

**IDENTIFICACIÓN DE ZONAS PRODUCTORAS DE HIDROCARBUROS
APLICANDO DSP Y MÉTODOS DE CORRELACIÓN DE REGISTROS DE
PERFILAJE**

**ALFREDO RODRIGUEZ PALOMINO
HUGO ALBERTO BERNAL PERDOMO**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
NEIVA – HUILA
2009**

**IDENTIFICACIÓN DE ZONAS PRODUCTORAS DE HIDROCARBUROS
APLICANDO DSP Y MÉTODOS DE CORRELACIÓN DE REGISTROS DE
PERFILAJE**

**ALFREDO RODRIGUEZ PALOMINO
HUGO ALBERTO BERNAL PERDOMO**

**Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Electrónico**

**Director
CARLOS ALBERTO PEREZ CAMACHO
Ingeniero Electrónico
Asesor
JORGE ARTURO CAMARGO PUERTO
Ingeniero Geólogo**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
NEIVA – HUILA
2009**

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Neiva, 2 de agosto de 2009

A Dios todopoderoso por haberme dado la oportunidad de concluir este proceso.

A mis padres Hernán, Magdalena, mis hermanos Jorge Eduardo, Hernán y Ángela Patricia por su constante apoyo para lograr esta meta.

Y a mis sobrinos Juan Manuel, David Santiago y Carolina por ser los motores de mi vida.

ALFREDO RODRÍGUEZ PALOMINO

A mi señor Jesús y a la Virgen María por la fortaleza que me dió para poder concluir este proceso.

A mis padres Hugo Bernal, Nain Perdomo, mis hermanos Jean y Marcela y a todos mis amigos.

HUGO ALBERTO BERNAL P.

AGRADECIMIENTOS

Nuestro total agradecimiento a nuestras familias que siempre creyeron en nosotros y por su paciencia y comprensión.

Queremos agradecer a nuestros asesores los ingenieros Carlos Alberto Pérez Camacho y Jorge Arturo Camargo Puerto docentes de Ingeniería Electrónica e Ingeniería de Petróleos de la Universidad Surcolombiana por sus sabias orientaciones, conocimientos transmitidos y por sus apoyos incondicionales.

A nuestros jurados calificadores ingenieros José de Jesús Salgado Patrón y Germán Martínez por sus recomendaciones en la presentación del libro, por sus consejos y aportes a nuestra vida profesional.

Especial agradecimiento al Instituto Colombiano del Petróleo (ICP) por habernos facilitado los registros de perfilaje que fueron la base fundamental para la consecución de este logro.

Además queremos agradecer al ingeniero Franklin A. Sepúlveda estudiante de doctorado de la Universidad Nacional de Manizales por sus orientaciones y conocimientos transmitidos.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	15
1. TRANSFORMADA WAVELET	17
1.1 TRANSFORMADA WAVELET CONTINUA (CWT)	19
1.2 TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA (DWT)	20
1.2.1 Funciones de escala y funciones wavelet	21
1.2.2 Coeficientes de escala y coeficientes wavelet	22
1.2.3 Espacios vectoriales V_j y W_j	22
1.3 TRANSFORMADA WAVELET PACKET	23
2. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES	27
2.1 COMPONENTES PRINCIPALES	27
2.2 CÁLCULO DE LOS COMPONENTES PRINCIPALES	27
2.3 PROCESO DE EXTRACCIÓN DE FACTORES	28
3. REDES NEURONALES ARTIFICIALES	32
3.1 ARQUITECTURA	33
4. INTERPRETACIÓN DE PERFILES	35
4.1 PERFIL DE POTENCIAL ESPONTÁNEO	35
4.2 PERFIL DE RAYOS GAMMA	36
4.3 PERFILES DE RESISTIVIDAD	37
4.4 PERFILES DE POROSIDAD	38
4.4.1 Perfil de densidad de formación	38
4.4.2 Perfil Neutrónico	39
4.5 PRESENTACIÓN DE LOS PERFILES	39
4.6 CARACTERIZACIÓN DE LOS PERFILES	40
4.6.1 Estimación del perfil de Rayos Gamma	40

4.6.2	Estimación de la línea base de lutita	40
4.6.3	Estimación de la resistividad verdadera R_t	41
4.6.4	Estimación del perfil neutrónico	41
4.6.5	Estimación del perfil de densidad de formación	41
5.	DESARROLLO METODOLÓGICO	42
5.1	ELECCIÓN DE LA MEJOR BASE	43
5.2	NORMALIZACIÓN	44
5.3	SEGMENTACIÓN DE CUATRO PIES (4 ft)	45
5.4	IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO WAVE PACKET (WP)	46
5.5	REDUCCIÓN DE DIMENSIONALIDAD	46
5.6	IMPLEMENTACIÓN DE LA RED NEURONAL	47
6.	RESULTADOS	49
7.	CONCLUSIONES	52
	BIBLIOGRAFÍA	54

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Transformada corta de Fourier Vs Análisis Wavelet	4
Figura 2. Señal seno – Wavelet Daubechies db5	5
Figura 3. Distribución plano tiempo-frecuencia de transformada wavelet packet.	9
Figure 4. Funcionamiento de la Entropía de Shannon	11
Figura 5. Diagrama esquemático de una red neuronal	18
Figura 6. Red neuronal de una capa R elementos entrada y S neuronas	19
Figura 7. Arquitectura de una red neuronal de 3 capas	20
Figura 8. Diagrama general del sistema	28
Figura 9. Diagrama de flujo para elección wavelet básica	30
Figura 10. Representación de la ventana de desplazamiento	32

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1. Valores típicos de GR	22
Cuadro 2. Valores típicos de ρb	24
Cuadro 3. Arquitectura de redes neuronales para los registros de perfilaje	35
Cuadro 4. Zonas cañoneadas Vs Zonas identificadas sistema neuronal sin normalización de datos	36
Cuadro 5. Zonas cañoneadas Vs Zonas identificadas sistema neuronal con normalización de datos	37

GLOSARIO

ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES: técnica para encontrar la transformación de un conjunto original de variables en un nuevo conjunto de variables no correlacionadas.

BACKPROPAGATION: algoritmo supervisado de corrección de error de aprendizaje. Realiza un gradiente descendiente en el error (donde el error significa la diferencia de la salida actual del sistema y una salida objetivo).

COEFICIENTES DE APROXIMACIÓN: secuencia producida mediante downsampling de la secuencia filtrada con un filtro pasa bajas asociado a cierta wavelet.

COEFICIENTES DE DETALLE: secuencia producida mediante downsampling de la secuencia filtrada con un filtro pasa altas asociado a cierta wavelet.

COMPONENTES PRINCIPALES: conjunto de variables no correlacionadas obtenido sin perder información a partir de un conjunto de variables originales.

CONJUNTO DE ENTRENAMIENTO: colección de pares de entrenamiento consistente de un vector de valores de entrada junto con un vector de salidas deseadas.

CONJUNTO DE VALIDACIÓN: es usado para probar el desempeño de una red o un clasificador que fue previamente entrenado, está compuesto de pares similares de vectores de entrada y vectores de salidas deseadas.

CONVOLUCIÓN: operación matemática por medio de la cual se halla la salida de un sistema, conociendo su entrada y su respuesta al impulso.

COVARIANZA: medida estadística del grado en el cual se mueven juntas las variables aleatorias. Una covarianza positiva implica que una variable está por encima (debajo) de su valor medio mientras la otra variable está por encima (debajo) de su valor medio.

DAUBECHIES: Ingrid Daubechies. Profesora del departamento de matemáticas de la Universidad de Princeton dedicada a la investigación en teoría y aplicaciones del Análisis Tiempo-Frecuencia. La familia de wavelets db-N lleva su nombre.

DESVIACIÓN ESTÁNDAR: modo de expresar la fluctuación de una señal alrededor de su valor promedio. Está definida como la raíz cuadrada del promedio de las desviaciones al cuadrado, donde la desviación es la diferencia entre una muestra y la media.

DETALLE: secuencia filtrada mediante el filtro pasa altas asociado a cierta wavelet.

DIÁDICO: relativo a potencias de dos.

DOWNSAMPLING: reducir la cantidad de datos de una secuencia mediante la disminución de la frecuencia de muestreo.

FWT (*Fast Wavelet Transform*): transformada rápida de Wavelet.

FILTRO PASA ALTAS: sistema que atenúa todas las frecuencias que están por debajo de una frecuencia de corte y permite el paso de aquellas que se encuentran por encima de la misma.

FILTRO PASA BAJAS: sistema que atenúa todas las frecuencias que están por encima de una frecuencia de corte y permite el paso de aquellas que se encuentran por debajo de la misma.

FUNCIONES ORTOGONALES: conjunto de formas de onda que se usan en la descomposición de señales y con producto interno entre ellas igual a cero.

LAS (Log Ascii Standard): formato de presentación de los registros de perfilaje.

MEYER: wavelet básica cuya función de escalamiento están definidas en el dominio de la frecuencia

NOMOGRAMA: diagrama bidimensional que permite el cómputo gráfico y aproximado de una función de cualquier número de variables. En su concepción más general, el nomograma representa simultáneamente el conjunto de las ecuaciones que definen determinado problema y el rango total de sus soluciones.

NORMALIZACIÓN: ajuste de una serie (vector) de valores (representando típicamente un conjunto de medidas) de acuerdo con alguna función de transformación para hacerlos comparables con algún punto específico de referencia.

PATRÓN: conjunto de características o descriptores que representan un objeto o conjunto de objetos similares.

PCA: Principal Component Analysis. Análisis de Componentes Principales.

RED NEURONAL ARTIFICIAL: miembro de una clase de software inspirado en el funcionamiento de las redes neuronales biológicas que es entrenado mediante la presentación de ejemplos de entrada y las correspondientes salidas deseadas.

REGISTRO: grabación de una señal.

SYMLET: son wavelets casi simétricas propuestas por Ingrid Daubechies como modificaciones a la familia db (daubechies). Las propiedades de las dos familias wavelet son similares.

RESUMEN

Este trabajo se enmarca dentro del área del tratamiento de señales aplicado al caso, muy particular, de señales de perfilaje en pozo abierto dentro de la exploración petrolera. El objetivo fundamental fue la búsqueda de una buena caracterización basada en patrones que determinaron cuando en un pozo existía hidrocarburo de acuerdo a las señales registradas por las herramientas eléctricas. Al ser estas señales no estacionarias, se realizó el procesamiento de estas señales a través de la transformada **wavelet**.

Al caracterizar el patrón, las señales de perfilaje fueron comparadas con éste y de acuerdo a un análisis previo que se realizó (registros de perfilaje) a través de redes neuronales bajo la herramienta matemática MATLAB, se determina qué recurso existe en el pozo.

Estos tópicos constituyeron el foco principal del desarrollo de este proyecto, el cual pretende entregar una visión teórica y práctica del uso de esta herramienta en el plano general del procesamiento digital de señales y de cómo puede resultar de utilidad en la resolución de problemas relacionados en el campo ingenieril.

ABSTRACT

This work falls within the area of signal processing applied to the case, very particular perfilaje's signal within openhole oil exploration. The main objective was to find a good characterization based on patterns that determine when there is a hydrocarbon well, according to the signals recorded by power tools. As these non-stationary signals, was processing these signals through the wavelet transform.

By characterizing the pattern, the perfilaje's signals were compared with it and according to a preliminary analysis was conducted (perfilaje's logs) through neural networks in the MATLAB mathematical tool, it is determined that there is appeal in the hole.

These topics were the focus of the development of this project, which aimed to deliver a theoretical and practical use of this tool in the overall digital signal processing and how it might be useful in solving problems related to the engineering field.

INTRODUCCIÓN

Los registros eléctricos de pozo son una de las fuentes de información más importantes con que cuentan los geólogos e ingenieros en el momento de completar o abandonar un reservorio. Los perfiles permiten obtener parámetros petrofísicos como volumen de arcilla o shale, porosidad y saturación de fluidos; conceptos cruciales para la evaluación del pozo en un primer momento y para el análisis y caracterización de un yacimiento en etapas posteriores.

A mediados del siglo XX se han venido desarrollando técnicas o modelos en la forma de interpretación de registros de perfilaje en pozo abierto, de los cuales se destacan el uso de cartas, nomogramas, hasta el uso de algoritmos computacionales, en aras de encontrar el camino o método óptimo para ello. Desde sus inicios se han mantenido perfiles que son de vital importancia que miden la porosidad, saturación de agua, volumen de arcilla etc. Algunos de los métodos con que se cuenta en la actualidad son poco claros frente a zonas contaminadas o bajo presencia de shale. Luego, se introdujeron programas que estimaban el volumen, pasando por el modelamiento matemático al proceso de interpretación, relacionándose cada medida a una ecuación que se podía integrar al factor de formación. Posteriormente se empezaron a utilizar métodos computacionales que realizaban de forma sistematizada las tareas realizadas de forma manual en los años anteriores, pero para su interpretación los registros necesitaban ser editados y establecer manualmente un conjunto de condiciones iniciales.

Ya a finales del siglo XX se introducen nuevas técnicas computacionales tales como las redes neuronales artificiales (RNA) que se entrenan con resultados de pozos ya conocidos dentro de un mismo campo, para conocer posteriormente los resultados en los otros pozos del campo o con características similares.

Actualmente se siguen desarrollando sistemas basados en algoritmos computacionales, pero muchos de los ingenieros encargados en la interpretación de las zonas de interés los pasan por alto, valiéndose más de sus amplias experiencias para la determinación de estas zonas de interés.

La industria del petróleo cada día busca optimizar sus métodos tanto para la exploración, explotación y producción del petróleo. Es así que las empresas encargadas de este medio tratan de encontrar técnicas computacionales que les garanticen de forma eficiente y óptima buenos resultados contrario a lo que las técnicas antiguas o convencionales entregaban.

El uso de la transformada Wavelet, el de Análisis de Componentes principales (PCA por sus siglas en inglés) y de las Redes Neuronales Artificiales (RNA) son

los métodos con que se ha realizado este ambicioso proyecto puramente investigativo.

En la primera parte de este proyecto se presenta una corta explicación de la teoría básica de la Transformada Wavelet, haciendo una comparación con el análisis de la Transformada de Fourier y se justifica la importancia y necesidad de utilizar la Transformada Wavelet. Luego se presenta matemáticamente la transformada Wavelet Continua, y se discretizan los parámetros de tiempo y frecuencia obteniendo la Transformada Wavelet Discreta. En la segunda parte se dan las nociones más relevantes dentro del método de análisis de componentes principales como técnica estadística de síntesis de la información o reducción de la dimensión. En la etapa siguiente se integran generalidades de las redes neuronales artificiales, arquitectura e implementación de uno de los algoritmos más representativos y más usados en muchas aplicaciones, la red neuronal backpropagation.

De los diferentes métodos que se utilizan en el proceso de evaluación de formaciones petrolíferas, la evaluación mediante perfilaje de pozos, es el único método que provee un registro continuo versus profundidad, de las diferentes propiedades de formaciones atravesadas en un pozo.

A continuación se presentan los perfiles de las herramientas eléctricas de pozo abierto usados para el desarrollo del proyecto, ya que la importancia de los perfiles radica en que la información que se obtiene en su análisis e interpretación responde a muchas de las preguntas que se plantean especialistas de diferentes disciplinas que participan en la prospección y desarrollo de los yacimientos de petróleo. En la última parte se plasma el desarrollo del sistema o desarrollo metodológico para el proyecto. Se podrá ver desde el mismo procesamiento de la señal a través de la Transformada Wavelet, la reducción de dimensionalidad hasta llegar a la etapa final de clasificación de las zonas potencialmente productoras de hidrocarburos; además se condensan los resultados y análisis de los hallazgos de suma importancia del proyecto.

1. TRANSFORMADA WAVELET

En el procesamiento de señales¹ se puede encontrar diferentes tipos de señales estacionarias y no estacionarias.

Las señales estacionarias son localizadas en el tiempo, ya que su frecuencia no varía, este tipo de onda es estudiada por medio del análisis de Fourier, que permite su descomposición en términos de sus componentes sinusoidales, es decir, transforma la señal de la base de tiempo a la base de frecuencia y de igual manera permite el paso del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo, sin embargo en este último se pierde información necesaria, que por ser de carácter estacionario no resulta relevante.

Por otro lado las señales no-estacionarias, es decir, aquellas cuya frecuencia varía en el tiempo, al tener la señal producto de la transformada de Fourier resulta imposible realizar el paso al dominio del tiempo porque no permite determinar en qué momento se presenta un cambio en la frecuencia.

Surge entonces la necesidad de contar con una representación localizada en el tiempo y la frecuencia como consecuencia de la desventaja presentada en el análisis de Fourier. En un esfuerzo por resolver el problema de resolución en tiempo de la transformada de Fourier, Denis Gabor² adaptó la transformada utilizando un procedimiento llamado ventanamiento. Este procedimiento consiste en dividir una señal $x(t)$ en pequeños segmentos a través del tiempo de tal manera que se pueda asumir que para cada segmento la señal es estacionaria y así calcular la Transformada de Fourier clásica para cada porción de la señal. Al utilizar la STFT se presenta una nueva deficiencia, el tamaño fijo de la ventana temporal, que impide analizar pequeños detalles en señales de frecuencia variable, es así como se introduce el análisis de la Transformada Wavelet WT.

De esta transformada se pueden aprovechar ciertas propiedades: a) en el análisis de las señales, está en capacidad de extraer información de éstas en forma localizada en los dominios de tiempo y frecuencia y, b) mediante la WT se puede generar una gran cantidad de bases *wavelet*, cuya proyección sobre la señal f forma los coeficientes, y dentro de esas bases se escogen aquellas que convengan para la tarea en particular que se realice. Existen varios tipos de transformadas *wavelet*, donde el uso de cada una de ellas depende de la aplicación. Una de las más comúnmente usadas es la FWT (*Fast Wavelet Transform*, FWT) la cual se obtiene mediante la implementación del análisis multirresolución (algoritmo piramidal), pero en lugar de ella se recomienda

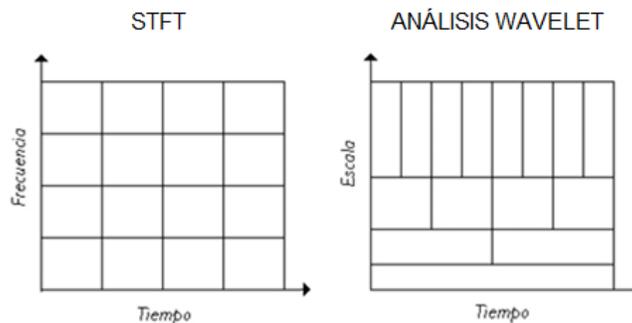
¹ NIETO, Natalia y OROZCO Diana M. El uso de la Transformada Wavelet discreta en la reconstrucción de señales senosoidales. Universidad Tecnológica de Pereira, p.381

² GABOR, Denis. Theory of Communication. Journal of Institute for Electrical Engineering, 1946. p.429

el uso de la transformada *wavelet* diádica por ser invariante a las traslaciones. El hecho de que las transformadas sean variantes a las traslaciones implica que al trasladar la señal a analizar, los coeficientes de la transformada serán diferentes.

Además, la WT permite obtener una representación, descomposición y reconstrucción de señales, que presenten cambios abruptos en sus componentes de tiempo-frecuencia en forma instantánea a través del análisis de multirresolución con ventanas de longitud variable, adaptadas al cambio de frecuencia de la señal. Esta técnica permite el uso de intervalos grandes de tiempo en aquellos segmentos en los que se requiere mayor precisión en baja frecuencia, e intervalos más pequeños donde se requiere información en alta frecuencia³.

Figura 1. Transformada corta de Fourier Vs Análisis Wavelet



Fuente: Wavelet Toolbox 4 User's Guide.

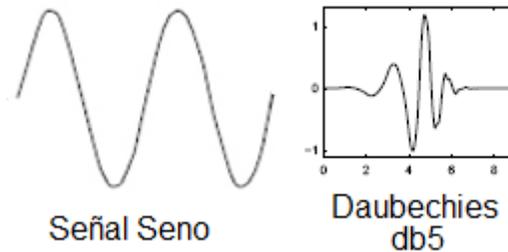
A diferencia de Fourier, en donde las funciones base son senos y cosenos de duración infinita, en el análisis Wavelet la base son funciones localizadas en frecuencia (dilatación) y en tiempo (traslación).

Una Wavelet es una "pequeña onda" de duración limitada, es decir, su energía está concentrada en el tiempo alrededor de un punto, lo que proporciona una adecuada herramienta para el análisis de fenómenos transitorios, no estacionarios, variables en el tiempo y aquellos que presenten discontinuidades.

³

S. Kouro y R. Musalem. Tutorial introductorio a la Teoría de Wavelet, Artículo presentado como trabajo de la asignatura Técnicas Modernas en Automática.

Figura 2. Señal seno – Wavelet Daubechies db5



Fuente: Wavelet Toolbox 4 User's Guide.

1.1 TRANSFORMADA WAVELET CONTINUA (CWT)

La transformada Wavelet continua permite el análisis de una señal en un segmento localizado de esta y consiste en expresar una señal continua como una expansión de términos o coeficientes del producto interno entre la señal y una Función Wavelet Madre $\psi(t)$ ⁴.

Una Wavelet Madre es una función localizada, perteneciente al espacio $L^2(\mathbb{R})$, que contiene todas las funciones con energía finita y funciones de cuadrado integrable definidas

$$f \in L^2 \rightarrow \int |f(t)|^2 dt = E < \infty \quad (\text{Ecuación 1})$$

De esta manera se cuenta con una única ventana modulada y a partir de esta se genera una completa familia de funciones elementales mediante dilataciones o contracciones y traslaciones en el tiempo $\psi_{u,s}(t)$, denominadas wavelet hijas que cumplen con todas las condiciones de la forma:

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad (\text{Ecuación 2})$$

La Wavelet Madre debe cumplir con la condición de admisibilidad

$$C_\psi = \int_0^\infty \frac{|\tilde{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (\text{Ecuación 3})$$

Lo que quiere decir que la función $\psi(t)$ esté bien localizada en el tiempo, es decir, que la función oscile alrededor de un eje y su promedio sea cero, matemáticamente $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$, y que la transformada de Fourier $\tilde{\psi}(\omega)$ sea un filtro continuo pasa-banda, con rápido decrecimiento hacia el infinito y hacia $\omega = 0$. La transformada Wavelet de una función a una escala s y una posición u , es calculada por la correlación de $f(t)$ con una $\psi_{u,s}$ de la forma

4

$$CWTf(u, s) = \langle f, \psi_{u,s} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{u,s}(t) dt \quad (\text{Ecuación 4})$$

$$CWTf(u, s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (\text{Ecuación 5})$$

Para escalas pequeñas ($s < 1$), con la CWT se obtiene información localizada en el dominio del tiempo de $f(t)$ y para escalas ($s > 1$) la información de $\tilde{f}(\omega)$ se presenta localizada en el dominio de la frecuencia.

La transformada wavelet maneja un plano de tiempo-escala, pero también puede ser de tiempo-frecuencia, para esto se recurre al Teorema de Parseval y de esta manera es posible definir la transformada Wavelet en el dominio de la frecuencia

$$CWTf(u, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) \sqrt{s} \bar{\psi}^*(s\omega) e^{j\omega u} d\omega \quad (\text{Ecuación 6})$$

Para poder introducir el término de escala y frecuencia, es necesario ante todo definir una constante (c), que permite realizar un cambio de variable de una escala s a una frecuencia ω :

$$s \rightarrow \omega = \frac{c}{s} \quad (\text{Ecuación 7})$$

Con este cambio de variable es posible observar que la CWT localiza de forma **simultánea** la señal $f(t)$ en el dominio del tiempo como su espectro en el dominio de la frecuencia⁵.

De igual manera, es posible realizar una Transformada Wavelet inversa, que permita reconstruir la señal, a partir de la CWT (que preserva la energía de la señal) y las $\psi_{u,s}(t)$

$$f(t) = C_{\psi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} CWTf(u, s) \psi_{u,s}\left(\frac{t}{s}\right) \frac{du ds}{s^2} \quad (\text{Ecuación 8})$$

1.2 TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA (DWT)

Por la complejidad en el tratamiento numérico de la DWT, debido a la variabilidad en forma continua de los parámetros de escala como de traslación, es indispensable contar con una herramienta que permita la discretización de esta.

Es así que se pasará de un mapeo continuo a un espectro o conjunto finito de valores, a través del cambio de la integral por una aproximación con sumatorias. La discretización permite representar una señal en términos de funciones elementales acompañadas de coeficientes

$$f(t) = \sum_{\lambda} c_{\lambda} \varphi_{\lambda} \quad (\text{Ecuación 9})$$

5

A. Fuentes y P. Faundez. Procesamiento digital de señales acústicas utilizando Wavelets, Instituto UACH.

En los sistemas Wavelet las Wavelet madre $\psi(t)$ traen consigo unas funciones de escala $\phi(t)$, las primeras son las encargadas de representar los detalles finos de la función, mientras las funciones de escala realizan una aproximación. Es posible entonces representar una señal $f(t)$ como una sumatoria de funciones wavelet y funciones de escala:

$$f(t) = \sum_k \sum_j c_{j,k} \phi(t) + \sum_k \sum_j d_{j,k} \psi(t) \quad (\text{Ecuación 10})$$

1.2.1 Funciones de escala y funciones wavelet. Una forma de discretizar los parámetros de escala y frecuencia es mediante un muestreo exponencial, para garantizar una mejor aproximación, con el cual se pueden redefinir los parámetros a valores discretos de la siguiente manera:

$$s = a^{-j} \quad u = kna^{-j} \quad (\text{Ecuación 11})$$

De esta manera y reemplazando en la ecuación $\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right)$, se obtiene la familia de funciones discretizadas, que constituyen bases ortonormales de Wavelets en $L^2(\mathbb{R})$.

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a^{-j}}} \psi\left(\frac{t-kna^{-j}}{a^{-j}}\right) \quad (\text{Ecuación 12})$$

$$= a^{\frac{j}{2}} \psi(a^j t - kn) \quad (\text{Ecuación 13})$$

Para obtener una mejor aproximación de la señal en niveles de resolución muy finos, es necesario que las Wavelet sean dilatadas por un factor de 2^{-j} , permitiendo tener una resolución de 2^j , estas funciones son denominadas Wavelets Diádicas.

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - kn) \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad (\text{Ecuación 14})$$

Teniendo en cuenta la ecuación $CWTF(u,s) = \langle f, \psi_{u,s} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{u,s}(t) dt$, la transformada Discreta Wavelet tiene la forma

$$DWTf(j,k) = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}(t) dt \quad (\text{Ecuación 15})$$

$$DWTf(j,k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - kn) dt \quad (\text{Ecuación 16})$$

Teniendo en cuenta el anterior procedimiento es posible generar una familia de funciones de escala definidas:

$$\phi_{j,k}(t) = 2^j \phi(2^j t - kn) \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad (\text{Ecuación 17})$$

La representación general de la señal $f(t)$ será de la forma

$$f(t) = \sum_k \sum_j c_{j,k} 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - kn) + \sum_k \sum_j d_{j,k} 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - kn) \quad (\text{Ecuación 18})$$

1.2.2 Coeficientes de escala y coeficientes wavelet. Para representar una señal $f(t)$ y teniendo en cuenta la anterior ecuación, es necesario encontrar los valores de los coeficientes $c_{j,k}$ y $d_{j,k}$, los cuáles permiten finalmente hacer la aproximación de la señal. Estos son producto de una multiplicación vectorial entre la función $f(t)$ y la función de escala ϕ o wavelet ψ . Para los coeficientes de escala tenemos

$$c_{j,k} = \langle f(t), \phi_{j,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t) \phi_{j,k}(t)| dt \quad (\text{Ecuación 19})$$

$$\langle f(t), \phi_{j,k}(t) \rangle = c_{j,-\infty} \langle \phi_{j,-\infty}(t), \phi_{j,k}(t) \rangle + c_{j,k} \langle \phi_{j,k}(t), \phi_{j,k}(t) \rangle + c_{j,\infty} \langle \phi_{j,\infty}(t), \phi_{j,k}(t) \rangle$$

(Ecuación 20)

Ya que las funciones wavelet y de escala cumplen la propiedad de ortonormalidad, es posible asegurar que uno de los productos vectoriales sea diferente de cero,

$(\langle \phi_{j,k}(t), \phi_{j,m}(t) \rangle = \delta(k - m))$ o $(\langle \psi_{j,k}(t), \phi_{j,m}(t) \rangle = \delta(k - m))$ por lo tanto

$$c_{j,k} = \langle f(t), \phi_{j,k}(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} f(t) \phi_{j,k}(2^j t - k) dt \quad (\text{Ecuación 21})$$

De igual manera para los coeficientes Wavelet

$$d_{j,k} = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} f(t) \psi_{j,k}(2^j t - k) dt \quad (\text{Ecuación 22})$$

1.2.3 Espacios vectoriales V_j y W_j . Las funciones de escala ϕ corresponden a la proyección ortogonal de $f(t)$ sobre un espacio $V_j \subset L^2(\mathbb{R})$. Dicho espacio agrupa todas las aproximaciones con resolución 2^{-j} y en él está contenida toda la información necesaria para realizar aproximaciones con menor resolución, con lo que se puede afirmar que todos los espacios son versiones escaladas del espacio central V_0 (espacios anidados).

$$\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset L^2 \quad (\text{Ecuación 23})$$

$$\forall j \in \mathbb{Z}, f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2^j t) \in V_0 \quad (\text{Ecuación 24})$$

Las funciones Wavelet ψ generan el espacio vectorial W_j (espacio de detalle) definido como el complemento ortogonal de V_j en V_{j-1} , donde

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j \quad (\text{Ecuación 25})$$

Estos espacios presentan, al igual que los espacios W_j , la propiedad de escalado, por lo cual

$$\forall j \in \mathbb{Z}, f(t) \in W_j \Leftrightarrow f(2^j t) \in W_0 \quad (\text{Ecuación 26})$$

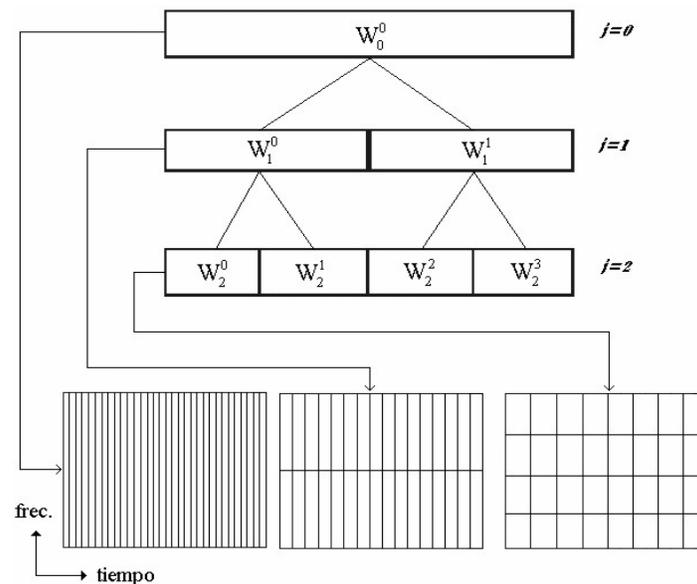
1.3 TRANSFORMADA WAVELET PACKET

Una de las principales razones por las cuales la transformada wavelet es una potente herramienta matemática para el análisis de señales, es que permite el diseño y aplicación de rápidos algoritmos para el cálculo computacional. La FWT es obtenida mediante el algoritmo de multirresolución.

Un análisis multirresolución corresponde a un proceso iterativo de convoluciones entre la señal discreta y coeficientes que actúan tanto como filtro pasa-bajo y filtro pasabanda de tal manera que la señal discreta es descompuesta obteniendo información sobre las características generales de la señal y sobre las características del detalle de la señal en forma separada.

En la obtención de WP se usa el mismo algoritmo, pero con la diferencia de que tanto los coeficientes de aproximación como los de detalle son descompuestos para cada nivel, procedimiento que genera una estructura de árbol⁶, tal como se muestra en la figura siguiente.

Figura 3. Distribución plano tiempo-frecuencia de la transformada wavelet packet



Fuente: Determinación de voces disfónicas usando bases wavelet discriminantes.

⁶ SEPÚLVEDA A. Franklin y CASTELLANOS Germán. Determinación de voces disfónicas usando bases wavelet discriminantes. Grupo de control y procesamiento digital de señales. Universidad Nacional de Manizales.

La Transformada Discreta de Wavelet Packet (DWPT)⁷ es una herramienta eficiente para el análisis de señales no estacionarias, la cual proporciona una descomposición tiempo-frecuencia capaz de adaptarse en cada momento al tipo de señales bajo estudio, incrementando la resolución espectral en aquellas bandas de frecuencia con mayor información de la señal. Esta descomposición puede ser vista como una representación en árbol binario en la cual la señal inicial es descompuesta en L niveles de 2^L nodos cada uno. Para conseguir la adaptación se debe seleccionar una base (un conjunto de nodos) que se ajuste lo mejor posible a las características de la señal.

Coifman y Wickerhauser⁸ presentan un algoritmo de descomposición óptima para la selección de la mejor base ("**Best basis**", **BB**). Dicho algoritmo descompone la señal en L niveles y asocia a cada nodo una función de coste aditiva. Después se recorre el árbol en sentido inverso y se selecciona el conjunto de nodos de menor coste. El algoritmo analiza exhaustivamente el árbol completo generando el mejor conjunto de nodos. El mayor inconveniente del algoritmo **BB** es el elevado costo computacional, el cual es proporcional al número de niveles y a la longitud de la señal.

Como alternativa a este método, Taswell⁹ propone un método de selección subóptimo ("**Near-Best Basis**", **NBB**). En este caso, el conjunto de nodos sobre el que se busca la base no está formado por el conjunto de nodos del árbol completo, sino por un subconjunto que previamente ha sido obtenido mediante la aplicación del algoritmo **BB** sobre un conjunto de señales de características similares, las cuales, según el algoritmo **NBB**, presentan una descomposición óptima cercana. Como el **NBB** no analiza todo árbol, no puede asegurar que la base obtenida sea la óptima. Sin embargo, siempre que la señal de entrada sea del mismo tipo que las señales con las que se ha realizado la selección del subconjunto, la base obtenida será muy parecida a la óptima.

Por otra parte, para la selección de la ondita madre es posible determinarlas a través del punto de vista empírico, existen dos formas: 1) *usando aquella ondita madre que mejor se parezca al fenómeno que se pretende representar dentro de la señal, asumiendo que de esta forma el producto punto (que está en cierta forma relacionado con la correlación) entre la señal y la ondita madre será mayor;* y 2) *usando medidas de información.*

De las dos formas, la segunda es la más óptima debido a que al momento de

⁷

M. V. Wickerhauser. Adapted Wavelet Analysis: From Theory to Software. IEEE Press, 1994.

⁸

R. R. Coifman y M. V. Wickerhauser. Entropy based algorithms for best basis selection, IEEE Trans. Info. Theory, vol. 38, no. 2, 1992.

⁹

Taswell, C., Near-best basis selection algorithms with nonadditive information cost functions, Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis, 1994.

presentar resultados ésta brinda fundamento más sólido respecto a la validación de las afirmaciones, además de ser menos subjetiva. Antes de seleccionar la mejor base (base 'óptima'), es importante introducir el concepto de costo de información, o el costo de almacenar una representación escogida.

Pueden ser definidas diversas funciones de costo de información M , las más usadas son aquellas que miden concentración. Esto significa que M tiene que ser grande cuando los elementos de la secuencia son básicamente del mismo tamaño, y pequeña cuando todos, o al menos algunos, son despreciables. Por ahora solo se expondrá la medida de **Entropía de Shannon**¹⁰, usada ampliamente en métodos del estado del arte (e.g. JPEG2000, el cual funciona con teoría de onditas).

Entropía Se define la Entropía de Shannon para una distribución de probabilidad discreta q_k para $k = 1, 2, \dots, N$, de la forma

$$H(q) = \sum_k q(k) \log \frac{1}{q(k)} \quad \text{(Ecuación 27)}$$

La máxima entropía posible se consigue para una función de probabilidad equiprobable, es decir, cuando la información está esparcida a través de todo el vector. Alguna otra distribución resulta en un valor menor de Entropía. La mínima Entropía ocurre cuando toda información recae en una simple localización k ¹¹. Esta medida puede ser aplicada a los coeficientes *wavelet* de energía, donde se desea retener la mayor cantidad de información posible de la señal en unos pocos coeficientes. Para utilizar la Entropía de Shannon en la selección de bases *wavelet* se trabaja con la energía normalizada de los coeficientes *wavelet*, donde $q(k)$ vendría a ser ahora dicha energía normalizada. En la siguiente figura se ilustra el funcionamiento de la medida de Entropía de Shannon, tomando a 10 como la base para el logaritmo.

Figura 4. Funcionamiento de la Entropía de Shannon

0.25	0.25	0.25	0.25	$\mathcal{H} = 0.60$
0.8	0.1	0.1	0.0	$\mathcal{H} = 0.27$
1.0	0.0	0.0	0.0	$\mathcal{H} = 0$

Fuente: Selección de la Ondita madre, SEPÚLVEDA A. Franklin.

¹⁰ M. V. Wickerhauser, *Adapted Wavelet Analysis: From Theory to Software*. IEEE Press, 1994.

¹¹ P. S. Addison, *The illustrated Wavelet Transform Handbook*. Ed. Institute of Physics Publishing, 2002.

En la anterior ecuación $q(k) = \frac{|u(k)|^2}{\|u\|^2}$ es la energía normalizada del k-ésimo elemento de la secuencia, y se define $q \log \frac{1}{q} = 0$ si $q = 0$. Valores bajos de entropía ocurren cuando los coeficientes de energía grande son localizados únicamente en unas cuantas localizaciones discretas. La máxima entropía ocurre cuando hay una distribución a modo de función constante de la energía en los coeficientes.

Ahora se explica el algoritmo que se podría usar para ello. Se usa la medida de variabilidad de la energía propuesta por Addison¹², tomando el valor resultante al aplicar la función de entropía de Shannon calculada en cada escala de descomposición. La suma total de estos valores, por todas las escalas de descomposición, corresponde a la función de costo final. De tal manera, que la selección final de la *wavelet* madre recae sobre la función que tenga el menor valor de la función de costo, estimada de la forma:

$$C = \min_k \sum_{\lambda=1}^j C_{k,\lambda} \quad (\text{Ecuación 28})$$

Donde $C_{k,\lambda}$, esta dado por;

$$C_{k,\lambda} = - \sum_{m=1}^N \frac{|\langle f, \psi_{m,\lambda} \rangle|^2}{\|B^\lambda\|^2} \log_e \frac{|\langle f, \psi_{m,\lambda} \rangle|^2}{\|B^\lambda\|^2} \quad (\text{Ecuación 29})$$

Donde $\langle f, \psi_{m,\lambda} \rangle$ son los coeficientes en la posición m de la escala λ , y B^λ es la base *wavelet* asociada a la escala λ .

¹²

P. S. Addison, *The illustrated Wavelet Transform Handbook*, J. Reville, Ed. Institute of Physics Publishing, 2002.

2. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES PCA

Cuando se recoge la información de una muestra de datos, lo más frecuente es tomar el mayor número posible de variables. Sin embargo, si se toman demasiadas variables sobre un conjunto de objetos por ejemplo 20 variables, se tendrá que considerar $\binom{20}{2}=180$ posibles coeficientes de correlación; si son 40 variables dicho número aumenta hasta 780.

Evidentemente, en este caso es difícil visualizar relaciones entre las variables. Otro problema que se presenta es la fuerte correlación que muchas veces se presenta entre las variables: si tomamos demasiadas variables, lo normal es que estén relacionadas o que midan lo mismo bajo distintos puntos de vista. Se hace necesario, pues, reducir el número de variables. Es importante resaltar el hecho de que el concepto de mayor información se relaciona con el de mayor variabilidad o varianza. Cuanto mayor sea la variabilidad de los datos (varianza) se considera que existe mayor información, lo cual está relacionado con el concepto de entropía.

2.1 COMPONENTES PRINCIPALES

Estas técnicas fueron inicialmente desarrolladas por Pearson¹³ a finales del siglo XIX y posteriormente fueron estudiadas por Hotelling en los años 30 del siglo XX.

Sin embargo, hasta la aparición de los ordenadores no se empezaron a popularizar. Para estudiar las relaciones que se presentan entre p variables correlacionadas (que miden información común) se puede transformar el conjunto original de variables en otro conjunto de nuevas variables incorreladas entre sí (que no tenga repetición o redundancia en la información) llamado conjunto de componentes principales.

Las nuevas variables son combinaciones lineales de las anteriores y se van construyendo según el orden de importancia en cuanto a la variabilidad total que recogen de la muestra.

De modo ideal, se buscan $m < p$ variables que sean combinaciones lineales de las p originales y que estén incorreladas, recogiendo la mayor parte de la información o variabilidad de los datos.

2.2 CÁLCULO DE LOS COMPONENTES PRINCIPALES

Se considera una serie de variables (x_1, x_2, \dots, x_p) sobre un grupo de objetos o

¹³ Pearson, K., On lines and planes of closets fit to systems of points in the space. Philosophical Magazine, 2, 559-572.

individuos y se trata de calcular, a partir de ellas, un nuevo conjunto de variables y_1, y_2, \dots, y_p , incorreladas entre sí, cuyas varianzas vayan decreciendo progresivamente¹⁴. Cada y_j (donde $j = 1, \dots, p$) es una combinación lineal de las x_1, x_2, \dots, x_p originales, es decir: $y_j = a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \dots + a_{jp}x_p = a'_j X$ siendo $a'_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jp})$ un vector de constantes, y

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix} \quad (\text{Ecuación 30})$$

Obviamente, si lo que queremos es maximizar la varianza, como veremos luego, una forma simple podría ser aumentar los coeficientes a_{ij} . Por ello, para mantener la ortogonalidad de la transformación se impone que el módulo del vector $a'_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jp})$ sea 1. Es decir,

$$a'_j a_j = \sum_{k=1}^p a_{kj}^2 = 1 \quad (\text{Ecuación 31})$$

El primer componente se calcula eligiendo a_1 de modo que y_1 tenga la mayor varianza posible, sujeta a la restricción de que $a'_1 a_1 = 1$. El segundo componente principal se calcula obteniendo a_2 , de modo que la variable obtenida, y_2 esté incorrelada con y_1 . Del mismo modo se eligen y_1, y_2, \dots, y_p , incorrelados entre sí, de manera que las variables aleatorias obtenidas vayan teniendo cada vez menor varianza.

2.3 PROCESO DE EXTRACCIÓN DE FACTORES

Se desea elegir a_1 de modo que se maximice la varianza de y_1 sujeta a la restricción de que $a'_1 a_1 = 1$.

$$\text{Var}(y_1) = \text{Var}(a'_1 X) = a'_1 \Sigma a_1 \quad (\text{Ecuación 32})$$

El método habitual para maximizar una función de varias variables sujeta a restricciones el método de los multiplicadores de Lagrange.

El problema consiste en maximizar la función $a'_1 \Sigma a_1$ sujeta a la restricción

$$a'_1 a_1 = 1.$$

Se puede observar que la incógnita es precisamente a_1 (el vector desconocido que nos da la combinación lineal óptima).

¹⁴

Así, se construye la función L:

$$L(\mathbf{a}_1) = \mathbf{a}'_1 \Sigma \mathbf{a}_1 - \lambda(\mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 - 1) \quad (\text{Ecuación 33})$$

Y se busca el máximo, derivando e igualando a 0:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{a}_1} = 2 \Sigma \mathbf{a}_1 - 2\lambda \mathbf{I} \mathbf{a}_1 = \mathbf{0} \rightarrow \quad (\text{Ecuación 34})$$

$$(\Sigma - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{a}_1 = \mathbf{0} \quad (\text{Ecuación 35})$$

Es en realidad, un sistema lineal de ecuaciones. Por el teorema de Roché-Frobenius, para que el sistema tenga una solución distinta de 0 la matriz $(\Sigma - \lambda \mathbf{I})$ tiene que ser singular. Esto implica que el determinante debe ser igual a cero:

$$|\Sigma - \lambda \mathbf{I}| = 0 \quad (\text{Ecuación 36})$$

y de este modo, λ es un autovalor de Σ . La matriz de covarianzas Σ es de orden p y si además es definida positiva, tendrá p autovalores distintos, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ tales que, por ejemplo, $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p$.

Se tiene que, desarrollando la expresión anterior

$$(\Sigma - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{a}_1 = \mathbf{0} \quad (\text{Ecuación 37})$$

$$\Sigma \mathbf{a}_1 - \lambda \mathbf{I} \mathbf{a}_1 = \mathbf{0} \quad (\text{Ecuación 38})$$

$$\Sigma \mathbf{a}_1 = \lambda \mathbf{I} \mathbf{a}_1 \quad (\text{Ecuación 39})$$

entonces

$$\text{Var}(\mathbf{y}_1) = \text{Var}(\mathbf{a}'_1 \mathbf{X}) = \mathbf{a}'_1 \Sigma \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}'_1 \lambda \mathbf{I} \mathbf{a}_1 = \quad (\text{Ecuación 40})$$

$$\lambda \mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 = \lambda * \mathbf{1} = \lambda \quad (\text{Ecuación 41})$$

Luego, para maximizar la varianza de \mathbf{y}_1 se tiene que tomar el mayor autovalor, digamos λ_1 , y el correspondiente autovector \mathbf{a}_1 .

En realidad, \mathbf{a}_1 es un vector que nos da la combinación de las variables originales que tiene mayor varianza, esto es, si $\mathbf{a}'_1 = (\mathbf{a}_{11}, \mathbf{a}_{12}, \dots, \mathbf{a}_{1p})$, entonces

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{a}'_1 \mathbf{X} = \mathbf{a}_{11} \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12} \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{a}_{1p} \mathbf{x}_p \quad (\text{Ecuación 42})$$

El segundo componente principal, $\mathbf{y}_2 = \mathbf{a}'_2 \mathbf{X}$, se obtiene mediante un argumento similar. Además, se quiere que \mathbf{y}_2 esté incorrelado con el anterior componente \mathbf{y}_1 , es decir, $\text{Cov}(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_1) = \mathbf{0}$. Por lo tanto:

$$Cov(y_2, y_1) = Cov(a_2' X) = a_2' \cdot E[(X - \mu)(X - \mu)'] \cdot a_1 = a_2' \Sigma a_1, \quad (\text{Ecuación 43})$$

es decir, se requiere que $a_2' \Sigma a_1 = 0$.

Como se tenía que $\Sigma a_1 = \lambda a_1$, lo anterior es equivalente a

$$a_2' \Sigma a_1 = a_2' \lambda a_1 = \lambda a_2' a_1 = 0, \quad (\text{Ecuación 44})$$

esto equivale a que $a_2' a_1 = 0$, es decir, que los vectores sean ortogonales. De este modo, se tiene que maximizar la varianza de y_2 , es decir, $a_2' \Sigma a_2$, sujeta a las siguientes restricciones:

$$a_2' a_2 = 1 \quad (\text{Ecuación 45})$$

$$a_2' a_1 = 0 \quad (\text{Ecuación 46})$$

Se toma la función:

$$L(a_2) = a_2' \Sigma a_2 - \lambda(a_2' a_2 - 1) - \delta a_2' a_1 \quad (\text{Ecuación 47})$$

y se deriva:

$$\frac{\partial L(a_2)}{\partial a_2} = 2 \Sigma a_2 - 2 \lambda a_2 - \delta a_1 = 0 \quad (\text{Ecuación 48})$$

si se multiplica por a_1' , entonces

$$2 a_1' \Sigma a_2 - \delta = 0 \quad (\text{Ecuación 49})$$

porque

$$a_1' a_2 = a_2' a_1 = 0$$

$$a_1' a_1 = 1$$

luego

$$\delta = 2 a_1' \Sigma a_2 = 2 a_2' \Sigma a_1 = 0, \quad (\text{Ecuación 50})$$

Ya que

$$Cov(y_2, y_1) = 0 \quad (\text{Ecuación 51})$$

De este modo, $\frac{\partial L(a_2)}{\partial a_2}$ queda como:

$$\frac{\partial L(a_2)}{\partial a_2} = 2 \sum a_2 - 2 \lambda a_2 - \delta a_1 = 2 \sum a_2 - 2 \lambda a_2 = (\Sigma - \lambda I) a_1 = \mathbf{0} \quad (\text{Ecuación 52})$$

Usando los mismos razonamientos anteriores, se elige λ como el segundo mayor autovalor de la matriz Σ con su autovector asociado a_2 .

Los razonamientos anteriores se pueden extender, de modo que al j -ésimo componente le correspondería el j -ésimo autovalor.

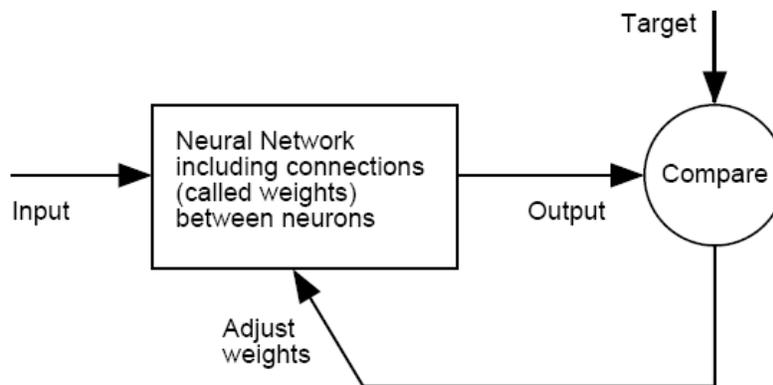
En la práctica, al tener en principio p variables, quedará con un número mucho menor de componentes que recoja un porcentaje amplio de la variabilidad total $\sum_{i=1}^p \text{Var}(x_i)$. En general, no se suele coger más de tres componentes principales, a ser posible, para poder representarlos posteriormente en las gráficas.

3. REDES NEURONALES ARTIFICIALES

Una red neuronal está compuesta de elementos simples que operan en paralelo. Estos elementos están inspirados en sistemas nerviosos biológicos. Como en la naturaleza, la función de la red está determinada en gran medida por las conexiones entre los elementos. Se puede entrenar una red neuronal para realizar una función en particular mediante el ajuste de los valores de las conexiones (pesos) entre los elementos¹⁵.

Comúnmente las redes neuronales son ajustadas, o entrenadas, así que una entrada en particular conduce a un objetivo específico de salida. Tal situación se muestra a continuación. Allí, la red es ajustada sobre la base de una comparación de la salida y el objetivo esperado, hasta que la salida de la red coincide con el objetivo esperado. Normalmente muchas de los aportes por entrada/valor deseado se necesitan para formar una red.

Figura 5. Diagrama esquemático de una red neuronal



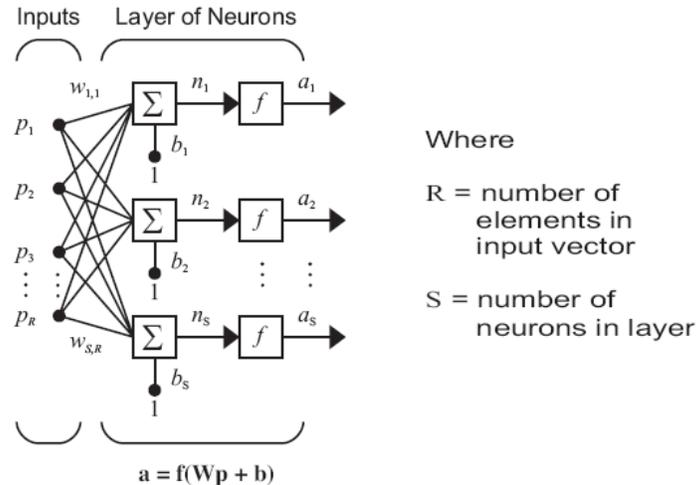
Fuente: Neural Network Toolbox For Use with Matlab.

Las redes neuronales han sido entrenadas para realizar funciones complejas en varios campos, incluyendo el reconocimiento de patrones, identificación, clasificación, speech, visión, y sistemas de control.

¹⁵ MathWorks (2000a). Neural Network Toolbox: User's Guide - Version 5. For Use with MATLAB. The MathWorks, Inc., Natick, MA.

3.1 ARQUITECTURA

Figura 6. Red neuronal de una capa con R elementos de entrada y S neuronas



Fuente: Neural Network Toolbox For Use with Matlab.

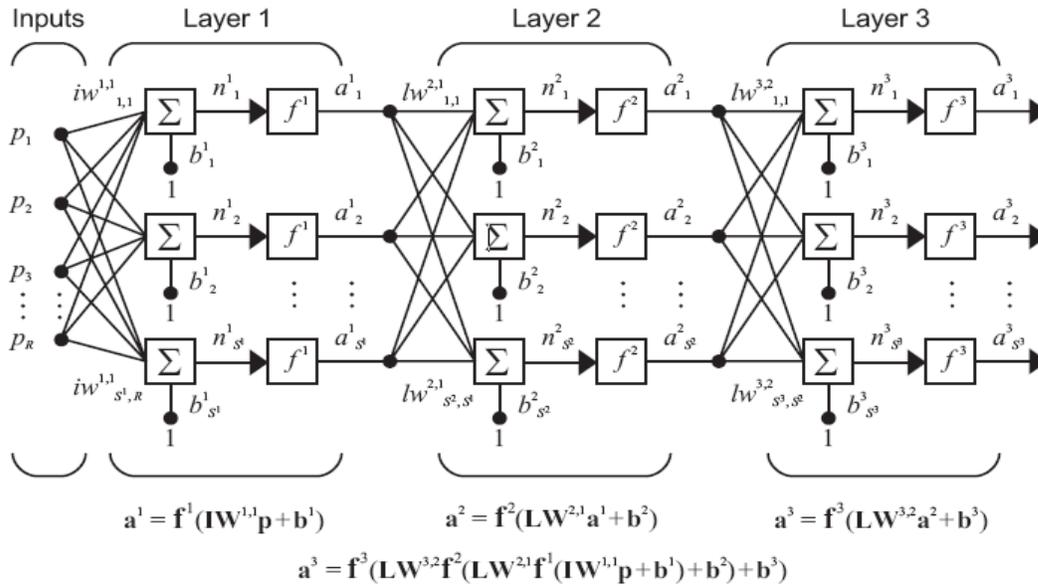
El modelo de una neurona está compuesto de una entrada escalar p que es multiplicada por un escalar de peso w , un escalar de polarización b , una función de transferencia f y una salida a . Este modelo está escrito por la siguiente ecuación,

$$\mathbf{a} = f(\mathbf{Wp} + \mathbf{b}) \quad \text{(Ecuación 53)}$$

La función de transferencia f es típicamente una función de paso o una función sigmoide. Cabe notar que w y b son parámetros ajustables de la neurona. La idea central de las redes neuronales es que dichos parámetros se ajustan de tal manera que la red exhiba algún comportamiento deseado. De este modo, se pueden entrenar redes para realizar un trabajo específico ajustando estos parámetros, o tal vez la propia red pueda ajustarse para alcanzar alguna salida deseada.

Una red puede tener varias capas, la primera capa se denomina capa de entrada, la última capa es la capa de salida y las capas restantes se denominan capas ocultas. Cada capa tiene una matriz de pesos W , un vector de polarización b , y un vector de salida a . La arquitectura de una red neuronal de tres capas se muestra a continuación: Si una capa de la red tiene únicamente conexiones hacia las capas que se encuentran a su derecha, la red se denomina de alimentación hacia adelante.

Figura 7. Arquitectura de una red neuronal de 3 capas



Fuente: Neural Network Toolbox For Use with Matlab.

Típicamente, las redes de alimentación hacia adelante son entrenadas con una función de desempeño de gradiente descendente para determinar cómo ajustar los pesos para minimizar el desempeño. El gradiente es determinado usando una técnica llamada backpropagation, que involucra cálculos hacia atrás a través de la red. En su implementación más simple del aprendizaje backpropagation, la red actualiza los pesos y las polarizaciones en la dirección en la cual la función de desempeño decrece más rápidamente - el negativo del gradiente. Una iteración del algoritmo puede ser escrita como

$$X_{K+1} = X_K - \alpha_K g_K \quad (\text{Ecuación 54})$$

donde X_K es un vector de pesos actuales, g_K es el gradiente actual, y α_K es la rata de aprendizaje.

En este trabajo se utilizó una red neuronal artificial backpropagation. El número de entradas varía según la dimensión resultante de cada patrón tras las combinaciones de descomposición wavelet y PCA, se usaron dos capas variables de neuronas en la capa oculta y una única neurona en la capa de salida.

Se usó un algoritmo de entrenamiento de Levenberg-Marquardt (trainlm) como uno de los algoritmos más rápidos ya que su consumo de recursos computacionales era mínimo.

4. INTERPRETACIÓN DE PERFILES

Un pozo en perforación es un sistema dinámico, en el sentido que el lodo de perforación, utilizado en el pozo, invade las rocas porosas permeables en las inmediaciones de las paredes del hueco y en consecuencia afecta, en algún grado, las mediciones de todas las herramientas que se bajan al pozo, y a su vez las propiedades de las rocas interceptadas afectan el movimiento y las propiedades del lodo de perforación dentro del pozo¹⁶.

Dentro de un pozo se miden diferentes propiedades petrofísicas que se relacionan directa o indirectamente con las mediciones realizadas con las herramientas de perfilaje; entre ellas están la porosidad, permeabilidad, saturación de agua y la resistividad.

Dentro de las herramientas que miden las propiedades petrofísicas se encuentran el perfil de potencial espontáneo, perfil de rayos gamma, perfiles de resistividad, perfil de densidad de formación RHOB (Bulk Density), perfil neutrónico PHIN (Neutron Porosity) entre otras.

4.1 PERFIL DE POTENCIAL ESPONTÁNEO

El perfil de potencial espontáneo (SP) es un registro de la diferencia de potencial de un electrodo móvil en el pozo y un potencial fijo en un electrodo de superficie, en función de la profundidad. Cuando el SP pasa frente a un nivel arcilloso, por ser éste impermeable no permite ser invadido por lodo por lo tanto no permite intercambio catiónico y no se genera diferencia de potencial. Cuando pasa frente a un nivel permeable, allí donde el lodo perdió agua que se introdujo en la formación, la curva deflexiona a la izquierda (negativo) cuando el agua contenida es salada y a la derecha cuando es dulce.

La amplitud de las deflexiones se mide gráficamente a partir de la línea base de shale, sobre una escala relativa, que no comienza en cero y que muestra sólo el valor en milivoltios asignado por división de la escala. Generalmente el valor que se asigna es de 5, 10, 15, ó 20 milivoltios.

Este perfil fue uno de los primeros perfiles eléctricos utilizados en la industria del petróleo y su aporte ha sido tan significativo, generalizándose su uso y, aun hoy, es uno de los perfiles más utilizados.

16

Camargo Puerto Jorge Arturo, Introducción a la interpretación de perfiles de pozo abierto. Neiva: Universidad Surcolombiana, 2007.

Es útil en pozos con lodos dulces para:

- Detectar capas permeables.
- Ubicar sus límites y permitir la correlación entre capas.
- Determinar valores de la resistividad del agua de formación, R_w .
- Dar valores cualitativos del contenido arcilloso de una capa.

El SP no se puede registrar en pozos llenos de lodos no conductores porque tales lodos no forman una conexión eléctrica entre el electrodo del SP y la formación.

Además, si las resistividades del filtrado del lodo y el agua de formación son del mismo valor, las desviaciones del SP serán pequeñas y la curva será achatada sin variaciones apreciables¹⁷. Frente a zonas de lutita (arcilla), la respuesta de SP es más o menos constante, y tiende a seguir una línea recta llamada línea base de lutitas o Shale. Generalmente las zonas permeables están comprendidas entre capas de lutitas o shale.

4.2 PERFIL DE RAYOS GAMMA

Denotado como GR (Gamma Ray), este perfil mide la radioactividad natural de formaciones. Es por tanto útil para la detección y evaluación de minerales radioactivos como potasio y uranio, contenidos radioactivos que tienden a concentrarse en arcillas y lutitas, es así que permite diferenciar las litologías porosas permeables potencialmente almacenadoras de hidrocarburos de las litologías arcillosas improductivas.

El siguiente cuadro muestra los valores típicos de GR para algunos minerales

Cuadro 1. Valores típicos de GR

Mineral	Rayos Gamma (API)
Arenisca	25
Caliza	10
Dolomita	10
Halita	5
Anhidrita	5
Caolinita (Arcilla)	200+
Esmeclita (Arcilla)	80-130

Fuente: Introducción a la interpretación de perfiles de pozo abierto.

¹⁷ Schlumberger, C and M., and Leonardon . E. G, A New Contribution to Subsurface by Means of Electrical Measurements in Drill Holes, Trans. AIME, Vol 110, 1934.

Dentro de los usos de este perfil, se destaca:

- El perfil de Rayos Gamma es útil para la definición de estratos de lutita cuando la curva del potencial espontáneo (SP) esta redondeada en formaciones muy resistivas o poco resistivas, o cuando no se puede registrar la curva del SP (lodos no conductivos, pozos entubados, pozos vacios).
- Refleja la proporción de lutita y, en algunas regiones puede ser usado cuantitativamente como un indicador del contenido de lutita.
- Detecta y evalúa minerales radioactivos tales como el potasio y uranio. Los rayos gamma también se pueden usar para detectar y evaluar depósitos de uranio pero en este caso no hay una simple proporcionalidad entre las desviaciones de rayos gamma y la “riqueza” de los depósitos minerales.
- Es usado para la delineación de minerales no radioactivos incluyendo estratos de carbón¹⁸.
- Y por último, puede ser usado para correlacionar pozos entubados; y para la conexión con operaciones en que se usan trazadores radioactivos¹⁹.

4.3 PERFILES DE RESISTIVIDAD

Los perfiles convencionales de resistividad y el perfil del potencial espontáneo fueron los únicos perfiles que existieron durante el primer cuarto del siglo pasado, periodo durante el cual fueron corridos en miles de pozos en todo el mundo.

El perfil convencional de resistividad, el lateroperfil, el perfil de microrresistividad y el perfil de imágenes de microrresistividad, pertenecen al grupo de herramientas eléctricas, las cuales mediante electrodos inyectan corriente eléctrica y miden la resistividad de la formación. Los perfiles de inducción forman un grupo de herramientas que mediante bobinas generan campos electromagnéticos y miden conductividad de la formación. Los perfiles dieléctricos forman un tercer grupo que consiste de herramientas que utilizan microondas para medir la constante dieléctrica de la formación.

Dentro del registro de perfil de resistividad, existe un parámetro muy útil en la evaluación de hidrocarburos y tiene que ver con la resistividad verdadera R_t , parámetro que está estrechamente ligado a la saturación del hidrocarburo. R_t , resistividad de la zona no invadida por los fluidos de perforación. Este perfil además registra otro parámetro, resistividad de la zona lavada R_{xo} . Si se comparan estos dos parámetros se puede tener una idea acerca de la movilidad del hidrocarburo. Otro factor de gran importancia es R_s , indicador de la resistividad de la zona de transición o de profundidad media (zona ubicada entre la zona invadida y la zona virgen).

¹⁸ Tixier, M. P., and Alger, R. P., Log Evaluation of Non-Metallic Mineral Deposits, SPWLA Symposium, 1967

¹⁹ Schlumberger Production Log Interpretation, Schlumberger Limited, 1970

Cuando se determina R_t , R_s , y R_{xo} . a partir de perfiles es necesario tener en cuenta una serie de factores que afectan la lectura:

- El pozo, lleno de fluido.
- Las formaciones adyacentes.
- La influencia de R_{xo} . Ó R_s , en la medición de R_t y la influencia de R_t sobre R_{xo} . Ó R_s .

Los efectos de los dos primeros factores pueden ser reducidos con el uso de sondas ó herramientas de perfilaje diseñados para ser muy poco afectados por el pozo y a la vez tienen una buena definición vertical. Se resuelve el efecto del tercer factor con el uso de varias lecturas de resistividad con distintas profundidades de investigación. Existen diversos perfiles de porosidad entre los cuales se destacan: perfiles convencionales de resistividad, perfiles convencionales de resistividad, perfiles de inducción y perfiles micro-resistivos.

4.4 PERFILES DE POROSIDAD

4.4.1 Perfil de densidad de formación. El aparato de densidad de formación (RHOB, Bulk Density, ρ_b), responde a la densidad de electrones del material en formación y se usa principalmente como perfil de porosidad.

Tiene una amplia aplicación en la identificación de minerales en depósito de evaporitas, descubrimiento de gas y determinación de la densidad de hidrocarburos.

El siguiente cuadro muestra los valores típicos de ρ_b para algunos minerales:

Cuadro 2. Valores típicos de ρ_b

Mineral	Perfil de Densidad ρ_b (gr/m ³)
Arenisca	2.65
Caliza	2.71
Dolomita	2.86
Halita	2.03
Anhidrita	2.97
Caolinita (Arcilla)	2.62
Esmectita (Arcilla)	2.63

Fuente: Introducción a la interpretación de perfiles de pozo abierto.

4.4.2 Perfil Neutrónico (PHIN, Neutron Porosity). El perfil Neutrónico es usado principalmente para ubicar formaciones porosas y para determinar su porosidad.

Responde a la presencia de átomos de hidrogeno, y en formaciones limpias cuyos poros están llenos de agua o petróleo. Este perfil nos brinda el valor real del espacio poral lleno de fluidos. Una combinación del perfil neutrónico con uno o dos perfiles de porosidad, da valores aun más exactos de porosidad y la identificación litológica, incluyendo la evaluación del contenido de lutita. Entre más alto sea el valor de lectura de la herramienta neutrónica mayor es la porosidad, por ende se puede establecer una relación directa entre la lectura de la herramienta y la porosidad.

En minerales como el yeso la lectura de la herramienta neutrónica es muy baja, pero no debido a su porosidad sino a su alta concentración de hidrógeno; es viable trabajar con la porosidad aparente leída por el perfil neutrónico.

Cabe aclarar que pueden integrarse más perfiles, pero se consideró básico trabajar con los anteriormente mencionados.

4.5 PRESENTACIÓN DE LOS PERFILES

De acuerdo a la presentación de los registros de perfilaje, estos normalmente vienen en formato de texto plano (.txt ó .LAS). A través de una estandarización del Instituto Americano del Petróleo API se fijaron unas pautas aplicables a todos los perfiles de pozo abierto. El formato de encabezado dispone de espacio para la siguiente información: nombre de la compañía de servicio, identificación de pozo, localización del pozo, referencias de profundidad, fecha de registro, profundidad del pozo, profundidad de revestimiento, diámetro y tipo del revestimiento, diámetro de la broca, intervalo registrado, información del lodo entre otros.

El siguiente es el prototipo general de la presentación de los perfiles.

```
~V
VERS. 2.00: Ver 2.00
WRAP. NO:
VEND. PRIZM:GeoGraphix
~W
STRT.F 0.0000:START DEPTH
STOP.F 7857.5000:STOP DEPTH
STEP.F 0.5000:STEP
NULL. -999.2500:NULL VALUE
WELL. LL-72 :WELL
COMP. xxxxxxx:COMPANY
UWI. Campo372:UNIQUE WELL ID
FLD. Campo:FIELD
CNTY. Xxxxxx:COUNTY
```

STAT. xxxxxx:STATE
 CTRY. COLOMBIA:COUNTRY
 PROV. Xxxxxx:PROVENCE
 SRVC. GEOGRAPHIX:SERVICE
 PDAT. KB:PERMANENT DATUM
 LMF. KB:LOG MEASURED FROM
 DMF. KB:DRILLING MEASURED FROM
 LOC. :LOCATION DESCRIPTION
 FTG. :LOCATION FOOTAGE DESCRIPTION
 LOC1. :LOCATION LINE 1
 LOC2. :LOCATION LINE 2
 DATE. :LOG DATE
 ~C
 DEPT.F :DEPTH
 GR. :Gamma Ray
 SP.UNKNOWN :Spontaneous Potential
 CALL.IN :Caliper
 RS.OHMM :
 RT.OHMM :Resistivity
 PHIN.V/V :Neutron Porosity
 RHOB.G/C3 :Bulk Density
 ~P
 EKB. 228.0000:ELEVATION OF KELLY BUSHING
 EDF. -999.2500:ELEVATION OF DRILLING FLOOR
 EGL. 206.0000:ELEVATION OF GROUND LEVEL
 ~A
 0.0000 -999.2500 -999.2500 -999.2500 -999.2500 -999.2500 -999.2500 -999.2500
 0.5000-999.2500 -999.2500 -999.2500 -999.2500 -999.2500 -999.2500 -999.2500

4.6 CARACTERIZACIÓN DE LOS PERFILES

En esta parte se dan los parámetros necesarios para la caracterización de cada uno de los perfiles utilizados. Dicha caracterización es la base fundamental para que la red neuronal pueda identificar las zonas potencialmente productoras de hidrocarburos en la etapa de clasificación.

4.6.1 Estimación del perfil de Rayos Gamma GR. Según el cuadro No 1 de los valores típicos de GR, se determina que para zonas reservorios las rocas almacén como las calizas, dolomitas y areniscas muestran valores de GR bajos considerando para este desarrollo un rango establecido entre 10% y 45% del mínimo y máximo de los datos respectivamente. Se excluyen minerales como la halita y anhídrita que muestran valores muy bajos ya que estas litologías no son rocas almacenadoras de hidrocarburos; y para litologías como caolinita y esmectita los valores en unidades API son elevados representando zonas arcillosas impermeables.

4.6.2 Estimación de la línea base de lutita. Para procesar información correspondiente a lecturas de potencial espontáneo, es necesario establecer

algunos parámetros, uno de ellos y el más importante es la línea base de lutita o shale. Cuando las lecturas de la curva de SP son más o menos constantes y tienden a seguir una línea recta se puede asumir esa línea recta como la línea base de shale. Se evaluó a través de un algoritmo para fijar esa línea desde los primeros 500 ft hasta aproximadamente 2000 ft, profundidad hasta donde se puede tener una representación casi constante de esta línea.

4.6.3 Estimación de la resistividad verdadera R_t . Para caracterizar este perfil se tuvieron que analizar las señales registradas en este perfil y mediante lecturas de complemento en la interpretación de perfiles se pudo concluir que la resistividad R_t podría tomar valores de aproximadamente cuatro veces el valor R_o (R_o , resistividad de la zona virgen 100% saturada de agua de formación). Por su parte para R_o , siguiendo la misma metodología de análisis en los datos, se concluyó que su valor se encontraba entre 0 y 1, tomando 0.5 ohmios por metro como el mínimo valor de esta resistividad. $R_o < 4R_t$.

4.6.4 Estimación del perfil neutrónico. Según los estudios realizados a los datos dentro de este perfil, los valores del perfil neutrónico para que fueran zonas de interés estaban comprendidos entre 20% y 34% de su capacidad para contener fluidos. En la práctica mundial se ha demostrado que para que un reservorio arenoso tenga producción comercial, su porosidad debe ser mayor o igual a 9%. No obstante, existen areniscas con producción comercial, por debajo de este límite, debido a que están fracturadas, es decir, que poseen porosidad secundaria adicional a la porosidad primaria²⁰. De otro lado, existen reservorios carbonatados con buena producción comercial con porosidad de tan solo 6%.

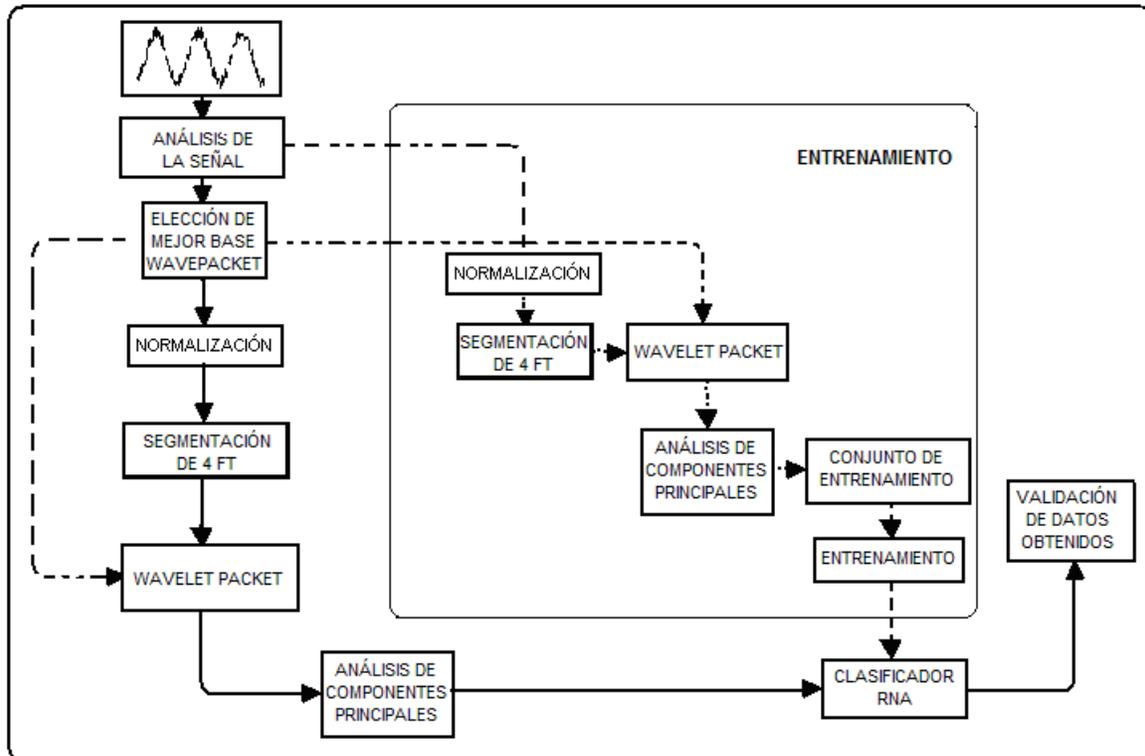
4.6.5 Estimación del perfil de densidad de formación. Partiendo de las consideraciones dadas por la literatura en la interpretación de perfiles, y por el análisis realizado a los datos se consideraron valores de bulk density (ρ_b) óptimos en el rango de 2.2 gr/m³ y 2.71 gr/m³. De acuerdo a lo anterior y refiriéndonos al cuadro No 2 se validó lo dicho para minerales almacén como areniscas y calizas.

De esta manera se fijaron estos parámetros para que existiera una mejor clasificación de las zonas reservorios a través del clasificador neuronal.

5. DESARROLLO METODOLÓGICO

En esta sección se dan a conocer las principales pautas que se tuvieron en cuenta para la realización de este proyecto. El siguiente diagrama de bloques ilustra claramente las etapas para el desarrollo del proyecto.

Figura 8. Diagrama general del sistema



Como primera medida, a las señales analizadas, correspondientes a las señales de los perfiles, se les hizo un procesamiento de la señal.

Los registros de los diferentes perfiles tales como (sónico, neutrónico, de resistividad, gamma ray, potencial espontaneo SP entre otros) se han analizado a través de procesamiento digital de señales (DSP por sus siglas en inglés), y por ser estas señales de naturaleza no estacionarias, hacen de la transformada Wavelet una poderosa herramienta para poderlas procesar. A toda señal no estacionaria, dependiendo del propósito de análisis hace que se desarrollen diferentes algoritmos para procesarla, por ejemplo, clasificación, filtrado, compresión, análisis tiempo – frecuencia etc; en variadas disciplinas tales como medicina, estadística, acústica, sismología, robótica, etc.

A continuación se aborda el desarrollo de cada una de las etapas de manera más profunda.

5.1 ELECCIÓN DE LA MEJOR BASE

En esta primera parte, trata de la búsqueda de la *wavelet* básica o madre que se adapte a cada uno de los registros de los perfiles.

La selección de la *wavelet* básica o *wavelet* madre depende mucho de la naturaleza de la señal y del objetivo del procesamiento digital de esas señales²¹.

Para la selección de la *wavelet* básica en parámetros de representación hay dos formas desde el punto de vista empírico: a) usando aquella *wavelet* básica que mejor se adapte al fenómeno que se pretende representar dentro de la señal, asumiendo que de esta forma el producto punto (que está en cierta forma relacionado con la correlación) entre la señal y la *wavelet* básica será mayor; y b) usando medidas de información. Tiene más ventaja la segunda debido a que al momento de presentar resultados esta forma brinda algo más sólido sobre el que sustentar las afirmaciones, además es menos subjetiva.

A cada registro se le calcula la función de costo C dada por (29). Aquella *wavelet* para la cual dicha función fuese mínima se determina como la más conveniente para ese registro en particular. Lo mismo se hace para todos los registros de la base de datos.

La cantidad de registros para los cuales la determinada *wavelet* básica de prueba diese mejor es entregada obteniéndose aquella para la cual el porcentaje es mayor, y es la escogida para representar la señal específica.

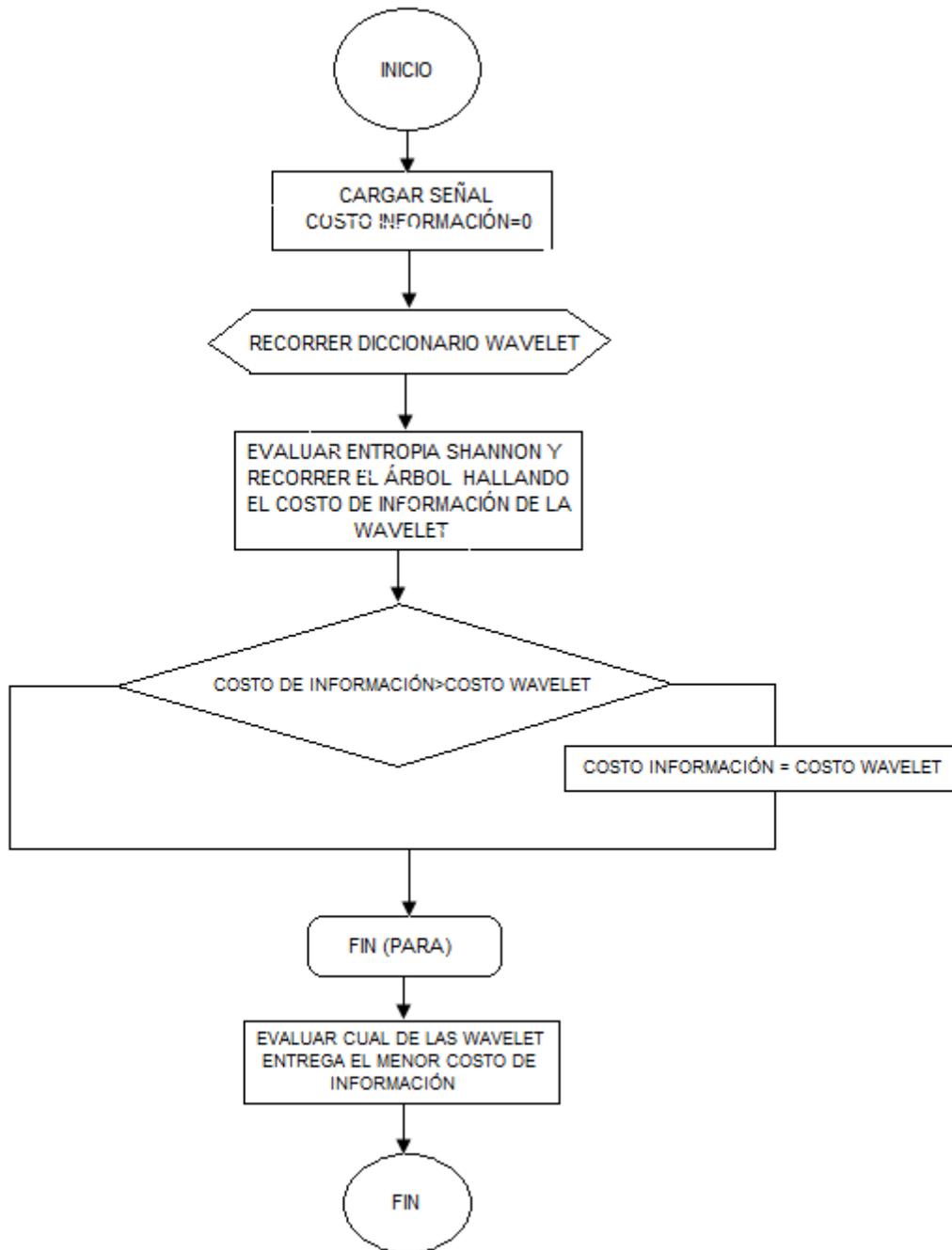
Se evaluaron todas las *wavelets* básicas así como con sus correspondientes órdenes. Luego se escogió un diccionario con las *wavelets* que mejor representaban a las señales de los registros. De las 95 familias, se escogieron solo 17 para el procesamiento.

Se dejaron por fuera del análisis las *wavelet* Symlet y Meyer por el gran gasto computacional que demandan al no poder adaptarse de forma óptima a la señal.

Es así que se tuvo en cuenta la mejor *wavelet* básica que representara la menor cantidad de medidas de información de acuerdo al concepto de Entropía de Shannon. El siguiente diagrama ilustra el proceso de elección de la *wavelet* básica.

²¹ Y. M. Stéphane Jaffard y R. D. Ryan, *Wavelets: Tools for Science and Technology*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001.

Figura 9. Diagrama de flujo para elección wavelet básica



5.2 NORMALIZACIÓN

Se estandarizaron los datos de los registros a fin de que las entradas para la red neuronal artificial se encontraran en el rango entre cero (0) y uno (1); este proceso proporciona un rango de valores más apropiado para los procesos de

reconocimiento de patrones, ya que algunos datos dentro de los registros de perfilaje, como el perfil de resistividad presentan datos atípicos y por ende su desviación estándar es demasiado alta. La siguiente ecuación fundamenta el proceso de normalización,

$$X_n = \frac{X_0 - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \quad \text{Ecuación (55)}$$

X_n , valor normalizado de X_0

X_0 , valor del dato a normalizar

X_{\min} , mínimo valor de los datos a normalizar

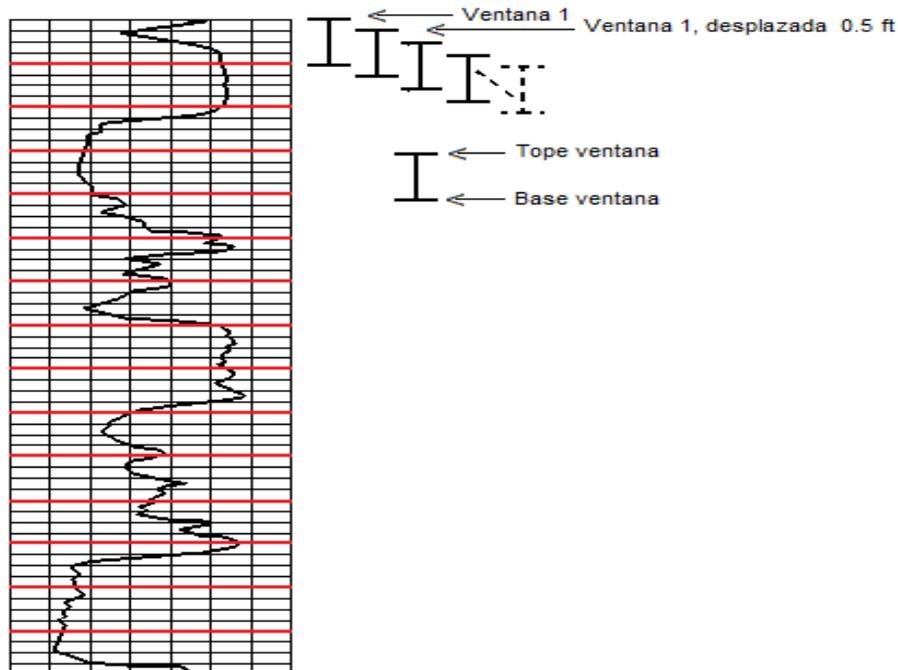
X_{\max} , máximo valor de los datos a normalizar

5.3 SEGMENTACIÓN DE CUATRO PIES (4 ft)

Se desarrolló un algoritmo que evaluaba a través de una ventana de longitud fija de cuatro pies (4 ft) cada uno de los registros con una cadencia de 0.5 pies, para monitorear la señal. Se escogió la ventana de cuatro pies porque es la mínima zona en donde sus límites de tope y base son aptas para encontrar reservas de hidrocarburos.

La siguiente figura ilustra el proceso.

Figura 10. Representación de la ventana de desplazamiento



Con este ventaneo, se tenía la posibilidad de determinar zonas reservorias superiores a cuatro pies (4 ft).

5.4 IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO WAVEPACKET (WP)

Después de haber encontrado la wavelet básica, el objetivo siguiente era el de diseñar un algoritmo a través del wavepacket para determinar la menor concentración de medidas de información de energía basadas en el concepto de entropía. El WP proporciona una descomposición tiempo-frecuencia capaz de adaptarse en cada momento al tipo de señales bajo estudio, incrementando la resolución espectral en aquellas bandas de frecuencia con mayor información de la señal.

El algoritmo WP tiene una forma de árbol binario en la cual la señal es descompuesta en L niveles de 2^L nodos y asocia a cada una función de costo aditiva. Para conseguir la mejor adaptación se debe seleccionar un conjunto de nodos que se ajuste lo mejor posible a las características de la señal.

Se pretende encontrar una buena representación de zonas consideradas de interés de acuerdo al costo de información; en donde la mínima entropía ocurre cuando toda la información recae en una simple localización K . Esta medida es aplicada a los coeficientes *wavelet* de energía (coeficientes de aproximación o escala y coeficientes de detalle o wavelets), donde se deseaba retener la mayor cantidad de información posible de la señal en unos pocos coeficientes.

De esta forma se obtiene un vector de longitud N que contiene un sólo término encargado de representar la forma general de la señal (coeficiente escala) y todos los otros términos con información sobre el detalle obtenido en los diferentes niveles de descomposición (coeficientes wavelets). A este conjunto de coeficientes se le denomina vector DWT ó vector de características. Este vector de características tiene implícito toda la información necesaria de la señal original discretizada. Ya con este vector, se tiene el puente o conexión entre wavelet y PCA (Principal Component Analysis). Es decir, se le aplica PCA a este vector con el fin de reducir dimensionalidad en el espacio de trabajo.

5.5 REDUCCIÓN DE DIMENSIONALIDAD

Hay dos razones principales para mantener la dimensionalidad del modelo de representación tan pequeño como sea posible: costos de medidas y exactitud de clasificación.

Un número limitado de características simplifica la representación tanto del patrón como del clasificador, lo que resulta en un clasificador más rápido y que usa menos memoria.

Por otra parte, una reducción exagerada en el número de características puede llevar a una pérdida en el poder discriminante y, por tanto, menor es la precisión de los resultados en el sistema de reconocimiento²². En algunas situaciones, la dimensión del vector de entrada ó vector de características es muy alta, así que los componentes de los vectores están altamente correlacionados (redundantes).

Es útil en esta situación reducir la dimensión del vector de características. Un procedimiento efectivo para realizar esta operación es el análisis de componentes principales. Esta técnica tiene tres resultados²³:

- Ortogonaliza las componentes del vector de entrada (así que estén incorreladas).
- Ordena las componentes ortogonales resultantes (componentes principales) de modo que aquellas con la variación más alta van primero.
- Elimina aquellas componentes que contribuyen menos a la variación dentro del conjunto de datos.

El vector de características es normalizado de modo que tenga media sea cero y varianza unitaria. Luego es aplicado PCA para que elimine aquellas componentes que menos contribuyen en la variabilidad de los datos; el porcentaje de variación utilizado para el mapeo PCA fue del 7%.

El vector de características tiene información altamente correlacionada, con lo cual se hace primordial el uso de análisis de componentes principales para reducir la dimensionalidad de estos coeficientes y permitir así que el clasificador sea mucho más rápido y que el consumo de memoria sea el mínimo. El resultado es nuevamente un vector que es la entrada a la red neuronal para la etapa del clasificador. Se ajustó el vector resultante de PCA porque los patrones no todos eran uniformes en cuanto a la misma cantidad de información que maneja cada patrón. A través de la función *fixunknown* de Matlab, se logró completar la información faltante rellenándola con la media.

De esta forma las entradas para la red neuronal quedan listas para la etapa final de clasificación.

5.6 IMPLEMENTACIÓN DE LA RED NEURONAL

Como se mencionó en el capítulo 3, la red neuronal utilizada fue la backpropagation. Los parámetros dados a ella fueron variantes de acuerdo a las mismas pruebas que se realizaron a las redes implementadas para cada uno de

²² Jain, A. K., Duin, R. P. W., and Mao, J. Statistical pattern recognition: A review. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22(1):4–37, 2000

²³ MathWorks (2000a). Neural Network Toolbox: User's Guide - Version 5. For Use with MATLAB. The MathWorks, Inc., Natick, MA.

los perfiles.

A continuación se muestra un cuadro que muestra la arquitectura para cada uno de los registros de perfilaje.

Cuadro 3. Arquitectura de redes neuronales para los registros de perfilaje

Registros de perfilaje					
Arquitectura	GR	SP	Rt	PHIN	RHOB
Algoritmo aprendizaje	trainlm	trainlm	trainlm	trainlm	trainlm
Épocas	12654	13458	20000	20000	20000
Error	0.01	0.01	0.001	0.001	0.01
Tiempo entrenamiento	0:13:48	0:25:50	0:21:14	0:29:46	0:25:06
Número capas ocultas	Dos	Dos	Dos	Dos	Dos
Neuronas capa oculta	[33 3]	[35 2]	[30 3]	[33 3]	[33 3]
Valor curva regresión	0.96294	0.9245	0.94221	0.91391	0.93349

*Para todas las redes neuronales se utilizaron las mismas funciones de transferencia; tansig, logsig y purelin en su orden respectivamente.

Para la etapa de entrenamiento y validación la población escogida entre zonas reservorios y no reservorios fue de aproximadamente 1000. Para la población de entrenamiento se tomaron todas las zonas cañoneadas por Ecopetrol y se completaron las restantes con zonas que cumplieran con las características de ser zonas reservorios. Y para la población de validación, se evaluaron cada uno de los registros y se extrajeron zonas que cumplieran y no cumplieran dichas características.

Población de entrenamiento:

- 350 zonas reservorios
- 350 zonas no reservorios

Población de validación:

- 175 zonas reservorios
- 175 zonas no reservorios

6. RESULTADOS

La base para la realización de este proyecto fueron los registros de perfilaje en pozo abierto suministrados por ICP (Instituto Colombiano del Petróleo) – Ecopetrol en convenio con la Universidad Surcolombiana. Para el entrenamiento y validación, se utilizó el pozo Llanito 72 con un intervalo de 3319 ft y 7857 ft.

Para esta parte de clasificación se le otorgó prioridad a los registros de perfilaje para poder identificar las zonas potencialmente productoras de hidrocarburos, es decir, para que la red neuronal pudiera clasificar las zonas ya validadas por Ecopetrol del pozo Llanito 72. El orden de prioridad fue el siguiente: Gamma Ray, PHIN, Rt, RHOB y SP respectivamente. Si no se cumple a cabalidad esta prioridad otorgada sería difícil identificar zonas reservorios para este trabajo ya que dichas zonas no cumplirían con las características de ser una zona reservoria.

La salida del clasificador muestra las zonas reconocidas como zonas reservorias en pies (ft), identificando el tope y base de un reservorio.

Cuadro 4. Zonas cañoneadas Vs Zonas identificadas sistema neuronal sin normalización de datos

ZONA CAÑONEADA		CLASIFICADOR NEURONAL	
TOPE (ft)	BASE(ft)	TOPE (ft)	BASE (ft)
5442	5450	5442	5448
5534	5546	5538	5543
5594	5600	5594.5	5599
5610	5620	5610.5	5614.5
5656	5665	5657.5	5661.5
5674	5680	***	***
5843	5850	5844	5848
5854	5859	5854	5858
5901	5907	***	***
6133	6139	6133.5	6137.5
6232	6236	***	***
6280	6288	***	***
6400	6405	***	***
6410	6416	***	***
6454	6460	***	***
6464	6469	6464	6468
6478	6484	6478.5	6483
6680	6689	***	***
6698	6706	6698.5	6702.5

En el anterior cuadro se registran los resultados de las zonas cañoneadas versus salida del sistema de clasificación neuronal sin el proceso de normalización de datos.

De acuerdo a los resultados del clasificador, el porcentaje de identificación de zonas productoras no fue el esperado. El porcentaje fue 57.89 %, es decir, identificó de 19 zonas cañoneadas solo 11 zonas de interés, ya que los datos de los patrones característicos de zonas de interés eran demasiado cercanos, haciendo que el clasificador no lograra encontrar la función óptima para identificar las zonas productoras.

*** Indica las zonas no identificadas por el clasificador neuronal.

Por su parte, el siguiente cuadro muestra las zonas cañoneadas contra los resultados del clasificador neuronal, con los datos ya normalizados.

Cuadro 5. Zonas cañoneadas Vs Zonas identificadas sistema neuronal con normalización de datos

ZONA CAÑONEADA		CLASIFICADOR NEURONAL	
TOPE (ft)	BASE (ft)	TOPE (ft)	BASE (ft)
5442	5450	5442	5450
5534	5546	5538	5546
5594	5600	5594.5	5599.5
5610	5620	5610.5	5620
5656	5665	5656	5665
5674	5680	5674	5679
5843	5850	5843	5850
5854	5859	5854	5859
5901	5907	***	***
6133	6139	6133	6139
6232	6236	6232	6236
6280	6288	6280	6288
6400	6405	6400	6405
6410	6416	6410	6415.5
6454	6460	6454	6459.5
6464	6469	6464	6469
6478	6484	6478	6484
6680	6689	6680	6689
6698	6706	6698	6706

*** Indica las zonas no identificadas por el clasificador neuronal.

Como se puede observar, la eficiencia del clasificador neuronal para identificar las zonas productivas es muy alta ya que alcanzó un 94.73%, es decir, de 19 zonas cañoneadas, identificó 18 zonas. La única zona comprendida entre 5901ft y 5907 ft que no fue identificada era porque no cumplía con los parámetros dentro de las caracterizaciones dadas a los perfiles.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Las Wavelet madres al ser bastantes y muy distintas, tienen la naturaleza de adaptarse bien a muchas aplicaciones y tipos de señal, dando la posibilidad de crear una nueva base wavelet para una aplicación específica o para un determinado tipo de señal.
- En el análisis de señales no estacionarias la transformada de Fourier no es una herramienta óptima ya que aunque entrega una información completa del contenido espectral de la señal, no es capaz de localizar en qué tiempo estas componentes frecuenciales ocurren.
- La extracción de los coeficientes escala o aproximación como de los coeficientes wavelet o de detalles se realiza mediante el producto interno entre las versiones dilatadas y trasladadas de la función escala y wavelet con la señal a analizar. De esta forma el coeficiente obtenido representa el grado de correlación que existe entre la función escala y wavelet con la señal en un intervalo finito en el espacio del tiempo.
- Como los coeficientes wavelet son los encargados del detalle de la señal, estos son de valores pequeños que se pueden eliminar o hacerse cero y la señal reconstruida no variará mucho, es decir, el error de aproximación entre la señal reconstruida y la señal original será mínimo. Esta sencilla idea ha sido la base sobre la cual wavelet ha encontrado importantes aplicaciones en la compresión de señales y eliminación de ruido entre otras.
- Dentro del diccionario wavelet las base wavelet no usadas en el procesamiento de la elección de la mejor base fueron Symlet y Meyer por su gran consumo de recursos computacionales que demandaba el sistema y por su gran valor de la función costo de información.
- Debido a la naturaleza de la señal fue imposible que algunas bases wavelet se adaptaran a la señal original porque para algunos perfiles los valores registrados estaban muy cercanos a cero; por ejemplo para el perfil de SP y para el perfil de densidad de formación algunos valores eran negativos y otra razón era porque la base wavelet no podía encontrar los valores de los coeficientes para los filtros pasa-bajos y pasa-altos de la convolución entre ella y la señal análoga.
- El análisis de componentes principales (PCA) tiene una aplicación muy importante en la compresión de datos ya que a través de la estructuración de un conjunto de datos multivariado permite la reducción del número de variables que puedan retener la mayor variabilidad contenida en los datos.

- El sistema de clasificación para este tipo de problema con los datos sin normalizar no fue el más óptimo ya que los datos de los patrones característicos estaban muy cercanos (datos similares) haciendo que el clasificador tomara un error de entrenamiento y de validación considerable. Por otro lado, con los datos normalizados, la eficiencia del clasificador neuronal es muy aceptable, ya que el error encontrado estaba comprendido entre un 5% y 6% de las zonas que pasaron desapercibidas por el clasificador.
- Se podrían proponer estudios con nuevos sistemas de clasificación para este proyecto como las máquinas de soporte vectorial (SVM), análisis lineal discriminante (LDA), algoritmos genéticos que en otros campos de aplicación han arrojado muy buenos resultados.
- Si no se normaliza en magnitud, la remoción de la media o la disminución de las interferencias debidas a ruidos, el desempeño en los sistemas de reconocimiento disminuye. Por ejemplo, sin la etapa de normalización el desempeño del clasificador llega a valores inaceptables de error (30% - 40%).

BIBLIOGRAFÍA

A. Fuentes y P. Faundez, Procesamiento digital de señales acústicas utilizando Wavelets. Instituto de Matemáticas UACH.

Análisis de Componentes Principales.

<http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/jmmarin/esp/AMult/tema3am.Pdf>

Camargo Puerto Jorge Arturo, Introducción a la interpretación de perfiles de pozo abierto. Neiva: Universidad Surcolombiana, 2007.

I.T Jolliffe, Principal Component Analysis, Second Edition, 2002

Jain, A. K., Duin, R. P. W., and Mao, J. (2000). Statistical pattern recognition: A review. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22(1):4–37.

MathWorks (2000a). Neural Network Toolbox: User's Guide - Version 5. For Use with MATLAB. The MathWorks, Inc., Natick, MA.

M. V. Wickerhauser, Adapted Wavelet Analysis: From Theory to Software, 1994.

P. S. Addison, The illustrated Wavelet Transform Handbook, J. Reville, Ed. Institute of Physics Publishing, 2002.

Pearson, K., On lines and planes of closets fit to systems of points in the space. Philosophical Magazine, 2, 559-572.

R. R. Coifman and M. V. Wickerhauser, Entropy based algorithms for best basis selection, 1992.

S. Kouro y R. Musalem, Tutorial introductorio a la Teoría de Wavelet, Artículo presentado como trabajo de la asignatura Técnicas Modernas en Automática.

Schlumberger, C and M., and Leonardon . E. G, A New Contribution to Subsurface by Means of Electrical Measurements in Drill Holes, Trans. AIME, Vol 110, 1934.

Schlumberger Production Log Interpretation, Schlumberger Limited, 1970

Taswell, C., Near-best basis selection algorithms with nonadditive information cost functions, Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time Frequency and Time-Scale Analysis, 1994.

Tixier, M. P., and Alger, R. P., Log Evaluation of Non-Metallic Mineral Deposits, SPWLA Symposium, 1967

IDENTIFICACIÓN DE ZONAS PRODUCTORAS DE HIDROCARBUROS APLICANDO DSP Y MÉTODOS DE CORRELACIÓN DE REGISTROS DE PERFILAJE

**ALFREDO RODRÍGUEZ PALOMINO
HUGO ALBERTO BERNAL PERDOMO**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
INGENIERÍA ELECTRÓNICA
NEIVA . SEPTIEMBRE DE 2009**



Universidad Surcolombiana

OBJETIVOS

GENERAL

- Identificar patrones característicos correspondientes a zonas productoras de hidrocarburos aplicando Procesamiento Digital de Señales a un conjunto de registros de herramientas eléctricas de acuerdo a métodos estándar de interpretación de perfiles.

ESPECIFICOS

- Caracterizar el patrón o los patrones por medio de transformada Wavelet.
- Aplicar análisis de componentes principales (PCA) al patrón o patrones identificados.
- Diseñar, entrenar y optimizar el sistema basado en redes neuronales que permita identificar patrones característicos en registros de perfilaje.
- Evaluar el desempeño del método de análisis planteado y el sistema de red neuronal diseñado con el fin de determinar su grado de validez en la identificación de zonas productoras.

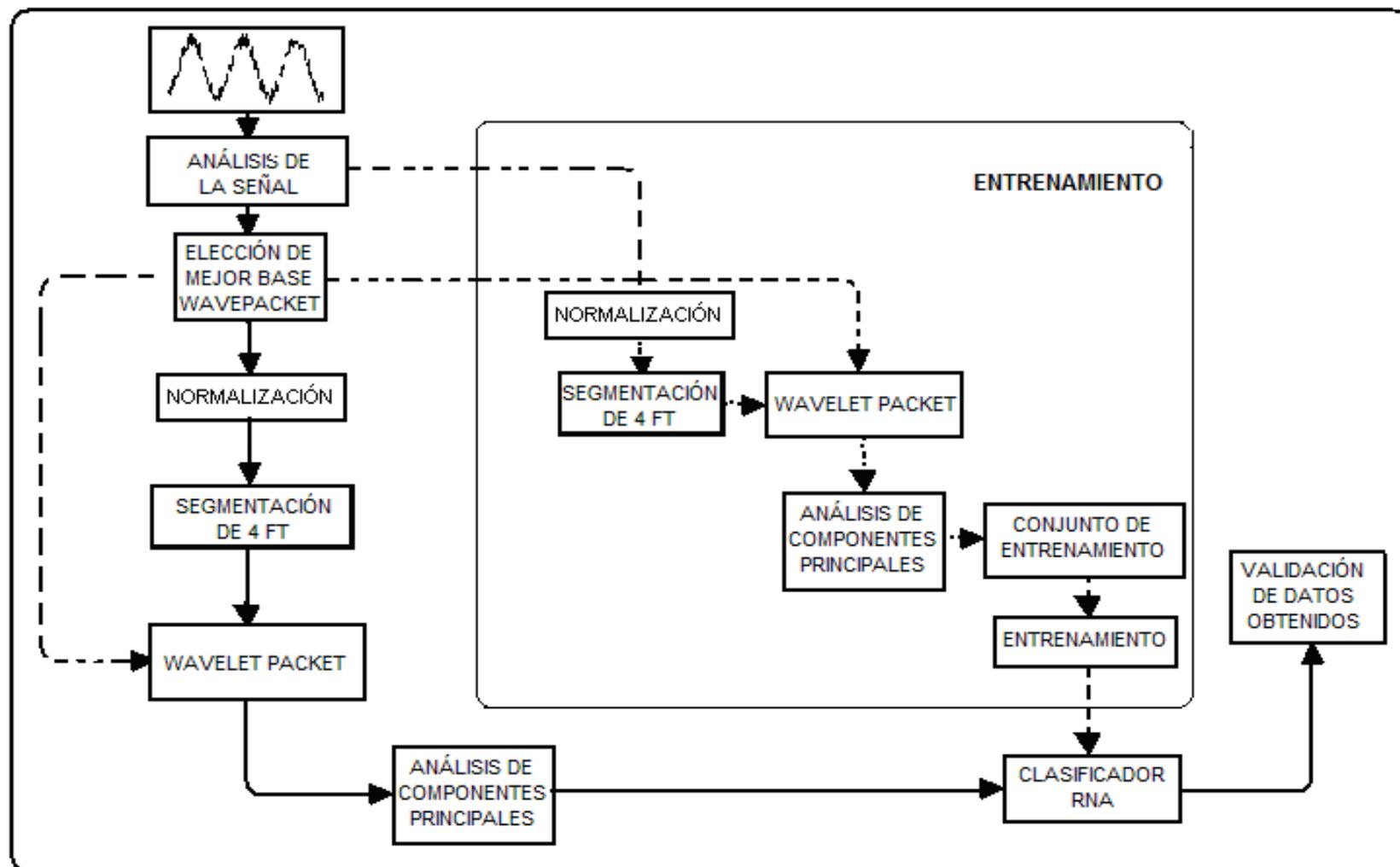


JUSTIFICACIÓN

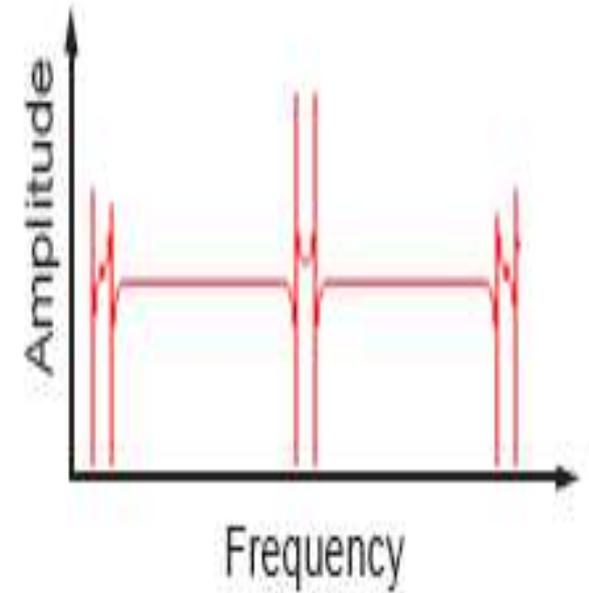
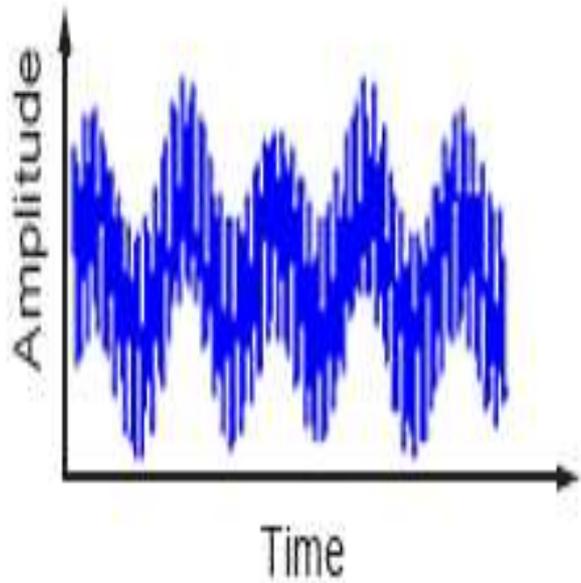
- Las herramientas de perfilaje miden muchas variables que representan características físicas de un pozo condensados en una señal llamada registros de perfilaje.
- Tradicionalmente la Interpretación se a realizado por simple inspección.
- El Procesamiento Digital de Señales aplicado a la interpretación de registros de perfilaje podría arrojar excelentes resultados como los logrados en otras áreas de investigación.
- Esta metodología de análisis es muy prometedora para la interpretación de registros de perfilaje ya que son señales no estacionarias.

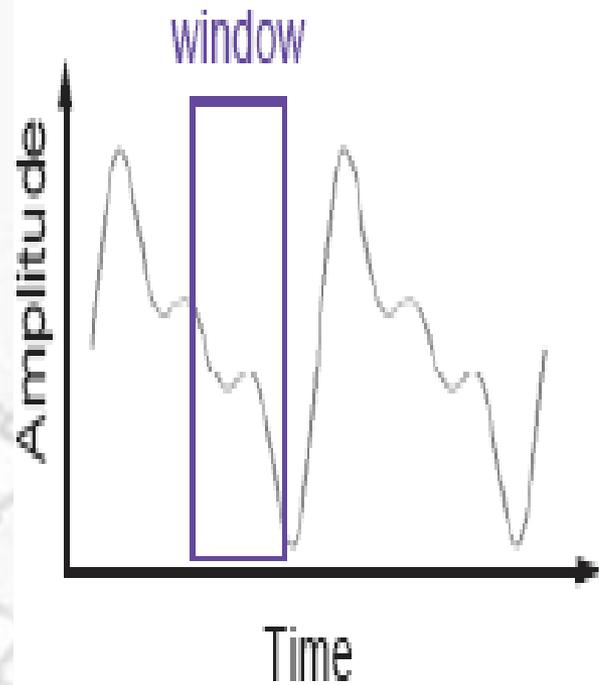


DIAGRAMA GENERAL DEL SISTEMA

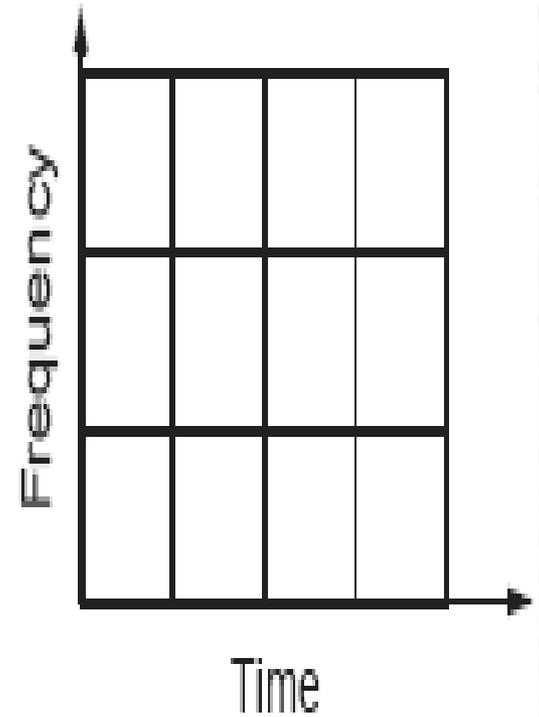


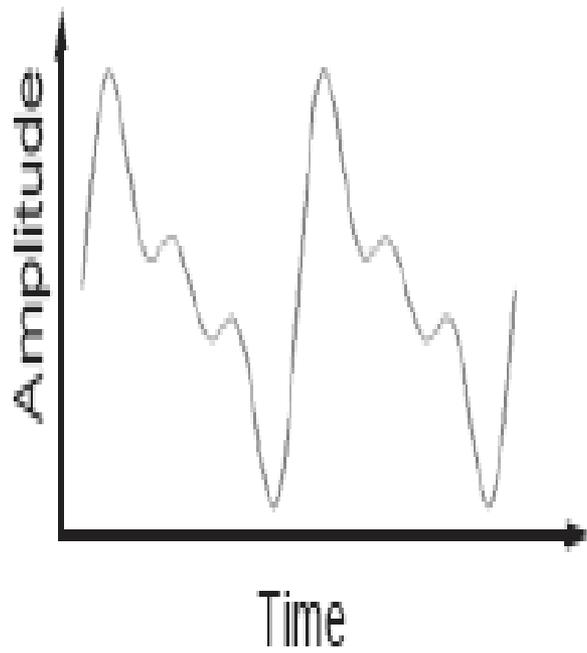
ANÁLISIS DE LA SEÑAL





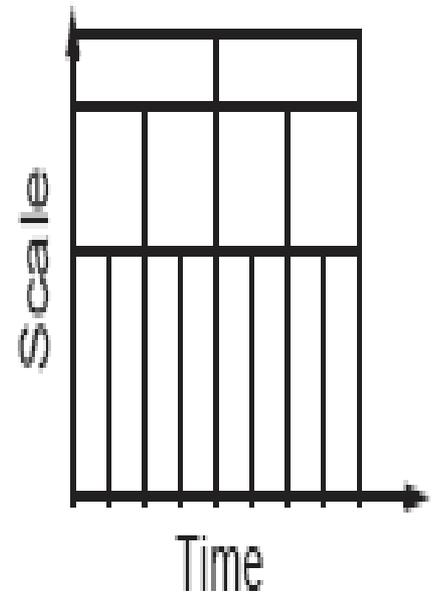
Short
Time
Fourier
Transform





W

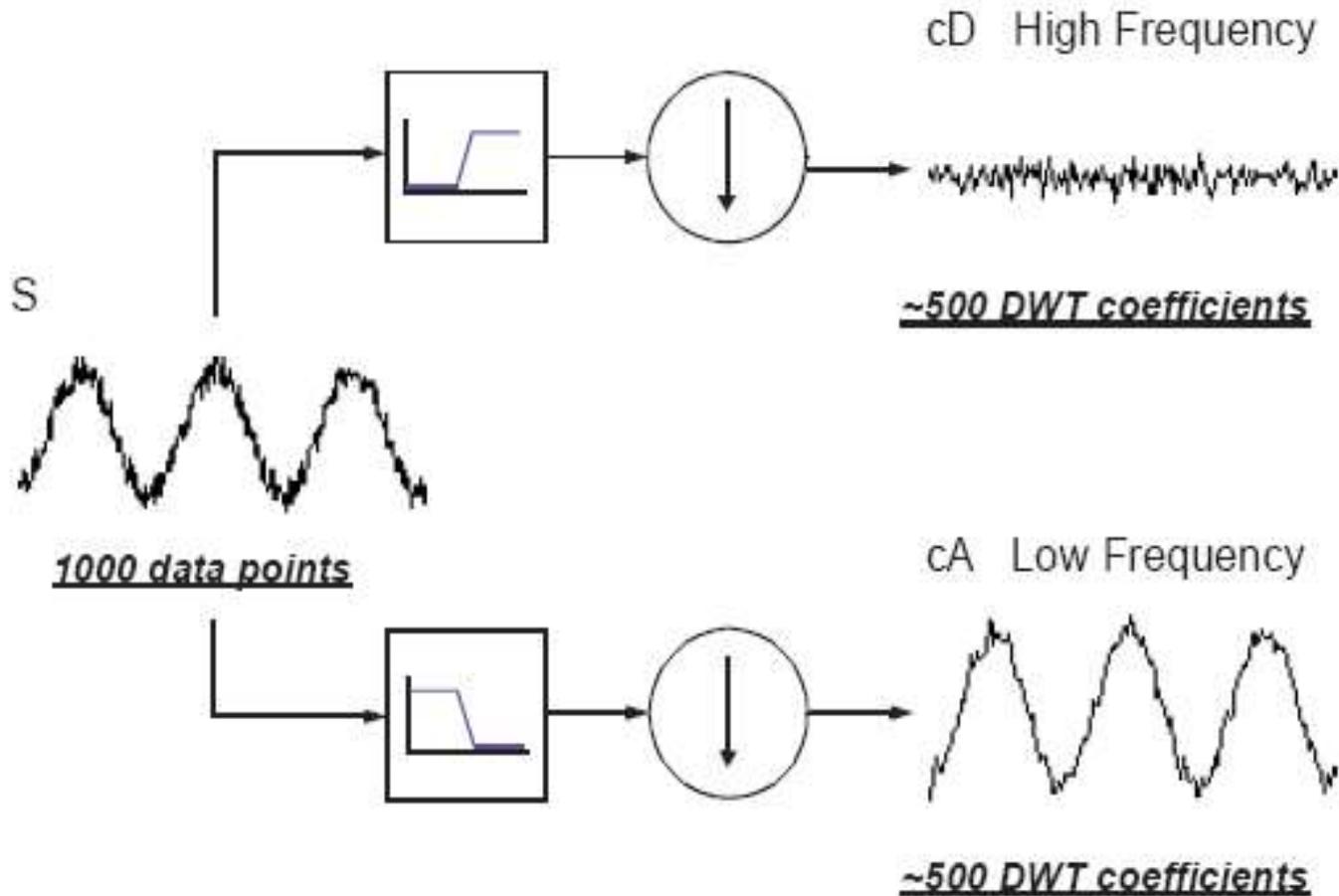
Wavelet
Transform



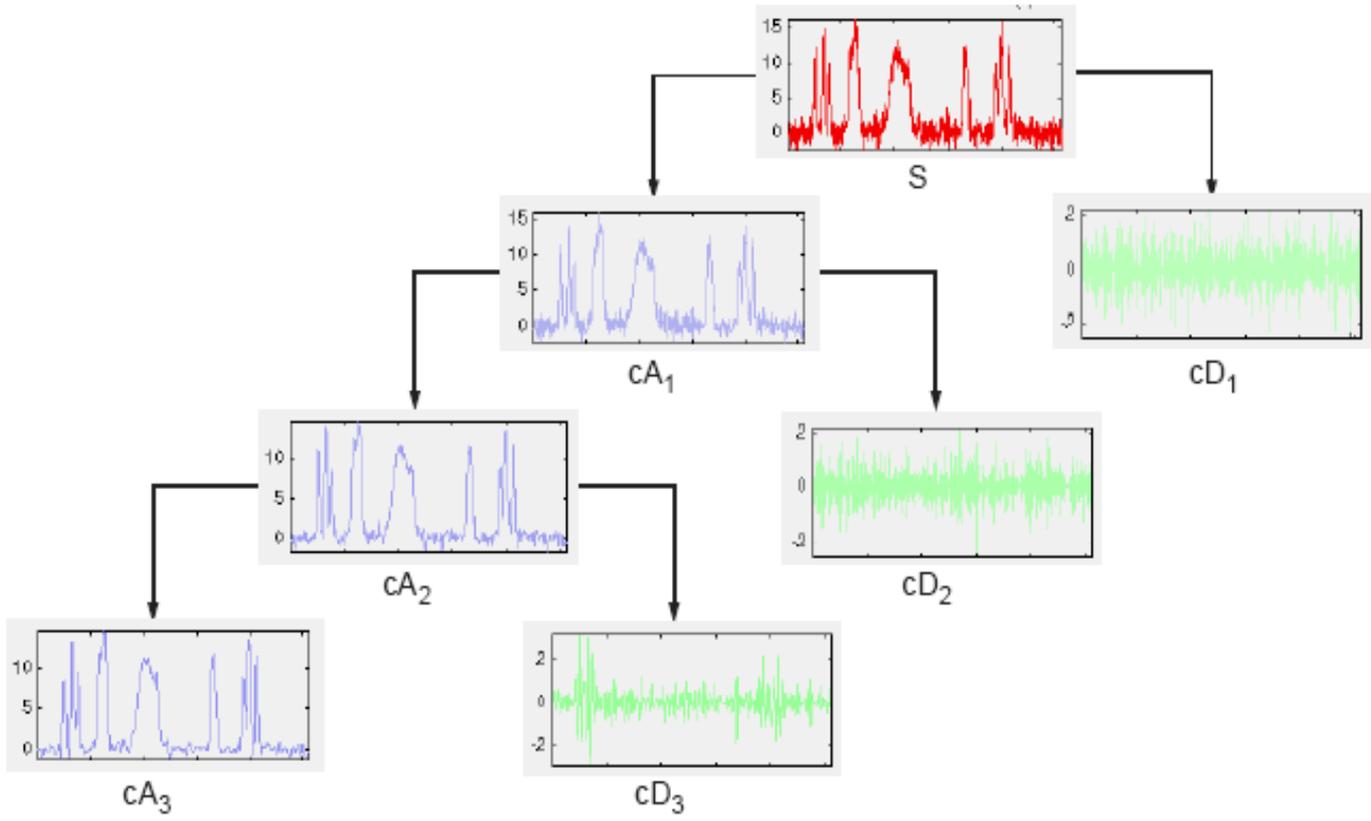
Wavelet Analysis



TRANSFORMADA DISCRETA WAVELET

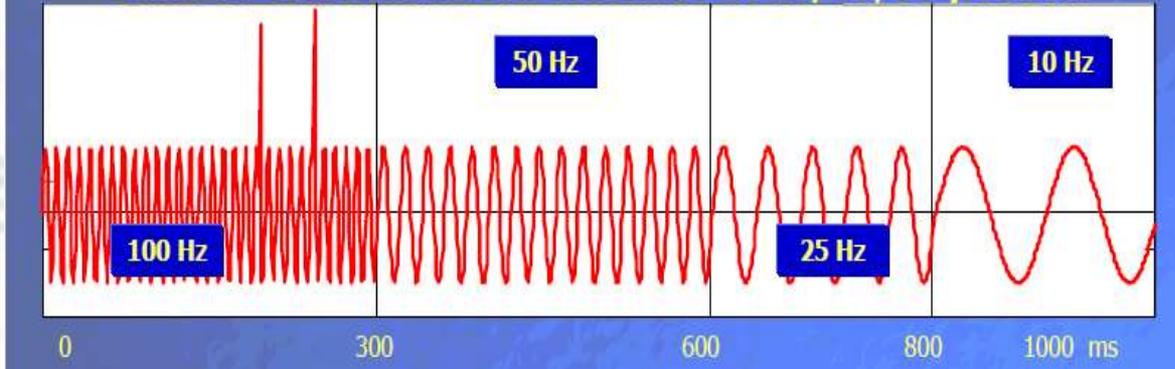


11050

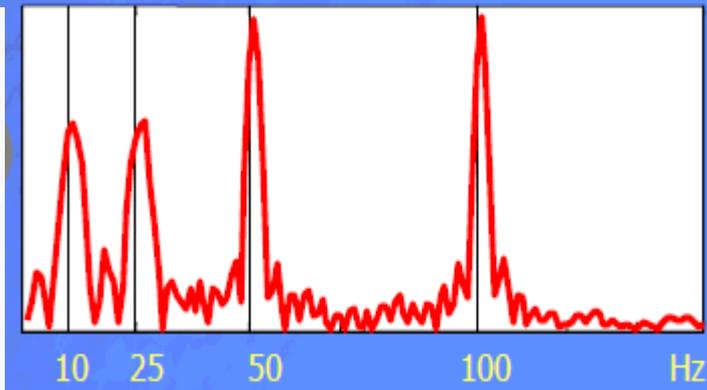


Universidad Surcolombiana

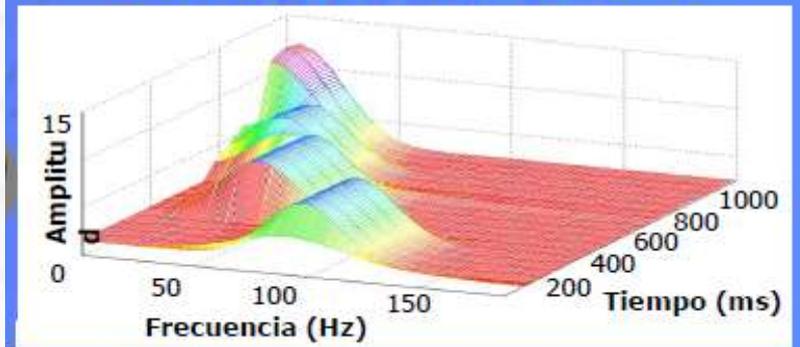
Señal no estacionaria con contenido de 10, 25, 50 y 100 Hz



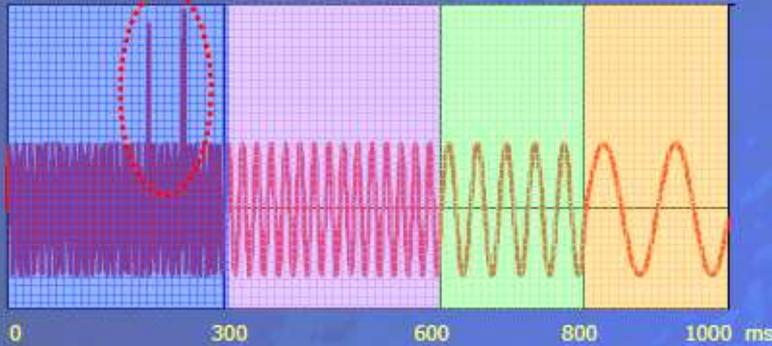
Análisis frecuencial T. de Fourier



T. de Fourier eventanada

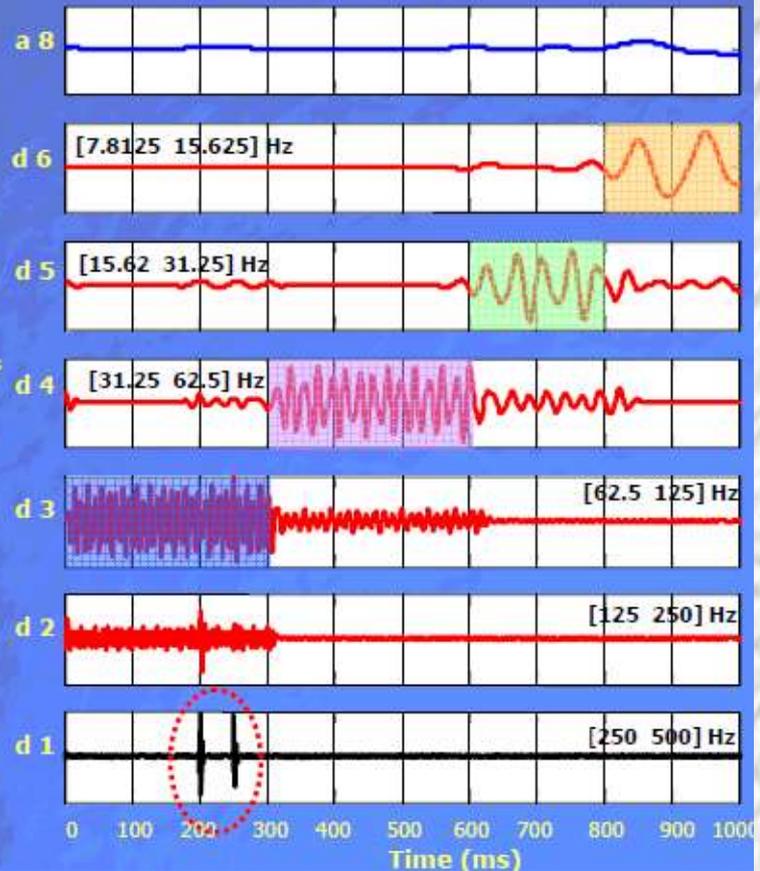


Señal no estacionaria



0 300 600 800 1000 ms

Análisis Wavelet Multiresolución



ENTROPIA DE SHANNON Y COSTO DE INFORMACIÓN

Entropía Se define la Entropía de Shannon para una distribución de probabilidad discreta para , de la forma

$$H(q) = \sum_k q(k) \log \frac{1}{q(k)}$$

$$q(k) = \frac{|u(k)|^2}{\|u\|^2}$$

$$q \log \frac{1}{q} = 0$$

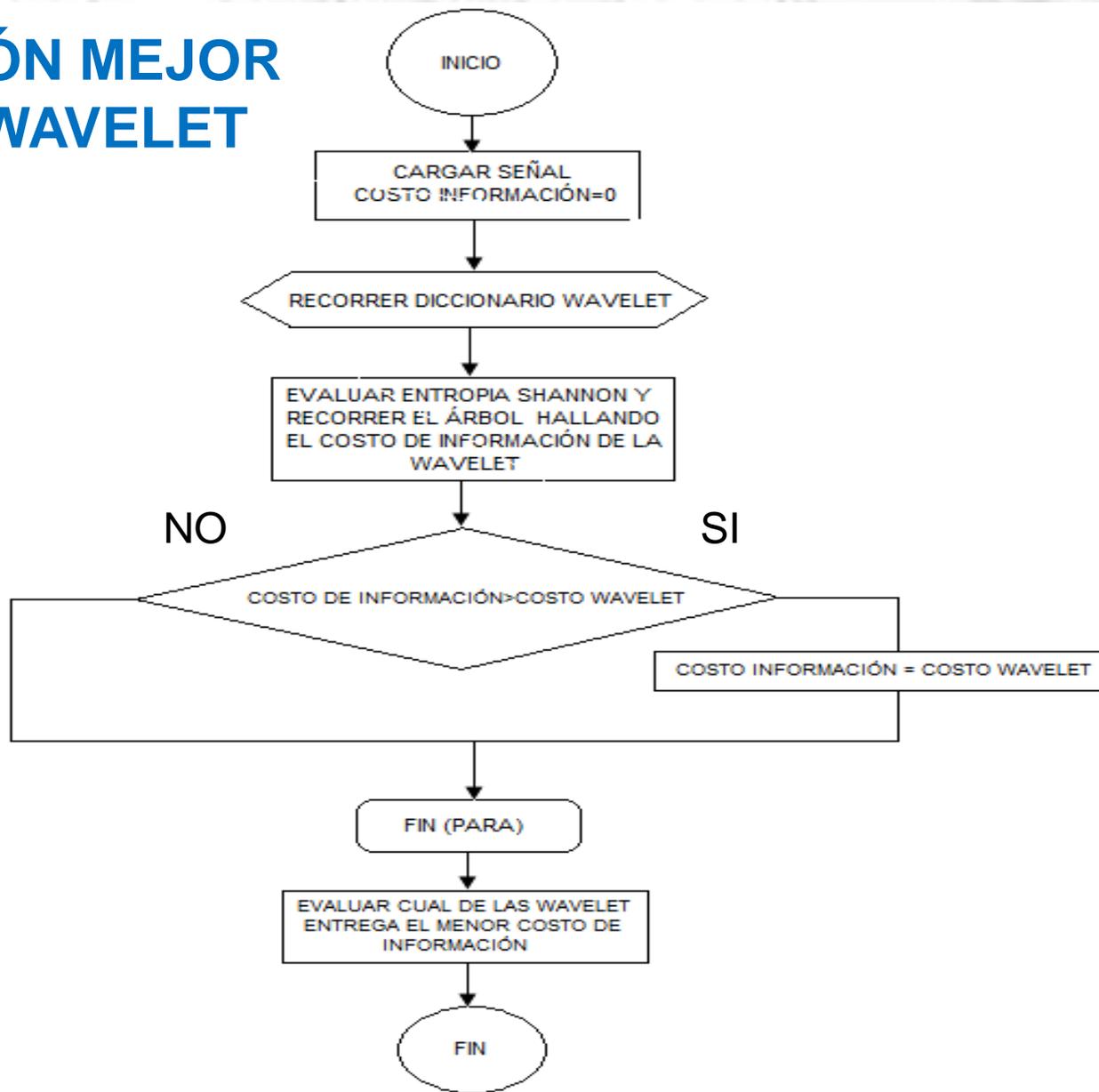
FUNCIÓN DE COSTO

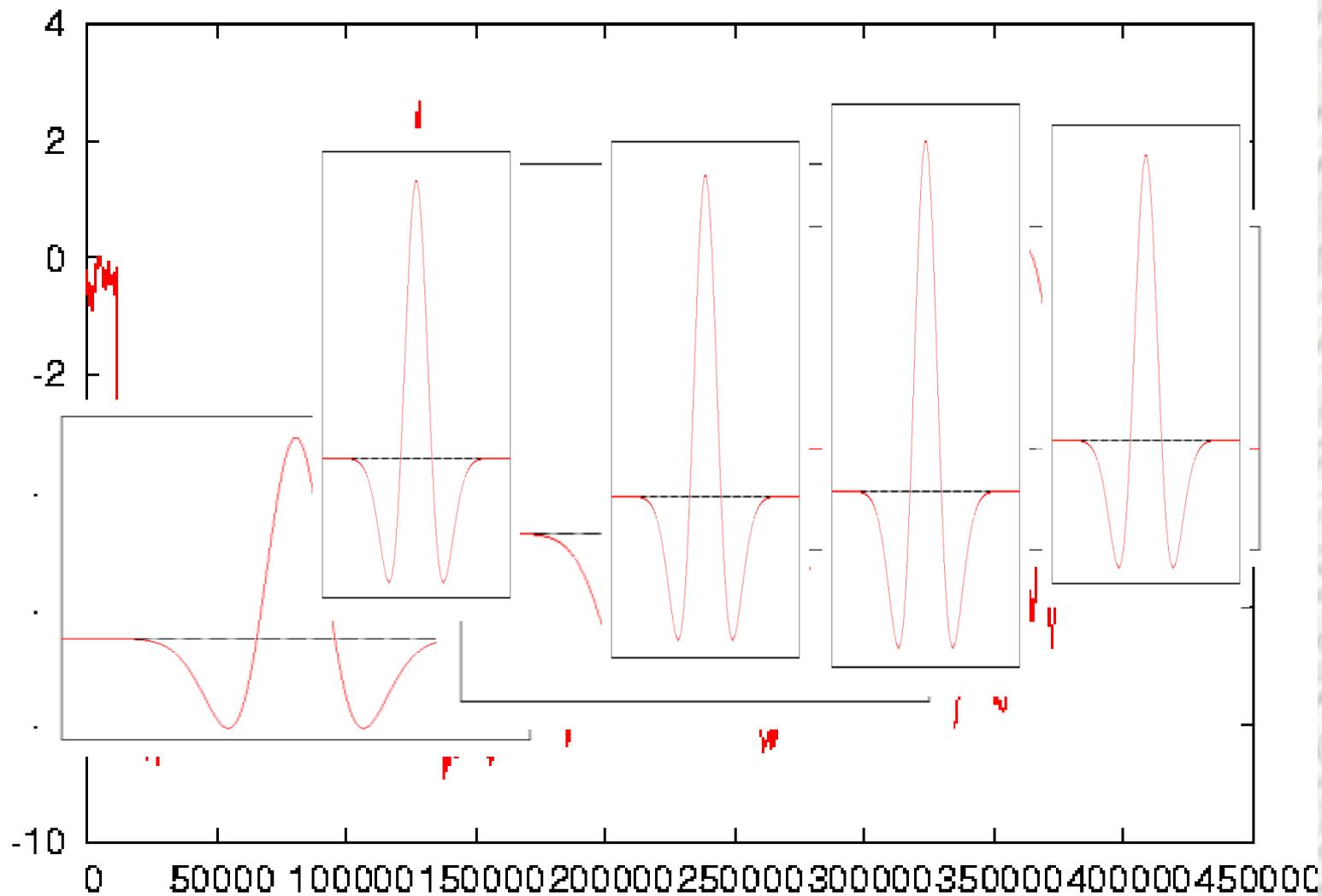
$$C = \min_k \sum_{\lambda=1}^j C_{k,\lambda}$$

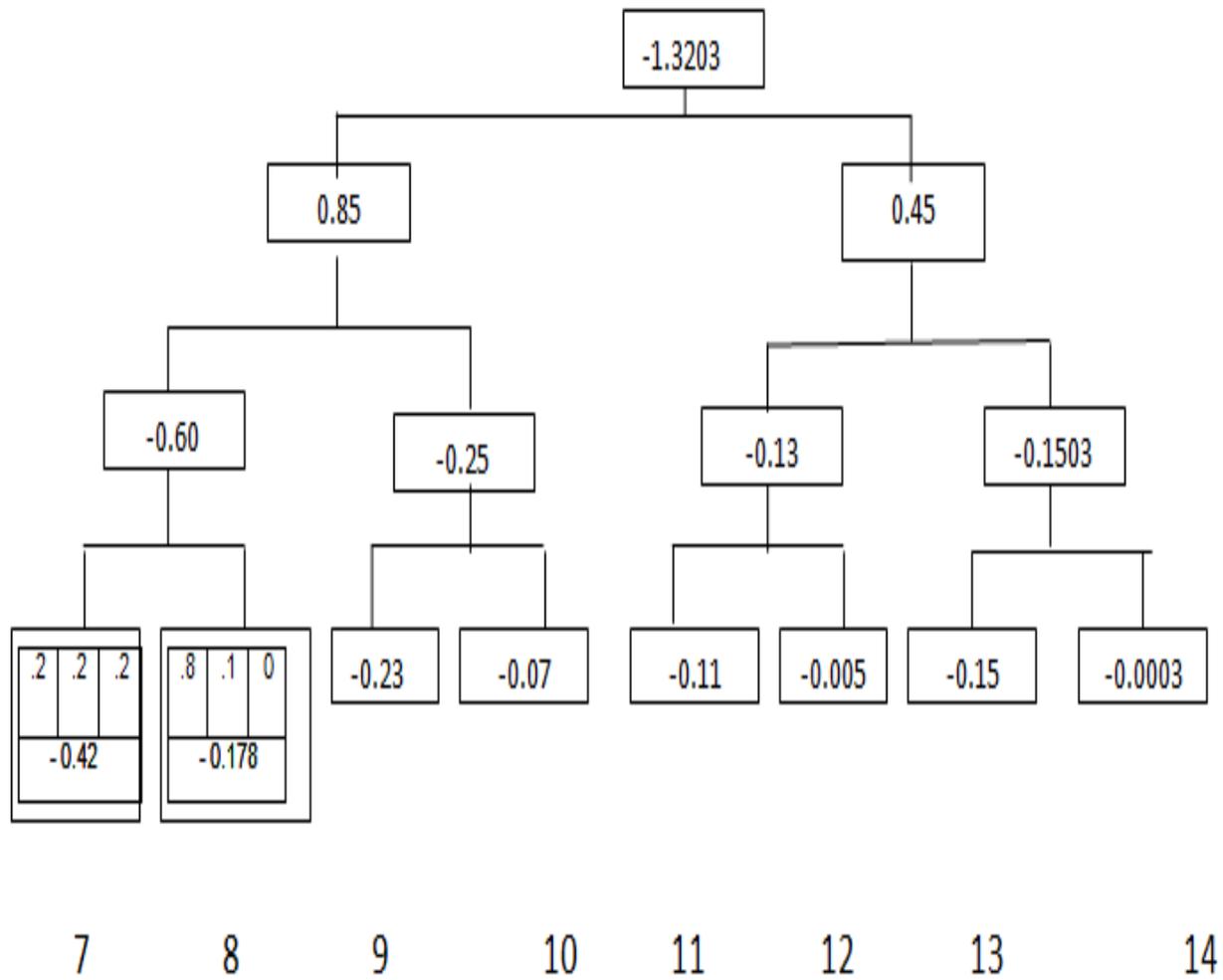
$$C_{k,\lambda} = - \sum_{m=1}^N \frac{|(f, \psi_{m,\lambda})|^2}{\|B^\lambda\|^2} \log_e \frac{|(f, \psi_{m,\lambda})|^2}{\|B^\lambda\|^2}$$



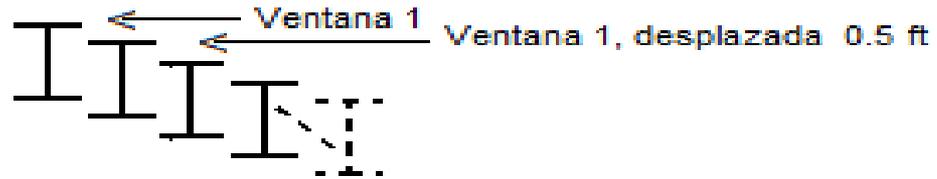
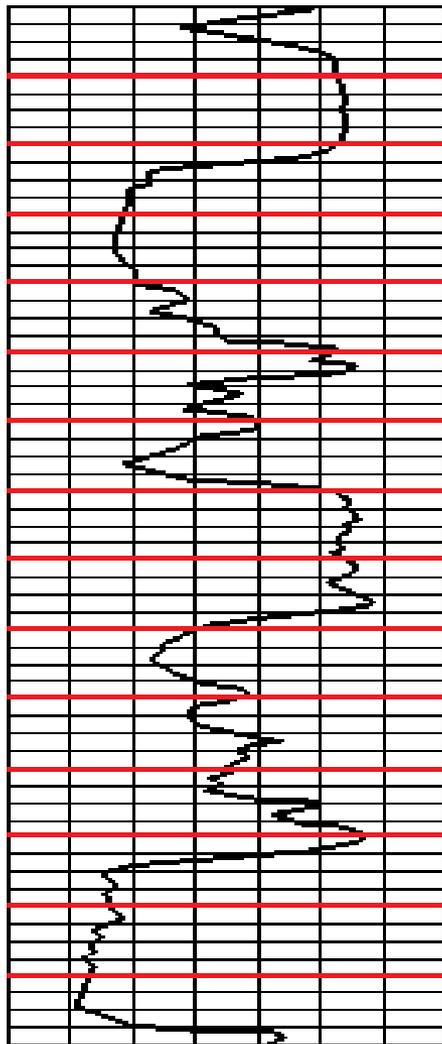
ELECCIÓN MEJOR BASE WAVELET



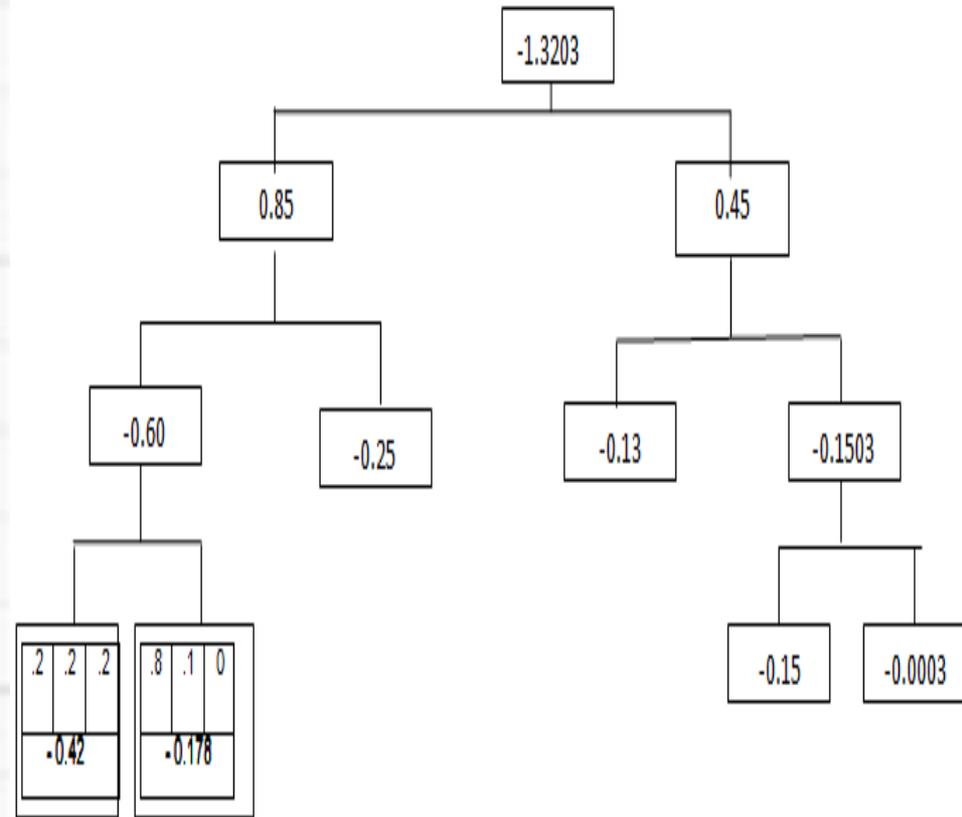
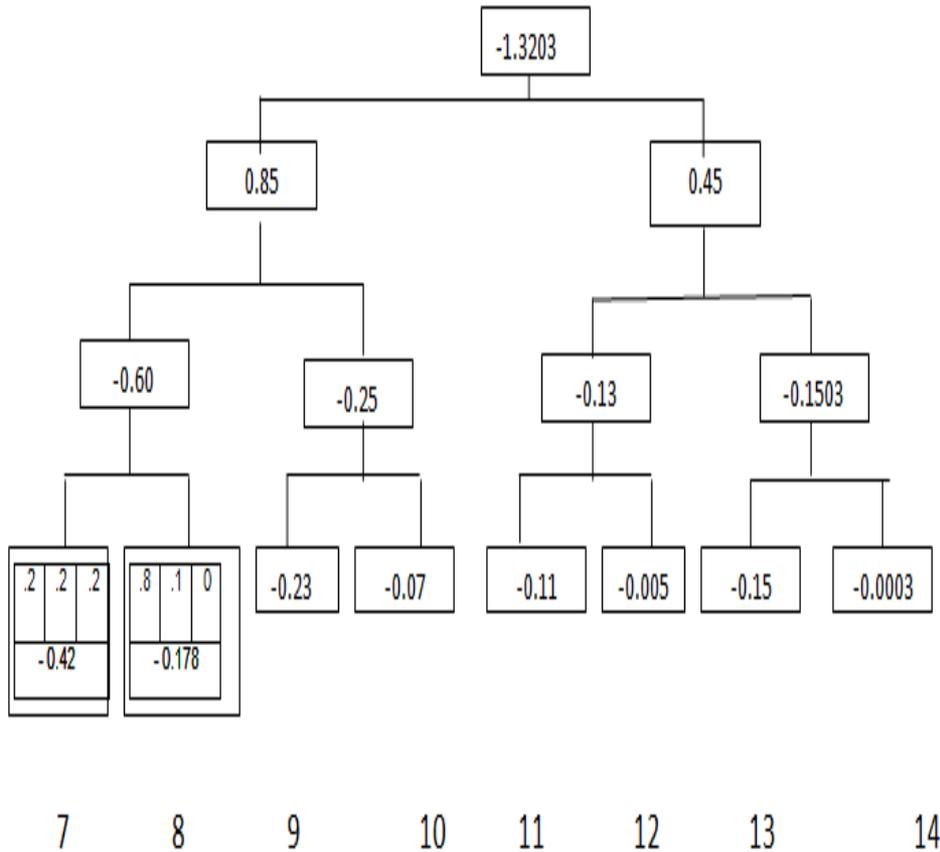




SEGMENTACIÓN DE CUATRO PIES (4 ft)



ALGORITMO WAVEPACKET (WP)



REDUCCIÓN DE DIMENSIONALIDAD PCA

- Ortogonaliza las componentes del vector de entrada (así estén incorreladas).
- Ordena las componentes ortogonales resultantes (componentes principales) de modo que aquellas con la variación más alta van primero.
- Elimina aquellas componentes que contribuyen menos a la variación dentro del conjunto de datos.



0
0.25
0.50
0.75
1

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	34



PCA



1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12



REGISTROS DE PERFILAJE Y PRIORIDAD DADA

- Gamma Ray
- PHIN
- Resistividad verdadera R_t
- RHOB
- Potencial Espontáneo



GAMMA RAY

- Mide la radioactividad natural de las rocas.
- Frente a arenisca: Gamma ray bajo, 20-40% unidades API
- Frente a arcilla o shale: Gamma ray alto

PERFIL NEUTRÓNICO *PHIN*

- Responde a la presencia de átomos de hidrógeno y en formaciones limpias cuyos poros están llenos de agua o petróleo. Lee el valor real del espacio poral lleno de fluidos.

PERFILES DE MICRORRESISTIVIDAD

- Permiten medir R_{xo} y delimitar las capas permeables mediante la detección del revoque (costra, enjarre) del lodo.

R_{xo} , resistividad de la zona lavada.

R_t , resistividad verdadera.

PERFIL DE DENSIDAD DE FORMACIÓN *RHOB* (*BULK DENSITY*)

- Responde a la densidad de electrones de las rocas, y se usa principalmente como perfil de porosidad. Tiene aplicación en la identificación de minerales en depósitos de evaporitas, descubrimiento de gas y determinación de la densidad de hidrocarburos.



POTENCIAL ESPONTÁNEO

Es un registro de la diferencia de potencial entre un electrodo móvil en el pozo y un potencial fijo en un electrodo de superficie, en función de la profundidad, medida en milivoltios

RESPUESTA FRENTE A ARENISCA	RESPUESTA FRENTE SHALE (LUTITA)
<i>GR</i> en un porcentaje bajo (20-40%) de unidades API	Generalmente alto <i>GR</i> .
La curva de <i>SP</i> presenta algún tipo de deflexión, dependiendo del contraste de salinidades.	<i>SP</i> es la línea base de shale
Las lecturas del perfil de densidad muestran valores por debajo de 2.65 gr/m ³ en areniscas limpias	
Valores medios de porosidad neutrónica	Alta porosidad neutrónica.
	Baja resistividad de formación
	Baja Porosidad de densidad



CARACTERIZACIÓN DE LOS PERFILES

- Estimación del perfil de Rayos Gamma GR
- Estimación de la línea base de lutita
- Estimación de la resistividad verdadera R_t
- Estimación del perfil neutrónico
- Estimación del perfil de densidad de formación



RED NEURONAL ARTIFICIAL

Registros de perfilaje					
Arquitectura	GR	SP	Rt	PHIN	RHOB
Algoritmo aprendizaje	trainlm	trainlm	trainlm	trainlm	trainlm
Épocas	12654	13458	20000	20000	20000
Error	0.01	0.01	0.001	0.001	0.01
Tiempo entrenamiento	0:13:48	0:25:50	0:21:14	0:29:46	0:25:06
Número capas ocultas	Dos	Dos	Dos	Dos	Dos
Neuronas capa oculta	[33 3]	[35 2]	[30 3]	[33 3]	[33 3]
Valor curva regresión	0.96294	0.9245	0.94221	0.91391	0.93349



SALIDA CLASIFICADOR NEURONAL

SIN NORMALIZACIÓN $e=57,89\%$ CON NORMALIZACIÓN $e=94,73\%$

ZONA CAÑONEADA		CLASIFICADOR NEURONAL		ZONA CAÑONEADA		CLASIFICADOR NEURONAL	
TOPE (ft)	BASE(ft)	TOPE (ft)	BASE (ft)	TOPE (ft)	BASE (ft)	TOPE (ft)	BASE (ft)
5442	5450	5442	5448	5442	5450	5442	5450
5534	5546	5538	5543	5534	5546	5538	5546
5594	5600	5594.5	5599	5594	5600	5594.5	5599.5
5610	5620	5610.5	5614.5	5610	5620	5610.5	5620
5656	5665	5657.5	5661.5	5656	5665	5656	5665
5674	5680	***	***	5674	5680	5674	5679
5843	5850	5844	5848	5843	5850	5843	5850
5854	5859	5854	5858	5854	5859	5854	5859
5901	5907	***	***	5901	5907	***	***
6133	6139	6133.5	6137.5	6133	6139	6133	6139
6232	6236	***	***	6232	6236	6232	6236
6280	6288	***	***	6280	6288	6280	6288
6400	6405	***	***	6400	6405	6400	6405
6410	6416	***	***	6410	6416	6410	6415.5
6454	6460	***	***	6454	6460	6454	6459.5
6464	6469	6464	6468	6464	6469	6464	6469
6478	6484	6478.5	6483	6478	6484	6478	6484
6680	6689	***	***	6680	6689	6680	6689
6698	6706	6698.5	6702.5	6698	6706	6698	6706



CONCLUSIONES

- Las Wavelet madres al ser bastantes y muy distintas, tienen la naturaleza de adaptarse bien a muchas aplicaciones y tipos de señal, dando la posibilidad de crear una nueva base wavelet para una aplicación específica o para un determinado tipo de señal.
- En el análisis de señales no estacionarias la transformada de Fourier no es una herramienta óptima ya que aunque entrega una información completa del contenido espectral de la señal, no es capaz de localizar en qué tiempo estas componentes frecuenciales ocurren.
- Dentro del diccionario wavelet las base wavelet no usadas en el procesamiento de la elección de la mejor base fueron Symlet y Meyer por su gran consumo de recursos computacionales que demandaba el sistema y por su gran valor de la función costo de información.



- Como los coeficientes wavelet son los encargados del detalle de la señal, estos son de valores pequeños que se pueden eliminar o hacerse cero y la señal reconstruida no variará mucho, es decir, el error de aproximación entre la señal reconstruida y la señal original será mínimo. Esta sencilla idea ha sido la base sobre la cual wavelet ha encontrado importantes aplicaciones en la compresión de señales y eliminación de ruido entre otras.
- Debido a la naturaleza de la señal fue imposible que algunas bases wavelet se adaptaran a la señal original porque para algunos perfiles los valores registrados estaban muy cercanos a cero; por ejemplo para el perfil de SP y para el perfil de densidad de formación algunos valores eran negativos y otra razón era porque la base wavelet no podía encontrar los valores de los coeficientes para los filtros pasa-bajos y pasa-altos de la convolución entre ella y la señal.
- El análisis de componentes principales (PCA) tiene una aplicación muy importante en la compresión de datos ya que a través de la estructuración de un conjunto de datos multivariado permite la reducción del número de variables que puedan retener la mayor variabilidad contenida en los datos.



- El sistema de clasificación para este tipo de problema con los datos sin normalizar no fue el más óptimo ya que los datos de los patrones característicos estaban muy cercanos (datos similares) haciendo que el clasificador tomara un error de entrenamiento y de validación considerable. Por otro lado, con los datos normalizados, la eficiencia del clasificador neuronal es muy aceptable, ya que el error encontrado estaba comprendido entre un 5% y 6% de las zonas que pasaron desapercibidas por el clasificador.
- Si no se normaliza en magnitud, la remoción de la media o la disminución de las interferencias debidas a ruidos, el desempeño en los sistemas de reconocimiento disminuye. Por ejemplo, sin la etapa de normalización el desempeño del clasificador llega a valores inaceptables de error (30% - 40%).
- Se podría proponer estudios con nuevos sistemas de clasificación para este proyecto como las máquinas de soporte vectorial (SVM), análisis lineal discriminante (LDA), algoritmos genéticos que en otros campos de aplicación han arrojado muy buenos resultados.



***MUCHAS
GRACIAS***



Universidad Surcolombiana