



UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
GESTIÓN DE BIBLIOTECAS



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 1

Neiva, 7-11-2024

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Neiva

El (Los) suscrito(s):

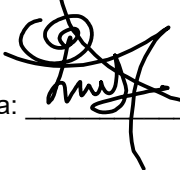
Luis Octavio Jojoa Losada, con C.C. No. 1.081'156.974.

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado, Titulado "Estado Excitado de la Antimateria en el Contexto Electrodinámico del Modelo Estándar", presentado y aprobado en el año 2024 como requisito para optar al título de Físico; Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: 

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
GESTIÓN DE BIBLIOTECAS



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	1 de 3
--------	--------------	---------	---	----------	------	--------	--------

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: Estado Excitado de la antimateria en el Contexto Electrodinámico del modelo estándar.

AUTOR O AUTORES: Luis Octavio Jojoa Losada

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Jojoa Losada	Luis Octavio

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Sierra Rodríguez	Hernando González

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Sierra Rodríguez	Hernando González

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: FÍSICO

FACULTAD: CINECIAS EXACTAS Y NATURALES

PROGRAMA O POSGRADO: FÍSICA

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2024



NÚMERO DE PÁGINAS:55

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas_X_ Fotografías___ Grabaciones en discos_X_ Ilustraciones en general___ Grabados___
Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas
o Cuadros_X_

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.

	UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA GESTIÓN DE BIBLIOTECAS						
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	2 de 3

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: WORD, PDF

MATERIAL ANEXO: Proyecto de grado pdf

PREMIO O DISTINCIÓN *(En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):*

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español

1. Antimateria

2. Simetría de Lorentz

3. Simetría CPT

4. Electrodinámica Cuántica

5. Extensión del modelo estándar EME

6. Condensado de Bosé Einstein CBE

Inglés

Antimatter

Lorentz Symmetry

CPT Symmetry

Quantum Electrodynamics

Standar Model Extension SME

Bose Einstein Condensate BEC.

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

En este trabajo de grado se ha determinado el condensado Bose Einstein CBE y su estado excitado en función de la densidad numérica espacial, para los valores permitidos por efectos de resonancia y desintonía dentro de los límites del valor de la estructura fina del antihidrogeno. Para ello se aplicó el método de Kolladay y Kostolecky que extiende el lagrangiano efectivo de violación de la simetría de Lorentz (LV), la simetría de conjugación de la carga, paridad e inversion temporal (CPT), y el principio de equivalencia fuerte, desde la teoría cuántica de campos (TCC) en el grupo local de Lorentz para leptones, al límite semiclásico del hamiltoniano cuántico no relativista de Jaynes-Cummings en la aproximación de onda rotante JC AOR. Las densidades numéricas obtenidas son consistentes con la formación del CBE y su estado excitado en el límite del valor propio de la estructura fina. Así, los tamaños de las longitudes para la estabilidad y confinamiento de las partículas resultan inferiores a las dimensiones de la trampa, mientras que, para tamaños superiores, estas densidades divergen al infinito con estados excitados de valor propio superior.



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

3 de 3

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

In this undergraduate thesis, the Bose-Einstein condensate (BEC) and its excited state have been determined as a function of the spatial number density for the values allowed by resonance and detuning effects within the limits of the fine structure constant of antihydrogen. To this end, the Kolladay and Kostelecky method was applied, which extends the effective Lagrangian for Lorentz symmetry violation (LV), charge conjugation, parity, and time reversal symmetry (CPT), and the strong equivalence principle from quantum field theory (QFT) in the local Lorentz group for leptons to the semiclassical limit of the non-relativistic Jaynes-Cummings quantum Hamiltonian in the rotating wave approximation (JC-RWA). The numerical densities obtained are consistent with the formation of the BEC and its excited state in the limit of the fine structure eigenvalue. Thus, the sizes of the lengths for the stability and confinement of particles are smaller than the trap dimensions, while for larger sizes, these densities diverge to infinity with excited states of higher eigenvalue.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre presidente Jurado: Gonzalo Pedraza Guerrero

Firma:

Nombre Jurado: Pedro Mario Cañate Casseres

Firma:

Nombre Jurado: Álvaro Enrique Avendaño Rodríguez

Firma:

AEAR



UNIVERSIDAD

SURCOLOMBIANA

PROGRAMA DE FÍSICA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y
NATURALES

Estado Excitado de la Antimateria en el Contexto Electrodinámico del Modelo Estandar

Trabajo de grado para optar al título de físico

Presentado por: Luis Octavio Jojoa Losada

Código: 20142129559

Firma: _____

Asesor: Ph.D. Hernando González Sierra

Firma: _____

Área: Física Teórica

Neiva-Huila
Octubre de 2024

Índice general

1. Introducción	9
1.1. Objetivos	11
1.1.1. Objetivo general	11
1.1.2. Objetivos específicos	11
2. Metodología	12
2.1. Método teórico	12
2.1.1. Esquema modelo	12
2.1.2. Electrodinámica cuántica cuántica QED	14
2.1.3. Relatividad General y principio de equivalencia fuerte	17
2.1.4. Violación del principio de Equivalencia e invarianza Lorentz CPT . .	18
2.2. Extensión a una densidad lagrangiana fermiónica	20
2.2.1. Coeficientes de acople para la extensión del modelo estándar	21
2.2.2. Lagrangiano de violación Lorentz lepton-fermion $l_A \leftrightarrow \psi$	22
2.2.3. Hamiltoniano cuántico relativista	23
2.2.4. Secuencia Foldy-Wouthuysen (FW) y hamiltoniano no relativista . .	25
2.3. Expansión Foly-Wouthoysen orden 2	27
2.3.1. Hamiltoniano de Jaynes Cummings	30
2.4. Condensado de Bose-Einstein	37
2.4.1. Fracción numero de partículas	37
2.4.2. Fracción condensada de Bose-Einstein	38
3. Resultados	41

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	3
4. Análisis de resultados	46
5. Conclusiones	48
Appendices	50
.1. Ati-unitariedad CPT	50
.2. Términos del Hamiltoniano cuántico relativista	50
.3. Operador evolución temporal	50
.4. Transición $1S - 2S$	51
.5. Constantes de acople en la extensión violación Lorentz y simetría CPT . . .	52

Índice de figuras

2.1. Modelo representativo de tres sistemas acoplados, espacio-tiempo de Minkowsky, cavidad electromagnética resonante y un condensado de Bose Einstein en los límites de relativistas y semiclásicos. Derechos de autor: creación propia.	14
2.2. Imagen tomada del the alpha colabration [1], transición $1S_d - 2S_d$ y $1S_c - 2S_c$	32
2.3. Aproximación de valores esperados en los niveles del átomo antihidrógeno. Derechos de autor: Creación propia	33
3.1. Energías normalizadas a \hbar en la imagen de interacción, en ausencia de campo líneas discontinuas $\pm\delta$ desintonía, con presencia de campo línea continua ω_n , resonancia	43
3.2. Fracción numero de partículas en el CBE y límite de temperatura crítica . .	44
3.3. Densidad numérica espacial de átomos en el estado fundamental $\omega_n \ll \omega_A$. .	44
3.4. A	45
3.5. B	45
3.6. Densidad numérica espacial de partículas en descenso del potencial de captura	45

Dedicatoria

"De que te sirve ganar el mundo si pierdes tu alma"

S. Mateo 16: 26-28

Este trabajo de grado lo dedico a mi querido padre, Octavio Jojoa Silva, que en el amanecer de aquel día, durmió para volar muy alto, cuyos recuerdos permanecen guardados en lo mas valioso de mi ser. Esto no hubiera sido posible sin su gran herencia a la cual estoy mayormente agradecido; sin su ejemplar valor, virtud de paciencia y valentía, no se hubieran socavado estos frutos del conocimiento, la ética y la buena la moral del estudio de toda mi vida. Y a mi querida Madre, que con su carismático espíritu forjaron todo lo necesario para ser quien soy.

Agradecimientos

“ El fracaso es parte de la vida; si no fracasas, no aprendes y si no aprendes, no cambias.”

Paulo Coelho

Doy gracias a Dios, a mi familia y a la procedencia de mi vida en las circunstancias propicias de bondad, a todas aquellas personas que forjaron en mi un paso firme para construir quien soy. A mi madrepreciada, que lo dio todo para que no me falte nada, por la gracia de su amor que me han acompañado siempre; formando un hombre lleno de valor, respeto y valentía. A mi querido padre, por su humildad, nobleza y sencillez como faro de sendero en tiempos difíciles, por su gran esfuerzo para hacer de mi un hombre mas fuerte. A mis grandes amigos que aliviaron en algún momento la carga de este destino, a los cuales les exclamo con la mayor voluntad, el deseo de todas mis alegrías y triunfos.

A todas aquellas que confiaron en mi, hoy les puedo decir que gracias a ustedes soy Físico, y que tal vez no solo veo el mundo diferente, también el mundo me ve dócil y franqueable hacia un lugar y una identidad en lo vasto y complejo que es.

La frase de Paulo Cohelo me identifica como una persona persistente ante todos aquellos momentos en los que el fracaso quiso ser indiferente; me aclara que este fue una de las razones para ser mas fuerte en la posibilidad de terminar lo que empecé; mi carrera de física comienza en el año 2014, como un joven ambicioso por el conocimiento; el tiempo y las circunstancias junto a los lideres dirigentes del programa de física me orientaron en la labor científica, en una formación solida y imparable, gracias a ellos por su labor. Gracias a aquellos maestros, que sobre todo mas que maestros, fueron amigos, que en algún momento sus intensiones y palabras, hicieron la carga mas fácil, al jefe del programa J. Miguel Cristancho Fierro que su esencia benevolente lo acompañe siempre. gracias a mi director de grado Hernando Gonzalez Sierra, por la confianza y la oportunidad de realizar este trabajo de grado y permitirme abordar nuevos horizontes en el campo de la ciencia. A la profesora Yina Olaya Duran, al profesor Jhon Tinoco y a S. Sanchez Ramos que fueron como familia en toda mi carrera. a todos ustedes un abrazo de gratitud.

"Ser. Como quien no puede no ser, Como quien sabe que esta es su única vez. como quien mira la vida de frente."

Roy Galán

Resumen

En este trabajo de grado se ha determinado el condensado Bose Einstein CBE y su estado excitado en función de la densidad numérica espacial, para los valores permitidos por efectos de resonancia y desintonía dentro de los límites del valor de la estructura fina del antihidrogeno. Para ello se aplicó el método de Kolladay y Kostolecky que extiende el lagrangiano efectivo de violación de la simetría de Lorentz (LV), la simetría de conjugación de la carga, paridad e inversion temporal (CPT), y el principio de equivalencia fuerte, desde la teoría cuántica de campos (TCC) en el grupo local de Lorentz para leptones, al límite semiclásico del hamiltoniano cuántico no relativista de Jaynes-Cummings en la aproximación de onda rotante JC AOR. Las densidades numéricas obtenidas son consistentes con la formación del CBE y su estado excitado en el límite del valor propio de la estructura fina. Así, los tamaños de las longitudes para la estabilidad y confinamiento de las partículas resultan inferiores a las dimensiones de la trampa, mientras que, para tamaños superiores, estas densidades divergen al infinito con estados excitados de valor propio superior.

Abstract

In this undergraduate thesis, the Bose-Einstein condensate (BEC) and its excited state have been determined as a function of the spatial number density for the values allowed by resonance and detuning effects within the limits of the fine structure constant of antihydrogen. To this end, the Kolladay and Kostelecky method was applied, which extends the effective Lagrangian for Lorentz symmetry violation (LV), charge conjugation, parity, and time reversal symmetry (CPT), and the strong equivalence principle from quantum field theory (QFT) in the local Lorentz group for leptons to the semiclassical limit of the non-relativistic Jaynes-Cummings quantum Hamiltonian in the rotating wave approximation (JC-RWA). The numerical densities obtained are consistent with the formation of the BEC and its excited state in the limit of the fine structure eigenvalue. Thus, the sizes of the lengths for the stability and confinement of particles are smaller than the trap dimensions, while for larger sizes, these densities diverge to infinity with excited states of higher eigenvalue.

Introducción

El confinamiento de partículas inicia con las trampa de iones TP (trampa de encerramiento), idealizada por Frans Michel Penning en 1930 en el estudio de un pequeño acelerador de electrones que medía con precisión la presión en el vacío [2]; posteriormente JR Pierce en 1949, desarrollo una trampa capaz de confinar electrones en una región del vacío utilizando una combinación de campos eléctricos y magnéticos [3]. Luego Hans Dehmelt desarrollo una matemática precisa para describir la dinámica de iones atrapados, logra realizar el magnetrón para atrapar electrones en 1959 y llamo al dispositivo Trap Pennig (TP) o trampa de iones (TI), seguidamente Wolfrma Paul en 1953 hace la trampa de radiofrecuencia, conocida como Paul Trap (TP), por lo cual Paul y Dehmetl recibieron el premio novel de física por abrir la posibilidad al estudio del espectro y masa de los átomos en trampas de iones [4]. En 1995 I. Cirac y P. Zoller propusieron una técnica, el análogo de una puerta clásica lo que es una puerta cuántica que se fundamenta en el principio de iones atrapados en frío [5], lo que abrió una nueva línea de investigación, la computación cuántica.

Unos de los grandes logros que conlleva atrapar iones, es confinar y manipular antimateria; las primeras evidencias de su existencia, comienza en el seno de la electrodinámica cuántica con la predicción de Paul Dirac [6], y luego en los aceleradores de partículas con la detección del positrón y antiproton [7, 8]. Posterior a estos avances, en el 2011 científicos del the alpha collaboration del CERN logran atrapar 80 átomos de antihidrogeno por un tiempo de 1000 segundos en una TI [9]. Las técnicas recientes consisten en el enfriamiento por láser, y lograr reducir la energía de los estados excitados, método desarrollado por David Wineland.

Se puede decir que las trampas de iones no son en si un mecanismo artificial, mas bien son

la representación de un fenómeno natural, un claro ejemplo es la trampa generada por el hemisferio magnético terrestre que forma un cinturón de partículas alrededor de la tierra [10]; así mismo en la formación de estrellas, en muchos casos se producen antipartículas que pueden ser confinadas por campos magnéticos; se podría suponer que así como la tierra es un imán, de igual forma existen muchos cuerpos celestes que también lo son, un claro ejemplo es el campo magnético detectado en una estrella de neutrones que emana un campo de mil millones Tesla [11].

A nuestro interés, las trampas de iones también son utilizadas para formar condensados Bose Einstein CBE, el primer CBE en laboratorio, fue realizado por Cornell y Wieman en 1995 a una frecuencia de oscilación típica de la trampa magnética $f = 100\text{Hz}$ y de temperatura crítica observada aproximadamente 170 nK [12].

Actualmente uno de los grandes retos en la física de altas energías, es la estabilidad y el confinamiento de antimateria, según el modelo que describe la TI, se propone determinar el estado excitado y fundamental de un condensado de Bose Einstein dentro de los parámetros de la estructura fina del antihidrogeno abordando el contexto electrodinámico del modelo estándar en la teoría cuántica de campos TCC, mediante la interacción radiación materia de un átomo de dos niveles en el interior de un potencial armónico, donde la energía del sistema esta representada por un hamiltoniano semiclásico JC en la aproximación de onda rotante AOR, y la generalización de este al de un condensado Bose Einstein como sistema estabilizador de la antimateria, sin embargo, el trasladar la física desde el límite relativista al régimen semiclásico debe cumplir las leyes físicas y conectar los principios relativistas del espacio tiempo de Minkowsky, la mecánica semiclasica y el CBE, es así que surge el interrogante:

¿Es posible determinar el estado excitado y fundamental de un CBE dentro de los límites del parámetro de la estructura fina del antihidrogeno tal que las leyes de la física sean invariantes desde el contexto electrodinámico del modelo estándar en la QFT, como estados de un hamiltoniano de HJC en la AOR asociado a un condensado Bose Einstein.?

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

- Calcular la fracción número y densidad numero espacial de estado en un condensado de Bose-Einstein.

1.1.2. Objetivos específicos

- Determinar el hamiltoniano de estructura fina de átomo de antihidrogeno a partir de la extensión del modelo estándar SME de Colladay and Kostelecky.
- Calcular el hamiltoniano JC en la AOR para una átomo de dos niveles en la interacción radiación materia.
- Determinar la ecuación de Bose Einstein enfatizando en los autovalores del hamiltoniano JC en la AOR al de un colectivo gran canónico y derivar las propiedades termodinámicas de interés; fracción de bosones y densidad numero espacial en el estado excitado y fundamental.

Metodología

2.1. Método teórico

2.1.1. Esquema modelo

El esquema representativo del modelo se puede ver en la figura 11. Es una trampa tipo Paul de radiofrecuencia cilíndrica simétrica (RF), que contiene en su interior un colectivo de antihidrogeno. El sistema sigue el típico problema de una partícula en el seno de cierto potencial armónico, sin embargo, se tiene especial interés en determinar el estado excitado del sistema de antipartículas trasladando el contexto electrodinámico del modelo estándar hacia la física no relativista semiclásica que comprende al modelo de Jaynes Cummings (JC) para partículas confinadas por la acción de un potencial armónico y los estados excitados de estas mediante el estudio del condensado de Bose-Einstein CBE.

Es por ello que la trayectoria descriptiva de nuestro modelo traza la física desde el lagrangiano electrodinámico, con su extensión que conserve invariante la teoría de Lorentz y simetría CPT, en la posibilidad de aplicar la mecánica no relativista semiclásica que se describe mediante el hamiltoniano de Jaynes Cummins (HJC) [13], en el cual se parte del principio; existe un único modo de campo electromagnético que interacciona con las transiciones atómicas en una micro-cavidad específica del vacío, ver figura fig1, y la posibilidad de interconectar el fenómeno a un CBE.

En nuestro sistema las temperaturas son mucho mayores a la temperatura crítica del CBE $T \gg T_c$, ubican el problema en el espacio tiempo de Minkowski, que conlleva a la extensión de la teoría invariante en la violación de simetría Lorentz y simetría CPT (Conjugación de

la carga, paridad, inversion temporal) considerando además, la violación del principio de equivalencia fuerte, en lo que es el; método empleado por Colladay y Kostelecký [14], [15] y [16], lo que conlleva a determinar la estructura fina del antihidrogeno y su frecuencia interna asociada ω_A , mediante la correlación a orden superior del modelo estándar [17], [18].

En el modelo presentado en la figura 11 se ilustra las condiciones que conllevan a abordar la electrodinámica cuántica del modelo estándar (Extensión invariante de violación Lorentz y simetría CPT de Colladay y Kostelecký), para positrones y antiprotones (puntos de color naranja) cuyos marcos de referencia están en el espacio-tiempo de Minkowsky (espacio de intersección entre la línea roja y azul), en esta región la temperatura es mucho mayor a la temperatura crítica $T \gg T_c$; estas partículas leptónicas son confinadas en la región central (región de la línea roja) por acción de campos eléctricos creados por electrodos endcaps (tapas, terminales) y el electrodo central en forma de anillo (líneas azules), con la diferencia entre estos que el electrodo en forma de anillo crea un campo eléctrico oscilante $\vec{E} = e\vec{E}_c \cos(\omega_L t - k_L x)$, y los electrodos terminales crean un campo coaxial estático \vec{E} .

Mientras que las antipartículas son aisladas por la acción de la trampa para evitar su aniquilación, son llevadas al estado de mínima energía a temperaturas próximas al $0K$ absoluto que son mucho menores a la temperatura crítica $T_C \gg T$ por acción de radiación externa a energías en el ancho de banda del infrarrojo cercano (radiación roja).

De esta manera todos los átomos de antihidrogeno(puntos de color rojo), estarían en estados no excitados de mínima energía, asociados a una única función de onda del estado fundamental, y su estado excitado estaría accionado por el campo externo de alta energía.

Según lo anterior, en forma general el modelo puede representar los diferentes contextos físicos en tres sistemas acoplados, espacio-tiempo de Minkowsky, cavidad electromagnética resonante y un condensado de Bose Einstein en el límite semiclásico.

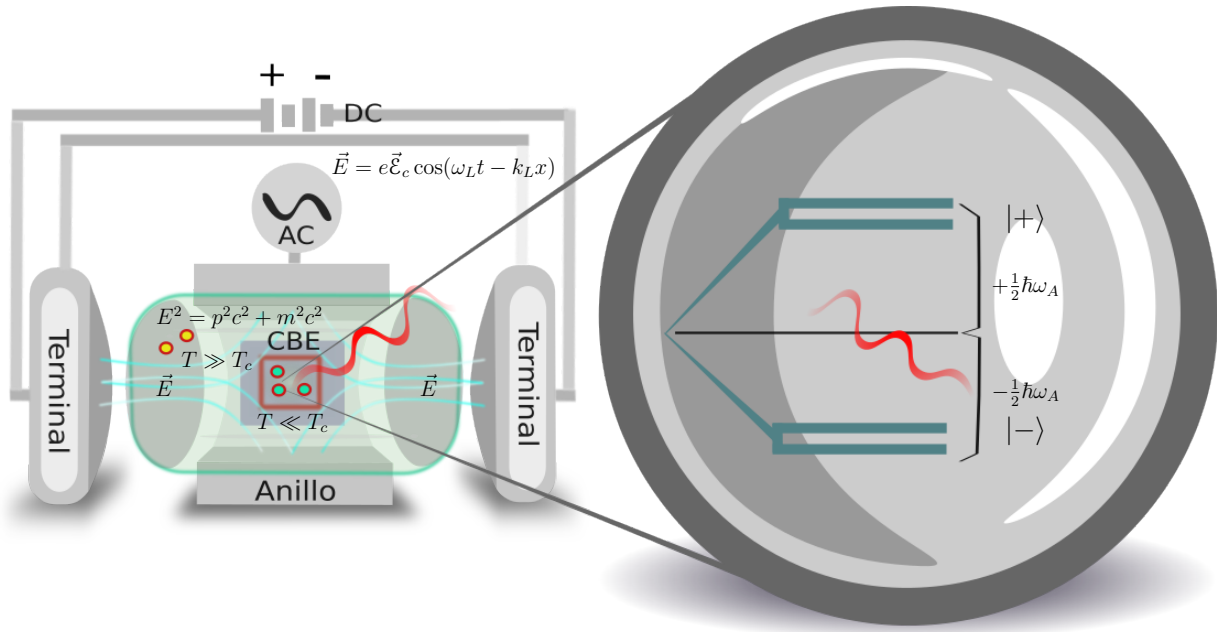


Figura 2.1: Modelo representativo de tres sistemas acoplados, espacio-tiempo de Minkowsky, cavidad electromagnética resonante y un condensado de Bose Einstein en los límites de relativistas y semiclásicos. Derechos de autor: creación propia.

2.1.2. Electrodinámica cuántica cuántica QED

Inicialmente las partículas contienen cierta energía relativista 2.1.

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (2.1)$$

Donde E y p son los operadores diferenciales de energía y momento.

$$\begin{aligned} p_\mu &= -i\partial_\mu \\ p^\mu &= i\partial^\mu \\ E &= p^0 = i\partial_0 \end{aligned}$$

Empleando el álgebra de Gliford se determina la ecuación de Dirac para una partícula libre, E.c (2.2).

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = 0 \quad (2.2)$$

Donde m es la masa de la partícula, ψ el campo de Dirac, γ^μ las matrices gamma de Dirac. Los fermiones como partículas libres se perciben según la E.c (2.2), a partir de la cual obtenemos la densidad hamiltoniana \mathcal{H} , vista como la amplitud de probabilidad del estado energía, y en conjunto con la transformación de Legendre, se obtiene el lagrangiano para una partícula libre, E.c 2.3

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi \quad (2.3)$$

Este lagrangiano es invariante Lorentz global, los lagrangianos conducen a la misma acción en cada subespacio de Minkowski $S[L] = S[L']$.

Esto quiere decir que tenemos un sistema de interacción indistinguible, y es inconsistente con el principio de equivalencia fuerte, la invarianza Lorentz y simetría CPT, por lo que es necesario emplear la teoría cuántica de campos TCC.

Esto implica adicionar un grado de libertad, lo que permite hacer el lagrangiano lo mas general posible, este grado de libertad esta dado por el campo electromagnético, que es la otra interacción en el sistema, el cual debe satisfacer la invarianza Lorentz bajo la transformación gauge de los campos ψ y A_μ .

$$\begin{aligned} \psi' &= e^{i\theta} \psi \\ A_\mu &= A_\mu - \frac{1}{q} \partial_\mu \theta \end{aligned}$$

Se infiere entonces que el campo electromagnético interacciona con el campo fermiónico de Dirac, el termino adicional de la nueva interacción es el lagrangiano de la teoría electromagnética de Maxwell.

$$\mathcal{L}_{\text{maxwell}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

En la transformación de norma la derivada debe ser covariante, $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$ y $F^{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ es el tensor de campo electromagnético.

La interacción entre los campos transforman el espacio tiempo plano de Minkowski en un posible espacio tiempo curvo de Ricci, que puede ser interpretada como la conexión entre estos campos.

Por tanto el lagrangiano para una partícula fermiónica de masa m no libre por la presencia de un campo electromagnético, es.

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}_i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi - q \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.4)$$

Donde ψ y $\bar{\psi}$ son los campos espinoriales de Dirac. Este lagrangiano corresponde a uno de los cuatro campos de la TCC, la electrodinámica cuántica EDC.

En la TCC la acción es:

$$S = \int d^4x \mathcal{L}_{QED} = \int d^4x \left(\frac{1}{4} \bar{\psi} (i \gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right) \quad (2.5)$$

La cual cumple con los criterios de la invarianza de la simetría de Lorentz y simetría CPT local, verificados en la espación de los campos de Dirac en la imagen de Heisenberg en terminos de operadores creación y destrucción \hat{a}, \hat{b} de electrones y positrones y espinores u, v como.

$$\psi_\alpha^{\text{CPT}}(x) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \sum_s (-b_{\mathbf{p}}^{-s} u_\alpha^s(p)^* e^{ip \cdot x} + a_{\mathbf{p}}^{-s\dagger} v_\alpha^s(p)^* e^{-ip \cdot x}) \quad (2.6)$$

Donde la invarianza CPT es el resultado físico de la existencia de las antipartículas y partículas, y surge a causa de la propiedad de anti-unitariedad de CPT obedeciendo la principio de causalidad de los campos. Apéndice .1.

$$\langle 0 | \psi(x) \bar{\psi}(y) | 0 \rangle = \langle 0 | \psi^{\text{CPT}}(x) \bar{\psi}^{\text{CPT}}(y) | 0 \rangle^* \quad (2.7)$$

Esto quiere decir que los propagadores de partículas y antipartículas son idénticos en el espacio tiempo de Minkowsky, ante las transformaciones, lo que justifica la invarianza Lorentz y simetría CPT al cambiar al s direcciones de los campos.

$$\begin{aligned} \psi_{\text{CPT}}(x) &= \varrho \psi_C(-x) = -\gamma^5 \psi^*(-x), \\ \bar{\psi}_{\text{CPT}}(x) &= -\bar{\psi}_C(-x) \varrho = \bar{\psi}^*(-x) \gamma^5. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Donde $\varrho = -\gamma^0 \gamma^1 \gamma^3$, y C son similares. En escensia se a ha presentado la invarianza Lorentz y la simetría CPT en la TCC desde lo local, donde los campos cuánticos están representados

por el grupo de Lorentz $SO(1, 3)$ y los espinoriales por el grupo $SL(2, C)$ responsables de los valores esperados masa y spin; y se satisface la similitud entre los propagadores que describen partículas y antipartículas.

2.1.3. Relatividad General y principio de equivalencia fuerte

El lagrangiano (2.4) podría dar resultado a cualquier fenómeno en el contexto de la electrodinámica cuántica desde una teoría de grupo local en la TCC, sin embargo, para alta precisión de laboratorios modernos que trabajan con antimateria es útil incluir la gravedad. (2.9), La teoría que satisface las leyes de la física de bajas energías (mecánica clásica) es la relatividad general de Einstein (2.9).

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.9)$$

La cual tiene como principio básico los campos gravitacionales clásicos (2.10)

$$\begin{aligned} g &= \frac{GM}{r^2} \\ \mathcal{G} &= -\nabla U \end{aligned} \quad (2.10)$$

Donde g es la gravedad y \mathcal{G} es el campo gravitacional, U el potencial gravitacional, M y r la masa y el radio al centro del potencial gravitacional. Aplicando el teorema de Gauss, podemos determinar la ecuación de Poisson E.c (2.11).

$$\nabla^2 U = 4\pi G\rho(r) \quad (2.11)$$

La ecuación del campo de Einstein se obtiene a partir de la ecuación E.c. (2.11) donde la densidad de masa es reemplazada por el tensor momento del espacio-temporal de Minkowski $\tau_{\mu\nu}$, definiendo así el concepto de conexión entre los puntos de campos locales mediante los símbolos de Christoffel y empleando el principio, equivalencia de masa y energía de Einstein.

Por otro lado el concepto de derivada covariante a las transformaciones de coordenadas que ocurren de subespacio a subespacio local, involucrando la curvatura de Gauss y la construcción del tensor Riemanniano E.c (2.12).

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.12)$$

2.1.4. Violación del principio de Equivalencia e invarianza Lorentz CPT

La presencia de un campo GR produce una interacción indistinguibles para el marco de referencia inercial, ya que las partículas tienen la misma masa pero su composición interna es diferente, y su escala de estudio es cuántica. La relatividad general (GR) satisface la causalidad para eventos electrodinámicos relativistas, el interés de este trabajo reside en el principio de equivalencia Fuerte "Todas las leyes de la física, incluyendo las de la gravitación, son las mismas en todos los sistemas de referencia locales inerciales, independientemente de la posición en el espacio-tiempo", sin embargo resulta inconsistente a la simetría CPT , ya que no existe distinción en cuanto a su composición interna, entre materia y antimateria.

Si las partículas son indistinguibles en el marco de referencia inercial del espacio-tiempo curvo, implica que la ecuación de campo es no invariante Lorentz local, de igual manera lo sería el lagrangiano efectivo de la QED, en el que subyace la simetría CPT; de otra forma al acoplar la antimateria con la teoría de la gravedad al incluir términos de Dirac en el funcional, las ecuaciones geodésicas resultantes al considerar la conexión no son consistentes, ecuación (2.13)

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{R}{16\pi G} + \bar{\psi} (i\gamma^a e_a^\mu D_\mu - m) \psi \right) \quad (2.13)$$

Hacer consistente el lagrangiano efectivo de la EDC en la TCC, cumpliendo el principio de causalidad no local; consistente con el principio de equivalencia fuerte y fenómenos clásicos de baja energía resulta imposible para el tratamiento de este trabajo de grado, lo que conlleva a seguir la extensión de este en coeficientes de acople asociados a todos los campos involucrados desde el marco de referencia local, el cual fue realizado por Kostelecky, conocido como extensión del lagrangiano de violación Lorentz CPT [18,19], tal que este sea invariante Lorentz Local a partir del cual es obtenido un hamiltoniano cuántico no relativista.

Centraremos nuestra atención en las interacciones locales, grupo $SU(2) \times U(1)$, de la teoría EDC Y RG, estas son mas que suficientes para deducir el hamiltoniano cuántico no relativista del antihidrogeno.

Siguiendo el método de Kostelecky, suprimimos los coeficientes de acople asociadas a los campos G_μ que median los gluones W_μ^\pm y Z_μ^0 que son bosones de la interacción débil y del campo de Higgs, también los neutrinos de carga neutra que desacoplan los campos. Únicamente se

considera los bosones fotón que median los campos de la interacción electromagnética entre quarks y leptones.

El criterio principal de la extension del modelo estandar de la EDC, es que incluya la invarianza de norma U(1), conservación de la energía y momento, observación de la invarianza Lorentz, la hermiticidad y la microcausalidad de energía positiva y todos estos criterios los satisface la simetría CPT.

Se representa Para los leptones, las cuatro-componentes de campo, como l_A y masa como m_A donde $A = 1, 2, 3$ correspondiente a electrón, muon y tau respectivamente.

Siendo L_A el campo leptónico E.c (2.14)

$$L_A = \begin{pmatrix} \nu_A \\ l_A \end{pmatrix}, \quad R_A = (l_A)_R \quad (2.14)$$

Donde $A = 1, 2, 3$, $l_A = (e, \mu, \tau)$ y $\nu_A = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$, son estas las partículas con carga del modelo estandar, leptones (electrón, muón y tauón) y y neutrino electrónico, neutrino muónico y neutrino tauónico respectivamente.

Siguiendo (2.3) el lagrangiano convencional EDC de leptones es (2.15).

$$\mathcal{L}_{lep-fot}^{QED} = \frac{1}{2} i \bar{l}_A \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}_\mu l_A - m_A \bar{l}_A l_A \quad (2.15)$$

Siendo esta no diferente en cuanto a los términos que relacionan un fermion libre, donde se ha sustituido $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$ y se ha generalizado el campo de Dirac ψ a un campo leptónico l_A .

La posible ruptura de la simetria CPT, resulta ser consistente en la extension del lagrangiano efectivo para leptones [20].

Otra violacion Lorentz se da entre los fermiones y el campo de Higgs, que son las que tienen las estructuras de calibre de los acoplamientos habituales de Yukawua y que involucran matricez gamma no triviales.

Por tanto el lagrangiano fermiónico en la interacción de Yukawua es.

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = [(G_L)_{AB} \overleftrightarrow{L}_A \phi R_B + (G_U)_{AB} \overleftrightarrow{Q}_A \phi^c U_B + (G_D)_{AB} \overleftrightarrow{Q}_A \phi D_B] + h.c. \quad (2.16)$$

La invarianza de norma que incluye Yang Mills influye violación en normalización, ya que esta debería tener simetría del tensor de Riemman, sin embargo estas son totalmente antisimétricas, lo que la hace corresponder a una derivada total.

por tanto se debe considerar el lagrangiano de invarianza de norma (2.17).

$$\mathcal{L}_{norma} = -\frac{1}{2}Tr(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}) - \frac{1}{2}Tr(W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}) - \frac{1}{4}Tr(B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}) \quad (2.17)$$

2.2. Extensión a una densidad lagrangiana fermiónica

Todas las interacciones locales asociadas a los lagrangianos anteriores son mas que suficientes para satisfacer la simetría CPT e invarianza Lorentz, esta ruptura es justificada en la extensión a términos con coeficientes de acople par e impar en el definido lagrangiano de violación Lorentz CPT \mathcal{L}_{VL} .

Tenemos así el caso para la QED, e.c (2.18)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{lep}^{CPT-par} &= \frac{1}{2}i(c_L)\mu\nu_{AB}\bar{L}_A\gamma^\mu\overleftrightarrow{D}^\nu L_B + \frac{1}{2}i(c_R)\mu\nu_{AB}\bar{R}_A\gamma^\mu\overleftrightarrow{D}^\nu R_B \\ \mathcal{L}_{lep}^{CPT-impar} &= -(a_L)\mu_{AB}\bar{L}_A\gamma^\mu L_B - (a_R)\mu_{AB}\bar{R}_A\gamma_\mu R_B \end{aligned} \quad (2.18)$$

para la interacción de Yukawa e.c (2.19)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yukawa}^{CPT-impar} &= -\frac{1}{2}\left[(H_L)_{\mu\nu AB}\bar{L}_A\phi\sigma^{\mu\nu}R_B \right. \\ &\quad + (H_U)_{\mu\nu AB}\bar{Q}_A\phi^c\sigma^{\mu\nu}U_B \\ &\quad \left. + (H_D)_{\mu\nu AB}\bar{Q}_A\phi\sigma^{\mu\nu}D_B\right] + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (2.19)$$

y para la invarianza de norma e.c (2.20)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{norma}}^{CPT\text{-impar}} = & -\frac{1}{2} (K_G)_{k\lambda\mu\nu} \text{Tr} (G^{k\lambda} G^{\mu\nu}) \\
& -\frac{1}{2} (K_W)_{k\lambda\mu\nu} \text{Tr} (W^{k\lambda} W^{\mu\nu}) \\
& -\frac{1}{4} (K_B)_{k\lambda\mu\nu} \text{Tr} (B^{k\lambda} B^{\mu\nu})
\end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{norma}}^{CPT\text{-par}} = & (k_3)_k \epsilon^{k\lambda\mu\nu} \text{Tr} \left(G_\lambda G_{\mu\nu} + \frac{2}{3} i g_3 G_\lambda G_\mu G_\nu \right) \\
& + (k_2)_k \epsilon^{k\lambda\mu\nu} \text{Tr} (W^{k\lambda} W^{\mu\nu}) + \frac{2}{3} i g \text{Tr} (W_\lambda W_\mu W_\nu) \\
& + (K_1)_k \epsilon^{k\lambda\mu\nu} B_\lambda B_{\mu\nu} + (K_0)_k B^k
\end{aligned}$$

Lo anterior esta direccionado a definir la extensión general del modelo entandar en la QFT, pero nuestro interés se centra en los leptones de tipo fermiónico y el bosóm fotón, ya que fermiones son antiprotones y positrones, constituyentes del antihidrógeno y el fotón es el mediador de la interacción electromagnética.

Por tanto aplicamos las ecuaciones (2.15), (2.16) y (2.17) a tipo de partículas leptónicas. resultando las ecuaciones, (2.18), (2.19) y (2.20).

2.2.1. Coeficientes de acople para la extensión del modelo estándar

$$\mathcal{L}_{\text{leptón-fotón}}^{\text{CPT}} = \frac{1}{2} i \bar{l}_A \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}_\mu l_A - m_A \bar{l} l_A - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \tag{2.21}$$

De las ecuaciones anteriores se tiene la extensión según sea el tipo de rompimiento, simetría de norma o hermiticidad. Para la ecuación (2.19) como el coeficiente $(H_l)_\mu \nu AB$ que es antisimétrico y tiene dimensión de masa. También de la expresion (2.18) se toman los coeficientes $(c_l)_{\mu\nu AB}$ Y $(d_l)_{\mu\nu AB}$, donde $D = (d_l)$ que acoplan términos hermitianos antisimetricos y simmétricos que no producen trazas. Resultando el lagrangiano extendido

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{CPT-impar}} = & -\frac{1}{2} (H_l)_{\mu\nu AB} \bar{l}_A \sigma^{\mu\nu} l_B \\
& + \frac{1}{2} i (c_l)_{\mu\nu AB} \bar{l}_A \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}^\nu l_B \\
& + \frac{1}{2} i (d_l)_{\mu\nu AB} \bar{l}_A \gamma_5 \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}^\nu l_B
\end{aligned} \tag{2.22}$$

y los términos para la CPT-par de campo leptónico son.

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{CPT-\text{par}} = -(a_l)_{\mu AB} \bar{l}_A \gamma^\mu l_B - (b_1)_{\mu AB} \bar{l}_A \gamma_5 \gamma^\mu l_B \quad (2.23)$$

y para el caso de la invarianza de norma en cuanto a la energía de los campos electromagnéticos y la no contención del tensor de Riemann, según la ecuación (2.17) incluyendo las ecuaciones de acople para fotones, se tiene los lagrangianos extendidos.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{foton}}^{\text{CPT-impar}} &= -\frac{1}{4} (k_F)_{k\lambda\mu\nu} F^{k\lambda} F^{\mu\nu} \\ \mathcal{L}_{\text{foton}}^{\text{CPT-par}} &= +\frac{1}{2} (k_{AF})^k \epsilon_{k\lambda\mu\nu} A^\lambda F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.24)$$

2.2.2. Lagrangiano de violación Lorentz lepton-fermion $l_A \leftrightarrow \psi$

Preliminarmente nuestro interés son los fermiones tipo positrón y antiprotón constituyentes del antihidrogeno, así que adoptaremos las ecuaciones (2.21), (2.22), (2.23) y (2.24).

Por tanto tenemos el siguiente grupo de ecuaciones que engloba la simetría CPT en satisfacer la violación de la invarianza Lorentz.

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}}^{QED} = \frac{1}{2} i \bar{\psi} \gamma^\mu D_\mu \psi - m_e \bar{\psi} \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{fermion}}^{\text{CPT-impar}} &= \frac{1}{2} H_{\mu\nu} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi \\ &+ \frac{1}{2} i c_{\mu\nu} \bar{\psi} \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}^\nu \psi \\ &+ \frac{1}{2} i d_{\mu\nu} \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}^\nu \psi \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\mathcal{L}_{\text{fermión}}^{CPT-\text{par}} = -a_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi - b_\mu \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \psi \quad (2.27)$$

Y adicionamos las ecuaciones que se extienden a la interacción electromagnética como es en el campo de Dirac

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{foton}}^{\text{CPT-impar}} &= -\frac{1}{4} (k_F)_{k\lambda\mu\nu} F^{k\lambda} F^{\mu\nu} \\ \mathcal{L}_{\text{foton}}^{\text{CPT-par}} &= +\frac{1}{2} (k_{AF})^k \epsilon_{k\lambda\mu\nu} A^\lambda F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Se aplica el principio de superposición al lagrangiano de violación Lorentz \mathcal{L}_{LV} como sigue.

$$\mathcal{L}_{VL} = \mathcal{L}_{QED} + \mathcal{L}_{\text{fermion}}^{CPT-\text{impar}} + \mathcal{L}_{\text{fermion}}^{CPT-\text{par}} + \mathcal{L}_{\text{foton}}^{CPT-\text{impar}} + \mathcal{L}_{\text{foton}}^{CPT-\text{par}} \quad (2.29)$$

Resultando el lagrangiano de violación Lorentz.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LV} = & \mathcal{L}_{QED} - \frac{1}{4} (k_F)_{\mu\rho\nu\sigma} F^{\mu\rho} F^{\nu\sigma} + \frac{1}{2} (k_{AF})^\rho \epsilon_{\rho\mu\nu\sigma} A^\mu F^{\nu\sigma} \\ & - a_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi - b_\mu \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi - \frac{1}{2} H_{\mu\nu} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi + c^{\mu\nu} i \bar{\psi} \gamma_\mu D_\nu \psi + d^{\mu\nu} i \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu D_\nu \psi. \end{aligned} \quad (2.30)$$

2.2.3. Hamiltoniano cuántico relativista

De la ecuación (2.30), lagrangiano de violación Lorentz, derivamos el hamiltoniano cuántico relativista, para luego asociar los términos de acople de violación a efectos de baja energía.

Para ello debemos aplicar la ecuación de Euler-Lagrange y luego resolver para H la ecuación cuantica de Dirac, esto se logra aplicando el método de Foldy-Wouthuysen [14]

dividimos los campos de las funciones de onda en dos subcomponentes (2.31)

$$\psi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \zeta \end{pmatrix} e^{-iE_m t} \quad (2.31)$$

Hemos representado la función del campo de Dirac $\psi = A\chi$ donde A contiene las dos componentes spinoriales φ, ζ y χ que son la parte ondulatoria del campo.

agrupamos términos según componentes de acople par e impar en las variables Γ_ν , y M y reescribimos la ecuación (2.30).

$$\begin{aligned} \mathcal{L} & \equiv \frac{1}{2} i \bar{\psi} \Gamma_\nu \overleftrightarrow{\partial}^\nu \psi - \bar{\psi} M \psi \\ & = \frac{1}{2} i \bar{\chi} \gamma_0 \overleftrightarrow{\partial}^0 \chi + \frac{1}{2} i \bar{\chi} (\bar{A} \Gamma_j A) \overleftrightarrow{\partial}^j \chi - \bar{\chi} (\bar{A} M A) \chi \end{aligned} \quad (2.32)$$

Donde Γ_ν son los términos de campo con coeficientes de acople tipo par y M agrupa los términos tipo impar, y hemos dejado de forma independiente al término de la QED que contiene la parte temporal. $\frac{1}{2} i \bar{\chi} \gamma_0 \overleftrightarrow{\partial}^0$.

También tenemos que el conjugado de la función del campo es, $\bar{\psi} = \bar{\chi} \bar{A}$ y $\bar{A} = \gamma_0^\dagger A \gamma_0$

A partir de esta simplificación y definiciones aplicamos la ecuación de Euler-Lagrange.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \chi^j} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\chi}} \right) = 0 \quad (2.33)$$

De la cual encontramos la ecuación del movimiento.

$$\frac{1}{2} i \gamma_0 \partial^0 \chi + \frac{1}{2} i (\bar{A} \Gamma_j A) \partial^j \chi - (\bar{A} M A) \chi = 0 \quad (2.34)$$

Podemos generalizar el diferencial espacio-temporal en la forma $i \partial^\mu = i \gamma^0 \partial^0 + i \Gamma_j \partial^j$

y si aplicamos las propiedades

$$A = 1 - \frac{1}{2} \gamma^0 (\Gamma^0 - \gamma^0)$$

$$\bar{A} = 1 - \frac{1}{2} (\Gamma^0 - \gamma^0) \gamma^0$$

obtenemos la siguiente ecuación de movimiento,

$$(i \bar{A} \Gamma^\mu A \partial^\mu - \bar{A} M A) \chi = 0 \quad (2.35)$$

concluimos que $\chi = 0$ en cierto estado de la partícula, pero $i \bar{A} \Gamma^\mu A \partial^\mu - \bar{A} M A \neq 0$ y $-p_j = \partial_\nu$, además si extendemos la parte espacio temporal de momentos en (2.34) y organizamos términos, tenemos la ecuación.

$$i \gamma_0 \partial^0 \chi = [(\bar{A} M A) - (\bar{A} \Gamma_j A) p_j] \chi \quad (2.36)$$

al transponer γ_0 en(2.32) tenemos que.

$$i \partial^0 \chi = \gamma_0 [(\bar{A} M A) - (\bar{A} \Gamma_j A) p_j] \chi \quad (2.37)$$

y esta ecuación es muy similar a la ecuación relativista derivada de la ecuación de Schrodinger, que obedece la forma $i\partial_0\chi = H\chi$ donde el hamiltoniano de energía total es

$$\hat{H} = \gamma^0 \bar{A} \Gamma^\mu A P_j - \gamma^0 \bar{A} M A \quad (2.38)$$

Aplicando el metodo de Foldy-Wouthoysen, y agrupando los terminos en tenemos el sigiente hamiltoniano relativista, apendice BB.

$$H = m (\gamma^0 + \mathcal{P}_0 + \mathcal{O}_0 + \mathcal{E}_0) \quad (2.39)$$

2.2.4. Secuencia Foldy-Wouthuysen (FW) y hamiltoniano no relativista

La transformación FW, es una rotación unitaria en el espacio de Hilbert de los estados de una partícula libre, que reduce χ a dos componentes, preservando las componentes en la función de onda del campo de Dirac.

El hamiltonino de la ecuación (2.39) tiene la forma matricial de cuatro componentes, haciendo la transformación unitaria

$$H \mapsto \tilde{H} := e^{iS} H e^{-iS} = \exp[\text{ad}(iS)] H \quad (2.40)$$

Esto permite verificar que los hamiltonianos H, \tilde{H} siguen la misma dinámica, al ser hermitianos son invariantes Lorentz ante una transformación del espacio local de un punto a otro.

El propósito de la transformación de FW consiste en encontrar el operador de carácter temporal S , asociado al operador unitario que diagonaliza y separa en sus dos formas, relativista no relativista.

Realizamos la expansión de la transformación unitaria E.c (??) en series de potencias de potencias en base al termino $\frac{|p|}{m}$ que relaciona la energía total, el momento y la masa de la partícula

$$H_{n+1} := e^{iS_n} H_n e^{-iS_n} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \underbrace{[iS_n, [iS_n, \dots [iS_n, H_0] \dots]]}_{k \text{ commutations with } iS_n} = \exp[\text{ad}(iS_n)] H_n \quad (2.41)$$

Donde la serie de potencia a adquirido la forma de la serie de Taylor de la expresión $\exp\{[adj(iS_n)]\}H_n$, a la cual se ha aplicado la propiedad de los conmutadores. Donde se aplica la siguiente notación.

Notación matricial de Pauli-Dirac.

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \gamma^j = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Donde γ^0 y γ^j son matrices de Dirac, 1 hace referencia a la matriz identidad, y σ^j son matrices de pauli.

En el orden perturbaciones dado por la E.c 2.41, elegimos el termino a primer orden H_0 como el estado inicial del sistema.

$$H_0 = m_0 (\gamma^0 + P_0 + \mathcal{O}_0 + \mathcal{E}_0) \quad (2.43)$$

La matriz hermitiana asociada a operador evolución temporal adquiere la forma del método de Foldy-Wouthoysen.

$$iS_0 := \frac{1}{2m_0} \gamma^0 [\text{Odd}(H_0)] = \frac{1}{2} \gamma^0 (\mathcal{P}_0 + \mathcal{O}_0) \quad (2.44)$$

En el término $n + 1$ tenemos.

$$iS_{n+1} := \frac{1}{2m_{n+1}} \gamma^0 \times \text{Odd}(H_{n+1}) \quad (2.45)$$

de 2.41, se considera k-conmutaciones de S_k con H_n , posibilitando reescribir H_{n+1} como la productoria.

$$H_{n+1} = \left\{ \prod_{k=0}^n \exp[\text{ad}(iS_k)] \right\} H_0 \quad (2.46)$$

En otras palabras, los estados del sistema asta el H_{n+1} son mapeados por una matriz de carácter temporal S .

2.3. Expansión Foly-Wouthoysen orden 2

Usando (2.39) y (2.41) y (2.42), se determina la base del sistema.

$$H_{n+1} = H_n + [iS_n, H_n] + \frac{1}{2!}[iS_n, [iS_n, H_n]] \quad (2.47)$$

se obtiene entonces el primer término

$$\begin{aligned} H_n + [iS_n, H_n] &= m_n \gamma^0 - 2m_n P_n + 2m_n \gamma^0 P_n^2 + 2m_n \gamma^0 \{P_n, O_n\} \\ &+ m_n \gamma^0 [P_n, \varepsilon] + m_n \varepsilon + 2m_n \gamma^0 O_n^2 - 2m_n \gamma^0 O_n + m_n \gamma^0 [O_n, \varepsilon] \end{aligned} \quad (2.48)$$

el segundo termino.

$$\begin{aligned} [iS_n, [iS_n, H_n]] &= 2m_n P_n \{P_n, O_n\} + m_n P_n [P_n, \varepsilon] + m_n P_n [O_n, \varepsilon] \\ &+ m_n 2O_n \{P_n, O_n\} + O_n m_n [P_n, \varepsilon] + O_n m_n [O_n, \varepsilon] \end{aligned} \quad (2.49)$$

y de (2.44) y (2.46) tenemos el término iterativo asociado al operador unitario $e^{iS} H e^{-iS} = e^{ad(iS)}$.

$$H_{n+1} = \prod_{k=1}^n e^{ad(iS_k)} H_0 = \left(\cos(t_n) - \frac{\text{sen}(t_n)}{t_n} \right)^n H_0 \quad (2.50)$$

de donde tenemos que

$$\begin{aligned} UH_0 &= e^{is} H_0 = [\cos(t_n) + t_n \text{sen}(t_n)] H_0 \\ UH_0 U^+ &= [\cos(t_n) - \frac{\text{sen}(t_n)}{t_n}] H_0 \\ UUH_0 U^+ U^+ &= \left[\cos(t_n) - \frac{\text{sen}(t_n)}{t_n} \right]^2 H_0 = [1 - \cos(t_n) + \frac{1 - \cos(t_n)}{t_n^2} - \frac{\text{sen}(t_n)}{t_n}] H_0 \end{aligned}$$

Según (2.47), (2.48), (2.49) y (2.50) el hamiltoniano transformado es.

$$\begin{aligned} H_{n+1} &= m_n \gamma^0 - 2m_n P + 2m_n \gamma^0 P_n^2 + 2m_n \gamma^0 \{P_n, O_n\} + m_n \gamma^0 [P_n, \varepsilon] + m_n \varepsilon \\ &+ 2m_n \gamma^0 O_n^2 - 2m_n \gamma^0 O_n + m_n \gamma^0 [O_n, \varepsilon] + 2m_n P_n \{P_n, O_n\} + m_n P_n [P_n, \varepsilon] \\ &+ m_n P_n [O_n, \varepsilon] + 2m_n O_n \{P_n, O_n\} + m_n O_n [P_n, \varepsilon] + m_n O_n [O_n, \varepsilon] \end{aligned} \quad (2.51)$$

el paso iterativo de n a $n + 1$, tal que se satisfaga la relación de recurrencia siguiendo la forma de (2.46) y (2.50), en selección de los primeros estados del sistema que son valores esperados asociados a los términos de la transformación FW. apéndice .3.

las propiedades $\frac{\text{Sen } t_n}{t_n} = S_n = 1 - \frac{t_n^2}{2}$, $\cos t_n = C_n = 1 - \frac{1}{6}t_n^2$ aplicadas a los términos de la expansión FW en su normalización para conformar una matriz diagonal por bloques u operador evolución temporal que también contribuye como operador de rotación asociado.

La mínima des-excitación de la partícula libre, comprende la relajación del sistema, $\frac{|p|}{m_n} = t_n \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow 0$, trasbordado al límite no relativista, considerando la constante de Lorentz $\gamma = \sqrt{1 - t_0^2}$, por tanto el operador evolución temporal adquiere la forma en relación a la matriz de mapeo asociada.

$$\prod_{j=0}^{\infty} \exp [\text{ad } (iS_j)] \leftrightarrow \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\gamma} & [t_0^2] & 0 & 0 & [1 - \frac{1}{2}t_0^2] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [-1 + \frac{1}{2}t_0^2] & -\frac{1}{2\gamma(\gamma+1)} & 0 & [1 - \frac{1}{2}t_0^2] & 0 \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

Siendo esta matriz un representación reducida para campos de dos componentes como resultado de la transformación de Foldy- Wouthouysen.

Donde la expansion ha considerado la base de términos combinados según FW, ecuación (2.48)

Acorde a esto, la base del espacio de Hilbert del sistema es.

$$\mathcal{B}_n = \{ \gamma^0, \mathcal{P}_n, \mathcal{O}_n, \mathcal{P}_n \{ \mathcal{P}_n, \mathcal{O}_n \}, \eta^0 \{ \mathcal{P}_n, \varepsilon_n \}, \varepsilon_n, \gamma^0 \{ \mathcal{P}_n, \mathcal{O}_n \}, \mathcal{P}_n | \mathcal{P}_n, \varepsilon_n | \} \quad (2.53)$$

En el sistema relajado es viable considerar una aproximación mas simple al orden t_0^2 , despreciando los términos que contienen paréntesis, quedando la base $B_n = \{ \gamma^0, P_n, O_n, 0, 0, \varepsilon_n, 0, 0 \}$, donde el hamiltoniano FW tendría la forma en su diagonal principal, $H_0 \longleftrightarrow 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0$

Retomando la considerando inicial FW $\tilde{H} = e^{iS} H e^{iS}$, tenemos que

$$\tilde{H} = \gamma m_0 \gamma^0 + m_0 \varepsilon_0 + \frac{m_0}{2\gamma} \gamma^0 \{ \mathcal{P}_0, \mathcal{O}_0 \} - \frac{m_0}{2\gamma(\gamma+1)} \mathcal{P}_0 [\mathcal{P}_0, \varepsilon_0] \quad (2.54)$$

Luego cada término de (2.43) (apendice .2) en 2.54 con consideraciones iniciales relativistas, resulta la ecuación explícita.

$$\begin{aligned}
\tilde{H} = & \gamma m \gamma^0 + \left\{ a_0 - m e_0 - m (c_{0j} + c_{j0}) \frac{p^j}{m} \right\} + \left\{ -\frac{m c_{00}}{\gamma} + (a_j - m e_j) \frac{p^j}{\gamma m} - m (c_{jk} - \eta_{jk} c_{00}) \frac{p^j p^k}{\gamma m^2} \right\} \gamma^0 \\
& + \left\{ -\left(m d_{j0} + \frac{1}{2} \varepsilon^{kl} {}_j H_{kl} \right) + \left[-\frac{b_0 \eta_{jk}}{\gamma} + m \varepsilon^{lm} {}_j \left(\frac{1}{2} g_{lmk} - \eta_{km} g_{l00} \right) \right] \frac{p^k}{m} \right. \\
& + \left[m (d_{0l} + d_{l0}) - \frac{(\gamma - 1) m^2}{p^2} \left(m d_{l0} + \frac{1}{2} \varepsilon^{mn} {}_l H_{mn} \right) \right] \eta_{jk} \frac{p^l p^k}{\gamma m^2} + \left[\frac{(\gamma - 1) m^2}{2 p^2} m \varepsilon^{nq} {}_l g_{nqk} \right] \eta_{jm} \frac{p^k p^l p^m}{\gamma m^3} \left. \right\} \gamma^5 \gamma^j \\
& + \left\{ \left[-b_j - \frac{1}{2} m \varepsilon^{kl} {}_j g_{kl0} \right] \frac{1}{\gamma} + [\varepsilon^l {}_{kj} H_{0l} + m (d_{jk} - \eta_{jk} d_{00})] \frac{p^k}{\gamma m} \right. \\
& + \left[m \varepsilon^m {}_{lj} (g_{m0k} + g_{mk0}) + \frac{(\gamma - 1) m^2}{p^2} \eta_{jl} \left(b_k + \frac{1}{2} m \varepsilon^{mn} {}_k g_{mn0} \right) \right] \frac{p^k p^l}{\gamma m^2} \\
& + \left. \left[-\frac{(\gamma - 1) m^2}{p^2} m (d_{kl} - \eta_{kl} d_{00}) \right] \eta_{jm} \frac{p^k p^l p^m}{\gamma m^3} \right\} \gamma^5 \gamma^0 \gamma^j.
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Este es el hailtoniano relativista Foldy-Wothouysen, y siguiendo su principal propósito, permite dividir los campos fermiónicos en dos componentes, (2.56)

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} h_{\text{rel}} & 0 \\ 0 & h \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

Donde el elemento superior izquierdo es el hamiltoniano útil para experimentos en el contexto relativista

$$\begin{aligned}
h_{\text{rel}} = & \gamma m + \left(a_0 - \frac{m c_{00}}{\gamma} - m e_0 \right) + [a_j - \gamma m (c_{0j} + c_{j0}) - m e_j] \frac{p^j}{\gamma m} - m (c_{jk} - \eta_{jk} c_{00}) \frac{p^j p^k}{\gamma m^2} \\
& + \left\{ \left[-\frac{1}{\gamma} b_j + m d_{j0} + \frac{1}{2} \varepsilon^{kl} {}_j H_{kl} - \frac{1}{2\gamma} m \varepsilon^{kl} {}_j g_{kl0} \right] \right. \\
& + \left[\eta_{jk} b_0 + m (d_{jk} - \eta_{jk} d_{00}) + \varepsilon^l {}_{kj} H_{0l} - \gamma m \varepsilon^{lm} {}_j \left(\frac{1}{2} g_{lmk} - \eta_{km} g_{l00} \right) \right] \frac{p^k}{\gamma m} \\
& + \left[\frac{(\gamma - 1) m^2}{p^2} \left(b_k + m d_{k0} + \frac{1}{2} \varepsilon^{mn} {}_k H_{mn} + \frac{1}{2} m \varepsilon^{mn} {}_k g_{mn0} \right) \eta_{jl} \right. \\
& - m (d_{0k} + d_{k0}) \eta_{jl} + m \varepsilon^m {}_{lj} (g_{m0k} + g_{mk0}) \left. \right] \frac{p^k p^l}{\gamma m^2} \\
& + \left. \frac{(\gamma - 1) m^2}{p^2} \left[-m (d_{kl} - \eta_{kl} d_{00}) - \frac{1}{2} m \varepsilon^{nq} {}_l g_{nqk} \right] \eta_{jm} \frac{p^k p^l p^m}{\gamma m^3} \right\} \sigma^j.
\end{aligned} \tag{2.57}$$

Mientras que la componente inferior derecha es el hamiltoniano que contiene a orden superior de t_0 todos los términos de violación Lorentz, útil para experimentos que funcionan en un contexto de baja energía tanto para materia como antimateria.

$$\begin{aligned}
h = & m + \frac{p^2}{2m} \\
& + (a_0 - mc_{00} - me_0) + \left(-b_j + md_{j0} - \frac{1}{2}m\varepsilon_{jkl}g_{kl0} + \frac{1}{2}\varepsilon_{jkl}H_{kl} \right) \sigma^j + [-a_j + m(c_{0j} + c_{j0}) + me_j] \frac{p_j}{m} \\
& + \left[b_0\delta_{jk} - m(d_{kj} + d_{00}\delta_{jk}) - m\varepsilon_{klm} \left(\frac{1}{2}g_{mlj} + g_{m00}\delta_{jl} \right) - \varepsilon_{jkl}H_{l0} \right] \frac{p_j}{m} \sigma^k + \left[m \left(-c_{jk} - \frac{1}{2}c_{00}\delta_{jk} \right) \right] \frac{p_j p_k}{m^2} \\
& + \left\{ \left[m(d_{0j} + d_{j0}) - \frac{1}{2} \left(b_j + md_{j0} + \frac{1}{2}m\varepsilon_{jmn}g_{mn0} + \frac{1}{2}\varepsilon_{jmn}H_{mn} \right) \right] \delta_{kl} \right. \\
& + \frac{1}{2} \left(b_l + \frac{1}{2}m\varepsilon_{lmn}g_{mn0} \right) \delta_{jk} - m\varepsilon_{jlm} (g_{m0k} + g_{mk0}) \left. \right\} \frac{p_j p_k}{m^2} \sigma^l \\
& + \frac{1}{2} (a_j \delta_{kl} - me_j \delta_{kl}) \frac{p_j p_k p_l}{m^3} \\
& + \frac{1}{2} \left[(-b_0 \delta_{jm} + md_{mj} + \varepsilon_{jmn}H_{n0}) \delta_{kl} + \left(-md_{jk} - \frac{1}{2}m\varepsilon_{knp}g_{npj} \right) \delta_{lm} \right] \frac{p_j p_k p_l \sigma^m}{m^3}.
\end{aligned} \tag{2.58}$$

2.3.1. Hamiltoniano de Jaynes Cummings

Estabilidad y confinamiento de antipartículas

Originalmente el modelo de JC en la aproximación de onda rotante RWA [21] es utilizado para definir la interacción radiación materia de un modo electromagnético con un átomo de dos niveles en una micro-cavidad óptica resonante, este también sería un método analítico propicio para describir iones atrapados en una trampa de iones TP [22], [23], [5].

En primera instancia enfatizando en la parte interna del sistema, determinamos el hamiltoniano de estructura fina; siguiendo la ecuación 2 apéndice 2 y (2.57), organizamos para obtener la e.c (2.58) [19]

$$H_{\text{SME}} = \sum_{\omega=e,p} \left[A^\omega + 2B_k^\omega S^k + (E_{ij}^\omega + 2F_{ijk}^\omega S^k) \frac{p_i p_j}{m_e^2} + \dots \right] \tag{2.59}$$

Donde $S^k = \frac{1}{2}\sigma^k$ es el operador espín, y los acoplamientos del lagrangiano SME son los

terminos

$$\begin{aligned}
A^e &= -a_0^e - m_e c_{00}^e + \dots \\
B_k^e &= -b_k^e - m_e d_{k0}^e - \frac{1}{2} \epsilon_{kij} H_{ij}^e \\
E_{ij}^e &= -m_e \left(c_{ij}^e + \frac{1}{2} c_{00}^e \delta_{ij} \right) \\
F_{ijk}^e &= -\tilde{d}i^e \delta jk + \frac{1}{2} (\delta_{ij} b_k^e - \delta_{ik} b_j^e) + \dots
\end{aligned}$$

Donde los estados $|m_f\rangle = |n, l, j, f, m\rangle$ son los valores propios de los niveles del átomo, y n, l, j, f, m son los números cuánticos.

La interpretación de este hamiltoniano corresponde a una teoría efectiva en la escala de Plank [24] y puede interpretarse como la suma del hamiltoniano de energía cinética no relativista $p^2/2m$, el hamiltoniano de interacción magnética $\hat{\sigma}B$, las contribuciones de la estructura fina y los términos adicionales de la extensión del modelo estándar (EME).

$$E_{\text{SME}}^x = \left\langle m_f \left| \sum_{\omega=e,p} \left[A^\omega + 2B_k^\omega S^k + (E_{ij}^\omega + 2F_{ijk}^\omega S^k) \frac{p_i p_j}{m_e^2} + \dots \right] \right| m_f \right\rangle_{\pm, \pm'} \quad (2.60)$$

Aplicando la cuantización de los armónicos esféricos, empleando el teorema de Wigner-Ekhardt, los autovalores propios son.

$$\begin{aligned}
E_{\text{SME}}^d &= \tilde{A}^e + \tilde{A}^p - (B_3^e + B_3^p) \\
&\quad + \frac{1}{3} \frac{\alpha^2}{n^2} \text{tr } i, j \left(\tilde{E}ij^e + \epsilon \tilde{E}ij^p - (Fij3^e + \epsilon F_{ij3}^p) \right)
\end{aligned} \quad (2.61)$$

y

$$\begin{aligned}
E_{\text{SME}}^c &= \tilde{A}^e + \tilde{A}^p - \cos 2\theta_n (B_3^e - B_3^p) \\
&\quad + \frac{1}{3} \frac{\alpha^2}{n^2} \text{tr } i, j \left(\tilde{E}ij^e + \epsilon \tilde{E}ij^p - \cos 2\theta_n (Fij3^e - \epsilon F_{ij3}^p) \right)
\end{aligned} \quad (2.62)$$

realizando las operaciones, los valores propios quedan expresados en términos de las constantes de acople

$$\begin{aligned}
E_{\text{SME}}^d = & -a_0^e - a^{(5)e} - m_e c_{00}^e - a_0^p - a^{(5)p} - m_e c_{00}^p \\
& + b_3^e + m_e d_{30}^e + H_{12}^e + b_3^p + m_e d_{30}^p + H_{12}^p \\
& - \frac{1}{3} \frac{\alpha^2}{n^2} \left[m_e^2 \left(a_{ii}^{(5)e} + a_{ii}^{(5)p} \right) + \frac{5}{2} (m_e c_{00}^e + \epsilon m_p c_{00}^p) \right. \\
& \left. + 2m_e \kappa_0 + \left(\hat{b}_3^e - \tilde{d}_3^e + \epsilon \left(b_3^p - \tilde{d}_3^p \right) \right) \right],
\end{aligned} \tag{2.63}$$

y

$$\begin{aligned}
E_{\text{SME}}^c = & -a_0^e - a^{(5)e} - m_e c_{00}^e - a_0^p - a^{(5)p} - m_e c_{00}^p \\
& + \cos 2\theta_n (b_3^e + m_e d_{30}^e + H_{12}^e - b_3^p - m_e d_{30}^p - H_{12}^p) \\
& + \frac{1}{3} \frac{\alpha^2}{n^2} \left[m_e^2 \left(a_{ii}^{(5)e} - a_{ii}^{(5)p} \right) + \frac{5}{2} (m_e c_{00}^e - \epsilon m_p c_{00}^p) \right. \\
& \left. + 2m_e \kappa_0 + \cos 2\theta_n \left(b_3^e + \tilde{d}_3^e - \epsilon \left(b_3^p + \tilde{d}_3^p \right) \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.64}$$

Para un átomo de dos niveles sus estados asociados satisfacen la ecuación de valores y estados propios $\hat{H}_{at} |-\rangle = +\frac{1}{2}\hbar\omega_A |-\rangle$ y $\hat{H}_{at} |+\rangle = -\frac{1}{2}\hbar\omega_A |+\rangle$ para un conjunto orto-normal y completo del hamiltoniano $\hat{H}_{at} = \frac{1}{2}\hbar\omega_A(|-\rangle\langle+| - |+\rangle\langle-|)$, donde aparece el operador de Pauli $\hat{\sigma}_z$, en base a la gráfica de la estructura fina de antihidrogeno. [19] fig 2.3.1, podemos hacer la aproximación $+\frac{1}{2}\hbar\omega_A \approx E_{\text{SME}}^{2S_d}$ y $-\frac{1}{2}\hbar\omega_A \approx E_{\text{SME}}^{1S_d}$, donde elegimos únicamente la transición $1S_d - 2S_d$ para $l = d$ apendice .4, ya que la transición tinede a tener la misma energía, por tanto según (2.63) y las contribuciones del hamiltoniano en (2.59), tenemos la ecuación para el estado excitado.

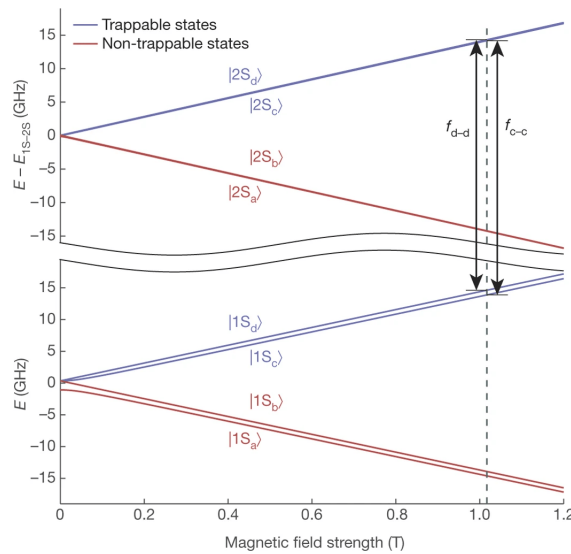


Figura 2.2: Imagen tomada del the alpha colabration [1], transición $1S_d - 2S_d$ y $1S_c - 2S_c$ en $2,47 \text{ GeV}$

$$\Delta E_{2S_d+1s_d}^{\hat{G}} = \frac{1}{4}\alpha^2 \left[m_e^2 \left(a_{ii}^{(s)e} + a_{ii}^{(5)p} \right) + 2m_e \kappa_0 + \frac{5}{2} (m_e c'_{00} + c m_p c'_{00}) + (b'_j - \bar{d}_j + c b'_3 - c \bar{d}_3^p) \right] \quad (2.65)$$

Donde α es la constante de estructura fina, m_e y m_p son las masas del positrón y anti-protón respectivamente, los demás términos como ya sabemos contienen las constantes de acoplamiento de la extensión del modelo estándar.

De $\Delta E_{2S_d+1s_d}^{\hat{G}}$ se define los estados de un átomo de dos niveles, donde cada nivel puede ser cuantizado en la escala de Planck como $\frac{1}{2}\hbar\omega_A$, 2.3

$$\begin{aligned} \hat{H}_{at} |-\rangle &= +E_{SME}^{2S_d} |-\rangle \\ \hat{H}_{at} |+\rangle &= -E_{SME}^{1S_d} |+\rangle \end{aligned} \quad (2.66)$$

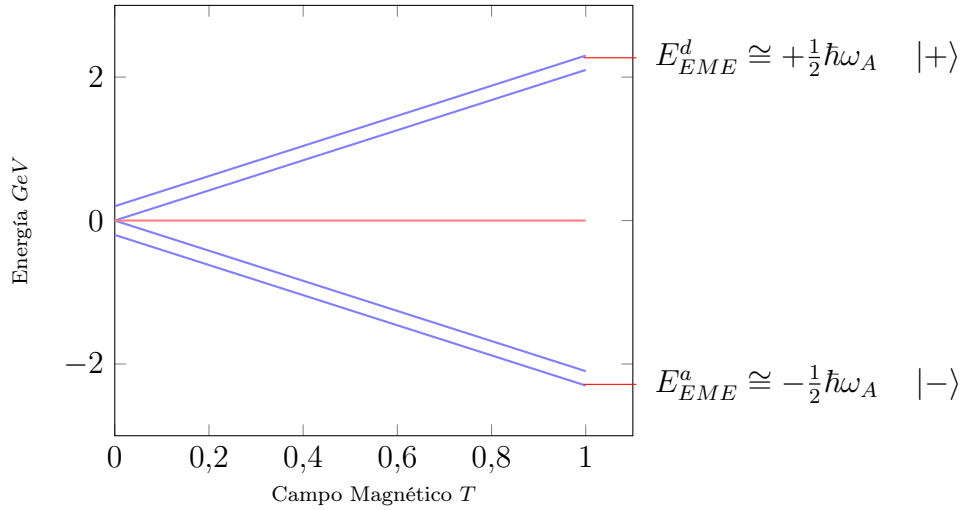


Figura 2.3: Aproximación de valores esperados en los niveles del átomo antihidrógeno. Derechos de autor: Creación propia

de donde tenemos que la frecuencia interna del átomo es

$$\omega_A^{SME} = \frac{\Delta E_{2S_d+1s_d}^{\hat{G}}}{\hbar} \quad (2.67)$$

Donde $|+\rangle$ y $|-\rangle$ son los estados de mayor y menor energía respectivamente a partir de ello se tiene un conjunto de estados orto-normal y completo.

$$\hat{H}_{at} = \frac{1}{2}\hbar\omega_A^{SME}(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|) \quad (2.68)$$

Donde se identifica la matriz de Pauli, $\sigma_z = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|$.

Por tanto se tiene que el hamiltoniano del átomo es.

$$\hat{H}_{at} = \frac{1}{2}\hbar\omega_A^{SME}\sigma_z \quad (2.69)$$

Por otro lado, la energía de la dinámica del átomo dentro de la trampa es.

$$\hat{H}_{\text{trap}} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_T^2\hat{x}^2 \quad (2.70)$$

y satisface el comportamiento de una partícula confinada en un pozo de potencial armónico, donde los operadores posición y momento en termino de operadores creación y destrucción de cuantos en modo de trampa armónica son, $\hat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_T m}}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger)$, $\hat{p} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_T m}}(\hat{b} - \hat{b}^\dagger)$, con ω_T la frecuencia del átomo en el centro de masa. resultando el hamiltoniano

$$\hat{H}_{\text{trap}} = \hbar\omega_T(\hat{b}^\dagger\hat{b} + 1/2) \quad (2.71)$$

El hamiltoniano de interacción \hat{H}_{int} , átomo-campo es.

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\hat{\vec{\mu}} \cdot \hat{\vec{E}} \quad (2.72)$$

Donde $\hat{\vec{\mu}}$ es el operador momento, según las relaciones $\hat{\vec{\mu}} = \vec{\mu}_{-+}|-\rangle\langle+| + \vec{\mu}_{+-}|+\rangle\langle-| = \vec{\mu}(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)$, cumple la dinámica de los auto-estados propios del sistema $|-\rangle, |+\rangle, \{|-\rangle, |+\rangle\}$, en la dinámica de Stern Gerlach.

Además, el campo eléctrico para una onda plana monocromática clásica $\hat{E} = \hat{e}\varepsilon \cos(\omega_L t - k_L \hat{x})$ satisface la expansión de onda plana, $\hat{\vec{E}} = \frac{1}{2}\varepsilon\vec{e}(\hat{F}\exp\{-i\omega_L t\} + \hat{F}^\dagger\exp\{i\omega_L t\})$, por tanto tenemos.

$$\hat{H}_{int} = \frac{1}{2}\hbar\Omega(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)(\hat{F}\exp\{-i\omega_L t\} + \hat{F}^\dagger\exp\{i\omega_L t\}) \quad (2.73)$$

Donde \hat{F} y \hat{F}^\dagger se definen a partir de la expresión $\hat{F} = \exp\left\{i\varepsilon\left(\hat{b}e^{i\omega_T t} + \hat{b}^\dagger e^{-i\omega_T t}\right)\right\}$ y Ω es la frecuencia de Rabi semiclásica.

Así el hamiltoniano del sistema átomo-trampa H_{at}, H_{trap} , e interacción del modo electro-magnético del campo con el átomo H_{int} conforman el hamiltoniano JC, E.c (2.74)

$$\hat{H}_{MJC} = \hat{H}_{at} + \hat{H}_{rad} + \hat{H}_{int} \quad (2.74)$$

Eliminando la parte semientera del oscilador armónico cuántico, tenemos el hamiltoniano de Jaynes Cummings

$$\begin{aligned} \hat{H}_{MJC} = \hat{H}_a + \hat{H}_{rad} + \hat{H}_{int} = \\ \hbar\omega_T \hat{b}^\dagger \hat{b} - \frac{1}{2} \hbar\omega_A^{SME} \sigma_z + \frac{1}{2} \hbar\Omega (\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-) (\hat{F}e^{-i\omega_L t} + \hat{F}_\dagger e^{i\omega_L t}) \end{aligned} \quad (2.75)$$

Donde ω_T y ω_A y ω_L son la frecuencia del átomo, la frecuencia de Borh y la frecuencia de radiación del campo externo o modo de radiación electromagnética, $\hat{\sigma}_-$ y $\hat{\sigma}_+$ los operadores de excitación y des-excitación y \hat{a}^\dagger con \hat{a} los operadores escalera creación y destrucción de cuantos de energía del oscilador cuántico

Donde $\Omega = \frac{\mu}{\hbar} \varepsilon_C$ es la frecuencia de Rabi, con $\varepsilon = \frac{a_o}{\lambda/\pi}$ y $a_o = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_T m}}$ la amplitud del estado cuántico, conocido como límite de Lamb-, también vista como la amplitud del campo eléctrico.

Aproximación de onda rotante AOR

Con el fin de eliminar términos contrarotantes de elevada frecuencia ω_T y ω_A , ecuación (2.75), se pasa a la imagen de interacción Schrödinger.

$$\hat{H} = \hat{U} \hat{H} \hat{U}^\dagger + i\hbar \frac{d\hat{U}}{dt} \hat{U}^\dagger \quad (2.76)$$

Donde se introduce el operador unitario de evolución temporal $U' = e^{i\frac{\hat{H}_0}{\hbar}t}$ e introduciendo la propiedad de Hadamard $e^{Ax} \hat{B} e^{-Ax} = B + x[A, B] + \frac{x^2}{2!}[\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \dots$ con $\hat{H}_0 = \hbar\omega_T \hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{1}{2} \hbar\omega_A \hat{\sigma}_z$, $\hat{U} \hat{H} \hat{U}^\dagger = \hat{H}_0 + \hat{U} \hat{H}_{int}^\dagger \hat{U}^\dagger$, las propiedades

$$\begin{aligned} e^{i\omega \hat{b}^\dagger \hat{b} t} \hat{b} e^{-i\omega \hat{b}^\dagger \hat{b} t} &= \hat{b} e^{-i\omega t} \\ e^{i\frac{\omega}{2} \hat{\sigma}_z t} \hat{\sigma}_\pm e^{-i\frac{\omega}{2} \hat{\sigma}_z t} &= \hat{\sigma}_\pm e^{\pm i\omega t} \end{aligned}$$

y $\hat{F} = \exp \left[i\varepsilon \left(\hat{b}e^{i\omega_T t} + \hat{b}^\dagger e^{-i\omega_T t} \right) \right]$ con la aproximación $\hat{b} \cong 1 + i\varepsilon \left(\hat{b}e^{i\omega_T t} + \hat{b}^\dagger e^{-i\omega_T t} \right)$

Este es un procedimiento análogo al empleado en la extensión FW, para eliminar los términos de alta energía. Aplicando y desarrollando en la ecuación (2.72), se obtiene

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{MJC} = & -\frac{1}{2}\delta\hbar\hat{\sigma}_z + \hbar\frac{\Omega}{2} \left[\hat{\sigma}_+ \left(e^{i(\omega_A^{SME}-\omega_L)t} + e^{i(\omega_A^{SME}+\omega_L)t} \right) + \right. \\
& + \hat{\sigma}_- \left(e^{-i(\omega_A^{SME}-\omega_L)t} + e^{-i(\omega_A^{SME}+\omega_L)t} \right) + \\
& + i\varepsilon\hat{b}\hat{\sigma}_+ \left(e^{i(\omega_T-\omega_L+\omega_A^{SME})t} - e^{i(\omega_T+\omega_L+\omega_A^{SME})t} \right) + \\
& + i\varepsilon\hat{b}^\dagger\hat{\sigma}_+ \left(e^{-i(\omega_T+\omega_L-\omega_A^{SME})t} - e^{-i(\omega_T-\omega_L-\omega_A^{SME})t} \right) + \\
& + i\varepsilon\hat{b}\hat{\sigma}_- \left(e^{i(\omega_T-\omega_L-\omega_A^{SME})t} - e^{i(\omega_T+\omega_L-\omega_A^{SME})t} \right) + \\
& \left. i\varepsilon\hat{b}^\dagger\hat{\sigma}_- \left(e^{-i(\omega_T+\omega_L+\omega_A^{SME})t} - e^{-i(\omega_T-\omega_L+\omega_A^{SME})t} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.77}$$

Los terminos describen $\omega_A = \omega_T$ y $\omega_L = \omega_A + \omega_T$, elevadas resonancias en el ancho de banda azul, y los términos $\omega_L = \omega_A - \omega_A$ bajas resonancias en el primer ancho de banda rojo.

Los términos que conlleva a causar resonancias elevadas son definidos como contrarotantes por tanto, son despreciados, aplicando estos criterios en la E.c (2.77) se obtiene.

$$\hat{H} = \frac{1}{2}i\hbar\varepsilon\Omega_s \left(\hat{b}\hat{\sigma}_+ - \hat{b}^\dagger\hat{\sigma}_- \right) - \frac{1}{2}\hbar\delta\hat{\sigma}_z \tag{2.78}$$

Donde definimos la desintonia $\delta = (\omega_T - \omega_A^{SME})$ en el ancho de banda del infrarrojo cercano, resultando finalmente el hamiltoniano de Jaynes-Comings en la aproximación de onda rotante para un átomo de dos niveles en la representación de Fock.

$$\hat{H}_n = \frac{1}{2}\hbar \begin{bmatrix} -\delta & -\Omega_n \\ -\Omega_n^* & \delta \end{bmatrix}, \tag{2.79}$$

Se diagonaliza el hamiltoniano de la e.c (2.76) y se obtiene el valor esperado w_n .

$$\tilde{\omega}_n^\pm = \pm\tilde{\Omega}_n \equiv \pm\sqrt{|\Omega_n|^2 + (\omega_T - \Delta E_{2S_d+1s_d}^{\hat{G}}/\hbar)^2} \tag{2.80}$$

2.4. Condensado de Bose-Einstein

2.4.1. Fracción numero de partículas

El hamiltoniano se semiclásico que describe la partícula en el seno de la trampa armónica es

$$\hat{H}_o = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_T^2\hat{x}^2 \quad (2.81)$$

del cual plateamos la ecuación general de Schrodinger

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right] \Psi(r, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(r, t) \quad (2.82)$$

donde ∇^2 es el operador asociado al momento, V es el potencial armónico. con las funciones de onda.

$$\varphi_A(\vec{r}) = \left(\frac{m\omega_0}{\pi\hbar} \right)^{3/4} \exp \left\{ -\frac{m}{2\hbar} (\omega_1 x^2 + \omega_2 y^2 + \omega_3 z^2) \right\} \quad (2.83)$$

$$\phi(t) = \frac{1}{k + a\omega t} e^{-iEt/\hbar} \quad (2.84)$$

Donde la relación de fase de onda plana. $\frac{m\omega_A}{\hbar} = \frac{1}{a^2(1+\omega^2 t^2)}$ conlleva a la solución general de onda.

$$\Psi_{(r,t)} = \phi \varphi \frac{1}{\pi a \sqrt{1 + \omega t}} e^{\frac{\gamma^2}{2a^2(1+\omega^2 t^2)}} \quad (2.85)$$

La normalizando para un número fijo de partículas N_0 (átomos de antihidrogeno).

$$n_0(r, t) = N_0 |\Psi(r, t)|^2 = \frac{N_0}{\pi^{1/2}} \prod_{j=1}^3 \frac{1}{a_j \sqrt{1 + \omega_j^2 t^2}} * e^{\frac{-r^2}{a_j^2(1+\omega_j^2 t^2)}} \quad (2.86)$$

Es la densidad numérica de partículas en el estado fundamental.

$$f(\vec{r}, \vec{p}, 0) = \frac{1}{\exp \left\{ \left(\frac{\beta p^2}{2m} + \frac{\beta m}{2} (\omega_1^2 x^2 + \omega_2^2 y^2 + \omega_3^2 z^2) \right) - \beta \mu \right\} - 1} \quad (2.87)$$

el estado excitado es el resultado de desactivar el potencial, y el sistema evoluciona de forma balística.

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = f\left(\vec{r} + \frac{\vec{p}t}{m}, \vec{p}, 0\right).$$

Este fenómeno se describe mediante la ecuación densidad numérica espacial de los átomos en los estados excitados, la cual es

$$n_{\text{excitado}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{h^3} \int f\left(\vec{r} + \frac{\vec{p}t}{m}, \vec{p}, t\right) d\vec{p},$$

Donde $\frac{\vec{p}t}{m}$ es un desplazamiento lineal y h^3 es el volumen de fase de un estado, integrando tenemos.

$$n_{\text{excitado}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\lambda^3} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{e^{\beta\mu_j}}{j^{3/2}} \left\{ \prod_{\alpha=1}^3 \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \omega_{\alpha}^2 t^2}} \exp \left\{ \frac{-\beta j m \omega_{\alpha}^2 r_{\alpha}^2}{2(1 + \omega_{\alpha}^2 t^2)} \right\} \right] \right\} \quad (2.88)$$

donde $\lambda = h/\sqrt{2\pi m k T}$ es la longitud de onda térmica de Broglie. , ω_{α} es la frecuencia de la armónica de la trampa ω_T segun la condición de la AOR.

$$\delta = \omega_T - \Delta E_{2S_d+1s_d}^{\hat{G}}/\hbar \quad (2.89)$$

Si $\delta = 0$ se representa la resonancia en la trampa, y $\omega_T \approx \Delta E_{2S_d+1s_d}^{\hat{G}}/\hbar$, si $\delta \neq 0$ se presenta desintonía en la trampa.

2.4.2. Fracción condensada de Bose-Einstein

Sea la función de partición gran canónica

$$Z_6 = \text{Tr}\{\exp[-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})]\} \quad (2.90)$$

De la cual el gran potencial es

$$\Phi(\mu, T) = -\frac{(kT)^4}{2(\hbar\omega_0)^3} \int_0^{\infty} x^2 \ln(1 - e^{-x} e^{\beta\mu}) dx = \frac{(kT)^4}{(\hbar\omega_0)^3} g_4(\xi), \quad (2.91)$$

Donde ξ es la función de fugacidad y $g_4(\xi)$ la función Bose-Einstein

$$\left. \begin{matrix} g_y(\xi) \\ f_y(\xi) \end{matrix} \right\} \equiv \frac{1}{\Gamma(y)} \int_0^\infty dx \frac{x^{y-1}}{e^x \xi^{-1} - \nu} \quad (2.92)$$

Donde la función gamma es definida como $\Gamma(y) = \int_0^\infty dt e^{-t} t^{y-1}$ [$\Re(y) > 0$]. Esta obedece la relación $\Gamma(y+1) = y\Gamma(y)$.

Donde $x = \epsilon\beta$ y $\epsilon = \hbar\omega_n$, con $\omega_n \approx \omega_T$ y ξ es la función de fugacidad.

La ecuación (2.29), es la forma integral de la función de Riemann, $g_y(z), f_y(z) = \sum_{k=1}^\infty \frac{(\nu)^{k+1} z^K}{k^y}$, que en forma general me define el volumen específico $\frac{1}{v} = \frac{N}{V}$, $v = V/N$, implícitamente tenemos la función de fugacidad $z = e^{-\beta\mu}$; de lo anterior el potencial químico es.

$$\mu = k_B T \ln(z) = k_B T \left[\ln \left(\frac{\lambda^3}{gv} \right) - \nu \frac{1}{2^{3/2}} \left(\frac{\lambda^3}{gv} \right) \dots \right] \quad (2.93)$$

Con $N(\mu, T)$, un número fijo de partículas.

$$N(\mu, T) = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} \right)_T = \left(\frac{kT}{\hbar\omega_o} \right)^3 g_3(\xi) \quad (2.94)$$

Donde podemos notar que, para $N(\mu, T)$ fijo, el potencial químico aumenta y la temperatura disminuye, haciendo que se forme el condensado.

$$\frac{kT_c}{\hbar\omega_o} = \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3}, \quad (2.95)$$

Conviene definir según $\delta \approx \omega_A$, tal que $\Omega \approx 0$ a $\omega_T \ll \omega_A$ como la frecuencia de formación del condensado BE, que influye en la temperatura crítica $\frac{kT_c}{\hbar\omega_A}$ para un número fijo de partículas N .

$$\frac{N_{\text{excitado}}}{N} = \frac{\zeta(3)}{N} \left(\frac{kT}{\hbar\omega_T} \right)^3 = \left(\frac{T}{T_c} \right)^3, \quad (2.96)$$

El número excitado de partículas es $N = N - N_0$, haciendo las respectivas sustituciones se tiene la fracción de partículas de Bose Einstein

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \quad (2.97)$$

De lo anterior se define para (2.86) y (2.88) la temperatura crítica para un numero fijo de antiátomos N acorde a la frecuencia de resonancia $\omega_T \ll \omega_A$.

$$T_c = \frac{\hbar\omega_A}{k_B} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \quad (2.98)$$

Dond el tamaño de la longitud de onda en la trampa es el tamaño lineal de la función de onda del estado fundamental en la dirección cartesiana i .

$$a_i = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_T}}, \quad (2.99)$$

mientras que el tamaño lineal de la distribución térmica de los átomos no condensados en esa dirección es

$$a_{\text{térmico}} = \sqrt{\frac{kT}{m\delta^2}} = a_i \sqrt{\frac{kT}{\hbar\omega_T}}. \quad (2.100)$$

Resultados

Como resultado principal se obtiene la ecuación del autovalor esperado de la teoría de perturbaciones en el modelo JC y la AOR.

$$\tilde{\omega}_n^{\pm} = \pm \tilde{\Omega}_n \equiv \pm \sqrt{|\Omega_n|^2 + (\omega_T - \Delta E_{2S_d+1s_d}^{\hat{G}}/\hbar)^2} \quad (3.1)$$

Donde $\Delta E_{2S_d+1s_d}^{\hat{G}}/\hbar$ es la frecuencia de transición de los niveles del átomo ω_A^{EME} , y el resultado de la extensión del lagrangiano local de la EDC en la TCC.

$$\begin{aligned} \omega_A^{SME} = & \frac{1}{4\hbar} \alpha^2 \left[m_e^2 \left(a_{ii}^{(s)e} + a_{ii}^{(5)p} \right) + 2m_e \kappa_0 \right. \\ & \left. + \frac{5}{2} (m_e c'_{00} + cm_p c_{00}^p) + (b'_j - \bar{d}_j + cb_3^p - c\bar{d}_3^p) \right] \quad (3.2) \end{aligned}$$

Su valor corresponde a $2,47 \times 10^{15} \text{ eV}$ en representacion de las constante de violación Lorentz y CPT dadas en la tabla apendice .5.

Ω_n y $\delta = \omega_T - \Delta E_{2S_d+1s_d}^{\hat{G}}/\hbar$ son la oscilación de Rabi, y la descintonia si $\delta \neq 0$ o resonancia si $\delta = 0$.

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \quad (3.3)$$

$$N_0 = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \right] \quad (3.4)$$

Tenemos la temperatura crítica con $\omega_n = \omega_T$, que influye en la disminución de la fracción numérica e.c 3.3 y número inicial de partículas en el CBE e.c (3.4).

$$T_c = \frac{\hbar\omega_T}{k_B} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \quad (3.5)$$

Para la desintonía $\delta \approx \omega_A$ y $\omega_T \ll \omega_A$ tenemos una única función de onda que describe a todas las partículas en el estado fundamental, involucrando la densidad numérica en el régimen cuántico.

$$n_0(r, t) = N_0 |\Psi(r, t)|^2 = \frac{N_0}{\pi^{1/2}} \prod_{j=1}^3 \frac{1}{a_j \sqrt{1 + \omega_j^2 t^2}} * e^{\frac{-r^2}{a_j^2(1 + \omega_j^2 t^2)}} \quad (3.6)$$

Para la resonancia $\delta \approx 0$ y $\omega_T \approx \omega_A$ tenemos la densidad numérica del estado excitado como una ecuación balística semiclásica.

$$n_{\text{excitado}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\lambda^3} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{e^{\beta\mu_j}}{j^{3/2}} \left\{ \prod_{n=1}^3 \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \omega_n^2 t^2}} \exp \left\{ \frac{-\beta j m \omega_n^2 r_n^2}{2(1 + \omega_n^2 t^2)} \right\} \right] \right\} \quad (3.7)$$

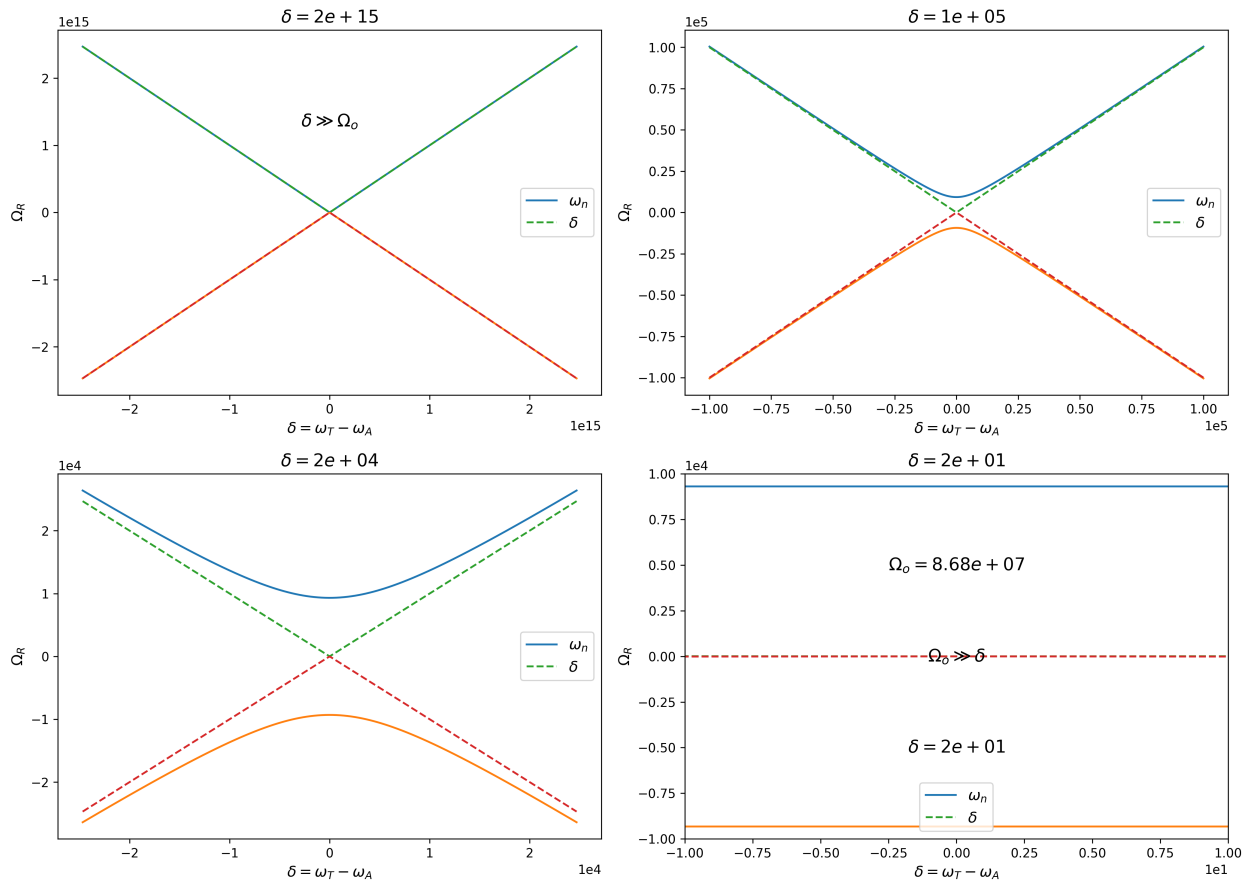


Figura 3.1: Energías normalizadas a \hbar en la imagen de interacción, en ausencia de campo líneas discontinuas $\pm\delta$ desintonía, con presencia de campo línea continua ω_n , resonancia

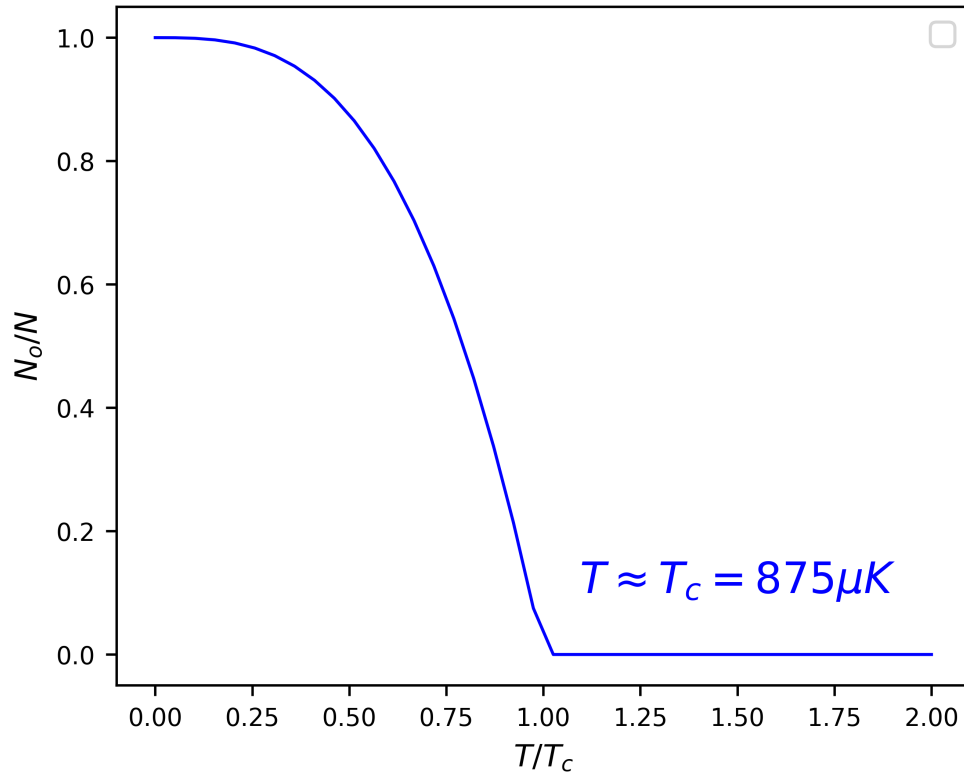


Figura 3.2: Fracción numero de partículas en el CBE y límite de temperatura crítica

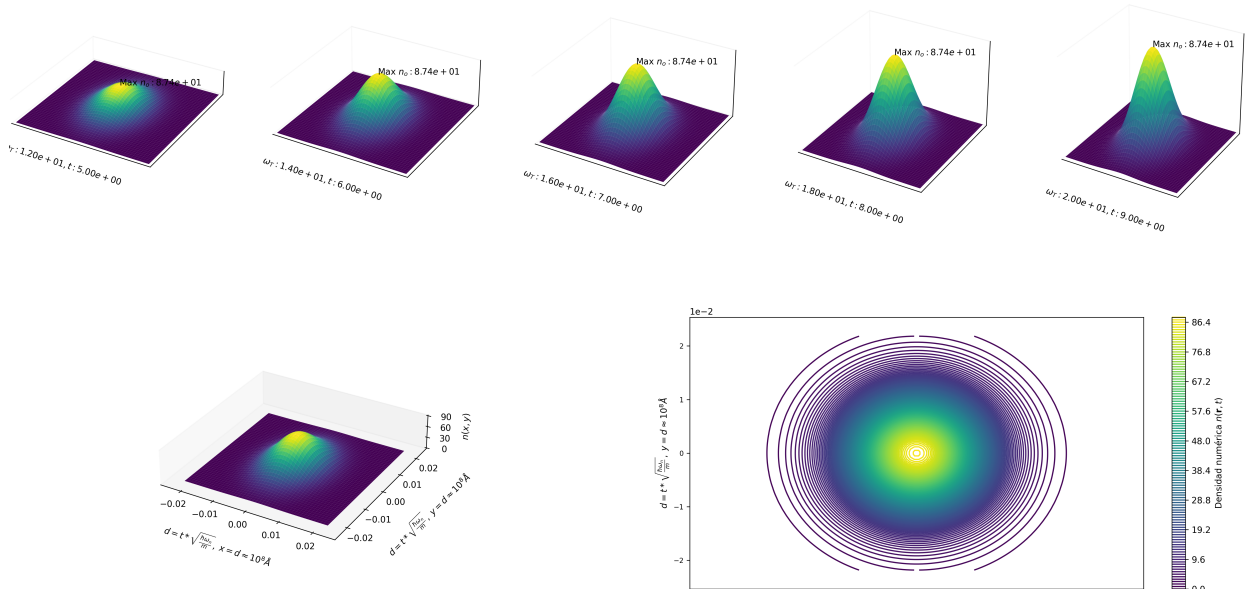


Figura 3.3: Densidad numérica espacial de átomos en el estado fundamental $\omega_n \ll \omega_A$.

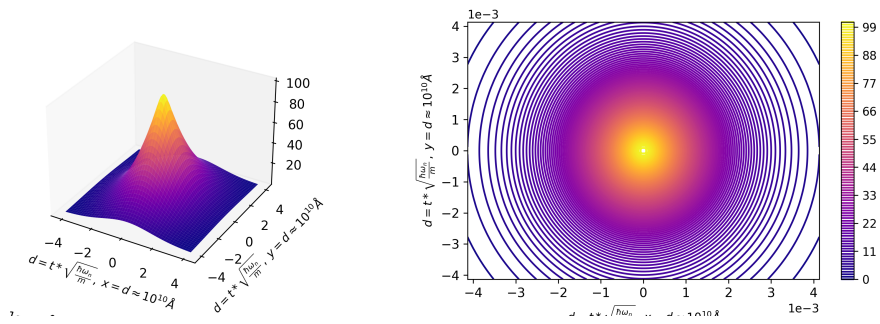


Figura 3.4: A

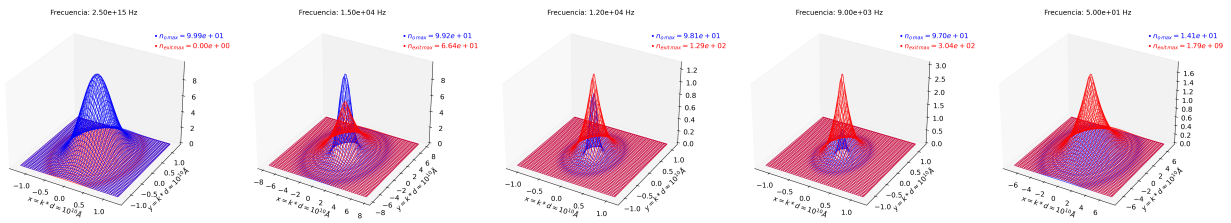


Figura 3.5: B

Figura 3.6: Densidad numérica espacial de partículas en descenso del potencial de captura

Análisis de resultados

En la figura 3.1 imagen 1, se representan los autovalores propios del modelo Jaynes Cummings cuando el valor de alta desintonía se aproxima a la frecuencia de transición interatómica $\delta \approx \omega_A$ y cuando los valores de la frecuencia de oscilación armónica son mucho menores que esta $\omega_T \ll \omega_A$. En las gráficas intermedias la frecuencia armónica se aproxima cada vez mas a la frecuencia de transición del átomo hasta formarse una cavidad electromagnética; esto significa que en la AOR, la desintonia tiende a cero $\delta \approx 0$ y la frecuencia armónica se aproxima al valor de estructura fina $\omega_T \approx \omega_A$ justificándose la transición del átomo y la formación del estado excitado en el valor de $\omega_A \approx 2,47 * 10^{15} eV$

En la gráfica 3.2, la frecuencia armónica del estado base para un número fijo de partículas $N = 100$, es la frecuencia $\omega_T \ll \omega_A$, tal que corresponde con los valores esperados en la aproximación onda rorante de Jaynes Cummings AOR JC. Los valores propios del potencial armónico, ω_T , E.c (3.1), son introducidos como los autovalores de la función de distribución de Bosé-Einstein. Considerando que para un número fijo de partículas N mientras que la temperatura se reduce asta la condensación, la constante del potencial químico tiende a cero $\mu = 0$ y la función de fugacidad tiende a uno $z = 1$, es así que por simplicidad la temperatura crítica según las ecuación (2.98) es $T_c = 873nK$, implicando que esta tienda al cero Kelvin absoluto.

Aplicando estas consideraciones se obtiene la densidad numérica espacial para el CBE en la condensación y poscondesación, figura 3.3 y 3.6, en ambas, la expansión anisotropica es dada en la dirección de movimiento de las antipartículas y satisfacen la formación de un máximo de inflexión en las densidades numéricas $n_{o\ max} \approx 100$ en la condensación para $\omega_T \ll \omega_A$ y

$T \approx T_c$; mientras que para la densidad numérica de los estados excitados $n_{max\ ax} > n_{o\ max}$ con $\omega_T \approx \omega_A$ y $T \gg T_c$ figura 3.6.

La expansión anisotrópica está limitada por el tamaño de longitud de onda en la formación del CBE $a > 1$, y en la formación de la densidad numérica para Estados excitados con la longitud de onda térmica de D'Broglie $\lambda > 1$, estas magnitudes son tales que la perturbación de los estados esperados en la dinámica de las partículas describen correctamente a estos dentro de los límites del valor esperado de la estructura fina; tal que las partículas permanezcan constreñidas en el interior de la trampa, este hecho se fundamenta en que la expansión en un espacio 2D x, y y la dirección de propagación en z debe cumplir con el alcance máximo en la propagación y tiempo de vuelo de las partículas según sea la magnitud del potencial de captura que minimice o amplíe el tamaño de cada dimensión acorde a la expresión $d = t * \sqrt{\frac{\hbar\omega_T}{m}}$ en tamaños aproximados de $1 * 10^{10} \text{Å}$ y tiempos en el orden de los milisegundos.

Conclusiones

El estado excitado en un condensado Bose Einstein, resultó ser consistente con el valor esperado de la estructura fina del átomo de antihidrogeno proveniente de la violación de Lorentz y simetría CPT expresada en el lagrangiano efectivo de la teoría cuántica de campos, desde el campo local para leptones que contiene las constantes de acople de las teorías inconsistentes necesarias para la extensión a un hamiltoniano cuántico no relativista, permitieron abordar el método de Jaynes Cummins en la AOR y el CBE en un Rango de energías permitidas en el orden de $10^{15}eV$, y temperatura críticas en el orden de los nK . La formación del condensado Bose-Einstein, en la condensación y en la poscondensación, analizado explícitamente desde la densidad numérica espacial, presenta comportamientos asintóticos opuestos; el punto de inflexión es máximo en el estado no excitado cuando $\omega_T \approx \omega_A$, y por el contrario es máximo en el estado excitado cuando $\omega_T \ll \omega_A$ a tal punto de extenderse hasta el infinito lo que puede ser interpretado como una consecuencia de la eliminación del potencial de captura y la formación de partículas libres del sistema trampa-ion que posteriormente serian aniquiladas por interacción con el medio externo.

Appendices

.1. Ati-unitariedad CPT

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \psi^{\text{CPT}}(x) \bar{\psi}^{\text{CPT}}(y) | 0 \rangle^* &= (-P \langle 0 | \psi^{\text{C}}(-x) \bar{\psi}^{\text{C}}(-y) | 0 \rangle P)^* \\
&= \left(-P \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_{\mathbf{p}}} (A(p^2) \gamma \cdot p + B(p^2)) P e^{ip \cdot (x-y)} \right)^* \\
&= \left(\int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_{\mathbf{p}}} (A(p^2) \gamma^* \cdot p + B(p^2)) e^{ip \cdot (x-y)} \right)^* \\
&= \langle 0 | \psi^{\text{C}}(x) \bar{\psi}^{\text{C}}(y) | 0 \rangle .
\end{aligned} \tag{1}$$

.2. Términos del Hamiltoniano cuántico relativista

$$\begin{aligned}
m\mathcal{P}_0 &:= -p_j \gamma^0 \gamma^j, \\
m\mathcal{O}_0 &:= [-b_0 + (d_{0j} + d_{j0}) p^j] \gamma_5 + [a_j - (c_{jk} - c_{00} \eta_{jk}) p^k] \gamma^0 \gamma^j + i f_j p^j \gamma_5 \gamma^0 + i [H_{0j} + (g_{j0k} + g_{jk0}) p^k] \gamma^j \\
m\mathcal{E}_0 &:= [a_0 - (c_{0j} + c_{j0}) p^j - m e_0] + \left[-b_j + (d_{jk} - d_{00} \eta_{jk}) p^k - \frac{1}{2} m \varepsilon^{klm} \eta_{jm} g_{kl0} \right] \gamma_5 \gamma^0 \gamma^j \\
&\quad - [m c_{00} + e_j p^j] \gamma^0 - \left[\frac{1}{2} \varepsilon^{klm} \eta_{jm} H_{kl} + m d_{j0} - \varepsilon^{lmn} \eta_{jn} \left(\frac{1}{2} g_{lmk} - \eta_{km} g_{l00} \right) p^k \right] \gamma_5 \gamma^j
\end{aligned} \tag{2}$$

.3. Operador evolución temporal

$$\begin{aligned}
U &\longleftrightarrow (\cos t_n + t_n \sin t_n) m_n \gamma^\circ \\
UU^\dagger &\longleftrightarrow \left\{ \left(\cos t_n + \frac{\sin t_n}{t_n} \right) \right\} \{m_n P_n, m_n O_n, m_n \varepsilon_n\} \\
\{UUU^\dagger U^\dagger, U^\dagger, U^\dagger\} &\longleftrightarrow \left\{ 1 - \cos t_n + \frac{1 - \sin(2t_n)}{t_n^2} - \frac{\sin(2t_n)}{t_n}, -t_n \sin(t_n), \frac{\sin(t_n)}{t_0} \right\} P_n \{P_n, O_n\} \\
\{(U^\dagger)^-, U^\dagger, U^\dagger\} &\longleftrightarrow \left\{ -t_n \text{Sen } t_n, \frac{1}{2} \frac{\text{Sen } t_n}{t_0}, t_0 \text{sen } t_n \right\} [P_n, \varepsilon_n] \\
\{U, U, U\} &\longleftrightarrow \left\{ t_n \frac{\cos t_n}{2t_0}, t_0 t_n \cos t_n, \cos t_n \right\} \{P, O\} \\
\{U, U, U\} &\longleftrightarrow \left\{ \frac{t_n \cos t_n}{t_0}, \frac{(\cos t_n - 1)}{2t_0^2}, \cos(t_n) \right\} \{P_n [P_n, \varepsilon_n]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{n+1} &= \prod_{k=1}^n e^{ad(iS_k)} H_0 \\
U &= e^{iS_n} = \cos(t_n) + t_n \sin(t_n) \\
UU^\dagger &= \prod_{k=1}^n e^{ad(iS_k)} = e^{iS_n} e^{-iS_n} = \cos(t_n) - \frac{\sin(t_n)}{t_n} \\
UUU^\dagger U^\dagger &= e^{iS_n} e^{iS_n} e^{-iS_n} e^{-iS_n} = \left[\cos(t_n) - \frac{\sin(t_n)}{t_n} \right]^2 \\
H_{n+1} &= H_0 e^{-iS_0} e^{-iS_0} e^{-iS_0} \dots e^{-iS_0} = H_0 \prod_{k=1}^n e^{-iS_k} = \prod_{k=1}^n e^{ad(iS_k)} H_0 \\
H_{n+1} &= \left[\frac{\cos(t_n) - \frac{\sin(t_n)}{t_n}}{\cos(t_n) + t_n \sin(t_n)} \right]^n t_n H_0
\end{aligned}$$

Donde tenemos que $t_{n+1} = \left[\frac{\cos(t_n) - \frac{\sin(t_n)}{t_n}}{\cos(t_n) + t_n \sin(t_n)} \right]^n t_n$ y segun la definición, $e^{iS_0} = \cos t_0 + t_0 \sin t_0$ el operador evolución temporal es.

$\exp[ad(iS_n)] \leftrightarrow$

$$\begin{pmatrix}
c_n + t_n^2 s_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & c_n - s_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & c_n - s_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & (s_n - t_n^2 s_n - c_n)/2t_0^2 & -t_n^2 s_n & 0 & 0 & -t_n s_n/t_0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -t_n^2 s_n & t_n s_n/2t_0 & 0 & t_0 t_n s_n \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & t_n c_n/2t_0 & t_0 t_n c_n & 0 & 0 & c_n & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -t_n c_n/t_0 & (c_n - 1)/2t_0^2 & 0 & c_n
\end{pmatrix} \quad (3)$$

.4. Transición $1S - 2S$

$$\begin{aligned}
\Delta E_{2S_l+1S_l}^{\hat{G}} &= \frac{1}{4} \alpha^2 \left[m_e^2 \left(a_{ii}^{(s)e} + a_{ii}^{(5)p} \right) + 2m_e \kappa_0 \right. \\
&\quad \left. + \frac{5}{2} (m_e c_{00}^e + \epsilon m_p c_{00}^p) + (b'_j - \bar{d}_j + \frac{p}{3} - \epsilon \bar{d}_3^p) \right] \quad (4)
\end{aligned}$$

.5. Constantes de acople en la extensión violación Lorentz y simetría CPT

Parámetro	Valor	Constante
ϵ	$\simeq \frac{1}{1830}$	Radio de masa
m_e	$\leq 0,000540 \text{ GeV}$	masa electrón
m_p	$\leq 938 \text{ GeV}$	masa protón
\hbar	$= 6,582119569 \times 10^{-16} \text{ GeV.s}$	constante de Planck
α	$= \frac{1}{137,036}$	constante estructura fina
$a_{ij}^{(5)e}$	$\leq 1 \times 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}$	constantes extensión ME TCC
$a_{ij}^{(5)p}$	$\leq 1 \times 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}$	
b_3^e	$\leq 7 \times 10^{-16} \text{ GeV}$	
b_3^p	$\leq 7 \times 10^{-16} \text{ GeV}$	
k_o	$\leq 1 \times 10^{-11} \text{ GeV}$	
c_{oo}^p	$\leq 1 \times 10^{-11}$	
c_{oo}^e	$\leq 1 \times 10^{-11}$	
\tilde{d}_3	$\leq md_{03} + \frac{1}{2}md_{30} - \frac{1}{2}H_{12}$	
d_3^e	$\leq 1 \times 10^{-22} \text{ GeV}$	
d_3^p	$\leq 1 \times 10^{-25} \text{ GeV}$	

Cuadro 1: Valores de los parámetros en la extensión VL , [22].

Bibliografía

- [1] M. Ahmadi *et al.*, “Alpha collaboration,” *Nature*, vol. 541, p. 506, 2017.
- [2] F. M. Penning, “Die glimmentladung bei niedrigem druck zwischen koaxialen zylindern in einem axialen magnetfeld,” *physica*, vol. 3, no. 9, pp. 873–894, 1936.
- [3] M. H. Holzscheiter, “A brief history in time of ion traps and their achievements in science,” *Physica Scripta*, vol. 1995, no. T59, p. 69, 1995.
- [4] W. Paul, “Electromagnetic traps for charged and neutral particles (nobel lecture),” *Angewandte Chemie International Edition in English*, vol. 29, no. 7, pp. 739–748, 1990.
- [5] J. I. Cirac and P. Zoller, “Quantum computations with cold trapped ions,” *Physical review letters*, vol. 74, no. 20, p. 4091, 1995.
- [6] P. A. M. Dirac, “A positive-energy relativistic wave equation,” *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 322, no. 1551, pp. 435–445, 1971.
- [7] O. Chamberlain, E. Segrè, C. Wiegand, and T. Ypsilantis, “Observation of antiprotons,” *Physical Review*, vol. 100, no. 3, p. 947, 1955.
- [8] J. Chadwick, P. Blackett, and G. Occhialini, “New evidence for the positive electron,” *Nature*, vol. 131, no. 3309, pp. 473–473, 1933.
- [9] G. Blanford, D. Christian, K. Gollwitzer, M. Mandelkern, C. Munger, J. Schultz, and G. Zioulas, “Observation of atomic antihydrogen,” *Physical Review Letters*, vol. 80, no. 14, p. 3037, 1998.

- [10] B. G. Rivera, “Antimateria: el reverso de la materia,” *Fronteras de la Ciencia*, no. 6, pp. 48–55, 2019.
- [11] M. Ge, L. Ji, S. Zhang, A. Santangelo, C. Liu, V. Doroshenko, R. Staubert, J. Qu, S. Zhang, F. Lu *et al.*, “Insight-hxmt firm detection of the highest-energy fundamental cyclotron resonance scattering feature in the spectrum of gro j1008-57,” *The Astrophysical Journal Letters*, vol. 899, no. 1, p. L19, 2020.
- [12] J. M. Díaz, “Nobel prize in physics 2001: Un nuevo y fundamental estado de la materia,” *Journal of Science Education*, vol. 3, no. 1, p. 48, 2002.
- [13] C. Gerry and P. L. Knight, *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, 2005.
- [14] V. A. Kostelecký and C. D. Lane, “Nonrelativistic quantum hamiltonian for lorentz violation,” *Journal of Mathematical Physics*, vol. 40, no. 12, pp. 6245–6253, 1999.
- [15] V. Kostelecký and A. Pickering, “Higher order corrections to the hydrogen spectrum from the standard-model extension,” *Physical Review Letters*, vol. 91, no. 3, p. 031801, 2003.
- [16] V. Kostelecký and N. Russell, “Atomic and optical tests of lorentz symmetry,” *Physical Review Letters*, vol. 100, no. 11, p. 111102, 2008.
- [17] T. J. Yoder and G. S. Adkins, “Higher order corrections to the hydrogen spectrum from the standard-model extension,” *Physical Review D*, vol. 86, no. 11, p. 116005, 2012.
- [18] D. Colladay and V. A. Kostelecký, “Lorentz-violating extension of the standard model,” *Physical Review D*, vol. 58, no. 11, p. 116002, 1998.
- [19] —, “Cpt violation and the standard model,” *Physical Review D*, vol. 55, no. 11, p. 6760, 1997.
- [20] O. Bertolami, “Lorentz violating extension of the standard model and the β -decay endpoint,” *Physical Review D*, vol. 77, no. 8, p. 085032, 2008.
- [21] Z. Ficek and M. R. Wahiddin, *Quantum optics for beginners*. CRC Press, 2014.
- [22] M. Charlton, S. Eriksson, and G. M. Shore, *Antihydrogen and fundamental physics*. Springer, 2020.

- [23] P. Lambropoulos and D. Petrosyan, *Fundamentals of quantum optics and quantum information*. Springer, 2007, vol. 23.
- [24] T. J. Yoder and G. S. Adkins, “Higher order corrections to the hydrogen spectrum from the standard-model extension,” *Physical Review D*, vol. 86, no. 11, p. 116005, 2012.