



Universidad Surcolombiana

---

---

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en  
Matemáticas

Herramientas matemáticas en la  
composición musical

Stephania Rubiano Acosta  
2009288424

Neiva, Huila  
2016



Universidad Surcolombiana

---

---

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en  
Matemáticas

Herramientas matemáticas en la  
composición musical

Trabajo presentado como requisito de grado para  
optar al título de licenciada en matemáticas

Stephania Rubiano Acosta  
2009288424

Asesor:  
Fabián Andrés Murcia Caballero

Neiva, Huila  
2016

# Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

Jefe de Programa

---

Asesor

---

Segundo Lector

# Agradecimientos

Con el más profundo respeto, admiración y gratitud; hoy dedico mi trabajo final como estudiante universitaria a mi *Madre*, quien ha sido mi apoyo incondicional en la construcción de mis más grandes sueños.

A mi familia, compañeros y amigos por haber aportado en mi formación académica y personal.

Además, agradecer a la *Universidad Surcolombiana*, al *Programa de Licenciatura en Matemáticas* y muy especialmente a mis *maestros*, quienes con sus conocimientos, experiencia y dedicación construyeron en mí la profesional que soy hoy.

Para ellos muchas gracias.

# Índice General

|   |           |
|---|-----------|
| <b>AGRADECIMIENTOS</b> .....  | <b>4</b>  |
| <b>PROBLEMÁTICA</b> .....   | <b>11</b> |
| 1.1.    ÁREA PROBLEMÁTICA .....   | 11        |
| 1.2.    ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS .....   | 12        |
| <b>OBJETIVO</b> .....   | <b>26</b> |
| 2.1.    OBJETIVO GENERAL.....   | 26        |
| 2.2.    OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....   | 26        |
| <b>REFERENTES TEÓRICOS</b> .....  | <b>27</b> |
| 3.1.    MATEMÁTICA .....  | 27        |
| 3.1.1.    Geometría.....  | 27        |
| 3.1.1.1.    Transformaciones Geométricas .....  | 27        |
| Definición 3.1. (Traslación).....   | 28        |
| Definición 3.2. (Rotación).....   | 29        |
| Definición 3.3. (Simetría axial).....   | 29        |
| Definición 3.4. (Homotecia) .....   | 30        |
| 3.1.1.2.    Palíndromos .....   | 31        |
| 3.1.2.    Probabilidad.....   | 32        |
| Definición 3.5. (Espacio Muestral).....   | 32        |
| Definición 3.6. (Evento).....   | 33        |
| Definición 3.7. (Complemento).....  | 33        |
| Definición 3.8. (Unión).....  | 33        |
| Definición 3.9. (Intersección) .....  | 33        |
| Definición 3.10. (Eventos excluyentes) .....  | 33        |
| Definición 3.11. (Probabilidad).....  | 34        |
| Definición 3.12. (Eventos Equiprobables).....   | 34        |
| Definición 3.13. (Regla de la adición).....   | 35        |
| Definición 3.14. (Probabilidad condicional).....  | 35        |
| Definición 3.15. (Regla del producto).....  | 36        |
| Definición 3.16. (Variables Aleatorias).....  | 36        |
| Definición 3.17. (Variable aleatoria discreta).....   | 36        |
| Definición 3.18. (Función de probabilidad) .....  | 36        |
| Definición 3.19. (Esperanza y varianza de variables aleatorias discretas) .....                                   | 37        |
| Definición 3.20. (Variable aleatoria continua).....   | 38        |
| Definición 3.21. (Función de probabilidad continua) .....   | 38        |
| Definición 3.22. (Esperanza y varianza de una función aleatoria continúa).....                                    | 39        |
| Definición 3.23. (Funciones de densidad utilizadas en la composición musical de variable aleatoria continua)..... | 39        |
| 3.23.1.    Distribución de Poisson.....   | 39        |
| 3.23.2.    Distribución exponencial.....  | 40        |
| 3.23.3.    Distribución triangular.....   | 40        |
| 3.23.4.    Distribución uniforme.....   | 40        |
| Definición 3.24. (Proceso Estocástico).....   | 40        |
| Definición 3.25. (Ruido Blanco).....  | 41        |
| 3.2.    MÚSICA .....  | 42        |
| Definición 3.26. (Pentagrama) .....   | 42        |

|   |            |
|---|------------|
| <i>Definición 3.27. (Claves)</i> .....  | 42         |
| <i>Definición 3.28. (Notas)</i> .....   | 42         |
| <i>Definición 3.29. (Figuras musicales)</i> .....   | 43         |
| <i>Definición 3.30. (Compás)</i> .....  | 43         |
| <i>Definición 3.31. (Ligadura y puntillo)</i> .....   | 44         |
| <i>Definición 3.32. (Alteraciones)</i> .....  | 44         |
| <i>Definición 3.33. (Armadura)</i> .....  | 45         |
| <i>Definición 3.34. (Intervalos)</i> .....  | 45         |
| <i>Definición 3.35. (Escala)</i> .....  | 45         |
| <i>Definición 3.36. (Escala Diatónica)</i> .....  | 46         |
| <i>Definición 3.37. (Escala Cromática)</i> .....  | 46         |
| <i>Definición 3.38. (Escala de Blues)</i> .....   | 46         |
| <b>METODOLOGÍA</b> .....  | <b>47</b>  |
| 4.1. COMPOSICIONES CON VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS. ....   | 47         |
| 4.1.1. <i>Juego de dados (A modo de Mozart)</i> . ....  | 48         |
| 4.1.2. <i>Juego de la Pirinola</i> .....  | 52         |
| 4.1.3. <i>Ruido Blanco Diatónico y cromático</i> .....  | 55         |
| 4.2. COMPOSICIÓN CON VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS. ....   | 71         |
| 4.2.1. <i>Matriz de composición</i> .....   | 71         |
| 4.2.2. <i>Distribución de eventos en las celdas</i> .....   | 71         |
| 4.2.2.1. Distribución de acontecimientos en las columnas de tiempo y en las filas de timbre: (Distribución de eventos en la matriz) ..... | 72         |
| 4.2.2.1.1. En las columnas de tiempo .....  | 72         |
| 4.2.2.1.2. En las filas de timbre .....   | 74         |
| 4.2.2. <i>Densidad de Sonidos</i> .....   | 76         |
| 4.2.2.2. Eventos simples .....  | 76         |
| 4.2.2.3. Eventos Dobles .....   | 77         |
| 4.2.2.4. Eventos triples.....   | 77         |
| 4.2.3. <i>Instrumentación de las 5 filas de timbres</i> .....   | 77         |
| 4.2.4. <i>Duración de sonidos: (Tiempo entre notas)</i> .....   | 78         |
| 4.2.4.1. Duración de sonidos Simples .....  | 80         |
| 4.2.4.2. Duración de sonidos Doble .....  | 85         |
| 4.2.4.3. Duración de sonidos Triples.....   | 88         |
| 4.2.5. <i>Distribución de los intervalos</i> .....  | 90         |
| 4.2.5.1. Distribución de los intervalos de eventos simples.....   | 91         |
| 4.2.5.2. Distribución de los intervalos de eventos Dobles.....  | 98         |
| 4.2.5.3. Distribución de los intervalos de eventos Triples.....   | 103        |
| 4.2.6. <i>Matriz de Sonidos</i> .....   | 105        |
| 4.3. ANÁLISIS DE LAS OBRAS.....   | 170        |
| 4.3.1. <i>Obras escritas con Variables Aleatorias Discretas</i> .....   | 170        |
| 4.3.1.1. Bambuqueando (Juego de Dados).....   | 170        |
| 4.3.1.2. Ventura (Juego de la Pirinola).....  | 173        |
| 4.3.1.3. Reflejos (Ruido Blanco Diatónico) .....  | 176        |
| 4.3.1.4. Espejismo (Ruido Blanco Cromático).....  | 179        |
| 4.3.2. <i>Obra escrita con Variables Aleatorias Continuas (Manía)</i> .....   | 183        |
| <b>CONCLUSIONES</b> .....   | <b>185</b> |
| <b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....   | <b>186</b> |

## Índice de Tablas

---

|  |    |
|--|----|
| TABLA 1: ARMONÍA, PRIMEROS 12 COMPASES .....                                     | 49 |
| TABLA 2: PRIMERA PARTE DEL BAMBUCO .....   | 49 |
| TABLA 3: ARMONÍA, ÚLTIMOS 8 COMPASES.....  | 50 |
| TABLA 4: SEGUNDA PARTE DEL BAMBUCO .....   | 50 |
| TABLA 5: RESULTADOS LANZAMIENTOS DE LAS PIRINOLAS (NOTA Y DURACIÓN).....         | 53 |
| TABLA 6: RESULTADOS DE LANZAMIENTO DE DADOS Y PIRINOLAS (NOTA Y DURACIÓN) .....  | 56 |
| TABLA 7: CONSIDERACIONES PRELIMINARES, COMPOSICIÓN CON VARIABLES CONTINUAS. .... | 71 |
| TABLA 8: FAMILIA DE INSTRUMENTOS MUSICALES. ....                                 | 71 |
| TABLA 9: DISTRIBUCIÓN DE EVENTOS DE COMPOSICIÓN. ....                            | 72 |
| TABLA 10: CANTIDAD DE EVENTOS DE COMPOSICIÓN. ....                               | 72 |
| TABLA 11: DENSIDADES DE EVENTOS, COLUMNAS. ....                                  | 72 |
| TABLA 12: DISTRIBUCIÓN DE SILENCIOS, COLUMNAS.....                               | 73 |
| TABLA 13: DISTRIBUCIÓN EVENTOS SIMPLES, COLUMNAS.....                            | 73 |
| TABLA 14: DISTRIBUCIÓN EVENTOS DOBLES, COLUMNAS. ....                            | 73 |
| TABLA 15: DISTRIBUCIÓN EVENTOS TRIPLES, COLUMNAS. ....                           | 74 |
| TABLA 16: DENSIDAD DE EVENTOS, FILAS.....  | 74 |
| TABLA 17: DISTRIBUCIÓN SILENCIOS, FILAS.....                                     | 74 |
| TABLA 18: DISTRIBUCIÓN EVENTOS SIMPLES, FILAS.....                               | 75 |
| TABLA 19: DISTRIBUCIÓN DE EVENTOS DOBLES, FILAS .....                            | 75 |
| TABLA 20: DISTRIBUCIÓN EVENTOS TRIPLES, FILAS .....                              | 75 |
| TABLA 21: DENSIDAD DE SONIDOS SIMPLES.....                                       | 76 |
| TABLA 22: DENSIDAD DE SONIDOS DOBLES .....                                       | 77 |
| TABLA 23: DENSIDAD DE SONIDOS TRIPLES .....                                      | 77 |
| TABLA 24: DURACIÓN EVENTO CON DURACIÓN 1,5 SONIDOS/UNIDAD MUSICAL .....          | 81 |
| TABLA 25: DURACIÓN SONIDOS CON DENSIDAD 2,0 SONIDOS/ UNIDAD MUSICAL .....        | 81 |
| TABLA 26: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 2,5 SONIDOS/UNIDAD MUSICAL.....       | 82 |
| TABLA 27: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 3,0 SONIDOS/ UNIDAD MUSICAL .....     | 83 |
| TABLA 28: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 3,5 SONIDOS/UNIDAD MUSICAL.....       | 83 |
| TABLA 29: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 4,0 SONIDOS/UNIDAD MUSICAL.....       | 84 |
| TABLA 30: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 4,5 SONIDOS7 UNIDAD MUSICAL .....     | 85 |
| TABLA 31: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 5,0 SONIDOS/ UNIDAD MUSICAL .....     | 85 |
| TABLA 32: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 5,5 SONIDOS/ UNIDAD MUSICAL .....     | 86 |
| TABLA 33: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 6,0 SONIDOS/ UNIDAD MUSICAL .....     | 87 |
| TABLA 34: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 6,5 SONIDOS/ UNIDAD MUSICAL .....     | 87 |
| TABLA 35: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 7,0 SONIDOS/ UNIDAD MUSICAL .....     | 88 |
| TABLA 36: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 8,0 SONIDOS/ UNIDAD MUSICAL .....     | 89 |
| TABLA 37: DURACIÓN SONIDOS CON DENSIDAD 9,0 SONIDOS/ UNIDAD MUSICAL .....        | 89 |
| TABLA 38: DURACIÓN DE SONIDOS CON DENSIDAD 10 SONIDOS UNIDAD MUSICAL .....       | 90 |
| TABLA 39: INTERVALOS CON DENSIDAD 1,5.....                                       | 91 |
| TABLA 40: INTERVALO CON DENSIDAD 2,0.....  | 92 |
| TABLA 41: INTERVALOS CON DENSIDAD 2,5.....                                       | 93 |
| TABLA 42: INTERVALOS CON DENSIDAD 3,0.....                                       | 94 |

|  |            |
|--|------------|
| TABLA 43: INTERVALOS CON DENSIDAD 3,5.....                                     | 95         |
| TABLA 44: INTERVALOS CON DENSIDAD 4,0.....                                     | 96         |
| TABLA 45: INTERVALOS CON DENSIDAD 4,5.....                                     | 97         |
| TABLA 46: INTERVALOS CON DENSIDAD 5,0.....                                     | 98         |
| TABLA 47: INTERVALOS CON DENSIDAD 5,5.....                                     | 99         |
| TABLA 48: INTERVALOS CON DENSIDAD 6,0.....                                     | 100        |
| TABLA 49: INTERVALOS CON DENSIDAD 6,5.....                                     | 101        |
| TABLA 50: INTERVALOS CON DENSIDAD 7,0.....                                     | 102        |
| TABLA 51: INTERVALOS CON DENSIDAD 8,0.....                                     | 103        |
| TABLA 52: INTERVALOS CON DENSIDAD 9, 0.....                                    | 104        |
| TABLA 53: INTERVALOS CON DENSIDAD 10,0.....                                    | 105        |
| <b>TABLA 54: MATRIZ DE COMPOSICIÓN.....</b>                                    | <b>106</b> |
| TABLA 55: FRECUENCIA DE LANZAMIENTO DE UN DADO.....                            | 170        |
| TABLA 56: ESPACIO MUESTRAL SUMA DE RESULTADO DE LANZAMIENTO DE DOS DADOS ..... | 171        |
| TABLA 57: FRECUENCIA LANZAMIENTO DE DOS DADOS. ....                            | 172        |
| TABLA 58: FRECUENCIA LANZAMIENTO DE LA PIRINOLA, NOTAS MUSICALES .....         | 174        |
| TABLA 59: FRECUENCIA PIRINOLA DURACIÓN DE NOTAS MUSICALES.....                 | 175        |
| TABLA 60: EQUIVALENCIA NUMÉRICA DE LAS FIGURAS MUSICALES .....                 | 176        |
| TABLA 61: FRECUENCIA DE LANZAMIENTOS DE SIETE DADOS .....                      | 177        |
| TABLA 62: FRECUENCIA DE FIGURAS MUSICALES.....                                 | 179        |
| TABLA 63: FRECUENCIA DE LANZAMIENTO DE SIETE DADOS .....                       | 180        |
| TABLA 64: FRECUENCIA DE LAS FIGURAS MUSICALES .....                            | 181        |

# Índice de Ilustraciones

---

|  |    |
|--|----|
| ILUSTRACIÓN 1. CANON DEL CANGREJO. ....                                      | 13 |
| ILUSTRACIÓN 2. DUETO DE ESPEJO. ....   | 14 |
| ILUSTRACIÓN 3. ESPACIO MUESTRAL LANZAMIENTO DE DOS DADOS. ....               | 15 |
| ILUSTRACIÓN 4. PRIMERA Y SEGUNDA PARTE DEL VALS. ....                        | 16 |
| ILUSTRACIÓN 5. ARMONÍA PRIMERA Y SEGUNDA PARTE DEL VALS. ....                | 16 |
| ILUSTRACIÓN 6. COMPOSICIÓN VALS DE MOZART. ....                              | 17 |
| ILUSTRACIÓN 7. LANZAMIENTO DE LAS PIRINOLAS NOTA MUSICAL Y DURACIÓN. ....    | 18 |
| ILUSTRACIÓN 8. ANÁLISIS FRECUENCIALES DE LAS VARIABLES NOTA Y DURACIÓN. .... | 19 |
| ILUSTRACIÓN 9. COMPOSICIÓN JUEGO DE LA PIRINOLA. ....                        | 19 |
| ILUSTRACIÓN 10. TABLA GENERADORA DE COMPOSICIÓN. ....                        | 20 |
| ILUSTRACIÓN 11. RESULTADO SUMA DE DADOS. ....                                | 20 |
| ILUSTRACIÓN 12. RESULTADOS RUIDO BLANCO DIATÓNICO. ....                      | 21 |
| ILUSTRACIÓN 13. RESULTADOS RUIDO BLANCO CROMÁTICO. ....                      | 21 |
| ILUSTRACIÓN 14. COMPOSICIÓN RUIDO BLANCO DIATÓNICO. ....                     | 22 |
| ILUSTRACIÓN 15. COMPOSICIÓN RUIDO BLANCO CROMÁTICO. ....                     | 22 |
| ILUSTRACIÓN 16. MATRIZ DE COMPOSICIÓN ACHORRIPSIS. ....                      | 23 |
| ILUSTRACIÓN 17. PARÁMETROS DE COMPOSICIÓN DE ACHORRIPSIS. ....               | 24 |
| ILUSTRACIÓN 18. PARÁMETROS DE COMPOSICIÓN DE THATHOHAQUE. ....               | 24 |
| ILUSTRACIÓN 19. TRASLACIÓN FIGURA GEOMÉTRICA. ....                           | 28 |
| ILUSTRACIÓN 20. TRASLACIÓN FIGURA GEOMÉTRICA CON NOTAS MUSICALES. ....       | 28 |
| ILUSTRACIÓN 21. TRASLACIÓN DE FIGURAS MUSICALES. ....                        | 28 |
| ILUSTRACIÓN 22. ROTACIÓN FIGURA GEOMÉTRICA. ....                             | 29 |
| ILUSTRACIÓN 23. ROTACIÓN FIGURA MUSICAL CON NOTAS MUSICALES. ....            | 29 |
| ILUSTRACIÓN 24. ROTACIÓN DE FIGURAS MUSICALES. ....                          | 29 |
| ILUSTRACIÓN 25. SIMETRÍA FIGURA MUSICAL CON EJE VERTICAL. ....               | 30 |
| ILUSTRACIÓN 26. SIMETRÍA NOTAS MUSICALES CON EJE VERTICAL. ....              | 30 |
| ILUSTRACIÓN 27. SIMETRÍA FIGURAS MUSICALES EJE HORIZONTAL. ....              | 30 |
| ILUSTRACIÓN 28. HOMOTECIA DE DURACIÓN. ....                                  | 31 |
| ILUSTRACIÓN 29. PALÍNDROMO MUSICAL. ....                                     | 32 |
| ILUSTRACIÓN 30. PENTAGRAMA MUSICAL. ....                                     | 42 |
| ILUSTRACIÓN 31. CLAVES MUSICALES. ....                                       | 42 |
| ILUSTRACIÓN 32. NOTAS MUSICALES EN EL PENTAGRAMA. ....                       | 42 |
| ILUSTRACIÓN 33. FIGURAS MUSICALES. ....                                      | 43 |
| ILUSTRACIÓN 34. COMPÁS MUSICAL. ....   | 44 |
| ILUSTRACIÓN 35. LIGADURA Y PUNTILLO. ....                                    | 44 |
| ILUSTRACIÓN 36. ALTERACIONES MUSICALES. ....                                 | 44 |
| ILUSTRACIÓN 37. ARMADURAS MUSICALES. ....                                    | 45 |
| ILUSTRACIÓN 38. INTERVALOS MUSICALES. ....                                   | 45 |
| ILUSTRACIÓN 39. ESCALA DIATÓNICA. ....                                       | 46 |
| ILUSTRACIÓN 40. ESCALA CROMÁTICA. ....                                       | 46 |
| ILUSTRACIÓN 41. ESCALA DE BLUES. ....  | 46 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>ILUSTRACIÓN 42. EL IBAGUEREÑO.</b> .....  | 48  |
| ILUSTRACIÓN 43. FRAGMENTO MUSICAL JUEGO DE DADOS. ....                               | 50  |
| <b>ILUSTRACIÓN 44. COMPOSICIÓN MUSICAL BAMBUQUEANDO.</b> .....                       | 51  |
| <b>ILUSTRACIÓN 45. COMPOSICIÓN MUSICAL VENTURA</b> .....                             | 54  |
| ILUSTRACIÓN 46. NOTAS ASOCIADAS AL RUIDO BLANCO DIATÓNICO.....                       | 55  |
| ILUSTRACIÓN 47. NOTAS ASOCIADAS AL RUIDO BLANCO CROMÁTICO .....                      | 55  |
| ILUSTRACIÓN 48. FRAGMENTO MUSICAL RUIDO BLANCO DIATÓNICO.....                        | 61  |
| <b>ILUSTRACIÓN 49. COMPOSICIÓN MUSICAL REFLEJOS.</b> .....                           | 62  |
| ILUSTRACIÓN 50. FRAGMENTO MUSICAL RUIDO BLANCO CROMÁTICO .....                       | 64  |
| <b>ILUSTRACIÓN 51. COMPOSICIÓN MUSICAL ESPEJISMO A DOS VIOLAS.</b> .....             | 65  |
| <b>ILUSTRACIÓN 52. COMPOSICIÓN MUSICAL ESPEJISMO EN VIOLA Y VIOLONCHELO</b> .....    | 68  |
| ILUSTRACIÓN 53. VALORES DE NOTAS MUSICALES. ....                                     | 79  |
| ILUSTRACIÓN 54. DURACIÓN DE LAS NOTAS MUSICALES DE MANÍA.....                        | 80  |
| <b>ILUSTRACIÓN 55. COMPOSICIÓN MUSICAL MANÍA</b> .....                               | 107 |
| ILUSTRACIÓN 56. RESULTADO LANZAMIENTO DE DADOS BAMBUQUEANDO PRIMERA PARTE. ....      | 171 |
| ILUSTRACIÓN 57. RESULTADO LANZAMIENTO DE DADOS BAMBUQUEANDO SEGUNDA PARTE. ....      | 172 |
| ILUSTRACIÓN 58. RESULTADO LANZAMIENTO PIRINOLA NOTAS MUSICALES VENTURA. ....         | 174 |
| ILUSTRACIÓN 59. RESULTADO LANZAMIENTO DE LA PIRINOLA FIGURAS MUSICALES VENTURA. .... | 175 |
| ILUSTRACIÓN 60. RESULTADO LANZAMIENTO DE DADOS REFLEJOS .....                        | 178 |
| ILUSTRACIÓN 61. RESULTADO LANZAMIENTO DE DADOS ESPEJISMO .....                       | 181 |

# Capítulo 1

## Problemática

### 1.1. Área Problemática

Durante años se ha observado que las matemáticas han hecho parte de la creación y evolución musical. Músicos reconocidos en la historia muestran en sus obras la utilización de ciertos patrones o conceptos matemáticos a la hora de escribir como: la probabilidad y la geometría. Igualmente algunos matemáticos se han interesado en la relación existente entre estas dos disciplinas, mostrando en sus trabajos estos conceptos matemáticos implícitos en las composiciones musicales.

Trabajos realizados por los compositores Wolfgang Amadeus Mozart, Johann Sebastián Bach, Ludwig Van Beethoven entre otros, han sido expuestos y admirados por su ingeniosidad, que matemáticos enardecidos por la interdisciplinaridad han profundizado en su estructura y ambicionado a realizar sus propias creaciones musicales siguiendo algoritmos que muchas veces por su complejidad suele ser tediosos de leer, lo que hace que muy pocas personas se interesen por los contenidos músico-matemáticos de sus investigaciones.

Debido a la complejidad de estos trabajos surgen los interrogante de *¿Cómo se utilizan los conceptos matemáticos como una herramienta de composición musical?, ¿Sirven los objetos matemáticos para generar composiciones musicales?, ¿Se puede realizar una composición musical sin ser compositor; solamente teniendo conocimientos básicos de música y de matemáticas?*

Es necesario entonces exponer algunos ejemplos y diseñar estrategias que muestren la aplicación de las matemáticas en la composición musical de una manera más sencilla a los futuros profesionales del arte, la enseñanza de las matemáticas y específicamente los estudiantes de música. Además es importante realizar algunos ejercicios prácticos que permitan aplicar las teorías propuestas al respecto.

Este trabajo no sólo está encaminado a mostrar cómo las matemáticas nos ayudan a la composición musical, también busca la interdisciplinariedad de la música y las matemáticas con un acercamiento que permita, implementar herramientas matemáticas en sus composiciones fortaleciendo conceptos matemáticos a medida que se realizan las creaciones; al igual, mostrar a estudiantes de matemáticas que con ayuda y profundización de conceptos musicales se pueden realizar pequeñas obras donde apliquen la geometría y probabilidad.

Aunque se han realizado investigaciones de la estructura matemática que se encuentra en una composición musical plasmada en una partitura y se tienen registradas experiencias significativas, no se ha encontrado ningún trabajo en la Universidad Surcolombiana que tenga como finalidad estrechar la relación de conceptos aplicados a la composición de una obra musical.

## **1.2. Antecedentes Investigativos**

Indagando sobre la relación existente entre música y matemáticas, especialmente en temas relacionados con la composición musical, se han encontrado trabajos tanto de compositores como investigadores músico- matemáticos que exponen el vínculo entre ellas, principalmente en dos conceptos matemáticos (geometría y probabilidad), los cuales serán el eje central del proyecto.

Al realizar una composición musical utilizando las matemáticas es primordial mencionar la geometría específicamente las transformaciones geométricas que suelen estar en cualquier obra musical aunque su compositor no lo llame precisamente de esa forma. La traslación, transposición, reflexión e inversión han sido las herramientas de composiciones interesantes como el “*Canon del Cangrejo*” (1747) del alemán *Johann Sebastián Bach* fragmento de la obra *Das Musikalische Opfer, BWV 1079*, donde se observa como la primera voz se repite en sentido inverso, sirviendo como acompañamiento de sí misma; una gran obra donde se involucró la geometría y que en el fondo también presenta una proporción en su escritura que la hace bella y agradable para quien la escucha. Sin duda una composición ingeniosa que puede ser representada matemáticamente en una cinta de Moebius.



Ilustración 1. Canon del Cangrejo.  
 carlosgarciamacias.wordpress.com (2012)

Para hablar de esta obra es importante tener claro que un canon es una forma de composición en el cual las voces se introducen de manera sucesiva cada uno imitando el canto anterior o se puede decir que repiten la melodía de la voz principal. En este caso en particular canon del cangrejo la melodía

se interpreta con la original pero al revés; de ahí que matemáticamente se dice que se utiliza una simetría con eje vertical. Recibe este nombre porque su melodía va hacia adelante y hacia atrás en una especie de palíndromo.

El primer pentagrama muestra la melodía original leída de izquierda a derecha. Si escogemos el segundo pentagrama y lo leemos de derecha a izquierda se encuentra la misma melodía. Al leer el segundo pentagrama de izquierda a derecha se observa que es lo mismo que leer el primer pentagrama de derecha a izquierda. Esto se hace por medio de la simetría. Al leer los dos pentagramas se visualiza que la melodía al leerse de atrás hacia adelante y de adelante hacia atrás forman melodía y acompañamiento.

La Guía Didáctica Música o Matemáticas de los autores Florian Vlashi y María Remedios Cruz Araujo, dedica gran parte de su trabajo a presentar ejemplos de la utilización de las transformaciones geométricas mostrándolas como herramientas de composición musical. Entre estos ejemplos encontramos *Die Kunst der Fuge BWV 1080 (Johann Sebastián Bach, 1751)* arreglo que consta de catorce fugas y cuatro cánones. Analizando un poco esta obra, encontramos que a partir de la fuga No 3 las transformaciones geométricas se hacen más notables, alguna de ellas son traslaciones, giros, reflexiones, deslizamiento y homotecias.

Igualmente y utilizando conceptos como palíndromos Vlashi y Araujo presentan un pequeño



Ilustración 2. Dueto de Espejo.  
Didáctica Música o Matemáticas (Vlashi & Araujo, p. 42)

análisis de la composición de Wolfgang Amadeus Mozart titulada “Der Spiegel” Duet o dueto de espejo diseñada para violines que interpretan la obra a la vez con la misma partitura pero cada uno leyendo en sentido contrario, los violinista deben situarse enfrentados y mientras uno interpreta el primer compás el otro estaría tocando el último sirviéndose así de melodía y acompañamiento.

El dueto de espejo de Mozart es una composición donde se utiliza la simetría trasladada; es una obra escrita en sol mayor para dos violines, donde la primera mitad de la partitura fue reflejada y traslada

formando un espejo entre la primera y segunda parte de la obra. Al ser ejecutada al mismo tiempo se sirve de melodía y acompañamiento sin que suene extraña su interpretación. Mozart logró que al ser reflejada se obtuvieran intervalos de terceras, de sextas, notas iguales pero algunas en distinta octava y notas que son simples adornos. Esto se logra escogiendo un eje de simetría adecuado.

Ejemplos de geometría en la composición musical hay muchos, como ya se mencionó, la mayoría de canciones sean clásicos de la música o canciones modernas llevan plasmada cierto tipos de transformaciones siendo este un mecanismo útil al momento de escribir una obra.

Relacionando conceptos de probabilidad con la creación musical se encuentra la tesis “Teoría de la probabilidad en la Composición Musical Contemporánea” de Susana Tiburcio Solís (2002), trabajo realizado para la Escuela de Artes de la Benemérita Universidad Autónoma

de Puebla, donde plantea que a partir de las fórmulas de densidad de probabilidad se puede crear una composición musical. Susana muestra en su trabajo un recorrido histórico de la relación existente, plasmando a grosso modo la importancia de la geometría y la proporcionalidad al momento de componer, pero se centra principalmente en eventos probabilísticos que es lo realmente interesante en este trabajo.

En el capítulo III titulado *Composiciones con variables aleatorias Discretas*, presenta creaciones propias a partir de juegos de azar mostrando como primer ejemplo el “*Juego de dados de Mozart*”, pieza que el reconocido compositor elaboró en 1777, titulada “*Musikalisches Würfelspiel*” con la pretensión de explicar que se podría hacer música sin ser músico, ni saber nada de música, siguiendo un patrón probabilístico, específicamente un generador de valeses, lanzando los dados y así crear música aleatoria. De esta obra de Composición de música aleatoria se ha hablado en algunos trabajos de investigación donde profundizan en su estructura como lo escrito por *Bohdan Syroyid* en su trabajo “*El sigilo aleatorio de Mozart*” que no solo hace un estudio de la obra sino que expone que no es el único compositor que ha logrado hacer una composición donde juega el azar; *Johann Philipp Kirnberger* escribe la obra “*Der allezeit fertige Polonoisen- und Menuettencomponist* (1757) por medio de un modelo parecido al de Mozart que permite crear tres obras: Una polonesa, un minueto y un trio, con la diferencia que para su ejecución solo se necesita un dado.

*Musikalisches Würfelspiel* o juego de dados de Mozart es el primer juego expuesto en el trabajo de Susana Tiburcio y cuya composición es atribuida a Mozart. En este juego se toman dos dados y se crea un espacio muestral  $S$  que corresponde al resultado que se obtiene al sumar estos datos. Este espacio muestral contiene 11 puntos del 2 al 12, con probabilidades de:

| Resultado del segundo dado | Resultado del primer dado |   |   |    |    |    |
|----------------------------|---------------------------|---|---|----|----|----|
|                            | 1                         | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  |
| 1                          | 2                         | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  |
| 2                          | 3                         | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  |
| 3                          | 4                         | 5 | 6 | 7  | 8  | 9  |
| 4                          | 5                         | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 |
| 5                          | 6                         | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 |
| 6                          | 7                         | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Ilustración 3. Espacio Muestral lanzamiento de dos dados. *Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea* (Tiburcio, 2002, p.28)

$$p(2) = p(12) = \frac{1}{36}; p(3) = p(11) = \frac{2}{36}; p(4) = p(10) = \frac{3}{36}; p(5) = p(9) = \frac{4}{36};$$

$$p(6) = p(8) = \frac{5}{36}; p(7) = \frac{6}{36}.$$

El juego cuenta con dos variables aleatorias discretas cada una asociada a uno de los dados. Con ellos se puede crear un vals de 16 compases de la siguiente forma: Para obtener los 8 primeros compases se lanzan los dados y se anota la suma asociándolos a cada una de las columnas de la primera tabla. Para los 8 compases que quedan se realiza el mismo procedimiento pero se asocia con la tabla número 2.

|    | I   | II  | III | IV  | V   | VI  | VII | VIII |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 2  | 96  | 22  | 141 | 41  | 105 | 122 | 11  | 30   |
| 3  | 32  | 6   | 128 | 63  | 146 | 46  | 134 | 81   |
| 4  | 69  | 95  | 158 | 13  | 153 | 55  | 110 | 24   |
| 5  | 40  | 17  | 113 | 85  | 161 | 2   | 159 | 100  |
| 6  | 148 | 74  | 163 | 45  | 80  | 97  | 36  | 107  |
| 7  | 104 | 157 | 27  | 167 | 154 | 68  | 118 | 91   |
| 8  | 152 | 60  | 171 | 53  | 99  | 133 | 21  | 127  |
| 9  | 119 | 84  | 114 | 50  | 140 | 86  | 169 | 94   |
| 10 | 98  | 142 | 42  | 156 | 75  | 129 | 62  | 123  |
| 11 | 3   | 87  | 165 | 61  | 135 | 47  | 147 | 33   |
| 12 | 54  | 130 | 10  | 103 | 28  | 37  | 106 | 5    |

|    | I   | II  | III | IV  | V   | VI  | VII | VIII |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 2  | 70  | 121 | 26  | 9   | 112 | 49  | 109 | 14   |
| 3  | 117 | 39  | 126 | 56  | 174 | 18  | 116 | 83   |
| 4  | 66  | 139 | 15  | 132 | 73  | 58  | 145 | 79   |
| 5  | 90  | 176 | 7   | 34  | 67  | 160 | 52  | 170  |
| 6  | 25  | 143 | 64  | 125 | 76  | 136 | 1   | 93   |
| 7  | 138 | 71  | 150 | 29  | 101 | 162 | 23  | 151  |
| 8  | 16  | 155 | 57  | 175 | 43  | 168 | 89  | 172  |
| 9  | 120 | 88  | 48  | 166 | 51  | 115 | 72  | 111  |
| 10 | 65  | 77  | 19  | 82  | 137 | 38  | 149 | 8    |
| 11 | 102 | 4   | 31  | 164 | 144 | 59  | 173 | 78   |
| 12 | 35  | 20  | 108 | 92  | 12  | 124 | 44  | 131  |

Ilustración 4. Primera y segunda parte del vals.

Teoría de la probabilidad en la composición matemática Contemporánea (Tiburcio, 2002, p.48)

Si se quiere un vals con más de 16 compases se repite el mismo proceso cuantas veces quiera. En estas tablas se presentan 176 compases que Mozart creo, las columnas corresponden a los compases (I-VIII) y las filas (2-12) hacen referencia a los resultados al lanzar los dados.

Mozart diseñó los compases siguiendo el patrón armónico:

|    |    |    |      |     |     |      |     |
|----|----|----|------|-----|-----|------|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4    | 5   | 6   | 7    | 8   |
| do | do | do | do   | sol | sol | sol  | sol |
| I  | I  | V  | I-VI | V   | I   | IV-V | I   |

|     |     |      |    |    |    |      |    |
|-----|-----|------|----|----|----|------|----|
| 1   | 2   | 3    | 4  | 5  | 6  | 7    | 8  |
| sol | sol | do   | do | do | do | do   | do |
| V   | I   | IV-I | V  | I  | I  | IV-V | I  |

Ilustración 5. Armonía primera y segunda parte del Vals

Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea (Tiburcio, 2002, p.49)

El resultado obtenido en la composición que realizó Susana Tiburcio es el siguiente:

Los primeros ocho resultados fueron:  $\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8\} = \{5, 5, 7, 11, 5, 12, 8, 7\}$

Los segundos ochos resultados fueron:  $\{M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7, M_8\} = \{11, 12, 9, 7, 5, 4, 11, 1\}$

Los resultados de los compases obtenidos en el experimento son los siguientes:

$C = \{40, 17, 27, 61, 161, 37, 21, 91\}$  y  $\{102, 20, 48, 29, 67, 58, 173, 13\}$

Se expone un pequeño fragmento del vals creado a partir del juego de dados de Mozart:

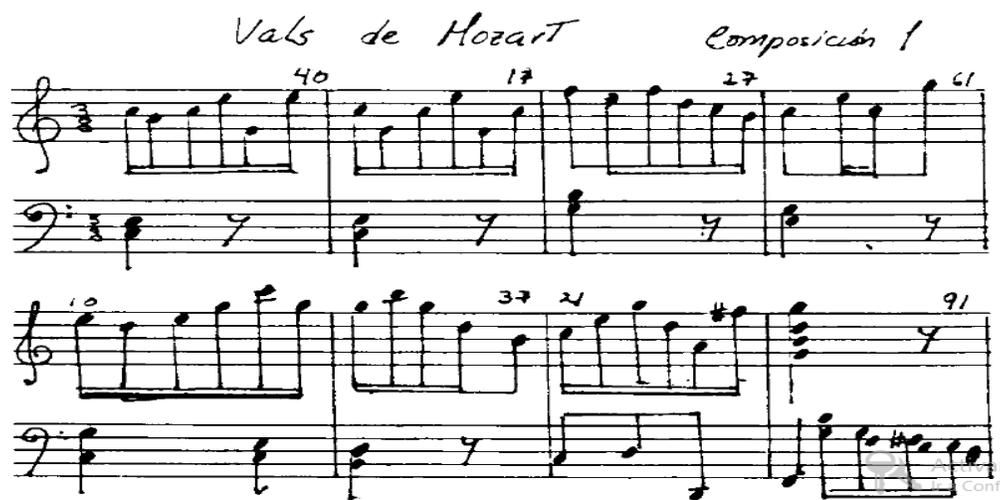


Ilustración 6. Composición Vals de Mozart.  
*Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea (Tiburcio, 2002, p.73)*

Susana Tiburcio no solo da ejemplos de obras escritas por virtuosos genios musicales, sino que de la forma más humilde expone unas propuestas de creación musical, que aunque sencillas en su escritura musical, muestra como con la ayuda de la probabilidad se puede crear una composición. Planteadas como juegos, presenta 5 obras con variable discreta: *Juego de la pirinola*, *recorrido Browniano*, *método del Barrilito*, *ruido Blanco Diatónico* y *ruido Blanco Cromático*. Estas composiciones se pueden apreciar a lo largo de su trabajo, describiendo de forma detallada cada juego para que por medio de estos se creara música. Para la realización de este trabajo se tendrá en cuenta los dos primeros juegos (Juego de dados de Mozart, Juego de la pirinola) y el ruido blanco diatónico y cromático.

El *juego de la pirinola* se realiza con dos discos y un eje de giro; una se encuentra distribuida en siete sectores iguales y cuyo espacio muestral consta de siete puntos o elementos con una probabilidad de  $\frac{1}{7}$  y con divisiones que se asocian a las 7 notas musicales de la escala. Esta

pirinola es dividida en 3 sectores con 3 áreas distintas:  $A_1, A_2, A_3$ . La función de densidad es discreta normal, la tendencia central de la función se encuentra asociado al sector con mayor área, que en este caso es  $A_3$  y a su vez con la esperanza matemática. Las áreas de este experimento se encuentran relacionadas de la siguiente forma:  $\frac{A_1}{A} = p_1 = 0.11$ , cinco sectores que se asocian con las notas *do, re, sol, la* y *si*;  $\frac{A_2}{A} = p_2 = 0.20$ , un sector asociado a la nota *mi* y  $\frac{A_3}{A} = p_3 = 0.25$ , un sector relacionado con la nota *fa* y que es la esperanza matemática del experimento. Cabe resaltar que las áreas cumplen con la que  $5\frac{A_1}{A} + \frac{A_2}{A} + \frac{A_3}{A} = 1$ . La segunda pirinola utilizada se relaciona con la duración de las notas y su división cuenta también con 7 sectores con 2 áreas distintas:  $\frac{A_1}{A} = p_1 = 0.11$ , relacionándolo con cinco sectores con duraciones de  $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2}$ ; y  $\frac{A_2}{A} = p_2 = 0.025$ , dos sectores relacionados a las duraciones  $\frac{2}{4}, \frac{2}{2}$ . Igualmente se cumple en este caso que  $5\frac{A_1}{A} + 2\frac{A_2}{A} = 1$ . La composición musical inicia con 110 lanzamientos de cada una de las pirinolas; definiendo sus dos variables discretas: Nota musical y duración de la misma. Estos fueron los resultados en el estudio de Susana Tiburcio con su juego de la pirinola:

|                  |                   |                   |                   |                  |                   |                   |                   |                  |                   |
|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| Fa $\frac{3}{4}$ | La $\frac{2}{4}$  | Do $\frac{3}{2}$  | Do $\frac{2}{4}$  | Re $\frac{2}{2}$ | Mi $\frac{3}{2}$  | Si $\frac{2}{2}$  | Sol $\frac{4}{2}$ | Mi $\frac{1}{4}$ | Mi $\frac{3}{2}$  |
| Fa $\frac{1}{2}$ | La $\frac{1}{2}$  | Fa $\frac{3}{2}$  | Fa $\frac{1}{8}$  | Do $\frac{1}{8}$ | Mi $\frac{2}{2}$  | Sol $\frac{2}{2}$ | Do $\frac{1}{4}$  | Re $\frac{1}{4}$ | Si $\frac{2}{2}$  |
| Mi $\frac{1}{4}$ | Si $\frac{2}{2}$  | Sol $\frac{2}{4}$ | La $\frac{2}{4}$  | Mi $\frac{1}{4}$ | Do $\frac{2}{2}$  | Do $\frac{1}{4}$  | Mi $\frac{3}{4}$  | Fa $\frac{2}{2}$ | Mi $\frac{2}{2}$  |
| Fa $\frac{2}{2}$ | Si $\frac{1}{2}$  | Do $\frac{1}{8}$  | Si $\frac{1}{4}$  | Mi $\frac{1}{4}$ | Si $\frac{1}{4}$  | Mi $\frac{1}{8}$  | Si $\frac{1}{4}$  | Fa $\frac{2}{2}$ | Fa $\frac{4}{2}$  |
| Do $\frac{2}{2}$ | Si $\frac{1}{8}$  | Fa $\frac{2}{4}$  | Mi $\frac{1}{8}$  | La $\frac{3}{4}$ | Fa $\frac{3}{4}$  | Fa $\frac{2}{2}$  | Sol $\frac{3}{2}$ | Fa $\frac{1}{8}$ | Sol $\frac{3}{2}$ |
| Mi $\frac{1}{4}$ | Si $\frac{1}{4}$  | Mi $\frac{1}{4}$  | La $\frac{1}{8}$  | Fa $\frac{3}{4}$ | Fa $\frac{1}{4}$  | Do $\frac{3}{4}$  | Si $\frac{2}{4}$  | Re $\frac{2}{2}$ | La $\frac{1}{2}$  |
| Do $\frac{1}{4}$ | Re $\frac{2}{2}$  | Re $\frac{1}{8}$  | Sol $\frac{1}{4}$ | Si $\frac{2}{2}$ | Mi $\frac{2}{2}$  | Do $\frac{1}{4}$  | Re $\frac{1}{8}$  | Re $\frac{2}{2}$ | La $\frac{1}{2}$  |
| Mi $\frac{2}{2}$ | La $\frac{1}{4}$  | Do $\frac{3}{2}$  | Do $\frac{1}{8}$  | Fa $\frac{3}{4}$ | Sol $\frac{2}{4}$ | Re $\frac{2}{4}$  | Re $\frac{1}{8}$  | Si $\frac{2}{4}$ | Fa $\frac{1}{8}$  |
| Fa $\frac{1}{4}$ | Si $\frac{2}{2}$  | La $\frac{2}{2}$  | La $\frac{2}{2}$  | La $\frac{1}{8}$ | Sol $\frac{1}{4}$ | Mi $\frac{1}{8}$  | Sol $\frac{3}{2}$ | Fa $\frac{2}{4}$ | Re $\frac{2}{2}$  |
| Mi $\frac{2}{2}$ | Fa $\frac{1}{4}$  | Mi $\frac{1}{4}$  | Fa $\frac{3}{4}$  | Mi $\frac{1}{4}$ | Fa $\frac{1}{4}$  | Mi $\frac{1}{4}$  | Fa $\frac{1}{8}$  | La $\frac{1}{4}$ | Si $\frac{2}{2}$  |
| La $\frac{3}{4}$ | Sol $\frac{2}{4}$ | Do $\frac{1}{8}$  | Fa $\frac{1}{8}$  | Re $\frac{3}{2}$ | Do $\frac{2}{4}$  | La $\frac{2}{2}$  | Fa $\frac{1}{4}$  | Do $\frac{1}{4}$ | Mi $\frac{2}{4}$  |

Ilustración 7. Lanzamiento de las pirinolas nota musical y duración.  
Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea (Tiburcio, 2002, p.52)

| nota | $N$ | $f_{r, \text{exp}}$ | $f_{r, \text{teo}}$ | error |
|------|-----|---------------------|---------------------|-------|
| Do   | 16  | 0.14                | 0.11                | 3 %   |
| Re   | 11  | 0.10                | 0.11                | 1 %   |
| Mi   | 21  | 0.19                | 0.20                | 1 %   |
| Fa   | 24  | 0.22                | 0.25                | 3 %   |
| Sol  | 10  | 0.09                | 0.11                | 2 %   |
| La   | 14  | 0.13                | 0.11                | 2 %   |
| Si   | 14  | 0.13                | 0.11                | 2 %   |

| nota | $N$ | $f_{r, \text{exp}}$ | $f_{r, \text{teo}}$ | error |
|------|-----|---------------------|---------------------|-------|
| 1/8  | 18  | 0.16                | 0.11                | 5 %   |
| 1/4  | 13  | 0.12                | 0.11                | 1 %   |
| 2/4  | 25  | 0.23                | 0.22                | 1 %   |
| 3/4  | 15  | 0.14                | 0.11                | 3 %   |
| 2/2  | 20  | 0.18                | 0.22                | 4 %   |
| 3/2  | 9   | 0.08                | 0.11                | 3 %   |
| 4/2  | 10  | 0.09                | 0.11                | 2 %   |

Ilustración 8. Análisis frecuenciales de las variables nota y duración.  
*Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea (Tiburcio, 2002, pp.52, 53)*

Las tablas muestran el número de repeticiones  $N$ ,  $f_{r, \text{exp}}$  que corresponde a la frecuencia relativa de cada dato y  $f_{r, \text{teo}}$  que es la frecuencia relativa de cada dato siguiendo el modelo. En la primera tabla que corresponde a la variable aleatoria nota se observó un error de no más de 3% por lo cual concluye que fue un buen experimento. En cuanto al análisis de los datos frecuenciales de la variable duración su error máximo fue de 5% concluyendo que el modelo matemático utilizado para esta composición musical es exitoso. Esta composición utilizó solo la escala diatónica y el tiempo de duración de las notas es muy largo. Tiburcio tituló a esta experimento composición 2. Un pequeño fragmento de su obra es la siguiente:



Ilustración 9. Composición Juego de la Pirinola.  
*Teoría de la probabilidad en la composición musical contemporánea (Tiburcio, 2002, p.74)*

*Ruido Blanco Diatónico y Cromático*  $v(t)$  es un proceso estacionario cuya esperanza matemática es nula y la covarianza  $\sigma^2 = Q(t_1)\delta(t_1 - t_2)$  donde  $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$ ,  $Q(t_1)$  es la intensidad de ruido blanco y  $\delta(t_1 - t_2)$  es una función generada por Dirac. Para el experimento se considera una secuencia de ocho notas escogidas de una escala de 16. El instrumento asociado a esta composición será el dado: uno rojo, uno verde y otro azul. La variable aleatoria se asoció al lanzar los 3 dados obtener su suma, donde los puntos del espacio muestral  $S$  va desde 3 a 18. Para el

inicio de la composición se escogió 16 notas del piano incluyendo blancas y negras y se numeran del 3 al 18. Posteriormente se escribieron los números del 0 al 7 en notación binaria en tres columnas y a cada una de ellas se les asocia un dado.

El proceso que siguió fue el siguiente:

Se lanzan los 3 dados y la suma de los resultados  $s_1$  será la primera nota: sin mover los dados se observa la tabla notando que de 000 a 001 solo cambio el dato de la columna asociada al dado rojo por lo tanto se lanza solo el dado rojo y se anota la nueva suma  $s_2$  que corresponde a la segunda nota; ahora observando que 001 a 010 cambian dos dígitos los asociados a los dados verde y rojo, por lo tanto se lanzan estos dados y se anota la nueva suma  $s_3$ . El proceso continúa hasta llegar a la suma  $s_8$  que corresponde a los datos de 110 a 111 donde solo se lanza el dado rojo. Así se generan las ocho notas.

|   | A | V | R |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 1 | 1 | 1 |

*Ilustración 10. Tabla generadora de composición Teoría de la probabilidad en la composición musical contemporánea (Tiburcio, 2002, p.61)*

Con este proceso se logró generar tomando sietes datos una secuencia de 128 notas escogidas de 36 sonidos (La suma  $S$  va de 7 a 42). La duración de sonidos se puede tomar de los ejemplos anteriormente expuestos. Los resultados de este modelo matemático es el siguiente:

| dados | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | suma | sonidos 1 | sonidos 2 |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|------|-----------|-----------|
| 0     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 22   | Si4       | Do5       |
| 1     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 23   | Do5       | Do#5      |
| 2     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 20   | Sol4      | Sib4      |
| 3     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 23   | Do5       | Do#5      |
| 4     | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 23   | Do5       | Do#5      |
| 5     | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 25   | Mi5       | Re#5      |
| 6     | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 26   | Fa5       | Mi5       |
| 7     | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 27   | Sol5      | Fa5       |

*Ilustración 11. Resultado suma de dados. Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea (Tiburcio, 2002, p.62)*

Este fragmento de la tabla presenta el esquema del experimento donde la columna de sonido 1 hace referencia al ruido blanco diatónico y el sonido 2 ruido blanco cromático.

Las siguientes tablas muestran los resultados con las duraciones que se obtienen utilizando la pirinola de duración del ejercicio anterior:

|                    |                     |                     |                     |                    |                     |                     |                     |                    |                     |
|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| Si4 <sup>2/4</sup> | Do5 <sup>2/4</sup>  | Sol4 <sup>2/4</sup> | Do5 <sup>2/4</sup>  | Do5 <sup>2/4</sup> | Si5 <sup>2/4</sup>  | Si5 <sup>1/4</sup>  | La5 <sup>1/4</sup>  | La4 <sup>1/4</sup> | Do5 <sup>1/4</sup>  |
| Mi5 <sup>1/4</sup> | Fa5 <sup>1/4</sup>  | Sol5 <sup>1/4</sup> | Fa5 <sup>1/4</sup>  | Mi5 <sup>1/4</sup> | Sol5 <sup>1/4</sup> | Sol5 <sup>2/4</sup> | Do5 <sup>1/4</sup>  | La5 <sup>1/4</sup> | Si5 <sup>1/4</sup>  |
| Fa5 <sup>2/4</sup> | Mi5 <sup>1/4</sup>  | Si4 <sup>1/4</sup>  | Re5 <sup>1/4</sup>  | La5 <sup>1/4</sup> | Fa5 <sup>2/4</sup>  | Fa5 <sup>2/4</sup>  | Re5 <sup>1/4</sup>  | Re5 <sup>1/4</sup> | Re5 <sup>1/4</sup>  |
| Mi5 <sup>2/4</sup> | Re4 <sup>2/4</sup>  | Do5 <sup>1/4</sup>  | Fa4 <sup>2/4</sup>  | Do4 <sup>2/4</sup> | Si4 <sup>2/4</sup>  | Mi5 <sup>2/4</sup>  | Fa5 <sup>2/4</sup>  | Re5 <sup>2/4</sup> | Fa5 <sup>1/4</sup>  |
| Re5 <sup>1/4</sup> | Si4 <sup>2/4</sup>  | Mi4 <sup>2/4</sup>  | Do4 <sup>2/4</sup>  | Do5 <sup>1/4</sup> | La5 <sup>1/4</sup>  | La5 <sup>1/4</sup>  | Re5 <sup>2/4</sup>  | Fa5 <sup>2/4</sup> | Do5 <sup>1/4</sup>  |
| Fa5 <sup>1/4</sup> | Sol4 <sup>1/4</sup> | Re5 <sup>1/4</sup>  | Fa4 <sup>2/4</sup>  | Do5 <sup>2/4</sup> | La5 <sup>1/4</sup>  | La5 <sup>2/4</sup>  | Sol5 <sup>2/4</sup> | Do5 <sup>2/4</sup> | Fa5 <sup>2/4</sup>  |
| Do5 <sup>2/4</sup> | Mi5 <sup>1/4</sup>  | Do5 <sup>1/4</sup>  | Mi5 <sup>1/4</sup>  | Si5 <sup>1/4</sup> | Re5 <sup>2/4</sup>  | Si3 <sup>1/4</sup>  | La4 <sup>1/4</sup>  | Si4 <sup>1/4</sup> | Si4 <sup>2/4</sup>  |
| Fa5 <sup>2/4</sup> | Fa5 <sup>1/4</sup>  | Fa5 <sup>1/4</sup>  | Mi5 <sup>1/4</sup>  | Si5 <sup>1/4</sup> | Sol4 <sup>2/4</sup> | Mi4 <sup>2/4</sup>  | Fa4 <sup>1/4</sup>  | Fa4 <sup>1/4</sup> | La5 <sup>2/4</sup>  |
| Si4 <sup>2/4</sup> | La4 <sup>1/4</sup>  | Fa4 <sup>2/4</sup>  | Mi4 <sup>1/4</sup>  | Fa4 <sup>1/4</sup> | Fa4 <sup>2/4</sup>  | Do5 <sup>1/4</sup>  | Mi4 <sup>1/4</sup>  | Mi4 <sup>1/4</sup> | Si4 <sup>2/4</sup>  |
| Fa4 <sup>1/4</sup> | La4 <sup>2/4</sup>  | Si4 <sup>2/4</sup>  | Do6 <sup>1/4</sup>  | Si5 <sup>2/4</sup> | Do4 <sup>1/4</sup>  | Fa4 <sup>2/4</sup>  | Mi4 <sup>2/4</sup>  | Do5 <sup>1/4</sup> | Mi5 <sup>1/4</sup>  |
| La5 <sup>1/4</sup> | La5 <sup>2/4</sup>  | Mi5 <sup>2/4</sup>  | Sol5 <sup>1/4</sup> | Re6 <sup>2/4</sup> | Do6 <sup>2/4</sup>  | Si4 <sup>2/4</sup>  | Mi5 <sup>2/4</sup>  | Fa4 <sup>2/4</sup> | Sol4 <sup>1/4</sup> |
| La5 <sup>2/4</sup> | Mi5 <sup>2/4</sup>  | Si5 <sup>2/4</sup>  | Mi4 <sup>2/4</sup>  | La5 <sup>2/4</sup> | Mi4 <sup>2/4</sup>  | Fa5 <sup>2/4</sup>  | Do5 <sup>2/4</sup>  | Mi5 <sup>1/4</sup> | Mi5 <sup>1/4</sup>  |
| La5 <sup>1/4</sup> | La5 <sup>2/4</sup>  | La5 <sup>2/4</sup>  | Fa5 <sup>2/4</sup>  | Si5 <sup>2/4</sup> | Sol5 <sup>2/4</sup> | Mi5 <sup>2/4</sup>  | Mi5 <sup>2/4</sup>  | 129                | 130                 |

Ilustración 12. Resultados ruido blanco diatónico.  
Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea (Tiburcio, 2002, p.66)

|                     |                     |                      |                      |                     |
|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| Do5 <sup>3/4</sup>  | Do#5 <sup>2/4</sup> | Do#5 <sup>3/2</sup>  | Sib4 <sup>2/4</sup>  | Do#5 <sup>2/2</sup> |
| Re#5 <sup>3/2</sup> | Mi5 <sup>3/2</sup>  | Fa5 <sup>3/2</sup>   | Mi5 <sup>1/2</sup>   | Re#5 <sup>3/2</sup> |
| Mi5 <sup>2/2</sup>  | Re#5 <sup>1/2</sup> | Do5 <sup>3/2</sup>   | Re5 <sup>1/2</sup>   | Fa#5 <sup>1/2</sup> |
| Mib5 <sup>2/2</sup> | Re5 <sup>2/2</sup>  | Reb5 <sup>1/4</sup>  | La4 <sup>1/2</sup>   | Fa#4 <sup>3/2</sup> |
| Re5 <sup>1/2</sup>  | Do5 <sup>3/2</sup>  | Sol#4 <sup>2/4</sup> | Fa#4 <sup>2/4</sup>  | Do#5 <sup>1/4</sup> |
| Mi5 <sup>3/2</sup>  | La#4 <sup>1/4</sup> | Re5 <sup>3/4</sup>   | La4 <sup>2/4</sup>   | Do#5 <sup>3/2</sup> |
| Do#5 <sup>2/2</sup> | Re#5 <sup>3/4</sup> | Do#5 <sup>1/8</sup>  | Re#5 <sup>1/4</sup>  | Sol5 <sup>3/4</sup> |
| Mi5 <sup>2/4</sup>  | Mi5 <sup>1/8</sup>  | Mi5 <sup>1/4</sup>   | Re#5 <sup>2/5</sup>  | Sol5 <sup>1/2</sup> |
| Do#5 <sup>2/4</sup> | Si4 <sup>1/4</sup>  | La4 <sup>2/4</sup>   | Sol#4 <sup>1/8</sup> | La4 <sup>2/4</sup>  |
| La4 <sup>3/4</sup>  | Si5 <sup>3/2</sup>  | Do#5 <sup>3/2</sup>  | Sol#5 <sup>3/8</sup> | Sol5 <sup>3/2</sup> |
| Fa#5 <sup>2/4</sup> | Fa#5 <sup>1/2</sup> | Re#5 <sup>2/4</sup>  | Fa5 <sup>1/4</sup>   | La5 <sup>2/4</sup>  |
| Fa#5 <sup>1/2</sup> | Re#5 <sup>3/4</sup> | Do5 <sup>2/4</sup>   | Re#5 <sup>2/5</sup>  | Fa#5 <sup>1/2</sup> |
| Fa#5 <sup>1/8</sup> | Fa#5 <sup>2/2</sup> | Fa#5 <sup>1/8</sup>  | Mi5 <sup>2/4</sup>   | Sol5 <sup>2/4</sup> |
| Sol5 <sup>3/2</sup> | Sol5 <sup>1/4</sup> | Fa#5 <sup>1/2</sup>  | Si4 <sup>1/4</sup>   | Do#5 <sup>3/2</sup> |
| Fa5 <sup>2/4</sup>  | Do#5 <sup>1/4</sup> | Fa#5 <sup>3/2</sup>  | Sol5 <sup>1/8</sup>  | Sol5 <sup>1/4</sup> |
| Mi5 <sup>2/4</sup>  | Fa#5 <sup>2/4</sup> | Re5 <sup>1/8</sup>   | Re5 <sup>2/4</sup>   | Re5 <sup>1/8</sup>  |
| Do5 <sup>3/4</sup>  | Re#5 <sup>3/2</sup> | Mi5 <sup>1/2</sup>   | Re5 <sup>3/2</sup>   | Mi5 <sup>1/2</sup>  |

|                      |                      |                      |                      |                     |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| Fa#5 <sup>1/4</sup>  | Fa#5 <sup>1/8</sup>  | Re5 <sup>3/2</sup>   | Mi5 <sup>2/4</sup>   | Do#5 <sup>3/2</sup> |
| Fa#5 <sup>1/2</sup>  | Fa#5 <sup>2/4</sup>  | Fa5 <sup>2/4</sup>   | Do#5 <sup>3/4</sup>  | Mi5 <sup>2/4</sup>  |
| Re5 <sup>2/4</sup>   | Fa4 <sup>1/4</sup>   | Si4 <sup>1/8</sup>   | Do5 <sup>3/4</sup>   | Do5 <sup>3/2</sup>  |
| La#4 <sup>3/4</sup>  | Sol#4 <sup>2/2</sup> | La4 <sup>1/8</sup>   | Do#5 <sup>1/8</sup>  | Si4 <sup>3/2</sup>  |
| La4 <sup>2/4</sup>   | Do#5 <sup>1/2</sup>  | Sol#5 <sup>1/4</sup> | Sol#5 <sup>3/2</sup> | Do5 <sup>2/4</sup>  |
| Fa#4 <sup>1/2</sup>  | La4 <sup>1/2</sup>   | Mi5 <sup>2/4</sup>   | Do#5 <sup>1/4</sup>  | Re#5 <sup>1/2</sup> |
| Sol#5 <sup>2/4</sup> | Do5 <sup>2/4</sup>   | Re#5 <sup>3/4</sup>  | La4 <sup>2/2</sup>   | La#4 <sup>1/8</sup> |
| Re#5 <sup>2/2</sup>  | Mi5 <sup>2/4</sup>   | Do#5 <sup>2/4</sup>  | Re#5 <sup>1/8</sup>  | Re#5 <sup>1/8</sup> |
| Fa5 <sup>2/2</sup>   | Re#5 <sup>2/2</sup>  | Re#5 <sup>3/4</sup>  | 129                  | 130                 |

Ilustración 13. Resultados ruido blanco cromático.  
Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea (Tiburcio, 2002, p.67)

Susana Tiburcio tituló sus obras como composición 5 ruido blanco diatónico y composición 6 recorrido blanco cromático; aquí un fragmento de ellas:



*Ilustración 14. Composición Ruido blanco diatónico.*  
*Teoría de la probabilidad en la composición musical contemporánea (Tiburcio, 2002, p.78)*



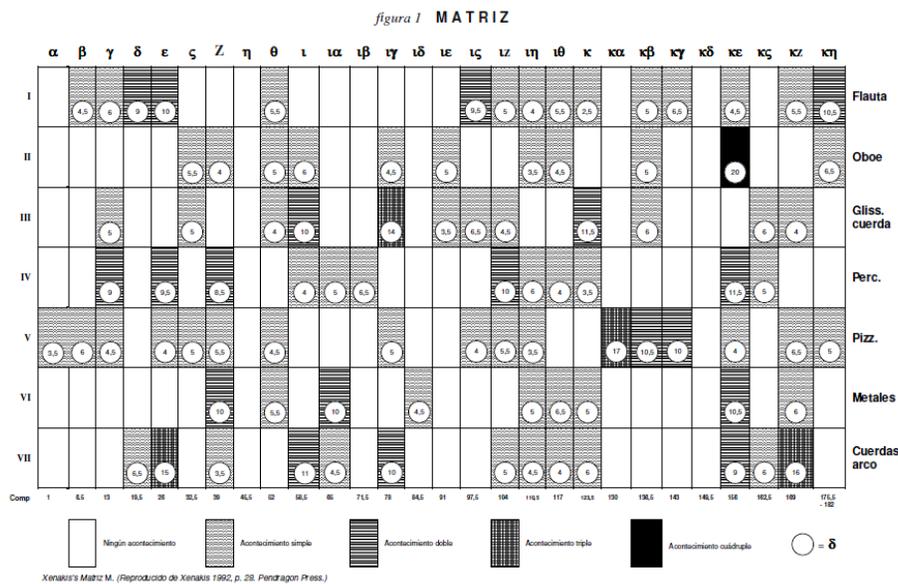
*Ilustración 15. Composición Ruido blanco cromático.*  
*Teoría de la probabilidad en la composición musical contemporánea (Tiburcio, 2002, p.79)*

Además de composiciones con variable discreta Tiburcio en su capítulo *Composición Musical Probabilística* trabaja con variables aleatorias continuas y con la cual realiza una obra para instrumentos de percusión que lleva el nombre de “Tlatohuaque” a la manera del arquitecto, músico y matemático Rumano Iannis Xenakis, quien planteó el uso de una medida estadística que lo llevó hacia la música estocástica, utilizando modelos matemáticos como: *Distribución aleatoria de puntos en un plano, ley de Maxwell-Boltzmann, restricciones mínimas, cadenas de Markov, distribución de Gauss.*

Tiburcio Toma como ejemplo la Obra *Achorripsis* (Xenakis, 1975), composición con funciones de densidad de probabilidad, creada para 21 instrumentos y la cual tiene como esquema una

matriz de composición de 28 columnas de composición y 7 filas asociadas a los 21 instrumentos agrupados en 7 grupos teniendo en cuenta el timbre sonoro de cada uno de ellos.

Tanto en la composición realizada por Susana Tiburcio como el trabajo de Xenakis las distribuciones de probabilidad utilizadas son: La función de densidad de probabilidad de Poisson; utilizada para definir la cantidad de sonidos que se presentan en la matriz de composición y para distribuirlos en ella, teniendo en cuenta el orden en filas y columnas. Para la densidad de los sonidos se utiliza la función de probabilidad triangular, para la duración de cada uno de los sonidos se utiliza la función de densidad exponencial y para los intervalos de intensidad y altura la función de densidad uniforme.



*Ilustración 16. Matriz de composición Achorripsis.  
Análisis de Achorripsis de Iannis Xenakis (Héctor Oltra, 2005, p.5)*

La gráfica muestra cómo Xenakis a partir de las distribuciones de probabilidad logra realizar una composición de 7 minutos, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

|   |
|---|
| 420 seg de composición                            |
| 28 columnas de composición                        |
| 7 timbres   |
| 196 celdas de composición                         |
| 15seg por celda                                   |
| $U_{MM} = \frac{26}{60} = 0.43$ golpes/seg        |
| 6.5 compases por celda                            |
| un compas cada 2.3 seg                            |
| $\lambda = 0.6$ eventos musicales/unidad musical. |

Ilustración 17. Parámetros de composición de Achorripsis.  
*Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea (Tiburcio, 2002, p. 89)*

El trabajo realizado por Tiburcio no muestra en su totalidad la composición realizada siguiendo el esquema de Xenakis, por lo cual se estudió un *Análisis de Achorripsis* (2005) escrito por Héctor Oltra García y el libro escrito por Xenakis *Formalized Music* (1992) donde da los parámetros para la construcción de obras con probabilidad. Sin embargo se muestra las consideraciones que siguió y los instrumentos que tuvo en cuenta para su composición.

|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| duración de la composición 7 min = 420seg              |                                      |
| 28 columnas de composición                             |                                      |
| 4 timbres  |                                      |
| 4 timbres × 28 columnas = 112 de celdas de composición |                                      |
| duración de la celda = 420seg/28 = 15 seg              |                                      |
| 5 compases por celda cada uno de 3 segundos            |                                      |
| densidad de eventos $\lambda = 0.7$ eventos/ unidad    |                                      |
| unidad metronómica $U_{MM} = 40$ golpes/ min           |                                      |
| tempo de la obra = $1/U_{MM} = 1.5$ seg/golpe          |                                      |
| timbre   | instrumentos                         |
| I  | vibráfono, xilófono o campanas.      |
| II   | güiro, tumba, maracas o cajita china |
| II   | timbal o tambor                      |
| IV   | tam-tam, gong o platillo suspendido  |

Ilustración 18. Parámetros de composición de Thatohuaque.  
*Teoría de la probabilidad en la composición musical Contemporánea (Tiburcio, 2002, p. 106)*

La recopilación de estos trabajos investigativos y obras creadas con conceptos matemáticos definidos, es un aporte importante para el desarrollo de este trabajo ya que serán tomadas como ejemplo y profundizadas en su estructura matemática

Los trabajos de geometría, además de que son claros ejemplos de que este concepto matemático se encuentra implícito en cualquier composición musical, abre la posibilidad de estudiar obras contemporáneas e identificar que aunque sea o no la intención del compositor, suelen involucrar en sus trabajos transformaciones geométricas. Igualmente se profundizaran de dos obras: “*Canon del Cangrejo*” y “*Dueto de espejo*”; su estructura permitirá identificar cómo Bach y Mozart logran crear obras donde por medio de la reflexión realizan melodía y acompañamiento. El estudio de estas obras permitirá la utilización de este concepto matemático en composiciones propias.

El estudio de Susana Tiburcio y sus propuestas de composición musical con variable discreta y continua permiten profundizar en su estructura e intentar dar ejemplo de ello, pero aportando al modelo de tal forma que sea musicalmente más claro y proporcionalmente más armonioso. Asimismo presentar las obras de compositores que presentaron sus trabajos como juegos donde por medio de dados creaba obras sin necesidad de preocuparse de su forma.

Importante explicar que todas estas investigaciones y obras musicales sirven de base para la creación de composiciones donde se reflejen estos conceptos matemáticos como herramientas de composición musical.

# Capítulo 2

## Objetivo

### 2.1. Objetivo General

- Analizar la utilidad de las matemáticas en la composición musical y aplicar algunos conceptos matemáticos como herramientas o estrategias para la creación musical.

### 2.2. Objetivos Específicos

- Exponer de manera sencilla aplicaciones de las matemáticas en la composición musical.
- Realizar ejemplos y ejercicios prácticos que permitan la creación de pequeñas composiciones musicales, con la aplicación de conceptos matemáticos y evaluar sus resultados.
- Presentar las obras musicales creadas a partir de las herramientas matemáticas planteadas.

# Capítulo 3

## Referentes Teóricos

Para la realización de este trabajo es importante ilustrar teorías, conceptos y referencias para la aclaración y estructuración de los ejemplos y ejercicios que se pretenden realizar. Es por este que se exponen temáticas específicas que serán el soporte del contenido implícito de las composiciones musicales. Estas referencias comprenden temáticas tanto matemáticas, ya que serán el trasfondo de las obras; como de teorías relacionadas con la música sabiendo que una composición musical con conceptos matemáticos no se puede apoyar en una simple concepción matemática; en este caso las 2 herramientas que se pretenden exponer, también es necesario saber algunos conceptos musicales claves en el momento de atreverse a realizar una composición musical.

### 3.1. Matemática

#### 3.1.1. Geometría

Relacionando la geometría como herramienta de composición musical es importante aclarar conceptos relacionados con transformaciones geométricas y palíndromas.

##### 3.1.1.1. *Transformaciones Geométricas*

Una transformación es un cambio que en este caso en particular puede ser de posición, producido en una figura musical.

Se habla de transformación en el plano, cuando se hace corresponder a cada punto del plano, otro punto del mismo; por lo tanto, las transformaciones son operaciones geométricas que permiten deducir una nueva figura a partir de la primitivamente dada, identificando la nueva figura como homóloga o transformada de la original.

Las transformaciones geométricas se clasificaran según sus características métricas de la figura transformada con relación a la original, puede ser:

**Isométricas:** Una transformación Isométrica es aquella donde sólo cambia la posición, se conocen como movimientos en el plano. La figura transformada y la original son congruentes. Entre estas transformaciones tenemos la traslación, rotación y simetría.

**Definición 3.1. (Traslación).** Dado un vector  $\vec{v}$  se llama traslación según  $\vec{v}$  de un punto A del plano al punto A' al movimiento que resulta de aplicar en el punto A un vector  $\vec{v}$ , cuyo extremo es A'.

Por ejemplo tenemos la siguiente figura y la trasladamos con el vector dirección  $\vec{v}$

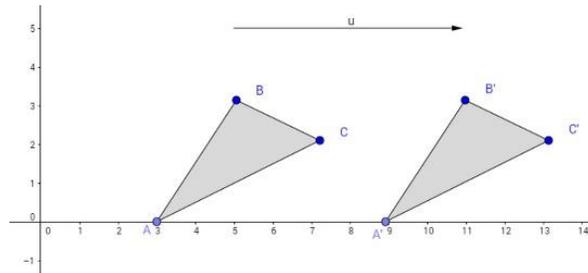


Ilustración 19. Traslación figura geométrica.

Asociando la traslación geométrica a la música, ubicando notas musicales en los vértices de los triángulos se observa que:

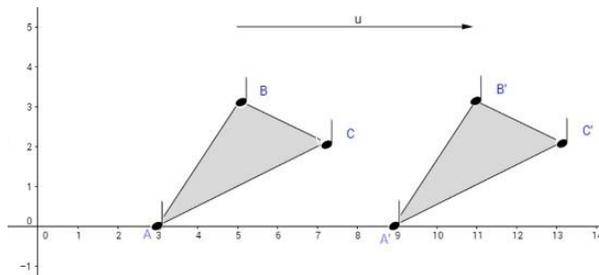


Ilustración 20. Traslación figura geométrica con notas musicales.

Al trasportar estas notas al pentagrama se observa la transformación geométrica en el ámbito más musical



Ilustración 21. Traslación de figuras musicales.

**Definición 3.2. (Rotación).** Dado el centro de simetría  $C$  y la amplitud de rotación  $a$ , la rotación de un punto  $A$  se indica  $R(C,a)(A)=A'$  y se lee: “ $A$  es el homólogo de  $A'$  según la rotación  $R$ , de centro  $C$  y amplitud  $a$ ”.

Dicho de otra forma la rotación es un movimiento en el cual un punto del plano y su homólogo equidistan de un punto llamado centro de rotación y determinan con un ángulo que es la amplitud de rotación. Es importante recordar que esta rotación puede ser orientada en sentido horario o anti horario.

Observando la siguiente figura y aplicando el concepto de rotación se tiene:

Siendo  $F$  el centro de simetría y ángulo de rotación  $a=180^\circ$ .

.Realizando el mismo proceso comparativo entre las notas musicales y los puntos del plano.

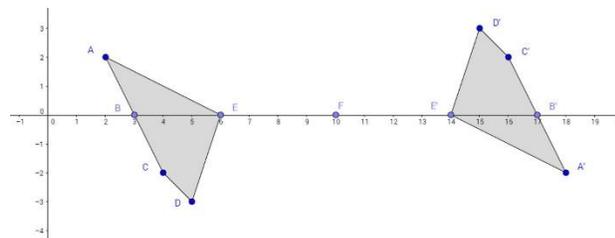


Ilustración 22. Rotación figura geométrica.

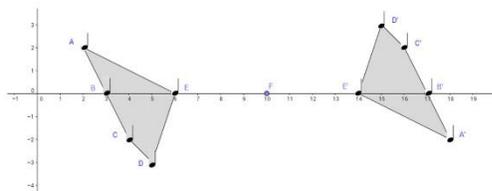


Ilustración 23. Rotación figura musical con notas musicales.

Trasladada al pentagrama



Ilustración 24. Rotación de figuras musicales.

Cuando se habla de simetría es común escuchar de simetría central, axial, radial, esférica. Para la realización de este trabajo es importante profundizar sobre la simetría axial ya que es de las transformaciones geométricas que más aparece en una partitura y con ella se crearon obras ingeniosas y matemáticamente interesantes.

**Definición 3.3. (Simetría axial).** Dos puntos  $A$  y  $A'$  son simétricos con respecto a una recta, llamada eje de simetría, si se confirma que ambos pertenecen a la misma recta perpendicular al eje, están en distintos semiplanos con respecto a él y equidistan del mismo.

Algunos ejemplos comunes de simetría axial en una partitura son:

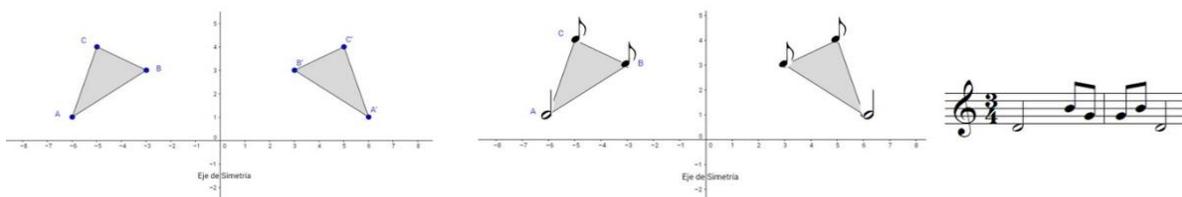


Ilustración 25. Simetría figura musical con eje vertical.

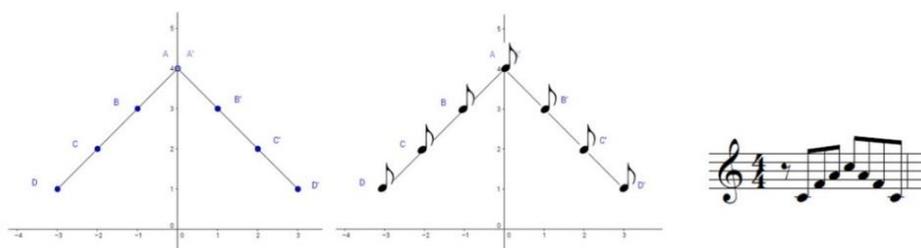


Ilustración 26. Simetría notas musicales con eje vertical.



Ilustración 27. Simetría figuras musicales eje horizontal.

**Isomórficas:** Una transformación isomórfica es aquella donde se conserva la forma de la figura a la que se le aplica la transformación pero no necesariamente sus medidas. En esta clase de transformaciones se tiene la homotecia y la semejanza.

Para el propósito de este trabajo se mostrará la homotecia.

**Definición 3.4. (Homotecia).** Dado un punto  $O$ , como centro de homotecia, y una constante  $K$  diferente de cero como razón, se llama homotecia a la transformación geométrica que aplica al punto  $A$ , le hace corresponder el punto  $A'$  de modo que  $O$ ,  $A$  y  $A'$  están alineados y la razón entre la longitud de los segmentos  $OA'$  y  $OA$  es igual a  $K$ .

En palabras más sencillas la homotecia es la transformación que a partir de un punto fijo multiplica todas las distancias por un mismo factor, conservando los ángulos pero entre las longitudes hay una constante de proporcionalidad llamada razón.

Este concepto aplicado a la música y como transformación geométrica en el pentagrama es aplicado en la duración conocida como *homotecia en la duración*, un ejemplo de este es Sonata para piano Óp. 90, Beethoven.



Ilustración 28. Homotecia de duración.

### 3.1.1.2. Palíndromos

Un palíndromo es una frase, expresión que se puede leer igual de izquierda a derecha o de derecha a izquierda, ejemplo de esto son las frases

*Somos no somos*  
*Anita lava la tina*  
*Oso loco no coloso*

Normalmente en matemáticas se conoce como capicúa y hace referencia a cualquier número que se lee igual de izquierda a derecha como de derecha a izquierda; ejemplos de ello son los números 17371, 14641 donde se puede tomar el 3 y el 6 como ejes de simetría denominando esta particularidad numérica como simetría capicual.

Como estos existen muchos palíndromos, que asociados a la música como una transformación geométrica serian una reflexión con eje de simetría horizontal en el caso del dueto de espejo de Mozart que será expuesto como ejemplo más adelante.

Ejemplos de palíndromos con simetría vertical serian por el estilo de los siguientes ejercicios:



Ilustración 29. Palíndromo musical.  
<http://www.escribircanciones.com.ar>

Todas las transformaciones geométricas pueden ser visualizadas en cualquier composición musical siendo una herramienta útil al momento de escribir una obra musical.

### 3.1.2. Probabilidad

Con el interés de realizar composiciones utilizando la probabilidad como herramienta matemática y con el propósito de aunque sean sencillas, logren ser visualmente agradables, se presentan algunos conceptos y temas de probabilidad, encaminado a las composiciones con variable discreta.

Relacionando la probabilidad con juegos de azar y retomando conceptos expuestos en *teoría de la probabilidad en la composición musical contemporánea*, se definen los siguientes conceptos:

**Definición 3.5.** (Espacio Muestral). *El conjunto de todo los resultados posibles de un experimento estadístico se llama espacio muestral y se representa con la letra S. Cada resultado en un espacio muestral se llama elemento o punto muestral.*

Consideremos por ejemplo el lanzamiento de un dado, su espacio muestral está dado por el conjunto:

$$S = \{1,2,3,4,5,6\} \text{ Este experimento tiene 6 puntos muestrales.}$$

**Definición 3.6.** (Evento). Un evento es un subconjunto de un espacio muestral  $S$ . supongamos un evento  $A$  del experimento de lanzar y que salga par; por lo tanto el subconjunto sería:

$$A = \{2,4,6\}$$

**Definición 3.7.** (Complemento). El complemento de un evento  $A'$  con respecto a  $S$  es el subconjunto de todos los elementos de  $S$  que no están en  $A$ , y se denota por el complemento de  $A$  mediante el símbolo  $A'$ . En este caso en particular que salga un número que no sea par.

$$A' = \{1,3,5\}$$

**Definición 3.8.** (Unión). La unión de dos eventos  $A$  y  $B$ , denotada mediante el símbolo  $A \cup B$ , es un evento que contiene a todos los elementos que pertenecen a  $A$  o  $B$  o ambos.

Sea: Evento A: Salga un número par,  $A = \{2,4,6\}$

Evento B: Salga un número mayor a 3,  $B = \{4,5,6\}$

Unión de los eventos:  $A \cup B = \{2,4,5,6\}$

**Definición 3.9.** (Intersección). La intersección de dos eventos  $A$  y  $B$ , denotada mediante el símbolo  $A \cap B$ , es el evento que contiene todos los elementos comunes de  $A$  y  $B$ .

Considerando los eventos  $A$  y  $B$  anteriormente expuestos.

Intersección de los eventos:  $A \cap B = \{4,6\}$

**Definición 3.10.** (Eventos excluyentes). Dos eventos  $A$  y  $B$ , son mutuamente excluyente o disjuntos si  $A \cap B = \emptyset$ , es decir,  $A$  y  $B$  no tienen elementos en común.

Evento A: Salga un número par  $A = \{2,4,6\}$

Evento B: Salga un número impar  $B = \{1,3,5\}$

Intersección de eventos:  $A \cap B = \emptyset$

**Definición 3.11. (Probabilidad).** La probabilidad es considerada como una función definida sobre una colección de eventos de un espacio muestral  $S$  que satisface los siguientes axiomas:

- I.  $P(S) = 1$
- II. Si  $A$  es un evento de  $S$  entonces  $0 \leq P\{A\} \leq 1$
- III.  $P\{A_1 \cup A_2 \cup \dots\} = P\{A_1\} + P\{A_2\} + \dots$  para toda colección de eventos disjuntos,  $A_1, A_2, \dots$

- $P\{A\}$  es la probabilidad de que un evento ocurra y está relacionada con el número de veces que el evento  $A$  ocurra en la repetición del experimento.
- Para  $P\{S\} = 1$  en un espacio muestral  $S$  con un número determinado de elementos disjuntos  $s_1, s_2, \dots, s_n$  y a los cuales se les asocia la probabilidad  $p_1, p_2, \dots, p_n$  se tiene que:

$$P\{S\} = \sum P\{s_i\} = \sum p_i = 1$$

- Si se tiene un evento  $A$  que se relaciona con la unión de eventos simples  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_j$  se aplica la regla de la adición

$$P\{s_1 \cup s_2 \cup \dots \cup s_j\} = \sum P\{s_j\} = \sum p_i$$

**Definición 3.12. (Eventos Equiprobables).** Si un experimento aleatorio tiene un espacio muestral  $S$  que contiene  $n$  elementos y  $A$  es un evento de  $S$  que ocurre  $N(A)$  maneras distintas entonces la probabilidad de ocurrencia de  $A$  es:

$$P(A) = \frac{N(A)}{n}$$

Relacionando el concepto con el experimento de lanzar un dado  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$  y como el experimento tiene 6 elementos, calculamos la probabilidad de que salga 3:

$$P\{3\} = \frac{1}{6}$$

Ahora consideremos el evento de que salga números impares  $B = \{3,4,5\}$ ; la probabilidad está dada por:

$$P\{A\} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

**Definición 3.13.** (Regla de la adición). La regla de la adición se aplica a las uniones de eventos. Si  $A$  y  $B$  son eventos de un espacio muestral  $S$ , entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**Colorario:**

Si  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes, entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1$$

Siendo el evento  $A$ : Salga un número par  $A = \{2,4,6\}$

$B$ : Salga un número mayor que 3  $B = \{3,4,5\}$

$C$ : Salga un número impar  $C = \{1,3,5\}$

Se tiene entonces:  $P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$$P(A \cup C) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} = 1$$

**Definición 3.14. (Probabilidad condicional).** La probabilidad de que un evento ocurra cuando se sabe que ya ocurrió algún evento  $A$  se llama probabilidad condicional y se denota por  $P(B|A)$ .

Se lee: “La probabilidad que ocurra  $B$  dado que ocurra” o “la probabilidad de  $B$  dado  $A$ ”

La probabilidad condicional se define como:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

**Definición 3.15.** (Regla del producto). Dado los eventos  $A$  y  $B$  de un mismo espacio muestral, la probabilidad de que ambos ocurran están dado por:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

**Colorario:**

Dos eventos  $A$  y  $B$  son independientes si y solo si

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(A)P(B)$$

**Definición 3.16.** (Variables Aleatorias). Una variable aleatoria  $X$  es una función que asocia un número real a cada suceso elemental del espacio muestral  $S$  de un experimento aleatorio.

Cuando se habla de variables aleatorias se parte del hecho de que estas pueden ser discretas o continuas.

**Definición 3.17.** (Variable aleatoria discreta). Una variable aleatoria discreta es aquella que solo puede tomar valores dentro de un conjunto finito o numerable de valores en los reales.

**Definición 3.18.** (Función de probabilidad). Sea  $X$  una variable aleatoria discreta que toma los valores  $x_i$  con probabilidades  $p_i = P(X = x_i)$ , con  $\sum p_i = 1$ . Se denomina función de probabilidad de la variable  $X$  a la función que se asigna a cada  $x_i$ , su probabilidad  $p_i$ .

En las variables aleatorias discretas la función de distribución viene dada por la siguiente expresión:

$$F(X) = P\{X \leq x\} = \sum_{x_i \leq x} f(x_i)$$

Esta función tiene las siguientes propiedades:

- I.  $f(x_i) \geq 0$
- II.  $\sum_{x_i \in \mathcal{R}} f(x_i) = 1$
- III.  $\sum_{a < x_i < b} f(x_i) = P\{a < x < b\}$

Usando nuevamente el experimento de lanzamiento de un dado, evaluamos la probabilidad de que el resultado sea mayor de 2.

$$P\{X > 2\} = \sum_{x=3}^6 f(x) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Cuando se trabaja con variables discretas en estadística descriptiva se puede calcular la medida muestral y la varianza muestral.

**Definición 3.19.** (Esperanza y varianza de variables aleatorias discretas). Considerando una media y varianza para una variable aleatoria discreta  $X$  que puede tomar los valores  $x_1, \dots, x_k$  con probabilidades  $P(x_1), \dots, P(x_k)$ .

➤ La media que está asociada a la esperanza de  $X$  se define como:

$$u_x = E(x) = \sum_{x_i \in \mathcal{R}} x_i f(x_i)$$

Cuando se tiene un espacio muestral finito con eventos equiprobables la esperanza matemática se asocia con la media aritmética.

$$\bar{x} = \sum_{x_i \in \mathcal{R}} \frac{x_i}{n}$$

➤ La varianza de  $X$  se define como:

$$\sigma^2 = E\{x_1 - (u_x)^2\} = \sum_{x_i \in \mathcal{R}} (x_i - u_x)^2 f(x_i) = \sum_{x_i \in \mathcal{R}} x_i^2 f(x_i) - u_x^2$$

Al ser un espacio muestral finito con eventos equiprobables la varianza está relacionada con:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{x_i \in \mathcal{R}} (x_i - \bar{x})^2$$

Para la realización de composiciones con variables discretas relacionadas con juegos de azar, se debe encontrar sus espacios muestrales, sus funciones de densidad, y los parámetros que influyen en su realización.

**Definición 3.20. (Variable aleatoria continua).** Se dice que una variable aleatoria  $X$  es continua si su conjunto de posibles valores es todo un intervalo (finito o infinito) de números reales.

Ejemplos de esto son las variables aleatorias tiempo y los procesos físicos relacionados con la generación de sonidos.

**Definición 3.21. (Función de probabilidad continua).** Sea  $X$  una variable continua con una función  $f(x)$  de  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  se llama función de densidad continua si cumple con las siguientes propiedades:

- $f(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = P\{a < X < b\}$

Donde  $a$  y  $b$  son valores reales tales  $a < b$

**Definición 3.22.** (Esperanza y varianza de una función aleatoria continua).

Sea  $X$  una variable aleatoria continua con una función de densidad  $f(x)$ , la esperanza matemática de esta variable es:

$$u_x = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

Sea  $X$  una variable aleatoria continua con una función de densidad  $f(x)$ , la varianza de esta variable será:

$$\sigma_x^2 = E\{(X - u_x)^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} (X - u_x)^2 f(x)dx = u_2 - u_x^2$$

Donde  $u_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx$

**Definición 3.23.** (Funciones de densidad utilizadas en la composición musical de variable aleatoria continua)

3.23.1. Distribución de Poisson.

$$P(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

Donde  $\lambda$  es la media del número de ocurrencias (éxitos) en un intervalo específico,  $x$  es el número de éxitos y  $p(x)$  es la probabilidad que se va a calcular con un valor  $x$  dado. Se utiliza la función de densidad de probabilidad de Poisson para determinar la cantidad de tipos de sonidos que tendrá la obra y la distribución de los mismos en la matriz de composición.

### 3.23.2. Distribución exponencial.

$$P(x) = \delta e^{-\delta x} dx$$

Donde para nuestros propósitos  $x$  será el lapso de tiempo del evento y  $\delta$  será el promedio de la ocurrencia. La función permitirá saber la duración de los sonidos.

### 3.23.3. Distribución triangular.

La función triangular se define como:

$$f(x)dx = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & \text{si } a \leq x < 0 \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} & \text{si } 0 \leq x < b \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

Esta distribución servirá para definir la densidad de los sonidos de la composición musical.

### 3.23.4. Distribución uniforme.

La distribución uniforme se define como:

$$f(x)dx = \frac{2}{a} \left(1 - \frac{x}{a}\right) dx \quad \text{Donde } 0 \leq x \leq a$$

Esta función ayuda a conocer los intervalos entre notas.

**Definición 3.24.** (Proceso Estocástico). Un proceso estocástico (Aleatorio) es un conjunto de variables que dependen del tiempo y es representado por el vector  $v(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_n]^T$ , con  $n \in \mathbb{R}$ .

Cuando un proceso estacionario tiene un conjunto de instantes  $t_1, \dots, t_m \in \mathbb{R}$  y el vector  $v(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_n]^T$  una función de densidad de probabilidad conjunta se conoce como *proceso estacionario Gaussiano*.

$(R_v(t_1, t_2) = E\{[v(t_1) - m(t_1)][v(t_2) - m(t_2)]^T$ , la función de auto correlación  $(C_v(t_1, t_2) = E\{v(t_1)v^T(t_2)\}$  y la matriz de varianza  $(Q_v(t) = R_v(t, t)$

Dicho de otro modo, los procesos estocásticos o funciones aleatorias son variables aleatorias que dependen de un parámetro que se interpreta normalmente como una representación del tiempo o el espacio. Este parámetro se denomina argumento de la función o del proceso, y puede haber varios. En caso de argumento temporal,  $t$ , éste representará instantes de tiempo; en caso de argumento espacial,  $s$ , sus valores harán referencia a localizaciones espaciales. En el trabajo de composición musical el argumento se relaciona con instantes de tiempo.

Las características principales en un proceso estocástico son su esperanza, varianza, función de auto covarianza y función de auto correlación.

**Definición 3.25.** (*Ruido Blanco*). *Es un proceso estacionario Gaussiano o señal aleatoria que tiene como característica que sus valores de señal en dos tiempos distintos no guardan correlación estadística, por lo que su densidad espectral de potencia es constante lo que quiere decir que todas las frecuencias muestran la misma potencia.*

*Matemáticamente se define como el proceso estocástico en el cual las variables aleatorias que lo conforman no están correlacionadas, es decir que teniendo un proceso estocástico  $w(k)$  se tiene que:*

$$u_w = E\{v(t)\} = 0$$

Donde la esperanza matemática es nula, y la covarianza es la sucesión vectorial aleatoria  $\partial^2 = Q(t_1)\delta(t_2 - t_1)$  donde  $t_2, t_1 \in \mathbb{R}$ ,  $Q(t_1)$  es la intensidad de ruido blanco y  $\delta(t_2 - t_1)$  es una función de Dirac.

### 3.2. Música

Para la realización de una composición musical es importante tener claro algunos conceptos musicales, puesto que la representación musical se efectúa mediante signos gráficos. Entre estos tenemos:

**Definición 3.26.** (Pentagrama). El pentagrama es un símbolo gráfico en donde se presenta toda la escritura musical. Compuesto por 5 líneas horizontales paralelas y equidistantes, que forman a su vez cuatro espacios.



Ilustración 30. Pentagrama musical.

**Definición 3.27.** (Claves). Una clave es un signo que se escribe al comienzo del pentagrama y que define las notas que aparecerán a continuación. La claves más utilizadas en la música en la de fa y sol.



Ilustración 31. Claves musicales.

**Definición 3.28.** (Notas). Las notas son representadas por unos signos que se escriben en el pentagrama y que denominada determinado sonido.

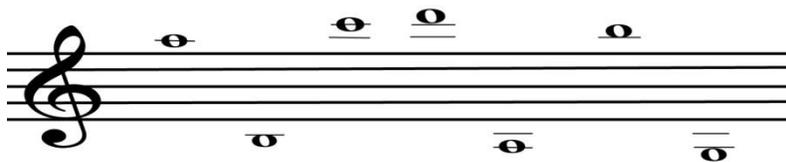


Ilustración 32. Notas musicales en el pentagrama.

En ocasiones los sonidos musicales por su altura no pueden ser representados en el pentagrama; es por ello que es necesario añadir *líneas adicionales*. Estas se escriben por medio de unas rayas cortas paralelas y equidistantes a las del pentagrama, situadas por debajo o encima del mismo.

**Definición 3.29.** (Figuras musicales). Las figuras musicales son símbolos que representan unidades de tiempo; en otras palabras nos permiten especificar la duración de un sonido.

| NOMBRE      | FIGURA | SILENCIO | VALOR/PULSOS |
|-------------|--------|----------|--------------|
| Redonda     |        |          | 4 Tiempos    |
| Blanca      |        |          | 2 Tiempos    |
| Negra       |        |          | 1 Tiempo     |
| Corchea     |        |          | 1 / 2 Tiempo |
| Semicorchea |        |          | 1 / 4 Tiempo |
| Fusa        |        |          | 1/8 Tiempo   |
| Semifusa    |        |          | 1/16 Tiempo  |

Ilustración 33. Figuras musicales.  
<http://musicateoria.wordpress.com>

En el cuadro aparecen los distintos tipos de figuras musicales con su nombre, duración y su respectivo silencio que representa el mismo valor en tiempo.

**Definición 3.30.** (Compás). El compás es la división rítmica de fragmentos de igual duración en una obra musical.

Esta división se hace por medio de unas *líneas divisorias* perpendiculares al pentagrama y que son las que determinan el final de un compás y el principio del otro.

Para definir el compás se utiliza una *fracción*; que se ubica inmediatamente después de la clave. En esta fracción el numerador indica el número de tiempos que consta el compás y el denominador el valor de cada uno de estos tiempos en relación a la unidad: la redonda.

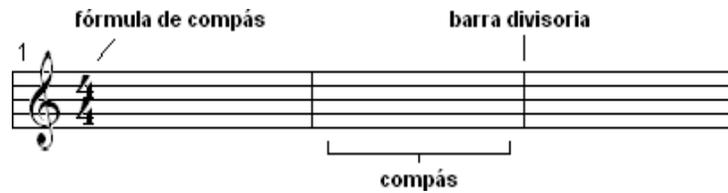


Ilustración 34. Compás musical.  
<http://www.mariomusica.com>

**Definición 3.31.** (Ligadura y puntillo). La ligadura es un símbolo que sirve para unir dos figuras musicales de valor que están a la misma altura. Se trata de un pequeño arco paralelo al pentagrama cuya función es sumar el valor de las figuras que está uniendo.

El puntillo es un punto colocado inmediatamente después de la nota a la que altera, y que tiene como función aumentar la mitad del valor de la figura.

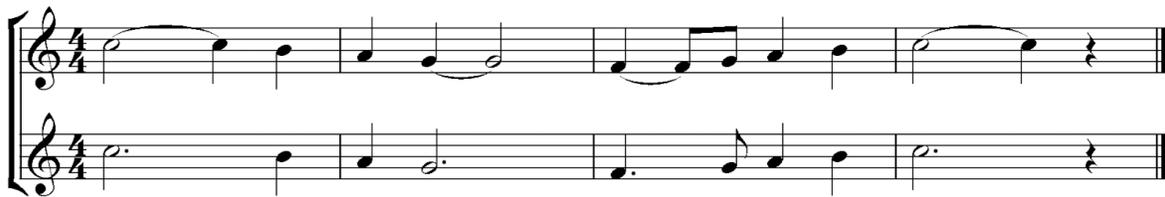


Ilustración 35. Ligadura y puntillo

Así por ejemplo en este caso la blanca ligada con la negra representan 3 tiempos, la negra con la corchea  $1 \frac{1}{2}$ , la blanca con puntillo 3 tiempos y la negra con puntillo  $1 \frac{1}{2}$ .

**Definición 3.32.** (Alteraciones). Las alteraciones musicales son signos que modifican la altura de la nota a quien acompañan. Las principales alteraciones son el bemol, el sostenido y el becuadro.

# sostenido: sube la entonación un semitono.

b bemol: baja la entonación un semitono.

□ becuadro: sirve para volver a su altura natural una nota anteriormente alterada.

## doble sostenido: sube la entonación un tono.

bb doble bemol: baja la entonación un tono.



Ilustración 36. Alteraciones musicales.  
<http://www.colormusica.com>

Las alteraciones se colocan en la misma línea o espacio de la nota que acompañan, delante de esta reciben el nombre de *alteraciones accidentales*. La alteración no solo afecta a la nota acompañante sino también a todas las notas del mismo nombre o altura hasta el final del compás.

**Definición 3.33.** (*Armadura*). La *armadura* es el conjunto de alteraciones que se escriben al principio del pentagrama, después de la clave y tiene efecto durante toda la obra.



Ilustración 37. Armaduras musicales.  
<http://www.aprende-gratis.com>

Partiendo de Do como base, la escala que se forma no necesita alteración, en otras palabras la armadura de Do no tiene ninguna alteración.

**Definición 3.34.** (*Intervalos*). *Intervalo* es la distancia en altura entre dos sonidos musicales. La distancia mínima entre dos sonidos se conoce como *semitono*. La distancia de dos semitonos se denomina *tono*.



Ilustración 38. Intervalos musicales.  
<http://www.Santinocara.com>

**Definición 3.35.** (*Escala*). *Sucesión de notas ordenas ascendentemente de la más grave a la más aguda) o viceversa.*

**Definición 3.36.** (Escala Diatónica). La escala diatónica es una escala musical formada por intervalos de segunda consecutivos.

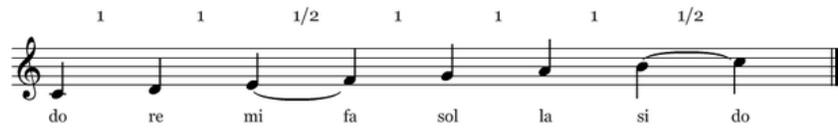


Ilustración 39. Escala diatónica.  
<http://www.musicatikitaka.jimdo.com>

**Definición 3.37.** (Escala Cromática). La escala cromática es una escala constituida por una sucesión de doce sonidos diferentes dentro de la escala. Contiene los doce tonos de la escala temperada.

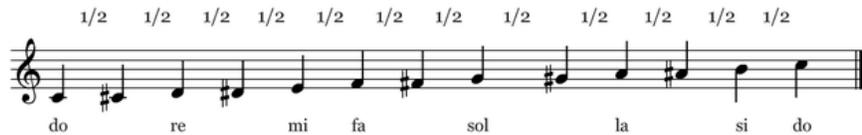


Ilustración 40. Escala Cromática.  
<http://www.musicatikitaka.jimdo.com>

**Definición 3.38.** (Escala de Blues). La escala de Blues es una escala hexatónica (Sucesión de seis sonidos), que parte de la escala pentatónica menor y a la cual se le agrega una cuarta aumentada o quinta disminuida.



Ilustración 41. Escala de blues.

# Capítulo 4

## Metodología

Con base al objetivo de este estudio, en este capítulo se aplican conceptos expuestos en los referentes teóricos y referentes investigativos, como herramientas de composición musical, realizando una serie de ejercicios prácticos y analizando la utilidad de estos procesos matemáticos en composiciones propias.

Por lo anterior, se retoman cuatro modelos generadores de composición musical con variables discretas, diseñados por Susana Tiburcio (2002) como juegos de azar, aportando variables no consideradas en su investigación (Tonalidad, compás). Igualmente se trabaja una composición con distribuciones de probabilidad al estilo de Achorripsis (Xenakis, 1956). Los resultados que se obtendrán en cada experimento serán escritos en notación musical y escuchados, analizando la coherencia musical e identificando aquellos fragmentos que no son agradables al oído, los cuales se modifican por medio de transformaciones geométricas. Las composiciones concluyentes de los experimentos se analizan siguiendo los modelos matemáticos expuestos y determinando que tan útiles son en la elaboración de una creación musical.

A continuación se presentan cada uno de los ejercicios prácticos, describiendo sus procesos de composición y análisis de obra.

### **4.1. Composiciones con variables aleatorias discretas.**

Las composiciones con variable discreta están basadas en juegos de azar, donde se definen por medio de ellos la proporción musical, la duración de sus notas y su armonía. Además de esto se añadirá transformaciones geométricas teniendo en cuenta que las notas generadas al azar no serán aisladas de la composición.

Las composiciones realizadas por medio de este proceso son:

- Juego de dados ( a modo de Mozart)
- Juego de la pirinola
- Ruido blanco diatónico
- Ruido blanco cromático.

### 4.1.1. Juego de dados (A modo de Mozart).

El juego de dados toma como ejemplo lo realizado por Mozart y su tabla de generador de vales. En este caso en particular se tomó un bambuco fiestero del compositor José Ignacio Camacho titulado “*El Ibaguereño*”, que contiene 69 compases que fueron organizados en dos tablas diferentes y que proporcionaba un generador de bambucos fiesteros.

El modo de jugar es el mismo realizado por Mozart; se tiran los dados y se relacionan con los números de la primera columna que son los resultados posible de lanzamiento.

## El Ibaguereño

José Ignacio Camacho

The image displays a musical score for the piece "El Ibaguereño" by José Ignacio Camacho. The score is written for Classical Guitar (Cl. Gtr.) and is organized into ten staves, each containing six measures. The measures are numbered sequentially from 1 to 60. The first staff is labeled "Classical Guitar" and the subsequent staves are labeled "Cl. Gtr.". The music is in a 6/8 time signature and features a variety of rhythmic patterns, including eighth and sixteenth notes, rests, and dynamic markings. The score concludes with a double bar line and repeat signs at the end of the final measure.

*Ilustración 42. El Ibaguereño.*

Para la organización de cada una de las tabas se tuvo en cuenta una progresión armónica establecida al gusto.

La primera tabla contiene los 69 compases, en la cual para su utilización solo se necesita un dado, esto con el fin de que los compases no se repitieran con tanta frecuencia. Se presenta la primera tabla y la progresión armónica que se consideró para la primera parte de la composición.

Tabla 1: Armonía, primeros 12 compases

|           |           |            |           |           |           |            |             |           |           |           |            |
|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|------------|-------------|-----------|-----------|-----------|------------|
| <b>I</b>  | <b>II</b> | <b>III</b> | <b>IV</b> | <b>V</b>  | <b>VI</b> | <b>VII</b> | <b>VIII</b> | <b>IX</b> | <b>X</b>  | <b>XI</b> | <b>XII</b> |
| <b>Dm</b> | <b>Dm</b> | <b>Bb</b>  | <b>A7</b> | <b>Gm</b> | <b>A7</b> | <b>A7</b>  | <b>Dm</b>   | <b>Bb</b> | <b>A7</b> | <b>A7</b> | <b>Dm</b>  |

Tabla 2: Primera parte del Bambuco

| <b>Dado/Compases</b> | <b>I</b> | <b>II</b> | <b>III</b> | <b>IV</b> | <b>V</b> | <b>VI</b> | <b>VII</b> | <b>VIII</b> | <b>IX</b> | <b>X</b> | <b>XI</b> | <b>XII</b> |
|----------------------|----------|-----------|------------|-----------|----------|-----------|------------|-------------|-----------|----------|-----------|------------|
| <b>1</b>             | 2        | 20        | 32         | 16        | 17       | 25        | 8          | 47          | 38        | 49       | 57        | 59         |
| <b>2</b>             | 28       | 31        | 4          | 34        | 6        | 50        | 10         | 55          | 4         | 18       | 46        | 35         |
| <b>3</b>             | 12       | 13        | 24         | 5         | 41       | 40        | 22         | 37          | 48        | 54       | 5         | 60         |
| <b>4</b>             | 36       | 19        | 14         | 29        | 6        | 42        | 18         | 44          | 14        | 26       | 39        | 11         |
| <b>5</b>             | 1        | 51        | 56         | 15        | 17       | 30        | 58         | 27          | 32        | 34       | 7         | 43         |
| <b>6</b>             | 3        | 9         | 38         | 33        | 41       | 21        | 45         | 52          | 48        | 53       | 26        | 23         |

Las celdas que se encuentran sombreadas son los compases obtenidos al lanzar el dado. Los resultados al tirar el dado ( $N_i$ ) son:

$$\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8, N_9, N_{10}, N_{11}, N_{12}\} = \{5, 6, 4, 6, 4, 4, 6, 5, 1, 6, 1, 6\}$$

Los resultados de los compases obtenidos en el experimento son los siguientes:

$$C = \{1, 9, 14, 33, 6, 42, 45, 27, 38, 53, 57, 23\}$$

Como se observa en la tabla algunos compases se repiten debido a que solo se cuenta con 69 compases de la canción original.

Para la segunda parte de la composición se realizó una segunda tabla que contiene igualmente los 69 compases de la composición original pero con la diferencia que en este caso el experimento cuanta con dos dados para generar los resultados. Al igual que la tabla anterior se organizaron los compases teniendo en cuenta una progresión armónica escogida a gusto.

Tabla 3: Armonía, Últimos 8 compases

| I  | II | III | IV | V  | VI | VII | VIII |
|----|----|-----|----|----|----|-----|------|
| Dm | Dm | Bb  | A7 | A7 | Gm | A7  | Dm   |

Tabla 4: Segunda parte del Bambuco

| Dados/Compases | I  | II | III | IV | V  | VI | VII | VIII |
|----------------|----|----|-----|----|----|----|-----|------|
| 2              | 1  | 44 | 32  | 16 | 5  | 6  | 7   | 47   |
| 3              | 3  | 9  | 38  | 26 | 18 | 41 | 39  | 59   |
| 4              | 12 | 37 | 14  | 10 | 34 | 17 | 58  | 51   |
| 5              | 36 | 13 | 24  | 21 | 8  | 17 | 45  | 19   |
| 6              | 2  | 55 | 14  | 46 | 30 | 41 | 50  | 60   |
| 7              | 2  | 52 | 32  | 49 | 15 | 6  | 22  | 31   |
| 8              | 1  | 11 | 4   | 42 | 40 | 17 | 57  | 23   |
| 9              | 28 | 3  | 48  | 53 | 29 | 6  | 54  | 35   |
| 10             | 36 | 12 | 4   | 25 | 8  | 41 | 33  | 27   |
| 11             | 13 | 20 | 56  | 16 | 40 | 17 | 34  | 43   |
| 12             | 44 | 37 | 24  | 7  | 42 | 6  | 10  | 60   |

Las celdas que se encuentran sombreadas son los compases obtenidos al lanzar el dado. Los resultados al tirar el dado ( $M_i$ ) son:

$$\{M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7, M_8\} = \{9, 5, 12, 5, 5, 6, 7, 3\}$$

Los resultados de los compases obtenidos en el experimento son los siguientes:

$$C = \{28, 13, 24, 21, 8, 41, 22, 59\}$$

El fragmento musical obtenido con las tablas es el siguiente:

### Juego de Dados

Flute

Fl.

Fl.

Ilustración 43. Fragmento musical juego de dados.



### 4.1.2. Juego de la Pirinola

Como el mismo nombre lo indica en este juego se utilizan pirinolas para toda su composición; desde la estructura (compás, armadura), al cuerpo de la obra (notas, duraciones).

Para la composición se utilizan 4 pirinolas:

- La primera pirinola está asociada a la tonalidad de la canción; se encuentra dividida en 5 sectores; cada sector con una probabilidad de  $\frac{1}{5}$ . Las armaduras asociadas al experimento son: do, re, fa, sol y la. Esta pirinola es lanzada 1 vez. Para la realización de esta composición se lanzó la pirinola y la armadura con la que se trabajó es *Do*.
- La segunda pirinola utilizada para la composición es la asociada al compás en que se encontrará escrita la canción. La pirinola se divide en 4 sectores cada uno con una probabilidad de  $\frac{1}{4}$ . Los compases utilizados son:  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$ . En la realización del experimento se lanzó la pirinola una vez y se obtuvo como compás  $\frac{3}{4}$ .
- La tercera pirinola se encuentra dividida en 7 sectores cada uno con una probabilidad de  $\frac{1}{7}$ . Esta pirinola está asociada a las 7 notas musicales (do, re, mi, fa, sol, la, si). La pirinola fue lanzada 110 veces. Los datos obtenidos se asocian a la cuarta pirinola.
- La cuarta pirinola proporcionara la duración de las notas musicales mencionadas anteriormente. Para esto se escogieron las figuras musicales utilizadas normalmente en una composición: la redonda, blanca con puntillo, blanca, negra con puntillo, negra, corchea con puntillo y corchea. Está pirinola se lanzó 110 veces consecutivamente con la pirinola asociada a las notas musicales.

Los resultados del lanzamiento de las dos pirinolas son los siguientes:

Tabla 5: Resultados lanzamientos de las pirinolas (Nota y duración)

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| La  | La  | Re  | Re  | Mi  |
| Re  | Re  | Do  | La  | La  |
| Do  | Sol | Mi  | Mi  | Fa  |
| La  | La  | Re  | Si  | Si  |
| Do  | Si  | Mi  | La  | Do  |
| Do  | Do  | Si  | Re  | Fa  |
| Do  | Mi  | Do  | Sol | Do  |
| Sol | Fa  | Si  | Si  | Sol |
| Sol | La  | Mi  | Re  | Mi  |
| Sol | Sol | Fa  | Do  | Re  |
| Sol | La  | Sol | La  | Mi  |
| Re  | Do  | La  | La  | Mi  |
| Do  | Mi  | Re  | La  | Fa  |
| Re  | Sol | Si  | Fa  | Mi  |
| La  | Re  | Sol | Sol | La  |
| Do  | Fa  | Do  | Fa  | Sol |
| Sol | Fa  | Do  | La  | Mi  |
| Fa  | La  | Si  | Fa  | La  |
| Mi  | Si  | Mi  | La  | Mi  |
| Do  | Si  | Mi  | Do  | Fa  |
| Fa  | Fa  | Re  | Mi  | Mi  |
| Fa  | Do  | Sol | Si  | Do  |

Para la composición realizada se consideró que al ser un compás de  $\frac{3}{4}$  algunas notas tuvieron que ser modificadas y escritas utilizando ligadura.

# Ventura

## Juego de la Pirinola

Stephania Rubiano Acosta

Acoustic Guitar

Ac.Gtr.

Ac.Gtr.

Ac.Gtr.

Ac.Gtr.

Ac.Gtr.

Ac.Gtr.

Ac.Gtr.

Ac.Gtr.

*Ilustración 45. Composición musical Ventura*

La composición se escribió para violín y no se realizó ninguna transformación geométrica ya que se quiere ilustrar que con tan solos las pirinolas se puede crear una composición que cuenta con

algunos momentos musicalmente especiales, lo que hace sorprendente que con tan solo este juego de azar se logró una pequeña pieza que es agradable de escuchar.

### 4.1.3. Ruido Blanco Diatónico y cromático

Este modelo de composición ilustrado en el trabajo de Susana Tiburcio se realiza siguiendo los mismos parámetros teniendo en cuenta el concepto de ruido blanco no estrictamente matemático, es decir el concepto de ruido blanco no se aplica en la composición .

La variable aleatoria se asoció al lanzar los 7 dados obtener su suma, donde los puntos del espacio muestral  $S$  va desde 7 a 42. Para el inicio de la composición se escogió 36 notas del piano incluyendo blancas y negras y se numeran del 7 al 42 en el caso de ruido blanco cromático y solo teclas blancas para el ruido blanco diatónico. Posteriormente se escribieron los números del 0 al 127 en notación binaria en siete columnas y a cada una de ellas se les asocia un dado.



*Ilustración 46. Notas asociadas al ruido blanco diatónico*



*Ilustración 47. Notas asociadas al ruido blanco cromático*

El procedimiento que se sigue es el siguiente:

Se lanzan los 7 dados y la suma de los resultados  $s_1$  será la primera nota: sin mover los dados se observa la tabla notando que de 0000000 a 0000001 solo cambio el dato de la columna asociada al dado verde por lo tanto se lanza solo el dado verde y se anota la nueva suma  $s_2$  que corresponde a la segunda nota; ahora observando que 0000001 a 0000010 cambian dos dígitos los asociados a los dados verde y morado, por lo tanto se lanzan estos dados y se anota la nueva

suma  $s_3$ . El proceso continúa hasta llegar a la suma  $s_{128}$  que corresponde a los datos de 1111110 a 1111111 donde solo se lanza el dado verde. Así se generan las ciento veintiocho notas.

La tabla muestra los resultados obtenido en el experimento; donde sonido 1 corresponde al sonido blanco diatónico y sonido 2 corresponde al sonido blanco cromático. Para decidir las duraciones de las notas se lanza la pirinola de la composición anterior para cada uno de los sonidos.

Se asociaron los sonidos con la altura de la siguiente forma:

➤ Sonidos asociados al teclado Diatónico enumerados del 7 al 42:

(La1; 7), (Si1; 8), (Do2; 9), (Re2; 10), (Mi2; 11), (Fa2; 12), (Sol2; 13), (La2; 14), (Si2; 15), (Do3; 16), (Re3; 17), (Mi3; 18), (Fa3; 19), (Sol3; 20), (La3; 21), (Si3; 22), (Do4; 23), (Re4; 24), (Mi4; 25), (Fa4; 26), (Sol4; 27), (La4; 28), (Si4; 29), (Do5; 30), (Re5; 31), (Mi5; 32), (Fa5; 33), (Sol5; 34), (La5; 35), (Si5; 36), (Do6; 37), (Re6; 38), (Mi6; 39), (Fa6; 40), (Sol6; 41), (La6; 42).

➤ Sonidos asociados al teclado Cromático enumerados del 7 al 42:

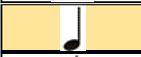
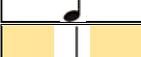
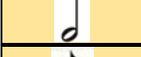
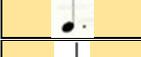
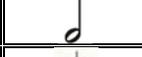
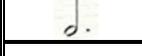
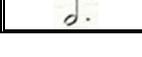
(Sol1; 7), (Sol#1; 8), (La1; 9), (La#1; 10), (Si1; 11), (Do2; 12), (Do#2; 13), (Re2; 14), (Re#2; 15), (Mi2; 16), (Fa2; 17), (Fa#2; 18), (Sol2; 19), (Sol#2; 20), (La2; 21), (La#2; 22), (Si2; 23), (Do3; 24), (Do#3; 25), (Re3; 26), (Re#3; 27), (Mi3; 28), (Fa3; 29), (Fa#3; 30), (Sol3; 31), (Sol#3; 32), (La3; 33), (La#3; 34), (Si3; 35), (Do4; 36), (Do#4; 37), (Re4; 38), (Re#4; 39), (Mi4; 40), (Fa4; 41), (Fa#4; 42).

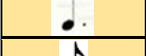
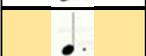
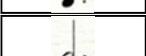
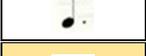
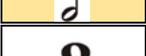
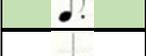
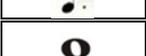
Tabla 6: Resultados de lanzamiento de dados y pirinolas (Nota y duración)

| Dados | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Suma | Sonido 1 | Duración   | Sonido 2 | Duración  |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|------|----------|--|----------|---|
| 0     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 26   | Fa4      |  | Re3      |  |
| 1     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 23   | Do4      |  | Si2      |  |
| 2     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 28   | La4      |  | Mi3      |  |
| 3     | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 29   | Si4      |  | Fa3      |  |
| 4     | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 26   | Fa4      |  | Re3      |  |
| 5     | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 23   | Do4      |  | Si2      |  |

|    |   |   |   |   |   |   |   |    |      |  |       |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|------|--|-------|---|
| 6  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 27 | Sol4 |    | Re#3  |    |
| 7  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 26 | Fa4  |    | Re3   |    |
| 8  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 29 | Si4  |    | Fa3   |    |
| 9  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 26 | Fa4  |    | Re3   |    |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 26 | Fa4  |    | Re3   |    |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 27 | Sol4 |    | Re#3  |    |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 28 | La4  |    | Mi3   |    |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 27 | Sol4 |    | Re#3  |    |
| 14 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 25 | Mi4  |    | Do#3  |    |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 27 | Sol4 |    | Re#3  |    |
| 16 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 19 | Fa3  |    | Sol2  |    |
| 17 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 18 | Mi3  |    | Fa#2  |    |
| 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 19 | Fa3  |    | Sol2  |    |
| 19 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 20 | Sol3 |    | Sol#2 |    |
| 20 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 21 | La3  |   | La2   |   |
| 21 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 16 | Do3  |  | Mi2   |  |
| 22 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 15 | Si2  |  | Re#2  |  |
| 23 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 19 | Fa3  |  | Sol2  |  |
| 24 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 25 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 21 | La3  |  | La2   |  |
| 26 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 21 | La3  |  | La2   |  |
| 27 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 28 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 31 | Re5  |  | Sol3  |  |
| 29 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 29 | Si4  |  | Fa3   |  |
| 30 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 26 | Fa4  |  | Re3   |  |
| 31 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 25 | Mi4  |  | Do#3  |  |
| 32 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 31 | Re5  |  | Sol3  |  |
| 33 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 34 | Sol5 |  | La#3  |  |
| 34 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 35 | La5  |  | Si3   |  |
| 35 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 31 | Re5  |  | Sol3  |  |

|    |   |   |   |   |   |   |   |    |      |  |       |  |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|------|--|-------|--|
| 36 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 27 | Sol4 |  | Re#3  |  |
| 37 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 25 | Mi4  |  | Do#3  |  |
| 38 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 34 | Sol5 |  | La#3  |  |
| 39 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 34 | Sol5 |  | La#3  |  |
| 40 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 29 | Si4  |  | Fa3   |  |
| 41 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 31 | Re5  |  | Sol3  |  |
| 42 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 29 | Si4  |  | Fa3   |  |
| 43 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 25 | Mi4  |  | Do#3  |  |
| 44 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 45 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 24 | Re4  |  | Do3   |  |
| 46 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 27 | Sol4 |  | Re#3  |  |
| 47 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 22 | Si3  |  | La#2  |  |
| 48 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 26 | Fa4  |  | Re3   |  |
| 49 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 25 | Mi4  |  | Do#3  |  |
| 50 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 29 | Si4  |  | Fa3   |  |
| 51 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 29 | Si4  |  | Fa3   |  |
| 52 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 24 | Re4  |  | Do3   |  |
| 53 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 28 | La4  |  | Mi3   |  |
| 54 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 55 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 27 | Sol4 |  | Re#3  |  |
| 56 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 18 | Mi3  |  | Fa#2  |  |
| 57 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 20 | Sol3 |  | Sol#2 |  |
| 58 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 59 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 18 | Mi3  |  | Fa#2  |  |
| 60 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 61 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 26 | Fa4  |  | Re3   |  |
| 62 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 24 | Re4  |  | Do3   |  |
| 63 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 25 | Mi4  |  | Do#3  |  |
| 64 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 22 | Si3  |  | La#2  |  |
| 65 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 19 | Fa3  |  | Sol2  |  |
| 66 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 16 | Do3  |  | Mi2   |  |

|    |   |   |   |   |   |   |   |    |      |  |       |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|------|--|-------|---|
| 67 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 17 | Re3  |    | Fa2   |    |
| 68 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 25 | Mi4  |    | Do#3  |    |
| 69 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 23 | Do4  |    | Si2   |    |
| 70 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 25 | Mi4  |    | Do#3  |    |
| 71 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 22 | Si3  |    | La#2  |    |
| 72 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 22 | Si3  |    | La#2  |    |
| 73 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 22 | Si3  |    | La#2  |    |
| 74 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 19 | Fa3  |    | Sol2  |    |
| 75 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 20 | Sol3 |    | Sol#2 |    |
| 76 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 23 | Do4  |    | Si2   |    |
| 77 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 25 | Mi4  |    | Do#3  |    |
| 78 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 22 | Si3  |    | La#2  |    |
| 79 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 24 | Re4  |    | Do3   |    |
| 80 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 23 | Do4  |    | Si2   |    |
| 81 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 22 | Si3  |   | La#2  |   |
| 82 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 24 | Re4  |  | Do3   |  |
| 83 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 84 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 26 | Fa4  |  | Re3   |  |
| 85 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 25 | Mi4  |  | Do#3  |  |
| 86 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 22 | Si3  |  | La#2  |  |
| 87 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 26 | Fa4  |  | Re3   |  |
| 88 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 20 | Sol3 |  | Sol#2 |  |
| 89 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 18 | Mi3  |  | Fa#2  |  |
| 90 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 91 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 92 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 22 | Si3  |  | La#2  |  |
| 93 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 94 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 16 | Do3  |  | Mi2   |  |
| 95 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 18 | Mi3  |  | Fa#2  |  |
| 96 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 22 | Si3  |  | La#2  |  |
| 97 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |

|     |   |   |   |   |   |   |   |    |      |  |       |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|----|------|--|-------|---|
| 98  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 23 | Do4  |    | Si2   |    |
| 99  | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 23 | Do4  |    | Si2   |    |
| 100 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 23 | Do4  |    | Si2   |    |
| 101 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 21 | La3  |    | La2   |    |
| 102 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 26 | Fa4  |    | Re3   |    |
| 103 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 27 | Sol4 |    | Re#3  |    |
| 104 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 22 | Si3  |    | La#2  |    |
| 105 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 24 | Re4  |    | Do3   |    |
| 106 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 24 | Re4  |    | Do3   |    |
| 107 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 24 | Re4  |    | Do3   |    |
| 108 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 21 | La3  |    | La2   |    |
| 109 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 22 | Si3  |    | La#2  |    |
| 110 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 27 | Sol4 |   | Re#3  |   |
| 111 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 24 | Re4  |  | Do3   |  |
| 112 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 25 | Mi4  |  | Do#3  |  |
| 113 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 29 | Si4  |  | Fa3   |  |
| 114 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 30 | Do5  |  | Fa#3  |  |
| 115 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 28 | La4  |  | Mi3   |  |
| 116 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 20 | Sol3 |  | Sol#2 |  |
| 117 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 22 | Si3  |  | La#2  |  |
| 118 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 25 | Mi4  |  | Do#3  |  |
| 119 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 26 | Fa4  |  | Re3   |  |
| 120 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 21 | La3  |  | La2   |  |
| 121 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 21 | La3  |  | La2   |  |
| 122 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 23 | Do4  |  | Si2   |  |
| 123 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 20 | Sol3 |  | Sol#2 |  |
| 124 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 29 | Si4  |  | Fa3   |  |
| 125 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 29 | Si4  |  | Fa3   |  |
| 126 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 33 | Fa5  |  | La3   |  |
| 127 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 29 | Si4  |  | Fa3   |  |

Para definir la tonalidad y el compás de la canción se utilizaron las pirinola del experimento anterior dando como resultado un compás de  $\frac{4}{4}$  y su tonalidad de fa# menor.

La composición de ruido blanco diatónico obtenida con estos resultados es la siguiente:

### Ruido Blanco Diatónico

The image displays a musical score for a flute part, titled "Ruido Blanco Diatónico". The score is written in F# minor (three sharps: F#, C#, G#) and 4/4 time. It consists of 13 staves of music, each labeled "Fl." on the left. The first staff is labeled "Flute" and includes a treble clef, a key signature of three sharps, and a 4/4 time signature. The music is a diatonic white noise, characterized by a sequence of notes that follow the diatonic scale of the key signature. The notes are primarily quarter and eighth notes, often beamed together in groups of four or eight, creating a rhythmic pattern that mimics the sound of a white noise generator. The score ends with a double bar line at the end of the 13th staff.

Ilustración 48. Fragmento musical ruido blanco diatónico

Para esta composición se utilizó como transformación geométrica la reflexión de este fragmento de tal forma que se creara un espejo, simulando el dueto de espejo de Mozart de tal forma que la pieza puede ser interpretada al mismo tiempo por dos instrumentos sirviéndose a sí mismo de melodía y acompañamiento.

## Reflejos

### Ruido Blanco Diatónico con Geometría

Stephania Rubiano Acosta

Flute

5

10

15

20

26

32

37

42

47

52

57

©

*Ilustración 49. Composición musical Reflejos.*

The image displays a musical score for the piece "Reflejos". It consists of ten staves, each labeled "Fl." (Flute) on the left. The music is written in G major (one sharp) and 2/4 time. The score is divided into measures, with measure numbers 63, 67, 72, 77, 82, 87, 93, 98, 103, 108, and 113 indicated at the beginning of their respective staves. The notation includes various rhythmic values such as eighth and sixteenth notes, as well as rests and slurs. The piece concludes with a double bar line at the end of the final staff.

La siguiente composición es ruido blanco cromático, escogiendo con las pirinola la armadura en este caso Do mayor, y el compás  $2/4$ .

## Ruido Blanco Cromático

The image displays a musical score for 'Ruido Blanco Cromático'. It consists of 11 staves of music. The first staff is labeled 'Acoustic Guitar' and the subsequent ten are labeled 'Ac. Gtr.'. The music is written in a 7/4 time signature and features a chromatic scale. The score includes various musical notations such as notes, rests, and accidentals. Measure numbers 11, 21, 30, 39, 48, 57, 67, 76, 86, 96, and 105 are indicated at the beginning of their respective staves. The piece concludes with a double bar line at the end of the 11th staff.

*Ilustración 50. Fragmento musical ruido blanco cromático*

A esta composición además de realizar reflexiones de algunos compases, homotecia de duración y reflexión con eje de simetría vertical, se escribió una segunda voz utilizando eje de simetría

horizontal y se transcribió para Viola por lo cual cambia su clave a Do pero se mantiene su compás original. El eje de simetría utilizado es la tercera línea del pentagrama.

## Espejismo

### Ruido Blanco Cromático

Stephania Rubiano Acosta

The musical score is presented in four systems, each with two staves labeled Viola I and Viola II. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 3/4. The notation is as follows:

- System 1:** Viola I and Viola II. Both staves begin with a treble clef and a key signature of one sharp. The music consists of a series of eighth and quarter notes, with some rests.
- System 2:** Viola I and Viola II. Both staves begin with a bass clef and a key signature of one sharp. The music continues with eighth and quarter notes.
- System 3:** Viola I and Viola II. Both staves begin with a bass clef and a key signature of one sharp. The music continues with eighth and quarter notes.
- System 4:** Viola I and Viola II. Both staves begin with a bass clef and a key signature of one sharp. The music continues with eighth and quarter notes.

*Ilustración 51. Composición musical Espejismo a dos violas.*

32

Vla. I

Vla. II

40

Vla. I

Vla. II

48

Vla. I

Vla. II

56

Vla. I

Vla. II

64

Vla. I

Vla. II

72

Vla. I

Vla. II

80

Vla. I

Vla. II

88

Vla. I

Vla. II

96

Vla. I

Vla. II

104

Vla. I

Vla. II

Para cambiar el timbre sonoro de instrumentos la segunda voz se transcribió a violonchelo cuya clave es Fa; conservando el mismo eje de simetría (Tercera línea del pentagrama).

# Espejismo

## Ruido Blanco Cromático

Stephania Rubiano Acosta

The image displays a musical score for the piece "Espejismo" by Stephania Rubiano Acosta, titled "Ruido Blanco Cromático". The score is written for Viola and Violoncello (Vc.) in 3/4 time. It consists of five systems of music, each with a Viola (Vla.) staff on top and a Violoncello (Vc.) staff on the bottom. The key signature is one sharp (F#), and the time signature is 3/4. The score begins with a treble clef for the Viola and a bass clef for the Violoncello. The first system is labeled with a measure number of 8. The second system is labeled with a measure number of 16. The third system is labeled with a measure number of 24. The fourth system is labeled with a measure number of 32. The fifth system is labeled with a measure number of 32. The music features a chromatic scale in the Viola part, which is mirrored in the Violoncello part. The Viola part consists of a series of eighth notes, while the Violoncello part consists of a series of quarter notes. The overall mood is contemplative and serene.

*Ilustración 52. Composición musical Espejismo en viola y violonchelo*

Espejismo

2

40

Vla.

Vc.

48

Vla.

Vc.

56

Vla.

Vc.

64

Vla.

Vc.

72

Vla.

Vc.

80

Vla.

Vc.

85  
Vla.  
85  
Vc.

96  
Vla.  
96  
Vc.

106  
Vla.  
106  
Vc.

115  
Vla.  
115  
Vc.

123  
Vla.  
123  
Vc.

131  
Vla.  
131  
Vc.

## 4.2. Composición con variables aleatorias continuas.

La composición con variable continua está basada en funciones de densidad de probabilidad, donde se definen la duración, los intervalos, los compases de la obra, la duración de las notas y la frecuencia con que se encontraran. Por lo compleja y extensa que es no se le realizará transformaciones geométricas. Al estilo de Achorripsis composición de Xenakis se presenta la composición con variable continua:

### 4.2.1. Matriz de composición

Tabla 7: Consideraciones preliminares, composición con variables continuas.

|  |
|--|
| Duración de la composición 7 minutos=420 segundos                                |
| 28 columnas de composición   |
| 5 timbres  |
| 5 timbres × 28 columnas = 140 de celdas por composición                          |
| Duración de la celda = $\frac{420 \text{ seg}}{28} = 15 \text{ seg}$             |
| Densidad de eventos $\lambda = 0,6$ eventos/Unidad                               |
| Unidad Metrómica $U_{MM} = 40$ golpes/minuto                                     |
| Tiempo de la Obra = $\frac{1}{U_{MM}} = 1,5$ segundos/golpe o 0,66 golpe/segundo |
| 10 compases por celda  |

Tabla 8: Familia de Instrumentos Musicales.

|     | Timbre         | Instrumentos                           |
|-----|----------------|--|
| I   | viento         | Flauta, Clarinete en A, clarinete bajo |
| II  | viento- madera | Oboe, Fagot, Contrafagot               |
| III | Cuerdas        | Violín, Chelo, Contrabajo              |
| IV  | Percusión      | Marimba, Timbales, Claves              |
| V   | Metal          | Trompeta, trombón, Barítono            |

### 4.2.2. Distribución de eventos en las celdas.

Se utiliza la función de densidad de probabilidad de Poisson para determinar la cantidad de tipos de sonidos que tendrá la composición.

$$f_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} \quad \text{donde } \lambda = 0,6 \text{ (Escogido Arbitrariamente)}$$

$$k = 1, 2, 3, 4, 5$$

Tabla 9: Distribución de eventos de composición.

| $k$ | $f_k$  | $140 \cdot f_k$ |    | Eventos   |
|-----|--------|-----------------|----|-----------|
| 0   | 0,5488 | 76,832          | 77 | Silencios |
| 1   | 0,3293 | 46,102          | 46 | Simple    |
| 2   | 0,0988 | 13,832          | 14 | Doble     |
| 3   | 0,0198 | 2,772           | 3  | Triple    |
| 4   | 0,0030 | 0,42            | 0  | Cuádruple |
| 5   | 0,0004 | 0,056           | 0  | Quíntuple |

Se realiza una aproximación y se escoge la parte entera de la multiplicación del número celdas por la función de Poisson y se entiende de la siguiente forma:

Tabla 10: Cantidad de eventos de composición.

| Número de Celdas | Eventos  |
|------------------|----------|
| 77               | Silencio |
| 46               | Simple   |
| 14               | Doble    |
| 3                | Triple   |
| 140              |          |

Para distribuir estos silencios y eventos se utiliza nuevamente la distribución de Poisson.

#### 4.2.2.1. Distribución de acontecimientos en las columnas de tiempo y en las filas de timbre: (Distribución de eventos en la matriz)

##### 4.2.2.1.1. En las columnas de tiempo

Para este proceso se escoge la media de la función de probabilidad de Poisson como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 11: Densidades de eventos, columnas.

|          |                   |                  |
|----------|-------------------|------------------|
| Silencio | $\lambda = 77/28$ | $\lambda = 2,75$ |
| Simple   | $\lambda = 46/28$ | $\lambda = 1,64$ |
| Doble    | $\lambda = 14/28$ | $\lambda = 0,5$  |
| Triple   | $\lambda = 3/28$  | $\lambda = 0,11$ |

- Distribución de silencios: (77),  $\lambda = 2,75$

Tabla 12: Distribución de Silencios, Columnas.

| $k$   | $f_k$  | $28 \cdot f_k$ | Aproximación Rigurosa | Aproximación Xenakis |    | Interpretación             |
|-------|--------|----------------|-----------------------|----------------------|----|----------------------------|
| 0     | 0,0640 | 1,80           | 2                     | 1                    | 0  | 1 columna sin silencio     |
| 1     | 0,1760 | 4,93           | 5                     | 4                    | 4  | 4 columnas con 1 silencio  |
| 2     | 0,2417 | 6,77           | 7                     | 7                    | 14 | 7 columnas con 2 silencios |
| 3     | 0,2216 | 6,20           | 6                     | 8                    | 24 | 8 columnas con 3 silencios |
| 4     | 0,1523 | 4,26           | 4                     | 5                    | 20 | 5 columnas con 4 silencios |
| 5     | 0,0838 | 2,35           | 2                     | 3                    | 15 | 3 columnas con 5 silencios |
| Total |        |                | 27                    | 28                   | 77 |                            |

Xenakis hace una aproximación no rigurosa para satisfacer el esquema planteado (En las 28 columnas se distribuyen las 77 celdas de silencio que tiene la composición musical).

- Distribución de eventos simples: (46),  $\lambda = 1,64$

Tabla 13: Distribución eventos simples, columnas.

| $k$   | $f_k$ | $28 \cdot f_k$ | Aproximación Rigurosa | Aproximación Xenakis |    | Interpretación                   |
|-------|-------|----------------|-----------------------|----------------------|----|----------------------------------|
| 0     | 0,194 | 5,432          | 5                     | 5                    | 0  | 5 columnas sin eventos simples   |
| 1     | 0,318 | 8,904          | 9                     | 9                    | 9  | 9 columnas con 1 evento simple   |
| 2     | 0,261 | 7,308          | 7                     | 8                    | 16 | 8 columnas con 2 eventos simples |
| 3     | 0,143 | 4,004          | 4                     | 4                    | 12 | 4 columnas con 3 eventos simples |
| 4     | 0,058 | 1,624          | 2                     | 1                    | 4  | 1 columnas con 4 eventos simples |
| 5     | 0,019 | 0,532          | 1                     | 1                    | 5  | 1 columnas con 5 eventos simples |
| Total |       |                | 28                    | 28                   | 46 |                                  |

Igual que la distribución de silencios se adecúa el redondeo de cifras para cumplir con la matriz de composición (46 eventos simples distribuidos en 28 celdas).

- Distribución de eventos Dobles: (14),  $\lambda = 0,5$

Tabla 14: Distribución eventos dobles, columnas.

| $k$   | $f_k$ | $28 \cdot f_k$ | Aproximación Rigurosa | Aproximación Xenakis |    | Interpretación                  |
|-------|-------|----------------|-----------------------|----------------------|----|---------------------------------|
| 0     | 0,607 | 16,99          | 17                    | 17                   | 0  | 17 columnas sin eventos dobles  |
| 1     | 0,303 | 8,48           | 9                     | 8                    | 8  | 8 columnas con 1 evento doble   |
| 2     | 0,076 | 2,076          | 2                     | 3                    | 6  | 3 columnas con 2 eventos dobles |
| Total |       |                | 28                    | 28                   | 14 |                                 |

- Distribución de eventos Triples: (3),  $\lambda = 0,11$

Tabla 15: Distribución eventos triples, columnas.

| $k$   | $f_k$ | $28 \cdot f_k$ | Aproximación Rigurosa | Aproximación Xenakis |   | Interpretación                  |
|-------|-------|----------------|-----------------------|----------------------|---|---------------------------------|
| 0     | 0,896 | 25,09          | 25                    | 25                   | 0 | 25 columnas sin eventos triples |
| 1     | 0,099 | 2,77           | 3                     | 3                    | 3 | 3 columnas con 1 evento triple  |
| Total |       |                | 28                    | 28                   | 3 |                                 |

#### 4.3.2.1.2. En las filas de timbre

Para este proceso se escoge la media de la función de probabilidad de Poisson como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 16: Densidad de eventos, filas.

|          |                  |                  |
|----------|------------------|------------------|
| Silencio | $\lambda = 77/5$ | $\lambda = 15,4$ |
| Simple   | $\lambda = 46/5$ | $\lambda = 9,2$  |
| Doble    | $\lambda = 14/5$ | $\lambda = 2,8$  |
| Triple   | $\lambda = 3/5$  | $\lambda = 0,6$  |

- Distribución de Silencios: (77),  $\lambda = 15,4$

Tabla 17: Distribución silencios, filas.

| $k$   | $f_k$ | $5 \cdot f_k$ | Aproximación Rigurosa | Aproximación Xenakis |    | Interpretación           |
|-------|-------|---------------|-----------------------|----------------------|----|--------------------------|
| 12    | 0,076 | 0,38          | 0                     | 0                    | 0  | 0 filas sin 12 silencio  |
| 13    | 0,09  | 0,45          | 1                     | 1                    | 13 | 1 fila con 13 silencio   |
| 14    | 0,099 | 0,5           | 1                     | 1                    | 14 | 1 fila con 14 silencios  |
| 15    | 0,102 | 0,51          | 1                     | 1                    | 15 | 1 fila con 15 silencios  |
| 16    | 0,098 | 0,49          | 1                     | 0                    | 0  | 0 filas con 16 silencios |
| 17    | 0,089 | 0,445         | 1                     | 1                    | 17 | 1 fila con 17 silencios  |
| 18    | 0,076 | 0,38          | 0                     | 1                    | 18 | 1 fila con 18 silencios  |
| Total |       |               | 5                     | 5                    | 77 |                          |

Como ocurre con la distribución de las columnas, se redondea la cifra decimal por defecto con el propósito que encaje en la matriz de composición.

En la tabla se toman valores de  $k$  a partir de 12 ya que los valores anteriores a este son muy pequeños y el redondeo de sus cifras ciera cero.

- Distribución de eventos Simples: (46),  $\lambda = 9,2$

Tabla 18: Distribución eventos simples, filas

| $k$   | $f_k$ | $5 \cdot f_k$ | Aproximación Rigurosa | Aproximación Xenakis |    | Interpretación                 |
|-------|-------|---------------|-----------------------|----------------------|----|--------------------------------|
| 6     | 0,085 | 0,43          | 0                     | 0                    | 0  | 0 filas sin 6 eventos simples  |
| 7     | 0,112 | 0,56          | 1                     | 1                    | 7  | 1 fila con 7 eventos simples   |
| 8     | 0,129 | 0,65          | 1                     | 1                    | 8  | 1 fila con 8 eventos simples   |
| 9     | 0,131 | 0,66          | 1                     | 1                    | 9  | 1 fila con 9 eventos simples   |
| 10    | 0,121 | 0,61          | 1                     | 1                    | 10 | 0 filas con 10 eventos simples |
| 11    | 0,101 | 0,51          | 1                     | 0                    | 11 | 1 fila con 11 eventos simples  |
| 12    | 0,078 | 0,39          | 0                     | 1                    | 12 | 1 fila con 12 eventos simples  |
| Total |       |               | 5                     | 5                    | 46 |                                |

- Distribución de eventos dobles: (14),  $\lambda = 2,8$

Tabla 19: Distribución de eventos dobles, filas

| $k$   | $f_k$ | $5 \cdot f_k$ | Aproximación Rigurosa | Aproximación Xenakis |    | Interpretación              |
|-------|-------|---------------|-----------------------|----------------------|----|-----------------------------|
| 0     | 0,061 | 0,305         | 0                     | 1                    | 0  | 1 fila sin eventos dobles   |
| 1     | 0,17  | 0,85          | 1                     | 0                    | 0  | 0 filas con 1 evento doble  |
| 2     | 0,238 | 1,19          | 1                     | 1                    | 2  | 1 fila con 2 eventos dobles |
| 3     | 0,222 | 1,11          | 1                     | 1                    | 3  | 1 fila con 3 eventos dobles |
| 4     | 0,156 | 0,78          | 1                     | 1                    | 4  | 1 fila con 4 eventos dobles |
| 5     | 0,086 | 0,43          | 0                     | 1                    | 5  | 1 fila con 5 eventos dobles |
| Total |       |               | 4                     | 5                    | 14 |                             |

- Distribución de eventos Triples: (3),  $\lambda = 0,6$

Tabla 20: Distribución eventos triples, filas

| $k$   | $f_k$ | $5 \cdot f_k$ | Aproximación Rigurosa | Aproximación Xenakis |   | Interpretación               |
|-------|-------|---------------|-----------------------|----------------------|---|------------------------------|
| 0     | 0,549 | 2,75          | 3                     | 3                    | 0 | 3 filas sin eventos triples  |
| 1     | 0,329 | 1,65          | 2                     | 1                    | 1 | 1 fila con 1 evento triple   |
| 2     | 0,099 | 0,50          | 0                     | 1                    | 2 | 1 fila con 2 eventos triples |
| Total |       |               | 5                     | 5                    | 3 |                              |

Los cálculos obtenidos hasta ahora sólo me muestran que contiene cada fila y columna de la matriz de composición, pero sin especificar el número de la fila que ha de almacenar este contenido; lo que permite que los eventos sean acomodados al gusto del compositor.

### 4.2.2. Densidad de Sonidos

Se define evento simple como aquellos valores  $\delta_1$  cercanos a la densidad  $\delta_1 = 3$  sonidos/unidad musical, evento doble los valores  $\delta_2$  cercanos a  $\delta_2 = 6$  sonidos/ unidad musical y evento triple aquellas densidades cercanas a  $\delta_3 = 9$  sonidos/ unidad musical. Las densidades permiten saber el número total de sonidos que se concentrarán en cada celda relacionándola con  $N_{Ti} = \delta_i \times 10$  compases.

Para la distribución la densidad de los sonidos Xenakis propone utilizar la función de probabilidad triangular

$$f(x).dx = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & \text{si } a \leq x < 0 \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} & \text{si } 0 \leq x < b \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

#### 4.2.2.2. Eventos simples

La variable “Densidad de sonidos” tiene un incremento  $dx = 0,5$  sonidos/Unidad musical; los resultados se resumen en la siguiente gráfica:

Tabla 21: Densidad de sonidos Simples

| $\delta_1$ | $x$  | $f(x)dx$ | $46f(x)dx$ | $N$ | Interpretación   |
|------------|------|----------|------------|-----|--|
| 1,0        | -2,0 | 0        | 0          | 0   | Hay 0 sonidos simples con una densidad de 1,0 sonido/unidad musical  |
| 1,5        | -1,5 | 0,0625   | 2,87       | 3   | Hay 3 sonidos simples con densidad de 1,5 sonido/ unidad musical     |
| 2,0        | -1,0 | 0,125    | 5,75       | 6   | Hay 6 sonidos simples con densidad de 2,0 sonido/ unidad musical     |
| 2,5        | -0,5 | 0,1875   | 8,62       | 9   | Hay 9 sonidos simples con densidad de 2,5 sonido/ unidad musical     |
| 3,0        | 0    | 0,25     | 11,5       | 10  | Hay 10 sonidos simples con densidad de 3,0 sonido/ unidad musical    |
| 3,5        | 0,5  | 0,1875   | 8,62       | 9   | Hay 9 sonidos simples con densidad de 3,5 sonido/ unidad musical     |
| 4,0        | 1,0  | 0,125    | 5,75       | 6   | Hay 6 sonidos simples con densidad de 4,0 sonido/ unidad musical     |
| 4,5        | 1,5  | 0,0625   | 2,87       | 3   | Hay 3 sonidos simples con densidad de 4,5 sonido/ unidad musical     |
| 5,0        | 2,0  | 0        | 0          | 0   | Hay 0 sonidos simples con una densidad de 5,0 sonido/ unidad musical |
| Total      |      | 1        | 46         | 46  |  |

#### 4.2.2.3. Eventos Dobles

La variable “Densidad de sonidos” tiene un incremento  $dx = 0,5$  sonidos/Unidad musical; los valores obtenidos con la ecuación de distribución de densidad triangular se resumen en la siguiente gráfica:

Tabla 22: Densidad de sonidos Dobles

| $\delta_2$ | $x$  | $f(x)$ | $f(x)dx$ | $14f(x)dx$ | $N$ | Interpretación  |
|------------|------|--------|----------|------------|-----|---|
| 4,5        | -1,5 | 3      | 0        | 0          | 0   | No hay sonidos doble con densidad de 4,5 sonido/ unidad musical |
| 5,0        | -1,0 | 4      | 0,11     | 1,5        | 2   | Hay 2 sonidos dobles con densidad de 5,0 sonido/ unidad musical |
| 5,5        | -0,5 | 5      | 0,22     | 3,1        | 3   | Hay 3 sonidos dobles con densidad de 5,5 sonido/ unidad musical |
| 6,0        | 0    | 6      | 0,34     | 4,7        | 4   | Hay 4 sonidos dobles con densidad de 6,0 sonido/ unidad musical |
| 6,5        | 0,5  | 5      | 0,22     | 3,1        | 3   | Hay 3 sonidos dobles con densidad de 6,5 sonido/ unidad musical |
| 7,0        | 1,0  | 4      | 0,11     | 1,5        | 2   | Hay 2 sonido doble con densidad de 7,0 sonido/ unidad musical   |
| 7,5        | 1,5  | 3      | 0        | 0          | 0   | No hay sonido doble con densidad de 7,5 sonido/ unidad musical  |
| Total      |      |        | 1        | 14         | 14  |   |

#### 4.2.2.4. Eventos triples

La variable “Densidad de sonidos” tiene un incremento  $dx = 1$  sonidos/Unidad musical; los valores obtenidos con la ecuación de distribución de densidad triangular se resumen en la siguiente gráfica:

Tabla 23: Densidad de sonidos Triples

| $\delta_3$ | $x$ | $f(x)$ | $f(x)dx$ | $3f(x)dx$ | $N$ | Interpretación  |
|------------|-----|--------|----------|-----------|-----|---|
| 7          | -2  | 0      | 0        | 0         | 0   | No hay sonidos triples con densidad de 7 sonido/ unidad musical |
| 8          | -1  | 2      | 0,25     | 0,75      | 1   | Hay 1 sonido triple con densidad de 8 sonido/ unidad musical    |
| 9          | 0   | 4      | 0,5      | 1,5       | 1   | Hay 2 sonidos triples con densidad de 9 sonido/ unidad musical  |
| 10         | 1   | 2      | 0,25     | 0,75      | 1   | Hay 1 sonido triple con densidad de 10 sonido/ unidad musical   |
| 11         | 2   | 0      | 0        | 0         | 0   | No hay sonido doble con densidad de 11 sonido/ unidad musical   |
| Total      |     |        | 1        | 3         | 3   |   |

#### 4.2.3. Instrumentación de las 5 filas de timbres

Para que la composición musical sea agradable y proporcional se puede determinar a partir de las densidades que fila sonará con mayor frecuencia. Este cálculo permite ordenar la matriz a conveniencia y determinar el orden de los grupos de instrumentos.

El cálculo corresponde a hallar la media aritmética de cada fila:

$$\bar{\Delta} = \sum \delta \frac{10}{280}$$

Donde  $\bar{\Delta}$  es la media por compás de cada fila,  $\sum \delta$  es el total de todas las densidades en cada fila, 10 es el número de compases por celda y 280 el número total de compases de la obra.

Realizando cada uno de los cálculos se tiene que:

Fila I:  $\sum \delta = 56 \rightarrow \bar{\Delta} = 2$

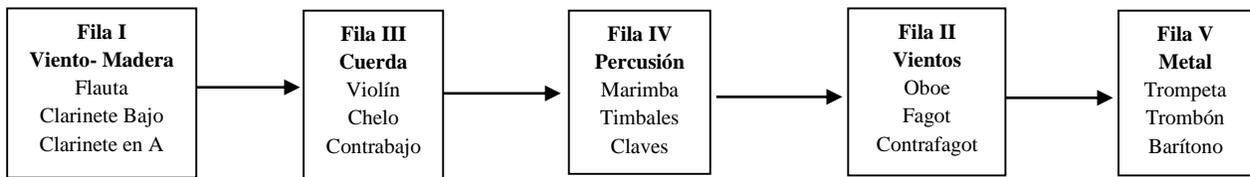
Fila IV:  $\sum \delta = 48,5 \rightarrow \bar{\Delta} = 1,73$

Fila II:  $\sum \delta = 46 \rightarrow \bar{\Delta} = 1,64$

Fila V:  $\sum \delta = 38 \rightarrow \bar{\Delta} = 1,36$

Fila III:  $\sum \delta = 51,5 \rightarrow \bar{\Delta} = 1,83$

El predominio jerárquico de mayor a menor de las filas es el siguiente:



#### 4.2.4. Duración de sonidos: (Tiempo entre notas)

La duración de los sonidos es dada por la función exponencial:

$$P(x) = \delta e^{-\delta x} dx$$

Donde  $\delta$  es la densidad de sonidos y  $x$  es la variación temporal musical en términos del tiempo de la Obra =  $1/U_{MM} = 1,5$  segundos/golpe. El incremento del tiempo será

$$dx = \frac{1}{\sum_0^{\infty} \delta e^{-\delta x}}$$

Xenakis propone una paleta rítmica de valores discretos en su obra *Achorripsis*; obra escrita a  $2/2$ , donde los asocia con la duración de sonidos que se encontrarán al momento de realizar los cálculos con la función exponencial. Los cálculos realizados se compararán con el modelo de Xenakis.

**“Paleta” de valores para *Achorripsis***

$\text{♩} = 52$

*Ilustración 53. Valores de Notas musicales.  
Análisis de Achorripsis de Iannis Xenakis (Héctor Oltra, 2005, p.16)*

Los valores de la paleta se relacionan con una medida en común, con el fin de establecer con precisión la distancia entre una nota y la siguiente, aplicando la siguiente relación proporcional:

Blanca=  $60\Omega$

Corchea=  $15\Omega$

Negra=  $30\Omega$

Corchea de quintillo=  $12\Omega$

Negra de tresillo=  $20\Omega$

Con estas medidas se puede saber la duración de cada uno de estos valores en segundos: Como la obra dura 420 segundos (7 minutos) y tiene 280 compases cada uno con una duración de 1,5 segundos se puede concluir que la blanca, que es la unidad de tiempo tendrá una duración de 0,75 segundos, la negra durará 0,375 segundos, la negra con tresillo 0,25 segundos, la corchea 0,19 segundos, la corchea de quintillo 0,15 segundos y  $\Omega$  durará 0,0125 segundos. El tiempo más pequeño que se puede dar con estos valores será  $3\Omega = 0,0375$ . El siguiente esquema muestra la relación proporcional de la duración de las notas de la composición musical a realizar:

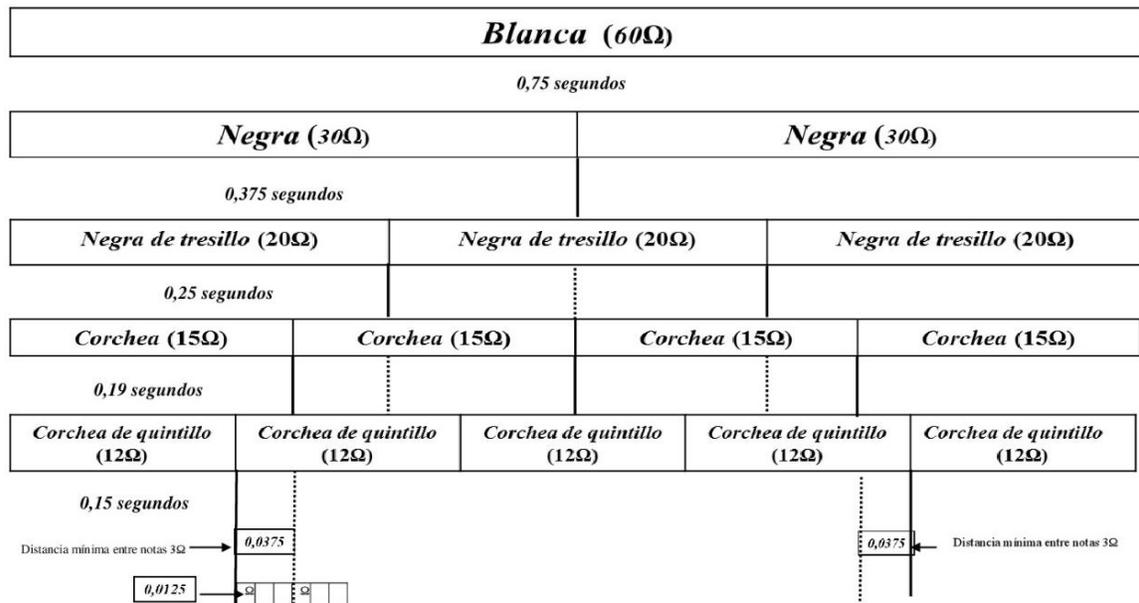


Ilustración 54. Duración de las notas musicales de Manía

#### 4.2.4.1. Duración de sonidos Simples

A partir de este punto se calcula la duración de los sonidos con cada una de las densidades que hacen parte de los eventos simples:

$$\delta = 1,5 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$1,5 \times 10 = 15 \text{ Sonidos/celda, es decir 14 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $14P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 1,5                    | 0,17                      | 2,41    | 2  | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,15       | 0,86            | 1,29                   | 0,15                      | 2,10    | 2  | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 0,3        | 0,74            | 1,11                   | 0,13                      | 1,79    | 2  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 0,45       | 0,64            | 0,96                   | 0,11                      | 1,55    | 2  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 0,6        | 0,55            | 0,82                   | 0,09                      | 1,32    | 1  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 0,75       | 0,47            | 0,70                   | 0,08                      | 1,13    | 1  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 0,9        | 0,41            | 0,61                   | 0,07                      | 0,98    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 1,05       | 0,35            | 0,52                   | 0,06                      | 0,84    | 1  | 1,05  | 72-84    |
| 0,8   | 1,2        | 0,30            | 0,45                   | 0,051                     | 0,72    | 1  | 1,2   | 84-96    |
| 0,9   | 1,35       | 0,26            | 0,39                   | 0,04                      | 0,63    | 1  | 1,35  | 96-108   |
| 1,0   | 1,5        | 0,22            | 0,33                   | 0,03                      | 0,5     | 0  | 1,5   | 108-120  |
| Total |            |                 | 8,68                   | 1,0                       | 14      | 14 |   |          |

Tabla 24: Duración evento con duración 1,5 sonidos/unidad musical

Los datos obtenidos muestran que dos sonidos durarán menos de 0,15 segundos, dos sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, dos sonidos cercano a 0,45 segundos, dos sonidos de 0,6 segundos, un sonido de 0,75 segundos, otro sonido de 0,9 segundos, uno de 1,05 segundos, uno de 1,2 segundos, uno de 1,35 segundos y un sonido de 1,5 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador opera a gusto propio.

$$\delta = 2,0 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$2,0 \times 10 = 20 \text{ Sonidos/celda, es decir 19 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $19P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 2,0                    | 0,20                      | 3,88    | 4  | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,2        | 0,82            | 1,64                   | 0,17                      | 3,18    | 3  | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 0,4        | 0,67            | 1,34                   | 0,14                      | 2,60    | 3  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 0,6        | 0,55            | 1,10                   | 0,11                      | 2,13    | 2  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 0,8        | 0,45            | 0,90                   | 0,09                      | 1,74    | 2  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 1,0        | 0,37            | 0,73                   | 0,07                      | 1,41    | 1  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 1,2        | 0,30            | 0,60                   | 0,06                      | 1,16    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 1,4        | 0,25            | 0,49                   | 0,05                      | 0,95    | 1  | 1,05  | 72-84    |
| 0,8   | 1,6        | 0,20            | 0,40                   | 0,04                      | 0,77    | 1  | 1,2   | 84-96    |
| 0,9   | 1,8        | 0,16            | 0,33                   | 0,03                      | 0,64    | 1  | 1,35  | 96-108   |
| 1,0   | 2,0        | 0,13            | 0,27                   | 0,02                      | 0,5     | 0  | 1,5   | 108-120  |
| Total |            |                 | 9,8                    | 1,00                      | 19      | 19 |   |          |

Tabla 25: Duración sonidos con densidad 2,0 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que cuatro sonidos durarán menos de 0,15 segundos, tres sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, tres sonidos cercano a 0,45 segundos, dos sonidos de 0,6 segundos, dos sonidos de 0,75 segundos, un sonido de 0,9 segundos, uno de 1,05 segundos, un sonido de 1,2 segundos, uno de 1,35 segundos y un sonido de 1,5 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 2,5 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$2,5 \times 10 = 25 \text{ Sonidos/celda, es decir 24 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $24P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 2,5                    | 0,24                      | 5,67    | 6  | 0,0   | 0        |
| 0,1   | 0,25       | 0,78            | 1,95                   | 0,18                      | 4,42    | 4  | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 0,5        | 0,61            | 1,52                   | 0,14                      | 3,44    | 3  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 0,75       | 0,47            | 1,18                   | 0,11                      | 2,68    | 3  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 1,0        | 0,37            | 0,92                   | 0,09                      | 2,10    | 2  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 1,25       | 0,29            | 0,72                   | 0,07                      | 1,63    | 2  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 1,5        | 0,22            | 0,56                   | 0,05                      | 1,27    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 1,75       | 0,17            | 0,43                   | 0,04                      | 0,97    | 1  | 1,05  | 72-84    |
| 0,8   | 2,0        | 0,13            | 0,34                   | 0,03                      | 0,77    | 1  | 1,2   | 84-96    |
| 0,9   | 2,25       | 0,10            | 0,26                   | 0,02                      | 0,58    | 1  | 1,35  | 96-108   |
| 1,0   | 2,5        | 0,08            | 0,20                   | 0,01                      | 0,45    | 0  | 1,5   | 108-120  |
| Total |            |                 | 10,58                  | 1,0                       | 24      | 24 |   |          |

Tabla 26: Duración de sonidos con densidad 2,5 sonidos/unidad musical

Los datos obtenidos muestran que seis sonidos durarán menos de 0,15 segundos, cuatro sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, tres sonidos cercano a 0,45 segundos, tres sonidos de 0,6 segundos, dos sonidos de 0,75 segundos, dos sonidos de 0,9 segundos, uno de 1,05 segundos, un sonido de 1,2 segundos, uno de 1,35 segundos y un sonido de 1,5 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 3,0 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$3,0 \times 10 = 30 \text{ Sonidos/celda, es decir 29 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $29P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 3,0                    | 0,27                      | 7,79    | 8  | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,3        | 0,74            | 2,24                   | 0,20                      | 5,82    | 6  | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 0,6        | 0,55            | 1,65                   | 0,15                      | 4,29    | 4  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 0,9        | 0,41            | 1,22                   | 0,11                      | 3,17    | 3  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 1,2        | 0,30            | 0,90                   | 0,08                      | 2,33    | 2  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 1,5        | 0,22            | 0,67                   | 0,06                      | 1,74    | 2  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 1,8        | 0,16            | 0,49                   | 0,04                      | 1,27    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 2,1        | 0,12            | 0,37                   | 0,03                      | 0,96    | 1  | 1,05  | 72-84    |
| 0,8   | 2,4        | 0,09            | 0,27                   | 0,02                      | 0,70    | 1  | 1,2   | 84-96    |
| 0,9   | 2,7        | 0,07            | 0,20                   | 0,017                     | 0,52    | 1  | 1,35  | 96-108   |
| 1,0   | 3,0        | 0,05            | 0,15                   | 0,01                      | 0,40    | 0  | 1,5   | 108-120  |
| Total |            |                 | 11,16                  | 1,0                       | 29      | 29 |   |          |

Tabla 27: Duración de sonidos con densidad 3,0 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que ocho sonidos durarán menos de 0,15 segundos, seis sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, cuatro sonidos cercano a 0,45 segundos, tres sonidos de 0,6 segundos, dos sonidos de 0,75 segundos, dos sonidos de 0,9 segundos, uno de 1,05 segundos, un sonido de 1,2 segundos, uno de 1,35 segundos y un sonido de 1,5 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 3,5 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$3,5 \times 10 = 35 \text{ Sonidos/celda, es decir 34 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $34P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 3,5                    | 0,30                      | 10,35   | 10 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,35       | 0,70            | 2,47                   | 0,21                      | 7,30    | 7  | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 0,7        | 0,50            | 1,74                   | 0,15                      | 5,14    | 5  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 1,05       | 0,35            | 1,22                   | 0,11                      | 3,61    | 4  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 1,4        | 0,25            | 0,86                   | 0,07                      | 2,54    | 3  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 1,75       | 0,17            | 0,61                   | 0,05                      | 1,80    | 2  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 2,1        | 0,12            | 0,43                   | 0,04                      | 1,27    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 2,45       | 0,09            | 0,30                   | 0,03                      | 0,89    | 1  | 1,05  | 72-84    |
| 0,8   | 2,8        | 0,06            | 0,21                   | 0,02                      | 0,62    | 1  | 1,2   | 84-96    |
| 0,9   | 3,15       | 0,04            | 0,15                   | 0,01                      | 0,44    | 0  | 1,35  | 96-108   |
| Total |            |                 | 11,49                  | 1,0                       | 34      | 34 |   |          |

Tabla 28: Duración de sonidos con densidad 3,5 sonidos/unidad musical

Los datos obtenidos muestran que diez sonidos durarán menos de 0,15 segundos, siete sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, cinco sonidos cercano a 0,45 segundos, cuatro sonidos de 0,6 segundos, tres sonidos de 0,75 segundos, dos sonidos de 0,9 segundos, uno de 1,05 segundos, un sonido de 1,2 segundos y un sonido de 1,35 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 4,0 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$4,0 \times 10 = 40 \text{ Sonidos/celda, es decir 39 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $39P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 4,0                    | 0,34                      | 13,26   | 13 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,4        | 0,67            | 2,68                   | 0,23                      | 8,88    | 9  | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 0,8        | 0,45            | 1,80                   | 0,15                      | 5,97    | 6  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 1,2        | 0,30            | 1,20                   | 0,102                     | 3,98    | 4  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 1,6        | 0,20            | 0,81                   | 0,07                      | 2,70    | 3  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 2,0        | 0,16            | 0,54                   | 0,046                     | 1,79    | 2  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 2,4        | 0,09            | 0,36                   | 0,03                      | 1,19    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 2,8        | 0,06            | 0,24                   | 0,02                      | 0,79    | 1  | 1,05  | 72-84    |
| 0,8   | 3,2        | 0,04            | 0,16                   | 0,01                      | 0,39    | 0  | 1,2   | 84-96    |
| Total |            |                 | 11,79                  | 1,0                       | 39      | 39 |   |          |

Tabla 29: Duración de sonidos con densidad 4,0 sonidos/unidad musical

Los datos obtenidos muestran que trece sonidos durarán menos de 0,15 segundos, nueve sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, seis sonidos cercano a 0,45 segundos, cuatro sonidos de 0,6 segundos, tres sonidos de 0,75 segundos, dos sonidos de 0,9 segundos, uno de 1,05 segundos y un sonido de 1,2 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 4,5 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$4,5 \times 10 = 45 \text{ Sonidos/celda, es decir 44 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $44P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 4,5                    | 0,37                      | 16,24   | 16 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,45       | 0,64            | 2,87                   | 0,23                      | 10,35   | 10 | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 0,9        | 0,41            | 1,83                   | 0,15                      | 6,60    | 7  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 1,35       | 0,26            | 1,17                   | 0,09                      | 4,22    | 4  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 1,8        | 0,16            | 0,74                   | 0,06                      | 2,67    | 3  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 2,25       | 0,10            | 0,47                   | 0,04                      | 1,69    | 2  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 2,7        | 0,07            | 0,30                   | 0,02                      | 1,08    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 3,15       | 0,04            | 0,19                   | 0,01                      | 0,68    | 1  | 1,05  | 72-84    |
| 0,8   | 3,6        | 0,03            | 0,12                   | 0,009                     | 0,43    | 0  | 1,2   | 84-96    |
| Total |            |                 | 12,19                  | 1,0                       | 44      | 44 |   |          |

Tabla 30: Duración de sonidos con densidad 4,5 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que dieciséis sonidos durarán menos de 0,15 segundos, diez sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, siete sonidos cercano a 0,45 segundos, cuatro sonidos de 0,6 segundos, tres sonidos de 0,75 segundos, dos sonidos de 0,9 segundos, uno de 1,05 segundos y un sonido de 1,2 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

#### 4.2.4.2. Duración de sonidos Doble

A partir de este punto se calcula la duración de los sonidos con cada una de las densidades que hacen parte de los eventos Dobles:

$$\delta = 5,0 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$5,0 \times 10 = 50 \text{ Sonidos/celda, es decir 49 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $49P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 5,0                    | 0,4                       | 19,6    | 20 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,5        | 0,61            | 3,03                   | 0,24                      | 11,9    | 12 | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 1          | 0,37            | 1,84                   | 0,15                      | 7,21    | 7  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 1,5        | 0,22            | 1,11                   | 0,09                      | 4,35    | 4  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 2,0        | 0,13            | 0,68                   | 0,05                      | 2,66    | 3  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 2,5        | 0,08            | 0,41                   | 0,03                      | 1,60    | 2  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 3,0        | 0,05            | 0,25                   | 0,02                      | 0,98    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 3,5        | 0,03            | 0,15                   | 0,01                      | 0,59    | 0  | 1,05  | 72-84    |
| Total |            |                 | 12,47                  | 1,0                       | 49      | 49 |   |          |

Tabla 31: Duración de sonidos con densidad 5,0 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que veinte sonidos durarán menos de 0,15 segundos, doce sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, siete sonidos cercanos a 0,45 segundos, cuatro sonidos de 0,6 segundos, tres sonidos de 0,75 segundos, dos sonidos de 0,9 segundos y un sonido de 1,05 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 5,5 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$5,5 \times 10 = 55 \text{ Sonidos/celda, es decir 54 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $54P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 5,5                    | 0,42                      | 22,87   | 23 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,55       | 0,58            | 3,17                   | 0,24                      | 13,18   | 13 | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 1,1        | 0,33            | 1,83                   | 0,14                      | 7,61    | 8  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 1,65       | 0,19            | 1,06                   | 0,08                      | 4,41    | 4  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 2,2        | 0,11            | 0,61                   | 0,05                      | 2,54    | 3  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 2,75       | 0,06            | 0,35                   | 0,03                      | 1,45    | 1  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 3,3        | 0,04            | 0,20                   | 0,01                      | 0,83    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 3,85       | 0,02            | 0,12                   | 0,009                     | 0,50    | 1  | 1,05  | 72-84    |
| 0,8   | 4,4        | 0,01            | 0,07                   | 0,005                     | 0,29    | 0  | 1,2   | 84-96    |
| Total |            |                 | 12,91                  | 1,0                       | 54      | 54 |   |          |

Tabla 32: Duración de sonidos con densidad 5,5 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que veinte tres sonidos durarán menos de 0,15 segundos, trece sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, ocho sonidos cercanos a 0,45 segundos, cuatro sonidos de 0,6 segundos, tres sonidos de 0,75 segundos, un sonidos de 0,9 segundos, otro sonido de 1,05 segundos y un sonido de 1,2 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 6,0 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$6,0 \times 10 = 60 \text{ Sonidos/celda, es decir 59 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $59P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 6,0                    | 0,46                      | 26,9    | 27 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,6        | 0,55            | 3,29                   | 0,25                      | 14,75   | 15 | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 1,2        | 0,30            | 1,80                   | 0,14                      | 8,07    | 8  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 1,8        | 0,16            | 1,0                    | 0,08                      | 4,50    | 5  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 2,4        | 0,09            | 0,54                   | 0,04                      | 2,42    | 2  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 3,0        | 0,05            | 0,30                   | 0,02                      | 1,34    | 1  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 3,6        | 0,03            | 0,16                   | 0,01                      | 0,71    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 4,2        | 0,01            | 0,09                   | 0,007                     | 0,40    | 0  | 1,05  | 72-84    |
| Total |            |                 | 13,17                  | 1,0                       | 59      | 59 |   |          |

Tabla 33: Duración de sonidos con densidad 6,0 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que veinte siete sonidos durarán menos de 0,15 segundos, quince sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, ocho sonidos cercanos a 0,45 segundos, cinco sonidos de 0,6 segundos, dos sonidos de 0,75 segundos, un sonido de 0,9 segundos y un sonido de 1,05 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 6,5 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$6,5 \times 10 = 65 \text{ Sonidos/celda, es decir 64 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $64P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 6,5                    | 0,48                      | 30,78   | 31 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,65       | 0,52            | 3,39                   | 0,25                      | 16,05   | 16 | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 1,3        | 0,27            | 1,77                   | 0,13                      | 8,38    | 8  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 1,95       | 0,14            | 0,92                   | 0,07                      | 4,48    | 5  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 2,6        | 0,07            | 0,48                   | 0,03                      | 2,27    | 2  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 3,25       | 0,04            | 0,25                   | 0,02                      | 1,18    | 1  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 3,9        | 0,02            | 0,13                   | 0,009                     | 0,61    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 4,55       | 0,01            | 0,07                   | 0,005                     | 0,33    | 0  | 1,05  | 72-84    |
| Total |            |                 | 13,51                  | 1,0                       | 64      | 64 |   |          |

Tabla 34: Duración de sonidos con densidad 6,5 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que treinta y un sonidos durarán menos de 0,15 segundos, dieciséis sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, ocho sonidos cercanos a 0,45 segundos, cinco sonidos de 0,6 segundos, dos sonidos de 0,75 segundos, un sonido de 0,9 segundos y un sonido

de 1,05 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 7,0 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$7,0 \times 10 = 70 \text{ Sonidos/celda, es decir 69 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $69P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 7,0                    | 0,50                      | 34,8    | 35 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,7        | 0,50            | 3,48                   | 0,25                      | 17,29   | 17 | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 1,4        | 0,25            | 1,73                   | 0,12                      | 8,59    | 9  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 2,1        | 0,12            | 0,86                   | 0,06                      | 4,27    | 4  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 2,8        | 0,06            | 0,43                   | 0,03                      | 2,13    | 2  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 3,5        | 0,03            | 0,21                   | 0,02                      | 1,04    | 1  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 4,2        | 0,02            | 0,10                   | 0,007                     | 0,50    | 1  | 0,9   | 60-72    |
| 0,7   | 4,9        | 0,007           | 0,05                   | 0,004                     | 0,24    | 0  | 1,05  | 72-84    |
| Total |            |                 | 13,86                  | 1,0                       | 69      | 69 |   |          |

Tabla 35: Duración de sonidos con densidad 7,0 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que treinta y cinco sonidos durarán menos de 0,15 segundos, diecisiete sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, nueve sonidos cercanos a 0,45 segundos, cuatro sonidos de 0,6 segundos, dos sonidos de 0,75 segundos, un sonido de 0,9 segundos y un sonido de 1,05 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

#### 4.2.4.3. Duración de sonidos Triples

A partir de este punto se calcula la duración de los sonidos con cada una de las densidades que hacen parte de los eventos Triples:

$$\delta = 8,0 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$8,0 \times 10 = 80 \text{ Sonidos/celda, es decir 79 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $79P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 8,0                    | 0,55                      | 43,61   | 44 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,8        | 0,45            | 3,59                   | 0,25                      | 19,50   | 19 | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 1,6        | 0,20            | 1,62                   | 0,11                      | 8,83    | 9  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 2,4        | 0,09            | 0,73                   | 0,05                      | 3,98    | 4  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 3,2        | 0,04            | 0,33                   | 0,02                      | 1,80    | 2  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 4          | 0,02            | 0,15                   | 0,01                      | 0,82    | 1  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 4,8        | 0,008           | 0,07                   | 0,005                     | 0,38    | 0  | 0,9   | 60-72    |
| Total |            |                 | 14,49                  | 1,0                       | 79      | 79 |   |          |

Tabla 36: Duración de sonidos con densidad 8,0 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que cuarenta y cuatro sonidos durarán menos de 0,15 segundos, diecinueve sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, nueve sonidos cercanos a 0,45 segundos, cuatro sonidos de 0,6 segundos, dos sonidos de 0,75 segundos y un sonido de 0,9 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$$\delta = 9,0 \text{ Sonidos/ unidad musical}$$

$$\text{Incremento } x = 0,1$$

$$9,0 \times 10 = 90 \text{ Sonidos/celda, es decir 89 duraciones}$$

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $89P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 9                      | 0,59                      | 52,87   | 53 | 0,0   |          |
| 0,1   | 0,9        | 0,41            | 3,66                   | 0,24                      | 21,49   | 21 | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 1,8        | 0,16            | 1,49                   | 0,10                      | 8,75    | 9  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 2,7        | 0,07            | 0,60                   | 0,04                      | 3,52    | 4  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 3,6        | 0,03            | 0,24                   | 0,02                      | 1,41    | 1  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 4,5        | 0,01            | 0,10                   | 0,007                     | 0,60    | 1  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 5,4        | 0,004           | 0,04                   | 0,003                     | 0,23    | 0  | 0,9   | 60-72    |
| Total |            |                 | 15,13                  | 1,0                       | 89      | 89 |   |          |

Tabla 37: Duración sonidos con densidad 9,0 sonidos/ unidad musical

Los datos obtenidos muestran que cincuenta y tres sonidos durarán menos de 0,15 segundos, veintiuno sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, nueve sonidos cercanos a 0,45 segundos, cuatro sonidos de 0,6 segundos, un sonido de 0,75 segundos y un sonido de 0,9 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

$\delta = 10,0$  Sonidos/ unidad musical  
 Incremento  $x = 0,1$   
 $10,0 \times 10 = 100$  Sonidos/celda, es decir 99 duraciones

| $x$   | $\delta x$ | $e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x}$ | $\delta e^{-\delta x} dx$ | $99P_x$ |    | Duraciones reales<br>$1,5 \text{ seg/golpe} \times 0,1$ | $\Omega$ |
|-------|------------|-----------------|------------------------|---------------------------|---------|----|---|----------|
| 0,0   | 0          | 1               | 10                     | 0,63                      | 62,37   | 62 | 0,0   | 0        |
| 0,1   | 1          | 0,367           | 3,68                   | 0,23                      | 22,95   | 23 | 0,15  | 0-12     |
| 0,2   | 2          | 0,135           | 1,35                   | 0,08                      | 8,42    | 9  | 0,3   | 12-24    |
| 0,3   | 3          | 0,049           | 0,49                   | 0,03                      | 3,06    | 3  | 0,45  | 24-36    |
| 0,4   | 4          | 0,018           | 0,19                   | 0,01                      | 1,18    | 1  | 0,6   | 36-48    |
| 0,5   | 5          | 0,007           | 0,07                   | 0,004                     | 0,50    | 1  | 0,75  | 48-60    |
| 0,6   | 6          | 0,002           | 0,02                   | 0,001                     | 0,12    | 0  | 0,9   | 60-72    |
| Total |            |                 | 15,8                   | 1,0                       | 99      | 99 |   |          |

Tabla 38: Duración de sonidos con densidad 10 sonidos unidad musical

Los datos obtenidos muestran que sesenta y dos sonidos durarán menos de 0,15 segundos, veintitrés sonidos con una duración cercana a 0,3 segundos, nueve sonidos cercanos a 0,45 segundos, tres sonidos de 0,6 segundos, un sonido de 0,75 segundos y un sonido de 0,9 segundos. Utilizando la paleta de valores de Xenakis se obtiene notas en rangos de 12 sonidos que el creador de la obra puede utilizar a su gusto.

#### 4.2.5. Distribución de los intervalos

Para conocer la distribución de los intervalos se utiliza la función de densidad de probabilidad uniforme atribuyendo el proceso a los instrumentos que tienen diferentes alturas de sonido, es decir los instrumentos de viento, viento madera, cuerdas, metales y la marimba.

La función de densidad uniforme que sirve de modelo será:

$$f(j)dj = \frac{2}{a} \left(1 - \frac{j}{a}\right) dj \quad \text{Donde } 0 \leq j \leq a$$

El incremento  $dj$  será:  $dj = a/m + 1$  donde  $m = a$ ; cuando  $j = 0$  sea o  $f(j)dj = 2/m + 1$  y para el valor de  $j = 18$  será  $f(j)dj = 0$

4.2.5.1. *Distribución de los intervalos de eventos simples*

$$\delta = 1,5 \text{ Glissando/ unidad musical}$$

$$a = 80 \text{ Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos}$$

$$\text{Se toma a } a = 20$$

$$dj \text{ Será una constante } dj = \frac{a}{m+1} = 0,952$$

$$\text{Para } j = 0 ; f(j)dj = 0,095 \text{ y } j = 20; f(j)dj = 0$$

$$1,5 \times 10 = 15 \text{ glissando/ celda}$$

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $15 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 1         |
| 1   | 0,0904          | 1         |
| 2   | 0,0857          | 1         |
| 3   | 0,0810          | 1         |
| 4   | 0,0762          | 1         |
| 5   | 0,0714          | 1         |
| 6   | 0,0667          | 1         |
| 7   | 0,0619          | 1         |
| 8   | 0,0571          | 1         |
| 9   | 0,0524          | 1         |
| 10  | 0,0476          | 1         |
| 11  | 0,0428          | 1         |
| 12  | 0,0380          | 1         |
| 13  | 0,0333          | 1         |
| 14  | 0,0286          | 1         |
| 15  | 0,0238          | 0         |
| 16  | 0,0190          | 0         |
| 17  | 0,0142          | 0         |
| 18  | 0,0095          | 0         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 39: Intervalos con densidad 1,5

$\delta = 2,0$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$

$2,0 \times 10 = 20$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $20 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 2         |
| 1   | 0,0904          | 2         |
| 2   | 0,0857          | 2         |
| 3   | 0,0810          | 2         |
| 4   | 0,0762          | 2         |
| 5   | 0,0714          | 1         |
| 6   | 0,0667          | 1         |
| 7   | 0,0619          | 1         |
| 8   | 0,0571          | 1         |
| 9   | 0,0524          | 1         |
| 10  | 0,0476          | 1         |
| 11  | 0,0428          | 1         |
| 12  | 0,0380          | 1         |
| 13  | 0,0333          | 1         |
| 14  | 0,0286          | 1         |
| 15  | 0,0238          | 0         |
| 16  | 0,0190          | 0         |
| 17  | 0,0142          | 0         |
| 18  | 0,0095          | 0         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 40: Intervalo con densidad 2,0

$\delta = 2,5$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$

$2,5 \times 10 = 25$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $25 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 2         |
| 1   | 0,0904          | 2         |
| 2   | 0,0857          | 2         |
| 3   | 0,0810          | 2         |
| 4   | 0,0762          | 2         |
| 5   | 0,0714          | 2         |
| 6   | 0,0667          | 2         |
| 7   | 0,0619          | 2         |
| 8   | 0,0571          | 1         |
| 9   | 0,0524          | 1         |
| 10  | 0,0476          | 1         |
| 11  | 0,0428          | 1         |
| 12  | 0,0380          | 1         |
| 13  | 0,0333          | 1         |
| 14  | 0,0286          | 1         |
| 15  | 0,0238          | 1         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 0         |
| 18  | 0,0095          | 0         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 41: Intervalos con densidad 2,5

$\delta = 3,0$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$

$3,0 \times 10 = 30$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $30 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 3         |
| 1   | 0,0904          | 3         |
| 2   | 0,0857          | 3         |
| 3   | 0,0810          | 2         |
| 4   | 0,0762          | 2         |
| 5   | 0,0714          | 2         |
| 6   | 0,0667          | 2         |
| 7   | 0,0619          | 2         |
| 8   | 0,0571          | 2         |
| 9   | 0,0524          | 2         |
| 10  | 0,0476          | 1         |
| 11  | 0,0428          | 1         |
| 12  | 0,0380          | 1         |
| 13  | 0,0333          | 1         |
| 14  | 0,0286          | 1         |
| 15  | 0,0238          | 1         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 0         |
| 18  | 0,0095          | 0         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 42: Intervalos con densidad 3,0

$\delta = 3,5$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$

$3,5 \times 10 = 35$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $35 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 3         |
| 1   | 0,0904          | 3         |
| 2   | 0,0857          | 3         |
| 3   | 0,0810          | 3         |
| 4   | 0,0762          | 3         |
| 5   | 0,0714          | 3         |
| 6   | 0,0667          | 2         |
| 7   | 0,0619          | 2         |
| 8   | 0,0571          | 2         |
| 9   | 0,0524          | 2         |
| 10  | 0,0476          | 2         |
| 11  | 0,0428          | 1         |
| 12  | 0,0380          | 1         |
| 13  | 0,0333          | 1         |
| 14  | 0,0286          | 1         |
| 15  | 0,0238          | 1         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 1         |
| 18  | 0,0095          | 0         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 43: Intervalos con densidad 3,5

$\delta = 4,0$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$

$4,0 \times 10 = 40$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $40 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 4         |
| 1   | 0,0904          | 4         |
| 2   | 0,0857          | 3         |
| 3   | 0,0810          | 3         |
| 4   | 0,0762          | 3         |
| 5   | 0,0714          | 3         |
| 6   | 0,0667          | 3         |
| 7   | 0,0619          | 3         |
| 8   | 0,0571          | 2         |
| 9   | 0,0524          | 2         |
| 10  | 0,0476          | 2         |
| 11  | 0,0428          | 2         |
| 12  | 0,0380          | 2         |
| 13  | 0,0333          | 1         |
| 14  | 0,0286          | 1         |
| 15  | 0,0238          | 1         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 0         |
| 18  | 0,0095          | 0         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 44: Intervalos con densidad 4,0

$\delta = 4,5$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$

$4,5 \times 10 = 45$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $45 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 4         |
| 1   | 0,0904          | 4         |
| 2   | 0,0857          | 4         |
| 3   | 0,0810          | 4         |
| 4   | 0,0762          | 3         |
| 5   | 0,0714          | 3         |
| 6   | 0,0667          | 3         |
| 7   | 0,0619          | 3         |
| 8   | 0,0571          | 3         |
| 9   | 0,0524          | 2         |
| 10  | 0,0476          | 2         |
| 11  | 0,0428          | 2         |
| 12  | 0,0380          | 2         |
| 13  | 0,0333          | 2         |
| 14  | 0,0286          | 1         |
| 15  | 0,0238          | 1         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 1         |
| 18  | 0,0095          | 0         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 45: Intervalos con densidad 4,5

4.2.5.2. *Distribución de los intervalos de eventos Dobles.*

$\delta = 5,0$  Glissando/ unidad musical

$a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m} + 1 = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20 ; f(j)dj = 0$

$5,0 \times 10 = 50$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $50 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 5         |
| 1   | 0,0904          | 5         |
| 2   | 0,0857          | 4         |
| 3   | 0,0810          | 4         |
| 4   | 0,0762          | 4         |
| 5   | 0,0714          | 4         |
| 6   | 0,0667          | 3         |
| 7   | 0,0619          | 3         |
| 8   | 0,0571          | 3         |
| 9   | 0,0524          | 3         |
| 10  | 0,0476          | 2         |
| 11  | 0,0428          | 2         |
| 12  | 0,0380          | 2         |
| 13  | 0,0333          | 2         |
| 14  | 0,0286          | 1         |
| 15  | 0,0238          | 1         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 1         |
| 18  | 0,0095          | 0         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 46: Intervalos con densidad 5,0

$\delta = 5,5$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$

$5,5 \times 10 = 55$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $55P(j)$ |
|-----|-----------------|----------|
| 0   | 0,0952          | 5        |
| 1   | 0,0904          | 5        |
| 2   | 0,0857          | 5        |
| 3   | 0,0810          | 5        |
| 4   | 0,0762          | 4        |
| 5   | 0,0714          | 4        |
| 6   | 0,0667          | 4        |
| 7   | 0,0619          | 3        |
| 8   | 0,0571          | 3        |
| 9   | 0,0524          | 3        |
| 10  | 0,0476          | 3        |
| 11  | 0,0428          | 2        |
| 12  | 0,0380          | 2        |
| 13  | 0,0333          | 2        |
| 14  | 0,0286          | 2        |
| 15  | 0,0238          | 1        |
| 16  | 0,0190          | 1        |
| 17  | 0,0142          | 1        |
| 18  | 0,0095          | 0        |
| 19  | 0,0048          | 0        |
| 20  | 0               | 0        |

Tabla 47: Intervalos con densidad 5,5

$\delta = 6,0$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos  
 Se toma a  $a = 20$   
 $dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$   
 Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$   
 $6,0 \times 10 = 60$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $60 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 6         |
| 1   | 0,0904          | 5         |
| 2   | 0,0857          | 5         |
| 3   | 0,0810          | 5         |
| 4   | 0,0762          | 5         |
| 5   | 0,0714          | 4         |
| 6   | 0,0667          | 4         |
| 7   | 0,0619          | 4         |
| 8   | 0,0571          | 3         |
| 9   | 0,0524          | 3         |
| 10  | 0,0476          | 3         |
| 11  | 0,0428          | 3         |
| 12  | 0,0380          | 2         |
| 13  | 0,0333          | 2         |
| 14  | 0,0286          | 2         |
| 15  | 0,0238          | 1         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 1         |
| 18  | 0,0095          | 1         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 48: Intervalos con densidad 6,0

$\delta = 6,5$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos  
 Se toma a  $a = 20$   
 $dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$   
 Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$   
 $6,5 \times 10 = 65$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $65 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 6         |
| 1   | 0,0904          | 6         |
| 2   | 0,0857          | 6         |
| 3   | 0,0810          | 5         |
| 4   | 0,0762          | 5         |
| 5   | 0,0714          | 5         |
| 6   | 0,0667          | 4         |
| 7   | 0,0619          | 4         |
| 8   | 0,0571          | 4         |
| 9   | 0,0524          | 3         |
| 10  | 0,0476          | 3         |
| 11  | 0,0428          | 3         |
| 12  | 0,0380          | 3         |
| 13  | 0,0333          | 2         |
| 14  | 0,0286          | 2         |
| 15  | 0,0238          | 1         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 1         |
| 18  | 0,0095          | 1         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 49: Intervalos con densidad 6,5

$\delta = 7,0$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos  
 Se toma a  $a = 20$   
 $dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$   
 Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$   
 $7,0 \times 10 = 70$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $70 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 7         |
| 1   | 0,0904          | 6         |
| 2   | 0,0857          | 6         |
| 3   | 0,0810          | 6         |
| 4   | 0,0762          | 5         |
| 5   | 0,0714          | 5         |
| 6   | 0,0667          | 5         |
| 7   | 0,0619          | 4         |
| 8   | 0,0571          | 4         |
| 9   | 0,0524          | 4         |
| 10  | 0,0476          | 3         |
| 11  | 0,0428          | 3         |
| 12  | 0,0380          | 3         |
| 13  | 0,0333          | 2         |
| 14  | 0,0286          | 2         |
| 15  | 0,0238          | 2         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 1         |
| 18  | 0,0095          | 1         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 50: Intervalos con densidad 7,0

4.2.5.3. *Distribución de los intervalos de eventos Triples*

$\delta = 8,0$  Glissando/ unidad musical

$a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m+1} = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$

$8,0 \times 10 = 80$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $80 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 8         |
| 1   | 0,0904          | 7         |
| 2   | 0,0857          | 7         |
| 3   | 0,0810          | 7         |
| 4   | 0,0762          | 6         |
| 5   | 0,0714          | 6         |
| 6   | 0,0667          | 5         |
| 7   | 0,0619          | 5         |
| 8   | 0,0571          | 5         |
| 9   | 0,0524          | 4         |
| 10  | 0,0476          | 4         |
| 11  | 0,0428          | 3         |
| 12  | 0,0380          | 3         |
| 13  | 0,0333          | 3         |
| 14  | 0,0286          | 2         |
| 15  | 0,0238          | 2         |
| 16  | 0,0190          | 1         |
| 17  | 0,0142          | 1         |
| 18  | 0,0095          | 1         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 51: Intervalos con densidad 8,0

$\delta = 9,0$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos

Se toma a  $a = 20$

$dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m+1} = 0,952$

Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20 ; f(j)dj = 0$

$9,0 \times 10 = 90$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $90 P(j)$ |
|-----|-----------------|-----------|
| 0   | 0,0952          | 9         |
| 1   | 0,0904          | 8         |
| 2   | 0,0857          | 8         |
| 3   | 0,0810          | 7         |
| 4   | 0,0762          | 7         |
| 5   | 0,0714          | 6         |
| 6   | 0,0667          | 6         |
| 7   | 0,0619          | 6         |
| 8   | 0,0571          | 5         |
| 9   | 0,0524          | 5         |
| 10  | 0,0476          | 4         |
| 11  | 0,0428          | 4         |
| 12  | 0,0380          | 3         |
| 13  | 0,0333          | 3         |
| 14  | 0,0286          | 3         |
| 15  | 0,0238          | 2         |
| 16  | 0,0190          | 2         |
| 17  | 0,0142          | 1         |
| 18  | 0,0095          | 1         |
| 19  | 0,0048          | 0         |
| 20  | 0               | 0         |

Tabla 52: Intervalos con densidad 9, 0

$\delta = 10,0$  Glissando/ unidad musical  
 $a = 80$  Semitonos o 20 veces la unidad arbitraria 4 semitonos  
 Se toma a  $a = 20$   
 $dj$  Será una constante  $dj = \frac{a}{m + 1} = 0,952$   
 Para  $j = 0 ; f(j)dj = 0,095$  y  $j = 20; f(j)dj = 0$   
 $10,0 \times 10 = 100$  glissando/ celda

| $j$ | $f(j)dj = P(j)$ | $100 P(j)$ |
|-----|-----------------|------------|
| 0   | 0,0952          | 9          |
| 1   | 0,0904          | 9          |
| 2   | 0,0857          | 9          |
| 3   | 0,0810          | 8          |
| 4   | 0,0762          | 8          |
| 5   | 0,0714          | 7          |
| 6   | 0,0667          | 7          |
| 7   | 0,0619          | 6          |
| 8   | 0,0571          | 6          |
| 9   | 0,0524          | 5          |
| 10  | 0,0476          | 5          |
| 11  | 0,0428          | 4          |
| 12  | 0,0380          | 4          |
| 13  | 0,0333          | 3          |
| 14  | 0,0286          | 3          |
| 15  | 0,0238          | 2          |
| 16  | 0,0190          | 2          |
| 17  | 0,0142          | 1          |
| 18  | 0,0095          | 1          |
| 19  | 0,0048          | 1          |
| 20  | 0               | 0          |

Tabla 53: Intervalos con densidad 10,0

Para la distribución de los intervalos se utilizó la escala de blues; según la densidad se seleccionaron sonidos del 1 a 20 a partir del do3 al do7.

#### 4.2.6. Matriz de Sonidos

En base a los resultados obtenidos se construye la matriz de composición donde se refleja la distribución de los eventos y la densidad de sonidos; su construcción y distribución se hace a gusto del creador dando la opción de intercambiar columnas y filas a gusto y de acuerdo a los intereses de la composición. La matriz obtenida es la siguiente:

*Tabla 54: Matriz de Composición*

|     | 1   | 2   | 6   | 3   | 4   | 5 | 7   | 8 | 11 | 13  | 9   | 10  | 12  | 14 | 15 | 18  | 19  | 17  | 16  | 20 | 24  | 21 | 23  | 22  | 26  | 27  | 25  | 28  |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|-----|---|----|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| I   | 3,0 | 2,0 | 1,5 |     | 5,5 |   | 7   |   |    | 2,5 | 2,5 |     | 2,0 |    | 6  | 2,5 | 6,5 |     |     |    |     |    |     | 3,0 |     | 3,5 | 4,5 | 4,0 |     |
| II  |     | 4,0 | 3,0 |     | 3,0 |   |     |   |    |     | 2,5 | 3,0 | 3,5 |    |    |     | 3,5 | 3,5 | 2,0 |    |     |    | 2,0 | 4,5 | 3,5 |     | 4,0 | 4,0 |     |
| III |     |     | 6   | 3,0 | 9   |   |     |   |    | 6,5 | 5,5 | 1,5 |     |    |    |     |     |     | 3,0 |    | 3,0 | 7  | 2,5 |     | 6   | 3,0 |     | 4,5 |     |
| IV  |     |     |     | 2,0 |     |   |     |   | 8  | 5,5 |     |     |     |    |    | 2,5 | 5,0 |     | 10  |    |     |    | 2,0 |     | 2,5 | 3,5 | 3,5 |     | 4,0 |
| V   |     |     |     | 3,5 | 5,0 | 6 | 2,5 |   |    |     |     | 1,5 |     |    |    | 2,5 |     |     |     |    |     |    |     | 6,5 | 3,0 | 3,5 |     |     | 4,0 |

 Ningún Evento

 Evento Simple

 Evento Doble

 Evento Triple

La composición obtenida siguiendo los parámetros probabilísticos establecidos es la siguiente:

# Manía

## Al estilo Achorriopsis

Stephania Rubiano Acosta

The musical score is presented in a standard orchestral layout. It begins with a 3/8 time signature and a key signature of one sharp (F#). The flute part is the most active, featuring a melodic line with various ornaments (trills, grace notes) and articulations (accents, slurs). The woodwind section includes parts for Contralto Clarinet, Clarinet in A, Oboe, Bassoon, and Contrabassoon. The string section consists of Violin, Cello, and Contrabass. The percussion section includes Marimba, Timbales, and Claves. The brass section includes Trumpet in C, Trombone, and Baritone (T.C.). The score is divided into measures, with some measures containing complex rhythmic patterns and ornaments.

*Ilustración 55. Composición musical Manía*

2

# Manía

Fl.

C. Alt. Cl.

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

Vln.

Ve.

Cb.

Mrb.

Timb.

Clv.

C Tpt.

Tbn.

Bar.



Manía

3

12

Fl.

C. Alt. Cl.

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

12

Vln.

Vc.

Cb.

12

Mrb.

12

Timb.

12

Clv.

12

C Tpt.

Tbn.

Bar.

Manía

Musical score for the piece "Manía", measures 17-21. The score is arranged for a large ensemble. The instruments and their parts are as follows:

- Fl. (Flute):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4. Part 19: Rest. Part 20: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4. Part 21: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4.
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4. Part 20: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4. Part 21: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4.
- A. Cl. (Clarinet in Bb):** Measures 17-21. Part 17: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3. Part 18: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3. Part 19: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3. Part 20: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3. Part 21: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3.
- Ob. (Oboe):** Measures 17-21. Part 17: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4. Part 18: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4. Part 19: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4. Part 20: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4. Part 21: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4.
- Bsn. (Bassoon):** Measures 17-21. Part 17: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3. Part 18: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3. Part 19: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3. Part 20: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3. Part 21: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3.
- C. Bn. (Contrabass):** Measures 17-21. Part 17: Quarter note G2, eighth notes A2, B2, A2, G2. Part 18: Quarter note G2, eighth notes A2, B2, A2, G2. Part 19: Quarter note G2, eighth notes A2, B2, A2, G2. Part 20: Quarter note G2, eighth notes A2, B2, A2, G2. Part 21: Quarter note G2, eighth notes A2, B2, A2, G2.
- Vln. (Violin):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Rest. Part 20: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4. Part 21: Quarter note G4, eighth notes A4, B4, A4, G4.
- Vc. (Viola):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Rest. Part 20: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3. Part 21: Quarter note G3, eighth notes A3, B3, A3, G3.
- Cb. (Cello):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Rest. Part 20: Quarter note G2, eighth notes A2, B2, A2, G2. Part 21: Quarter note G2, eighth notes A2, B2, A2, G2.
- Mrb. (Maracas):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Rest. Part 20: Rest. Part 21: Rest.
- Timb. (Timpani):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Rest. Part 20: Rest. Part 21: Rest.
- Clv. (Clavichord):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Rest. Part 20: Rest. Part 21: Rest.
- C Tpt. (Trumpet in C):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Rest. Part 20: Rest. Part 21: Rest.
- Tbn. (Trombone):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Rest. Part 20: Rest. Part 21: Rest.
- Bar. (Baritone):** Measures 17-21. Part 17: Rest. Part 18: Rest. Part 19: Rest. Part 20: Rest. Part 21: Rest.

Manía

5

Musical score for the piece "Manía", page 5, measures 22-25. The score is arranged for a full orchestra and includes the following parts:

- Fl. (Flute)
- C. Alt. Cl. (C. Alto Clarinet)
- ACl. (Alto Clarinet)
- Ob. (Oboe)
- Bsn. (Bassoon)
- C. Bn. (C. Bassoon)
- Vln. (Violin)
- Vc. (Violoncello)
- Cb. (Contrabasso)
- Mrb. (Maracas)
- Timb. (Timpani)
- Clv. (Cymbals)
- C Tpt. (C. Trumpet)
- Tbn. (Tuba)
- Bar. (Baritone)

The score shows measures 22 through 25. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4. The music features various dynamics, including *f* (forte) and *sfz* (sforzando), and includes articulation marks such as accents and slurs. The woodwind and string sections have active parts, while the percussion and brass sections are mostly silent in these measures.

Musical score for the piece "Manía", page 6. The score includes staves for the following instruments: Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score is written in 2/4 time and features various musical notations including dynamics (p, s), articulation (accents), and phrasing slurs. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 2/4. The page number "6" is located at the top left, and the title "Manía" is at the top center.

Manía

7

Musical score for the piece "Manía", page 7, measures 29-33. The score is arranged for a large ensemble. The instruments and their parts are as follows:

- Fl. (Flute):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a half note G4 in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a half note G4 in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- ACl. (Clarinet in Bb):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a half note G4 in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Ob. (Oboe):** Measures 29-33, starting with a quarter note G4 in measure 29, followed by a quarter note F#4 in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Bsn. (Bassoon):** Measures 29-33, starting with a quarter note G4 in measure 29, followed by a quarter note F#4 in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- C. Bn. (Contrabass):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a whole rest in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Vln. (Violin):** Measures 29-33, starting with a quarter note G4 in measure 29, followed by a quarter note F#4 in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Vc. (Viola):** Measures 29-33, starting with a quarter note G4 in measure 29, followed by a quarter note F#4 in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Cb. (Cello):** Measures 29-33, starting with a quarter note G4 in measure 29, followed by a quarter note F#4 in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Mrb. (Maracas):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a whole rest in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Timb. (Timpani):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a whole rest in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Clv. (Conga):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a whole rest in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- C Tpt. (Trumpet in C):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a whole rest in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Tbn. (Trombone):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a whole rest in measure 30, and whole rests in measures 31-33.
- Bar. (Baritone):** Measures 29-33, starting with a whole rest in measure 29, followed by a whole rest in measure 30, and whole rests in measures 31-33.

Musical score for the piece "Manía", page 8, measures 34-37. The score is arranged for a full orchestra and includes the following parts:

- Fl. (Flute)
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A)
- ACl. (Clarinet in Bb)
- Ob. (Oboe)
- Bsn. (Bassoon)
- C. Bn. (Contrabassoon)
- Vln. (Violin)
- Vc. (Viola)
- Cb. (Cello)
- Mrb. (Maracas)
- Timb. (Timpani)
- Clv. (Clavichord)
- C Tpt. (Trumpet in C)
- Tbn. (Trombone)
- Bar. (Baritone)

The score features various musical notations including rests, slurs, and dynamic markings such as *s* (piano) and *f* (forte). The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 3/4. The measures are numbered 34, 35, 36, and 37.

Manía

Musical score for Manía, page 9, measures 38-41. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabass (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tímb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C. Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 38-41 are shown. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4. The score features various musical notations including rests, notes, slurs, and dynamic markings such as *f* and *sfz*. Specific performance techniques like triplets and quintuplets are indicated with '3' and '5' above the notes. The Flute, Clarinet in A, and Clarinet in Bb parts have rests in measures 38-40 and enter in measure 41. The Oboe, Bassoon, and Contrabass parts also have rests in measures 38-40 and enter in measure 41. The Violin, Viola, Cello, and Double Bass parts play throughout. The Maracas part has a rhythmic pattern in measure 38. The Timpani part has a rhythmic pattern in measure 38. The Clavichord part has a rhythmic pattern in measure 38. The Trumpet in C, Trombone, and Baritone parts play throughout.

Musical score for the piece "Manía", page 10, measures 42-44. The score is arranged for a large ensemble. The instruments and their parts are as follows:

- Fl. (Flute):** Measures 42-44, featuring a melodic line with slurs and accents.
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- A. Cl. (Clarinet in Bb):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- Ob. (Oboe):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- Bsn. (Bassoon):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- C. Bn. (Contrabassoon):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- Vln. (Violin):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- Vc. (Viola):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- Cb. (Cello):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- Mrb. (Maracas):** Measures 42-44, playing a rhythmic pattern.
- Timb. (Timpani):** Measures 42-44, playing a rhythmic pattern.
- Clv. (Conga):** Measures 42-44, playing a rhythmic pattern.
- C Tpt. (Trumpet in C):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- Tbn. (Trombone):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.
- Bar. (Baritone):** Measures 42-44, playing a melodic line with slurs and accents.

Manía

Musical score for the piece "Manía", page 11. The score is arranged in a system of staves for various instruments. The instruments listed are Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Timb.), Conga (Clv.), Trumpet in C (C. Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score begins at measure 45. The key signature is one flat (Bb) and the time signature is 4/4. The music features complex rhythmic patterns, including triplets and sixteenth-note runs, with dynamic markings such as *s* (sforzando) and *sfz* (sforzando). The Flute part has a melodic line with slurs and accents. The Clarinet parts have rhythmic accompaniment. The Oboe and Bassoon parts have melodic lines with slurs. The Violin, Viola, and Cello parts have rhythmic accompaniment. The Trumpet, Trombone, and Baritone parts have melodic lines with slurs and accents. The Maracas, Timpani, and Conga parts are marked with a double bar line and a vertical line, indicating they are not played in this section.

This musical score page, numbered 12, is for the piece "Manía". It features a variety of instruments including woodwinds, strings, and brass. The woodwind section includes Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), and Contrabassoon (C. Bn.). The string section consists of Violin (Vln.), Viola (Vc.), and Cello (Cb.). The brass section includes Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The percussion section includes Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), and Cymbals (Clv.). The score is written in a key signature of one sharp (F#) and a common time signature (C). It begins at measure 48. The woodwinds and strings play melodic lines with accents and slurs, while the brass and percussion provide harmonic support. The Baritone part has a prominent melodic line with slurs and accents.

Manía

13

Fl.

C. Alt. Cl.

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

Vln.

Vc.

Cb.

Mrb.

Timb.

Clv.

C. Tpt.

Tbn.

Bar.



Manía

15

61

Fl.

C. Alt. Cl.

61

ACL.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

61

Vln.

Vc.

Cb.

61

Mrb.

61

Timb.

61

Clv.

61

C. Tpt.

Tbn.

Bar.

Detailed description: This page of a musical score, titled 'Manía', is page 15. It features a multi-staff arrangement for various instruments. The top section includes Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (ACL.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), and Contrabassoon (C. Bn.). The middle section includes Violin (Vln.), Viola (Vc.), and Cello (Cb.). The bottom section includes Marimba (Mrb.), Timpani (Timb.), Conga (Clv.), Trumpet in C (C. Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score is marked with a first ending bracket (61) and contains several measures with complex rhythmic patterns, including triplets and quintuplets. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 3/4. The Flute part has a melodic line with triplets and quintuplets. The Clarinet in A part has a rhythmic pattern with quintuplets. The Clarinet in Bb part has a rhythmic pattern with quintuplets. The Trumpet in C part has a melodic line with a quintuplet. The Trombone part has a rhythmic pattern with triplets. The Baritone part has a rhythmic pattern with quintuplets.

Manía

61

Fl.

C. Alt. Cl.

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

Vln.

Vc.

Cb.

Mrb.

Timb.

Clv.

C Tpt.

Tbn.

Bar.

Manía

17

Musical score for Manía, page 17, measures 67-70. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 67-70 show the following parts:

- Fl.:** Melodic line with slurs and accents. Measure 67:  $\text{Bb}^4$  quarter,  $\text{A}^4$  quarter,  $\text{G}^4$  quarter,  $\text{F}^4$  quarter. Measure 68:  $\text{E}^4$  quarter,  $\text{D}^4$  quarter,  $\text{C}^4$  quarter,  $\text{B}^3$  quarter. Measure 69:  $\text{A}^3$  quarter,  $\text{G}^3$  quarter,  $\text{F}^3$  quarter,  $\text{E}^3$  quarter. Measure 70:  $\text{D}^3$  quarter,  $\text{C}^3$  quarter,  $\text{B}^2$  quarter,  $\text{A}^2$  quarter.
- C. Alt. Cl.:** Melodic line with slurs and accents. Measure 67:  $\text{C}^5$  quarter,  $\text{B}^4$  quarter,  $\text{A}^4$  quarter,  $\text{G}^4$  quarter. Measure 68:  $\text{F}^4$  quarter,  $\text{E}^4$  quarter,  $\text{D}^4$  quarter,  $\text{C}^4$  quarter. Measure 69:  $\text{B}^3$  quarter,  $\text{A}^3$  quarter,  $\text{G}^3$  quarter,  $\text{F}^3$  quarter. Measure 70:  $\text{E}^3$  quarter,  $\text{D}^3$  quarter,  $\text{C}^3$  quarter,  $\text{B}^2$  quarter.
- A. Cl.:** Melodic line with slurs and accents. Measure 67:  $\text{Bb}^4$  quarter,  $\text{A}^4$  quarter,  $\text{G}^4$  quarter,  $\text{F}^4$  quarter. Measure 68:  $\text{E}^4$  quarter,  $\text{D}^4$  quarter,  $\text{C}^4$  quarter,  $\text{Bb}^3$  quarter. Measure 69:  $\text{A}^3$  quarter,  $\text{G}^3$  quarter,  $\text{F}^3$  quarter,  $\text{E}^3$  quarter. Measure 70:  $\text{D}^3$  quarter,  $\text{C}^3$  quarter,  $\text{Bb}^2$  quarter,  $\text{A}^2$  quarter.
- Ob., Bsn., C. Bn., Vln., Vc., Cb., Mrb., Tmb., Clv.:** All parts are silent (indicated by a horizontal line) in measures 67-70.
- C Tpt.:** Melodic line with slurs and accents. Measure 67:  $\text{Bb}^4$  quarter,  $\text{A}^4$  quarter,  $\text{G}^4$  quarter,  $\text{F}^4$  quarter. Measure 68:  $\text{E}^4$  quarter,  $\text{D}^4$  quarter,  $\text{C}^4$  quarter,  $\text{Bb}^3$  quarter. Measure 69:  $\text{A}^3$  quarter,  $\text{G}^3$  quarter,  $\text{F}^3$  quarter,  $\text{E}^3$  quarter. Measure 70:  $\text{D}^3$  quarter,  $\text{C}^3$  quarter,  $\text{Bb}^2$  quarter,  $\text{A}^2$  quarter.
- Tbn.:** Melodic line with slurs and accents. Measure 67:  $\text{Bb}^4$  quarter,  $\text{A}^4$  quarter,  $\text{G}^4$  quarter,  $\text{F}^4$  quarter. Measure 68:  $\text{E}^4$  quarter,  $\text{D}^4$  quarter,  $\text{C}^4$  quarter,  $\text{Bb}^3$  quarter. Measure 69:  $\text{A}^3$  quarter,  $\text{G}^3$  quarter,  $\text{F}^3$  quarter,  $\text{E}^3$  quarter. Measure 70:  $\text{D}^3$  quarter,  $\text{C}^3$  quarter,  $\text{Bb}^2$  quarter,  $\text{A}^2$  quarter.
- Bar.:** Melodic line with slurs and accents. Measure 67:  $\text{Bb}^4$  quarter,  $\text{A}^4$  quarter,  $\text{G}^4$  quarter,  $\text{F}^4$  quarter. Measure 68:  $\text{E}^4$  quarter,  $\text{D}^4$  quarter,  $\text{C}^4$  quarter,  $\text{Bb}^3$  quarter. Measure 69:  $\text{A}^3$  quarter,  $\text{G}^3$  quarter,  $\text{F}^3$  quarter,  $\text{E}^3$  quarter. Measure 70:  $\text{D}^3$  quarter,  $\text{C}^3$  quarter,  $\text{Bb}^2$  quarter,  $\text{A}^2$  quarter.

Musical score for the piece "Manía", page 18, measures 70-73. The score is arranged in a standard orchestral format with the following parts:

- Fl. (Flute): Measures 70-73, starting with a melodic line in G major.
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A): Measures 70-73, playing a rhythmic accompaniment.
- A. Cl. (Clarinet in Bb): Measures 70-73, playing a rhythmic accompaniment.
- Ob. (Oboe): Measures 70-73, rests.
- Bsn. (Bassoon): Measures 70-73, rests.
- C. Bn. (Contrabassoon): Measures 70-73, rests.
- Vln. (Violin): Measures 70-73, rests.
- Ve. (Viola): Measures 70-73, rests.
- Cb. (Cello): Measures 70-73, rests.
- Mrb. (Maracas): Measures 70-73, rests.
- Timb. (Timbales): Measures 70-73, playing a complex rhythmic pattern with accents.
- Clv. (Congas): Measures 70-73, playing a rhythmic pattern.
- C Tpt. (Trumpet): Measures 70-73, rests.
- Tbn. (Trombone): Measures 70-73, rests.
- Bar. (Baritone): Measures 70-73, rests.

Manía

19

74

Fl.

C. Alt. Cl.

74

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

74

Vln.

Ve.

Cb.

74

Mrb.

74

Timb.

74

Clv.

74

C Tpt.

Tbn.

Bar.

Detailed description: This page of a musical score, titled 'Manía', contains measures 74 through 77. The score is arranged in a standard orchestral format with multiple staves. The woodwind section includes Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), and Contrabassoon (C. Bn.). The string section includes Violin (Vln.), Viola (Ve.), Cello (Cb.), and Double Bass. The percussion section includes Maracas (Mrb.), Timbales (Timb.), Clavichord (Clv.), Trumpet (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). Measures 74-77 show various musical activities: measures 74 and 75 are mostly rests for most instruments, while the Maracas and Clavichord have rhythmic patterns. Measures 76 and 77 show more active parts, particularly for the Maracas and Clavichord, with some melodic lines in the woodwinds and strings.

Fl.

C. Alt. Cl.

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

Vln.

Vc.

Cb.

Mrb.

Timb.

Clv.

C Tpt.

Tbn.

Bar.

Manía

The musical score for "Manía" on page 21 features the following instruments and parts:

- Fl. (Flute):** Treble clef, starting with a rest, followed by a melodic line with slurs and accents.
- C. Alt. Cl. (Alto Clarinet):** Treble clef, key signature of one sharp (F#), mostly rests.
- A. Cl. (Alto Clarinet):** Treble clef, key signature of two flats (Bb, Eb), mostly rests.
- Ob. (Oboe):** Treble clef, mostly rests.
- Bsn. (Bassoon):** Bass clef, mostly rests.
- C. Bn. (Contrabassoon):** Bass clef, mostly rests.
- Vln. (Violin):** Treble clef, melodic line with slurs and accents.
- Vc. (Viola):** Bass clef, melodic line with slurs and accents.
- Cb. (Cello):** Bass clef, melodic line with slurs and accents.
- Mrb. (Maracas):** Treble and bass clefs, rhythmic accompaniment with slurs.
- Timb. (Timpani):** Percussion clef, rhythmic accompaniment with slurs.
- Clv. (Clavichord):** Percussion clef, mostly rests.
- C Tpt. (Trumpet):** Treble clef, mostly rests.
- Tbn. (Trombone):** Bass clef, mostly rests.
- Bar. (Baritone):** Treble clef, key signature of one sharp (F#), mostly rests.

This musical score page, numbered 22, is titled "Manía". It features a variety of instruments: Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Bassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tímb.), Clavichord (Clv.), Trumpet (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score is written in 3/4 time with a key signature of one sharp (F#). The music is marked with a dynamic of *sfz* (sforzando) and includes several triplet markings. The Flute part begins with a triplet of eighth notes. The Clarinet in A part has a triplet of eighth notes. The Clarinet in Bb part has a triplet of eighth notes. The Violin part has a triplet of eighth notes. The Viola part has a triplet of eighth notes. The Cello part has a triplet of eighth notes. The Maracas part has a triplet of eighth notes. The Timpani part has a triplet of eighth notes. The Clavichord part has a triplet of eighth notes. The Trumpet part has a triplet of eighth notes. The Trombone part has a triplet of eighth notes. The Baritone part has a triplet of eighth notes.

# Manía

23

Musical score for the piece "Manía", page 23, measures 58-60. The score is arranged for a full orchestra and includes the following parts:

- Fl. (Flute)
- C. Alt. Cl. (C. Alto Clarinet)
- A. Cl. (Alto Clarinet)
- Ob. (Oboe)
- Bsn. (Bassoon)
- C. Bn. (C. Bassoon)
- Vln. (Violin)
- Vc. (Viola)
- Cb. (Cello)
- Mrb. (Maracas)
- Timb. (Timpani)
- Clv. (Cymbals)
- C. Tpt. (C. Trumpet)
- Tbn. (Tuba)
- Bar. (Baritone)

The score is written in 3/4 time and features a key signature of one sharp (F#). The music is characterized by a driving, rhythmic pattern in the lower strings and woodwinds, with a melodic line in the flute and alto clarinet. The score includes various musical notations such as slurs, accents, and dynamic markings (e.g., *s* for *sfz*).

This musical score page, numbered 24, is titled "Manía". It features a variety of instruments: Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Bassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tímb.), Clavichord (Clv.), Trumpet (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score is written in a key signature of one sharp (F#) and a common time signature. It includes dynamic markings such as *91* and *s*, and contains complex rhythmic patterns with slurs and accents. The notation is arranged in a standard orchestral layout with staves for each instrument.

Manía

Musical score for Manía, page 25, measures 95-100. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabass (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score features various musical notations including triplets, slurs, and dynamic markings.

95

Fl.

C. Alt. Cl.

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

Vln.

Vc.

Cb.

Mrb.

Tmb.

Clv.

C Tpt.

Tbn.

Bar.

This musical score page, numbered 26, is titled "Manía". It features a full orchestral arrangement with the following instruments and parts:

- Fl. (Flute):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp* and a *s* (sforzando) accent.
- C. Alt. Cl. (Alto Clarinet):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp*.
- A. Cl. (Alto Clarinet):** Part 2, starting with a dynamic marking of *pp* and a *s* (sforzando) accent.
- Ob. (Oboe):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp* and a *s* (sforzando) accent.
- Bsn. (Bassoon):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp* and a *s* (sforzando) accent.
- C. Bn. (Bass Clarinet):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp* and a *s* (sforzando) accent.
- Vln. (Violin):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp* and a *s* (sforzando) accent.
- Vc. (Viola):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp* and a *s* (sforzando) accent.
- Cb. (Cello):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp* and a *s* (sforzando) accent.
- Mrb. (Maracas):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp*.
- Timb. (Timpani):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp*.
- Clv. (Cymbals):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp*.
- C Tpt. (Trumpet):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp*.
- Tbn. (Trombone):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp*.
- Bar. (Baritone):** Part 1, starting with a dynamic marking of *pp*.

The score includes various musical notations such as slurs, accents, and dynamic markings. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4.

Manía

27

Musical score for Manía, page 27, measures 101-106. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 101-106 are shown. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4. The score includes various musical notations such as rests, notes, slurs, and dynamic markings (e.g., *s* for *sfz*).

Instrument parts shown include:

- Fl. (Flute)
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A)
- A. Cl. (Clarinet in Bb)
- Ob. (Oboe)
- Bsn. (Bassoon)
- C. Bn. (Contrabassoon)
- Vln. (Violin)
- Vc. (Viola)
- Cb. (Cello)
- Mrb. (Maracas)
- Tmb. (Timpani)
- Clv. (Clavichord)
- C Tpt. (Trumpet in C)
- Tbn. (Trombone)
- Bar. (Baritone)

Manía

The musical score for 'Manía' is arranged in a standard orchestral format. It begins with a dynamic marking of *ff* (fortissimo) at the top of the first staff. The score is divided into two systems. The first system includes the Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), and Contrabassoon (C. Bn.). The second system includes the Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), and a Percussion section consisting of a Maraca (Mrb.), Timbale (Tímb.), Clavichord (Clv.), and a set of three mallets for Cymbal, Trumpet, and Trombone (C Tpt., Tbn., Bar.). The Flute, Clarinet in A, Oboe, and Bassoon parts feature melodic lines with slurs and accents. The Viola and Cello parts provide harmonic support with sustained notes. The Percussion section is mostly silent, with only the Maraca and Clavichord showing some activity.

Manía

Musical score for the piece "Manía", page 29, measures 116-119. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 116-119 are marked with a rehearsal sign (116). The Flute part has a melodic line starting in measure 118. The Clarinet in Bb part has a melodic line starting in measure 116. The Bassoon and Contrabassoon parts have melodic lines starting in measure 116. The Oboe part has a melodic line starting in measure 116. The Violin, Viola, Cello, and Cb. parts are silent. The Maracas, Timpani, Clavichord, Trumpet in C, Trombone, and Baritone parts are silent.

This musical score page, numbered 30, is titled "Manía". It features a variety of instruments: Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score is divided into measures, with a double bar line indicating a section change. The Flute part includes a measure with a triplet of eighth notes and a measure with a quintuplet of eighth notes. The Clarinet in A part has a triplet of eighth notes. The Clarinet in Bb part has a quintuplet of eighth notes. The Bassoon part has a long note with a slur. The Contrabassoon part has a quintuplet of eighth notes. The Trumpet in C part has a quintuplet of eighth notes. The Trombone part has a triplet of eighth notes. The Baritone part has a triplet of eighth notes. The page number 137 is located at the bottom center.

Manía

Musical score for the piece "Manía", page 31, measures 125-128. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tímb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 3/4. The score shows various musical notations including slurs, accents, and dynamic markings such as *f* and *sfz*. The Flute part has a melodic line with slurs and accents. The Clarinet in A part has a melodic line with slurs and accents. The Clarinet in Bb part has a melodic line with slurs and accents. The Trumpet in C part has a melodic line with slurs and accents. The Trombone part has a melodic line with slurs and accents. The Baritone part has a melodic line with slurs and accents. The other instruments are mostly silent, indicated by a dash in the staff.

Musical score for the piece "Manía", page 32, measures 129-131. The score is arranged for a full orchestra and includes the following parts:

- Fl. (Flute)
- C. Alt. Cl. (C. Alto Clarinet)
- A. Cl. (Alto Clarinet)
- Ob. (Oboe)
- Bsn. (Bassoon)
- C. Bn. (C. Bassoon)
- Vln. (Violin)
- Vc. (Viola)
- Cb. (Cello)
- Mrb. (Maracas)
- Timb. (Timpani)
- Clv. (Cymbals)
- C. Tpt. (C. Trumpet)
- Tbn. (Tuba)
- Bar. (Baritone)

The score shows measures 129, 130, and 131. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 3/4. The Flute part has a melodic line with slurs and accents. The C. Alt. Cl. and A. Cl. parts have rhythmic patterns with slurs and accents. The C. Tpt. and Bar. parts have melodic lines with slurs and accents. The other instruments are marked with a dash, indicating they are silent in these measures.

Manía

33

Musical score for Manía, page 33, measures 132-136. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tímb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 132-136:

- Fl.:** Measure 132: G4, A4, B4, C5. Measure 133: D5, E5, F5, G5. Measure 134: G5, F5, E5, D5. Measure 135: C5, B4, A4, G4. Measure 136: F4, E4, D4, C4.
- C. Alt. Cl.:** Measure 132: G4, A4, B4, C5. Measure 133: D5, E5, F5, G5. Measure 134: G5, F5, E5, D5. Measure 135: C5, B4, A4, G4. Measure 136: F4, E4, D4, C4.
- A. Cl.:** Measure 132: G4, A4, B4, C5. Measure 133: D5, E5, F5, G5. Measure 134: G5, F5, E5, D5. Measure 135: C5, B4, A4, G4. Measure 136: F4, E4, D4, C4.
- Ob.:** Rest.
- Bsn.:** Rest.
- C. Bn.:** Rest.
- Vln.:** Rest.
- Vc.:** Rest.
- Cb.:** Rest.
- Mrb.:** Measure 132-135: Rest. Measure 136: G4, A4.
- Tímb.:** Measure 132-135: Rest. Measure 136: G4, A4, B4, C5.
- Clv.:** Measure 132-135: Rest. Measure 136: G4, A4, B4, C5.
- C Tpt.:** Measure 132: Rest. Measure 133: G4. Measure 134: Rest. Measure 135: Rest. Measure 136: Rest.
- Tbn.:** Measure 132: Rest. Measure 133: G4. Measure 134: Rest. Measure 135: Rest. Measure 136: Rest.
- Bar.:** Measure 132: Rest. Measure 133: G4. Measure 134: Rest. Measure 135: Rest. Measure 136: Rest.

The musical score for "Manía" on page 34 features the following instruments and parts:

- Fl. (Flute):** Measures 137-141, featuring a triplet of eighth notes in measure 137 and a triplet of eighth notes in measure 141.
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A):** Measures 137-141, featuring a triplet of eighth notes in measure 137 and a triplet of eighth notes in measure 141.
- A. Cl. (Clarinet in Bb):** Measures 137-141, featuring a triplet of eighth notes in measure 137 and a triplet of eighth notes in measure 141.
- Ob. (Oboe):** Measures 137-141, showing rests.
- Bsn. (Bassoon):** Measures 137-141, showing rests.
- C. Bn. (Contrabassoon):** Measures 137-141, showing rests.
- Vln. (Violin):** Measures 137-141, showing rests.
- Vc. (Viola):** Measures 137-141, showing rests.
- Cb. (Cello):** Measures 137-141, showing rests.
- Mrb. (Maracas):** Measures 137-141, featuring a triplet of eighth notes in measure 137 and a triplet of eighth notes in measure 141.
- Timb. (Timbales):** Measures 137-141, featuring a triplet of eighth notes in measure 137 and a triplet of eighth notes in measure 141.
- Clv. (Congas):** Measures 137-141, featuring a triplet of eighth notes in measure 137 and a triplet of eighth notes in measure 141.
- C Tpt. (Trumpet in C):** Measures 137-141, showing rests.
- Tbn. (Trombone):** Measures 137-141, showing rests.
- Bar. (Baritone):** Measures 137-141, showing rests.

Manía

35

Musical score for Manía, page 35, measures 142-145. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timbales (Tímb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score features various musical notations including rests, notes, slurs, and dynamic markings such as *s* (sforzando) and *3* (triplets).

Manía

The musical score for "Manía" (measures 145-147) features the following instruments and parts:

- Fl. (Flute):** Measures 145-147 with slurs and accents.
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A):** Measures 145-147 with slurs and accents.
- A. Cl. (Clarinet in Bb):** Measures 145-147 with slurs and accents.
- Ob. (Oboe):** Measures 145-147 with slurs and accents.
- Bsn. (Bassoon):** Measures 145-147 with slurs and accents.
- C. Bn. (Contrabass):** Measures 145-147 with slurs and accents.
- Vln. (Violin):** Measures 145-147, mostly rests.
- Vc. (Viola):** Measures 145-147, mostly rests.
- Cb. (Cello):** Measures 145-147, mostly rests.
- Mrb. (Maracas):** Measures 145-147 with rhythmic patterns and slurs.
- Timb. (Timbales):** Measures 145-147 with rhythmic patterns and slurs.
- Clv. (Clavichord):** Measures 145-147 with rhythmic patterns and slurs.
- C Tpt. (Trumpet in C):** Measures 145-147, mostly rests.
- Tbn. (Trombone):** Measures 145-147, mostly rests.
- Bar. (Baritone):** Measures 145-147, mostly rests.

Manía

37

140

Fl.

C. Alt. Cl.

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

Vln.

Vc.

Cb.

Mrb.

Timb.

Clv.

C Tpt.

Tbn.

Bar.

The musical score for 'Manía' on page 37, measures 140-142, features a complex orchestral arrangement. The woodwind section is active, with the Flute, Clarinet in A, Clarinet in Bb, Bassoon, and Contrabassoon all playing melodic lines. The Clarinet in A and Clarinet in Bb parts include slurs and accents. The Bassoon and Contrabassoon parts feature sustained notes. The string section (Violin, Viola, Cello, and Double Bass) is mostly silent, indicated by rests. The percussion section includes Maracas, Timpani, and Conga, with the Conga playing a rhythmic pattern. The Trumpet in C, Trombone, and Baritone parts are also silent, indicated by rests. The score is written in a key signature of one sharp (F#) and a common time signature (C).

This page of the musical score for "Manía" includes the following parts and measures:

- Fl.** (Flute): Measures 152-156. Part 152 begins with a melodic line.
- C. Alt. Cl.** (C. Alto Clarinet): Measures 152-156. Part 152 begins with a melodic line.
- A. Cl.** (Alto Clarinet): Measures 152-156. Part 152 begins with a melodic line.
- Ob.** (Oboe): Measures 152-156. Part 152 begins with a melodic line.
- Bsn.** (Bassoon): Measures 152-156. Part 152 begins with a melodic line.
- C. Bn.** (C. Bassoon): Measures 152-156. Part 152 begins with a melodic line.
- Vln.** (Violin): Measures 152-156. Part 152 is a whole rest.
- Vc.** (Viola): Measures 152-156. Part 152 is a whole rest.
- Cb.** (Cello): Measures 152-156. Part 152 is a whole rest.
- Mrb.** (Maracas): Measures 152-156. Part 152 begins with a rhythmic pattern.
- Tím.** (Timpani): Measures 152-156. Part 152 begins with a melodic line.
- Clv.** (Cymbals): Measures 152-156. Part 152 is a whole rest.
- C Tpt.** (C. Trumpet): Measures 152-156. Part 152 is a whole rest.
- Tbn.** (Tuba): Measures 152-156. Part 152 is a whole rest.
- Bar.** (Baritone): Measures 152-156. Part 152 is a whole rest.

Manía

Musical score for Manía, page 39, measures 157-162. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabass (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 157-162 are shown. The Flute, Clarinet in A, Clarinet in Bb, Violin, Viola, Cello, Maracas, Timpani, Clavichord, Trumpet in C, Trombone, and Baritone parts are mostly silent (indicated by a horizontal line). The Oboe part has a melodic line starting in measure 158. The Bassoon part has a complex melodic line with slurs and accents starting in measure 157. The Contrabass part has a melodic line starting in measure 158.

Musical score for the piece "Manía", measures 163-165. The score is arranged for a large ensemble. The instruments and their parts are as follows:

- Fl. (Flute):** Rests in all three measures.
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A):** Rests in all three measures.
- A. Cl. (Clarinet in Bb):** Rests in all three measures.
- Ob. (Oboe):** Measure 163: Rest. Measure 164: Quarter note G4, quarter note F4, quarter note E4, quarter note D4, quarter note C4. Measure 165: Rest.
- Bsn. (Bassoon):** Measure 163: Rest. Measure 164: Quarter note Bb3, quarter note A3, quarter note G3, quarter note F3, quarter note E3. Measure 165: Quarter note D3, quarter note C3, quarter note Bb2, quarter note A2, quarter note G2.
- C. Bn. (Contrabassoon):** Measure 163: Quarter note Bb3, quarter note A3, quarter note G3, quarter note F3, quarter note E3. Measure 164: Quarter note D3, quarter note C3, quarter note Bb2, quarter note A2, quarter note G2. Measure 165: Quarter note F2, quarter note E2, quarter note D2, quarter note C2, quarter note Bb1.
- Vln. (Violin):** Measure 163: Quarter note G4, quarter note F4, quarter note E4, quarter note D4, quarter note C4. Measure 164: Quarter note Bb3, quarter note A3, quarter note G3, quarter note F3, quarter note E3. Measure 165: Quarter note D3, quarter note C3, quarter note Bb2, quarter note A2, quarter note G2.
- Vc. (Viola):** Measure 163: Quarter note G4, quarter note F4, quarter note E4, quarter note D4, quarter note C4. Measure 164: Quarter note Bb3, quarter note A3, quarter note G3, quarter note F3, quarter note E3. Measure 165: Quarter note D3, quarter note C3, quarter note Bb2, quarter note A2, quarter note G2.
- Cb. (Cello):** Measure 163: Quarter note G4, quarter note F4, quarter note E4, quarter note D4, quarter note C4. Measure 164: Quarter note Bb3, quarter note A3, quarter note G3, quarter note F3, quarter note E3. Measure 165: Quarter note D3, quarter note C3, quarter note Bb2, quarter note A2, quarter note G2.
- Mrb. (Maracas):** Measure 163: Rest. Measure 164: Rest. Measure 165: Quarter note G4, quarter note F4, quarter note E4, quarter note D4, quarter note C4.
- Timb. (Timbales):** Measure 163: Quarter note G4, quarter note F4, quarter note E4, quarter note D4, quarter note C4. Measure 164: Quarter note Bb3, quarter note A3, quarter note G3, quarter note F3, quarter note E3. Measure 165: Quarter note D3, quarter note C3, quarter note Bb2, quarter note A2, quarter note G2.
- Clv. (Congas):** Measure 163: Rest. Measure 164: Quarter note G4, quarter note F4, quarter note E4, quarter note D4, quarter note C4. Measure 165: Quarter note Bb3, quarter note A3, quarter note G3, quarter note F3, quarter note E3.
- C Tpt. (Trumpet):** Rests in all three measures.
- Tbn. (Trombone):** Rests in all three measures.
- Bar. (Baritone):** Rests in all three measures.



Musical score for the piece "Manía", page 42, measures 169-171. The score is arranged for a full orchestra and includes the following parts:

- Fl. (Flute)
- C. Alt. Cl. (Clarinet in A)
- ACl. (Clarinet in Bb)
- Ob. (Oboe)
- Bsn. (Bassoon)
- C. Bn. (Contrabassoon)
- Vln. (Violin)
- Vc. (Viola)
- Cb. (Cello)
- Mrb. (Maracas)
- Timb. (Timbales)
- Clv. (Clavichord)
- C Tpt. (Trumpet)
- Tbn. (Trombone)
- Bar. (Baritone)

The score features various musical notations including rests, notes, slurs, and dynamic markings such as *s* (piano) and *pp* (pianissimo). The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 3/4. The measures are numbered 169, 170, and 171.

Manía

43

Musical score for Manía, page 43, measures 172-176. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabass (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timbales (Tímb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 172-176 show the following activity:

- Fl.**: Rest.
- C. Alt. Cl.**: Rest.
- A. Cl.**: Rest.
- Ob.**: Note G4, quarter, tied to next measure.
- Bsn.**: Note G2, quarter, tied to next measure.
- C. Bn.**: Note G2, quarter, tied to next measure.
- Vln.**: Measure 172: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 173: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 174: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 175: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 176: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter.
- Vc.**: Measure 172: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 173: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 174: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 175: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 176: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter.
- Cb.**: Measure 172: G2 quarter, A2 quarter, B2 quarter, C3 quarter. Measure 173: G2 quarter, A2 quarter, B2 quarter, C3 quarter. Measure 174: G2 quarter, A2 quarter, B2 quarter, C3 quarter. Measure 175: G2 quarter, A2 quarter, B2 quarter, C3 quarter. Measure 176: G2 quarter, A2 quarter, B2 quarter, C3 quarter.
- Mrb.**: Measure 172: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 173: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 174: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 175: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 176: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter.
- Tímb.**: Measure 172: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 173: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 174: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 175: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 176: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter.
- Clv.**: Measure 172: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 173: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 174: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 175: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter. Measure 176: G4 quarter, A4 quarter, B4 quarter, C5 quarter.
- C Tpt.**: Rest.
- Tbn.**: Rest.
- Bar.**: Rest.

Fl.

C. Alt. Cl.

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

Vln.

Vc.

Cb.

Mrb.

Timb.

Clv.

C Tpt.

Tbn.

Bar.

Manía

45

Fl.

C. Alt. Cl.

A. Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

Vln.

Vc.

Cb.

Mrb.

Timb.

Clv.

C Tpt.

Tbn.

Bar.

Fl.

C. Alt. Cl.

A Cl.

Ob.

Bsn.

C. Bn.

Vln.

Vc.

Cb.

Mrb.

Timb.

Clv.

C Tpt.

Tbn.

Bar.

Manía

47

Musical score for Manía, page 47, measures 191-194. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tímb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score features various musical notations including rests, notes, slurs, and dynamic markings such as *s* (sforzando) and *3* (triplets).

Musical score for Manía, page 48, measures 195-200. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabass (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score features various musical notations including rests, notes, slurs, and dynamic markings such as *f* and *sfz*. Measure numbers 195, 196, 197, 198, 199, and 200 are indicated at the beginning of their respective staves.

Manía

Musical score for Manía, page 49, measures 199-201. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 199-201 are shown. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4. The score features various musical notations including rests, notes, slurs, and dynamic markings (s). The Oboe, Bassoon, and Contrabassoon parts have slurs and accents in measures 200 and 201. The Violin, Viola, and Cello parts have slurs and accents in measures 199 and 200. The Trumpet, Trombone, and Baritone parts have slurs and accents in measures 199 and 200. The Maracas part is silent throughout the measures.

This musical score page, numbered 50, is for the piece "Manía". It features a variety of instruments. The woodwind section includes Flute (Fl.), Clarinet in C (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), and Cor Anglais (C. Bn.). The string section consists of Violin (Vln.), Viola (Ve.), Cello (Cb.), and Double Bass (C. Bn.). Percussion includes Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), and Conga (Clv.). The brass section includes Trumpet (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score is written in a key signature of one sharp (F#) and a common time signature. It contains several measures of music, with dynamic markings such as *s* (sforzando) and *f* (forte) indicating intensity. The notation includes various note values, rests, and articulation marks.

Manía

51

Musical score for the piece "Manía", page 51, measures 206-209. The score is arranged for a full orchestra and includes the following parts:

- Fl. (Flute)
- C. Alt. Cl. (C. Alto Clarinet)
- A. Cl. (Alto Clarinet)
- Ob. (Oboe)
- Bsn. (Bassoon)
- C. Bn. (C. Bassoon)
- Vln. (Violin)
- Vc. (Violoncello)
- Cb. (Contrabasso)
- Mrb. (Maracas)
- Timb. (Timbales)
- Clv. (Clarinete)
- C. Tpt. (C. Trompete)
- Tbn. (Tromboni)
- Bar. (Baritone)

The score features various musical notations including slurs, accents, and dynamic markings such as *s* (sforzando). The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4. The measures are numbered 206, 207, 208, and 209.

This page of the musical score for "Manía" (page 52) features the following instruments and parts:

- Fl. (Flute):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- C. Alt. Cl. (Alto Clarinet):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- A. Cl. (Alto Clarinet):** Part 2, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Ob. (Oboe):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Bsn. (Bassoon):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- C. Bn. (Bass Clarinet):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Vln. (Violin):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Vc. (Viola):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Cb. (Cello):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Mrb. (Maracas):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Timb. (Timpani):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Clv. (Clavichord):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- C Tpt. (Trumpet):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Tbn. (Trombone):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.
- Bar. (Baritone):** Part 1, starting at measure 210. Includes slurs and accents.

Manía

53

Musical score for Manía, page 53, measures 214-216. The score includes parts for Flute (Fl.), Cor Anglais (C. Alt. Cl.), Clarinet (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tím.), Clavichord (Clv.), Trumpet (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 214-216 show the following activity:

- Fl.**: Rest.
- C. Alt. Cl.**: Rest.
- A. Cl.**: Rest.
- Ob.**: Melodic line with triplets and slurs.
- Bsn.**: Bass line with slurs.
- C. Bn.**: Rest.
- Vln.**: Melodic line with triplets and slurs.
- Vc.**: Bass line with triplets and slurs.
- Cb.**: Bass line with triplets and slurs.
- Mrb.**: Rest.
- Tím.**: Percussion line with triplets and slurs.
- Clv.**: Percussion line with a melodic flourish.
- C Tpt.**: Rest.
- Tbn.**: Rest.
- Bar.**: Rest.

This musical score page, numbered 54, is titled "Manía". It features a full orchestral arrangement with the following instruments and parts:

- Fl. (Flute):** Part 1, measures 217-219.
- C. Alt. Cl. (Alto Clarinet):** Part 1, measures 217-219.
- A. Cl. (Alto Clarinet):** Part 2, measures 217-219.
- Ob. (Oboe):** Part 1, measures 217-219.
- Bsn. (Bassoon):** Part 1, measures 217-219.
- C. Bn. (Bass Clarinet):** Part 1, measures 217-219.
- Vln. (Violin):** Part 1, measures 217-219.
- Vc. (Viola):** Part 1, measures 217-219.
- Cb. (Cello):** Part 1, measures 217-219.
- Mrb. (Maracas):** Part 1, measures 217-219.
- Timb. (Timpani):** Part 1, measures 217-219.
- Clv. (Clavichord):** Part 1, measures 217-219.
- C Tpt. (Trumpet):** Part 1, measures 217-219.
- Tbn. (Trombone):** Part 1, measures 217-219.
- Bar. (Baritone):** Part 1, measures 217-219.

The score is written in a key signature of one sharp (F#) and a common time signature (C). It includes various musical notations such as slurs, accents, and dynamic markings (e.g., *s* for *sfz*). The page number 54 is located at the top left, and the title "Manía" is centered at the top.

Manía

55

Musical score for the piece "Manía", page 55, measures 230-232. The score is arranged in a system of 14 staves, grouped into three systems of four staves each. The instruments are: Flute (Fl.), Cor Anglais (C. Alt. Cl.), Clarinet in A (A Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tmb.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The key signature is one sharp (F#) and one flat (Bb). The score includes various musical notations such as rests, notes, slurs, and dynamic markings (e.g., *s* for *sfz*). The measures are numbered 230, 231, and 232 at the beginning of each system.

Musical score for the piece "Manía", page 56. The score is arranged for a full orchestra and includes the following instruments and parts:

- Fl. (Flute):** Part 223, starting with a rest and then playing a melodic line with slurs and accents.
- C. Alt. Cl. (Alto Clarinet):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- A. Cl. (Alto Clarinet):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- Ob. (Oboe):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- Bsn. (Bassoon):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- C. Bn. (Bass Clarinet):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- Vln. (Violin):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- Vc. (Viola):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- Cb. (Cello):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- Mrb. (Maracas):** Part 223, playing a rhythmic pattern.
- Timb. (Timpani):** Part 223, playing a rhythmic pattern with slurs and accents.
- Clv. (Clavichord):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- C Tpt. (Trumpet):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- Tbn. (Trombone):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.
- Bar. (Baritone):** Part 223, playing a melodic line with slurs and accents.

Manía

57

Musical score for Manía, page 57, measures 227-229. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tím.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 227-229 are shown. The Flute part (Fl.) has a melodic line starting with a quarter rest, followed by eighth notes (C4, B3, A3, G3) and sixteenth notes (F#3, E3, D3, C3). The Clarinet in A part (C. Alt. Cl.) has a melodic line starting with a quarter rest, followed by eighth notes (B3, A3, G3, F#3) and sixteenth notes (E3, D3, C3, B2). The Clarinet in Bb part (A. Cl.) has a melodic line starting with a quarter rest, followed by eighth notes (Bb3, Ab3, Gb3, Fb3) and sixteenth notes (Eb3, Db3, Cb3, Bb2). The Violin part (Vln.) has a melodic line starting with a quarter rest, followed by eighth notes (Bb3, Ab3, Gb3, Fb3) and sixteenth notes (Eb3, Db3, Cb3, Bb2). The Viola part (Vc.) has a melodic line starting with a quarter rest, followed by eighth notes (Bb3, Ab3, Gb3, Fb3) and sixteenth notes (Eb3, Db3, Cb3, Bb2). The Cello part (Cb.) has a melodic line starting with a quarter rest, followed by eighth notes (Bb3, Ab3, Gb3, Fb3) and sixteenth notes (Eb3, Db3, Cb3, Bb2). The Maracas part (Mrb.) has a rhythmic pattern of eighth notes (Bb3, Ab3, Gb3, Fb3) and sixteenth notes (Eb3, Db3, Cb3, Bb2). The Timpani part (Tím.) has a rhythmic pattern of eighth notes (Bb3, Ab3, Gb3, Fb3) and sixteenth notes (Eb3, Db3, Cb3, Bb2). The Clavichord part (Clv.) has a rhythmic pattern of eighth notes (Bb3, Ab3, Gb3, Fb3) and sixteenth notes (Eb3, Db3, Cb3, Bb2). The Trumpet in C part (C Tpt.), Trombone part (Tbn.), and Baritone part (Bar.) are silent.

Musical score for Manía, page 58, measures 280-283. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timbales (Tímb.), Congas (Clv.), Trumpet (C. Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.).

Measures 280-283 are shown. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4. The score includes various musical notations such as rests, notes, and slurs. The Flute part has a melodic line starting in measure 280. The Clarinet in A part has a melodic line starting in measure 280. The Clarinet in Bb part has a melodic line starting in measure 280. The Oboe part has a melodic line starting in measure 280. The Bassoon part has a melodic line starting in measure 280. The Contrabassoon part has a melodic line starting in measure 280. The Violin part has a melodic line starting in measure 280. The Viola part has a melodic line starting in measure 280. The Cello part has a melodic line starting in measure 280. The Maracas part has a rhythmic pattern starting in measure 280. The Timbales part has a rhythmic pattern starting in measure 280. The Congas part has a rhythmic pattern starting in measure 280. The Trumpet part has a melodic line starting in measure 280. The Trombone part has a melodic line starting in measure 280. The Baritone part has a melodic line starting in measure 280.

Manía

Musical score for Manía, page 59, measures 235-240. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), and Contrabass (C. Bn.). The woodwind parts feature complex rhythmic patterns and slurs. The string section (Violin, Viola, Cello) and percussion (Maracas, Timpani, Clavichord) are present but have no notation in this section. The brass section (Trumpet, Trombone, Baritone) also has no notation. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4.

This page of the musical score, titled "Manía" and numbered 60, contains the following parts:

- Fl.** (Flute): Part 1, measures 240-245. Includes a triplet in measure 240 and a quintuplet in measure 242.
- C. Alt. Cl.** (Cor Anglais): Part 1, measures 240-245. Includes a triplet in measure 240 and a quintuplet in measure 242.
- A. Cl.** (Alto Clarinet): Part 1, measures 240-245. Includes a triplet in measure 240 and a quintuplet in measure 242.
- Ob.** (Oboe): Part 1, measures 240-245. Includes a triplet in measure 240 and a quintuplet in measure 242.
- Bsn.** (Bassoon): Part 1, measures 240-245. Includes a triplet in measure 240 and a quintuplet in measure 242.
- C. Bn.** (Contrabassoon): Part 1, measures 240-245.
- Vln.** (Violin): Part 1, measures 240-245. (Empty staff)
- Vc.** (Violoncello): Part 1, measures 240-245. (Empty staff)
- Cb.** (Cello): Part 1, measures 240-245. (Empty staff)
- Mrb.** (Maracas): Part 1, measures 240-245. (Empty staff)
- Timb.** (Timpani): Part 1, measures 240-245. Includes a quintuplet in measure 242.
- Clv.** (Cymbals): Part 1, measures 240-245. Includes a quintuplet in measure 242.
- C. Tpt.** (Cornet): Part 1, measures 240-245. Includes a quintuplet in measure 242.
- Tbn.** (Trombone): Part 1, measures 240-245. Includes a quintuplet in measure 242.
- Bar.** (Baritone): Part 1, measures 240-245. (Empty staff)

Manía

Musical score for Manía, page 61, measures 245-248. The score is arranged in a system with 13 staves. The instruments are: Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Timp.), Clavichord (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score features various musical notations including notes, rests, slurs, and dynamic markings such as *s* (piano) and *b* (flat). The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4. The measures are numbered 245, 246, 247, and 248.

Musical score for Manía, page 62, measures 289-292. The score is arranged in a system of 15 staves, each representing a different instrument. The instruments are: Flute (Fl.), Clarinet in A (C. Alt. Cl.), Clarinet in Bb (A. Cl.), Oboe (Ob.), Bassoon (Bsn.), Contrabassoon (C. Bn.), Violin (Vln.), Viola (Vc.), Cello (Cb.), Maracas (Mrb.), Timpani (Tímb.), Clarinet in C (Clv.), Trumpet in C (C Tpt.), Trombone (Tbn.), and Baritone (Bar.). The score is written in 4/4 time and features various musical notations including notes, rests, slurs, and dynamic markings such as 's' (sforzando) and '3' (triplets). The key signature changes from one sharp (F#) to one flat (Bb) between measures 290 and 291. The page number '62' is located at the top left, and the title 'Manía' is centered at the top.

### 4.3. Análisis de las Obras

#### 4.3.1. Obras escritas con Variables Aleatorias Discretas

Para este tipo de composiciones que se basan en juegos de azar se consideran como estudio sus espacios muestrales y funciones de densidad de probabilidad; además del análisis frecuencial de las variables implicadas en cada experimento y una descripción de las transformaciones geométricas aplicadas.

##### 4.3.1.1. Bambuqueando (Juego de Dados)

El experimento inicia con el lanzamiento de un dado. Se define entonces el espacio muestral  $S$  como el conjunto de resultados posibles del experimento:  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$  con 6 puntos muestrales y cuya probabilidad de eventos será de  $p = 1/6$ ; lo que quiere decir, que cada resultado tiene la misma probabilidad de que suceda.

Se realiza un análisis frecuencial de los datos obtenidos al lanzar el dado,  $n = 12$  y cuya variable aleatoria se define como el resultado de lanzamiento:

Tabla 55: Frecuencia de lanzamiento de un dado

| $x_i$    | $f_i$ | $f_i\%$ | $f_A$ | $f_A\%$ | $x_i f_i$ |
|----------|-------|---------|-------|---------|-----------|
| 1        | 2     | 16,67   | 2     | 16,67   | 2         |
| 2        | 0     | 0       | 0     | 0       | 0         |
| 3        | 0     | 0       | 0     | 0       | 0         |
| 4        | 3     | 25      | 5     | 41,67   | 12        |
| 5        | 2     | 16,67   | 7     | 58,33   | 10        |
| 6        | 5     | 41,67   | 12    | 100     | 30        |
| $\Sigma$ | 12    | 100%    |       |         | 54        |

El siguiente gráfico muestra que el resultado con más frecuencia en el lanzamiento del dado fue seis y que no se obtuvo en ningún lanzamiento los eventos dos y tres.

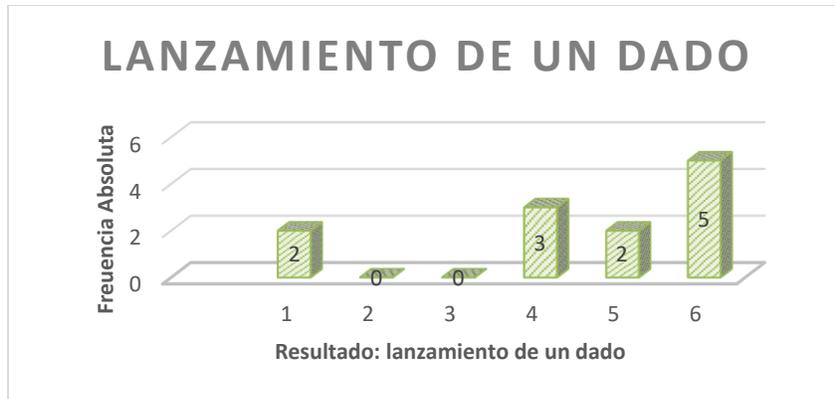


Ilustración 56. Resultado lanzamiento de dados Bambuqueando primera parte.

La recopilación de los datos muestra que la media o promedio del resultado al lanzar el dado es:

$$\bar{x} = \sum_{x_i \in \mathcal{R}} \frac{f_i x_i}{n} = \frac{54}{12} = 4,5$$

Para la segunda parte del experimento se utilizaron dos dados, definiéndose el espacio muestral  $S$  como la adición del lanzamiento de dos dados:

Tabla 56: Espacio muestral suma de resultado de lanzamiento de dos dados

| Resultado del primer dado | Resultado del segundo dado |   |   |    |    |    |
|---------------------------|----------------------------|---|---|----|----|----|
|                           | 1                          | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  |
| 1                         | 2                          | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  |
| 2                         | 3                          | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  |
| 3                         | 4                          | 5 | 6 | 7  | 8  | 9  |
| 4                         | 5                          | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 |
| 5                         | 6                          | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 |
| 6                         | 7                          | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

El espacio muestral del experimento consta de 11 puntos o posibles resultados del 2 al 12 y 36 parejas con las siguientes probabilidades:

$$p(2) = p(12) = \frac{1}{36}, p(3) = p(11) = \frac{2}{36}, p(4) = p(10) = \frac{3}{36}, p(5) = p(9) = \frac{4}{36},$$

$$p(6) = p(8) = \frac{5}{36}, p(7) = \frac{6}{36}.$$

El promedio de lanzamiento asociado a la esperanza matemática al lanzar los dados es 7. Definiendo la variable aleatoria como la suma de los resultados del lanzamiento se presenta el análisis de frecuencias de los datos del experimento realizado:

Tabla 57: Frecuencia lanzamiento de dos dados.

| $x_i$    | $f_i$ | $f_i\%$ | $f_A$ | $f_A\%$ | $x_i f_i$ |
|----------|-------|---------|-------|---------|-----------|
| 2        | 0     | 0       | 0     | 0       | 0         |
| 3        | 1     | 12,5    | 1     | 12,5    | 3         |
| 4        | 0     | 0       | 1     | 12,5    | 0         |
| 5        | 3     | 37,5    | 4     | 50      | 15        |
| 6        | 1     | 12,5    | 5     | 62,5    | 6         |
| 7        | 1     | 12,5    | 6     | 75      | 7         |
| 8        | 0     | 0       | 6     | 75      | 0         |
| 9        | 1     | 12,5    | 7     | 87,5    | 9         |
| 10       | 0     | 0       | 7     | 87,5    | 0         |
| 11       | 0     | 0       | 7     | 87,5    | 0         |
| 12       | 1     | 12,5    | 8     | 100     | 12        |
| $\Sigma$ | 8     | 100%    |       |         | 52        |

El gráfico muestra el resultado con mayor frecuencia y los eventos que no se realizaron:

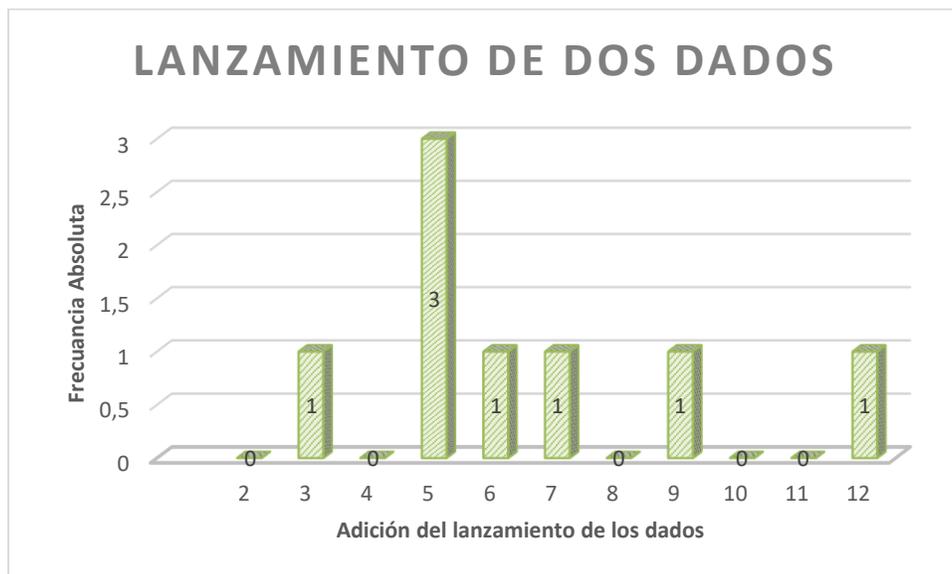


Ilustración 57. Resultado lanzamiento de dados Bambuqueando segunda parte.

La gráfica muestra que el resultado con más frecuencia en el lanzamiento de los dados fue cinco y que no se obtuvieron en ningún lanzamiento los eventos dos, cuatro, ocho, diez y once.

La media aritmética o promedio del experimento es:

$$\bar{x} = \sum_{x_i \in \mathcal{R}} \frac{f_i x_i}{n} = \frac{52}{8} = 6,5$$

La esperanza matemática de los posibles valores que se podía obtener se acerca al promedio de los datos obtenidos al momento de lanzar los dados y anotar sus sumas.

Todos los resultados obtenidos hasta el momento y que fueron introducidos en noción musical se les aplicó algunas transformaciones geométricas entre estas consideramos las más importantes y significativas en la obra:

Los compases 17,18 y 19 son traslaciones del compás 8; se utilizó reflexiones con eje de simetría vertical en los compases 29 y 33 en relación a compases anteriores, otra transformación característica es el compás 27 que es la rotación de  $180^\circ$  del compás anterior, se aplicó homotecia de duración en figuras de negra con puntillo convirtiéndolas en blanca con puntillo a las cuales se les aplicó reflexión con eje de simetría horizontal.

El pequeño fragmento musical obtenido muestra que se puede crear un generador de bambucos a partir de una melodía ya creada, donde la distribución apropiada de ella y la utilización de juegos de azar muestran un bosquejo de la obra que puede ser arreglada con las transformaciones geométricas apropiadas, dependiendo de la creatividad del autor; mostrando así que los objetos matemáticos trabajados funcionan.

#### **4.3.1.2. *Ventura (Juego de la Pirinola)***

El experimento se realizó con cuatro pirinolas asociadas cada una a un espacio muestral, expuesto anteriormente (Pág. 41). Realizando un análisis de frecuencias de cada una de las variables encontramos los siguientes resultados:

I. Variable aleatoria: Resultados de la pirinola notas musicales.

Tabla 58: Frecuencia lanzamiento de la pirinola, notas musicales

| Nota | N  | $f_r$ | $F_r$ | $f_r\%$ |
|------|----|-------|-------|---------|
| Do   | 19 | 0,17  | 0,17  | 17%     |
| Re   | 13 | 0,12  | 0,29  | 12%     |
| Mi   | 18 | 0,16  | 0,45  | 16%     |
| Fa   | 15 | 0,14  | 0,59  | 14%     |
| Sol  | 15 | 0,14  | 0,73  | 14%     |
| La   | 19 | 0,17  | 0,9   | 17%     |
| Si   | 11 | 0,1   | 1     | 10%     |

La tabla muestran la frecuencia absoluta (N) de las notas musicales asociadas a la tercera pirinola; su frecuencia relativa ( $f_r$ ) y relativa acumulada ( $F_r$ ). En ella se observa que las notas que más sonaron en la composición son do y La y la que menos presencia tuvo fue la nota si.

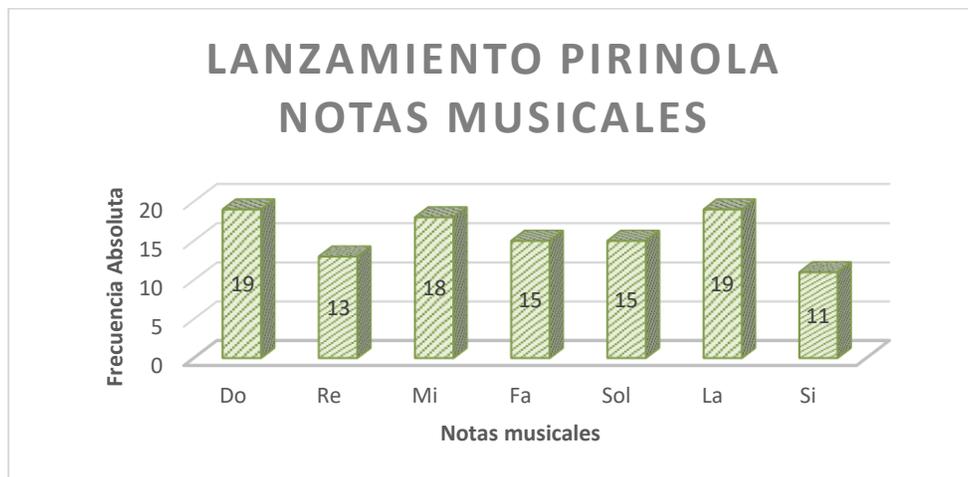


Ilustración 58. Resultado lanzamiento pirinola notas musicales Ventura.

La gráfica de barras muestra que la aparición de las notas en general es muy pareja sin grandes rangos entre ellas.

II. Variable aleatoria: Resultado Pirinola Figuras Musicales.

Tabla 59: Frecuencia pirinola duración de notas musicales

| Figura  | N  | $f_r$ | $F_r$ | $f_r\%$ |
|---|----|-------|-------|---------|
|  | 11 | 0,1   | 0,1   | 10%     |
|  | 21 | 0,19  | 0,29  | 19%     |
|  | 10 | 0,09  | 0,38  | 9%      |
|  | 21 | 0,19  | 0,57  | 19%     |
|  | 26 | 0,24  | 0,81  | 24%     |
|  | 11 | 0,1   | 0,91  | 10%     |
|  | 10 | 0,09  | 1     | 9%      |

La tabla muestran la frecuencia (N) de las figuras musicales asociadas a la cuarta pirinola; su frecuencia relativa ( $f_r$ ) y relativa acumulada ( $F_r$ ). En ella se observa que la duración que más se repite será  $\frac{1}{4}$  y la duración que menos se presentará serán  $\frac{2}{4}$  y  $\frac{1}{8}$ .

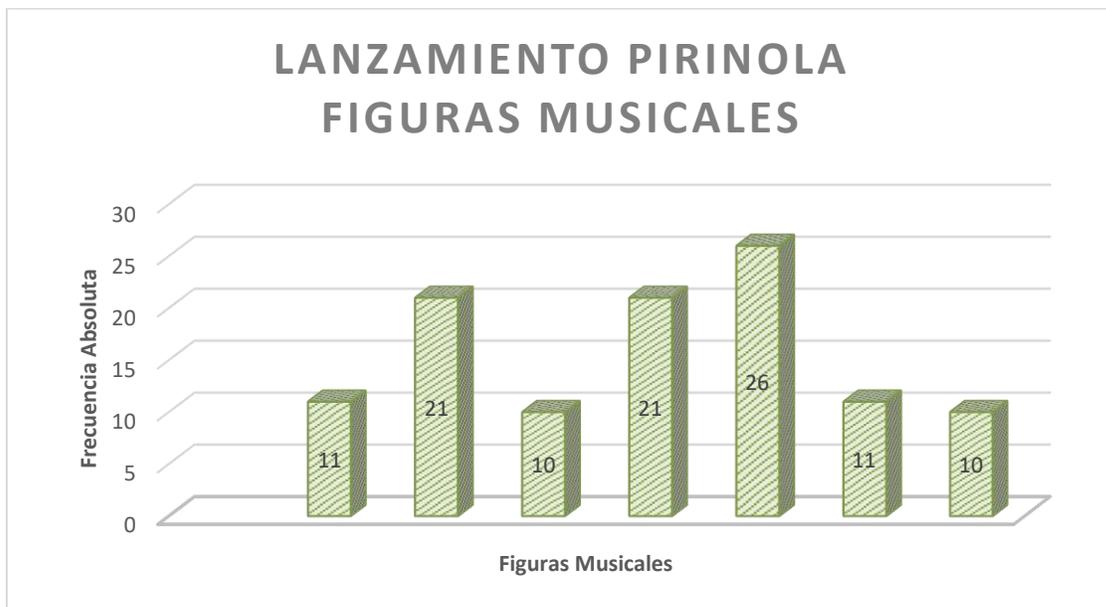


Ilustración 59. Resultado lanzamiento de la pirinola figuras musicales Ventura.

La siguiente tabla muestra en forma numérica el valor de las figuras musicales asociadas a la cuarta pirinola.

Tabla 60: Equivalencia numérica de las figuras musicales

| Figura         | N  | $f_r$ | $F_r$ | $f_r\%$ |
|----------------|----|-------|-------|---------|
| $\frac{4}{4}$  | 11 | 0,1   | 0,1   | 10%     |
| $\frac{3}{4}$  | 21 | 0,19  | 0,29  | 19%     |
| $\frac{2}{4}$  | 10 | 0,09  | 0,38  | 9%      |
| $\frac{3}{8}$  | 21 | 0,19  | 0,57  | 19%     |
| $\frac{1}{4}$  | 26 | 0,24  | 0,81  | 24%     |
| $\frac{3}{16}$ | 11 | 0,1   | 0,91  | 10%     |
| $\frac{1}{8}$  | 10 | 0,09  | 1     | 9%      |

Como se nota en la tabla la figura llamada redonda corresponde a la unidad de ahí el valor de las demás figuras musicales.

Esta composición que no cuenta con transformaciones geométricas y que es producto del azar, evidencia que por medio de la probabilidad se puede obtener fragmentos musicales interesantes; en otras palabras la probabilidad y la utilización de juegos de azar permiten un primer intento de creación musical.

#### 4.3.1.3. Reflejos (*Ruido Blanco Diatónico*)

El experimento se realizó con el lanzamiento de siete dados, definiendo el espacio muestral  $S$ : resultados obtenidos al lanzar los dados; contó con 36 puntos muestrales o posibles soluciones que generaron 128 sumas. Estas sumas se realizaron notando el cambio de un número a otro y para que se visualizará mejor se escribieron los números del 0 al 127 en notación binaria; Intentando que no se guarde una correlación estadística entre un valor y el siguiente, o dicho de otra forma el cambio de una variable no influye en la otra.

Para sintetizar los datos obtenidos de la composición se presenta un análisis de frecuencial de los valores de las sumas obtenidas, asociados a las notas musicales que conforman la canción y las duraciones de cada una de ellas.

I. Variable aleatoria: Suma de los resultados de lanzamiento

Tabla 61: Frecuencia de lanzamientos de siete dados

| Notas | Suma: $x_i$ | $f_i$ | $F_A$ | $f_r$  | $f_r\%$ | $x_i f_i$ |
|-------|-------------|-------|-------|--------|---------|-----------|
| La1   | 7           | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Si1   | 8           | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Do2   | 9           | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Re2   | 10          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Mi2   | 11          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Fa2   | 12          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Sol2  | 13          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| La2   | 14          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Si2   | 15          | 1     | 1     | 0,0078 | 0,78    | 15        |
| Do3   | 16          | 3     | 4     | 0,0234 | 2,34    | 48        |
| Re3   | 17          | 1     | 5     | 0,0078 | 0,78    | 17        |
| Mi3   | 18          | 5     | 10    | 0,0391 | 3,91    | 90        |
| Fa3   | 19          | 5     | 15    | 0,0391 | 3,91    | 95        |
| Sol3  | 20          | 6     | 21    | 0,0469 | 4,69    | 120       |
| La3   | 21          | 7     | 28    | 0,0547 | 5,47    | 147       |
| Si3   | 22          | 13    | 41    | 0,1016 | 10,16   | 286       |
| Do4   | 23          | 20    | 61    | 0,1562 | 15,62   | 460       |
| Re4   | 24          | 9     | 70    | 0,0703 | 7,03    | 216       |
| Mi4   | 25          | 12    | 82    | 0,0937 | 9,37    | 300       |
| Fa4   | 26          | 12    | 94    | 0,0937 | 9,37    | 312       |
| Sol4  | 27          | 9     | 103   | 0,0703 | 7,03    | 243       |
| La4   | 28          | 4     | 107   | 0,0312 | 3,12    | 112       |
| Si4   | 29          | 11    | 118   | 0,0859 | 8,59    | 319       |
| Do5   | 30          | 1     | 119   | 0,0078 | 0,78    | 30        |
| Re5   | 31          | 4     | 123   | 0,0312 | 3,12    | 124       |
| Mi5   | 32          | 0     | 123   | 0      | 0       | 0         |
| Fa5   | 33          | 1     | 124   | 0,0078 | 0,78    | 33        |
| Sol5  | 34          | 3     | 127   | 0,0234 | 2,34    | 102       |
| La5   | 35          | 1     | 128   | 0,0078 | 0,78    | 35        |
| Si5   | 36          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Do6   | 37          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Re6   | 38          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Mi6   | 39          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Fa6   | 40          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Sol6  | 41          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| La6   | 42          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
|       | $\Sigma$    | 128   |       | 1,0    | 100%    | 3104      |

En la tabla se observa que el rango de notas interpretadas que se encuentra entre el Si2 y La5. El Histograma refleja la frecuencia de cada una de las notas en la composición musical:



Ilustración 60. Resultado lanzamiento de dados Reflejos

La gráfica muestra con claridad que la nota musical Do4 es la de mayor frecuencia y que notas entre los intervalos de La1- La2 y Si5- La6 no se tocan en la composición musical al igual que la nota Mi5 que aunque se encuentre en el intervalo de notas que se presenta en la composición en ningún momento es interpretada. El promedio de notas en el experimento es:

$$\bar{x} = \sum_{x_i \in \mathcal{R}} \frac{f_i x_i}{n} = \frac{3104}{128} = 24,25$$

Como se mencionó para que el modelo matemático planteado sea viable su esperanza matemática debe ser nula. Asociando la esperanza matemática con la media aritmética tenemos que la esperanza matemática del experimento es:

$$E(x) = \sum_{x_i=7}^{42} x_i f(x_i) = 24,49$$

Como se observa el resultado se encuentra muy alejado de cero por lo tanto no cumple con las condiciones del modelo; sin embargo, el proceso realizado para la composición genera intervalos de notas que hacen que la canción tenga una secuencia más armoniosa y no tenga cambios abruptos en la melodía resultante.

II. Variable aleatoria: Resultado de la pirinola figuras musicales

Tabla 62: Frecuencia de figuras musicales

| Figura  | N  | $f_r$ | $F_r$ | $f_r\%$ |
|---|----|-------|-------|---------|
|  | 25 | 0,19  | 0,19  | 19      |
|  | 4  | 0,03  | 0,22  | 3       |
|  | 27 | 0,21  | 0,43  | 21      |
|  | 17 | 0,13  | 0,56  | 13      |
|  | 12 | 0,09  | 0,65  | 9       |
|  | 22 | 0,17  | 0,82  | 17      |
|  | 21 | 0,16  | 1     | 16      |

La tabla muestran la frecuencia (N) de las figuras musicales asociadas a la cuarta pirinola; su frecuencia relativa ( $f_r$ ) y relativa acumulada ( $F_r$ ). En ella se observa que la duración que más se repite será la asociada a la figura musical blanca y la duración que menos se presentará será la blanca con puntillo.

Luego de organizar los resultados del experimento, en parámetros como compás y armadura, se percibe en la interpretación, que aunque la pirinola asociada a la armadura de la canción dio como resultado La mayor, su melodía tiene intervalos menores lo cual significa que la composición se encuentre escrita en la relativa de la nota original, en este caso fa# menor.

Para esta composición se tomó como referente el trabajo realizado por Mozart “*Dueto del Espejo*” aplicando a la melodía resultante del experimento una rotación de 180° permitiendo que se pudiera interpretar por dos instrumentos frente a frente. Al girar el fragmento musical se creó un palíndromo musical; es decir, si se interpreta la melodía de izquierda a derecha y viceversa se perciben melodías coherentes, de igual manera, cuando son interpretadas simultáneamente.

**4.3.1.4. Espejismo (Ruido Blanco Cromático)**

La composición con el juego utilizado de ruido blanco cromático es exactamente el mismo que el anterior por lo cual se puede decir que aunque es una buena estrategia para generar notas consecutivas que suenan bien no cumple con el modelo matemático ya que su esperanza

matemática no es nula. Sin embargo se resume los datos obtenido para saber con precisión que notas he intervalos de sonidos se presentaron en este fragmento musical:

I. Variable aleatoria: Suma de los resultados de lanzamiento

Tabla 63: Frecuencia de lanzamiento de siete dados

| Notas | Suma: $x_i$ | $f_i$ | $F_A$ | $f_r$  | $f_r\%$ | $x_i f_i$ |
|-------|-------------|-------|-------|--------|---------|-----------|
| Sol1  | 7           | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Sol#1 | 8           | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| La1   | 9           | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| La#1  | 10          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Si1   | 11          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Do2   | 12          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Do#2  | 13          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Re2   | 14          | 0     | 0     | 0      | 0       | 0         |
| Re#2  | 15          | 1     | 1     | 0,0078 | 0,78    | 15        |
| Mi2   | 16          | 3     | 4     | 0,0234 | 2,34    | 48        |
| Fa2   | 17          | 1     | 5     | 0,0078 | 0,78    | 17        |
| Fa#2  | 18          | 5     | 10    | 0,0391 | 3,91    | 90        |
| Sol2  | 19          | 5     | 15    | 0,0391 | 3,91    | 95        |
| Sol#2 | 20          | 6     | 21    | 0,0469 | 4,69    | 120       |
| La2   | 21          | 7     | 28    | 0,0547 | 5,47    | 147       |
| La#2  | 22          | 13    | 41    | 0,1016 | 10,16   | 286       |
| Si2   | 23          | 20    | 61    | 0,1562 | 15,62   | 460       |
| Do3   | 24          | 9     | 70    | 0,0703 | 7,03    | 216       |
| Do#3  | 25          | 12    | 82    | 0,0937 | 9,37    | 300       |
| Re3   | 26          | 12    | 94    | 0,0937 | 9,37    | 312       |
| Re#3  | 27          | 9     | 103   | 0,0703 | 7,03    | 243       |
| Mi3   | 28          | 4     | 107   | 0,0312 | 3,12    | 112       |
| Fa3   | 29          | 11    | 118   | 0,0859 | 8,59    | 319       |
| Fa#3  | 30          | 1     | 119   | 0,0078 | 0,78    | 30        |
| Sol3  | 31          | 4     | 123   | 0,0312 | 3,12    | 124       |
| Sol#3 | 32          | 0     | 123   | 0      | 0       | 0         |
| La3   | 33          | 1     | 124   | 0,0078 | 0,78    | 33        |
| La#3  | 34          | 3     | 127   | 0,0234 | 2,34    | 102       |
| Si3   | 35          | 1     | 128   | 0,0078 | 0,78    | 35        |
| Do4   | 36          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Do#4  | 37          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Re4   | 38          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Re#4  | 39          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Mi4   | 40          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Fa4   | 41          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
| Fa#4  | 42          | 0     | 128   | 0      | 0       | 0         |
|       | $\Sigma$    | 128   |       | 1,0    | 100%    | 3104      |

En la tabla se observa que el rango de notas interpretadas que se encuentra entre el Re#2 y Si3. El Histograma refleja la frecuencia de cada una de las notas en la composición musical:



Ilustración 61. Resultado lanzamiento de dados Espejismo

La gráfica muestra que la nota musical Si2 es la de mayor frecuencia y que notas entre los intervalos de Sol1- Re2 y Do4- Fa#4 no se tocan en la composición musical al igual que la nota Sol#3 que aunque se encuentre en el intervalo de notas que se presenta en la composición en ningún momento es interpretada.

II. Variable aleatoria: Resultado de la pirinola figuras musicales

Tabla 64: frecuencia de las figuras musicales

| Figura | N  | $f_r$ | $F_r$ | $f_r\%$ |
|--------|----|-------|-------|---------|
|        | 26 | 0,23  | 0,23  | 23      |
|        | 6  | 0,05  | 0,28  | 5       |
|        | 18 | 0,14  | 0,42  | 14      |
|        | 13 | 0,10  | 0,52  | 10      |
|        | 15 | 0,12  | 0,64  | 12      |
|        | 23 | 0,17  | 0,81  | 17      |
|        | 27 | 0,21  | 1     | 21      |

La tabla muestran la frecuencia (N) de las figuras musicales asociadas a la cuarta pirinola; su frecuencia relativa ( $f_r$ ) y relativa acumulada ( $F_r$ ). En ella se observa que la duración que más se repite será la asociada a la figura musical corchea y la duración que menos se presentará será la banca con puntillo.

Al fragmento resultante del experimento se le aplicaron una serie de transformaciones con el propósito de intentar darle sentido a la obra y no quedarán pequeñas piezas sueltas. Algunos arreglos visibles teniendo en base la melodía resultante al lanzar los dados fueron:

- Traslación del primer compás al número 14
- Traslación de los compases 6 y 7 a los compases 15 y 16
- Reflexión trasladada del compás al 17
- Traslación de los compases 5 y 7 a los compases 18 y 19
- Rotación  $180^\circ$  trasladada del compás 10 al 20
- Traslación de los compases 11 y 12 a los compases 20 y 21
- Reflexión eje de simetría vertical trasladada del compás 51 al 54
- Homotecia de duración de los compases 48, 49 a los compases 55,56 y 57
- Traslación del compás 53 al 58
- Rotación con traslación del compás 70 al 73
- Homotecia de compás 71 trasladada a los compases 74 y 75
- Homotecia del compás 109 a los compases 129,130 y 131

Además de estos arreglos a la melodía se creó una segunda voz aplicando simetría con eje horizontal en las líneas del pentagrama.

Aunque el modelo matemático no se cumple, el planteamiento del experimento proporciona un generador de melodías instauradas en un intervalo de sonidos que no sufre cambios abruptos de altura, por lo que la melodía obtenida tiene una secuencia melódica agradable al oído; sin embargo por ser aleatoria, algunos compases no tienen coherencia musical por lo que tiene que ser transformados por medio de la geometría.

La obra tiene fragmentos que promueven sensaciones de suspenso y al escoger un timbre sonoro distinto entre instrumentos le da un toque más profundo donde se puede escuchar con mayor claridad esa segunda voz creada a partir de simetría.

### 4.3.2. Obra escrita con Variables Aleatorias Continuas (Manía)

Manía título que semeja locura es una obra musical escrita con distribuciones de probabilidad para 15 instrumentos donde por medio de cálculos probabilísticos se logra dar una estructura de composición que permite establecer con precisión el número de compases que la conforman, cuántos sonidos y silencios se producirán en toda la obra y qué instrumentos sonarán con mayor frecuencia.

La obra comenzó con unas características dadas al gusto del compositor como es el tiempo, los instrumentos con los que se va a trabajar, la unidad metrómica de la obra, y la densidad de eventos que se presentaran en ella; en este caso, una densidad de  $\lambda = 0,6$  eventos/unidad musical que provee tres eventos llamados simples, dobles y triples, los cuales fueron distribuidos en una matriz de sonidos (Ver matriz p. 106) por medio de la función de Poisson.

Con la matriz distribuida se fijó otro tipo de densidades que permitieron saber cuántos sonidos se encontraría en cada una de las celdas de composición, definiendo así los eventos anteriormente mencionados; se escogieron tres densidades; una de ellas fue  $\lambda = 3$ , aclarando que todas aquellas densidades cercanas a ella harían parte de los eventos simples. Igualmente ocurre con las densidades  $\lambda = 6$  y  $\lambda = 9$  que se encuentran en los eventos dobles y triples respectivamente. Aquellos valores cercanos a estas densidades se hallaron con la distribución triangular. Ya con las densidades definidas se distribuyen en la matriz de composición a gusto, teniendo en cuenta que a mayor densidad, mayor será los sonidos que se encontrarán en esa celda de composición.

Los datos obtenidos se acomodan de acuerdo a los intereses y el ingenio del compositor. Transcribiendo los datos a la partitura se observa que es una obra de 280 compases, donde las celdas con menor densidad tendrán solo 15 sonidos distribuidos en 10 compases y los eventos triples que tiene mayor densidad tendrán un máximo de 100 sonidos organizados en 10 compases.

Musicalmente hablando los compases con menor densidad son más manejables y agradables al oído ya que permiten jugar con el ingenio del compositor; a medida que la densidad va creciendo la obra se va escuchar desordenada, esto debido a los tiempos de cada nota que por medio de la distribución exponencial son encontrados con precisión.

Observando la matriz de composición (Ver p.106) se nota que la obra tiene tres fragmentos de silencios muy largos. Por lo general no se encuentra 10 compases de silencios seguidos en una obra musical pero esto es consecuencia de los datos iniciales de la composición, específicamente la unidad metrónica que se escogió y la densidad de eventos; sin embargo es interesante que por medio de distribuciones de densidad se pueda armar la estructura de una composición a la cual se introduce el ingenio y creatividad de su creador.

Se incluyeron transformaciones geométricas en la obra como la traslación de melodías para darle un sentido a la obra, al igual se realizó segundas voces en algunos de los fragmentos en donde se visualiza densidades iguales en una misma columna de composición.

Esta composición es inspirada en el trabajo de Xenakis, quien se caracterizó por crear obras musicales a partir de patrones matemáticos como su obra *Achorripsis* que es compuesta con patrones probabilísticos y que fue el pilar de esta composición.

## Capítulo 5

# Conclusiones

- Aun cuando los compositores musicales no utilicen los nombres propios de conceptos matemáticos, como las transformaciones geométricas; se puede evidenciar que son utilizadas constantemente en la creación y escritura musical.
- Cuando se emplean algunas propiedades o parámetros estadísticos, se evidencia una mayor coherencia musical en los resultados de la composición probabilística.
- La probabilidad es útil para generar borradores o bosquejos iniciales de composiciones musicales en los cuales surgen fragmentos coherentes musicalmente y otros que no son agradables al oído. Sin embargo, las transformaciones geométricas pueden ser útiles para mejorar este tipo de fragmentos.
- Al escuchar y analizar la interpretación de las composiciones, se concluye que los objetos matemáticos utilizados en este estudio generan composiciones o fragmentos musicales, aun cuando el creador no es un compositor ni arreglista musical. Solo cuenta con nociones musicales básicas y conocimientos matemáticos propios de un profesional en enseñanza de la matemática.
- Se considera que esta Herramienta para la composición es útil para generar motivos musicales, pero también puede llegar a ser una estrategia para fortalecer conceptos de probabilidad y geometría en los estudiantes de artes, especialmente de música.

# Bibliografía

- **Herrera, E.** (1990). *Teoría Musical y Armonía Moderna, vol. 1*. Barcelona, España: Editorial Antoni Bosch
- **Murray R. Spiegel** [y otros tres]. (2010). *Probabilidad y estadística*, 3° Edición. CD México: Editorial McGraw Hill.
- **Oltra, H.** (2005). *Análisis de Achirripsis de Iannis Xenakis*. Recuperado de [http:// hectoroltra.com](http://hectoroltra.com).
- **Tiburcio, S.** (2002). *Teoría de la Probabilidad en la Composición Musical Contemporánea*. (Tesis doctoral).  
Recuperado de [http:// www. sectormatematica.cl](http://www.sectormatematica.cl).
- **Vlashi, F., Cruz, M.** *Guía didáctica. Música o Matemáticas*. Recuperado de <http://www.alasala.cl>.
- **Xenakis, I.** (1992). *Formalized Music. Thought and mathematics in composition*. Berlin: Editorial New expanded. Recuperado de [Http:// www. books.google.com.co](Http://www.books.google.com.co)