador, se controla la asignación de los flujos de datos y códigos de ensanchamiento a las antenas de transmisión. De igual forma Favier, G. Et al (2008), presenta un nuevo modelo espacio-tempo propagación-multiplexación para sistemas de comunicación inalámbrica de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) que dependen de un modelo tensorial de señales transmitidas y recibidas. En el transmisor, se aprovecha el núcleo de un modelo de tensor PARATUCK-2 compuesto de una matriz de precodificación y dos matrices de asignación que permiten controlar el esparcimiento y el multiplexado de los flujos de datos a través de la dimensión espacial (antenas de transmisión) y dimensión temporal (time-slots).

Así mismo Roemer, F. y Haardt, M. (2010), comparan el estimador de canal compuesto a base de LS (Mínimos cuadrados) con el enfoque basado en el tensor, en términos de la formación necesaria de cabecera, así como la precisión de la estimación alcanzable. Debido a que el enfoque basado en el tensor resuelve un problema no lineal de mínimos cuadrados y explota la estructura de los canales, se puede producir una estimación de canal más precisa en el caso en el que el número de antenas en el relé es menor que el número de antenas en los terminales de usuario.

Roemer, F. Et al (2011), propone un esquema de MIMO tensorial semi-ciega basado en la estimación de canal que emplea códigos de bloque espacio-tiempo ortogonal y la carga de potencia por antena en el transmisor. Dicho esquema elimina las palabras de código de transmisión desconocidos y construye un modelo tensor que contiene los coeficientes del canal mediante la realización de post-procesamiento en el receptor. Entonces, la matriz de canal se ha encontrado a través de descomposiciones del tensor de los datos post-procesados. Puesto que la estructura inherente del modelo de datos ha sido explotada, se obtiene una estimación de canal más precisa en comparación con los enfoques basados en la matriz previamente ideados. Además, las ambigüedades introducidas han sido resueltas a través de símbolos piloto adicionales de una manera semi-ciega. Resultados de la simulación demuestran mejoras en el rendimiento de este enfoque basado en el tensor propuesto con respecto a un estado actual de la técnica los sistemas de estimación de canal semi-ciegas.

Sorensen, M y De Lathauwer, L. (2012), ilustra el uso de descomposiciones tensoriales con un factor Vandermonde por medio de la aplicación de la separación ciega de señales sobremuestreadas de sistemas comunicación inalámbrica que emplea una ULA (Matriz lineal uniforme). Se ilustra que tomando al mismo tiempo la naturaleza tensor y la estructura Vandermonde del problema en consideración se pueden obtener nuevos resultados de unicidad y métodos numéricos para el cálculo de una descomposición del tensor con la estructura Vandermonde, Obteniendo mejores resultados de identificabilidad y métodos numéricos computacionalmente eficientes. A si mismo Wallace, J. y Maharaj, B. (s. f), generalizan el concepto de modelado de matriz-aleatoria usando el concepto de correlación tensorial para los canales MIMO. La contribución en este ámbito es el uso de la

descomposición de valor singular de alto orden (HOSVD), que es una extensión de la matriz SVD para tensores. Los diferentes modelos se aproximan por casos especiales a un modelo HOSVD general, con diferentes especificaciones del tensor central. Este análisis indica un equilibrio fundamental entre el número de entradas de tensores centrales y la exactitud del modelo, y la mejora de aproximadamente logarítmica en precisión con el número de parámetros.

En publicaciones más recientes Bravo, M, Trujillo, D. y Barrera, A. (2014), proponen el uso de estructuras con tensores como método de implementación de esquemas MIMO, con el objetivo de ampliar los grados de libertad que se tiene al trabajar con matrices, su importancia radica en la flexibilidad que ofrecen los tensores al poder incluir más variables de un sistema para transmitir o recibir información, pero con un costo en complejidad computacional. Fue verificado que el uso de estructuras con tensores sobre las estructuras MIMO permite obtener los mismos resultados de tasa de error de bit, además de permitir aprovechar un mayor número de grados de libertad en los esquemas de transmisión de múltiples antenas.

Este trabajo propone, desarrolla y analiza esquemas MIMO de 2×2 , 4×4 , 8×8 y 16×16 vistos desde el paradigma tensorial y comparados con esquemas matriciales convencionales utilizando la generalización de Codificación de bloque espacio tiempo (STBC), de igual forma se lleva a cabo una optimización en los esquemas tensoriales mediante la aplicación de la descomposición de valores singulares (SVD), de esta forma se obtiene un mejor rendimiento del sistema a costa de mayor complejidad computacional.

El capítulo 1, hace un recuento teórico de tensores y esquemas MIMO, que permite ubicar al lector por medio de los conceptos más importantes que son tenidos en cuenta dentro del desarrollo de la investigación, En primer lugar, se muestra cómo interpretar una señal en varios dominios como un tensor, seguidamente el procedimiento paso a paso para concebir un modelo tensor y finalmente los esquemas MIMO enfocados a la ganancia por diversidad.

El capítulo 2, desarrolla y expone el modelo tensorial propuesto por este trabajo de grado para ser usado en los esquemas MIMO tensoriales simulados, se explica detalladamente el funcionamiento y la forma desplegada del tensor.

El capítulo 3, muestra el análisis teórico – matemático de los esquemas a través de la codificación de bloque espacio – temporal y realiza la comparación del rendimiento de los modelos a través del análisis matricial convencional y el tensorial propuesto con sus respectivos resultados de simulación y análisis.

El capítulo 4, desarrolla el modelo de optimización de los esquemas tensoriales propuestos mediante la utilización de la descomposición de valores singulares (SVD), mostrando las ventajas y el costo de la utilización de esta teoría a través de los respectivos resultados de simulación y análisis de los mismos.

Finalmente el capítulo 5, está dedicado a las conclusiones y recomendaciones del trabajo, con el propósito de mostrar la forma en que fueron cumplidos los objetivos propuestos al inicio de la investigación y brindar consejos útiles a futuros investigadores del tema.

Capítulo 1

BASES TEÓRICAS DE TENSORES Y TECNOLOGÍA MIMO

Un tensor puede ser definido como un arreglo que representa una señal en múltiples dominios, extrapolando el concepto de vector y matriz. En este capítulo se realiza una recopilación teórico de tensores y esquemas MIMO, que permite ubicar al lector por medio de los conceptos más importantes que son tenidos en cuenta dentro del desarrollo de la investigación, En primer lugar, se muestra cómo interpretar una señal en varios dominios como un tensor, seguidamente el procedimiento paso a paso para concebir un modelo tensor y finalmente los esquemas MIMO enfocados a la ganancia de diversidad.

1.1 TEORÍA DE TENSORES

Un tensor puede ser intuitivamente definido como una matriz que representa una señal en múltiples dominios. El orden del tensor es el número de la dimensión, también conocido como las direcciones o modos. Los tensores son generalizaciones de vectores y matrices, por ejemplo, un tensor de tercer orden tiene tres índices (modos o direcciones). Un tensor de orden cero es un escalar, de orden uno un vector, de segundo orden una matriz, y un tensor de tercer orden o mayor se les denomina tensores de alto orden (Izquierdo et. al., 2012).

Los tensores pueden clasificarse según su orden como:

- Escalar (Tensor de orden 0). Cantidad que tiene magnitud pero no dirección (ejemplo: densidad, temperatura, presión). Los escalares pueden ser funciones del espacio y del tiempo y no necesariamente han de ser constantes.
- Vector (Tensor de orden 1). Cantidad que tiene magnitud y dirección (ejemplo: velocidad, aceleración, fuerza).

$$\begin{array}{c} \text{Primer} \\ \text{dominio} \\ (N) \end{array} \uparrow \begin{array}{c} N \\ \mathbf{X} \\ 1 \end{array} = \begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \\ \vdots \\ X_N \end{array}$$

Figura 1: N x 1. Vector o tensor de primer orden (Da Silva, 2009).

- Matriz (Tensor de orden 2). Cantidad que tiene magnitud y dos direcciones (ejemplo: tensión, deformación).

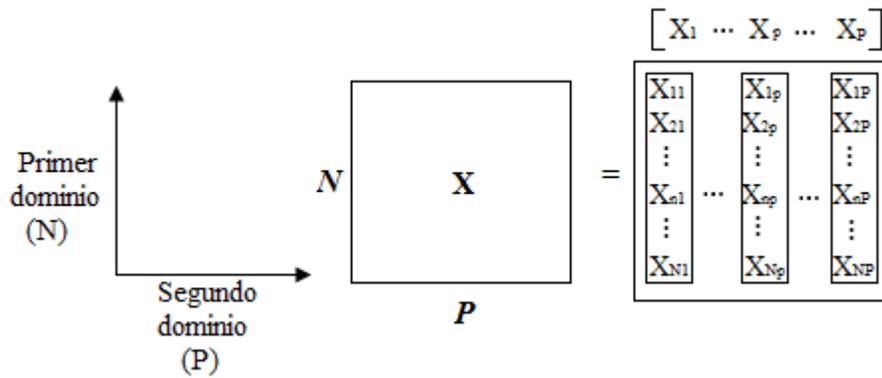


Figura 2: $N \times P$. Matriz o tensor de segundo orden (Da Silva, 2009).

- Tensor de tercer orden (Tensor de orden 3). Cantidad que tiene magnitud y dos direcciones (ejemplo: tensión, deformación) (Izquierdo et al, 2012).

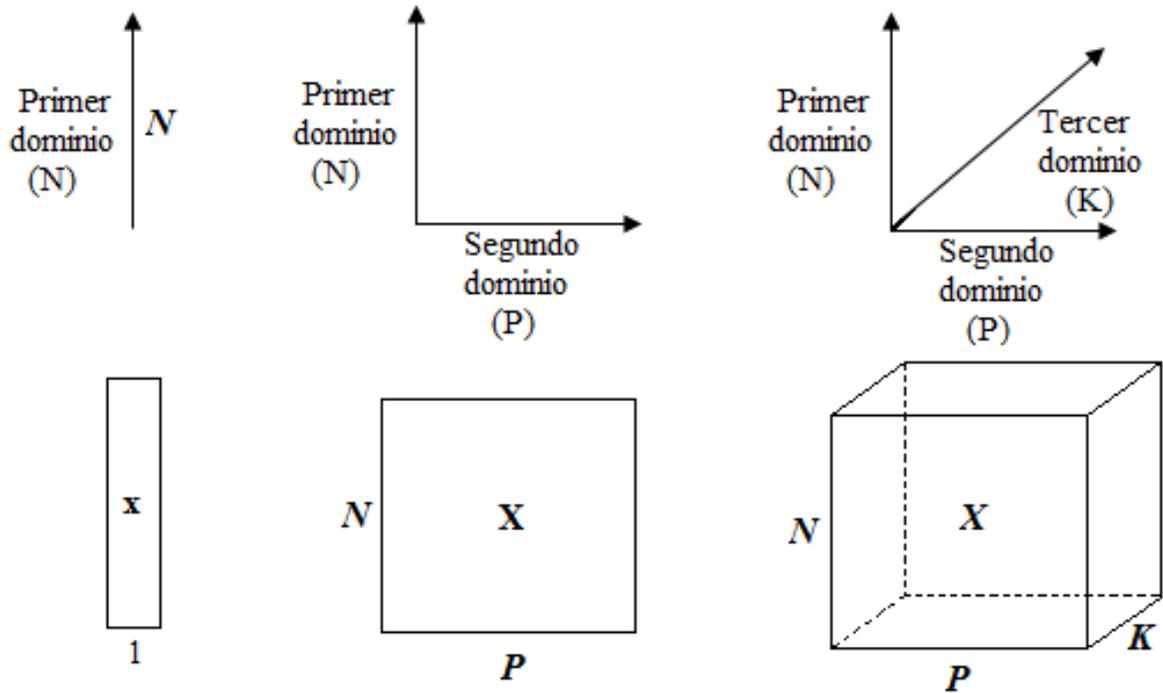


Figura 3: Tensores de primero, segundo y tercer orden, respectivamente (Da Silva, 2009).

1.1.1 Representación desplegada de un tensor

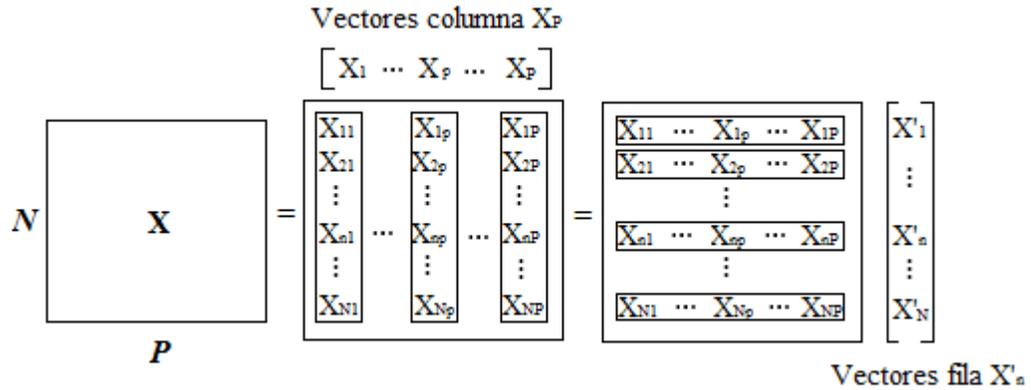


Figura 4: P vectores columna $N \times 1$ o N vectores fila $1 \times P$ (Da Silva, 2009).

El tensor de tercer orden $X \in \mathbb{C}^{N \times P \times K}$ tiene tres representaciones matriciales X_1 , X_2 y X_3 de la siguiente manera:

$$X_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times P \times K}, X_2 = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_P \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{P \times K \times N} \text{ y } X_3 = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_K \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{K \times N \times P},$$

Donde $X_n \in \mathbb{C}^{P \times K}$ es el corte n-ésimo considerando el primer dominio fijo, y $X_p \in \mathbb{C}^{K \times N}$ es la rebanada p-ésima en el segundo dominio, y $X_k \in \mathbb{C}^{N \times P}$ es el segmento k-ésimo en el tercer dominio. En este punto, debe quedar claro que X_1 , X_2 y X_3 no son tensores, pero si matrices que representan el mismo X .

1.1.2 Construcción de una señal tensor

Una matriz puede ser construida a partir de dos vectores a través de la operación definida a continuación.

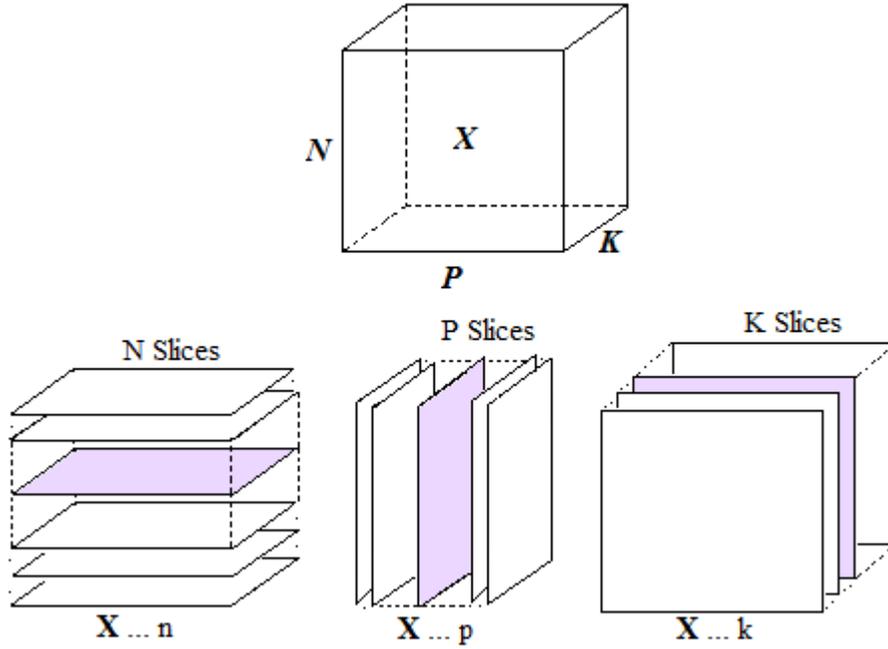


Figura 5: Representación desplegada de un tensor de tercer orden $N * P * K$ (Da Silva, 2009).

Definición 1.0 (producto exterior de dos vectores) Sea $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ y $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ dos columnas de vectores. El producto exterior entre a y b viene dada por:

$$\mathbf{a} \circ \mathbf{b} = \mathbf{a} \mathbf{b}^T = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cdot b_1 & a_1 \cdot b_2 & \cdots & a_1 \cdot b_P \\ a_2 \cdot b_1 & a_2 \cdot b_2 & \cdots & a_2 \cdot b_P \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_N \cdot b_1 & a_N \cdot b_2 & \cdots & a_N \cdot b_P \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times P}$$

O en notación escalar:

$$[\mathbf{a} \circ \mathbf{b}]_{n,p} = a_n \cdot b_p$$

Definición 1.1 (columna de rango de una matriz) Sea $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times P}$ una matriz formada por vectores columna apilados $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_p$ con $\mathbf{x}_p \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ que se escribe como $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_p]$. La

columna de rango de \mathbf{X} , es el número máximo de vectores \mathbf{x}_p que son linealmente independientes. Si $\text{rango}(\mathbf{X}) = R$, \mathbf{X} es una matriz de rango-R.

El rango de una matriz define el menor número de vectores que representa el subespacio generado por la matriz de columnas. El resultado del producto externo es una matriz de rango uno, ya que los vectores columna generados son linealmente independientes. El subespacio generado por esta matriz es idéntico al subespacio generado por el vector (Da Silva, 2009).

Matrices rango 1

$$\mathbf{a} \circ \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \boxed{a_1} & \boxed{a_1} & \boxed{a_1} \\ \boxed{a_2} & \boxed{a_2} & \boxed{a_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{1.} \boxed{a_n} & b_{2.} \boxed{a_n} & \dots b_{p.} \boxed{a_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \boxed{a_n} & \boxed{a_n} & \boxed{a_n} \end{bmatrix}$$

Figura 6: Representación factorizada de $\mathbf{a} \circ \mathbf{b}$ (Da Silva, 2009).

Propiedad 1.0 (rango de la suma) Sean \mathbf{X} y \mathbf{Y} dos matrices con las mismas dimensiones. Entonces,

$$\text{rango}(\mathbf{X} + \mathbf{Y}) \leq \text{rango}(\mathbf{X}) + \text{rango}(\mathbf{Y}).$$

Sea $\mathbf{c} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ y $\mathbf{d} \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ otros dos vectores columna de modo que \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} y \mathbf{d} son linealmente independientes. Definimos $\mathbf{X} = \mathbf{a} \circ \mathbf{b}$ y $\mathbf{Y} = \mathbf{c} \circ \mathbf{d}$, la anterior propiedad garantiza que $\mathbf{X} + \mathbf{Y}$ es una matriz de segundo rango.

$$\mathbf{a} \circ \mathbf{b} + \mathbf{c} \circ \mathbf{d} = \frac{a_1}{a_2} [b_1 b_2] + \frac{c_1}{c_2} [d_1 d_2]$$

$$\mathbf{a} \circ \mathbf{b} + \mathbf{c} \circ \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \boxed{a_1} & \boxed{a_1} \\ b_{1.} \boxed{a_2} & b_{2.} \boxed{a_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boxed{c_1} & \boxed{c_1} \\ d_{1.} \boxed{c_2} & d_{2.} \boxed{c_2} \end{bmatrix}$$

a y c son factores paralelos

Figura 7: Suma de factores paralelos (Da Silva, 2009).

$$\mathbf{a} \circ \mathbf{b} + \mathbf{c} \circ \mathbf{d} = \begin{bmatrix} b_1 a_1 + d_1 c_1 & b_2 a_1 + d_2 c_1 \\ b_1 a_2 + d_1 c_2 & b_2 a_2 + d_2 c_2 \end{bmatrix}$$

Esta suma de factores paralelos puede alternativamente expresarse como el producto de dos matrices \mathbf{A} y \mathbf{B}^T se define como $\mathbf{A} = [ac] \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ y $\mathbf{B} = [bd] \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$. Como se aprecia en la Figura 8, donde cada matriz tiene dos factores paralelos (Da Silva, 2009).

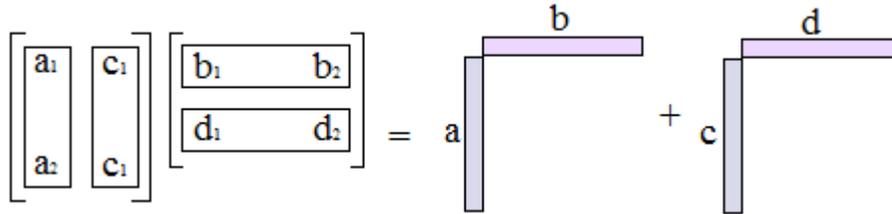


Figura 8: Representación gráfica de la suma de factores paralelos (Da Silva, 2009).

La suma de las dos matrices del mismo rango puede ser factorizada como el producto de dos matrices. Este resultado puede generalizarse a la suma R de un rango de matrices en la forma $\mathbf{X}(r) = \mathbf{a}(r) \circ \mathbf{b}(r)$ de tal manera que:

$$\mathbf{X} = \sum_{r=1}^R \mathbf{X}^{(r)} = \mathbf{A} \mathbf{B}^T$$

Donde $\mathbf{A} = [a^{(1)} \dots a^{(R)}] \in \mathbb{C}^{N \times R}$ y $\mathbf{B} = [b^{(1)} \dots b^{(R)}] \in \mathbb{C}^{P \times R}$ con $\mathbf{a}^{(r)} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ y $\mathbf{b}^{(r)} \in \mathbb{C}^{P \times 1}$.

1.1.3 Tensor Rango – Uno

Se tiene que $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ y $\boldsymbol{\sigma} \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ son tres vectores columna. El producto exterior de \mathbf{a} , \mathbf{b} y $\boldsymbol{\sigma}$ componen el tensor de tercer orden $N * P * K$ dado por:

$$\mathbf{X} = \mathbf{a} \circ \mathbf{b} \circ \boldsymbol{\sigma}$$

Donde $[\mathbf{X}]_{n,p,k} = a_n \cdot b_p \cdot \sigma_k$

Una de las representaciones desplegadas de este tensor es:

$$\mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{..1} \\ \mathbf{X}_{..2} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{..K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \cdot (\mathbf{a} \circ \mathbf{b}) \\ \sigma_2 \cdot (\mathbf{a} \circ \mathbf{b}) \\ \vdots \\ \sigma_K \cdot (\mathbf{a} \circ \mathbf{b}) \end{bmatrix}$$

Donde $(\mathbf{a} \circ \mathbf{b})$ es el producto exterior entre \mathbf{a} y \mathbf{b} . La cual es la concatenación de los vectores $\mathbf{a} \circ \mathbf{b}$ ponderadas por σ_k con $k = 1, \dots, K$. Cada slice de \mathbf{X}_3 es representada por:

$$\mathbf{X}_{..k} = \sigma_k \cdot (\mathbf{a} \circ \mathbf{b}) = \sigma_k \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_1 & \dots & \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_2 & \dots & \mathbf{a}_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{a}_n & \mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{a}_n & \dots & \mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{a}_n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{a}_N & \mathbf{a}_N & \dots & \mathbf{a}_N \end{bmatrix}$$

Figura 9: Representación desplegada de un tensor rango - uno (Da Silva, 2009).

Las otras dos representaciones desplegadas \mathbf{X}_1 y \mathbf{X}_2 asociado con \mathbf{X} se muestran a continuación.

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{1..} \\ \mathbf{X}_{2..} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{N..} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cdot (\mathbf{b} \circ \boldsymbol{\sigma}) \\ a_2 \cdot (\mathbf{b} \circ \boldsymbol{\sigma}) \\ \vdots \\ a_N \cdot (\mathbf{b} \circ \boldsymbol{\sigma}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{.1.} \\ \mathbf{X}_{.2.} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{.p.} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \cdot (\boldsymbol{\sigma} \circ \mathbf{a}) \\ b_2 \cdot (\boldsymbol{\sigma} \circ \mathbf{a}) \\ \vdots \\ b_p \cdot (\boldsymbol{\sigma} \circ \mathbf{a}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{..1} \\ \mathbf{X}_{..2} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{..K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \cdot (\mathbf{a} \circ \mathbf{b}) \\ \sigma_2 \cdot (\mathbf{a} \circ \mathbf{b}) \\ \vdots \\ \sigma_K \cdot (\mathbf{a} \circ \mathbf{b}) \end{bmatrix}$$

De igual forma una matriz \mathbf{X} compuesta por el producto exterior de dos vectores es una matriz rango – uno, un tensor \mathbf{X} compuesto por el producto exterior de tres vectores es llamado un tensor rango uno. Igualmente para los vectores columna que forman una matriz rango uno, las slices de cualquiera de las tres representaciones desplegadas de \mathbf{X} son linealmente

dependientes ya que difieren solo por un término multiplicativo, por ejemplo las slices que componen a \mathbf{X}_3 difieren solo por σ_k .

1.2 ESQUEMAS MIMO

MIMO es un mecanismo que incrementa la eficiencia espectral de un sistema de transmisión inalámbrica por medio de la utilización del dominio espacial, aprovechando fenómenos físicos como la propagación multitrayecto para incrementar la velocidad de transmisión o reducir la tasa de error de bit. MIMO se basa en el dominio espacial, por lo tanto requiere el uso de múltiples antenas en el transmisor y en el receptor.

MIMO se basa en la utilización del dominio espacial, creando “canales espaciales” diferenciados entre el transmisor y el receptor. Para ello es necesario emplear múltiples antenas tanto en el transmisor como en el receptor. Estas antenas deben estar separadas por una distancia mínima que permita la creación de estos canales espaciales diferenciados.

MIMO se puede emplear para dos usos: Incrementar la velocidad de transmisión para una misma tasa de error y SNR, o reducir la tasa de error manteniendo la velocidad de transmisión y la SNR constantes. MIMO se basa en el uso de canales espaciales que operan en la misma frecuencia, polarización y tiempo. Esos canales espaciales pueden crearse en condiciones de propagación con fuerte multitrayecto, por lo que MIMO es una tecnología destinada a sistemas de transmisión sin línea de vista (Albentia Systems s.a. (S.F)).

1.2.1 Bases de los sistemas MIMO

Las altas velocidades de transmisión de los sistemas MIMO dependen de diversos factores que mejoran los esquemas de transmisión y la fiabilidad del enlace. Los primeros, como por ejemplo la multiplexación espacial, utilizan múltiples antenas para generar subcanales paralelos por los que transmitir flujos de información independientes. La mejora obtenida a

partir de estos sistemas se denomina ganancia por multiplexación espacial. Los segundos factores mejoran las características del canal minimizando la probabilidad de error y mejorando la relación señal a ruido lo que permite el uso de velocidades de transmisión más altas a través de esquemas de codificación superiores, aumentar el alcance o reducir la potencia transmitida. Entre estos sistemas destacan la codificación espacio temporal que introduce ganancia por diversidad o la combinación de la señal en transmisión y/o en recepción que aporta ganancia por array (Fernandez F, O 2007).

1.2.1.1 Ganancia de array

Definida como el valor medio de la potencia recibida en un sistema MIMO respecto a la potencia recibida en un sistema SISO. La ganancia de array se obtiene a través del procesamiento de las señales en el transmisor y en el receptor. Combinando coherentemente la señal en el transmisor o en el receptor se consigue un aumento de la relación señal a ruido media recibida. Dado que se pesa la señal transmitida/recibida por cada antena, en ocasiones la ganancia en array también se conoce como ganancia por conformación de haz (beamforming). Para realizar la combinación es necesario conocer el estado instantáneo del canal (CSI) en el extremo correspondiente para obtener los pesos.

Se puede conocer el estado del canal en el receptor mediante las secuencias de entrenamiento, sin embargo conocerlo en el transmisor es más complicado ya que se requiere un canal de realimentación. En este sentido se distinguen dos tipos de sistemas para un canal MIMO $N_t * N_r$ sin realimentación o de lazo abierto y con realimentación o de lazo cerrado. Al usar en recepción combinación por razón máxima, MRC, los sistemas de lazo cerrado aportan una ganancia en array de $10\log_{10}N_tN_r$ mientras que, en los de lazo abierto, la ganancia de array es de $10\log_{10}N_r$. Los de lazo cerrado serán adecuados para escenarios de baja movilidad (canal de realimentación menos rápido) mientras que los de lazo abierto son más adecuados en escenarios de alta movilidad (Fernandez F, O 2007).

1.2.1.2 Ganancia por multiplexación en el espacio

La multiplexación espacial consiste en la transmisión de flujos de información independientes por las diferentes antenas de manera simultánea. Matemáticamente el número de subcanales equivalentes K viene dado por el número de valores singulares distintos de cero de la matriz de canal \mathbf{H} , es decir, el rango de la matriz \mathbf{H} , el cual está acotado el número de transmisores o de receptores ($K = \text{Rank}(\mathbf{H}) \leq \min\{N_t, N_r\}$). La magnitud de los valores singulares elevada al cuadrado (valor propio de $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$) representa la ganancia en potencia de cada uno de los subcanales. El multiplexado de la información en K canales consigue, en teoría, aumentar la velocidad global de transmisión de datos en un factor K sin mayores requerimientos de potencia ni ancho de banda, consiguiendo una eficiencia espectral próxima a la capacidad del canal y sin necesidad de conocer el estado del canal (Channel State Information CSI) en el transmisor. En condiciones de riqueza de scattering, que generalmente implica correlación baja, y rango de \mathbf{H} alto, el receptor puede separar los distintos flujos de información multiplexados (Fernandez F, O 2007).

1.2.1.3 Ganancia por diversidad

Al transmitir y recibir por varias antenas simultáneamente, se puede mejorar la fiabilidad del enlace, mitigando los desvanecimientos y disminuyendo la probabilidad de error. Si los $N_t N_r$ enlaces del canal MIMO sufren desvanecimientos de manera independiente y la señal transmitida se construye de una manera adecuada, el receptor puede combinar las señales recibidas tal que la resultante compense en gran medida los desvanecimientos del canal SISO, mejorando así la relación señal a ruido (SNR) de la señal recibida.

La ganancia por diversidad en el sistema MIMO representa la mejora en la SNR, promediada en el tiempo, con respecto a la SNR del mejor canal SISO. La idea de ganancia por diversidad está unida al concepto de fiabilidad el cual se analiza mejor desde el análisis de la probabilidad de interrupción del canal (probabilidad de que la SNR se encuentre por debajo de un cierto nivel umbral que haga que el sistema no esté disponible), indicando así la calidad del rendimiento del canal garantizada con un cierto nivel de probabilidad. Por tanto la

definición de ganancia por diversidad está condicionada por el valor mínimo de referencia de la SNR (Fernandez F, O 2007).

Cuando se tienen múltiples copias de una señal transmitida, existen varios tipos de diversidad (Grupalli, 2011):

- ✓ En el tiempo: cuando son transmitidas múltiples versiones de la señal en instantes de tiempo diversos.
- ✓ En la frecuencia: Cuando la señal es transmitida usando distintos canales de frecuencia.
- ✓ En el espacio: Cuando la señal es transmitida usando caminos de propagación diferente.
- ✓ De polarización: Cuando son transmitidas múltiples versiones de la señal con diferentes polarizaciones.
- ✓ De usuarios: Cuando es el transmisor quien elige el usuario de acuerdo a la calidad del canal.

En el caso específico de MIMO, se toma en cuenta la diversidad espacial con el propósito de generar múltiples caminos haciendo uso de múltiples antenas en el transmisor y en el receptor. Para llegar a este punto la tecnología ha evolucionado de la siguiente forma (Grupalli, 2011):

- ✓ SISO (Single Input, Single Output): sistema de comunicaciones que utiliza una sola antena transmisora y una sola antena receptora.
- ✓ MISO (Multiple Input, Single Output): sistema de comunicaciones que utiliza dos o más antenas transmisoras pero sólo una antena receptora. También se le conoce como diversidad en transmisión.
- ✓ SIMO (Single Input, Multiple Output): sistema de comunicaciones que utiliza una sola antena de emisión y dos o más antenas receptoras. Se le conoce como diversidad en recepción.

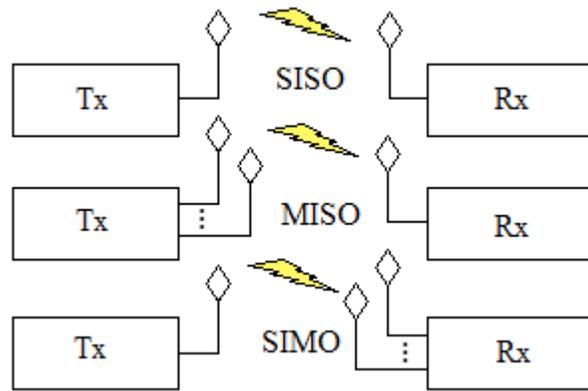


Figura 10. Esquemas SISO, MISO y SIMO, respectivamente (Cortes, 2009).

Como se hace evidente, MIMO representa el sistema que utiliza dos o más antenas en el transmisor y dos o más antenas en el receptor, es decir utiliza diversidad espacial a través del uso de múltiples antenas.

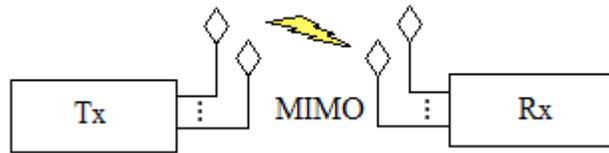


Figura 11. Esquema MIMO (Cortes, 2009).

1.2.2 Modelo de esquema MIMO en forma matricial

Los sistemas MIMO se componen de tres elementos principales, el transmisor (TX), el canal (H), y el receptor (RX). Donde N_t denota el número de antenas en el transmisor, y N_r denota el número antenas en el receptor. La Figura 1 representa el diagrama de bloques del sistema MIMO (Cortes, 2009).

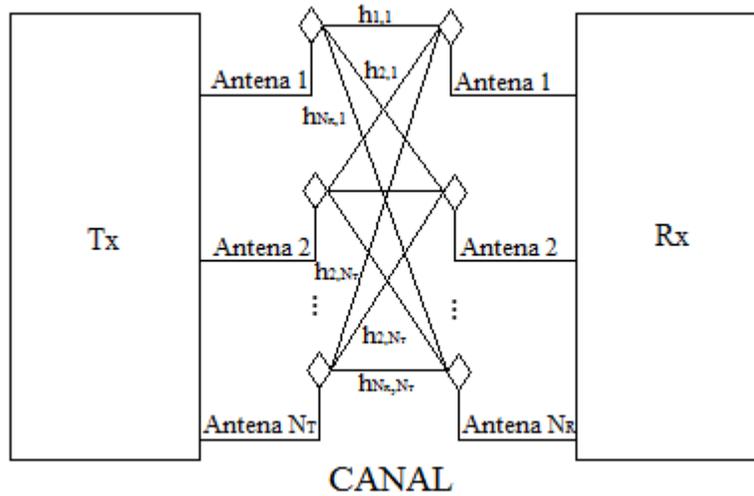


Figura 12: Diagrama en bloques del sistema MIMO (Cortes, 2009).

El canal con N_r salidas y N_t entradas se denota como una matriz $N_r \times N_t$.

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \dots & h_{1,N_t} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \dots & h_{2,N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & h_{N_r,2} & \dots & h_{N_r,N_t} \end{pmatrix}$$

Donde cada entrada $h_{i,j}$ denota la atenuación y cambio de fase (función de transferencia) entre el j^{th} transmisor y el i^{th} receptor. Se asume en ese documento que el canal MIMO se comporta de una manera "cuasi-estática", es decir, el canal varía aleatoriamente de ráfaga a ráfaga, pero es fijo dentro de una transmisión (Vucetic et al, 2003).

El modelo de señal MIMO se describe como:

$$\vec{r} = \mathbf{H}\vec{s} + \vec{n}$$

Donde \vec{r} es el vector recibido de tamaño $N_r \times 1$, \mathbf{H} es la matriz de canales de tamaño $N_r \times N_t$, \vec{s} es el vector de transmisión de tamaño $N_t \times 1$, \vec{n} es el vector de ruido de tamaño $N_r \times 1$. Cada elemento de ruido se modela normalmente como Ruido blanco Gaussiano distribuido idénticamente independiente (i.i.d.), con una varianza $N_t/2 * SNR$. En este modelo las señales transmitidas se mezclan en el canal ya que utilizan la misma frecuencia portadora. En el lado del receptor, la señal recibida se compone de una combinación lineal de cada señal

más el ruido recibido. El receptor puede resolver para las señales transmitidas por el tratamiento del modelo de la señal MIMO como un sistema de ecuaciones lineales (Vucetic et al, 2003).

Mediante mecanismos matemáticos MIMO es capaz de crear canales espaciales diferenciados que operan en la misma frecuencia, polarización y tiempo. Esto lo hace con dos fines (Albentia Systems s.a. (S.F)):

a) Para reducir la tasa de error. Los canales espaciales pueden emplearse para redundar la información, como si fuese transmitida por ambos canales simultáneamente. Si uno de los canales presenta alguna pérdida, probablemente el otro logre transmitir la señal (Diversidad).

b) Para incrementar la velocidad de transmisión. Los dos canales pueden emplearse para transmitir información diferente por cada uno de ellos, por lo que se duplica la velocidad de transmisión. En este caso no se reduda la transmisión, por lo que la tasa de error no mejora como en el caso anterior, pero se incrementa notablemente la velocidad de transmisión (Multiplexación).

Capítulo 2

MODELO TENSORIAL

PROPUESTO

Para hacer uso de la teoría tensorial en aplicaciones reales, es necesario entender los tensores como una concatenación de vectores o matrices. En este capítulo se muestra el modelo tensorial con el que se desarrolla la investigación teniendo en cuenta la teoría considerada en el capítulo anterior. Aquí se plantea un sistema de comunicaciones compuesto por tres bloques: El bloque transmisor donde se codifica la información que será enviada y se organiza según el arreglo tensorial. Un segundo bloque que corresponde al área del canal, que en este caso es un canal de frecuencia plana y conocido tanto en el transmisor como en el receptor. Finalmente, se encuentra el bloque Receptor donde se recupera, decodifica y organiza la información para ser comparada con la enviada.

2.1 MODELO TENSORIAL PROPUESTO PARA IMPLEMENTACIÓN DE ESQUEMAS MIMO

En la Figura 13. Se puede apreciar el diagrama de bloques del sistema propuesto. Cuenta con T_x antenas transmisoras y R_x antenas receptoras, donde $T_x = R_x$ para todos los casos que serán estudiados, se utilizarán sistemas MIMO de diversidad para la transmisión. En el transmisor, la secuencia de entrada en serie se convierte en R flujos de datos paralelos que se extienden a través de un subconjunto de N_t antenas de transmisión y durante P intervalos de tiempo. Se trabaja bajo el caso $1 \leq R \leq N_t$ para garantizar que por lo menos un canal se encuentra en buenas condiciones de transmisión. Cada flujo de datos transmitidos es una colección de N símbolos durante el cual se supone que el canal inalámbrico va a ser constante. El canal se asume de frecuencia plana. Se asume que la potencia de transmisión por corriente de datos es fija. Se utiliza normalización de la potencia transmitida global de modo que el promedio de la potencia de transmisión total en cualquier canal usado sea independiente del número de flujos de datos y antenas transmisoras. Se toma una tasa de $R= 1/2$. La velocidad de transmisión, expresada en bits por canal usado (PCU) está dada por:

$$\rho = \left(\frac{R}{P}\right) \log_2(\mu) \text{bits PCU}$$

Donde μ es la modulación (en este caso 16 – QAM). Se considera una transmisión de lazo abierto ya que el esquema no cuenta con la capacidad de corrección de errores ni selección de antena, ya que la investigación busca medir el rendimiento del esquema cambiando el paradigma a una visión tensorial.

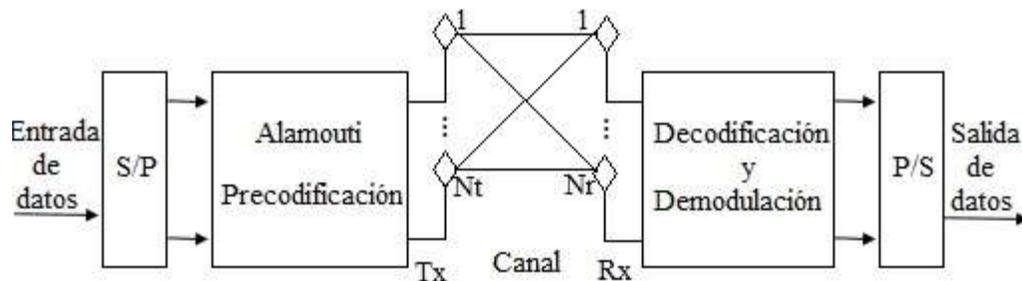


Figura 13: Diagrama de bloques del modelo tensorial propuesto

Se asume un conocimiento perfecto del canal tanto en el transmisor como en el receptor y por lo tanto estos poseen los algoritmos necesarios para la codificación y la decodificación. Suponemos que las antenas están separadas adecuadamente y que el medio de propagación es lo suficientemente rico en dispersión de modo que puede ser modelado como una variable aleatoria Gaussiana compleja con media cero y varianza igual a la unidad.

Sea h_{N_t, N_r} el canal espacial entre la antena de transmisión N_t -ésimo y la N_r -ésima antena de recepción, $S_{n,r}$ sea el símbolo N -ésimo de la secuencia de datos, r -ésimo después de la conversión de serie a paralelo, y A_{p, N_t} ser el p -ésimo elemento del N_t -ésimo código. Se define $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$, $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times R}$ y $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{P \times N_t}$ como las matrices de canal, símbolos y código, donde $h_{N_t, N_r} = [\mathbf{H}]_{N_t, N_r}$, $S_{n,r} = [\mathbf{S}]_{n,r}$, $A_{p, N_t} = [\mathbf{A}]_{p, N_t}$ son, respectivamente, los elementos típicos de estas matrices. Se puede ver la versión de banda base de tiempo discreto de la señal recibida en el N_r -th antena receptora, n -th período de símbolos y p -th intervalos de tiempo como un tensor de tercer orden $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_r \times N \times P}$.

El tensor estará conformado por la concatenación de tres bloques (como se aprecia en la Figura 13.), el primer bloque será la matriz de símbolos conformada por el flujo de datos a transmitir, el segundo bloque corresponderá al canal de frecuencia plana de dimensiones $N_t \times N_r$ y finalmente, el tercer bloque será la redundancia aplicada a los N símbolos a transmitir siguiendo el algoritmo de código de bloque espacio – tiempo (Expuesto en el cap. 3).

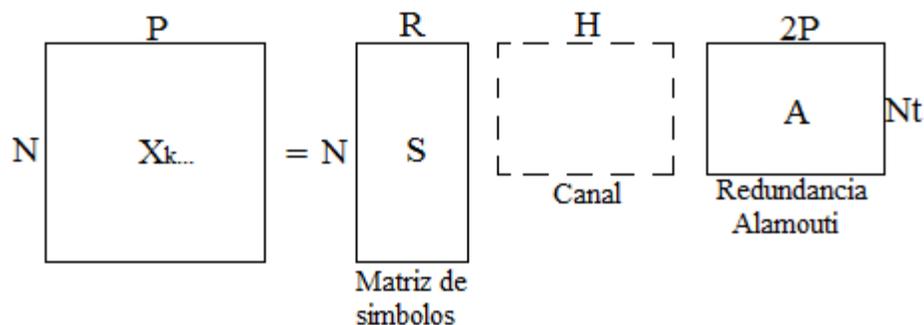


Figura 14: Diagrama de bloques del tensor - Señal

Se puede organizar la información contenida en \mathbf{X} de tres maneras diferentes. Se define $\mathbf{X}_{k..} \in \mathbb{C}^{N \times P}$ como una matriz-slice del tensor que recoge $P * N$ muestras de la señal recibida en P intervalos de tiempo y los períodos de símbolo N en la N_r -ésima antena de recepción. Del mismo modo, se puede definir, alternativamente, la slice $\mathbf{X}_{.n.} \in \mathbb{C}^{P \times N_r}$ recoge las muestras de las señales recibidas en P intervalos de tiempo y N_r antenas receptoras asociadas con el símbolo n -ésimo, y la slice $\mathbf{X}_{..p} \in \mathbb{C}^{N_r \times N}$ que recoge $N_r * N$ muestras de la señal recibida de las antenas de recepción y N símbolos para los p -slot de tiempo. La factorización de $\mathbf{X}_{k..}, \mathbf{X}_{.n.}, \mathbf{X}_{..p}$ como una función de los parámetros del sistema que son dados, respectivamente, por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{k..} &= \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{A}^T \\ \mathbf{X}_{.n.} &= \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{H}^T \\ \mathbf{X}_{..p} &= \mathbf{H}\mathbf{A}\mathbf{S}^T\end{aligned}$$

Para la simulación del sistema se utilizó el software Matlab, los símbolos a transmitir se generaron aleatoriamente, se trabajó con 900.000 símbolos por cada valor de SNR ya que una imagen HD (High Definition) posee 0,9 Mega-píxeles ya que el objetivo de los sistemas de comunicaciones de hoy en día es transmitir servicios de calidad a sus usuarios, el sistema realiza 10.000 iteraciones por cada valor de SNR como lo estipula Montecarlo. La configuración de canal inalámbrico se consideró con una distribución de Rayleigh con el uso de frecuencia plana y con adición de ruido blanco gaussiano. Se implementaron los esquemas MIMO G2, G4, G8 y G16 de forma matricial y tensorial para comprobar el cambio de paradigma al igual de los esquemas G2, G4 y G8 optimizados a través de descomposición en valores singulares (SVD) (Lo que se estudiara y expondrá en los siguientes capítulos). La modulación usada fue 16-QAM aspecto que se destaca en esta investigación ya que todas las investigaciones realizadas anteriormente acerca del tema solo trabajan modulación BPSK y QPSK.

Capítulo 3

ANÁLISIS TEÓRICO Y MATEMÁTICO DE LOS ESQUEMAS MIMO A TRAVÉS DE STBC

Históricamente, el esquema de Alamouti fue el primer Código de Bloque Espacio – Tiempo (STBC) por su simplicidad y estructura. Debido a que una de las metodologías para la explotación de la capacidad en sistemas MIMO consiste en usar la diversidad espacial, para combatir el desvanecimiento de canal, los sistemas STBC se valen de la redundancia aplicada a los arreglos para obtener un mejor rendimiento, esto se logra mediante la transmisión de varias réplicas de la misma información a través de cada antena. En este capítulo se establece el análisis teórico y matemático de esta propuesta enfocada al paradigma tensorial de esquemas MIMO de 2×2 , 4×4 , 8×8 y 16×16 y se comparan con los esquemas matriciales convencionales, donde el análisis matemático de los esquemas 8×8 y 16×16 fue realizado por los autores.

3.1 CODIFICACIÓN DE BLOQUE ESPACIO – TEMPORAL

Una de las metodologías para la explotación de la capacidad en sistemas MIMO consiste en usar la diversidad espacial, para combatir el desvanecimiento de canal. Esto se puede lograr mediante la transmisión de varias réplicas de la misma información a través de cada antena. Al hacer esto, la probabilidad de perder la información disminuye exponencialmente. El orden de la diversidad o la ganancia de diversidad de un sistema MIMO se define como el número de recepciones independientes de la misma señal. Un sistema MIMO con N_t antenas de transmisión y N_r antenas de recepción tiene potencialmente diversidad completa (es decir, máxima diversidad) ganancia igual a $N_r N_t$. Las diferentes réplicas enviadas para explotar la diversidad son generadas por un codificador de espacio-tiempo, que codifica una única cadena de datos a través del espacio utilizando todas las antenas de transmisión y a través del tiempo mediante el envío de cada símbolo en diferentes momentos. Esta forma de codificación se denomina Codificación en Espacio-Tiempo (STC). Debido a su sencillez de decodificación, la forma más dominante de STCs son códigos de bloque espacio-temporal (STBC) (Cortes, 2009).

3.1.1 Esquema de Alamouti

Históricamente, el esquema de Alamouti fue el primer STBC. La simplicidad y la estructura de la Alamouti STBC han colocado el esquema, tanto en W-CDMA y CDMA- 2000. El esquema de Alamouti STBC utiliza dos antenas de transmisión y N_r antenas de recepción y puede lograr un máximo orden de diversidad de $2N_r$. Por otra parte, el esquema Alamouti tiene tasa completa (es decir, una tasa de 1), ya que transmite 2 símbolos cada 2 intervalos de tiempo. A continuación, una descripción del esquema de Alamouti se proporciona tanto para 1 y 2 antenas de recepción, seguido de una expresión general para el mecanismo de decodificación en el caso de N_r antenas receptoras (Cortes, 2009).

1) Descripción: Como se mencionó anteriormente, Alamouti STBC utiliza dos antenas de transmisión, independientemente del número de antenas receptoras. Se da la operación de

codificación del esquema Alamouti por medio de la ecuación de \mathbf{G}_2 . En este trabajo, las filas de cada esquema de codificación representan un instante de tiempo diferente, mientras que las columnas representan el símbolo transmitido a través de cada antena. En este caso, la primera y segunda fila representa la transmisión en el primero y segundo instante de tiempo, respectivamente. En un tiempo t , los símbolos S_1 y S_2 se transmiten desde la antena 1 y la antena 2, respectivamente. Suponiendo que cada símbolo tiene duración T , entonces en el momento $t + T$, los símbolos $-S_2^*$ y S_1^* , se transmiten desde la antena 1 y la antena 2, respectivamente (Vucetic et al, 2003).

$$\mathbf{G}_2 = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 \\ -S_2^* & S_1^* \end{pmatrix}$$

2) Caso de una antena receptora: La recepción y decodificación de la señal depende del número de antenas de recepción disponible. Para el caso de una antena de recepción, las señales recibidas son:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1^{(1)} &= r_1(t) = h_{1,1}s_1 + h_{1,2}s_2 + n_1^{(1)} \\ \mathbf{r}_1^{(2)} &= r_1(t + T) = -h_{1,1}s_2^* + h_{1,2}s_1^* + n_1^{(1)} \end{aligned}$$

donde r_1 es la señal recibida en la antena 1, $h_{i,j}$ es la función de transferencia del canal de la j^{th} antena de transmisión y la i^{th} antena de recepción, n_1 es una variable aleatoria compleja que representa el ruido en la antena 1, y $\mathbf{r}^{(k)}$ denota \mathbf{r} en el instante de tiempo k (es decir, en el tiempo $t + (k - 1)T$).

Luego las señales recibidas se envían al decodificador, donde son combinadas de la siguiente manera (Vucetic et al, 2003):

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{s}}_1 &= h_{1,1}^*r_1^{(1)} + h_{1,2}r_1^{*(2)} \\ \tilde{\mathbf{s}}_2 &= h_{1,2}^*r_1^{(1)} + h_{1,1}r_1^{*(2)} \end{aligned}$$

Y sustituyendo $\mathbf{r}_1^{(1)}$ y $\mathbf{r}_1^{(2)}$ en $\tilde{\mathbf{s}}_1$ y $\tilde{\mathbf{s}}_2$ se obtiene:

$$\tilde{\mathbf{s}}_1 = (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2)s_1 + h_{1,1}^*n_1^{(1)} + h_{1,2}n_1^{*(2)}$$

$$\widetilde{s}_2 = (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2)s_2 - h_{1,1}n_1^{*(2)} + h_{1,2}n_1^{(1)}$$

Dónde $\alpha_{i,j}^2$ es la magnitud al cuadrado de la función de transferencia del canal $h_{i,j}$. Los calculados \widetilde{s}_1 y \widetilde{s}_2 se envían a un decodificador de máxima Verosimilitud (ML) para estimar los símbolos transmitidos S_1 y S_2 , respectivamente.

3) Caso de 2 antenas de recepción: Para el caso de dos antenas receptoras, los símbolos recibidos son (Vucetic et al, 2003):

$$\mathbf{r}_1^{(1)} = h_{1,1}s_1 + h_{1,2}s_2 + n_1^{(1)}$$

$$\mathbf{r}_1^{(2)} = -h_{1,1}s_2^* + h_{1,2}s_1^* + n_1^{(1)}$$

$$\mathbf{r}_2^{(1)} = h_{2,1}s_1 + h_{2,2}s_2 + n_1^{(1)}$$

$$\mathbf{r}_2^{(2)} = -h_{2,1}s_2^* + h_{2,2}s_1^* + n_1^{(1)}$$

Y las señales combinadas son:

$$\widetilde{s}_1 = h_{1,1}^*r_1^{(1)} + h_{1,2}r_1^{*(2)} + h_{2,1}^*r_2^{(1)} + h_{2,2}r_2^{*(2)}$$

$$\widetilde{s}_2 = h_{1,2}^*r_1^{(1)} + h_{1,1}r_1^{*(2)} + h_{1,2}^*r_1^{(1)} + h_{1,1}r_1^{*(2)}$$

Que después de la sustitución de la ecuación se convierte en:

$$\widetilde{s}_1 = (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2 + \alpha_{2,1}^2 + \alpha_{2,2}^2)s_1 + h_{1,1}^*n_1^{(1)} + h_{1,2}n_1^{*(2)} + h_{2,1}^*n_2^{(1)} + h_{2,2}n_2^{*(2)}$$

$$\widetilde{s}_2 = (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2 + \alpha_{2,1}^2 + \alpha_{2,2}^2)s_2 - h_{1,1}n_1^{*(2)} + h_{1,2}n_1^{(1)} - h_{2,1}n_2^{*(2)} + h_{2,2}n_2^{(1)}$$

4) Decodificación de la decisión estática para N_r antenas de recepción: El decodificador de decisión estática ML decodifica a favor de S_1 y S_2 sobre todos los posibles valores de S_1 y S_2 , tal que las siguientes ecuaciones son minimizadas.

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,1}^* + r_i^{*(2)} h_{i,2}) \right] - s_1 \right|^2 + \psi |s_1|^2$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,2}^* - r_i^{*(2)} h_{i,1}) \right] - s_2 \right|^2 + \psi |s_2|^2$$

Donde ψ está dada por la siguiente ecuación para $N_t = 2$ (Vucetic et al, 2003).

$$\psi = \left(-1 + \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} |h_{i,j}|^2 \right)$$

Para la verificación de los esquemas MIMO, se implementó de la manera convencional (esto es, por matrices), donde se simuló el esquema de dos antenas transmisoras y dos receptoras. El resultado obtenido se presenta a continuación (corresponde a la línea magenta de la Figura 15.). De igual forma se puede apreciar el resultado del esquema implementado con el modelo tensorial propuesto (Corresponde a la línea azul de la Figura 15.), donde se observa la relación entre la tasa de error de bit contra la relación señal a ruido.

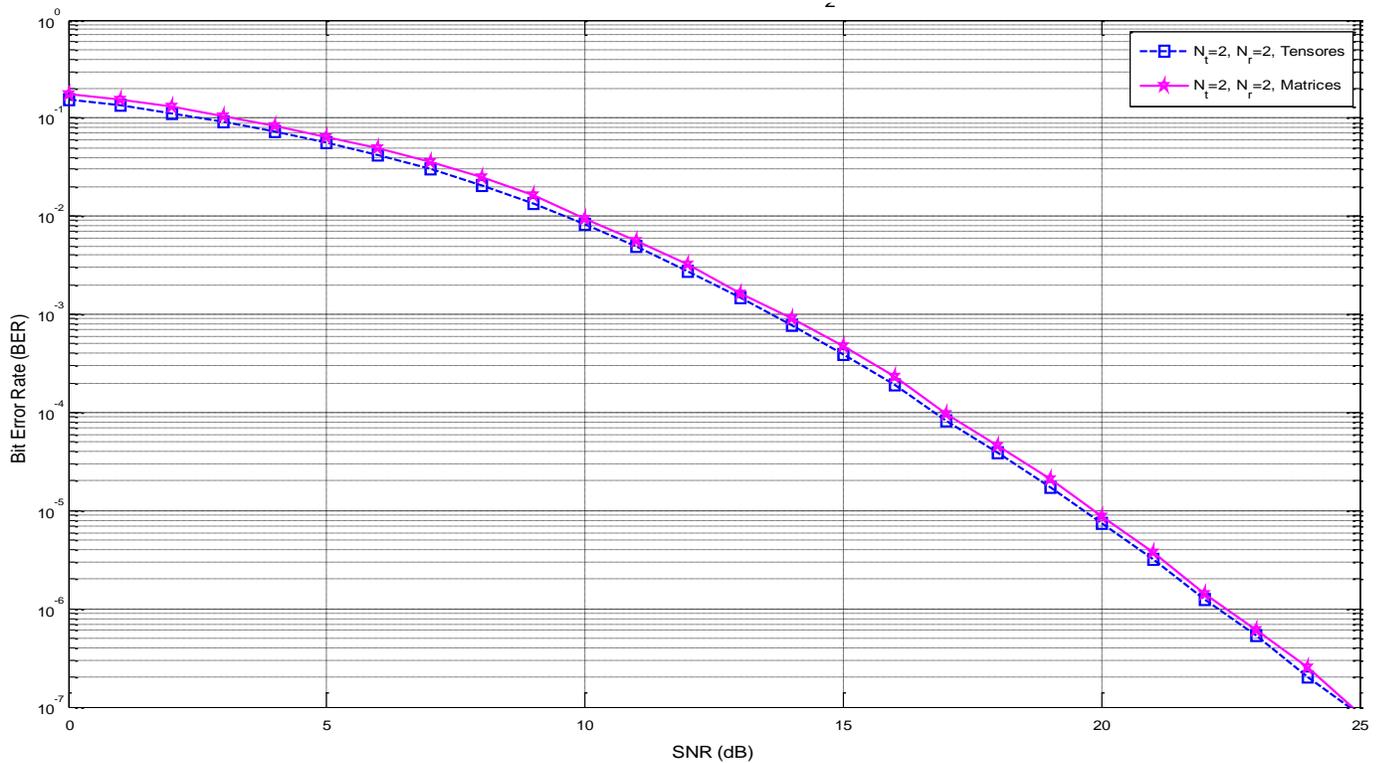


Figura 15: Esquema MIMO G_2 Matricial y tensorial

En la Figura 15. Se puede visualizar que el esquema básico de Alamouti presenta ganancia de diversidad espacial, con este esquema se consigue una tasa de error muy baja de los límites

que pueden ser requeridos para la prestación de un servicio de comunicación. Esto se debe a que la ganancia de diversidad se da por la redundancia de la información introducida en el esquema de transmisión. En cuanto a la relación señal a ruido el resultado es muy alto, debido a que en el sistema utilizado en la simulación no se ha considerado la codificación del canal, la cual no es necesaria para este caso ya que solo se está evaluando el rendimiento del esquema MIMO (2X2).

Se puede verificar que el rendimiento del sistema es aproximadamente el mismo con relación al esquema MIMO convencional como era de esperarse, pues el objetivo es conseguir mapearlos en estructuras con tensores que permitan ampliar la expectativa de poder manejar mayor número de grados de libertad, esto para buscar mecanismos o estrategias que permitan optimizar la transmisión de cualquier tipo de servicio de comunicaciones. Verificado en Cortes, L (2009) y Wu, D et al (2007).

3.1.2 Códigos de Bloque espacio-temporales Ortogonales

3.1.2.1 Esquema MIMO 4x4

El esquema Alamouti es parte de una clase general de STBCs conocidos como Códigos de Bloque espacio-temporal Ortogonales (OSTBCs). Para el caso de 4 antenas de transmisión ($N_t = 4$), se proporcionan códigos de bloque de tasa 1/2, con plena diversidad $4N_r$. El código de bloque es el siguiente (Cortes, 2009):

$$\mathbf{G}_4 = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ -S_2 & S_1 & -S_4 & S_3 \\ -S_3 & S_4 & S_1 & -S_2 \\ -S_4 & -S_3 & S_2 & S_1 \\ S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* \\ -S_2^* & S_1^* & -S_4^* & S_3^* \\ -S_3^* & S_4^* & S_1^* & -S_2^* \\ -S_4^* & -S_3^* & S_2^* & S_1^* \end{pmatrix}$$

Con una tasa de 1/2 ya que 4 símbolos se transmiten en 8 intervalos de tiempo. Para decodificar, el decodificador ML minimiza la decisión métrica para la decodificación de

S_1, S_2, S_3 y S_4 respectivamente dónde ξ está dada por la siguiente ecuación para $N_t = 4$ (Cortes, 2009).

Donde:

$$\xi = -1 + 2 \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} |h_{i,j}|^2$$

Y,

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,1}^* + r_i^{(2)} h_{i,2}^* + r_i^{(3)} h_{i,3}^* + r_i^{(4)} h_{i,4}^* + r_i^{*(5)} h_{i,1} + r_i^{*(6)} h_{i,2} + r_i^{*(7)} h_{i,3} + r_i^{*(8)} h_{i,4}) \right] - s_1 \right|^2 + \xi |s_1|^2$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,2}^* - r_i^{(2)} h_{i,1}^* - r_i^{(3)} h_{i,4}^* + r_i^{(4)} h_{i,3}^* + r_i^{*(5)} h_{i,2} - r_i^{*(6)} h_{i,1} - r_i^{*(7)} h_{i,4} + r_i^{*(8)} h_{i,3}) \right] - s_2 \right|^2 + \xi |s_2|^2$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,3}^* + r_i^{(2)} h_{i,4}^* - r_i^{(3)} h_{i,1}^* - r_i^{(4)} h_{i,2}^* + r_i^{*(5)} h_{i,3} + r_i^{*(6)} h_{i,4} - r_i^{*(7)} h_{i,1} - r_i^{*(8)} h_{i,2}) \right] - s_3 \right|^2 + \xi |s_3|^2$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,4}^* - r_i^{(2)} h_{i,3}^* + r_i^{(3)} h_{i,2}^* - r_i^{(4)} h_{i,1}^* + r_i^{*(5)} h_{i,4} - r_i^{*(6)} h_{i,3} + r_i^{*(7)} h_{i,2} - r_i^{*(8)} h_{i,1}) \right] - s_4 \right|^2 + \xi |s_4|^2$$

Una vez se verifica que la estructura con tensores funciona en el esquema de dos antenas transmisoras y receptoras, se procede a incrementar el número de antenas donde se simuló el esquema de ocho antenas transmisoras y ocho receptoras. El resultado obtenido para el modelo convencional se presenta a continuación (corresponde a la línea cian de la Figura 16.). De igual forma se

puede apreciar el resultado del esquema implementado con el modelo tensorial propuesto (Corresponde a la línea fucsia de la Figura 16.), donde se observa la relación entre la tasa de error de bit contra la relación señal a ruido.

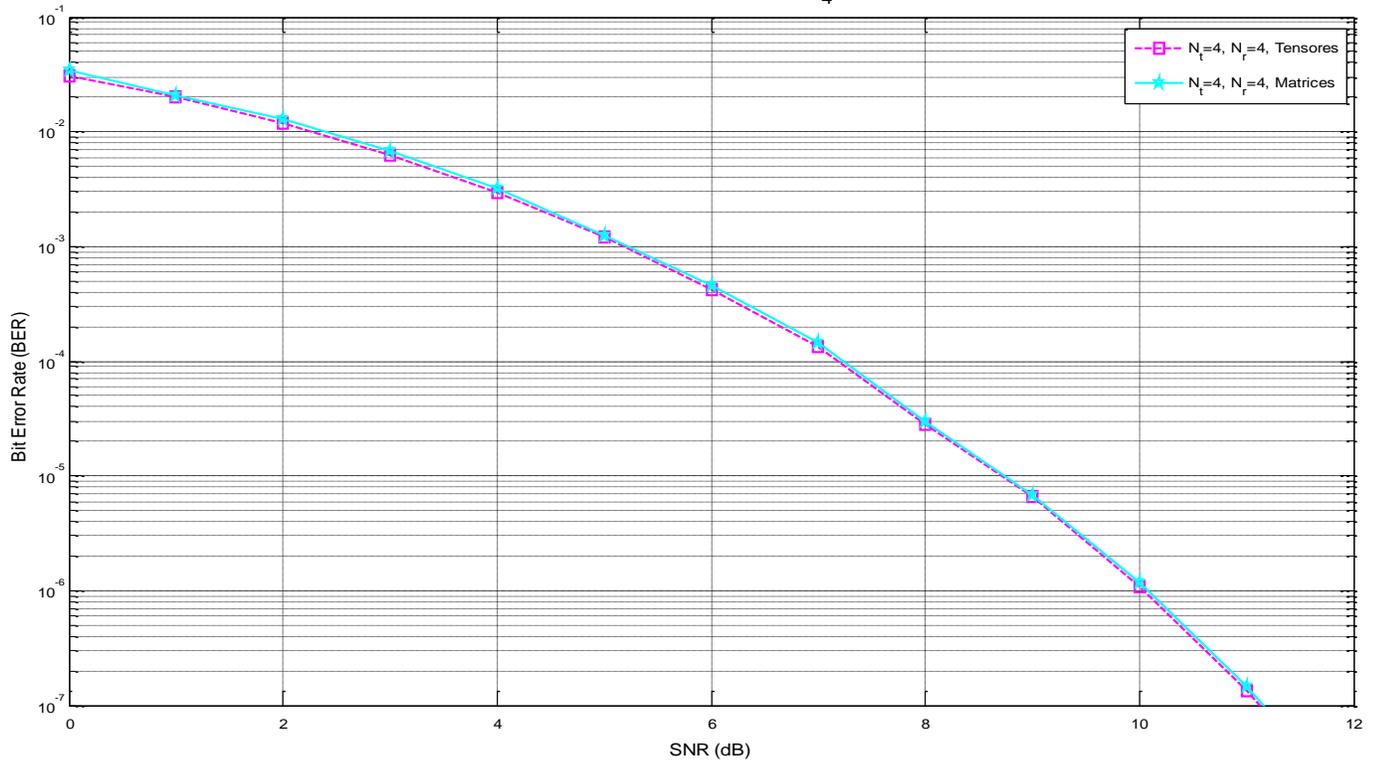


Figura 16: Esquema MIMO G_4 Matricial y tensorial

En la Figura 16. Se observa que el incremento en el número de antenas tanto en el transmisor como en el receptor disminuyó considerablemente la necesidad de mayor relación señal a ruido para obtener una menor tasa de error de bit, que es lo que se busca con los esquemas de diversidad espacial. Al comparar los dos resultados en las gráficas se verifica que el rendimiento en cuanto a tasa de error de bits es aproximadamente igual al ser implementado bajo un esquema convencional o la estructura tensorial propuesta. Verificado en Cortes, L (2009) y Wu, D et al (2007).

3.1.2.2 Esquema MIMO 8x8

Para el caso de 8 antenas de transmisión ($N_t = 8$), se proporcionan códigos de bloque de tasa $1/2$, con plena diversidad $8N_r$. El código de bloque es el siguiente:

$$G_8 = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & S_8 \\ -S_2 & S_1 & S_4 & -S_3 & S_6 & -S_5 & -S_8 & S_7 \\ -S_3 & -S_4 & S_1 & S_2 & S_7 & S_8 & -S_5 & -S_6 \\ -S_4 & S_3 & -S_2 & S_1 & S_8 & -S_7 & S_6 & -S_5 \\ -S_5 & -S_6 & -S_7 & -S_8 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ -S_6 & S_5 & -S_8 & S_7 & -S_2 & S_1 & -S_4 & S_3 \\ -S_7 & S_8 & S_5 & -S_6 & -S_3 & S_4 & S_1 & -S_2 \\ -S_8 & -S_7 & S_6 & S_5 & -S_4 & -S_3 & S_2 & S_1 \\ S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* & S_5^* & S_6^* & S_7^* & S_8^* \\ -S_2^* & S_1^* & S_4^* & -S_3^* & S_6^* & -S_5^* & -S_8^* & S_7^* \\ -S_3^* & -S_4^* & S_1^* & S_2^* & S_7^* & S_8^* & -S_5^* & -S_6^* \\ -S_4^* & S_3^* & -S_2^* & S_1^* & S_8^* & -S_7^* & S_6^* & -S_5^* \\ -S_5^* & -S_6^* & -S_7^* & -S_8^* & S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* \\ -S_6^* & S_5^* & -S_8^* & S_7^* & -S_2^* & S_1^* & -S_4^* & S_3^* \\ -S_7^* & S_8^* & S_5^* & -S_6^* & -S_3^* & S_4^* & S_1^* & -S_2^* \\ -S_8^* & -S_7^* & S_6^* & S_5^* & -S_4^* & -S_3^* & S_2^* & S_1^* \end{pmatrix}$$

Con una tasa de 1/2 ya que 8 símbolos se transmiten en 16 intervalos de tiempo. Para decodificar, el decodificador ML minimiza la decisión métrica para la decodificación de $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7$ y S_8 respectivamente dónde ξ está dada por la siguiente ecuación para $N_t = 8$.

Donde:

$$\xi = \left(-1 + 2 \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} |h_{i,j}|^2 \right)$$

Y,

$$\begin{aligned} & \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,1}^* + r_i^{(2)} h_{i,2}^* + r_i^{(3)} h_{i,3}^* + r_i^{(4)} h_{i,4}^* + r_i^{(5)} h_{i,5}^* + r_i^{(6)} h_{i,6}^* + r_i^{(7)} h_{i,7}^* \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + r_i^{(8)} h_{i,8}^* + r_i^{*(9)} h_{i,1} + r_i^{*(10)} h_{i,2} + r_i^{*(11)} h_{i,3} + r_i^{*(12)} h_{i,4} + r_i^{*(13)} h_{i,5} + r_i^{*(14)} h_{i,6} \right. \right. \\ & \left. \left. + r_i^{*(15)} h_{i,7} + r_i^{*(16)} h_{i,8} \right) \right] - s_1 \left| + \xi |s_1|^2 \right. \\ & \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,2}^* - r_i^{(2)} h_{i,1}^* + r_i^{(3)} h_{i,4}^* - r_i^{(4)} h_{i,3}^* + r_i^{(5)} h_{i,6}^* - r_i^{(6)} h_{i,5}^* - r_i^{(7)} h_{i,8}^* \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + r_i^{(8)} h_{i,7}^* + r_i^{*(9)} h_{i,2} - r_i^{*(10)} h_{i,1} + r_i^{*(11)} h_{i,4} - r_i^{*(12)} h_{i,3} + r_i^{*(13)} h_{i,6} - r_i^{*(14)} h_{i,5} \right. \right. \\ & \left. \left. - r_i^{*(15)} h_{i,8} + r_i^{*(16)} h_{i,7} \right) \right] - s_2 \left| + \xi |s_2|^2 \right. \end{aligned}$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,3}^* - r_i^{(2)} h_{i,4}^* - r_i^{(3)} h_{i,1}^* + r_i^{(4)} h_{i,2}^* + r_i^{(5)} h_{i,7}^* + r_i^{(6)} h_{i,8}^* - r_i^{(7)} h_{i,5}^* \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - r_i^{(8)} h_{i,6}^* + r_i^{*(9)} h_{i,3} - r_i^{*(10)} h_{i,4} - r_i^{*(11)} h_{i,1} + r_i^{*(12)} h_{i,2} + r_i^{*(13)} h_{i,7} + r_i^{*(14)} h_{i,8} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - r_i^{*(15)} h_{i,5} - r_i^{*(16)} h_{i,6} \right) \right] - s_3 \right|^2 + \xi |s_3|^2$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,4}^* + r_i^{(2)} h_{i,3}^* - r_i^{(3)} h_{i,2}^* - r_i^{(4)} h_{i,1}^* + r_i^{(5)} h_{i,8}^* - r_i^{(6)} h_{i,7}^* + r_i^{(7)} h_{i,6}^* \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - r_i^{(8)} h_{i,5}^* + r_i^{*(9)} h_{i,4} + r_i^{*(10)} h_{i,3} - r_i^{*(11)} h_{i,2} - r_i^{*(12)} h_{i,1} + r_i^{*(13)} h_{i,8} - r_i^{*(14)} h_{i,7} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + r_i^{*(15)} h_{i,6} - r_i^{*(16)} h_{i,5} \right) \right] - s_4 \right|^2 + \xi |s_4|^2$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,5}^* - r_i^{(2)} h_{i,6}^* - r_i^{(3)} h_{i,7}^* - r_i^{(4)} h_{i,8}^* - r_i^{(5)} h_{i,1}^* + r_i^{(6)} h_{i,2}^* + r_i^{(7)} h_{i,3}^* \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + r_i^{(8)} h_{i,4}^* + r_i^{*(9)} h_{i,5} - r_i^{*(10)} h_{i,6} - r_i^{*(11)} h_{i,7} - r_i^{*(12)} h_{i,8} - r_i^{*(13)} h_{i,1} + r_i^{*(14)} h_{i,2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + r_i^{*(15)} h_{i,3} + r_i^{*(16)} h_{i,4} \right) \right] - s_5 \right|^2 + \xi |s_5|^2$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,6}^* + r_i^{(2)} h_{i,5}^* - r_i^{(3)} h_{i,8}^* + r_i^{(4)} h_{i,7}^* - r_i^{(5)} h_{i,2}^* - r_i^{(6)} h_{i,1}^* - r_i^{(7)} h_{i,4}^* \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + r_i^{(8)} h_{i,3}^* + r_i^{*(9)} h_{i,6} + r_i^{*(10)} h_{i,5} - r_i^{*(11)} h_{i,8} + r_i^{*(12)} h_{i,7} - r_i^{*(13)} h_{i,2} - r_i^{*(14)} h_{i,1} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - r_i^{*(15)} h_{i,4} + r_i^{*(16)} h_{i,3} \right) \right] - s_6 \right|^2 + \xi |s_6|^2$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,7}^* + r_i^{(2)} h_{i,8}^* + r_i^{(3)} h_{i,5}^* - r_i^{(4)} h_{i,6}^* - r_i^{(5)} h_{i,3}^* + r_i^{(6)} h_{i,4}^* - r_i^{(7)} h_{i,1}^* \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - r_i^{(8)} h_{i,2}^* + r_i^{*(9)} h_{i,7} + r_i^{*(10)} h_{i,8} + r_i^{*(11)} h_{i,5} - r_i^{*(12)} h_{i,6} - r_i^{*(13)} h_{i,3} + r_i^{*(14)} h_{i,4} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - r_i^{*(15)} h_{i,1} - r_i^{*(16)} h_{i,2} \right) \right] - s_7 \right|^2 + \xi |s_7|^2$$

$$\left\| \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,8}^* - r_i^{(2)} h_{i,7}^* + r_i^{(3)} h_{i,6}^* + r_i^{(4)} h_{i,5}^* - r_i^{(5)} h_{i,4}^* - r_i^{(6)} h_{i,3}^* + r_i^{(7)} h_{i,2}^* - r_i^{(8)} h_{i,1}^* + r_i^{*(9)} h_{i,8} - r_i^{*(10)} h_{i,7} + r_i^{*(11)} h_{i,6} + r_i^{*(12)} h_{i,5} - r_i^{*(13)} h_{i,4} - r_i^{*(14)} h_{i,3} + r_i^{*(15)} h_{i,2} - r_i^{*(16)} h_{i,1} \right) \right] - s_8 \right\|^2 + \xi |s_8|^2$$

Una vez se verifica que la estructura con tensores funciona en el esquema de cuatro antenas transmisoras y receptoras, se procede a incrementar el número de antenas donde se simuló el esquema de ocho antenas transmisoras y ocho receptoras. El resultado obtenido para el modelo convencional se presenta a continuación (corresponde a la línea Azul oscuro de la Figura 17.). De igual forma se puede apreciar el resultado del esquema implementado con el modelo tensorial propuesto (Corresponde a la línea azul claro de la Figura 17.), donde se observa la relación entre la tasa de error de bit contra la relación señal a ruido.

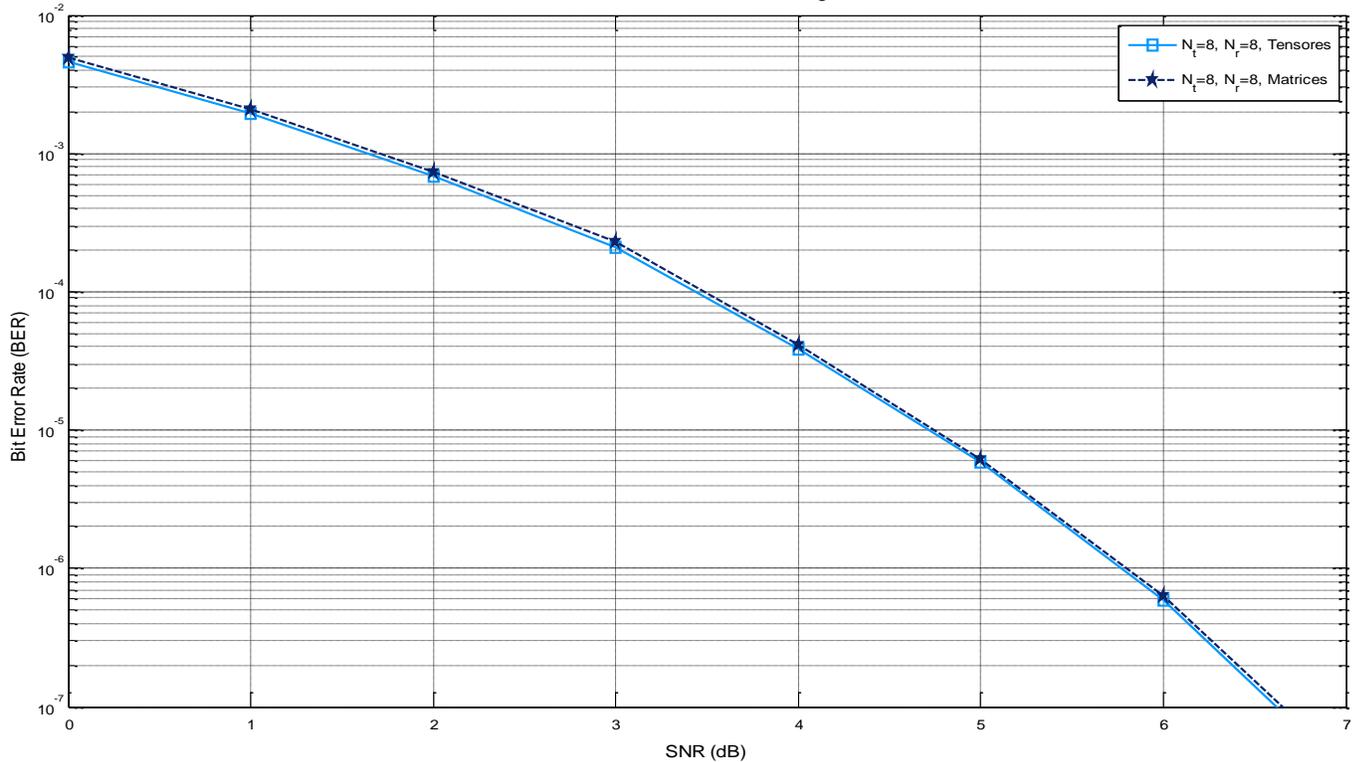


Figura 17: Esquema MIMO G_8 Matricial y tensorial

En la Figura 17. Se puede visualizar que el esquema MIMO 8x8 presenta ganancia de diversidad espacial, con este esquema se consigue una tasa de error muy baja de los límites que pueden ser requeridos para la prestación de un servicio de comunicación. Esto se debe a que la ganancia de diversidad se da por la redundancia de la información introducida en el esquema de transmisión y el incremento en las antenas transmisoras y receptoras. Lo que disminuyó considerablemente la necesidad de mayor relación señal a ruido para obtener una menor tasa de error de bit, que es lo que se busca con los esquemas de diversidad espacial. Al comparar los dos resultados en las gráficas se verifica que el rendimiento en cuanto a tasa de error de bits es aproximadamente igual al ser implementado bajo un esquema convencional o la estructura tensorial propuesta. Verificado en Wu, D et al (2007).

3.1.2.3 Esquema MIMO 16x16

Para el caso de 16 antenas de transmisión ($N_t = 16$), se proporcionan códigos de bloque de tasa 1/2, con plena diversidad $16N_r$. El código de bloque es el siguiente

$$G_{16} = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & S_8 & S_9 & S_{10} & S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ -S_2 & S_1 & -S_4 & S_3 & -S_6 & S_5 & S_8 & -S_7 & S_{10} & -S_9 & S_{12} & -S_{11} & S_{14} & -S_{13} & -S_{16} & S_{15} \\ -S_3 & S_4 & S_1 & -S_2 & -S_7 & -S_8 & S_5 & S_6 & S_{11} & -S_{12} & -S_9 & S_{10} & S_{15} & S_{16} & -S_{13} & -S_{14} \\ -S_4 & -S_3 & S_2 & S_1 & -S_8 & S_7 & -S_6 & S_5 & S_{12} & S_{11} & -S_{10} & -S_9 & S_{16} & -S_{15} & S_{14} & -S_{13} \\ -S_5 & S_6 & S_7 & S_8 & S_1 & -S_2 & -S_3 & -S_4 & S_{13} & -S_{14} & -S_{15} & -S_{16} & -S_9 & S_{10} & S_{11} & S_{12} \\ -S_6 & -S_5 & S_8 & -S_7 & S_2 & S_1 & S_4 & -S_3 & S_{14} & S_{13} & -S_{16} & S_{15} & -S_{10} & -S_9 & -S_{12} & S_{11} \\ -S_7 & -S_8 & -S_5 & S_6 & S_3 & -S_4 & S_1 & S_2 & S_{15} & S_{16} & S_{13} & -S_{14} & -S_{11} & S_{12} & -S_9 & -S_{10} \\ -S_8 & S_7 & -S_6 & -S_5 & S_4 & S_3 & -S_2 & S_1 & S_{16} & -S_{15} & S_{14} & S_{13} & -S_{12} & -S_{11} & S_{10} & -S_9 \\ -S_9 & -S_{10} & -S_{11} & -S_{12} & -S_{13} & -S_{14} & -S_{15} & -S_{16} & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & S_8 \\ -S_{10} & S_9 & S_{12} & -S_{11} & S_{14} & -S_{13} & -S_{16} & S_{15} & -S_2 & S_1 & S_4 & -S_3 & S_6 & -S_5 & -S_8 & S_7 \\ -S_{11} & -S_{12} & S_9 & S_{10} & S_{15} & S_{16} & -S_{13} & -S_{14} & -S_3 & -S_4 & S_1 & S_2 & S_7 & S_8 & -S_5 & -S_6 \\ -S_{12} & S_{11} & -S_{10} & S_9 & S_{16} & -S_{15} & S_{14} & -S_{13} & -S_4 & S_3 & -S_2 & S_1 & S_8 & -S_7 & S_6 & -S_5 \\ -S_{13} & -S_{14} & -S_{15} & -S_{16} & S_9 & S_{10} & S_{11} & S_{12} & -S_5 & -S_6 & -S_7 & -S_8 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ -S_{14} & S_{13} & -S_{16} & S_{15} & -S_{10} & S_9 & -S_{12} & S_{11} & -S_6 & S_5 & -S_8 & S_7 & -S_2 & S_1 & -S_4 & S_3 \\ -S_{15} & S_{16} & S_{13} & -S_{14} & -S_{11} & S_{12} & S_9 & -S_{10} & -S_7 & S_8 & S_5 & -S_6 & -S_3 & S_4 & S_1 & -S_2 \\ -S_{16} & -S_{15} & S_{14} & S_{13} & -S_{12} & -S_{11} & S_{10} & S_9 & -S_8 & -S_7 & S_6 & S_5 & -S_4 & -S_3 & S_2 & S_1 \\ S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* & S_5^* & S_6^* & S_7^* & S_8^* & S_9^* & S_{10}^* & S_{11}^* & S_{12}^* & S_{13}^* & S_{14}^* & S_{15}^* & S_{16}^* \\ -S_2^* & S_1^* & -S_4^* & S_3^* & -S_6^* & S_5^* & S_8^* & -S_7^* & S_{10}^* & -S_9^* & S_{12}^* & -S_{11}^* & S_{14}^* & -S_{13}^* & -S_{16}^* & S_{15}^* \\ -S_3^* & S_4^* & S_1^* & -S_2^* & -S_7^* & -S_8^* & S_5^* & S_6^* & S_{11}^* & -S_{12}^* & -S_9^* & S_{10}^* & S_{15}^* & S_{16}^* & -S_{13}^* & -S_{14}^* \\ -S_4^* & -S_3^* & S_2^* & S_1^* & -S_8^* & S_7^* & -S_6^* & S_5^* & S_{12}^* & S_{11}^* & -S_{10}^* & -S_9^* & S_{16}^* & -S_{15}^* & S_{14}^* & -S_{13}^* \\ -S_5^* & S_6^* & S_7^* & S_8^* & S_1^* & -S_2^* & -S_3^* & -S_4^* & S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{15}^* & -S_{16}^* & -S_9^* & S_{10}^* & S_{11}^* & S_{12}^* \\ -S_6^* & -S_5^* & S_8^* & -S_7^* & S_2^* & S_1^* & S_4^* & -S_3^* & S_{14}^* & S_{13}^* & -S_{16}^* & S_{15}^* & -S_{10}^* & -S_9^* & -S_{12}^* & S_{11}^* \\ -S_7^* & -S_8^* & -S_5^* & S_6^* & S_3^* & -S_4^* & S_1^* & S_2^* & S_{15}^* & S_{16}^* & S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{11}^* & S_{12}^* & -S_9^* & -S_{10}^* \\ -S_8^* & S_7^* & -S_6^* & -S_5^* & S_4^* & S_3^* & -S_2^* & S_1^* & S_{16}^* & -S_{15}^* & S_{14}^* & S_{13}^* & -S_{12}^* & -S_{11}^* & S_{10}^* & -S_9^* \\ -S_9^* & -S_{10}^* & -S_{11}^* & -S_{12}^* & -S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{15}^* & -S_{16}^* & S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* & S_5^* & S_6^* & S_7^* & S_8^* \\ -S_{10}^* & S_9^* & S_{12}^* & -S_{11}^* & S_{14}^* & -S_{13}^* & -S_{16}^* & S_{15}^* & -S_2^* & S_1^* & S_4^* & -S_3^* & S_6^* & -S_5^* & -S_8^* & S_7^* \\ -S_{11}^* & -S_{12}^* & S_9^* & S_{10}^* & S_{15}^* & S_{16}^* & -S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_3^* & -S_4^* & S_1^* & S_2^* & S_7^* & S_8^* & -S_5^* & -S_6^* \\ -S_{12}^* & S_{11}^* & -S_{10}^* & S_9^* & S_{16}^* & -S_{15}^* & S_{14}^* & -S_{13}^* & -S_4^* & S_3^* & -S_2^* & S_1^* & S_8^* & -S_7^* & S_6^* & -S_5^* \\ -S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{15}^* & -S_{16}^* & S_9^* & S_{10}^* & S_{11}^* & S_{12}^* & -S_5^* & -S_6^* & -S_7^* & -S_8^* & S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* \\ -S_{14}^* & S_{13}^* & -S_{16}^* & S_{15}^* & -S_{10}^* & S_9^* & -S_{12}^* & S_{11}^* & -S_6^* & S_5^* & -S_8^* & S_7^* & -S_2^* & S_1^* & -S_4^* & S_3^* \\ -S_{15}^* & S_{16}^* & S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{11}^* & S_{12}^* & S_9^* & -S_{10}^* & -S_7^* & S_8^* & S_5^* & -S_6^* & -S_3^* & S_4^* & S_1^* & -S_2^* \\ -S_{16}^* & -S_{15}^* & S_{14}^* & S_{13}^* & -S_{12}^* & -S_{11}^* & S_{10}^* & S_9^* & -S_8^* & -S_7^* & S_6^* & S_5^* & -S_4^* & -S_3^* & S_2^* & S_1^* \end{pmatrix}$$

Con una tasa de 1/2 ya que 16 símbolos se transmiten en 32 intervalos de tiempo. Para decodificar, el decodificador ML minimiza la decisión métrica para la decodificación de $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$ y S_{16} respectivamente dónde ξ está dada por la siguiente ecuación para $N_t = 16$.

Donde:

$$\xi = \left(-1 + 2 \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} |h_{i,j}|^2 \right)$$

Y,

$$\begin{aligned} & \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,1}^* + r_i^{(2)} h_{i,2}^* + r_i^{(3)} h_{i,3}^* + r_i^{(4)} h_{i,4}^* + r_i^{(5)} h_{i,5}^* + r_i^{(6)} h_{i,6}^* + r_i^{(7)} h_{i,7}^* \right. \right. \right. \\ & + r_i^{(8)} h_{i,8}^* + r_i^{(9)} h_{i,9}^* + r_i^{(10)} h_{i,10}^* + r_i^{(11)} h_{i,11}^* + r_i^{(12)} h_{i,12}^* + r_i^{(13)} h_{i,13}^* + r_i^{(14)} h_{i,14}^* \\ & + r_i^{(15)} h_{i,15}^* + r_i^{(16)} h_{i,16}^* + r_i^{*(17)} h_{i,1} + r_i^{*(18)} h_{i,2} + r_i^{*(19)} h_{i,3} + r_i^{*(20)} h_{i,4} \\ & + r_i^{*(21)} h_{i,5} + r_i^{*(22)} h_{i,6} + r_i^{*(23)} h_{i,7} + r_i^{*(24)} h_{i,8} + r_i^{*(25)} h_{i,9} + r_i^{*(26)} h_{i,10} \\ & \left. \left. \left. + r_i^{*(27)} h_{i,11} + r_i^{*(28)} h_{i,12} + r_i^{*(29)} h_{i,13} + r_i^{*(30)} h_{i,14} + r_i^{*(31)} h_{i,15} + r_i^{*(32)} h_{i,16} \right) \right] \right. \\ & \left. - s_1 \right|^2 + \xi |s_1|^2 \\ & \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,2}^* - r_i^{(2)} h_{i,1}^* - r_i^{(3)} h_{i,4}^* + r_i^{(4)} h_{i,3}^* - r_i^{(5)} h_{i,6}^* + r_i^{(6)} h_{i,5}^* + r_i^{(7)} h_{i,8}^* \right. \right. \right. \\ & - r_i^{(8)} h_{i,7}^* + r_i^{(9)} h_{i,10}^* - r_i^{(10)} h_{i,9}^* + r_i^{(11)} h_{i,12}^* - r_i^{(12)} h_{i,11}^* + r_i^{(13)} h_{i,14}^* - r_i^{(14)} h_{i,13}^* \\ & - r_i^{(15)} h_{i,16}^* + r_i^{(16)} h_{i,15}^* + r_i^{*(17)} h_{i,2} - r_i^{*(18)} h_{i,1} - r_i^{*(19)} h_{i,4} + r_i^{*(20)} h_{i,3} \\ & - r_i^{*(21)} h_{i,6} + r_i^{*(22)} h_{i,5} + r_i^{*(23)} h_{i,8} - r_i^{*(24)} h_{i,7} + r_i^{*(25)} h_{i,10} - r_i^{*(26)} h_{i,9} \\ & \left. \left. \left. + r_i^{*(27)} h_{i,12} - r_i^{*(28)} h_{i,11} + r_i^{*(29)} h_{i,14} - r_i^{*(30)} h_{i,13} - r_i^{*(31)} h_{i,16} + r_i^{*(32)} h_{i,15} \right) \right] \right. \\ & \left. - s_2 \right|^2 + \xi |s_2|^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,3}^* + r_i^{(2)} h_{i,4}^* - r_i^{(3)} h_{i,1}^* - r_i^{(4)} h_{i,2}^* - r_i^{(5)} h_{i,7}^* - r_i^{(6)} h_{i,8}^* + r_i^{(7)} h_{i,5}^* \right. \right. \right. \\
& + r_i^{(8)} h_{i,6}^* + r_i^{(9)} h_{i,11}^* - r_i^{(10)} h_{i,12}^* - h_{i,9}^* + r_i^{(12)} h_{i,10}^* + r_i^{(13)} h_{i,15}^* + r_i^{(14)} h_{i,16}^* \\
& - r_i^{(15)} h_{i,13}^* - r_i^{(16)} h_{i,14}^* + r_i^{*(17)} h_{i,1}^* + r_i^{*(18)} h_{i,2}^* - r_i^{*(19)} h_{i,3}^* - r_i^{*(20)} h_{i,4}^* \\
& - r_i^{*(21)} h_{i,5}^* - r_i^{*(22)} h_{i,6}^* + r_i^{*(23)} h_{i,7}^* + r_i^{*(24)} h_{i,8}^* + r_i^{*(25)} h_{i,9}^* - r_i^{*(26)} h_{i,10}^* \\
& \left. \left. \left. - r_i^{*(27)} h_{i,11}^* + r_i^{*(28)} h_{i,12}^* + r_i^{*(29)} h_{i,13}^* + r_i^{*(30)} h_{i,14}^* - r_i^{*(31)} h_{i,15}^* - r_i^{*(32)} h_{i,16}^* \right) \right] \right. \\
& \left. - s_3 \right|^2 + \xi |s_3|^2 \\
& \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,4}^* - r_i^{(2)} h_{i,3}^* + r_i^{(3)} h_{i,2}^* - r_i^{(4)} h_{i,1}^* - r_i^{(5)} h_{i,8}^* + r_i^{(6)} h_{i,7}^* - r_i^{(7)} h_{i,6}^* \right. \right. \right. \\
& + r_i^{(8)} h_{i,5}^* + r_i^{(9)} h_{i,12}^* + r_i^{(10)} h_{i,11}^* - r_i^{(11)} h_{i,10}^* - r_i^{(12)} h_{i,9}^* + r_i^{(13)} h_{i,16}^* - r_i^{(14)} h_{i,15}^* \\
& + r_i^{(15)} h_{i,14}^* - r_i^{(16)} h_{i,13}^* + r_i^{*(17)} h_{i,4}^* - r_i^{*(18)} h_{i,3}^* + r_i^{*(19)} h_{i,2}^* - r_i^{*(20)} h_{i,1}^* \\
& - r_i^{*(21)} h_{i,8}^* + r_i^{*(22)} h_{i,7}^* - r_i^{*(23)} h_{i,6}^* + r_i^{*(24)} h_{i,5}^* + r_i^{*(25)} h_{i,12}^* + r_i^{*(26)} h_{i,11}^* \\
& \left. \left. \left. - r_i^{*(27)} h_{i,10}^* - r_i^{*(28)} h_{i,9}^* + r_i^{*(29)} h_{i,16}^* - r_i^{*(30)} h_{i,15}^* + r_i^{*(31)} h_{i,14}^* - r_i^{*(32)} h_{i,13}^* \right) \right] \right. \\
& \left. - s_4 \right|^2 + \xi |s_4|^2 \\
& \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,5}^* + r_i^{(2)} h_{i,6}^* + r_i^{(3)} h_{i,7}^* + r_i^{(4)} h_{i,8}^* - r_i^{(5)} h_{i,1}^* - r_i^{(6)} h_{i,2}^* - r_i^{(7)} h_{i,3}^* \right. \right. \right. \\
& - r_i^{(8)} h_{i,4}^* + r_i^{(9)} h_{i,13}^* - r_i^{(10)} h_{i,14}^* - r_i^{(11)} h_{i,15}^* - r_i^{(12)} h_{i,16}^* - r_i^{(13)} h_{i,9}^* + r_i^{(14)} h_{i,10}^* \\
& + r_i^{(15)} h_{i,11}^* + r_i^{(16)} h_{i,12}^* + r_i^{*(17)} h_{i,5}^* + r_i^{*(18)} h_{i,6}^* + r_i^{*(19)} h_{i,7}^* + r_i^{*(20)} h_{i,8}^* \\
& - r_i^{*(21)} h_{i,1}^* - r_i^{*(22)} h_{i,2}^* - r_i^{*(23)} h_{i,3}^* - r_i^{*(24)} h_{i,4}^* + r_i^{*(25)} h_{i,13}^* - r_i^{*(26)} h_{i,14}^* \\
& \left. \left. \left. - r_i^{*(27)} h_{i,15}^* - r_i^{*(28)} h_{i,16}^* - r_i^{*(29)} h_{i,9}^* + r_i^{*(30)} h_{i,10}^* + r_i^{*(31)} h_{i,11}^* + r_i^{*(32)} h_{i,12}^* \right) \right] \right. \\
& \left. - s_5 \right|^2 + \xi |s_5|^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,6}^* - r_i^{(2)} h_{i,5}^* + r_i^{(3)} h_{i,8}^* - r_i^{(4)} h_{i,7}^* + r_i^{(5)} h_{i,2}^* - r_i^{(6)} h_{i,1}^* + r_i^{(7)} h_{i,4}^* \right. \right. \right. \\
& - r_i^{(8)} h_{i,3}^* + r_i^{(9)} h_{i,14}^* + r_i^{(10)} h_{i,13}^* - r_i^{(11)} h_{i,16}^* + r_i^{(12)} h_{i,15}^* - r_i^{(13)} h_{i,10}^* - r_i^{(14)} h_{i,9}^* \\
& - r_i^{(15)} h_{i,12}^* + r_i^{(16)} h_{i,11}^* + r_i^{(17)} h_{i,6}^* - r_i^{(18)} h_{i,5}^* + r_i^{(19)} h_{i,8}^* - r_i^{(20)} h_{i,7}^* \\
& + r_i^{(21)} h_{i,2}^* - r_i^{(22)} h_{i,1}^* + r_i^{(23)} h_{i,4}^* - r_i^{(24)} h_{i,3}^* + r_i^{(25)} h_{i,14}^* + r_i^{(26)} h_{i,13}^* \\
& \left. \left. \left. - r_i^{(27)} h_{i,16}^* + r_i^{(28)} h_{i,15}^* - r_i^{(29)} h_{i,10}^* - r_i^{(30)} h_{i,9}^* - r_i^{(31)} h_{i,12}^* + r_i^{(32)} h_{i,11}^* \right) \right] \right. \\
& \left. - s_6 \right]^2 + \xi |s_6|^2 \\
& \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,7}^* - r_i^{(2)} h_{i,8}^* - r_i^{(3)} h_{i,5}^* + r_i^{(4)} h_{i,6}^* + r_i^{(5)} h_{i,3}^* - r_i^{(6)} h_{i,4}^* - r_i^{(7)} h_{i,1}^* \right. \right. \right. \\
& + r_i^{(8)} h_{i,2}^* + r_i^{(9)} h_{i,15}^* + r_i^{(10)} h_{i,16}^* + r_i^{(11)} h_{i,13}^* - r_i^{(12)} h_{i,14}^* - r_i^{(13)} h_{i,11}^* \\
& + r_i^{(14)} h_{i,12}^* - r_i^{(15)} h_{i,9}^* - r_i^{(16)} h_{i,10}^* + r_i^{(17)} h_{i,7}^* - r_i^{(18)} h_{i,8}^* - r_i^{(19)} h_{i,5}^* \\
& + r_i^{(20)} h_{i,6}^* + r_i^{(21)} h_{i,3}^* - r_i^{(22)} h_{i,4}^* - r_i^{(23)} h_{i,1}^* + r_i^{(24)} h_{i,2}^* + r_i^{(25)} h_{i,15}^* \\
& + r_i^{(26)} h_{i,16}^* + r_i^{(27)} h_{i,13}^* - r_i^{(28)} h_{i,14}^* - r_i^{(29)} h_{i,11}^* + r_i^{(30)} h_{i,12}^* - r_i^{(31)} h_{i,9}^* \\
& \left. \left. \left. - r_i^{(32)} h_{i,10}^* \right) \right] - s_7 \right]^2 + \xi |s_7|^2 \\
& \left[\left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,8}^* + r_i^{(2)} h_{i,7}^* - r_i^{(3)} h_{i,6}^* - r_i^{(4)} h_{i,5}^* + r_i^{(5)} h_{i,4}^* + r_i^{(6)} h_{i,3}^* - r_i^{(7)} h_{i,2}^* \right. \right. \right. \\
& - r_i^{(8)} h_{i,1}^* + r_i^{(9)} h_{i,16}^* - r_i^{(10)} h_{i,15}^* + r_i^{(11)} h_{i,14}^* + r_i^{(12)} h_{i,13}^* - r_i^{(13)} h_{i,12}^* \\
& - r_i^{(14)} h_{i,11}^* + r_i^{(15)} h_{i,10}^* - r_i^{(16)} h_{i,9}^* + r_i^{(17)} h_{i,8}^* + r_i^{(18)} h_{i,7}^* - r_i^{(19)} h_{i,6}^* \\
& - r_i^{(20)} h_{i,5}^* + r_i^{(21)} h_{i,4}^* + r_i^{(22)} h_{i,3}^* - r_i^{(23)} h_{i,2}^* - r_i^{(24)} h_{i,1}^* + r_i^{(25)} h_{i,16}^* \\
& - r_i^{(26)} h_{i,15}^* + r_i^{(27)} h_{i,14}^* + r_i^{(28)} h_{i,13}^* - r_i^{(29)} h_{i,12}^* - r_i^{(30)} h_{i,11}^* + r_i^{(31)} h_{i,10}^* \\
& \left. \left. \left. - r_i^{(32)} h_{i,9}^* \right) \right] - s_8 \right]^2 + \xi |s_8|^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,9}^* - r_i^{(2)} h_{i,10}^* - r_i^{(3)} h_{i,11}^* - r_i^{(4)} h_{i,12}^* - r_i^{(5)} h_{i,13}^* - r_i^{(6)} h_{i,14}^* - r_i^{(7)} h_{i,15}^* \right. \right. \right. \\
& - r_i^{(8)} h_{i,16}^* - r_i^{(9)} h_{i,1}^* + r_i^{(10)} h_{i,2}^* + r_i^{(11)} h_{i,3}^* + r_i^{(12)} h_{i,4}^* + r_i^{(13)} h_{i,5}^* + r_i^{(14)} h_{i,6}^* \\
& + r_i^{(15)} h_{i,7}^* + r_i^{(16)} h_{i,8}^* + r_i^{*(17)} h_{i,9} - r_i^{*(18)} h_{i,10} - r_i^{*(19)} h_{i,11} - r_i^{*(20)} h_{i,12} \\
& - r_i^{*(21)} h_{i,13} - r_i^{*(22)} h_{i,14} - r_i^{*(23)} h_{i,15} - r_i^{*(24)} h_{i,16} - r_i^{*(25)} h_{i,1} + r_i^{*(26)} h_{i,2} \\
& \left. \left. \left. + r_i^{*(27)} h_{i,3} + r_i^{*(28)} h_{i,4} + r_i^{*(29)} h_{i,5} + r_i^{*(30)} h_{i,6} + r_i^{*(31)} h_{i,7} + r_i^{*(32)} h_{i,8} \right) \right] - s_9 \right|^2 \\
& + \xi |s_9|^2 \\
& \left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,10}^* + r_i^{(2)} h_{i,9}^* + r_i^{(3)} h_{i,12}^* - r_i^{(4)} h_{i,11}^* + r_i^{(5)} h_{i,14}^* - r_i^{(6)} h_{i,13}^* - r_i^{(7)} h_{i,16}^* \right. \right. \right. \\
& + r_i^{(8)} h_{i,15}^* - r_i^{(9)} h_{i,2}^* - r_i^{(10)} h_{i,1}^* + r_i^{(11)} h_{i,4}^* - r_i^{(12)} h_{i,3}^* + r_i^{(13)} h_{i,6}^* - r_i^{(14)} h_{i,5}^* \\
& - r_i^{(15)} h_{i,8}^* + r_i^{(16)} h_{i,7}^* + r_i^{*(17)} h_{i,10} + r_i^{*(18)} h_{i,9} + r_i^{*(19)} h_{i,12} - r_i^{*(20)} h_{i,11} \\
& + r_i^{*(21)} h_{i,14} - r_i^{*(22)} h_{i,13} - r_i^{*(23)} h_{i,16} + r_i^{*(24)} h_{i,15} - r_i^{*(25)} h_{i,2} - r_i^{*(26)} h_{i,1} \\
& \left. \left. \left. + r_i^{*(27)} h_{i,4} - r_i^{*(28)} h_{i,3} + r_i^{*(29)} h_{i,6} - r_i^{*(30)} h_{i,5} - r_i^{*(31)} h_{i,8} + r_i^{*(32)} h_{i,7} \right) \right] \right|^2 \\
& - s_{10} \left| \right|^2 + \xi |s_{10}|^2 \\
& \left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,11}^* - r_i^{(2)} h_{i,12}^* + r_i^{(3)} h_{i,9}^* + r_i^{(4)} h_{i,10}^* + r_i^{(5)} h_{i,15}^* + r_i^{(6)} h_{i,16}^* - r_i^{(7)} h_{i,13}^* \right. \right. \right. \\
& - r_i^{(8)} h_{i,14}^* - r_i^{(9)} h_{i,3}^* - r_i^{(10)} h_{i,4}^* - r_i^{(11)} h_{i,1}^* + r_i^{(12)} h_{i,2}^* + r_i^{(13)} h_{i,7}^* + r_i^{(14)} h_{i,8}^* \\
& - r_i^{(15)} h_{i,15}^* - r_i^{(16)} h_{i,16}^* + r_i^{*(17)} h_{i,11} - r_i^{*(18)} h_{i,12} + r_i^{*(19)} h_{i,9} + r_i^{*(20)} h_{i,10} \\
& + r_i^{*(21)} h_{i,15} + r_i^{*(22)} h_{i,16} - r_i^{*(23)} h_{i,13} - r_i^{*(24)} h_{i,14} - r_i^{*(25)} h_{i,3} - r_i^{*(26)} h_{i,4} \\
& \left. \left. \left. - r_i^{*(27)} h_{i,1} + r_i^{*(28)} h_{i,2} + r_i^{*(29)} h_{i,7} + r_i^{*(30)} h_{i,8} - r_i^{*(31)} h_{i,5} - r_i^{*(32)} h_{i,6} \right) \right] \right|^2 \\
& - s_{11} \left| \right|^2 + \xi |s_{11}|^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,12}^* + r_i^{(2)} h_{i,11}^* - r_i^{(3)} h_{i,10}^* + r_i^{(4)} h_{i,9}^* + r_i^{(5)} h_{i,16}^* - r_i^{(6)} h_{i,15}^* + r_i^{(7)} h_{i,14}^* \right. \right. \\
& \quad - r_i^{(8)} h_{i,13}^* - r_i^{(9)} h_{i,4}^* + r_i^{(10)} h_{i,3}^* - r_i^{(11)} h_{i,2}^* - r_i^{(12)} h_{i,1}^* + r_i^{(13)} h_{i,8}^* - r_i^{(14)} h_{i,7}^* \\
& \quad + r_i^{(15)} h_{i,6}^* - r_i^{(16)} h_{i,5}^* + r_i^{*(17)} h_{i,12} + r_i^{*(18)} h_{i,11} - r_i^{*(19)} h_{i,10} + r_i^{*(20)} h_{i,9} \\
& \quad + r_i^{*(21)} h_{i,16} - r_i^{*(22)} h_{i,15} + r_i^{*(23)} h_{i,14} - r_i^{*(24)} h_{i,13} - r_i^{*(25)} h_{i,4} + r_i^{*(26)} h_{i,3} \\
& \quad \left. \left. - r_i^{*(27)} h_{i,2} - r_i^{*(28)} h_{i,1} + r_i^{*(29)} h_{i,8} - r_i^{*(30)} h_{i,7} + r_i^{*(31)} h_{i,6} - r_i^{*(32)} h_{i,5} \right) \right] \\
& - s_{12} \left| \phantom{\sum_{i=1}^{N_r}} \right|^2 + \xi |s_{12}|^2 \\
& \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,13}^* - r_i^{(2)} h_{i,14}^* - r_i^{(3)} h_{i,15}^* - r_i^{(4)} h_{i,16}^* + r_i^{(5)} h_{i,9}^* + r_i^{(6)} h_{i,10}^* + r_i^{(7)} h_{i,11}^* \right. \right. \\
& \quad + r_i^{(8)} h_{i,12}^* - r_i^{(9)} h_{i,5}^* - r_i^{(10)} h_{i,6}^* - r_i^{(11)} h_{i,7}^* - r_i^{(12)} h_{i,8}^* - r_i^{(13)} h_{i,1}^* + r_i^{(14)} h_{i,2}^* \\
& \quad + r_i^{(15)} h_{i,3}^* + r_i^{(16)} h_{i,4}^* + r_i^{*(17)} h_{i,13} - r_i^{*(18)} h_{i,14} - r_i^{*(19)} h_{i,15} - r_i^{*(20)} h_{i,16} \\
& \quad + r_i^{*(21)} h_{i,9} + r_i^{*(22)} h_{i,10} + r_i^{*(23)} h_{i,11} + r_i^{*(24)} h_{i,12} - r_i^{*(25)} h_{i,5} - r_i^{*(26)} h_{i,6} \\
& \quad \left. \left. - r_i^{*(27)} h_{i,7} - r_i^{*(28)} h_{i,8} - r_i^{*(29)} h_{i,1} + r_i^{*(30)} h_{i,2} + r_i^{*(31)} h_{i,3} + r_i^{*(32)} h_{i,4} \right) \right] \\
& - s_{13} \left| \phantom{\sum_{i=1}^{N_r}} \right|^2 + \xi |s_{13}|^2 \\
& \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,14}^* + r_i^{(2)} h_{i,13}^* - r_i^{(3)} h_{i,16}^* + r_i^{(4)} h_{i,15}^* - r_i^{(5)} h_{i,10}^* + r_i^{(6)} h_{i,9}^* - r_i^{(7)} h_{i,12}^* \right. \right. \\
& \quad + r_i^{(8)} h_{i,11}^* - r_i^{(9)} h_{i,6}^* + r_i^{(10)} h_{i,5}^* - r_i^{(11)} h_{i,8}^* + r_i^{(12)} h_{i,7}^* - r_i^{(13)} h_{i,2}^* - r_i^{(14)} h_{i,1}^* \\
& \quad - r_i^{(15)} h_{i,4}^* + r_i^{(16)} h_{i,3}^* + r_i^{*(17)} h_{i,14} + r_i^{*(18)} h_{i,13} - r_i^{*(19)} h_{i,16} + r_i^{*(20)} h_{i,15} \\
& \quad - r_i^{*(21)} h_{i,10} + r_i^{*(22)} h_{i,9} - r_i^{*(23)} h_{i,12} + r_i^{*(24)} h_{i,11} - r_i^{*(25)} h_{i,6} + r_i^{*(26)} h_{i,5} \\
& \quad \left. \left. - r_i^{*(27)} h_{i,8} + r_i^{*(28)} h_{i,7} - r_i^{*(29)} h_{i,2} - r_i^{*(30)} h_{i,1} - r_i^{*(31)} h_{i,4} + r_i^{*(32)} h_{i,3} \right) \right] \\
& - s_{14} \left| \phantom{\sum_{i=1}^{N_r}} \right|^2 + \xi |s_{14}|^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,15}^* + r_i^{(2)} h_{i,16}^* + r_i^{(3)} h_{i,13}^* - r_i^{(4)} h_{i,14}^* - r_i^{(5)} h_{i,11}^* + r_i^{(6)} h_{i,12}^* + r_i^{(7)} h_{i,9}^* \right. \right. \\
& \quad - r_i^{(8)} h_{i,10}^* - r_i^{(9)} h_{i,7}^* + r_i^{(10)} h_{i,8}^* + r_i^{(11)} h_{i,5}^* - r_i^{(12)} h_{i,6}^* - r_i^{(13)} h_{i,3}^* + r_i^{(14)} h_{i,4}^* \\
& \quad - r_i^{(15)} h_{i,1}^* - r_i^{(16)} h_{i,2}^* + r_i^{*(17)} h_{i,15} + r_i^{*(18)} h_{i,16} + r_i^{*(19)} h_{i,13} - r_i^{*(20)} h_{i,14} \\
& \quad - r_i^{*(21)} h_{i,11} + r_i^{*(22)} h_{i,12} + r_i^{*(23)} h_{i,9} - r_i^{*(24)} h_{i,10} - r_i^{*(25)} h_{i,7} + r_i^{*(26)} h_{i,8} \\
& \quad \left. \left. + r_i^{*(27)} h_{i,5} - r_i^{*(28)} h_{i,6} - r_i^{*(29)} h_{i,3} + r_i^{*(30)} h_{i,4} - r_i^{*(31)} h_{i,1} - r_i^{*(32)} h_{i,2} \right) \right] \\
& - s_{15} \left| \begin{array}{c} 2 \\ + \xi |s_{15}|^2 \end{array} \right|^2 \\
& \left[\sum_{i=1}^{N_r} \left(r_i^{(1)} h_{i,16}^* - r_i^{(2)} h_{i,15}^* + r_i^{(3)} h_{i,14}^* + r_i^{(4)} h_{i,13}^* - r_i^{(5)} h_{i,12}^* - r_i^{(6)} h_{i,11}^* + r_i^{(7)} h_{i,10}^* \right. \right. \\
& \quad + r_i^{(8)} h_{i,9}^* - r_i^{(9)} h_{i,8}^* - r_i^{(10)} h_{i,7}^* + r_i^{(11)} h_{i,6}^* + r_i^{(12)} h_{i,5}^* - r_i^{(13)} h_{i,4}^* - r_i^{(14)} h_{i,3}^* \\
& \quad + r_i^{(15)} h_{i,2}^* - r_i^{(16)} h_{i,1}^* + r_i^{*(17)} h_{i,16} - r_i^{*(18)} h_{i,15} + r_i^{*(19)} h_{i,14} + r_i^{*(20)} h_{i,13} \\
& \quad - r_i^{*(21)} h_{i,12} - r_i^{*(22)} h_{i,11} + r_i^{*(23)} h_{i,10} + r_i^{*(24)} h_{i,9} - r_i^{*(25)} h_{i,8} - r_i^{*(26)} h_{i,7} \\
& \quad \left. \left. + r_i^{*(27)} h_{i,6} + r_i^{*(28)} h_{i,5} - r_i^{*(29)} h_{i,4} - r_i^{*(30)} h_{i,3} + r_i^{*(31)} h_{i,2} - r_i^{*(32)} h_{i,1} \right) \right] \\
& - s_{16} \left| \begin{array}{c} 2 \\ + \xi |s_{16}|^2 \end{array} \right|^2
\end{aligned}$$

Una vez se verifica que la estructura con tensores funciona en el esquema de ocho antenas transmisoras y receptoras, se procede a incrementar el número de antenas donde se simuló el esquema de 16 antenas transmisoras y 16 receptoras. El resultado obtenido para el modelo convencional se presenta a continuación (corresponde a la línea morada de la Figura 18.). De igual forma se puede apreciar el resultado del esquema implementado con el modelo tensorial propuesto (Corresponde a la línea azul claro de la Figura 18.), donde se observa la relación entre la tasa de error de bit contra la relación señal a ruido.

Este esquema requirió mayor programación y complejidad computacional debido al incremento en la complejidad de las ecuaciones y estructuras tanto de transmisión como de recepción.

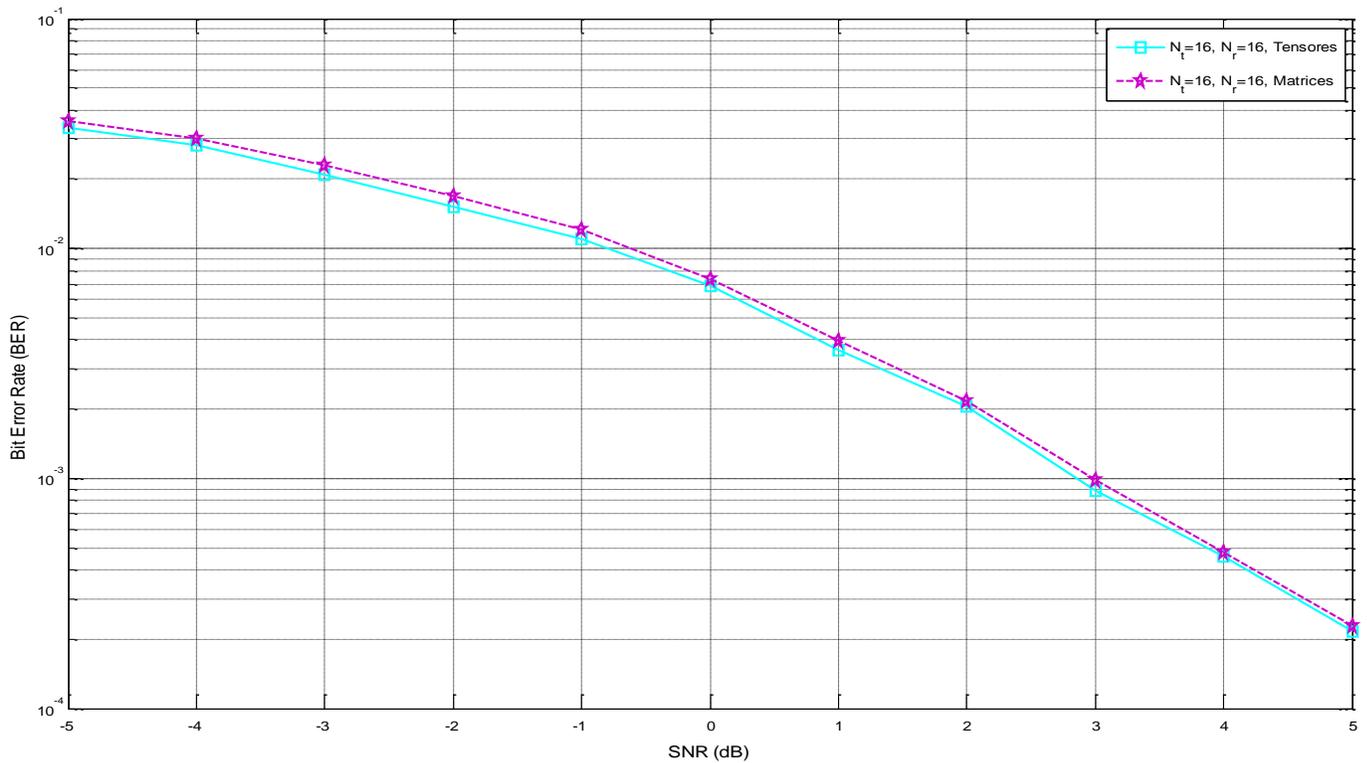


Figura 18: Esquema MIMO G_{16} Matricial y tensorial

Al comparar los dos resultados de la Figura 18. Se verifica que el rendimiento en cuanto a tasa de error de bits es aproximadamente igual al ser implementado bajo un esquema convencional o la estructura tensorial propuesta. En esta grafica se observa un rendimiento inesperado o que no sigue la lógica que se venía trabajando pues la tasa de error de bit no desciende paulatinamente con el incremento de la relación señal a ruido, sino que lo hace de forma muy lenta y a la altura de una SNR de 5 el resultado obtenido escasamente alcanza un valor próximo a $1 \cdot 10^{-4}$, esto se debe a que el aumento del tamaño de la matriz aun cuando se trabaja con datos de coma flotante de 16 bits no proporciona la suficiente precisión al momento de realizar las operaciones, lo que ocasiona saturación en la simulación, para minimizar este problema se puede trabajar con datos de coma flotante de 32 bits en un simulador de mayor robustez y precisión. Verificado en Wu, D et al (2007).

De esta manera, se ha definido una estructura tensorial cuya adecuación de la información a transmitir brinda la posibilidad de incluir un número mayor de variables a ser consideradas durante la transmisión de la información y que puede ser utilizada en trabajos futuros. El aumento del número de antenas transmisoras y receptoras mejora el rendimiento de los sistemas en gran medida, ya que esto permite tener más bits de redundancia en el proceso de codificación del lado del transmisor (excepto en el caso del esquema de 16×16). Esto se logra a costa del incremento en la complejidad computacional con el número de operaciones que tiene que realizarse para su precodificación y decodificación.

Capítulo 4

OPTIMIZACIÓN DEL MODELO TENSORIAL PROPUESTO CON SVD

La descomposición de valores singulares (SVD) es una factorización matricial que se utiliza en una variedad de áreas para el procesamiento de imágenes. En este capítulo se hará uso de este concepto y su filosofía para realizar la optimización de los sistemas tensoriales mediante la selección y utilización de los mejores canales de transmisión para lograr un mayor rendimiento en los esquemas a costa del aumento en la complejidad computacional y un retraso temporal en la respuesta del sistema.

4.1 TEORÍA SVD

La descomposición de valores singulares es una factorización matricial que se utiliza en el procesamiento de imágenes en áreas tales como restauración, reducción de nivel de ruido, tomografías computarizadas y la transmisión oculta de imágenes digitales. Debido a que la reducción numérica de matrices grandes produce con frecuencia un rango equivocado por la acumulación de errores de redondeo, SVD cuenta entre sus beneficios con la estimación más fiable del rango de una matriz lo que evita que los valores singulares que son muy pequeños y deberían ser cero se amplifiquen e introduzcan errores al sistema. A continuación se expone matemáticamente la teoría de SVD y la forma en que fue aplicada en esta investigación (Verdoy, J. 2009)

Descomposición en valores singulares: sea $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$, una matriz de valores complejos de rango R. Entonces, la Descomposición en valores singulares (SVD) de X está dado por:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T$$

Donde $\mathbf{U} = [u^{(1)}, \dots, u^R]$ es una matriz unitaria $N_t \times N_t$ $\mathbf{U}\mathbf{U}^T = \mathbf{I}_R$, $\mathbf{V} = [V^{(1)*}, \dots, V^{R*}]$ es una matriz unitaria $N_r \times N_r$ $\mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{I}_R$ y $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma^{(1)}, \dots, \sigma^R)$ es una matriz diagonal $R \times R$.

Considerando la notación de factores paralelos, la Descomposición en valores singulares (SVD) de \mathbf{X} puede escribirse usando la misma notación. Como una sumatoria de los productos exteriores ponderados de los vectores propios de entrada y salida de \mathbf{X} como se muestra a continuación:

$$\mathbf{X} = \sum_r^R \mathbf{X}^{(r)} = \sum_{r=1}^R \sigma^{(r)} \cdot (\mathbf{u}^{(r)} \circ \mathbf{V}^{(r)})$$

SVD descompone una matriz \mathbf{X} rango R en una suma de R matrices de rango uno, donde \mathbf{X} es una matriz cuadrada. Cada uno de estas matrices de rango uno representa un elemento de

base del subespacio generado por la matriz \mathbf{X} , que se pondera por los valores singulares $\sigma^{(1)}, \dots, \sigma^{(R)}$.

Si \mathbf{X} es una matriz de $N_t * N_r$, los valores singulares de \mathbf{X} son las raíces cuadradas de los autovalores de $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$, y se denotan mediante $\sigma^{(1)}, \dots, \sigma^{(R)}$. Es una convención ordenar los valores singulares de modo que $\sigma^{(1)} \geq \sigma^{(2)} \geq \dots \geq \sigma^{(R)}$. Los autovalores de $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ son reales no negativos, ya que para cualquier autovalor u , se tiene que

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u}$$

Si se multiplica a ambos lados por \mathbf{u}^T , se obtiene la igualdad

$$\mathbf{u}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u}$$

Que indica que $\|\mathbf{X} \mathbf{u}\|^2 = \lambda \|\mathbf{u}\|^2$, por tanto $\lambda \geq 0$. Luego, tiene sentido tomar las $\sqrt{\lambda_i}$ si $\lambda_i, i = 1, \dots, n$, son los valores de $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ (Demmel, J. 1997).

De esta forma, si se tiene una matriz \mathbf{X} de valores complejos de $N_t = N_r = 2$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

La matriz $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(a+c) & c(a+c) \\ b(b+d) & d(b+d) \end{pmatrix}$$

Ahora se tiene que:

$$|\mathbf{X}^T \mathbf{X} - \lambda \mathbf{I}| = 0$$

$$\left| \begin{pmatrix} a(a+c) & c(a+c) \\ b(b+d) & d(b+d) \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{pmatrix} a(a+c) - \lambda & c(a+c) \\ b(b+d) & d(b+d) - \lambda \end{pmatrix} \right| = 0$$

Su determinante es:

$$D = (a(a + c) - \lambda)(d(b + d) - \lambda) - (b(b + d))(c(a + c)) = 0$$

$$D = 4\lambda^2 - 2m\lambda + n = 0$$

Donde $m = (a^2 + d^2 + ac + bd)$ y $n = (a^2db + a^2d^2 + acd^2) - (b^2ca + b^2c^2 + bdc^2)$

Los valores singulares de la matriz \mathbf{X} serán la raíz cuadrada de los autovalores hallados a través del determinante D mediante las soluciones de la ecuación. Y esto hará evidente que los valores singulares de una matriz son mayores en cuanto los elementos de la matriz también lo sean.

4.1.1 Optimización del modelo con SVD

En el caso específico de esta investigación, para realizar la optimización de los esquemas tensoriales que representan estructuras MIMO de 2x2, 4x4 y 8x8, mediante el método de descomposición de valores singulares (SVD), se utilizó la conclusión anterior eligiendo el máximo valor contenido en cada columna de la matriz de canal ya que el hecho de tener un mayor valor singular garantiza un mejor rendimiento en el esquema, debido a que se hará uso de los subcanales con las mejores características en cuanto a la distorsión que adiciona a las señales (Da Silva, I. 2009).

Los valores singulares obtenidos se reorganizan en una matriz diagonal y se multiplican por la matriz de símbolos a transmitir como lo muestra la figura 2.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \\ \vdots \\ x^{(N_t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma^{(1)} & & & \\ & \sigma^{(2)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma^{(N_t)} \end{bmatrix}$$

Figura 19. Matriz a transmitir con SVD

Para garantizar que todos los símbolos de la matriz sean transmitidos se necesita igual número de iteraciones como antenas de transmisión presentes en el esquema, así un esquema

de $N_t * N_r$ donde $N_t = N_r$ requiere N_t iteraciones para transmitir la totalidad de datos contenidos en la matriz, ya que el número de subcanales es igual al número de antenas transmisoras (N_t) en todos los casos, lo que genera un retraso de $(N_t - 1)$ iteraciones con respecto al esquema que hace uso de todos los subcanales de la matriz de canal, pero a cambio de esto se obtiene un mejor rendimiento en la relación señal a ruido del sistema que es lo que se busca con esta investigación..

4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se realizara el análisis de los resultados obtenidos al comparar el esquema tensorial propuesto inicialmente con el optimizado a través de SVD, con el objetivo de medir el rendimiento de cada uno de los sistemas.

Como primera medida se muestra el resultado obtenido con \mathbf{G}_2 , comparando el rendimiento del esquema de forma tensorial y de forma optimizada con la aplicación de la teoría de SVD expuesta anteriormente, lo que se aprecia en la Figura 20.

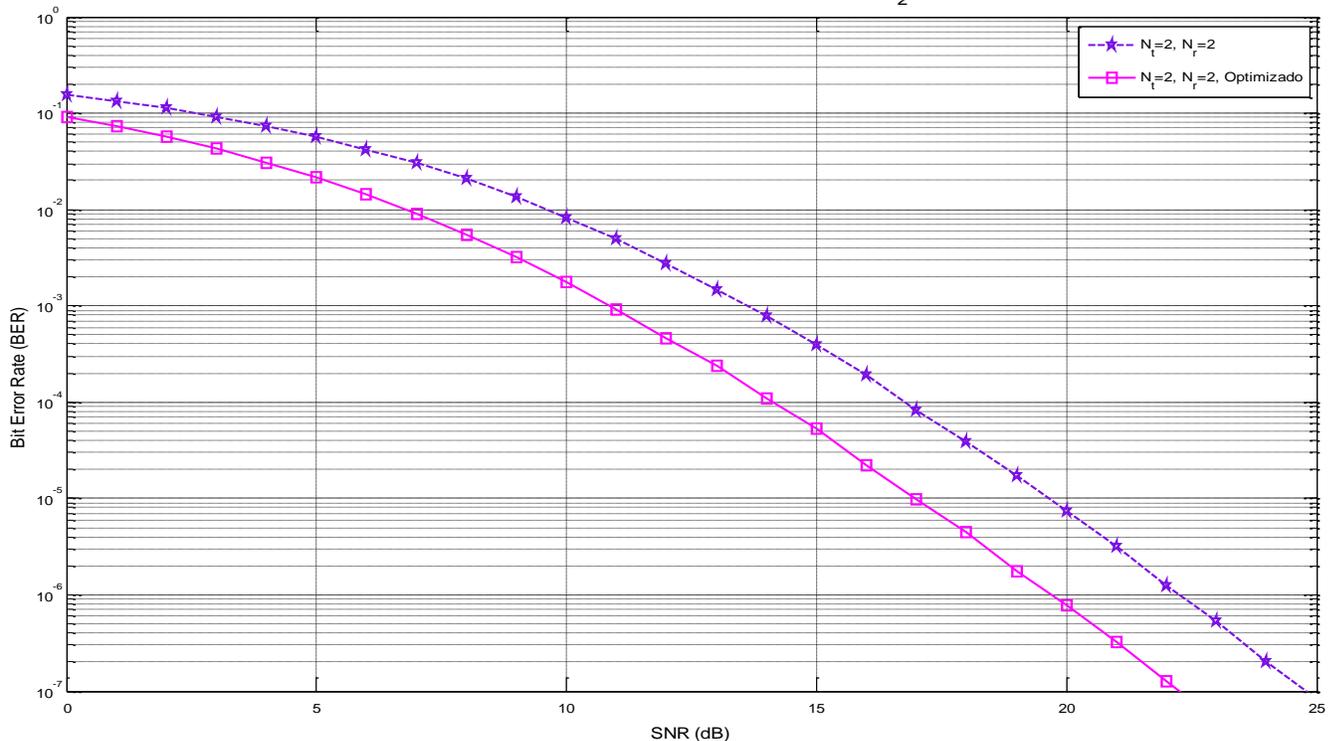


Figura 20: Comparación de Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_2 con y sin optimización

Para hacer un análisis más profundo, la Tabla 1 muestra los valores numéricos de BER exactos para cada valor de SNR en el esquema G_2 con y sin optimización, donde claramente se aprecia el mejoramiento del rendimiento en cuanto a la tasa de error de bit y la disminución de la relación señal a ruido necesaria para obtener dichos resultados.

Tabla 1: Resultados simulación Esquema MIMO tensorial G_2 con y sin optimización

SNR	BER Normal	BER Optimizado
0	0.1556208333333333	0.091903888888889
1	0.133546666666667	0.073687222222222
2	0.112073333333333	0.057139444444444
3	0.092262222222222	0.042770555555556
4	0.073268055555556	0.030947222222222
5	0.056728055555556	0.021505
6	0.042131388888889	0.01425
7	0.030194444444444	0.009078055555556
8	0.020695555555556	0.005491666666667
9	0.01346	0.003165833333333
10	0.008306666666667	0.001758333333333
11	0.004927222222222	9.25277777777778E-4
12	0.002744722222222	4.54444444444444E-4
13	0.001478333333333	2.42222222222222E-4
14	7.79722222222222E-4	1.07777777777778E-4
15	3.95E-4	5.38888888888889E-5
16	1.91944444444444E-4	2.22222222222222E-5
17	8.24444444444444E-5	9.65277777777777E-6
18	3.88888888888889E-5	4.53148148148148E-6
19	1.73611111111111E-5	1.73611111111111E-6
20	7.38888888888889E-6	7.716049382716049E-7
21	3.18888888888889E-6	3.229974160206719E-7
22	1.226608187134503E-6	1.269723691945914E-7
23	5.344907407407407E-7	5.157271241830065E-8
24	2.013541666666667E-7	-
25	8.468834688346883E-8	-

En la figura 20. Y la Tabla 1. Se puede observar que con la adición de la teoría de SVD el esquema \mathbf{G}_2 mejoro su rendimiento reduciendo en un 12% la SNR (Línea magenta) comparado con el esquema tensorial propuesto inicialmente (Línea morada), esto hace que los servicios de comunicaciones puedan ser brindados a los usuarios con mayor calidad y menor requerimiento de potencia.

Posteriormente, después de obtener buenos resultados en \mathbf{G}_2 se procede a realizar el análisis para \mathbf{G}_4 , comparando el rendimiento del esquema de forma tensorial y de forma optimizada con la aplicación de la teoría de SVD, lo que se aprecia en la Figura 21.

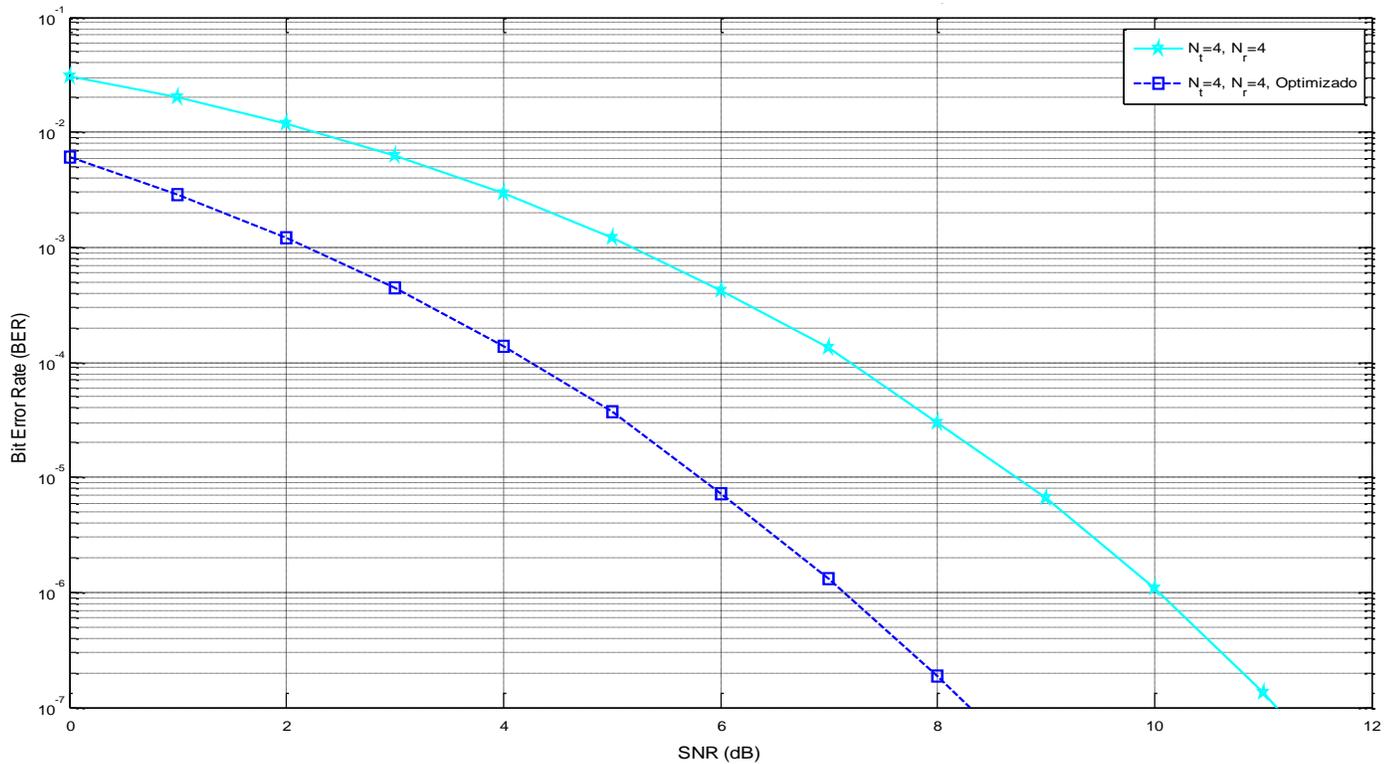


Figura 21: Comparación de Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_4 con y sin optimización

De igual forma para hacer un análisis más profundo, la Tabla 2 muestra los valores numéricos de BER exactos para cada valor de SNR en el esquema \mathbf{G}_4 con y sin optimización, donde claramente se aprecia el mejoramiento del rendimiento en cuanto a la tasa de error de bit y la disminución de la relación señal a ruido necesaria para obtener dichos resultados.

Tabla 2: Resultados simulación Esquema MIMO tensorial G_4 con y sin optimización

SNR	BER Normal	BER Optimizado
0	0.0310355555555556	0.0060430555555556
1	0.0199297222222222	0.0028605555555556
2	0.0117822222222222	0.0012161111111111
3	0.0063230555555556	4.380555555555556E-4
4	0.0029647222222222	1.375E-4
5	0.0012005555555556	3.722222222222222E-5
6	4.180555555555556E-4	7.291666666666667E-6
7	1.358333333333334E-4	1.325757575757576E-6
8	2.833333333333333E-5	1.895645645645646E-7
9	6.555555555555556E-6	2.284356725146199E-8
10	1.08974358974359E-6	-
11	1.348435814455232E-7	-
12	1.373098258911408E-8	-

En la Figura 21. Y la Tabla 2. Se puede ver que con la adición de la teoría de SVD el esquema G_4 mejoro su rendimiento reduciendo en un 26% la SNR (Línea azul) comparado con el esquema tensorial propuesto inicialmente (Línea cian), de esta forma se observa que el aumento en el número de antenas transmisoras y receptoras incremento el porcentaje de optimización del esquema lo que hace que los servicios de comunicaciones puedan ser brindados a los usuarios con mayor calidad y menor requerimiento de potencia, a cambio de más espacio físico e infraestructura en las aplicaciones reales de los esquemas.

Finalmente se muestra el resultado obtenido con G_8 , comparando el rendimiento del esquema de forma tensorial y de forma optimizada con la aplicación de la teoría de SVD, apreciando que debido a un incremento en el doble de antenas a comparación con el esquema analizado anteriormente se obtiene un rendimiento mucho más eficiente tanto para la curva sin optimizar, como para la optimizada, lo que se aprecia en la Figura 22.

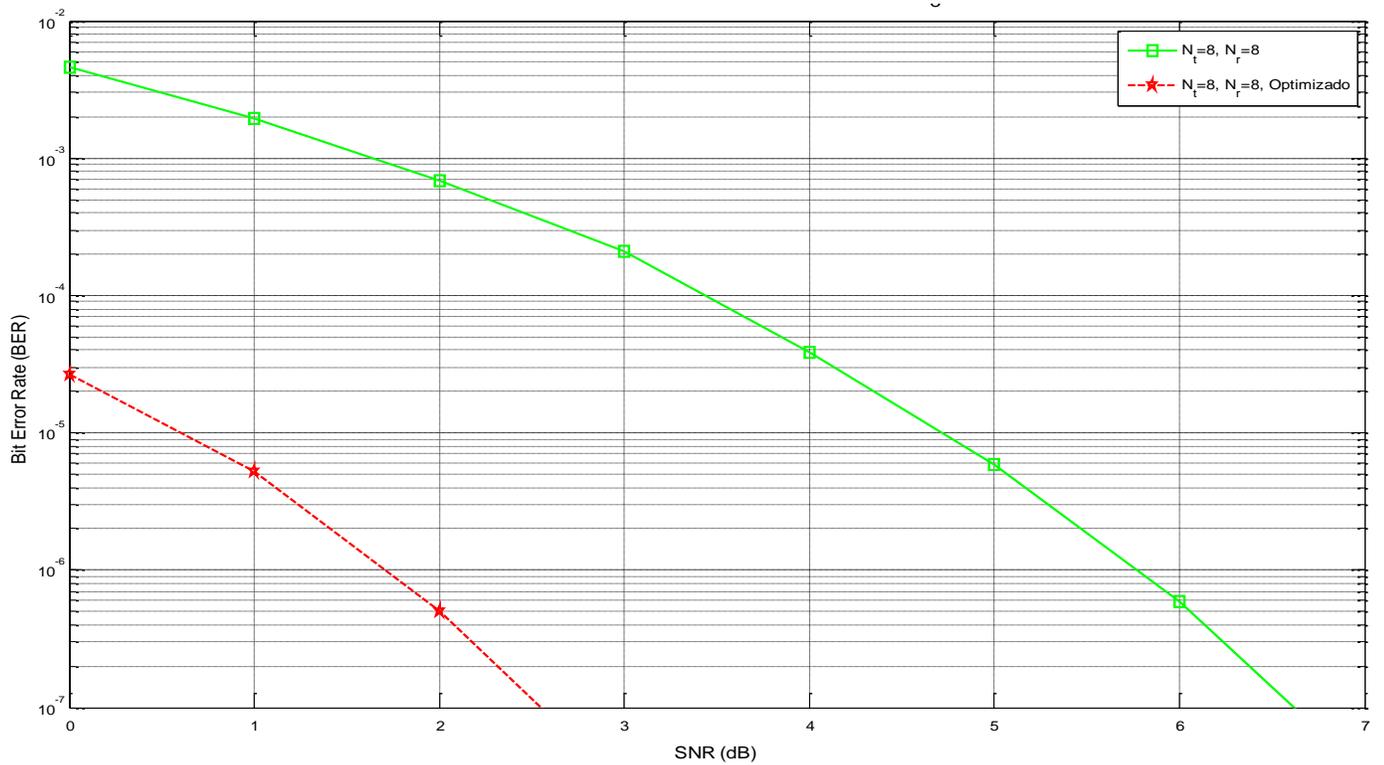


Figura 22: Comparación de Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_8 con y sin optimización

A su vez para hacer un análisis más profundo, la Tabla 3 muestra los valores numéricos de BER exactos para cada valor de SNR en el esquema \mathbf{G}_8 con y sin optimización, donde claramente se aprecia el mejoramiento del rendimiento en cuanto a la tasa de error de bit y la disminución de la relación señal a ruido necesaria para obtener dichos resultados de una forma incrementada a comparación con los resultados anteriores.

Tabla 3: Resultados simulación Esquema MIMO tensorial \mathbf{G}_8 con y sin optimización

SNR	BER Normal	BER Optimizado
0	0.0045425	2.675E-5
1	0.0019275	5.276470588235294E-6
2	6.825E-4	4.987155963302752E-7
3	2.1E-4	2.680102915951973E-8
4	3.821428571428572E-5	-
5	5.872093023255814E-6	-

6	5.966587112171838E-7	-
7	3.427474636687688E-8	-

En la Figura 22. Y la Tabla 3. Se puede observar que con la adición de la teoría de SVD el esquema \mathbf{G}_8 mejoro su rendimiento reduciendo en un 60% la SNR (Línea roja) comparado con el esquema tensorial propuesto inicialmente (Línea verde), de esta forma se observa que el aumento en el número de antenas transmisoras y receptoras incremento el porcentaje de optimización del esquema lo que hace que los servicios de comunicaciones puedan ser brindados a los usuarios con mayor calidad y menor requerimiento de potencia y a su vez se pueda trabajar con mayor cantidad de datos garantizando un rendimiento muy similar al mostrado en la Figura 22.

Para el caso de \mathbf{G}_{16} , debido a que su comportamiento no es óptimo en comparación con los demás esquemas y presenta algunas fallas de saturación del software en el que fue implementado, no se realizó optimización y se propone como objetivo para futuras investigaciones.

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con la realización de esta investigación se logró hacer un cambio de paradigma de matrices a tensores en los sistemas MIMO de 2×2 , 4×4 , 8×8 y 16×16 , además de la optimización del esquema tensorial propuesto por medio de la teoría de Descomposición de valores singulares (SVD) observando que a medida que se incrementan las antenas transmisoras y receptoras el grado de mejoría en las curvas de resultados aumenta su porcentaje. Todo esto se realizó teniendo como base los Códigos de bloque espacio-tiempo como método de codificación.

5.1 CONCLUSIONES

Un tensor puede ser intuitivamente definido como una matriz que representa una señal en múltiples dominios, esta característica permite ampliar la visión de la concepción de las señales brindando la posibilidad de adicionar variables de análisis o lo que se traduce a más grados de libertad en el arreglo. Por su parte los esquemas MIMO son una tecnología que permite el uso de múltiples antenas tanto en el transmisor como en el receptor, con el objetivo de aprovechar los accidentes geográficos y la propagación multicamino, pues varias copias de una misma señal son enviadas y recibidas a través de las diferentes antenas.

Se planteó una estructura tensorial que permite ampliar los grados de libertad en comparación con la estructura de matriz con la que se han venido implementando los esquemas MIMO. El esquema tensorial propuesto es una concatenación de matrices, en este caso, la matriz de símbolo \mathbf{S} , la matriz de canal \mathbf{H} y la matriz de codificación \mathbf{A} . Los símbolos son agrupaciones de 4 bits debido a que la modulación utilizada es 16_QAM, se usan 900.000 símbolos debido a que una imagen HD posee 0.9 Megapíxeles.

Realizando la comparación de la tasa de error de bit entre los esquemas MIMO convencionales de 2x2, 4x4, 8x8 y 16x16 siguiendo el modelo de Códigos de bloque espacio-tiempo y la estructura con tensores propuesta, utilizando un canal de frecuencia plana, se consiguen resultados de la tasa de error de bit aproximados (de una matriz o tensor rango dos a un tensor de alto orden rango tres). Además, se hace evidente que un incremento en el tamaño del esquema que se traduce en un aumento de antenas transmisoras y receptoras permite obtener un mejor rendimiento (excepto en el esquema MIMO 16x16), lo que equivale a una menor tasa de error de bit al igual que una disminución en la relación señal a ruido del sistema.

Debido a la saturación presentada en el software simulador Matlab por la utilización de matrices de gran dimensión, como lo es el caso del esquema de 16x16, aun cuando se usan datos de coma flotante de 16 bits para el proceso, las operaciones no cuentan con la precisión

y exactitud suficiente para que el resultado del análisis de este esquema no descienda rápidamente a mediada que el valor de SNR aumenta, por eso se puede apreciar en la figura 18 que a la altura de una SNR de 5 el resultado obtenido escasamente alcanza un valor próximo a $1 \cdot 10^{-4}$ y en general se obtiene una curva que no sigue la lógica que se venía trabajando con las curvas anteriores.

Luego, se optimizo el esquema MIMO mediante la utilización de la teoría de Descomposición de Valores Singulares (SVD), para obtener un mejor rendimiento en los sistemas gracias a la visión del tensor y la posibilidad de adicionar otras variables de estudio. En este caso SVD se usó como medio para conocer los subcanales más eficiente de los esquemas y mediante la reorganización de la matriz de canal, usar un conjunto de subcanales que permitieran disminuir el error y la potencia necesaria en la transmisión y recepción de los símbolos.

Esta optimización se realiza a costa de un retraso de $(N_t - 1)$ iteraciones, debido a que los canales óptimos para enviar la información se reducen a $(1/N_t \text{ canales})$ del tamaño real de la matriz de canal inicial, al igual que un aumento en la complejidad computacional de los sistemas ya que se incrementa la cantidad de operaciones necesarias para realizar el proceso de transmisión/recepción de los datos.

Finalmente fueron cumplidos los objetivos planteados al inicio de la investigación pues no solo se contribuyó con las simulaciones de los sistemas, sino también en el análisis matemático de los esquemas MIMO de 8×8 y 16×16 , el diseño del esquema tensorial propuesto y la optimización del mismo.

5.2 RECOMENDACIONES

Una de las principales recomendaciones que brinda este proyecto es el aumento del interés en la comunidad educativa sobre temas de innovación científica y tecnológica, que lleven a

descubrir y desarrollar nuevos paradigmas y porque no, mejores soluciones para el mundo de la ciencia, la ingeniería y la tecnología.

Posteriormente brinda una invitación al desarrollo y optimización de los grandes esquemas MIMO como lo son el de 16×16 y mayores, a través de mejores software de programación. A su vez propone una integración compacta de las simulaciones de diferentes sistemas, así como una inclusión de otras modulaciones que posiblemente brinden un mejor rendimiento a estos sistemas como los son 64-QAM, 256-QAM, entre otras.

De igual forma el camino está abierto para proponer esquemas tensoriales más eficientes, o que incluyan temas como la selección de antena u otros tipos de precodificación que aporten al mejoramiento del rendimiento en los sistemas MIMO.

Otro aspecto importante es la investigación direccionada a la implementación real de estos sistemas, ya que como se hace evidente las comunicaciones apuntan a crear dispositivos cada día más compactos, livianos y eficientes.

Dorado, S., Santacruz, J. & Pino, F. (2014). Propuesta de estructuras con tensores para la implementación de esquemas MIMO. *Revista S&T*, 12(29), 85-102

Artículo original

Propuesta de estructuras con tensores para la implementación de esquemas MIMO

A tensor structure proposal for the MIMO schemes Implementation

Martín Diomedes Bravo, Ph.D. (c)

martin.bravo@usco.edu.co

Daniela Trujillo Cabrera

mona206@hotmail.es

Andrés Barrera Canchón

andres_barrera_c@hotmail.com

Grupo de Investigación UNITCOM

Universidad Surcolombiana

Nelva-Colombia

.....
Fecha de recepción: Mayo 15 de 2014

Fecha de aceptación: Junio 28 de 2014

Palabras clave

MIMO; Tensor; Paradigma;
STBC; BER.

Keywords

MIMO; Tensor; Paradigm;
STBC; BER.

Colciencias
tipo **1**

Abstract

Este trabajo propone el uso de estructuras con tensores, como método para la implementación de esquemas MIMO [*Multiple-input Multiple-output*], con el objetivo de ampliar los grados de libertad que se tienen al trabajar con matrices; su importancia radica en la flexibilidad que ofrecen los tensores al poder incluir mas variables de un sistema para transmitir o recibir información, aunque con un costo en complejidad computacional. Fue verificado que el uso de estructuras con tensores sobre las estructuras MIMO permite obtener los mismos resultados de tasa de error de bit, y aprovechar un mayor número de grados de libertad en los esquemas de transmisión de múltiples antenas.

Resumen

This work proposes the use of tensor structures as a method of Multiple-input Multiple-output [MIMO] schemes implementation, with the target to extend the freedom grades that the matrix array provides, this take importance when include more variables of the system for transmit or receive information a major flexibility is achieved, but with a cost of computational complexity. It was verified that the use of tensor structures in the MIMO schemes allows to obtain the same results of the bit error rate and give the possibility of increase the freedom grades in the transmit structure.

I. Introducción

El desarrollo y la evolución de las comunicaciones inalámbricas es evidente, día a día se exige mayor rendimiento de los sistemas y mayor calidad de los servicios ofrecidos, por lo que se hace necesario la existencia de tecnologías e infraestructuras que soporten una mayor cantidad de datos y permitan brindar al usuario servicios de forma eficiente y segura.

Con el propósito de dar un buen uso al espectro electromagnético, MIMO [Multiple-input Multiple-output] propone la utilización de arreglos de antenas, tanto en el transmisor, como en el receptor, obteniendo ganancia por diversidad o multiplexación (o ambas al tiempo, en sistemas MIMO híbridos), para mayor robustez y confiabilidad o para incrementar la tasa de transmisión, respectivamente; los sistemas convencionales trabajan de forma matricial en los dos modos mencionados (Oestges & Clerckx, 2007).

Un esquema basado en la aplicación de tensores tiene como propósito cambiar el paradigma de la estructura MIMO, la cual se trabaja generalmente en dos dimensiones; con tensores, se presenta la oportunidad de incrementar los grados de libertad, lo que se puede aprovechar en el tratamiento de la información a ser transmitida, como por ejemplo la utilización de pre-codificación (De Almeida, Da Silva, Favier, & Cavalcanti, 2008).

Este documento ofrece una reseña básica de la teoría de tensores y los esquemas MIMO incluyendo el modelo del sistema. Se hace énfasis en la diversidad espacial, para códigos de bloque espacio-temporales [STBC], para luego proponer el mapeo de los códigos espacio temporales en la estructura de tensores, con el objetivo de aumentar los grados de libertad que se pueden aprovechar en la transmisión de la información. Finalmente, se presentan y analizan los resultados obtenidos y se realizan las conclusiones pertinentes.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sección II, se proporciona información general sobre la teoría básica de tensores y una breve reseña sobre los esquemas MIMO, la cual contiene el modelo del sistema en forma matricial donde se encuentra el análisis matemático para los esquemas MIMO de 2×2 y 4×4 utilizando STBC; en la sección III, se explica el modelo tensorial propuesto; la sección IV contiene la simulación y el análisis de los resultados obtenidos en este trabajo; finalmente, se presentan las conclusiones y algunas ideas para trabajos futuros.

II. Marco Teórico

A. Tensores

Un tensor puede ser intuitivamente definido como una matriz que representa una señal en múltiples dominios. El orden del tensor es el número de la dimensión, también conocido como las direcciones o modos. Los tensores son generalizaciones de vectores y matrices; por ejemplo, un tensor de tercer orden, tiene tres índices (modos

I. Introducción

El desarrollo y la evolución de las comunicaciones inalámbricas es evidente, día a día se exige mayor rendimiento de los sistemas y mayor calidad de los servicios ofrecidos, por lo que se hace necesario la existencia de tecnologías e infraestructuras que soporten una mayor cantidad de datos y permitan brindar al usuario servicios de forma eficiente y segura.

Con el propósito de dar un buen uso al espectro electromagnético, MIMO [Multiple-input Multiple-output] propone la utilización de arreglos de antenas, tanto en el transmisor, como en el receptor, obteniendo ganancia por diversidad o multiplexación (o ambas al tiempo, en sistemas MIMO híbridos), para mayor robustez y confiabilidad o para incrementar la tasa de transmisión, respectivamente; los sistemas convencionales trabajan de forma matricial en los dos modos mencionados (Oestges & Clerckx, 2007).

Un esquema basado en la aplicación de tensores tiene como propósito cambiar el paradigma de la estructura MIMO, la cual se trabaja generalmente en dos dimensiones; con tensores, se presenta la oportunidad de incrementar los grados de libertad, lo que se puede aprovechar en el tratamiento de la información a ser transmitida, como por ejemplo la utilización de pre-codificación (De Almeida, Da Silva, Favier, & Cavalcanti, 2008).

Este documento ofrece una reseña básica de la teoría de tensores y los esquemas MIMO incluyendo el modelo del sistema. Se hace énfasis en la diversidad espacial, para códigos de bloque espacio-temporales [STBC], para luego proponer el mapeo de los códigos espacio temporales en la estructura de tensores, con el objetivo de aumentar los grados de libertad que se pueden aprovechar en la transmisión de la información. Finalmente, se presentan y analizan los resultados obtenidos y se realizan las conclusiones pertinentes.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sección II, se proporciona información general sobre la teoría básica de tensores y una breve reseña sobre los esquemas MIMO, la cual contiene el modelo del sistema en forma matricial donde se encuentra el análisis matemático para los esquemas MIMO de 2×2 y 4×4 utilizando STBC; en la sección III, se explica el modelo tensorial propuesto; la sección IV contiene la simulación y el análisis de los resultados obtenidos en este trabajo; finalmente, se presentan las conclusiones y algunas ideas para trabajos futuros.

II. Marco Teórico

A. Tensores

Un tensor puede ser intuitivamente definido como una matriz que representa una señal en múltiples dominios. El orden del tensor es el número de la dimensión, también conocido como las direcciones o modos. Los tensores son generalizaciones de vectores y matrices; por ejemplo, un tensor de tercer orden, tiene tres índices (modos

o direcciones); un tensor de orden cero, es un escalar; de orden uno, un vector; de segundo orden, una matriz. Un tensor de tercer orden –o mayor– se denomina tensor de alto orden (Izquierdo & Crespo, 2012).

Los tensores pueden clasificarse según su orden como:

- » Escalar (tensor de orden 0): cantidad que tiene magnitud pero no dirección (e.g., densidad, temperatura, presión), pueden ser funciones del espacio y del tiempo, y no necesariamente han de ser constantes.
- » Vector (tensor de orden 1): cantidad que tiene magnitud y dirección –e.g., velocidad, aceleración, fuerza– (ver Figuras 1 y 3).
- » Matriz (tensor de orden 2): cantidad que tiene magnitud y dos direcciones –e.g., tensión, deformación–, (ver Figuras 2 y 3).

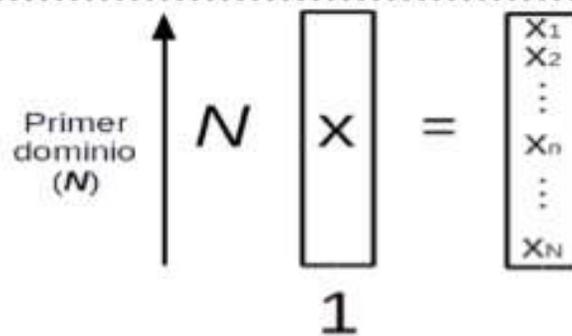


Figura 1. $N \times 1$. Vector o tensor de primer orden (Da Silva, 2009)

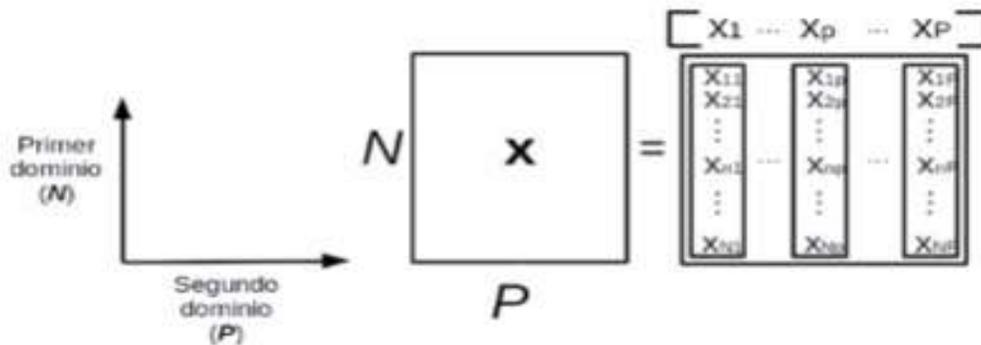


Figura 2. $N \times P$. Matriz o tensor de segundo orden (Da Silva, 2009)

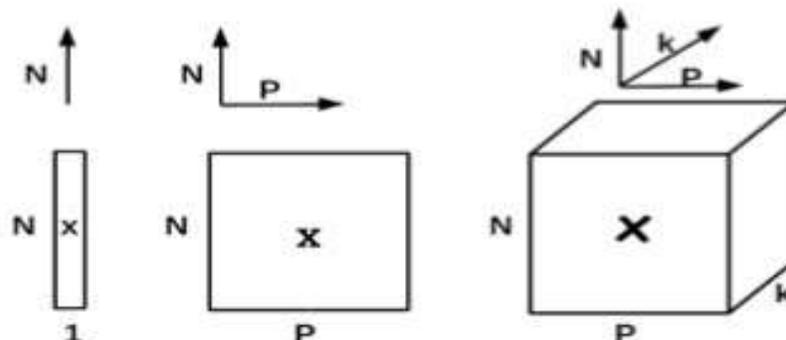


Figura 3. Tensores de primer, segundo y tercer orden, respectivamente (Da Silva, 2009)

1. Representaciones desplegadas de un tensor

El tensor de tercer orden $X \in \mathbb{C}^{N \times P \times K}$ tiene tres representaciones matriciales X_1 , X_2 y X_3 de la siguiente manera:

$$X_1 = \begin{matrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{matrix} \in \mathbb{C}^{N \times P \times K}, X_2 = \begin{matrix} X_1 \\ \vdots \\ X_P \end{matrix} \in \mathbb{C}^{P \times K \times N} \text{ y } X_3 = \begin{matrix} X_1 \\ \vdots \\ X_K \end{matrix} \in \mathbb{C}^{K \times N \times P}, \quad (1)$$

donde $X_n \in \mathbb{C}^{P \times K}$ es el corte n-ésimo considerando el primer dominio fijo, y $X_p \in \mathbb{C}^{K \times N}$ es la rebanada p-ésima en el segundo dominio, y $X_k \in \mathbb{C}^{N \times P}$ es el segmento k-ésimo en el tercer dominio. En este punto, debe quedar claro que X_1 , X_2 y X_3 no son tensores, pero si matrices que representan el mismo X .

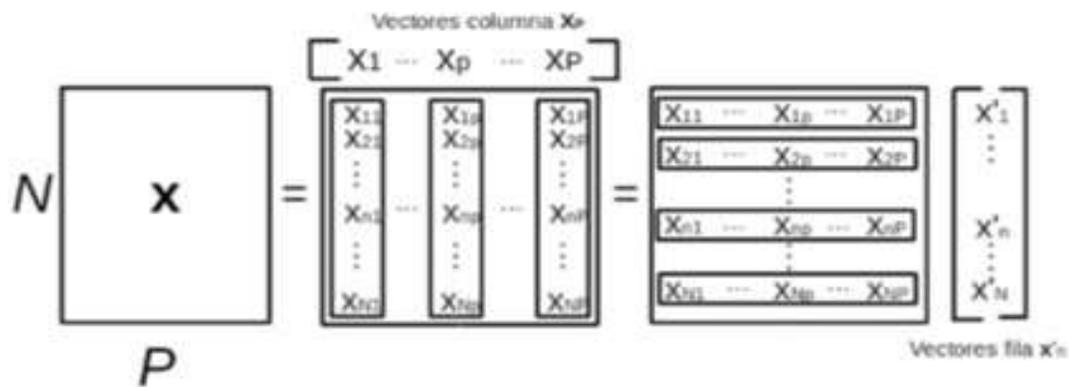


Figura 4. P vectores columna $N \times 1$ o N vectores fila $1 \times P$ (Da Silva, 2009)

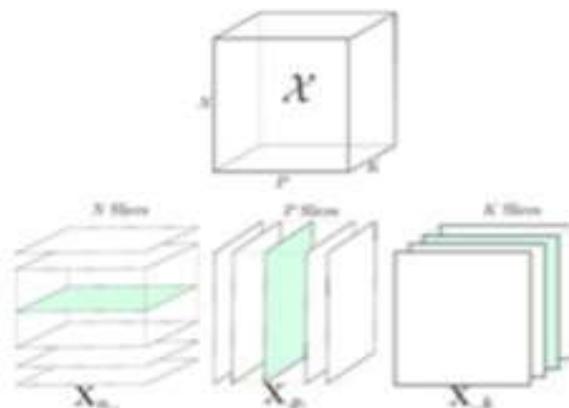


Figura 5. Representación desplegada de un tensor de tercer orden $N \times P \times K$ (Da Silva, 2009)

2. Construcción de un tensor señal

Una matriz puede ser construida a partir de dos vectores, a través de la operación definida a continuación.

Definición 1.0 (producto exterior de dos vectores). Sea $a \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ y $b \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ dos columnas de vectores. El producto exterior entre a y b viene dada por:

$$a \circ b = ab^T = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_P] = \begin{bmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & \dots & a_1 b_P \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & \dots & a_2 b_P \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_N b_1 & a_N b_2 & \dots & a_N b_P \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times P} \quad (2)$$

o en notación escalar:

$$[a \circ b]_{n,p} = a_n \cdot b_p \quad (3)$$

Definición 1.1 (columna de rango de una matriz). Sea $X \in \mathbb{C}^{N \times P}$ una matriz formada por la columna de apilamiento x_1 vectores, x_p con $x_p \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ que se escribe como $X = [x_1 \dots x_p]$. La columna de rango de X , es el número máximo de vectores x_p que son linealmente independientes. Si $\text{rango}(X) = R$, X es una matriz de rango- R .

El rango de una matriz define el menor número de vectores que representa el subespacio generado por la matriz de columnas. El resultado del producto externo es una matriz de rango uno, ya que los vectores columna generados son linealmente independientes. El subespacio generado por esta matriz es idéntico al subespacio generado por el vector (Da Silva, 2009).

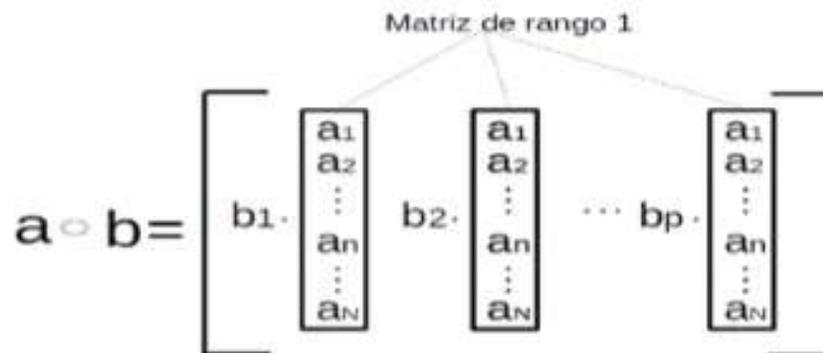


Figura 6. Representación factorizada de $a \circ b$ (Da Silva, 2009)

Propiedad 1.0 (rango de la suma). Sean X y Y dos matrices con las mismas dimensiones, entonces, $\text{rango}(X + Y) \leq \text{rango}(X) + \text{rango}(Y)$.

Sean $c \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ y $d \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ otros dos vectores columna, de modo que a, b, c y d son linealmente independientes, se define que $X = a \circ b$ y $Y = c \circ d$; la anterior propiedad garantiza que $X + Y$ es una matriz de segundo rango.

$$a \circ b + c \circ d = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} [b_1 \ b_2] + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} [d_1 \ d_2] \quad (4)$$

$$a \circ b + c \circ d = \begin{bmatrix} b_1 a_1 + d_1 c_1 & b_2 a_1 + d_2 c_1 \\ b_1 a_2 + d_1 c_2 & b_2 a_2 + d_2 c_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Esta suma de factores paralelos puede alternativamente expresarse como el producto de dos matrices A y B^T . Se define como $A = [ac] \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ y $B = [bd] \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$, como se aprecia en la Figura 8, donde cada matriz tiene dos factores paralelos (Da Silva, 2009).

$$\mathbf{a} \circ \mathbf{b} + \mathbf{c} \circ \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{b}_1 \cdot & \mathbf{b}_2 \cdot \\ \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 & \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{d}_1 \cdot & \mathbf{d}_2 \cdot \\ \mathbf{c}_2 & \mathbf{c}_2 \end{bmatrix}$$

Figura 7. Suma de factores paralelos (Da Silva, 2009)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{a}_2 & \mathbf{c}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 & \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{d}_1 & \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b} & \mathbf{d} \end{bmatrix}$$

Figura 8. Representación gráfica de la suma de factores paralelos (Da Silva, 2009)

La suma de las dos matrices del mismo rango puede ser factorizada como el producto de dos matrices. Este resultado puede generalizarse a la suma R de un rango de matrices en la forma $X^{(r)} = \mathbf{a}^{(r)} \circ \mathbf{b}^{(r)}$ de tal manera que:

$$X = \sum_{r=1}^R X^{(r)} = AB^T \quad (6)$$

Donde $A = [\mathbf{a}^{(1)} \dots \mathbf{a}^{(R)}] \in \mathbb{C}^{N \times R}$ y $B = [\mathbf{b}^{(1)} \dots \mathbf{b}^{(R)}] \in \mathbb{C}^{P \times R}$ con $\mathbf{a}^{(r)} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ y $\mathbf{b}^{(r)} \in \mathbb{C}^{P \times 1}$.

B. Esquemas en tecnología MIMO

1. Esquema de Diversidad

Cuando se tienen múltiples copias de una señal transmitida, existen varios tipos de diversidad (Grupalli, Cabrera, Bilbao, & Ferreyra 2011):

- » en el tiempo, cuando son transmitidas múltiples versiones de la señal en instantes de tiempo diversos;
- » en la frecuencia, cuando la señal es transmitida usando distintos canales de frecuencia;
- » en el espacio, cuando la señal es transmitida usando caminos de propagación diferentes;
- » de polarización, cuando son transmitidas múltiples versiones de la señal con diferentes polarizaciones; y
- » de usuarios, cuando es el transmisor quien elige el usuario de acuerdo con la calidad del canal.

En el caso específico de MIMO, se toma en cuenta la diversidad espacial con el propósito de generar múltiples caminos haciendo uso de múltiples antenas en el transmisor y en el receptor. Para llegar a este punto la tecnología ha evolucionado de la siguiente forma (Grupalli et al., 2011):

- » SISO (*Single Input, Single Output*), sistema de comunicaciones que utiliza una sola antena transmisora y una sola antena receptora;
- » MISO (*Multiple Input, Single Output*), sistema de comunicaciones que utiliza dos o más antenas transmisoras, pero sólo una antena receptora (también se le conoce como diversidad en transmisión);
- » SIMO (*Single Input, Multiple Output*), sistema de comunicaciones que utiliza una sola antena de emisión y dos o más antenas receptoras (se le conoce como diversidad en recepción).

Como se hace evidente, Mimo representa el sistema que utiliza dos o más antenas en el transmisor y dos o más antenas en el receptor, es decir utiliza diversidad espacial a través del uso de múltiples antenas.

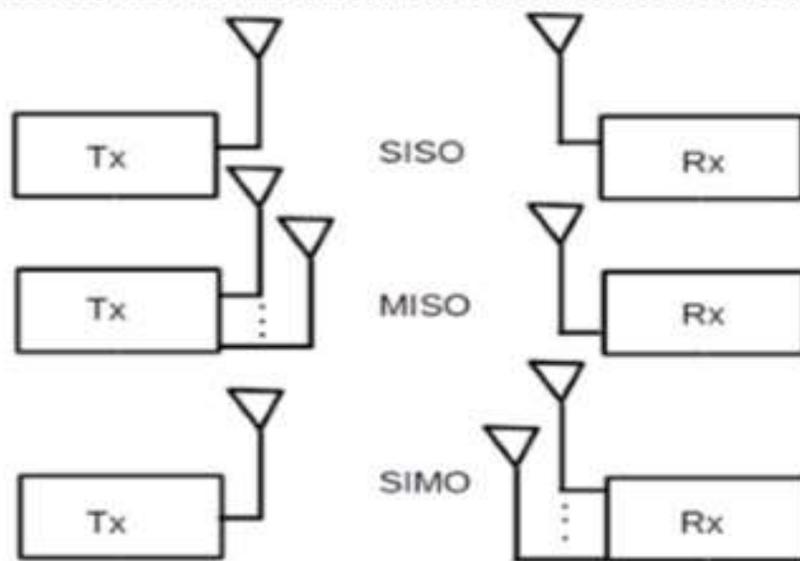


Figura 9. Esquemas SISO, MISO y SIMO (Cortés-Peña, 2009)

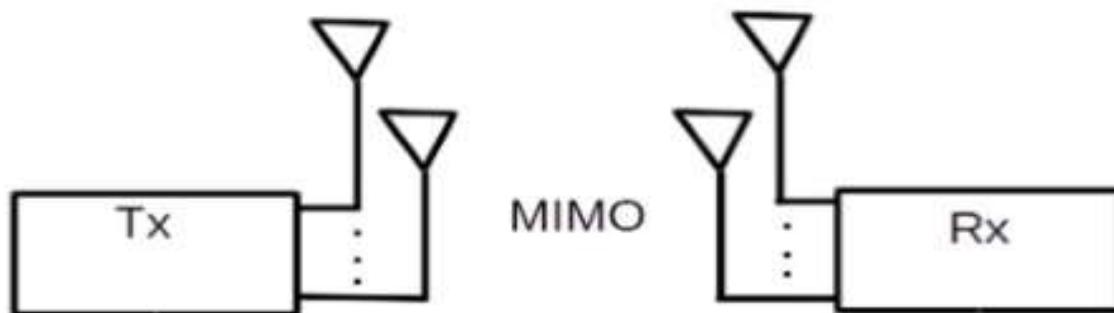


Figura 10. Esquema MIMO (Cortés-Peña, 2009)

2. Modelo del sistema MIMO en forma matricial

Los sistemas MIMO se componen de tres elementos principales: el transmisor [TX], el canal [H], y el receptor [RX], donde N_t denota el número de antenas en el transmisor, y N_r el número antenas en el receptor. La Figura 11 representa el diagrama de bloques del sistema MIMO.

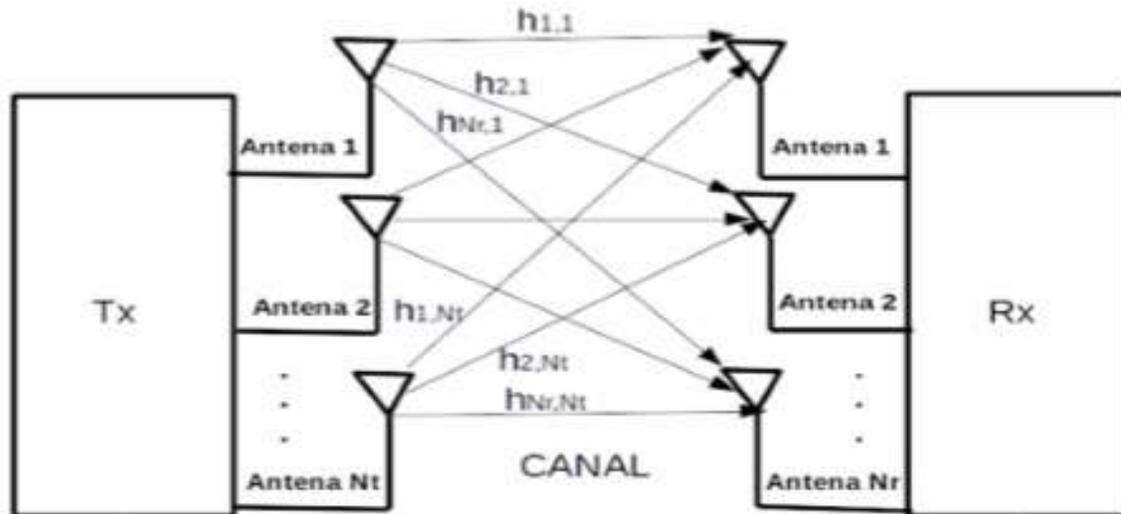


Figura 11. Diagrama en bloques del sistema MIMO (Cortés-Peña, 2009)

El canal con N_r salidas y N_t entradas se denota como una matriz $N_r \times N_t$,

$$H = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \cdots & h_{1,N_t} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & h_{N_r,2} & \cdots & h_{N_r,N_t} \end{pmatrix} \quad (7)$$

donde cada entrada $h_{i,j}$ denota la atenuación y cambio de fase (función de transferencia) entre el j^{th} transmisor y el i^{th} receptor. Se asume en ese documento que el canal MIMO se comporta de una manera *cuasi-estática*, es decir, que el canal varía aleatoriamente de ráfaga a ráfaga, pero es fijo dentro de una transmisión (Vucetic & Yuan, 2003).

$$\vec{r} = H \vec{s} + \vec{n} \quad (8)$$

Donde \vec{r} es el vector recibido de tamaño $N_r \times 1$, H es la matriz de canales de tamaño $N_r \times N_t$, \vec{s} es el vector de transmisión de tamaño $N_t \times 1$, \vec{n} es el vector de ruido de tamaño $N_r \times 1$. Cada elemento de ruido se modela normalmente como Ruido blanco Gaussiano distribuido idénticamente independiente [i.i.d], con una varianza $N_t/2 \times SNR$. En este modelo las señales transmitidas se mezclan en el canal ya que utilizan la misma frecuencia portadora. En el lado del receptor, la señal recibida se compone de una

combinación lineal de cada señal más el ruido recibido. El receptor puede resolver para las señales transmitidas por el tratamiento del modelo de la señal MIMO como un sistema de ecuaciones lineales (Vucetic & Yuan, 2008).

3. Codificación de bloque espacio – temporal

Una de las metodologías para la explotación de la capacidad en sistemas MIMO consiste en usar la diversidad espacial para combatir el desvanecimiento de canal. Esto se puede lograr mediante la transmisión de varias réplicas de la misma información a través de cada antena; al hacerlo, la probabilidad de perder la información disminuye exponencialmente. Las antenas en un sistema MIMO se utilizan para apoyar una transmisión de un sistema SISO a tasa de transmisión objetivo. El orden de la diversidad o la ganancia de diversidad de un sistema MIMO se define como el número de recepciones independientes de la misma señal. Un sistema MIMO con N_t antenas de transmisión y N_r antenas de recepción tiene potencialmente diversidad completa (i.e., máxima diversidad) ganancia igual a $N_r N_t$. Las diferentes réplicas enviadas para explotar la diversidad son generadas por un codificador de espacio-tiempo, que codifica una única transmitir a través del espacio utilizando todas las antenas de transmisión y a través del tiempo mediante el envío de cada símbolo en diferentes momentos. Esta forma de codificación se denomina *Codificación en Espacio-Tiempo* [*Space-Time Code*, STC]. Debido a su sencillez de decodificación, la forma más dominante de STC son Códigos de Bloque Espacio-Temporal (*Space-Time Block Codes*) (Cortés-Peña, 2009).

Esquema de Alamouti

Históricamente, el esquema de Alamouti fue el primer STBC; su simplicidad y estructura lo han colocado tanto en W-CDMA, como en CDMA- 2000. Este esquema utiliza dos antenas de transmisión y N_r antenas de recepción y puede lograr un máximo orden de diversidad de $2N_r$. Por otra parte, el esquema Alamouti tiene tasa completa (i.e., una tasa de 1), ya que transmite dos símbolos cada dos intervalos de tiempo. A continuación, se proporciona una descripción del esquema de Alamouti, para una y dos antenas de recepción, seguido de un expresión general para el mecanismo de decodificación para el caso de N_r antenas receptoras (Cortés-Peña, 2009).

Descripción. Como se mencionó, Alamouti STBC utiliza dos antenas de transmisión, independientemente del número de antenas receptoras. Se da la operación de codificación del esquema Alamouti por medio de la ecuación (8). En este trabajo, las filas de cada esquema de codificación representan un instante de tiempo diferente, mientras que las columnas representan el símbolo transmitido a través de cada antena. En este caso, la primera y la segunda filas representan las transmisiones en el primer y segundo instantes de tiempo, respectivamente. En un tiempo t , los símbolos S_1 y S_2 se transmiten desde las antenas 1 y 2, respectivamente. Suponiendo que cada símbolo tiene duración T , entonces en el momento $t + T$, los símbolos $-S_2^* S_1^*$ conjugados complejos, se transmiten desde la antena 1 y la antena 2, respectivamente (Vucetic & Yuan, 2008).

$$\mathcal{G}_2 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix} \quad (9)$$

Caso de una antena receptora. La recepción y decodificación de la señal dependen del número de antenas de recepción disponibles. Para el caso de una antena de recepción, las señales recibidas son:

$$\begin{aligned} r_1^{(1)} &= r_1(t) = h_{1,1}s_1 + h_{1,2}s_2 + n_1^{(1)} \\ r_1^{(2)} &= r_1(t+T) = -h_{1,1}s_2^* + h_{1,2}s_1^* + n_1^{(2)}, \end{aligned} \quad (10)$$

donde r_1 es la señal recibida en la antena 1, $h_{i,j}$ es la función de transferencia del canal de la j^{th} antena de transmisión y la i^{th} antena de recepción definidas en la Sección II, n_1 es una variable aleatoria compleja que representa el ruido en la antena 1, y $x^{(k)}$ denota x en el instante de tiempo k (es decir, en el tiempo $t + (k-1)T$).

Luego las señales recibidas se envían al decodificador, donde son combinadas de la siguiente manera (Vucetic & Yuan, 2008):

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= h_{1,1}^* r_1^{(1)} + h_{1,2} r_1^{*(2)} \\ \bar{s}_2 &= h_{1,2}^* r_1^{(1)} + h_{1,1} r_1^{*(2)}, \end{aligned} \quad (11)$$

sustituyendo la ecuación (10) en la ecuación (11) se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2)s_1 + h_{1,1}^* n_1^{(1)} + h_{1,2} n_1^{*(2)} \\ \bar{s}_2 &= (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2)s_2 - h_{1,1} n_1^{*(2)} + h_{1,2}^* n_1^{(1)} \end{aligned} \quad 12$$

Dónde $\alpha_{i,j}^2$ es la magnitud al cuadrado de la función de transferencia del canal $h_{i,j}$. Los calculados \bar{s}_1 y \bar{s}_2 se envían a un decodificador de máxima verosimilitud [ML] para estimar los símbolos transmitidos S_1 y S_2 , respectivamente.

Caso de dos antenas de recepción. Los símbolos recibidos (Vucetic & Yuan, 2008), son:

$$\begin{aligned} r_1^{(1)} &= h_{1,1}s_1 + h_{1,2}s_2 + n_1^{(1)} \\ r_1^{(2)} &= -h_{1,1}s_2^* + h_{1,2}s_1^* + n_1^{(2)} \\ r_2^{(1)} &= h_{2,1}s_1 + h_{2,2}s_2 + n_2^{(1)} \\ r_2^{(2)} &= -h_{2,1}s_2^* + h_{2,2}s_1^* + n_2^{(2)}, \end{aligned} \quad (13)$$

y las señales combinadas son:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_1 &= h_{1,1}^* r_1^{(1)} + h_{1,2} r_1^{*(2)} + h_{2,1}^* r_2^{(1)} + h_{2,2} r_2^{*(2)} \\ \tilde{s}_2 &= h_{1,2}^* r_1^{(1)} + h_{1,1} r_1^{*(2)} + h_{2,2}^* r_2^{(1)} + h_{2,1} r_2^{*(2)}\end{aligned}\quad (14)$$

que después de la sustitución de la ecuación (13) se convierte en:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_1 &= (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2 + \alpha_{2,1}^2 + \alpha_{2,2}^2) s_1 + h_{1,1}^* n_1^{(1)} + h_{1,2} n_1^{*(2)} + h_{2,1}^* n_2^{(1)} + h_{2,2} n_2^{*(2)} \\ \tilde{s}_2 &= (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2 + \alpha_{2,1}^2 + \alpha_{2,2}^2) s_2 - h_{1,1} n_1^{*(2)} + h_{1,2}^* n_1^{(1)} - h_{2,1} n_2^{*(2)} + h_{2,2}^* n_2^{(1)}\end{aligned}\quad (15)$$

Decodificación de la decisión estática para N_r antenas de recepción. El decodificador de decisión estática ML decodifica a favor de $S1$ y $S2$ sobre todos los posibles valores de $S2$ y $S1$, tal que la ecuaciones (16) y (17) son minimizadas, donde ψ está dada por la ecuación (18) para $N_t = 2$ (Vucetic & Yuan, 2008).

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,1}^* + r_i^{*(2)} h_{i,2}) \right] - s_1 \right|^2 + \psi |s_1|^2 \quad (16)$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,2}^* - r_i^{*(2)} h_{i,1}) \right] - s_2 \right|^2 + \psi |s_2|^2 \quad (17)$$

$$\psi = \left(-1 + \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} |h_{i,j}|^2 \right) \quad (18)$$

4. Códigos de bloque espacio-temporales ortogonales

El esquema Alamouti es parte de una clase general de STBC conocida como Códigos de Bloque Espacio-Temporal Ortogonales [OSTBC].

Para el caso de cuatro antenas de transmisión ($N_t = 4$), se proporcionan códigos de bloque de tasa $1/2$, con plena diversidad 4^{N_r} . El código de bloque es el siguiente (Cortés-Peña, 2009):

$$\mathcal{G}_4 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ -s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 \\ -s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 \\ -s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 \\ s_1^* & s_2^* & s_3^* & s_4^* \\ -s_2^* & s_1^* & -s_4^* & s_3^* \\ -s_3^* & s_4^* & s_1^* & -s_2^* \\ -s_4^* & -s_3^* & s_2^* & s_1^* \end{pmatrix} \quad (19)$$

Con una tasa de $1/2$ ya que 4 símbolos se transmiten en 8 intervalos de tiempo. Para decodificar, el decodificador ML minimiza la decisión métrica de las ecuaciones (21), (22), (23) y (24), para la decodificación de s_1 , s_2 , s_3 , y s_4 , respectivamente, donde E está dada por la ecuación (20) para $N_t = 4$ (Cortés-Peña, 2009), donde:

$$E = -1 + 2 \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} |h_{i,j}|^2 \quad (20)$$

y:

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,1}^* + r_i^{(2)} h_{i,2}^* + r_i^{(3)} h_{i,3}^* + r_i^{(4)} h_{i,4}^* + r_i^{(5)} h_{i,1}^* + r_i^{(6)} h_{i,2}^* + r_i^{(7)} h_{i,3}^* + r_i^{(8)} h_{i,4}^*) \right] - s_1 \right|^2 + \xi |s_1|^2 \quad (21)$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,2}^* - r_i^{(2)} h_{i,1}^* - r_i^{(3)} h_{i,4}^* + r_i^{(4)} h_{i,3}^* + r_i^{(5)} h_{i,2}^* - r_i^{(6)} h_{i,1}^* - r_i^{(7)} h_{i,4}^* + r_i^{(8)} h_{i,3}^*) \right] - s_2 \right|^2 + \xi |s_2|^2 \quad (22)$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,3}^* + r_i^{(2)} h_{i,4}^* - r_i^{(3)} h_{i,1}^* - r_i^{(4)} h_{i,2}^* + r_i^{(5)} h_{i,3}^* + r_i^{(6)} h_{i,4}^* - r_i^{(7)} h_{i,1}^* - r_i^{(8)} h_{i,2}^*) \right] - s_3 \right|^2 + \xi |s_3|^2 \quad (23)$$

$$\left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,4}^* - r_i^{(2)} h_{i,3}^* + r_i^{(3)} h_{i,2}^* - r_i^{(4)} h_{i,1}^* + r_i^{(5)} h_{i,4}^* - r_i^{(6)} h_{i,3}^* + r_i^{(7)} h_{i,2}^* - r_i^{(8)} h_{i,1}^*) \right] - s_4 \right|^2 + \xi |s_4|^2 \quad (24)$$

III. Modelo tensorial propuesto para implementación de esquemas MIMO

En la Figura 12 se puede apreciar el diagrama de bloques del sistema propuesto. Cuenta con Tx antenas transmisoras y Rx antenas receptoras, donde Tx = Rx, para todos los casos que serán estudiados, se utilizarán sistemas MIMO de diversidad para la transmisión. En el transmisor, la secuencia de entrada en serie se convierte en R flujos de datos paralelos que se extienden a través de un subconjunto de N_t antenas de transmisión y durante P intervalos de tiempo. Se trabaja bajo el caso $1 \leq R \leq N_t$ para garantizar que por lo menos un canal se encuentra en buena condición. Cada flujo de datos transmitido es una colección de N_r símbolos durante el cual se supone que el canal inalámbrico va a ser constante. El canal se asume de frecuencia plana. Se asume también que la potencia de transmisión por corriente de datos es fija. Se utiliza normalización de la potencia transmitida global, de modo que el promedio de la potencia de transmisión total, en cualquier canal usado, sea independiente del número de flujos de datos y del número de antenas transmisoras. Se toma una tasa de 1/2.

Se asume que el canal es conocido por el receptor y que este posee el algoritmo necesario para la decodificación. Se supone además que las antenas están separadas adecuadamente y que el medio de propagación es lo suficientemente rico en dispersores de modo que puede ser modelado como una variable aleatoria Gaussiana compleja con media cero y varianza igual a la unidad.

El tensor estará conformado por la concatenación de tres bloques (como se aprecia en la

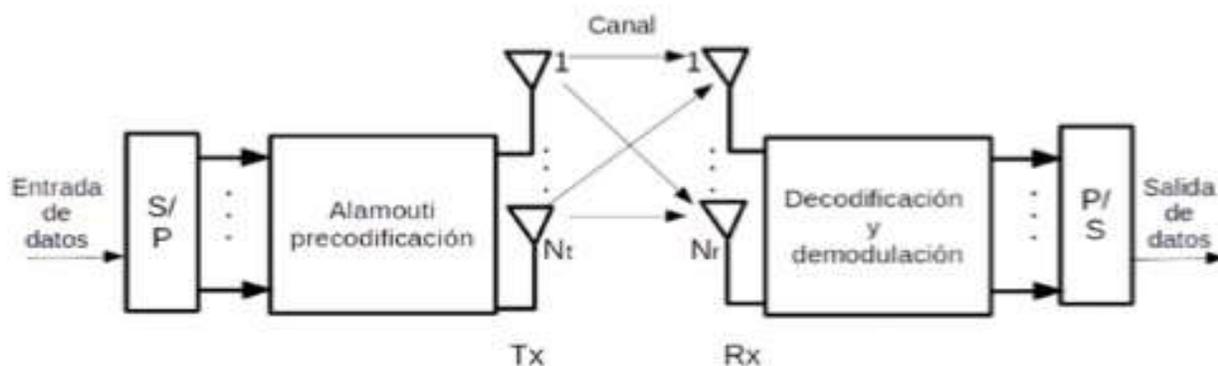


Figura 12. Diagrama de bloques del modelo tensorial propuesto

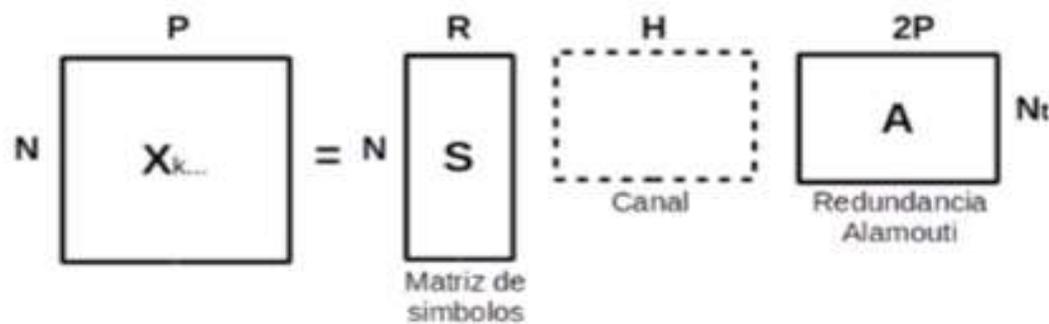


Figura 13. Diagrama de bloques del tensor - señal

Figura 13): el primero, será la matriz de símbolos conformada por el flujo de datos a transmitir; el segundo, corresponderá al canal de frecuencia plana; y el tercero, será la redundancia aplicada a los N símbolos a transmitir siguiendo el algoritmo desarrollado por Alamouti.

Se puede organizar la información contenida en X de la siguiente manera:

$$X_{k...} = S^T H A \quad (25)$$

Para la simulación del sistema se utilizaron las librería IT++ (IT++ Documentation, 2013) bajo el entorno de desarrollo de C++, a través del compilador de Code::Blocks bajo Linux, en la simulación, la configuración de canal inalámbrico se consideró con una distribución de Rayleigh con el uso de frecuencia plana. Se implementaron los esquemas MIMO G2 y G4 y su correspondiente con la estructura de tensores. La modulación usada fue 16QAM; para la simulación se realizaron 10000 iteraciones por cada valor de SNR, basados en la simulación Montecarlo.

IV. Resultados de simulación y análisis

Para la verificación de los esquemas MIMO, se implementó de la manera tradicional (i.e., por matrices), donde se simuló el esquema de dos antenas transmisoras y dos receptoras. El resultado obtenido se presenta en la Figura 14, donde se observa la relación entre la tasa de error de *bit* contra la relación señal a ruido.

En este resultado se puede visualizar que el esquema básico de Alamouti presenta ganancia de diversidad espacial; con este esquema se consigue una tasa de error muy baja de los límites que pueden ser requeridos para la prestación de un servicio de comunicación, lo que se debe a que la ganancia de diversidad se da por la redundancia de la información introducida en el esquema de transmisión. En cuanto a la relación señal a ruido, el resultado es muy alto, debido a que en el sistema utilizado en la simulación no se ha considerado la codificación del canal, la cual no es necesaria para este caso ya que solo se está evaluando el rendimiento del esquema MIMO (2X2).

Una vez verificado el resultado se procede a realizar la implementación del esquema de dos antenas transmisoras y dos antenas receptoras utilizando la estructura de tensores, como fue presentada en la sección III. El resultado obtenido se puede observar en la Figura 15.

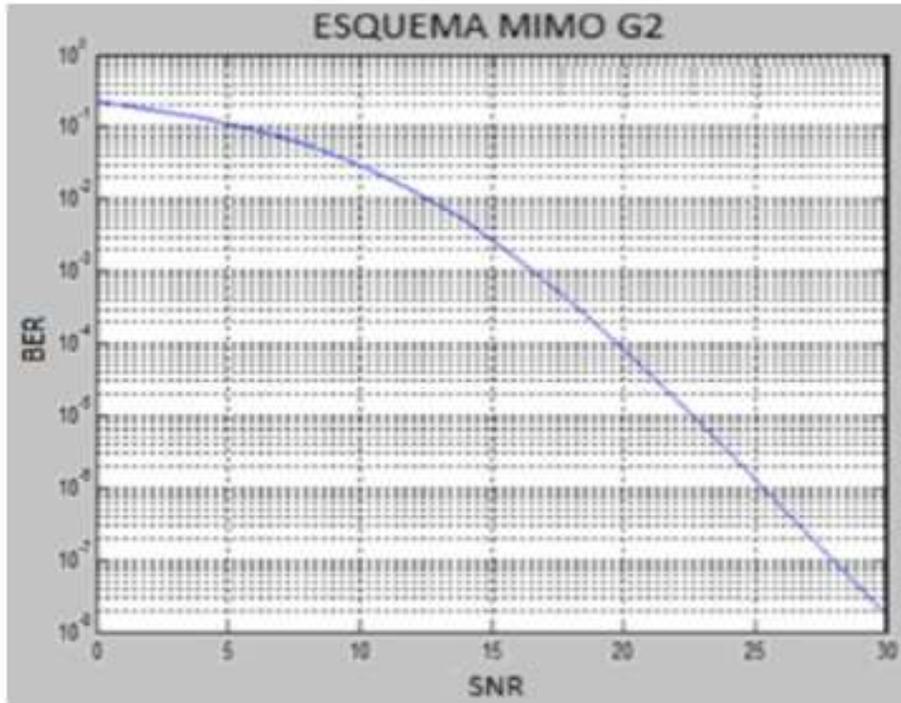


Figura 14. BER vs SNR MIMO 2x2 ó G2

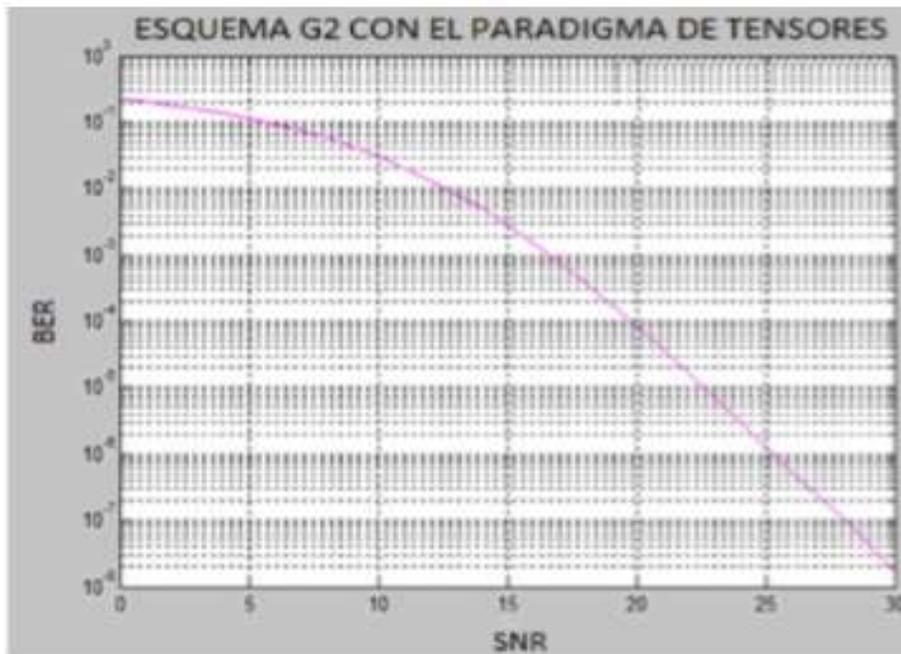


Figura 15. BER vs SNR para el esquema G2 con la estructura de tensores

Se puede verificar que el rendimiento del sistema es aproximadamente el mismo con relación al esquema MIMO tradicional, como era de esperarse, pues el objetivo es conseguir mapear los esquemas MIMO tradicionales en estructuras con tensores que permitan ampliar la expectativa de manejar un mayor número de grados de libertad, para buscar mecanismos o estrategias que permitan optimizar la transmisión de

cualquier tipo de servicio de comunicaciones.

Una vez se verifica que la estructura con tensores funciona en el esquema de dos antenas transmisora y receptoras, se procede a incrementar el número de antenas transmisoras y receptoras a un esquema de cuatro antenas transmisoras y cuatro antenas receptoras. Los resultados obtenidos se pueden observar en la Figura 16.

Es posible observar que el incremento en el número de antenas, tanto en el transmisor, como en el receptor, disminuyó considerablemente la necesidad de mayor relación señal a ruido para obtener una menor tasa de error de *bit*, que es lo que se busca con los esquemas de diversidad espacial. Al comparar los dos resultados en las gráficas se puede verificar que el rendimiento, en cuanto tasa de error de bits, es aproximadamente igual al ser implementado bajo un esquema tradicional o la estructura de tensores propuesta. De esta manera se ha definido una estructura tensorial cuya adecuación de la información a transmitir brinda la posibilidad de incluir un número mayor de variables a ser consideradas durante la transmisión de la información, que puede ser considerada en trabajos futuros.

El aumento del número de antenas transmisoras y receptoras mejora el rendimiento de los sistemas en gran medida, ya que esto permite tener más bits de redundancia en el proceso de codificación del lado del transmisor. Esto se logra a costa del incremento en la complejidad computacional con el número de operaciones que tiene que realizarse para su precodificación y decodificación.

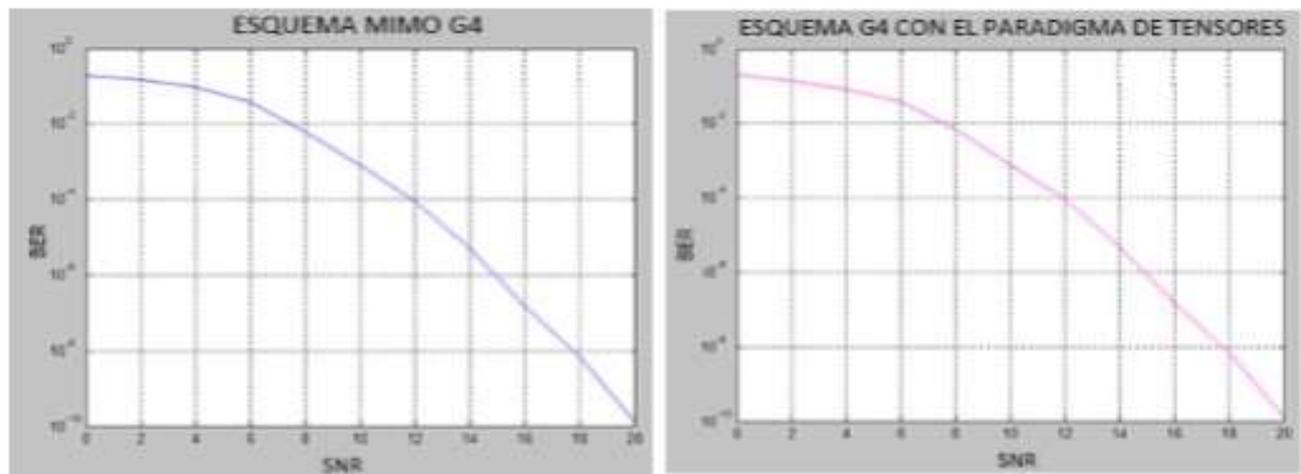


Figura 16. BER vs SNR, MIMO 4x4 y con la estructura de tensores

Conclusiones

Comparando la tasa de error de *bit* entre los esquemas MIMO convencionales de 2x2 y 4x4, siguiendo el modelo de Alamouti, y la estructura con tensores propuesta,

utilizando un canal de frecuencia plana, se consiguen resultados muy aproximados (de una matriz o tensor rango dos a un tensor de alto orden rango tres). Además, se hace evidente que un incremento en el tamaño del esquema se traduce en un aumento de antenas receptoras y transmisoras, lo que permite obtener un mejor rendimiento y equivale a una menor tasa de error de *bit* y una disminución en la relación señal a ruido.

Se planteó una estructura tensorial que permite ampliar los grados de libertad en comparación con la estructura de matriz con la que se ha venido implementando los esquemas MIMO, lo que permitirá considerar otros parámetros de interés en la transmisión de información en sistemas de comunicaciones inalámbricos.

Como trabajos futuros se visualizan: la incorporación de *precoding* en la estructura de diversidad espacial; la búsqueda de una estrategia para incorporar ganancia de multiplexación (esquema VBLAST) con tensores; y la expectativa de fundamentar las estructuras híbridas MIMO en el concepto tensorial.

Referencias bibliográficas

- Cortés-Peña, L.M. (2009). MIMO Space-Time Block Coding (STBC): Simulations and Results [Design Project: Personal and Mobile Communications, Georgia Tech (ECE6604)]. Recuperado de http://users.ece.gatech.edu/cortes/STBC_Matlab.html
- Da Silva, I.L.J. (2009). Multi-user receiver processing for inter-cell interference reduction in pucch LTE [tesis de maestría]. Universidade Federal Do Ceará: Fortaleza-Brazil.
- De Almeida, A.L.F., Da Silva, I.L.J., Favier, G., & Cavalcanti, F.R.P. (2008). Tensor-based precoding with blind MIMO channel estimation and transmit antenna selection. IEEE 9th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2008. SPAWC 2008, (pp.886-890). Piscataway, NJ: IEEE
- Grupalli, S.A., Cabrera, M.A., Bilbao, J. D., & Ferreyra, M.G. (2011). Sistemas de comunicación inalámbricos con tecnología MIMO. CET, (84), 7-18
- IT++ Documentation (2013, julio 6). Recuperado de <http://itpp.sourceforge.net/4.3.1/>
- Izquierdo, J. & Crespo, C. (2012). Caracterización de canal no lineal usando modelos de Volterra-Parafac. Sevilla, España: Universidad de Sevilla
- Oestges, C. & Clerckx, B. (2007). MIMO Wireless Communications :From real-world propagation to space-time code design. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier
- Vucetic, B y Yuan, J (2008). Space-Time Coding. Chichester, UK: John Wiley & Sons

Curriculum vitae

Martín Diomedes Bravo

Ingeniero Electrónico de la Universidad del Cauca, Especialista en Procesos para el Desarrollo de Software de la Universidad de San Buenaventura, Mestre en Telecomunicaciones de la Universidad de Brasilia (Brasil) y candidato a doctor en Teleinformática por la Universidad Federal del Ceará Fortaleza (Brasil). Actualmente se desempeña como docente de planta tiempo completo en la Universidad SurColombiana y lidera el Grupo de Investigación UNITCOM y dos semilleros asociados a él (VozCoding y VideoCoding).

Daniela Trujillo Cabrera

Estudiante de Ingeniería Electrónica de la Universidad Surcolombiana y miembro del grupo de investigación UNITCOM

Andrés Barrera Canchón

Estudiante de Ingeniería Electrónica de la Universidad Surcolombiana y miembro del grupo de investigación UNITCOM

A tensor structure proposal for the MIMO schemes implementation

M. D. Bravo¹, D. Trujillo C² and A. Barrera C³

1. UNITCOM group, Ph.D. (c), Surcolombiana University, Neiva, Colombia, martin.bravo@usco.edu.co
2. UNITCOM group, Surcolombiana University, Neiva, Colombia, mona206@hotmail.es
3. UNITCOM group, Surcolombiana University, Neiva, Colombia, andres_barrera_c@hotmail.com

ABSTRACT

In this work the use of tensor structures is proposed as a method of MIMO (Multiple-input Multiple-output) schemes implementation, with the target to extend the freedom grades that the matrix array provides, this take importance when include more variables of the system for transmit or receive information a major flexibility is achieved, but with a cost of computational complexity. It was verified that the use of tensor structures in the MIMO schemes allows to obtain the same results of the bit error rate and give the possibility of increase the freedom grades in the transmit structure. Finally, results obtained with the tensor scheme, using the theory of singular value decomposition (SVD) which is achieved a better response were optimized through the use of channels with better characteristics in terms of reduced distortion and higher signal yield scheme, at the expense of a delay in the system response and increased computational complexity.

Keywords: MIMO; Tensor; Paradigm; STBC; BER; SNR; SVD.

1. INTRODUCTION

The development and evolution of wireless communications is clear, everyday greater system performance and quality of services offered, thus requiring the existence of technologies and infrastructure to support a larger amount of data is necessary and allows the user to provide services efficiently and safely.

A scheme based on the application of tensor intended to change the paradigm of MIMO structure which usually works in two dimensions, tensor presents the opportunity to increase the degrees of freedom that can be exploited in the treatment of information be transmitted, such as using pre-coding (De Almeida et. al. 2008).

This document provides a basic overview of the theory of tensors and MIMO schemes including the system model. Emphasis on spatial diversity for block codes space-time (STBC) is made. Then propose the mapped-ing codes spatiotemporal structure tensor in order to be able to get more degrees of freedom that can be exploited in the transmission of information. Finally, we discuss the results achieved and the relevant conclusions are made.

This paper is organized as follows. In Section 2 and 3, an overview of the basic theory of tensors and a summary of the MIMO schemes is provided, which contains the system model in matrix form where mathematical analysis for 2x2 MIMO and 4x4 schemes using STBC is taken as a basis for layout 8x8 and 16x16.

In section 4, the proposed tensor model is explained. Section 5 contains the SVD optimization theory. Section 6 contains the simulation and analysis of the results obtained in this work. Finally, conclusions and some ideas for future work are made.

2. TENSORS

A tensor can be intuitively defined as a matrix representing a signal in multiple domains. The order of the tensor is the number of dimensions, also known as directions or modes. The tensors are generalizations of vectors and matrices, for example, a third-order tensor has three dimensions (modes or addresses). A zero-order tensor is a scalar, a first order tensor is a vector, a second order tensor is a matrix, and a tensor of third order or higher are called higher order tensor (Izquierdo et. al., 2012).

The tensor can be classified according to their order as:

Scalar (tensor of order 0). Quantity having magnitude but no direction (eg, density, temperature,

- pressure). The scalar can be functions of space and time and does not necessarily have to be constant.
- Vector (tensor of order 1). Quantity having magnitude and direction (eg velocity, acceleration, force).

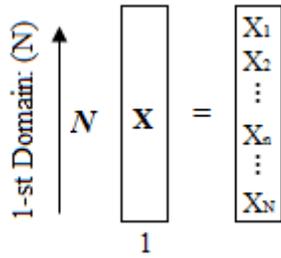


Figure 1: $N * 1$. Vector or first-order tensor (Da Silva, 2009).

- Matrix (tensor of order 2). Quantity having magnitude and two directions (eg, tension, deformation).

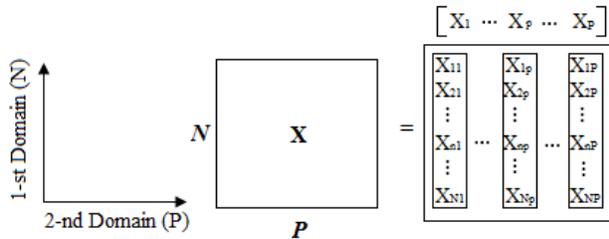


Figure 2: $N * P$. Matrix or second-order tensor (Da Silva, 2009).

- Third order tensor (tensor of order 3). Quantity having magnitude and three directions (Izquierdo et al, 2012).

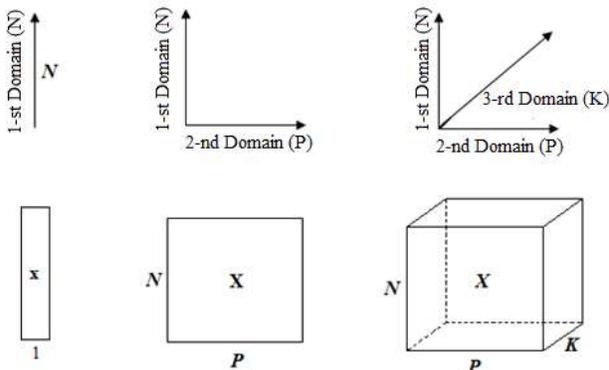


Figure 3: Tensors first, second and third order, respectively (Da Silva, 2009).

2.1 Unfolded Representations of a Tensor

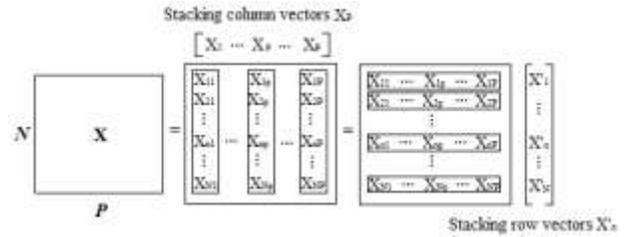


Figure 4: P column vectors $N * 1$ or N row vectors $1 * P$ (Da Silva, 2009).

The third-order tensor $X \in \mathbb{C}^{N * P * K}$ has three matrix representations X_1, X_2 y X_3 as follows:

$$X_1 = \begin{matrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{matrix} \in \mathbb{C}^{N * P * K}, X_2 = \begin{matrix} X_1 \\ \vdots \\ X_p \end{matrix} \in \mathbb{C}^{P * K * N}, X_3 = \begin{matrix} X_1 \\ \vdots \\ X_K \end{matrix} \in \mathbb{C}^{K * N * P}$$

Where $X_n \in \mathbb{C}^{P * K}$ cutting nth fixed considering the first domain, and $X_p \in \mathbb{C}^{K * N}$ p-th slice is the second domain, and $X_k \in \mathbb{C}^{N * P}$ is the k-th segment in the third domain. At this point it should be clear that X_1, X_2 y X_3 are not tensors, but matrices representing the same X .

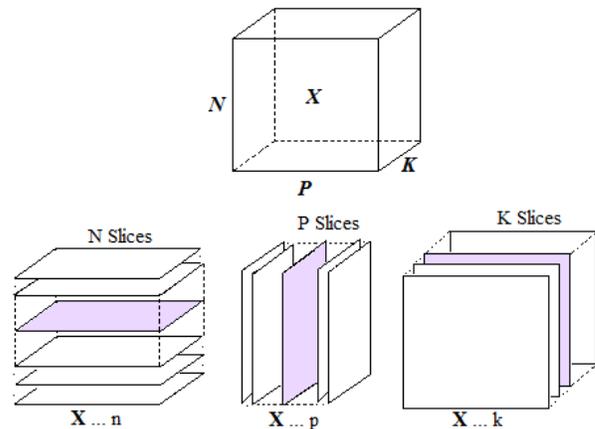


Figure 5: Unfolded representation of a third-order tensor $N * P * K$ (Da Silva, 2009).

2.2 Building a signal tensor

A matrix can be constructed from two vectors through the operation defined below.

Definition 1.3 (outer product of two vectors) Let $a \in \mathbb{C}^{N * 1}$ and $b \in \mathbb{C}^{P * 1}$ be two columns vectors. The outer product between (a) and (b) is given by:

$$a \circ b = ab^T = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_P] = \begin{bmatrix} a_1 \cdot b_1 & a_1 \cdot b_2 & \dots & a_1 \cdot b_P \\ a_2 \cdot b_1 & a_2 \cdot b_2 & \dots & a_2 \cdot b_P \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_N \cdot b_1 & a_N \cdot b_2 & \dots & a_N \cdot b_P \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times P}$$

or in scalar notation

$$[a \circ b]_{n,p} = a_n \cdot b_p$$

Definition 1.1 (column-rank of a matrix) Let $X \in \mathbb{C}^{N \times P}$ be a matrix formed by stacking column vectors x_1, \dots, x_p with $x_p \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ written as $X = [x_1 \dots x_p]$. The column-rank of X , denoted by $rank(X)$, is the maximal number of vectors x_p that are linearly independent. If $rank(X) = R$, X is called a rank- R matrix.

The rank of a matrix defines the smallest number of vectors that represents the subspace generated by the columns matrix. The result of the outer product of a rank-one matrix, since the generated column vectors are all linearly dependent as. The subspace generated by this matrix is identical to the subspace generated by the vector a . (Da Silva, 2009).

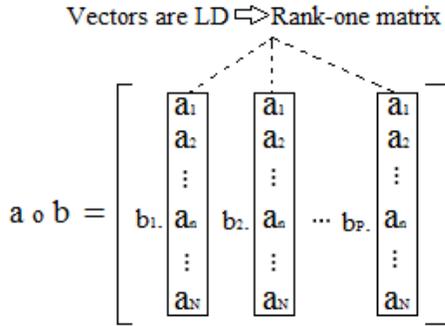


Figure 6: Factored Representation $a \circ b$ (Da Silva, 2009).

Property 1.1 (rank of the sum) Let X y Y two matrices with the same dimensions. Then, $rank(X + Y) \leq rank(X) + rank(Y)$

Let $c \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ and $d \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ be other two column vectors so that a, b, c , and d are linearly independent. We define $X = a \circ b$ and $Y = c \circ d$, and the previous property guarantees that $X + Y$ is a rank-two matrix.

$$a \circ b + c \circ d = \frac{a_1}{a_2} [b_1 b_2] + \frac{c_1}{c_2} [d_1 d_2]$$

$$a \circ b + c \circ d = \begin{bmatrix} a_1 & a_1 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & c_1 \\ d_1 & d_2 \end{bmatrix}$$

a and c are parallel factors

Figure 7: Sum of parallel factors (Da Silva, 2009).

$$a \circ b + c \circ d = \begin{bmatrix} b_1 a_1 + d_1 c_1 & b_2 a_1 + d_2 c_1 \\ b_1 a_2 + d_1 c_2 & b_2 a_2 + d_2 c_2 \end{bmatrix}$$

This sum of parallel factors can be alternatively written as the product of two matrices A and B^T defined as $A = [ac] \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ and $B = [bd] \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$. This product is shown in Fig. 8, where each matrix has two parallel factors (Da Silva, 2009).

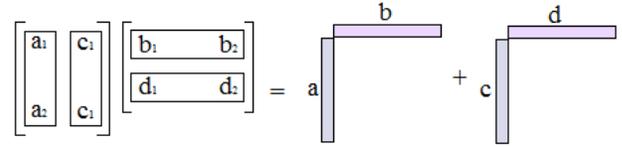


Figure 8: Graphical representation of the sum of parallel factors (Da Silva, 2009).

The sum of the two matrices of the same rank can be factored as the product of two matrices. This result can be generalized to the sum R rank-one matrices in the form $X(r) = a(r) \circ b(r)$ such a way that:

$$X = \sum_{r=1}^R X^{(r)} = AB^T$$

Where $A = [a^{(1)} \dots a^{(R)}] \in \mathbb{C}^{N \times R}$ and $B = [b^{(1)} \dots b^{(R)}] \in \mathbb{C}^{P \times R}$ with $a^{(r)} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ and $b^{(r)} \in \mathbb{C}^{P \times 1}$.

3. SCHEMES IN MIMO TECHNOLOGY

MIMO is a mechanism that increases the spectral efficiency of a wireless transmission system by using the spatial domain, using physical phenomena such as multipath propagation to increase the transmission rate or reduce bit error rate. MIMO is based on the spatial domain, therefore requires the use of multiple antennas at the transmitter and receiver.

MIMO is based on the use of the spatial domain, creating differentiated "spatial channels" between transmitter and receiver. This requires using multiple antennas at both transmitter and receiver. These antennas must be separated by a minimum distance that allows the creation of these different spatial channels.

MIMO can be used for two purposes: to increase the transmission rate for the same error rate and SNR, or reduce the error rate while maintaining the transmission speed and the constant SNR. MIMO is based on the use of spatial channels operating on the same frequency, polarization and time. These spatial channels may be created in conditions of strong multipath propagation, so that MIMO is a technology for transmission systems NLOS (Albentia Systems s.a. (S.F)).

3.1 Diversity Scheme

To transmit and receive simultaneously by multiple antennas, it can improve reliability of the link, mitigating fading and decreasing the probability of error. If $N_t N_r$ links suffer fading MIMO channel independently and the transmitted signal is constructed in a suitable manner, the receiver can combine the received signals such that the resulting largely compensates the SISO channel fading, thereby improving the signal to noise ratio (SNR) of the received signal.

The diversity gain in the MIMO system is the improvement in the SNR, averaged over time, with respect to the SISO channel SNR better. The idea of diversity gain is linked to the concept of reliability which is best analyzed from the analysis of the outage probability of the channel (probability that the SNR is below a certain threshold level to make sure the system is not available), indicating the quality of performance guaranteed channel with a certain level of probability. Therefore the definition of diversity gain is determined by the minimum reference value of SNR (Fernandez F, O 2007).

When there are multiple copies of a transmitted signal, various types of diversity (Grupalli, 2011):

- In time: multiple versions of the signal at different time instants when they are transmitted.
- In frequency: When the signal is transmitted using different frequency channels.
- In space: When the signal is transmitted using different propagation paths.
- From polarization: When there are multiple versions of the transmitted signal with different polarizations.
- From users: When the transmitter is the user who chooses according to channel quality. (Grupalli, 2011):

In the case of MIMO, one considers the spatial diversity in order to provide multiple paths using multiple antennas at the transmitter and receiver. To reach this point the technology has evolved as follows:

- SISO (Single Input, Single Output) communications system that uses a single transmitting antenna and one receiving antenna.
- MISO (Multiple Input, Single Output) communication system that uses two or more transmitting antennas but only one receiving antenna. It is also known as transmit diversity.
- SIMO (Single Input, Multiple Output) communications system that uses a single transmit antenna and two or more receiving antennas. He is known as diversity reception.

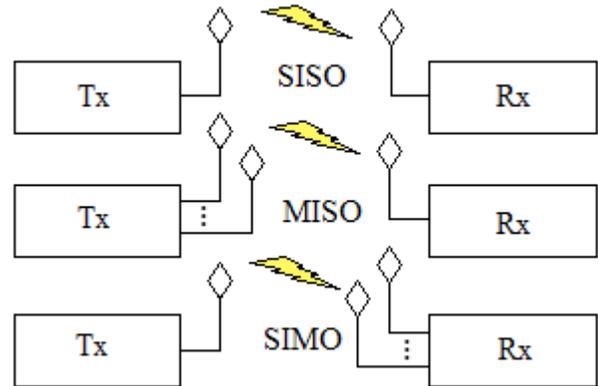


Figure 9. SISO, SIMO and MISO Schemes, respectively (Cortes, 2009).

As is evident, MIMO represents the system using two or more antennas at the transmitter and two or more antennas at the receiver, that is to say using spatial diversity by using multiple antennas.

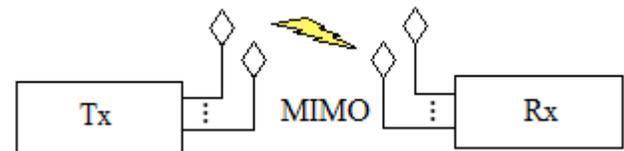


Figure 10. MIMO scheme (Cortes, 2009).

3.2 MIMO System Model in Matrix Form

The MIMO systems are composed of three main elements, the transmitter (TX), the channel (H), and receiver (RX). N_t where denotes the number of antennas at the transmitter, and denotes the antenna number N_r , receiver. Figure 11 shows the block diagram of the MIMO system (Cortes, 2009).

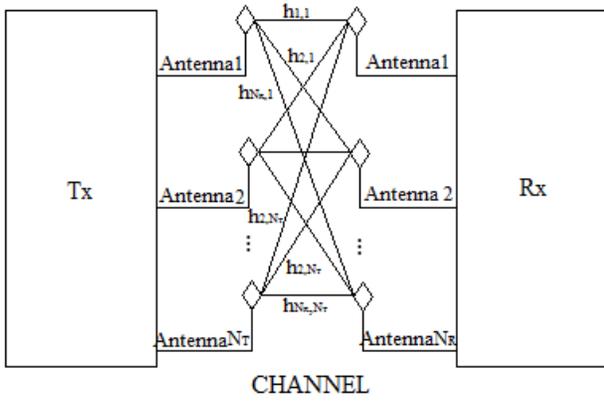


Figure 11: Block diagram of the MIMO system (Cortes, 2009).

The channel with N_r outputs and N_t inputs is denoted as a matrix $N_r * N_t$.

$$H = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \dots & h_{1,N_t} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \dots & h_{2,N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & h_{N_r,2} & \dots & h_{N_r,N_t} \end{pmatrix}$$

Where each entry $h_{i,j}$ denotes the attenuation and phase shift (transfer function) between the j^{th} transmitter and i^{th} receiver. It is assumed in this document that the MIMO channel is behaving in a "quasi-static", ie, the channel varies randomly from burst to burst, but is fixed in a transmission (Vucetic et al, 2003).

The MIMO signal model is described as:

$$\vec{r} = \mathbf{H}\vec{s} + \vec{n}$$

Where \vec{r} is the vector received $N_r * 1$ size, \mathbf{H} is the channel matrix of size $N_r * N_t$, \vec{s} is the vector of transmission $N_t * 1$ size, \vec{n} is the noise vector of size $N_r * 1$. Each element normally noise modeled as white Gaussian noise independent identically distributed (iid) with a $N_t/2 * SNR$ variance. In this model, the transmitted signals are mixed in the channel, and they use the same carrier frequency. At the receiver side, the received signal consists of a linear combination of each received signal plus noise. The receiver may solve for the signals transmitted by the treatment of the MIMO signal model as a system of linear equations (Vucetic et al, 2003).

3.3 Space-time block coding

One methodology for exploiting the capacity in MIMO systems consists of using spatial diversity to combat channel fading. This can be achieved by transmitting multiple replicas of the same information through each antenna. By doing this, the probability of losing the information decreases exponentially. Antennas in a MIMO system are used to support transmission of a SISO

system transmission rate target. The order of diversity or diversity gain of a MIMO system is defined as the number of independent reception of the same signal. A MIMO system with N_t transmit antennas and N_r receive antennas potentially has full diversity (i.e., maximum diversity) gain equal to $N_r N_t$. The different replicas sent to exploit diversity are generated by a space-time encoder that encodes a single pass through the space by using all the transmission antennas and over time by sending each symbol at different times. This form of encryption is called Space-Time Coding (STC). Due to its ease of decoding, the most dominant form of STCs is space-time block codes (STBC) (Cortes, 2009).

3.3.1 Alamouti scheme

Historically, Alamouti's scheme was the first STBC. The simplicity and structure of the Alamouti STBC has placed the scheme in both the W-CDMA and CDMA-2000 standards. The Alamouti STBC scheme uses two transmit antennas and N_r receive antennas and can accomplish a maximum diversity order of $2N_r$. Moreover, the Alamouti scheme has full rate (i.e. a rate of 1) since it transmits 2 symbols every 2 time intervals. Next, a description of the Alamouti scheme is provided for both 1 and 2 receive antennas, followed by a general expression for the decoding mechanism for the case of N_r receive antennas.

Description: As mentioned earlier, Alamouti STBC uses two transmit antennas regardless of the number of receive antennas. The Alamouti scheme encoding operation is given by.

$$G_2 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix}$$

In this paper, the rows of each coding scheme represents a different time instant, while the columns represent the transmitted symbol through each different antenna. In this case, the first and second row represent the transmission at the first and second time instant respectively. At a time t , the symbol s_1 and symbol s_2 are transmitted from antenna 1 and antenna 2 respectively. Assuming that each symbol has duration T , then at time $t + T$, the symbols $-s_2^*$ and s_1^* , where $(.)^*$ denotes the complex conjugate, are transmitted from antenna 1 and antenna 2 respectively. (Vucetic et al, 2003).

Case of 1 Receive Antenna: The reception and decoding of the signal depends on the number of receive antennas available. For the case of one receive antenna, the receive signals are:

$$\begin{aligned} r_1^{(1)} &= r_1(t) = h_{1,1}s_1 + h_{1,2}s_2 + n_1^{(1)} \\ r_1^{(2)} &= r_1(t+T) = -h_{1,1}s_2^* + h_{1,2}s_1^* + n_1^{(2)} \end{aligned}$$

where r_1 is the received signal at antenna 1, $h_{i,j}$ is the channel transfer function from the j^{th} transmit antenna and the i^{th} receive antenna defined in Section II, n_1 is a

complex random variable representing noise at antenna 1, and $x^{(k)}$ denotes x at time instant k (i.e. at time $t + (k - 1)T$).

Before the received signals are sent to the decoder, they are combined as follows (Vucetic et al, 2003):

$$\begin{aligned}\tilde{s}_1 &= h_{1,1}^* r_1^{(1)} + h_{1,2} r_1^{*(2)} \\ \tilde{s}_2 &= h_{1,2}^* r_1^{(1)} + h_{1,1} r_1^{*(2)}\end{aligned}$$

and substituting:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_1 &= (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2) s_1 + h_{1,1}^* n_1^{(1)} + h_{1,2} n_1^{*(2)} \\ \tilde{s}_2 &= (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2) s_2 - h_{1,1} n_1^{*(2)} + h_{1,2}^* n_1^{(1)}\end{aligned}$$

Where $\alpha_{i,j}^2$ is the squared magnitude of the channel transfer function $h_{i,j}$. The calculated \tilde{s}_1 and \tilde{s}_2 are then sent to a Maximum Likelihood (ML) decoder to estimate the transmitted symbols S_1 and S_2 respectively.

Case of 2 Receive Antennas: For the case of two receive antennas, the received symbols are (Vucetic et al, 2003):

$$\begin{aligned}r_1^{(1)} &= h_{1,1} s_1 + h_{1,2} s_2 + n_1^{(1)} \\ r_1^{(2)} &= -h_{1,1} s_2^* + h_{1,2} s_1^* + n_1^{(1)} \\ r_2^{(1)} &= h_{2,1} s_1 + h_{2,2} s_2 + n_1^{(1)} \\ r_2^{(2)} &= -h_{2,1} s_2^* + h_{2,2} s_1^* + n_1^{(1)}\end{aligned}$$

and the combined signals are

$$\begin{aligned}\tilde{s}_1 &= h_{1,1}^* r_1^{(1)} + h_{1,2} r_1^{*(2)} + h_{2,1}^* r_2^{(1)} + h_{2,2} r_2^{*(2)} \\ \tilde{s}_2 &= h_{1,2}^* r_1^{(1)} + h_{1,1} r_1^{*(2)} + h_{2,2}^* r_2^{(1)} + h_{2,1} r_2^{*(2)}\end{aligned}$$

which, after substituting, becomes:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_1 &= (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2 + \alpha_{2,1}^2 + \alpha_{2,2}^2) s_1 + h_{1,1}^* n_1^{(1)} + \\ & h_{1,2} n_1^{*(2)} + h_{2,1}^* n_2^{(1)} + h_{2,2} n_2^{*(2)} \\ \tilde{s}_2 &= (\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{1,2}^2 + \alpha_{2,1}^2 + \alpha_{2,2}^2) s_2 - h_{1,1} n_1^{*(2)} + \\ & h_{1,2}^* n_1^{(1)} - h_{2,1} n_2^{*(2)} + h_{2,2}^* n_2^{(1)} \quad (15)\end{aligned}$$

Decoding decision statistic for N_r receive antennas: The ML decoder decision statistic decodes in favor of S_1 and S_2 over all possible values of S_1 and S_2 :

$$\begin{aligned} & \left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,1}^* + r_i^{*(2)} h_{i,2}) \right] - s_1 \right|^2 + \psi |s_1|^2 \\ & \left| \left[\sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,2}^* - r_i^{*(2)} h_{i,1}) \right] - s_2 \right|^2 + \psi |s_2|^2\end{aligned}$$

where ψ for $N_t = 2$, is given by:

$$\psi = \left(-1 + \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} |h_{i,j}|^2 \right)$$

3.3.2 Orthogonal Space-Time Block Codes

The Alamouti scheme is part of a general class of STBCs known as orthogonal space-time block codes (OSTBCs).

For the case of 4 transmit antennas, provide block code of rate 1/2, with full diversity $4N_r$. It is given by:

$$G_4 = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ -S_2 & S_1 & -S_4 & S_3 \\ -S_3 & S_4 & S_1 & -S_2 \\ -S_4 & -S_3 & S_2 & S_1 \\ S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* \\ -S_2^* & S_1^* & -S_4^* & S_3^* \\ -S_3^* & S_4^* & S_1^* & -S_2^* \\ -S_4^* & -S_3^* & S_2^* & S_1^* \end{pmatrix}$$

Where, G_4 has rate 1/2 as 4 symbols are transmitted in 8 intervals time. To decode, the ML decoder minimizes the decision metric for decoding S_1, S_2, S_3 and S_4 respectively, for $N_t = 4$ where ξ is given by: (Cortes, 2009).

$$\xi = -1 + 2 \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} |h_{i,j}|^2$$

And,

$$\begin{aligned} & \left[\left| \sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,1}^* + r_i^{(2)} h_{i,2}^* + r_i^{(3)} h_{i,3}^* + r_i^{(4)} h_{i,4}^* \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + r_i^{*(5)} h_{i,1} + r_i^{*(6)} h_{i,2} + r_i^{*(7)} h_{i,3} + r_i^{*(8)} h_{i,4} \right) \right. \\ & \quad \left. - s_1 \right|^2 + \xi |s_1|^2 \\ & \left[\left| \sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,2}^* - r_i^{(2)} h_{i,1}^* - r_i^{(3)} h_{i,4}^* + r_i^{(4)} h_{i,3}^* \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + r_i^{*(5)} h_{i,2} - r_i^{*(6)} h_{i,1} - r_i^{*(7)} h_{i,4} + r_i^{*(8)} h_{i,3} \right) \right. \\ & \quad \left. - s_2 \right|^2 + \xi |s_2|^2 \\ & \left[\left| \sum_{i=1}^{N_r} (r_i^{(1)} h_{i,3}^* + r_i^{(2)} h_{i,4}^* - r_i^{(3)} h_{i,1}^* - r_i^{(4)} h_{i,2}^* \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + r_i^{*(5)} h_{i,3} + r_i^{*(6)} h_{i,4} - r_i^{*(7)} h_{i,1} - r_i^{*(8)} h_{i,2} \right) \right. \\ & \quad \left. - s_3 \right|^2 + \xi |s_3|^2\end{aligned}$$

$$\left[\sum_{i=1}^{Nr} (r_i^{(1)} h_{i,4}^* - r_i^{(2)} h_{i,3}^* + r_i^{(3)} h_{i,2}^* - r_i^{(4)} h_{i,1}^* + r_i^{(5)} h_{i,4}^* - r_i^{(6)} h_{i,3}^* + r_i^{(7)} h_{i,2}^* - r_i^{(8)} h_{i,1}^*) \right]^2 - s_4 \left| + \xi |s_4|^2 \right.$$

For the case of 8 transmit antennas, provide block code of rate 1/2, with full diversity $8N_r$. It is given by:

$$G_8 = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & S_8 \\ -S_2 & S_1 & S_4 & -S_3 & S_6 & -S_5 & -S_8 & S_7 \\ -S_3 & -S_4 & S_1 & S_2 & S_7 & S_8 & -S_5 & -S_6 \\ -S_4 & S_3 & -S_2 & S_1 & S_8 & -S_7 & S_6 & -S_5 \\ -S_5 & -S_6 & -S_7 & -S_8 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ -S_6 & S_5 & -S_8 & S_7 & -S_2 & S_1 & -S_4 & S_3 \\ -S_7 & S_8 & S_5 & -S_6 & -S_3 & S_4 & S_1 & -S_2 \\ -S_8 & -S_7 & S_6 & S_5 & -S_4 & -S_3 & S_2 & S_1 \\ S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* & S_5^* & S_6^* & S_7^* & S_8^* \\ -S_2^* & S_1^* & S_4^* & -S_3^* & S_6^* & -S_5^* & -S_8^* & S_7^* \\ -S_3^* & -S_4^* & S_1^* & S_2^* & S_7^* & S_8^* & -S_5^* & -S_6^* \\ -S_4^* & S_3^* & -S_2^* & S_1^* & S_8^* & -S_7^* & S_6^* & -S_5^* \\ -S_5^* & -S_6^* & -S_7^* & -S_8^* & S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* \\ -S_6^* & S_5^* & -S_8^* & S_7^* & -S_2^* & S_1^* & -S_4^* & S_3^* \\ -S_7^* & S_8^* & S_5^* & -S_6^* & -S_3^* & S_4^* & S_1^* & -S_2^* \\ -S_8^* & -S_7^* & S_6^* & S_5^* & -S_4^* & -S_3^* & S_2^* & S_1^* \end{pmatrix}$$

Where, G_8 has rate 1/2 as 8 symbols are transmitted in 16 intervals time. To decode, the ML decoder minimizes the decision metric for decoding $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7$ and S_8 for $N_t = 8$.

For the case of 16 transmit antennas, provide block code of rate 1/2, with full diversity $16N_r$. It is given by:

$$G_{16} = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & S_8 & S_9 & S_{10} & S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ -S_2 & S_1 & -S_4 & S_3 & -S_6 & S_5 & -S_8 & S_7 & -S_{10} & S_9 & -S_{12} & S_{11} & -S_{14} & S_{13} & -S_{16} & S_{15} \\ -S_3 & -S_4 & S_1 & -S_2 & -S_5 & S_6 & -S_7 & -S_8 & -S_{10} & -S_{11} & -S_{12} & -S_{13} & -S_{14} & -S_{15} & -S_{16} & -S_{17} \\ -S_4 & S_3 & -S_2 & S_1 & -S_5 & S_6 & -S_7 & -S_8 & -S_{10} & -S_{11} & -S_{12} & -S_{13} & -S_{14} & -S_{15} & -S_{16} & -S_{17} \\ -S_5 & -S_6 & -S_7 & -S_8 & -S_9 & -S_{10} & -S_{11} & -S_{12} & -S_{13} & -S_{14} & -S_{15} & -S_{16} & -S_{17} & -S_{18} & -S_{19} & -S_{20} \\ -S_6 & S_5 & -S_8 & S_7 & -S_9 & S_{10} & -S_{11} & -S_{12} & -S_{13} & -S_{14} & -S_{15} & -S_{16} & -S_{17} & -S_{18} & -S_{19} & -S_{20} \\ -S_7 & S_8 & S_5 & -S_6 & -S_7 & S_8 & -S_9 & -S_{10} & -S_{11} & -S_{12} & -S_{13} & -S_{14} & -S_{15} & -S_{16} & -S_{17} & -S_{18} \\ -S_8 & -S_7 & S_6 & S_5 & -S_4 & -S_3 & S_2 & S_1 & -S_{10} & -S_{11} & -S_{12} & -S_{13} & -S_{14} & -S_{15} & -S_{16} & -S_{17} \\ S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* & S_5^* & S_6^* & S_7^* & S_8^* & S_9^* & S_{10}^* & S_{11}^* & S_{12}^* & S_{13}^* & S_{14}^* & S_{15}^* & S_{16}^* \\ -S_2^* & S_1^* & S_4^* & -S_3^* & S_6^* & -S_5^* & -S_8^* & S_7^* & -S_{10}^* & S_9^* & -S_{12}^* & S_{11}^* & -S_{14}^* & S_{13}^* & -S_{16}^* & S_{15}^* \\ -S_3^* & -S_4^* & S_1^* & S_2^* & S_7^* & S_8^* & -S_5^* & -S_6^* & -S_{10}^* & -S_{11}^* & -S_{12}^* & -S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{15}^* & -S_{16}^* & -S_{17}^* \\ -S_4^* & S_3^* & -S_2^* & S_1^* & S_8^* & -S_7^* & S_6^* & -S_5^* & -S_{10}^* & -S_{11}^* & -S_{12}^* & -S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{15}^* & -S_{16}^* & -S_{17}^* \\ -S_5^* & -S_6^* & -S_7^* & -S_8^* & S_1^* & S_2^* & S_3^* & S_4^* & -S_{10}^* & -S_{11}^* & -S_{12}^* & -S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{15}^* & -S_{16}^* & -S_{17}^* \\ -S_6^* & S_5^* & -S_8^* & S_7^* & -S_2^* & S_1^* & -S_4^* & S_3^* & -S_{10}^* & -S_{11}^* & -S_{12}^* & -S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{15}^* & -S_{16}^* & -S_{17}^* \\ -S_7^* & S_8^* & S_5^* & -S_6^* & -S_3^* & S_4^* & S_1^* & -S_2^* & -S_{10}^* & -S_{11}^* & -S_{12}^* & -S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{15}^* & -S_{16}^* & -S_{17}^* \\ -S_8^* & -S_7^* & S_6^* & S_5^* & -S_4^* & -S_3^* & S_2^* & S_1^* & -S_{10}^* & -S_{11}^* & -S_{12}^* & -S_{13}^* & -S_{14}^* & -S_{15}^* & -S_{16}^* & -S_{17}^* \end{pmatrix}$$

Where, G_{16} has rate 1/2 as 16 symbols are transmitted in 32 intervals time. To decode, the ML decoder minimizes the decision metric for decoding $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$ and S_{16} for $N_t = 16$.

4. Tensor Model Proposed Implementation of MIMO Schemes

Figure 12 It can be seen the block diagram of the proposed system. It has Tx and Rx antennas transmit receive antennas, where $T_x = R_x$ for all cases to be studied, diversity MIMO transmission systems will be used. At the transmitter, the input sequence becomes serial parallel data streams R that extend through a subset of transmitting antennas N_t and during P time slots. It works under case $1 \leq R \leq N_t$ to ensure that at least one channel is in good conditions. Each transmitted data stream is a collection of N symbols during which it is assumed that the wireless channel will be constant. The channel is assumed flat frequency. It is assumed that the transmission power for data stream is fixed. Normalizing the overall transmitted power so that the average total transmit power used in any channel is independent of the number of data streams and transmit antennas are used. Rate $R = 1/2$ is taken. The transmission speed in bits per channel use (PCU) is given by:

$$\rho = \left(\frac{R}{P} \right) \log_2(\mu) \text{ bits PCU}$$

Where μ is the modulation (in this case 16-QAM). Open loop transmission is considered as the scheme does not have the ability to correct errors or antenna selection, since research seeks to measure the performance of the scheme by changing the paradigm to a tensor view.

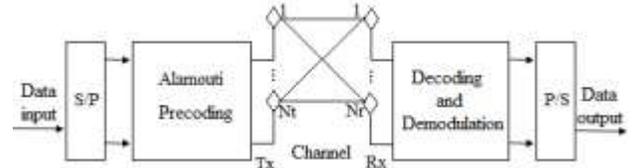


Figure 12: Block diagram of the proposed tensor model

Perfect channel knowledge is assumed at both the transmitter and receiver and therefore they possess the necessary algorithms for encoding and decoding. We assume that the antennas are properly separated and that the propagation medium is rich enough so that dispersion can be modeled as a complex Gaussian random variable with zero mean and variance equal to unity.

Let h_{N_t, N_r} be the spatial channel between the N_t -th transmit antenna and the N_r -th receive antenna $S_{n,r}$ be the N -th

symbol of the r -th data stream after serial-to-parallel conversion, and A_{p,N_t} be the p -th element of the N_t -th code. Let us define $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$, $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times R}$ and $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{P \times N_t}$ as the channel, symbol and code matrices, where $h_{N_t, N_r} = [\mathbf{H}]_{N_t, N_r}$, $s_{n,r} = [\mathbf{S}]_{n,r}$, $A_{p,N_t} = [\mathbf{A}]_{p,N_t}$ are, respectively, the typical elements of these matrices.

We can view the discrete-time baseband version of the received signal at the N_r -th receive antenna, n -th symbol period and p -th time-slot as a third-order tensor $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_r \times N \times P}$.

The tensor will be formed of the concatenation of three blocks (as shown in Figure 13). The first block will be the symbol matrix formed by the flow of data to transmit, the second block corresponds to the flat frequency channel dimensions $N_t \times N_r$ and finally, the third block redundancy is applied to the N symbols to be transmitted following the algorithm space - time block code (Spoken in ch. 3).

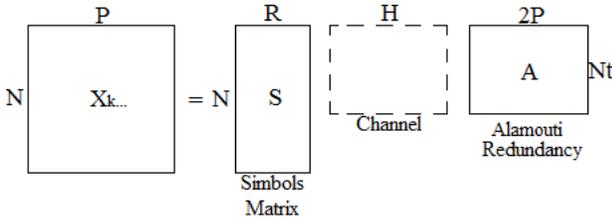


Figure 13: Block diagram of the Signal -tensor

Let can organize the information contained in \mathbf{X} in three different ways. Let define $\mathbf{X}_{k..} \in \mathbb{C}^{N \times P}$ as a *matrix-slice* of the tensor that collects $P \times N$ samples of the received signal over P time-slots and N symbol periods at the N_r -th receive antenna. Likewise, let can alternatively define the slice $\mathbf{X}_{.n.} \in \mathbb{C}^{P \times N_r}$ collecting the received signal samples over P time-slots and N_r receive antennas associated with the n -th symbol, and the slice $\mathbf{X}_{..p} \in \mathbb{C}^{N_r \times N}$ collecting $N_r \times N$ samples of the received signal over the receive antennas and N symbols for the p -th time-slot. The factorization of $\mathbf{X}_{k..}$, $\mathbf{X}_{.n.}$, $\mathbf{X}_{..p}$ as a function of the system parameters are given, respectively, by the following expressions:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{k..} &= \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{A}^T \\ \mathbf{X}_{.n.} &= \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{H}^T \\ \mathbf{X}_{..p} &= \mathbf{H}\mathbf{A}\mathbf{S}^T\end{aligned}$$

For system simulation using Matlab software, the symbols to be transmitted are generated randomly, worked with 900,000 symbols per SNR value since a HD (High Definition) has 0.9 Mega-pixels as the target communications systems today is to convey quality services to its users, the system performs 10,000 iterations for each value of SNR as stipulated Montecarlo. The wireless channel setting is considered in a Rayleigh

distribution with the use of flat rate and with addition of white Gaussian noise. MIMO schemes G2, G4, G8 and G16 in a matrix and tensor were implemented to test the paradigm shift like the G2, G4 and G8 schemes optimized through singular value decomposition (SVD) (What to study and be discussed in the following chapters). The modulation used was 16-QAM aspect highlighted in this investigation and that all investigations carried out previously on the subject only work BPSK and QPSK modulation.

5. Optimization with SVD

The singular value decomposition is a matrix factorization that is used in image processing in areas such as restoration, noise reduction, CT scans and digital images hidden transmission. Because the numerical reduction of large matrices occurs frequently wrong by the accumulation of rounding errors rank SVD among its benefits with the most reliable estimate of the rank of a matrix which prevents the singular values that are very small and should be zero are amplified and introduce errors into the system. Then mathematically SVD exposes the theory and how it was applied in this study (Verdoy, J. 2009)

Singular value decomposition: Let $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$, an array of complex values range \mathbb{R} . Then the singular value decomposition (SVD) of \mathbf{X} is given by:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T$$

Where $\mathbf{U} = [u^{(1)}, \dots, u^R]$ is a unitary matrix $N_t \times N_t$ $\mathbf{U}\mathbf{U}^T = \mathbf{I}_R$, $\mathbf{V} = [V^{(1)*}, \dots, V^{R*}]$ is a unitary matrix $N_r \times N_r$ $\mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{I}_R$ y $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma^{(1)}, \dots, \sigma^R)$ is a diagonal matrix $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Considering the notation parallel factors, the singular value decomposition (SVD) of \mathbf{X} can be written using the same notation of (1). As a sum of outer products of the eigenvectors weighted input and output of \mathbf{X} as shown below:

$$\mathbf{X} = \sum_r^R \mathbf{X}^{(r)} = \sum_{r=1}^R \sigma^{(r)} \cdot (\mathbf{u}^{(r)} \circ \mathbf{V}^{(r)})$$

SVD decomposes a matrix \mathbf{X} range \mathbb{R} into a sum of rank one matrices \mathbb{R} , where \mathbf{X} is a square matrix. Each of these matrices of rank one, a base represents the subspace spanned by the \mathbf{X} matrix, weighted by the singular values $\sigma^{(1)}, \dots, \sigma^{(R)}$.

If \mathbf{X} is a matrix of $N_t * N_r$, the singular values of \mathbf{X} are the square roots of the eigenvalues of $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$, and are denoted by $\sigma^{(1)}, \dots, \sigma^{(R)}$. It is conventional to sort the singular values such that $\sigma^{(1)} \geq \sigma^{(2)} \geq \dots \geq \sigma^{(R)}$. eigenvalues of $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ are nonnegative real, since for any eigenvector \mathbf{u} , let have that

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u}$$

If you multiply both sides by \mathbf{u}^T , equality is obtained

$$\mathbf{u}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u}$$

Indicating that $\|\mathbf{X} \mathbf{u}\|^2 = \lambda \|\mathbf{u}\|^2$, therefore $\lambda \geq 0$. Hence it makes sense to take $\sqrt{\lambda_i}$ if $\lambda_i, i = 1, \dots, n$, are the values of $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ (Demmel, J. 1997).

5.1 Optimization model with SVD

In the specific case of this research, the above conclusion was used by choosing the maximum value for the optimization of tensor diagrams illustrating structures MIMO 2x2, 4x4 and 8x8, using the method of singular value decomposition (SVD). Contained in each column of the channel matrix as having a higher singular value ensures good performance in the diagram, because it will make use of the subchannel with the best characteristics in terms of distortion that adds to the signals (Da Silva, I. 2009).

The singular values obtained are rearranged into a diagonal matrix and multiplied by the matrix of symbols to be transmitted as shown in Figure 2.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \chi^{(1)} \\ \chi^{(2)} \\ \vdots \\ \chi^{(N_t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma^{(1)} & & & \\ & \sigma^{(2)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma^{(N_t)} \end{bmatrix}$$

Figure 14. Transmit matrix SVD

To ensure that all Matrix symbols are transmitted as many iterations as transmitting antennas in the present scheme is needed, and a scheme of $N_t * N_r$ where $N_t = N_r$ requires N_t iterations to transmit all data in the array. since the number of subchannels is equal to the number of transmit antennas (N_t) in all cases, generating a delay of $(N_t - 1)$ Iterations over the scheme that uses all subchannels of the channel matrix, but in exchange for this improved performance in signal-to-noise ratio of the system is what is sought in this research is obtained.

6. Simulation Results and Analysis

6.1 Results without Optimization

For verification of the MIMO scheme was implemented in a conventional manner (that is, matrices) where the outline of two transmitting antennas and two receivers was simulated. The result is shown below (corresponding to the magenta line in Figure 15). Similarly you can see the result of the proposed tensor implemented model (corresponds to the blue line in Figure 15), where the relationship between the bit error rate against signal-to-noise ratio observed.

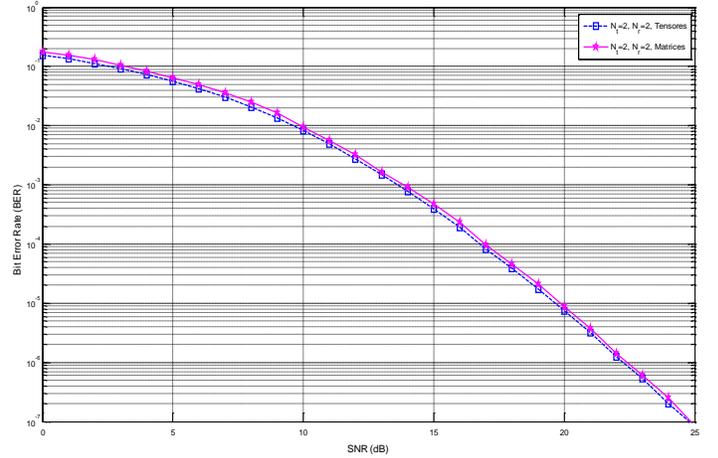


Figure 15: Scheme G_2 MIMO Matrix and Tensor

Once verified that the structure tensor scheme works in two transmitting and receiving antennas, it is necessary to increase the number of antennas where the outline of four transmitting antennas and four receiver was simulated. Where the conventional model is shown as follows (corresponding to the cyan line in Figure 16) and the result of implementing the proposed tensor model (Corresponds to the pink line in Figure 16) scheme.

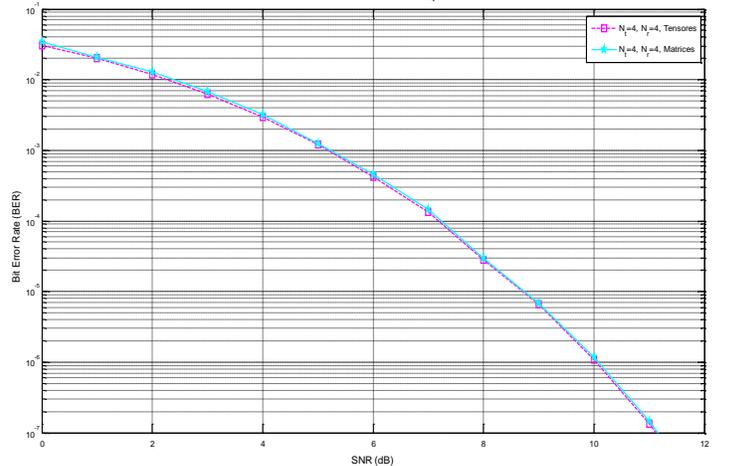


Figure 16: Scheme G_4 MIMO Matrix and Tensor

Subsequently the number of antennas where the schedule of eight transmitting antennas and receiving eight simulated increased. Where the conventional model is shown as follows (corresponding to the dark blue line in Figure 17). The result of implementing the proposed tensor model (up to the light blue line in Figure 17) scheme.

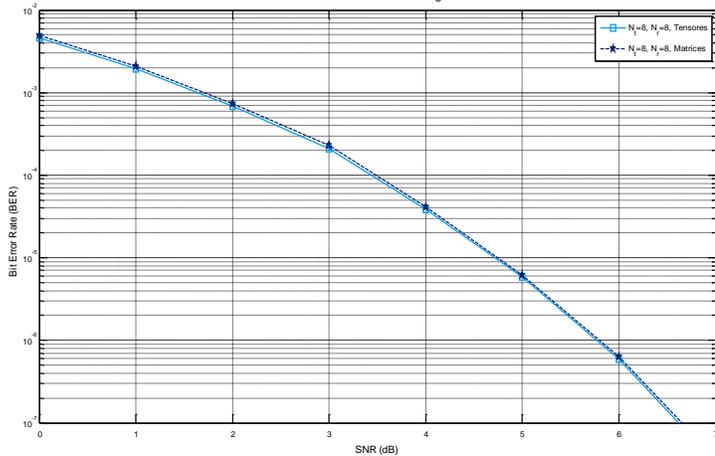
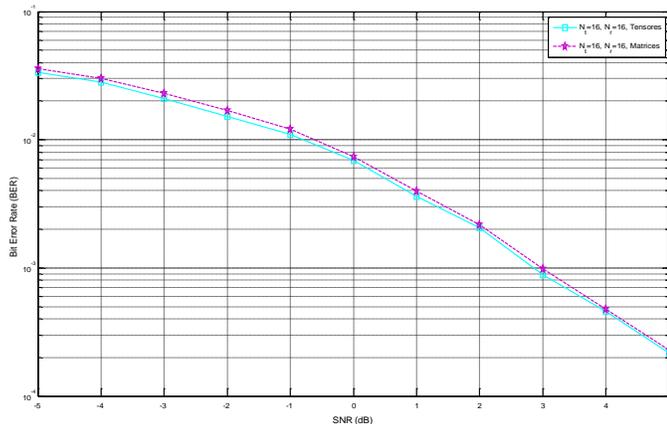


Figure 17: Scheme G_8 MIMO Matrix and Tensor

Finally the number of antennas which the transmitting antenna diagram 16 and 16 receiver was simulated increased. Where the conventional model is presented below (corresponds to the purple line in Figure 18) is displayed. The result of implementing the proposed tensor model (up to the light blue line in Figure 18.) Scheme. This scheme required more programming and computational complexity due to the increasing complexity of the equations and structures both transmission and reception.

Figure 18: Scheme G_{16} MIMO Matrix and Tensor



Comparing the two results in all simulations can be verified that the system performance is about the same with respect to conventional MIMO scheme as expected, since the objective was to map them in tensor structures that expand the expectation of being able to handle larger number of degrees of freedom, that to find mechanisms

and strategies that optimize the transmission of any communication service. Verified Cortes, L (2009) and Wu, D et al (2007). Schemes have spatial diversity gain, in which a very low limit that may be required to provide a communication service error rate is achieved. This is because diversity gain is given by the redundancy of the information set in the transmission scheme. As for the signal to noise ratio the result is high in the scheme of 2x2, tapering gradually to the 8x8 in the graphic 16x16 unexpected performance is observed or not following the logic was working as the rate of no bit error gradually decreases with increasing the signal to noise ratio, but does so very slowly and the height of a SNR of 5, the result obtained scarcely reaches a value close to $1 * 10^{-4}$, it should to increasing the size of the array even when working with floating-point data 16 bits does not provide sufficient accuracy at the time of operations, causing saturation in the simulation, to minimize this problem can work with data floating point 32 on a simulator improved robustness and accuracy. Verified Wu, D et al (2007).

6.2 Results with optimization

This section analyzes the results obtained by comparing the originally proposed tensor scheme with optimized via SVD, in order to measure the performance of each of the systems was performed.

As a first step the result is displayed with G_2 , comparing the performance of such scheme tensor and so optimized by applying SVD theory set forth above, what is shown in Figure 19.

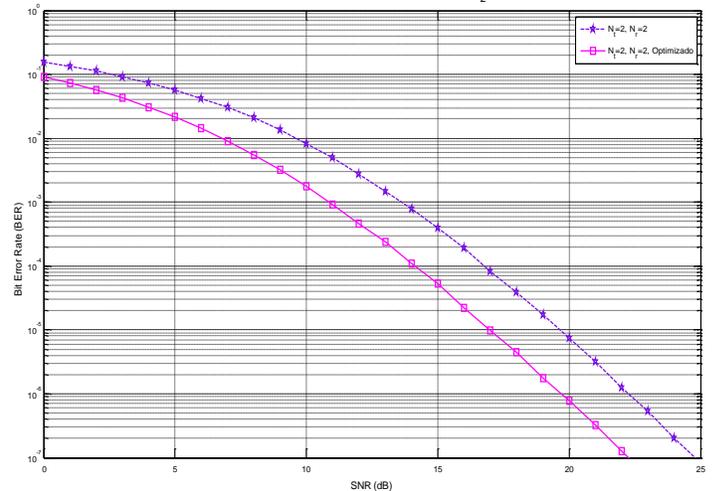


Figure 19: Comparison of MIMO Scheme tensor G_2 with and without optimization

Subsequently, after obtaining good results in G2 is determined, the analysis for G4, comparing the performance of such scheme tensor and so optimized by applying SVD theory, what is shown in Figure 20.

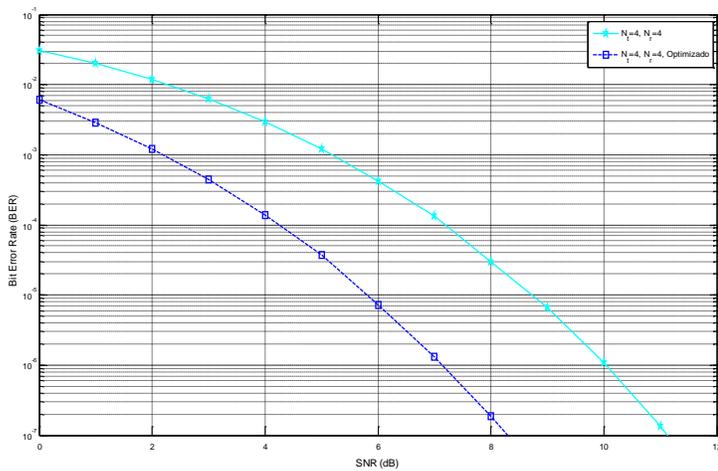


Figure 20: Comparison of MIMO Scheme tensor G_4 with and without optimization

Finally, the result obtained with G8 shown comparing performance scheme tensor form and shape optimized to the application of the theory of SVD, appreciate that due to increased twice antennas compared to the scheme discussed above is obtained much more efficient for both the non-optimized curve, and for optimized performance, what is shown in Figure 21.

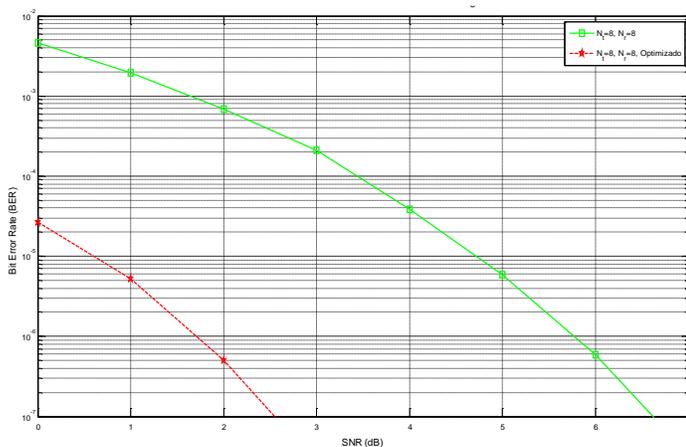


Figure 21: Comparison of MIMO Scheme tensor G_8 with and without optimization

In the case of G16, because their behavior is not optimal compared with other schemes and present some software failures saturation in which it was implemented, no

optimization was performed and proposed as a target for future research.

In all simulations can be seen that with the addition of theory SVD schemes improved performance, for the case of G2 is increased by 12% the SNR (magenta line) compared with the tensorial scheme proposed (purple line), for the case of G4 performance was improved by reducing by 26% the SNR (blue line) compared to the tensorial scheme proposed (cyan line), and for the case of G8 was reduced by 60% the SNR (red line) is compared to the tensorial scheme proposed (green line), in this way shows that the increase in the number of transmit and receive antennas increases the percentage optimization schemes making communications services can be provided to users with higher quality and lower power requirement, in exchange for more physical space and infrastructure in real applications of the schemes.

7. Conclusions

A tensorial structure that can extend the degree of freedom compared to the matrix structure which have been implemented raised MIMO schemes. The tensorial scheme proposed is a concatenation of matrices, in this case the symbol S matrix, the channel matrix H and the encoding matrix A. The symbols are groups of four bits because the modulation used is 16-QAM, are used 900,000 symbols because a HD image has 0.9 megapixels.

Performing comparing the bit error rate between conventional MIMO schemes 2x2, 4x4, 8x8 and 16x16 on the model of block codes and space-time structure tensor proposed using a flat frequency channel, results are achieved of the approximate error rate bit (of a matrix or tensor rank Two to a tensoring three high ranking order). Furthermore, it is evident that an increase in the size of pattern that results in an increase in transmitting and receiving antennas enables better performance (except 16x16 MIMO scheme), which is equivalent to a lower bit error rate at as a decrease in signal to noise ratio of the system.

Then, the MIMO scheme is optimized by using the theory of Singular Value Decomposition (SVD) to obtain a better performance on systems thanks to the vision of the tensor and the possibility of adding other study variables. In this case SVD used as a means for more efficient schemes subchannels and by rearranging the channel matrix, using a set of subchannels that allow error and reduce power needed in the transmission and reception of the symbols.

This optimization is done at the expense of a delay of $(N_t - 1)$ iterations), because the optimal channels for sending information are reduced to $(1/N_t)$ canales) the actual size of the original channel matrix, as well as

increased in the computational complexity of the system as the number of operations required is increased to perform the process of transmitting / receiving data.

REFERENCES

- Albentia System (S. F). WHITE PAPER: Tecnología MIMO. Madrid – España.
- Cortés-Peña, L.M. (2009). MIMO Space-Time Block Coding (STBC): Simulations and Results [Design Project: Personal and Mobile Communications, Georgia Tech ([ECE6604](#))] . Recuperado de http://users.ece.gatech.edu/cortes/STBC_Matlab.html
- Da Silva, I.L.J. (2009). Multi-user receiver processing for inter-cell interference reduction in pucch LTE [tesis de maestría]. Universidad Federal Do Ceará: Fortaleza-Brazil.
- De Almeida, A.L.F., Da Silva, I.L.J., Favier, G., & Cavalcanti, F.R.P. (2008). Tensor-based precoding with blind MIMO channel estimation and transmit antenna selection. IEEE 9th Workshop on [Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2008. SPAWC 2008.](#) (pp.386-390). Piscataway, NJ: IEEE
- Fernández Fernández, O. (2007). Caracterización Experimental y Modelado de Canal MIMO para aplicaciones WLAN y WMAN. Universidad de Cantabria - Santander
- Grupalli, S.A., Cabrera, M.A., Bilbao, J. D., & Ferreyra, inalámbricos con tecnología MIMO. CET, (34), 7-13
- IT++ Documentation (2013, julio 6). Recuperado de <http://itpp.sourceforge.net/4.3.1/>
- Izquierdo, J. & Crespo, C. (2012). Caracterización de canal no lineal usando modelos de Volterra-Parafac. Sevilla, España: Universidad de Sevilla
- Oestges, C. & Clerckx, B. (2007). MIMO Wireless Communications: From real-world propagation to space—time code design. Elsevier Ltd. (California USA)
- Roemer, F., et al. (2011). [Tensor-based semi-blind channel estimation for MIMO OSTBC-coded systems.](#) En 2011 Conference Record of the Forty Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR). (pp. 449-453). Piscataway, NJ: IEEE
- Sorensen, M. & De Lathauwer, L. (2012). Tensor decompositions with vandermonde factor and applications in signal processing. [2012 Conference Record of the Forty Sixth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers \(ASILOMAR\)](#), (pp.890-894). Piscataway, NJ: IEEE
- Vucetic, B y Yuan, J (2003). Space-Time Coding. Chichester, UK: John Wiley & Sons
- Wallace, J.W. & Maharaj B.T. (2007). The accuracy of tensor and directional methods for MIMO channel modeling. En [EuCAP 2007. The Second European Conference on Antennas and Propagation, 2007.](#) Hertfordshire, Uk: IET
- Weichselberget, W. (2004). On the decomposition of the MIMO, channel correlation tensor. En ITG Workshop on Smart Antennas 2004, (pp.268-273). Piscataway, NJ: IEEE.
- Wu, D; Eilert, J; Lui, D. (2007). Fast Complex Valued Matrix Inversion for Multi-User STBC-MIMO Decoding. Estados Unidos.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Albentia System (S. F). WHITE PAPER: Tecnología MIMO. Madrid – España.

Anónimo. (2010). Descomposici_on en Valores singulares (SVD).

Bravo, M; Trujillo Cabrera, D & Barrera Canchón, A. (2014). Propuesta de estructuras con tensores para la implementación de esquemas MIMO. Colombia

Cortés-Peña, L.M. (2009). MIMO Space-Time Block Coding (STBC): Simulations and Results [Design Project: Personal and Mobile Communications, Georgia Tech ([ECE6604](#))]

Da Silva, I.L.J. (2009). Multi-user receiver processing for inter-cell interference reduction in pucch LTE [tesis de maestría]. Universidad Federal Do Ceará: Fortaleza-Brazil.

De Almeida, A.L.F., Da Silva, I.L.J., Favier, G., & Mota. J.C. (2008). A Constrained Factor Decomposition With Application to MIMO Antenna Systems. IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, VOL. 56, NO. 6.

De Almeida, A.L.F., Favier, G., & Mota. J.C. (2009). Space-time spreading-multiplexing for MIMO wireless communication systems using the PARATUCK-2 tensor model. Fortaleza - Brazil

De Almeida, A.L.F., Da Silva, I.L.J., Favier, G., & Cavalcanti, F.R.P. (2008). Tensor-based precoding with blind MIMO channel estimation and transmit antenna selection. IEEE 9th Workshop on [Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2008. SPAWC 2008](#), (pp.386-390). Piscataway, NJ: IEEE

Fernández Fernández, O. (2007). Caracterización Experimental y Modelado de Canal MIMO para aplicaciones WLAN y WMAN. Universidad de Cantabria – Santander

Grupalli, S.A., Cabrera, M.A., Bilbao, J. D., & Ferreyra, M.G. (2011). Sistemas de comunicación inalámbricos con tecnología MIMO. CET, (34), 7-13

Izquierdo, J. & Crespo, C. (2012). Caracterización de canal no lineal usando modelos de Volterra-Parafac. Sevilla, España: Universidad de Sevilla

- McWhirter, J. G. & Proudler Eds, I. K. (2009). Mathematics in Signal Processing V. Universidad de Oxford – Inglaterra.
- Oestges, C. & Clerckx, B. (2007). MIMO Wireless Communications: From real-world propagation to space—time code design. Elsevier Ltd. (California USA)
- Roemer, F., et al. (2011). Tensor-based semi-blind channel estimation for MIMO OSTBC-coded systems. En 2011 Conference Record of the Forty Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR). (pp. 449-453). Piscataway, NJ: IEEE
- Sorensen, M. & De Lathauwer, L. (2012). Tensor decompositions with vandermonde factor and applications in signal processing. 2012 Conference Record of the Forty Sixth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR), (pp.890-894). Piscataway, NJ: IEEE
- Verdoy González, D.J. (2009). SVD para la transmisión progresiva de imágenes y la codificación de vídeo digital. Valencia - España
- Vucetic, B y Yuan, J (2003). Space-Time Coding. Chichester, UK: John Wiley & Sons
- Wallace, J.W. & Maharaj B.T. (2007). The accuracy of tensor and directional methods for MIMO channel modeling. En EuCAP 2007. The Second European Conference on Antennas and Propagation, 2007. Hertfordshire, UK: IET
- Weichselberget, W. (2004). On the decomposition of the MIMO, channel correlation tensor. En ITG Workshop on Smart Antennas 2004, (pp.268-273). Piscataway, NJ: IEEE.
- Wu, D; Eilert, J; Lui, D. (2007). Fast Complex Valued Matrix Inversion for Multi-User STBC-MIMO Decoding. Estados Unidos.