



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, 02-08-2018

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Julián Andrés Perdomo Mejía, con C.C. No. 1.075.282.978, autor de la tesis y/o trabajo de grado titulado Secuencia Didáctica para el desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas a través de la función lineal. Presentado y aprobado en el año 2018 como requisito para optar al título de Licenciado en Matemáticas; Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma:

Vigilada Mineducación



**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS**



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS A TRAVÉS DE LA FUNCIÓN LINEAL

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Perdomo Mejía	Julián Andrés

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Alvis Puentes	Johnny Fernando

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Licenciado en Matemáticas

FACULTAD: Educación

PROGRAMA O POSGRADO: Licenciatura en matemáticas

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2018

NÚMERO DE PÁGINAS: 71

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas (x) Fotografías(x) Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general (x) Grabados___ Láminas___
Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos x Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas o Cuadros x

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: PDF

Vigilada mieducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	2 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

MATERIAL ANEXO:

PREMIO O DISTINCIÓN (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>	<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Competencias	Competences	6. Didáctica	DIDACTIC
2. Tareas	Chores	7. Funciones	Functions
3. Situaciones	Situations	8. Contexto	Context
4. Secuencias	Sequences	9. Evaluación	Evaluation
5. Problemas	Problems	10. Modelo	Model

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

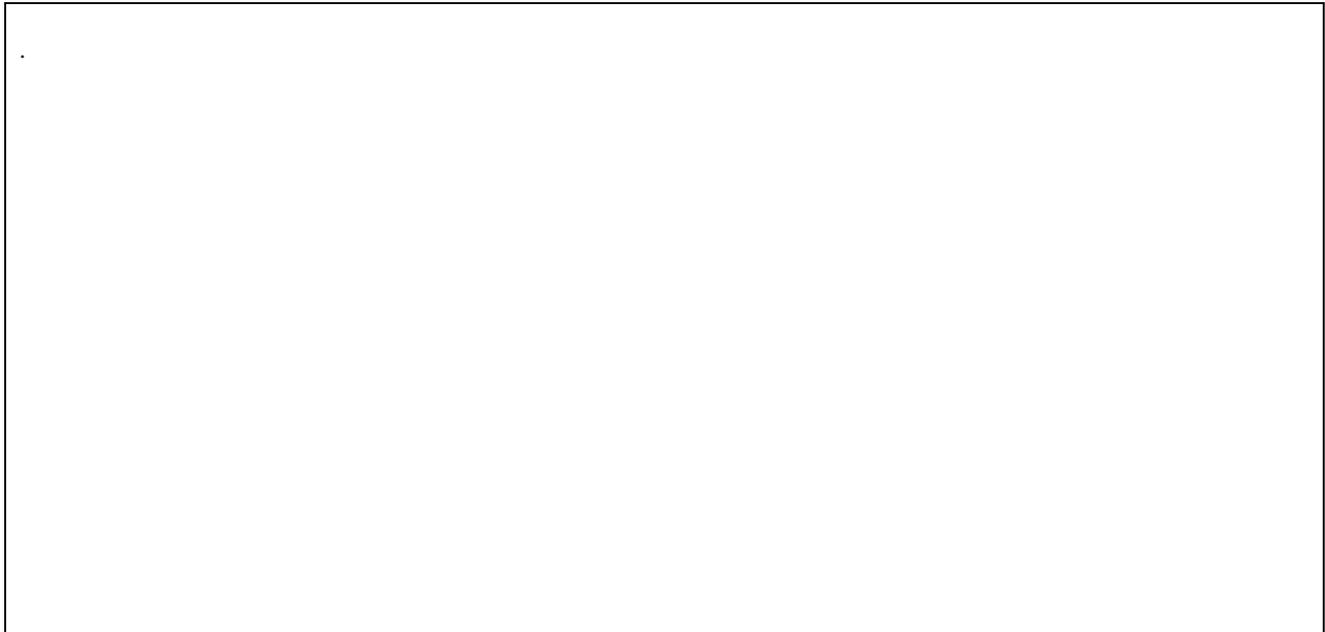
La presente investigación busca aportar ideas a la hora de gestionar una clase, teniendo en cuenta problemas de la vida real, adaptadas al contexto del estudiante, igualmente dinámicas que permita captar la atención del estudiante y que sea efectiva para el desarrollo de Competencias Matemática; Además abordar las dificultades que poseen los docentes y estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje del objeto matemático "Función Lineal". Por lo tanto surge la necesidad de buscar estrategias para gestionar la clase en donde se conozca la naturaleza del objeto matemático para expresarlo en secuencias didácticas que constan de Tareas Matemáticas adaptadas al contexto de los estudiantes en busca del desarrollo de competencias matemáticas. Así, el documento actual está organizado en 7 capítulos.

En el primer capítulo se reportan los resultados obtenidos durante la búsqueda de posibles problemáticas que afectan el proceso de la clase para el desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas, de este modo procedemos a especificar la descripción del problema que abordaremos en esta investigación; por otro lado se plasma los antecedentes que son diferentes investigaciones que aportan de manera significativa en la consolidación de nuestra problemática. En el segundo capítulo se abordan las bases teóricas en las cuales se fundamenta el trabajo, tales como: procesos matemáticos, tareas matemáticas, niveles de complejidad, relación entre los componentes del modelo, secuencias didácticas y función lineal. El tercer capítulo muestra la naturaleza y diseño de la investigación.



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	3 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------



ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

This research seeks to provide ideas when managing a class, taking into account real-life problems, adapted to the student's context, equally dynamic to capture the student's attention and be effective for the development of Mathematical Competences; Also address the difficulties that teachers and students have in the teaching and learning process of the mathematical object "Linear Function". Therefore the need arises to find strategies to manage the class where the nature of the mathematical object is known to express it in didactic sequences that consist of Mathematical Tasks adapted to the context of the students in search of the development of mathematical competences. Thus, the current document is organized in 7 chapters.

In the first chapter we report the results obtained during the search of possible problems that affect the process of the class for the development of the mathematical competence problem solving, in this way we proceed to specify the description of the problem that we will approach in this investigation; On the other hand, the background that is different research that contribute significantly to the consolidation of our problem is captured. In the second chapter the theoretical bases on which the work is based are addressed, such as: mathematical processes, mathematical tasks, levels of complexity, relationship between the components of the model, didactic sequences and linear function. The third chapter shows the nature and design of the research.



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	4 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Mauricio Penagos

Firma:

Nombre Jurado: Johnny Fernando Alvis

Firma:

Nombre Jurado: Mauricio Penagos

Firma:



Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en
Matemáticas

SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL
DESARROLLO DE LA
COMPETENCIA MATEMÁTICA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS A
TRAVÉS DE LA FUNCIÓN LINEAL

Julian Andrés Perdomo Mejía

Neiva, Huila
2018



Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en
Matemáticas

SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL
DESARROLLO DE LA COMPETENCIA
MATEMÁTICA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS A TRAVÉS DE LA FUNCIÓN
LINEAL

*Trabajo presentado como requisito de grado
para optar al título de Licenciado en Matemáticas*

Julian Andrés Permodo Mejía
20121108006

Asesor:
Mg. Johnny Fernando Alvis

Neiva, Huila
2018

Nota de Aceptación

Jefe de Programa

Asesor

Segundo Lector

Neiva, Agosto de 2018.

AGRADECIMIENTOS

En este apartado quiero expresar con mucho cariño todo el apoyo que me brindaron mis padres para contribuir en mi formación como profesional. Por tanto agradezco con todo el corazón. Además a mis profesores, compañeros y hermanos que me aportaron de sus conocimientos para fortalecer mi proceso formativo.

Índice general

Presentación	9
1. Aproximación a las Competencias Matemáticas	13
1. Antecedentes	13
2. Descripción del problema	16
3. Objetivos	20
3.1. Objetivo General	20
3.2. Objetivos específicos	20
4. Justificación	20
2. Marco teórico	23
1. Competencias Matemáticas	23
2. Modelo de Competencias Matemáticas	24
2.1. Procesos matemáticos	24
2.2. Tareas matemáticas	25
2.3. Niveles de complejidad	25
2.4. Relación entre los componentes del modelo	26
3. Resolución de problemas	26
4. Secuencias Didácticas	30
5. Análisis Didáctico	33
6. Análisis Didáctico de la función lineal	34
6.1. Estructura conceptual	34
6.2. Sistemas de representación	35
6.3. Análisis Fenomenológico	37
3. Marco metodológico	39
1. Tipo de investigación	39
2. Población	40
3. Diseño Metodológico	40
3.1. Unidad de análisis	43
4. Tareas Matemáticas	45
5. Secuencias didácticas	49

1. Construcción de la secuencia didáctica	49
1.1. Estructura	49
1.2. Secuencia	49
1.3. Documento Técnico	50
1.4. Documento a Estudiantes	50
2. Secuencia Didáctica N° 1 (Documento Técnico)	51
2.1. Guía del estudiante	52
6. Análisis de resultados	55
1. Análisis de las dificultades presentadas por los estudiantes	55
2. Análisis del diseño de las tareas	59
3. Análisis de la planificación de las secuencias didácticas	62
7. Conclusiones	65
8. Anexos	67
I	69

Índice de figuras

2.1. Secuencia didáctica por competencia	32
2.2. Función Lineal	36
2.3. Red Conceptual de la función lineal	38
6.1. Línea del tiempo	56
6.2. Solución de estudiante.	56
6.3. Situación 1, solución de estudiante.	57
6.4. Situación 1, solución de estudiante.	58
6.5. Solución de estudiante 2.	58
6.6. Solución de estudiante 3.	59

Presentación

La Educación Matemática presenta un panorama con muchos retos, ya que como campo de investigación se muestra joven. Por lo tanto a nivel internacional se establecen estrategias para la enseñanza de las matemáticas, pero más centrado en nuestro país se plantea una búsqueda de procesos de enseñanza y aprendizaje para fortalecer las Competencias Matemáticas en los estudiantes del sistema educativo colombiano. Así mismo se hace necesario ampliar el uso de estrategias de la enseñanza de las Matemáticas de tal manera que en la enseñanza de un objeto matemático se pueda aportar conocimiento lógico a los estudiantes que pueda contribuir tanto para la vida académica como para la vida real, en busca de formar ciudadanos críticos, reflexivos con actitudes y aptitudes, que puedan ayudarlos a desenvolverse en sociedad.

Por lo tanto a la hora de gestionar una clase se debe tener en cuenta un alto grado de conocimiento sobre esta, para tener un proceso eficaz al desarrollar el objeto matemático de distintas formas posibles, lo cual facilite el proceso de enseñanza y aprendizaje. Este aporte se hace a favor de asumir con responsabilidad la labor de ser docente.

En este sentido, la presente investigación busca aportar ideas a la hora de gestionar una clase, teniendo en cuenta problemas de la vida real, adaptadas al contexto del estudiante, igualmente dinámicas que permita captar la atención del estudiante y que sea efectiva para el desarrollo de Competencias Matemática; Además abordar las dificultades que poseen los docentes y estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje del objeto matemático “Función Lineal”. Por lo tanto surge la necesidad de buscar estrategias para gestionar la clase en donde se conozca la naturaleza del objeto matemático para expresarlo en secuencias didácticas que constan de Tareas Matemáticas adaptadas al contexto de los estudiantes en busca del desarrollo de competencias matemáticas. Así, el documento actual está organizado en 6 capítulos.

En el primer capítulo se reportan los resultados obtenidos durante la búsqueda de posibles problemáticas que afectan el proceso de la clase para el desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas, de este modo procedemos a especificar la descripción del problema que abordaremos en esta investigación; por otro lado se plasma los antecedentes que son diferentes investigaciones que aportan de manera significativa en la consolidación de nuestra problemática.

De igual forma en este capítulo se destaca el objetivo general y los objetivos específicos planteados para el desarrollo de la investigación. También se especifica el porqué de la investigación

que se expone en la justificación.

En el segundo capítulo se abordan las bases teóricas en las cuales se fundamenta el trabajo, tales como: procesos matemáticos, tareas matemáticas, niveles de complejidad, relación entre los componentes del modelo, secuencias didácticas y función lineal. El tercer capítulo muestra la naturaleza y diseño de la investigación atendiendo a las normas de la universidad surcolombiana, además proceder a utilizar las diferentes técnicas de recolección de información que se emplean para dar solución a las tareas diseñadas y objetivos planteados. En el cuarto capítulo se presentan diseñadas las tareas matemáticas para el desarrollo de competencias matemáticas. Por su parte el quinto capítulo muestra de manera estructurada el modelo de secuencias didácticas utilizadas en la presente investigación articuladas con las tareas del capítulo anterior. En un sexto capítulo se realiza un análisis de los resultados teniendo en cuentas las sugerencias de los expertos que validaron las tareas matemáticas. Finalmente un séptimo capítulo donde se expresan las conclusiones de la presente investigación.

Aproximación a las Competencias Matemáticas

En el presente capítulo se encuentran investigaciones que aportan de manera productiva el desarrollo del presente trabajo y en las cuales se fundamenta la investigación. Después de una búsqueda y una revisión documental, se exponen algunas investigaciones relacionadas con el objeto de estudio “Función Lineal” que muestran los actuales desarrollos en competencia matemática y algunas actividades para el desarrollo de secuencias didácticas, tareas matemáticas, competencia matemática resolución de problemas y función lineal, ya que surge la necesidad de investigar este objeto matemático, puesto que en el enfoque curricular basado en competencias se resalta la importancia que tienen los procesos matemáticos sobre los contenidos, para lo cual este trabajo genera aportes importantes; además las tareas matemáticas diseñadas no se encuentran en ningún libro de matemáticas puesto que son producción propia.

1. Antecedentes

A continuación se reconocen diferentes investigaciones sobre resolución de problemas ya que se presentan bases teóricas que en su momento producen resultados significativos que además aportan de manera significativa al desarrollo de este trabajo, entre ellos están:

Morales & Majé (2011) en su tesis de maestría “Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros”. Configuran un análisis en torno al desarrollo del pensamiento espacial y los niveles de la competencia matemática formular y resolver problemas en estudiantes de grado séptimo de la educación básica secundaria, a partir del estudio del objeto matemático cuadriláteros y el uso de la geometría dinámica.

Dicha configuración parte del diseño y ejecución de una propuesta didáctica que incorpora actividades con elementos del contexto sociocultural del estudiante al aprendizaje de las matemáticas y se reconoce que el concepto de competencias va más allá del manejo de los contenidos disciplinarios.

De otro lado, Solar (2009) en su tesis doctoral Competencia de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso basado en que las investigaciones en educación matemática no proveen de un modelo teórico sólido para el desarrollo de competencia, conlleva a la estructuración de una propuesta

teórica de enseñanza a través de la competencia matemática, aplicable tanto a la planificación de una secuencia didáctica como a su desarrollo en el aula de matemáticas. Para ello ha propuesto un modelo de competencia matemática que combina tres características: el contenido matemático en términos de tareas; los procesos organizadores del currículo en términos de competencias específicas; y el progreso de la competencia en términos de niveles de complejidad.

Este modelo se ha puesto a prueba y perfeccionado en el estudio de caso de un aula de matemáticas en que se aplica una unidad didáctica de interpretación de gráficas funcionales. Se ha puesto de manifiesto que el modelo propuesto ha sido adecuado para analizar tanto una unidad didáctica como su aplicación en el aula, en términos de las competencias matemáticas. Esta propuesta representa una contribución, tanto desde un punto de vista de la investigación como de la innovación, porque constituye un modelo de competencia matemática que se ha elaborado desde la investigación con una función curricular (Solar, 2009).

En el ámbito internacional, se destaca tres proyectos que han sido considerados pioneros en la implementación del enfoque por competencias en la matemática escolar. Estos proyectos son significativos y han marcado el rumbo en las investigaciones, dos de ellos son: el proyecto MAT 747 en Portugal planteado por Abrantes (2001) quien propone una caracterización de las competencias matemáticas, y el proyecto KOM de Dinamarca propuesto por Niss (2002) en donde se incorporan las competencias matemáticas al currículum danés. Estos dos proyectos enmarcados desde una perspectiva curricular centran la atención al caracterizar las competencias matemáticas y reformular los currículos de matemáticas en sus respectivos países, y un tercer proyecto es el Programme for International Student Assessment (PISA) que adapta las competencias propuestas por Niss (2002) a un enfoque evaluativo (OCDE, 2003).

A diferencia de estos proyectos, otros estudios y trabajos de investigación han tenido como centro las competencias matemáticas. Algunos de estos estudios, han caracterizado las competencias matemáticas en torno a un objeto matemático y otros volcados al desarrollo de competencias matemáticas.

Olmos & Sarmiento (2013) en su tesis de maestría “Caracterización de la competencia matemática modelizar en situaciones de variación cuadrática” proponen como objetivo la caracterización de la competencia matemática modelizar para el caso de la función cuadrática en estudiantes del grado noveno, a partir de un modelo teórico funcional de la competencia matemática modelizar cuyos componentes estructurales son las fases del proceso de modelización, las tareas matemáticas, los niveles de complejidad, los procesos metacognitivos y la participación. A través de un enfoque cualitativo-interpretativo, utilizando como método el estudio de caso, analizaron a profundidad las participaciones de un equipo formado por cuatro estudiantes, las cuales son contrastadas con los descriptores para los tres componentes del modelo que fueron objeto del análisis para caracterizar la competencia matemática modelizar en estos estudiantes: los procesos matemáticos de las fases del proceso de modelización, procesos metacognitivos y la participación.

Por otro lado en una investigación denominada “Competencias Matemáticas Desarrolladas en Ambientes Virtuales de Aprendizaje: el caso de MOODLE. Formación Universitaria Vol.4”, se trabajó desde un enfoque por competencias utilizando las TIC, llegando la conclusión de que se

presentan dos tipos de razonamiento en el trabajo de los estudiantes y permiten definir las competencias relacionadas con el uso de tecnología que requieren los estudiantes para trabajar en un ambiente virtual de aprendizaje, en estos tipos de razonamiento relacionados con el contexto y la representación gráfica que los estudiantes emplean: a) razonamiento basado en el contexto, en el que la gráfica y la explicación escrita del estudiante no se encuentran relacionadas.

b) razonamiento basado en restricciones, que se caracterizó por una comprensión más completa de la actividad y el establecimiento de relaciones entre las variables del problema, presentes tanto en la gráfica como en la explicación escrita. (García y Benítez, 2011).

Recientemente, Acosta & Hermosa (2014) en su propuesta de investigación denominada La movilización de la competencia matemática “razonar y argumentar” a través del estudio de la media aritmética contribuyeron a la movilización de dicha competencia a través del diseño de tareas matemáticas del contexto de los estudiantes. Esta movilización se evidenció por medio de acciones que realizaron los estudiantes y se concretaron a través de descriptores de los procesos: formulación, empleo e interpretación de la competencia matemática “razonar y argumentar”.

En este orden de ideas las tareas matemáticas asumidas como actividades previamente diseñadas y adaptadas a un contexto con un fin específico, permitiendo que sean articuladas con los procesos matemáticos para el desarrollo de una competencia matemática específica en el aula. Y como afirman (Solar, García, Rojas y coronado; 2014) en uno de sus artículos, esto se materializa, por ejemplo, en la planificación de una clase donde las expectativas de aprendizaje a corto plazo están en términos de tareas matemáticas y las expectativas de aprendizaje a largo plazo, en términos de procesos matemáticos de una competencia. Por lo tanto es de vital importancia manejar las tareas matemáticas articuladas para el desarrollo de competencias, puesto que el contexto permite afianzar conocimientos a corto plazo, puesto que las tareas fortalecen los procesos formativos. Y orientados de la mejor manera se pueden obtener resultados significativos.

Particularmente se resalta en esta investigación que es deber del docente diseñar tareas matemáticas que considere pertinente para el desarrollo del objeto matemático; por lo tanto una parte importante del trabajo profesional de un profesor se exalta por un Conocimiento Profesional que se centra en el diseño, elección, modificación y uso de tareas centradas en un contenido matemático y utilizado con un objetivo educativo. (Linares, 2009, p.20).

Por otro lado el concepto de la función lineal es uno de los más simples que conlleva a muchos estudiantes a tener el primer contacto con el concepto de función. Permitiendo modelar situaciones fenómenos como las compras, el cambio de moneda, situaciones de las ciencias naturales, de la economía, etc.

García, Serrano & Espitia, (1997) citado por Coronado & Montealegre (2007), expresan:

“... en teoría de funciones, una función f lineal se define cuando a todo x se le hace corresponder el mismo x multiplicado por el coeficiente m . La expresión analítica está dada por $f(x) = mx$, para algún número real m ” (p, 32). En donde m es la inclinación de la línea recta y x la variable, la pendiente m la podemos calcular con la expresión $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, donde y_2, y_1, x_2 y x_1 son coordenadas de los puntos $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ que pertenecen a la línea recta. También se aclara que

x es la variable independiente y $f(x) = y$ es la variable dependiente. Una característica de esta función es que siempre pasa por el origen o punto $(0, 0)$. Esta función la podemos representar en una expresión verbal, expresión algebraica, tabla de valores y representación en gráfica.

2. Descripción del problema

Actualmente se vive la era de la tecnología, lo cual tienes sus dos caras, por un lado está la revolución informática y tecnológica; que tiene aplicaciones en el aula lo que promueve un aprendizaje verbal y analítico, pero aun así no se utiliza lo suficiente en la clase, lo que permite detectar que el modelo tradicional posee un fuerte impacto en la educación, pero se queda corto cuando se pretende transmitir un conocimiento significativo; por lo cual surge la necesidad de explorar nuevos modelos pedagógicos para desarrollar estrategias y métodos de enseñanza y aprendizaje que promuevan el desarrollo de competencias matemáticas, incluso se afirma que: “el aula del siglo XXI no se limita en absoluto a un aula física”, en consecuencia es necesario ampliar el método de enseñanza y aportar ideas para la construcción de tareas matemáticas adaptadas al contexto de los estudiantes y no permitir que los jóvenes caigan en la incapacidad de pensar por abusar de estas tecnologías de manera irresponsable, porque “el atractivo del Internet para los jóvenes viene dado por la respuesta rápida, las recompensas inmediatas, la interactividad y las múltiples ventanas con diferentes actividades” (Odrizola, 2012, p.3)

Teniendo en cuenta lo anterior la tecnología influye de cierta manera en la educación y cuando se pretende estudiar se encuentran con estos grandes distractores como los son las redes sociales, canales de música, juegos en línea etc, lo cual transmite falta de interés por el aprendizaje de algunas ciencias entre ellas las matemáticas. Por tanto surge una gran problemática que impide que el proceso de enseñanza y aprendizaje sea productivo, tanto para el estudiante como para el maestro, porque cuando el estudiante no tiene disposición el proceso se torna impreciso. Esta problemática obstaculiza el desarrollo de esta ciencia puesto que a los estudiantes no les interesa porque piensan que la matemática es aburrida, rígida, que muchas de sus fórmulas no sirven para la vida real, se conforman con las operaciones básicas (Alonso, Sáez, & Picos, 2004); esta dificultad no solo se debe al estudiante, en otra ocasiones el docente presenta fallas pues no posee los conocimientos necesarios, presenta dificultades para hacerse entender, no planifica sus clases y no busca innovar en el aula.

Algunas de estas consideraciones se ven reflejadas a nivel mundial cuando los estudiantes se enfrentan a programas de evaluación internacional que miden los conocimientos en ciencias, matemáticas y lenguaje. Uno de los análisis de los resultados permite establecer que la falta de interpretación de los textos se convierte en una debilidad de los estudiantes al momento de abordar una problemática que requiera de un análisis matemático, lo cual induce a pensar que los jóvenes están aprendiendo algoritmos y no a pensar matemáticamente. En promedio en los países de la OCDE, cerca del 28 % de los alumnos puntúan por debajo del nivel de conocimientos básicos (esto incluye alumnos de Nivel 1 y Bajo Nivel 1). El porcentaje de alumnos con rendimientos bajos es mayor en matemáticas (23 %) que en lectura o ciencia (18 % cada una), Casi cuatro millones de alumnos de 15 años en los países de la OCDE tienen un rendimiento bajo en matemáticas, y casi tres millones lo tienen

en lectura y ciencia. En los 64 países y economías que participaron en PISA 2012, 11,5 millones de alumnos de 15 años tuvieron un rendimiento bajo en matemáticas, 8,5 millones en lectura y 9 millones en ciencia. Y si nos centramos en Colombia En matemáticas, el 73,8 % de los estudiantes se encuentra debajo del promedio de rendimiento (OCDE, 2016, p.20).

Por otro lado no solo se debe observar al estudiante en el proceso de formación porque en ocasiones el maestro también influye en su bajo rendimiento; tal vez no trabaja con paciencia y pasión para gestionar una clase, lo cual hace perder interés por parte de los estudiantes y como afirma Jaramillo, (2014) “El problema de hoy en el desarrollo de las clases matemáticas se ha convertido más, en problema de enseñanza que en problema de aprendizaje. Parece ser que el modelo de clase propuesto y trajinado desde hace siglos no llena las expectativas del estudiante de hoy. Se requiere de una didáctica más centrada en el “enseñar a pensar” que en el de repetir contenidos” (P.1).

Por lo tanto cuando un estudiante pierde el interés difícilmente se vuelve a conectar con la clase, por tal motivo es pertinente mejorar la enseñanza y proponer estrategias actualizadas, dinámicas y adaptadas al contexto de los estudiantes.

Particularmente en el grado noveno de la educación básica secundaria en Colombia, el área de matemáticas define en su estructura curricular el contenido matemático función lineal; este objeto matemático presenta dificultades en la enseñanza como en el aprendizaje cuando se pretende gestionar en una clase dicho contenido matemático. En ese sentido cuando se toma como ejemplo básico de función; no se habla mucho al respecto de la función lineal, y lo que se logra percibir es que la clase es tradicional se utiliza el libro de matemáticas de la institución se transcribe lo que está en el libro y se acaba el proceso de enseñanza; es decir se convierte en un trabajo de repetición, por lo cual este contenido se desarrolla de manera rápida y sin sentido, en donde no se detienen a analizar la particularidad y características de la función lineal, en general se pasa a asociar esta función con su representación gráfica: la recta, lo cual no permite observar, describir, graficar, representar, pensar, razonar, comunicar, argumentar, proponer, demostrar, analizar y resolver problemas, puesto que el proceso solo es de memorizar, ven la función desde el punto de vista operativo, es decir, como un proceso y no desde un punto de vista estructural.

En este sentido la importancia de mostrar la función lineal, no solo desde la parte mecánica si no su esencia; que es permitir ver la relación de esta función, qué particularidades tiene, para qué le sirve en la vida diaria, qué consecuencias trae si no se aprende de manera significativa, qué variables son utilizadas, cómo interpretar esas variables y se pretende dar solución a partir de situaciones matemáticas. Por consiguiente se desarrollará un análisis de este objeto matemático el cual lo definimos como: “el procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto” (Gómez, 2006, p. 27).

Inicialmente debemos observar la función lineal como una relación que posee más características, posteriormente analizarla como función enfatizando que esta es una correspondencia entre dos conjuntos, uno de esos conjuntos se denomina conjunto de salida, en el cual sus elementos se le conocen como dominio y el otro se denomina conjunto de llegada, sus elementos se denominan como el codominio, aclarando así que cada uno de los elementos del dominio le corresponde un único elemento en el codominio, aclarando que los elementos pertenecen al conjunto de los núme-

ros reales. (En el conjunto de llegada no necesariamente todos los elementos pueden tener una correspondencia con elementos del dominio).

En este orden de ideas identificamos los hechos, los conceptos y las estructuras relacionadas con la idea de función. A partir de la definición de función relacionamos uno de los primeros ejemplos de función que es la Función Lineal la cual es una función cuyo dominio y codominio son todos los números reales y cuya expresión analítica es un monomio de primer grado, expresada de la forma $y = mx$, donde m es una constante diferente de cero y su representación gráfica en el plano cartesiano es una línea recta no vertical que pasa por el origen. En consecuencia, la función lineal se asocia a la noción de dependencia entre magnitudes más que a la de variación y se expresa en forma analítica.

En relación a lo anterior afirma González y Martín (2003) que es necesario manejar una noción de función lineal más que operativa, por tanto se requiere diseñar actividades con el fin de que los estudiantes manejen las funciones como un objeto, desde un punto de vista más estructural, de manera que al complementarse permitan construir la definición de función lineal.

A lo que se refiere González y Martín (2003) cuando mencionan los dos puntos de vista que los estudiantes manejan para comprender el concepto de función que son el operativo y el estructural, afirman que el análisis histórico-epistemológico realizado por Sfard (1991) cuando se habla estructuralmente (como un objeto) u operacionalmente (como un proceso). Los autores analizan cómo la transición desde la concepción “proceso” a la concepción “objeto” relacionada con el concepto de función, es lenta y difícil. Para lograr esta transición se requieren tres fases propuestas por Sfard que permiten la evolución del continuo proceso-objeto: interiorización, condensación y reificación.

En consecuencia es fundamental que el estudiante identifique la diferencia del concepto de función lineal y sus representaciones; por cual es indispensable que encuentre las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal correspondencia de las unidades de una representación con respecto a las unidades estructurales de la otra representación y haga conversiones de una representación semiótica a otra en diferentes registros.

Por otro lado los estudiante no comprenden el lenguaje matemático porque los objeto matemáticos no se pueden tocar, es decir no tienen forma física, por tanto solo es posible su contextualización y actividades de conversión entre ellas (Duval, 1998).

Pero de manera positiva la función lineal tiene varios lenguajes que son sus posibles representaciones que aportan de manera significativa el aprendizaje de los estudiantes, puesto que un buen dibujo o tabla puede presentar varias características que se pueden someter a un análisis, ya que, como lo afirman Blázquez y Ortega (2001) “la diversificación de representaciones de un mismo objeto o concepto aumenta la capacidad cognitiva de los sujetos sobre ese objeto o concepto” (p. 221).

Luego si se puede someter un objeto matemático a una forma gráfica permite determinar propiedades y descartar otras. Este tipo de actividades que brindan la posibilidad de ofrecer una gráfica permite un trabajo cognitivo con los estudiantes.

Además para adquirir un conocimiento matemático se requiere de la construcción del objeto matemático, mostrando la naturaleza y aplicaciones en la vida cotidiana, donde intuitivamente el estudiante comprenda lo que hace, pero al contrario por tiempo y comodidad se maneja una clase tradicional, que implica repetir lo que está en el libro, no aborda de diferentes manera la explicación del objeto matemático, por tanto no se plantean situaciones cercanas a la vida del estudiante, donde él pueda comprender la necesidad de tener claro el objeto matemático.

A continuación se presenta de manera rápida las diferentes representaciones que posee esta función: en el plano cartesiano, diagramas sagitales, analíticamente, tablas de valores, luego con este tipo de representaciones se puede lograr que el estudiante reflexione y analice el significado de una función lineal.

Sin embargo no es solo el trabajo escolar lo que afecta el proceso académico de los jóvenes si no también, el contexto social donde viven, ya que influye de manera significativa, además, los conflictos familiares que puedan padecer. Y de aquí la importancia de tener en cuenta contextos agradables para la formulación de tareas que permitan una buena aceptación por parte de los estudiantes.

Con relación a esto, Lev Vygotsky afirma que “... el contexto social influye en el aprendizaje más que las actitudes y las creencias; tiene una profunda influencia en cómo se piensa y en lo que se piensa. El contexto forma parte del proceso de desarrollo y, en tanto tal, moldea los procesos cognitivos” (Vygotsky, 2005).

Por tanto las tareas deben tener un llamativo que motive al estudiante, puesto que la motivación no se aprende sino que es algo que tiene que surgir de nosotros. El secreto consiste en buscar razones que los animen y estimulen a hacer las cosas y hacerlas bien. Por otro lado surge varias cuestiones y teniendo en cuenta lo anterior, las preguntas de investigación que se pretenden abordar son:

¿Cómo contribuir al desarrollo de Competencias Matemáticas desde la función lineal en estudiantes de grado noveno?.

Además se establecen las preguntas secundarias:

- ¿Qué dificultades presentan los estudiantes al enfrentarse a problemáticas de la vida diaria que involucren el objeto matemático función lineal?

- ¿Qué habilidades y debilidades presentan los jóvenes al enfrentarse a Tareas Matemáticas adaptada al contexto de los estudiantes?

- ¿Cómo planificar una tarea matemática pertinente basada en el desarrollo de competencias matemáticas?

3. Objetivos

3.1. Objetivo General

- Diseñar y validar, secuencias didácticas que contribuyan al desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas, a través de la función lineal en estudiantes de grado noveno.

3.2. Objetivos específicos

- Identificar las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse con situaciones problemas de la vida real que contengan de base el objeto matemático la función lineal.
- Plantear tareas matemáticas desde el contexto de los estudiantes que promueva el desarrollo de competencias.
- Planificar secuencias didácticas articuladas con las tareas matemática.

4. Justificación

La investigación actual en su tarea de fortalecer la educación secundaria y aportar herramientas a docentes, nos permite desde esta investigación contribuir a solucionar retos desde la educación matemática en el país y más centrados en el departamento del Huila. En este proceso cabe resaltar la importancia de desarrollar competencias matemáticas en los estudiantes, puesto que los estudiantes que desarrollan competencias en el área de matemáticas obtienen una formación integral y por lo tanto se puede desenvolver tanto al nivel académico, como a las problemáticas de la vida real obteniendo buenos resultados.

Por lo anterior se plantea el presente trabajo que teniendo en cuenta los bajos niveles de razonamiento, también el desinterés por parte de los estudiantes, porque perciben las matemáticas como una ciencia rígida y aburrida, además algunos docentes no se esfuerzan lo suficiente para orientar matemáticas de manera agradable; por otro lado las personas consideran que mucha de las matemáticas es inútil para la vida diaria. Por lo tanto se hace necesario fortalecer a los estudiantes en competencias, teniendo en cuenta que este proceso aporta habilidades y destrezas de nuestros estudiantes. Algunas de estas dificultades no han sido objeto de investigación teórica, lo cual fortalece el sentido de esta investigación de aula. Por tanto esto indica que dificultades se lograran detectar en el aula y como superarlas a través de tareas matemáticas previamente diseñadas y adaptadas al contexto cotidiano de los estudiantes, vasados en investigaciones previamente desarrolladas por diferentes autores.

Por lo anterior se pretende formular una secuencia didáctica la cual busca desarrollar competencias tales como: Resolución de Problemas, utilizando tareas matemáticas (situaciones problemas),

previamente formuladas y adaptadas al contexto de los estudiantes de secundaria.

Por consiguiente al construir pensamiento matemático es de vital importancia tener motivados a los estudiantes, por eso la secuencia didáctica contiene tareas matemáticas previamente elaboradas teniendo en cuenta el contexto de los estudiantes, para generar conexiones entre el estudiante y la tarea matemática, lo que permite la disposición para construir hipótesis que contribuyen a un conocimiento matemático.

Además de la construcción del conocimiento matemático los estudiantes deben usarlo en otros contextos incluyendo el de las situaciones de la cotidianidad, de tal forma que puedan participar activa, reflexiva y críticamente en la solución de situaciones de su vida real (Espinoza, 2009).

Hechas las consideraciones anteriores se trata de tomar un enfoque por competencia que aporten habilidades, destrezas a los estudiantes, en el proceso cognitivo, que contribuyan a un mejoramiento a la investigación de las matemáticas y aporte metodologías que acojan los docentes.

Unas de las causas por la que se presenta interés en esta investigación, es por la falta de innovación que actualmente afecta al profesorado colombiano, ya que por lo general ocurre que algunos docentes llegan a orientar su clase con contenido en donde él y su libro de matemáticas tiene todo el conocimiento y los estudiantes solo escuchan, pero también el corto tiempo con el que cuentan en la institución por lo que se hace necesario abordar de manera rápida los contenidos, estos aspectos hacen que los contenidos sean abordados de manera superficial; y esto limita la creatividad del estudiantado y provoca estrés en los estudiantes, además dejando a un lado el pensamiento crítico, argumentativo y propositivo, por parte del estudiante, lo que impide un desarrollo integral.

Por lo tanto en este trabajo se aborda la función lineal desde las competencias matemáticas, ya que son uno de los retos contemporáneos de la Didáctica de las Matemáticas en el proceso enseñanza y aprendizaje.

Cabe señalar que las competencias están asociadas a la capacidad de afrontar problemas en actividades significativas y complejas por parte del estudiante. Es importante que pueda comprender las situaciones que se les presenten en la sociedad. Dentro de este contexto. “Una de las características de la sociedad actual es la gran cantidad de información que circula por la red, libros, periódicos e informes necesarios para la toma de decisión en los más diversos ámbitos productivos mundiales”. (Rodríguez & Sandoval, 2012, p.1).

Cuando se plantean ejercicios contextualizados ellos podrán concluir por si solos que m es la pendiente de la recta y que la m indica la inclinación de la recta, saber cuál es la utilidad la función lineal, desarrollar problemas en donde involucren este objeto matemático, y poder construir conceptos bajo las ideas de los educandos; el estudiante tendrá total autonomía para generar hipótesis.

Y como lo sostiene Rojas (2002) “Existe una estrecha interrelación entre estudio efectivo, motivación y rendimiento; cuando un estudiante estudia se forma efectivo, se motiva; pero a la vez el estudiante motivado se forma en efectivo, de igual forma un estudiante rinde más y a su vez cuando más rinde más motivado se siente.

En este sentido el presente trabajo aporta significativamente a el área de investigación del programa de Licenciatura en Matemáticas puesto que satisface las líneas de la misión y se aporta en la visión, lo cual favorece el camino a la obtención del registro calificado de alta calidad que otorga el Ministerio de Educación Nacional a la Universidad Surcolombiana, además impulsa la investigación de las Competencias Matemáticas en el departamento del Huila, puesto que aporta resultados e ideas nuevas para un aprendizaje significativo. Por otro lado fortalece mis habilidades como futuro docente, aportando nuevos conocimiento en la enseñanza de las matemáticas, contribuyendo con experiencias significativas, además el presente trabajo también me favorece para la obtención del título profesional de Licenciado en Matemáticas.

Teniendo en cuenta la finalidad y coherencia del trabajo de investigación, en este capítulo se abordan los conceptos y las generalidades en torno a las competencias matemáticas, el modelo propuesto por solar (2009) que relaciona tareas matemáticas, procesos matemáticos, niveles de complejidad; el estudio de la función lineal y lo relacionado con secuencias didácticas. Del mismo modo se destacan las bases teóricas que aportan significativamente en el desarrollo del presente trabajo. Se profundizará en el objeto matemático función lineal y secuencias didácticas.

1. Competencias Matemáticas

Si bien es cierto, las diferentes acepciones de competencia surgieron producto del sector económico, ésta se ha ido afianzando y reconceptualizando al sector educativo. En la literatura existen estudios e investigaciones en didáctica de las matemáticas que se centran en torno al concepto de “competencias matemáticas” (Godino, 2002).

El término “competencia” es polisémico y ha sido introducido en distintos campos como la medicina, sociología, economía y educación entre otros, generando múltiples interpretaciones del término (Solar, 2009). La variedad en la conceptualización del concepto de competencias matemáticas en educación matemática constituyeron un eje fundamental en la construcción de un modelo de competencias matemáticas.

Para Garcia, Acevedo y Jurado (2003), considerarán dos dimensiones que implican visiones políticas divergentes sobre la educación:

- La competencia asociada con la educación para la eficacia y las demandas del mercado, en donde el saber -hacer que se reclama debe entronizarse con la economía mundial hacia la globalización y los modelos neoliberales; y
- La competencia asociada con la educación integral y la formación de sujetos críticos, en donde el saber-hacer que se invoca ha de vincularse con los contextos socio-culturales y el sentido ético humanístico en las decisiones sobre los usos del conocimiento y la cualificación de las condiciones de vida de las personas. (p.12)

Por su parte Fandiño (2006), afirma que la competencia va más allá de un saber hacer en un determinado contexto; implica también un desear hacer lo cual trae en consideración aspectos afectivos como la volición y la actitud. La competencia matemática, señala Fandiño, se reconoce cuando una persona ve, interpreta y se comporta en el mundo en un sentido matemático. Así, por ejemplo, la actitud analítica con la cual algunas personas enfrentan en forma satisfactoria situaciones problemáticas para su resolución, sería una evidencia de la competencia matemática.

Para Roegiers (2000), las competencias están definidas en función de una categoría de situaciones sociales. Así, la competencia es la posibilidad que posee un individuo de movilizar de manera interiorizada un conjunto integrado de recursos de conocimientos, de saberes, de esquemas, de automatismos, de capacidades, de saber hacer de diferentes tipos. . . con objeto de resolver una familia de situaciones problema conectadas epistemológicamente con distintas disciplinas del conocimiento.

Para Perrenoud (2003), citado por Luengo, Luzón y Torres (2008), afirma que la competencia es la facultad de movilizar un conjunto de recursos como: saberes, capacidades, informaciones, etc., . . . , para solucionar con eficacia una serie de situaciones. En este sentido, para Perrenoud la competencia está conectada socialmente a contextos profesionales y culturales, razón por la cual éstas y su desarrollo no son exclusividad de los contextos escolares.

Por otro lado los estándares básicos de matemáticas mencionan las competencias como un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores. Esta noción supera la más usual y restringida que describe la competencia como saber hacer en contexto en tareas y situaciones distintas de aquellas a las cuales se aprendió a responder en el aula de clase.

2. Modelo de Competencias Matemáticas

Solar (2009), plantea un modelo de competencias matemáticas, el cual converge aspectos fundamentales para el desarrollo de una competencia en específico; el modelo de competencias matemáticas se centra en tres componentes a saber: las tareas, los procesos y los niveles de complejidad. Aquí los contenidos se desarrollan y son expresados a partir de tareas; estas tareas deben desarrollar los procesos, entendidos estos como competencias matemáticas; finalmente los niveles de complejidad en función de las tareas y los procesos, conforma la complejidad de la competencia matemática.

2.1. Procesos matemáticos

Uno de los componentes del modelo de competencias matemáticas desarrollado por Solar (2009), se sustenta en los procesos matemáticos que están presentes de forma transversal a los contenidos matemáticos. Por tanto, los procesos matemáticos son un aspecto fundamental dentro del desarrollo de competencia en la educación matemática. Así, “cada competencia matemática se compone de

procesos matemáticos” (Solar, 2009, p. 56). Estos procesos son consustanciales con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y han estado siempre en los currículos de matemáticas.

Dichos procesos tienen dos características que los diferencian de los contenidos matemáticos (Solar, 2009):

- Son transversales a los objetos matemáticos: procesos tales como la modelización y la argumentación matemática se desarrollan en diferentes áreas de la matemática, tales como geometría, álgebra, estadística, etcétera.
- Se desarrollan a largo plazo en el currículo escolar de manera cíclica en cada nivel educativo.

2.2. Tareas matemáticas

Las tareas matemáticas permiten ser articuladas con los procesos matemáticos para el desarrollo de una competencia matemática específica en el aula. Esto se materializa, por ejemplo, en la planificación de una clase donde las expectativas de aprendizaje a corto plazo están en términos de tareas matemáticas y las expectativas de aprendizaje a largo plazo, en términos de procesos matemáticos de una competencia.

Solar (2009) asume por tarea matemática las nociones matemáticas que se tratan en una actividad. Es decir las tareas matemáticas son los propósitos matemáticos que se encuentran en una situación a resolver, problema, o actividad matemática. Una colección de tareas matemáticas puede caracterizar un tópico matemático, o visto inversamente, un tópico matemático se puede caracterizar como un conjunto de tareas matemáticas. Es decir “las tareas tienen tanto un carácter específico relativo a un contenido como unas actuaciones del estudiante sobre un contenido matemático concreto” (Solar, 2009, p. 15).

Dentro de este modelo, se plantea que los contenidos matemáticos se estructuren en términos de tareas matemáticas. En este sentido una actividad matemática se puede definir como un conjunto de tareas matemáticas con una finalidad común. Las tareas cambian y progresan, su alcance es a corto plazo y se van haciendo más complejas a lo largo del período escolar.

Desde esta perspectiva, la actividad matemática de aprendizaje se articula a las tareas que el profesor diseña y propone a los estudiantes. De tal forma que la actividad matemática de aprendizaje se adscribe al estudiante, es decir, el estudiante desarrolla actividad matemática resolviendo tareas que el profesor diseña y propone (Solar, 2009).

2.3. Niveles de complejidad

Por último, al intentar engranar el modelo de manera sistémica, es necesario un tercer componente que permitiera caracterizar el avance en el desarrollo de las competencias, articuladas a su vez con los contenidos. A medida que transcurre y avanza la actividad matemática escolar, el desarrollo de las competencias matemáticas debería progresar en los estudiantes y cuando se estudio dicho avance, se nota que se considera como premisa que: por medio del tipo de actividades matemáticas que se plantean a un sujeto se puede caracterizar el desarrollo de una determinada competencia.

El avance de las competencias matemáticas determinó en términos del Nivel de Complejidad Cognitiva de la actividad, término que se adaptó de los grupos de competencia de pisa (OECD, 2006) basados en los trabajos desarrollados por De Lange.

Según Rojas y Solar, (2011, citado en Solar, García, Rojas & Coronado (2014) en Pisa se define cada nivel de complejidad (reproducción, conexión, reflexión) sin que se presenten criterios comunes que permitan identificar de qué elementos depende la complejidad. En cambio, en el mcm los niveles de complejidad de una actividad sí se determinan con elementos comunes, ya que dichos niveles están en función de las tareas matemáticas y sus condiciones de realización (variables didácticas), y de los procesos específicos que conforman una competencia matemática.

2.4. Relación entre los componentes del modelo

Los tres componentes del modelo de competencias propuesto por Solar (2009) anteriormente mencionado se relacionan estructuralmente. Esta propuesta al relacionar tareas matemáticas y procesos matemáticos puede establecer el nivel de complejidad de la actividad matemática puesta en juego. Dicha propuesta se articula de modo que las tareas matemáticas se diseñan por parte del profesor, formuladas para el desarrollo de procesos matemáticos que ponen en juego capacidades del estudiante. De esta manera, una complejidad creciente de las tareas, requiere de procesos matemáticos de mayor nivel de complejidad para resolverlas por parte del estudiante, permitiendo el desarrollo de competencias.

Desde esta misma perspectiva, García (2013) sustenta que “es posible el desarrollo de competencias matemáticas (expectativa de aprendizaje a mediano y largo plazo) en el marco del desarrollo de procesos matemáticos de complejidad progresiva y asociados a expectativas de aprendizaje de más corto plazo” (p.187), por tanto dentro de este contexto, una apropiada visualización por parte del profesor, de la articulación de estas dos expectativas de aprendizaje, será un paso de gran envergadura en el desarrollo de competencias matemáticas por parte de los estudiantes.

Los autores mencionan que los niveles de complejidad de la actividad matemática están articulados a la complejidad creciente de las tareas propuestas y se expresan, finalmente, en los niveles de complejidad de los procesos matemáticos que deben desarrollar los estudiantes.

3. Resolución de problemas

En este trabajo se implementa el mecanismo para desarrollar la competencia resolución de problemas, seleccionada por su relevancia en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, pues permite realizar análisis, además, la experimentación y prácticas concretas para que los estudiantes participen de manera activa en el desarrollo de la clase. Además, la resolución de problemas está relacionada con la creatividad, que algunos definen como la capacidad de crear y recrear ideas y solucionar acertivamente varios tipos de problemas o enigmas.

Incluso las pruebas internacionales para medir el conocimiento en las matemáticas se basan en la resolución de problemas, en cómo utilizar la matemática formal en situaciones de la vida real.

Según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas la resolución de problemas se definen como:

Un proceso presente en todas las actividades curriculares de matemáticas, que pueden convertirse en pilares fundamentales para el desarrollo del currículo puesto que se crean situaciones del contexto cotidiano de los jóvenes que de inmediato cobra sentido el quehacer matemático. Por lo tanto estas situaciones pueden convertirse en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad.

La resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna.

De este modo varios matemáticos han aportado de sus conocimientos para solucionar problemas entre ellos George Polya(1945); matemático al cual se debe la incorporación de los procesos heurísticos, monitoreos y controles como ingredientes fundamentales en la resolución de problemas y por tanto en la educación matemática. Polya reconoce cuatro etapas en la resolución de problemas que son: comprender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida.

ETAPA 1, Comprender el problema: En esta etapa Polya propone una serie preguntas que aporte a la comprensión del problema. ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cual es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

ETAPA 2, Diseñar un plan:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- He aquí un problema relacionado con el suyo y que se ha resuelto ya.¿Podría utilizarlo? ¿Podría emplear su resultado? ¿Podría utilizar su método? ¿Podría utilizarlo introduciendo algún elemento auxiliar?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.
- Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considere sólo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿en qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para

determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí?

- ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

ETAPA 3, Ejecución del plan: Al ejecutar el plan, compruebe cada uno de los pasos. ¿Puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede demostrarlo?

ETAPA 4, Visión retrospectiva:

- ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe?
- ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

La primera etapa es ineludible puesto que si no se entiende el problemas no hay nada que hacer porque es imposible resolver enunciados que no se comprende. Sin embargo en la práctica docente se observa que los jóvenes cuando se ven en este tipo de situaciones empiezan a producir respuestas sin ningún fundamento sin siquiera hacer un proceso de reflexión, es ahí donde se detecta que no tienen ni idea del análisis que requiere el resultado, por ejemplo en funciones cuando se pide determinar la variable independiente y la dependiente, rápidamente responden con gráficas, o elementos de la función, sin entender por que es dependiente y porque es independiente la variable. y responden con un -¿profe no meda un punto por la tabla o por mi aporte realizado?.

Este tipo de preguntas confirma una incomprensión absoluta por parte del estudiante lo que es un problema para el docente que tendrá que enfrentar las creencias arraigadas a los estudiantes.

Por otra parte la etapa dos es crucial por que requiere mucho cuidado y ser sutil en la aplicación del conocimiento matemático y el campo racional sin dejar de lado la imaginación y creatividad. Polya en esta etapa plantea una serie de preguntas que llevan al estudiante a un campo donde se desenvuelva mejor, o relacione con problemas similares.

Por su parte la tercera etapa es más procedimental por que es ejecutar el plan, si se tiene clara la etapa dos solo es aplicar el conocimiento y el análisis lógico que permite desarrollar el problema sin contratiempos y de no ser así debe volver a la etapa 2.

y finalmente la etapa 4 en varias ocasiones no se trabaja la excluyen, por su parte Polya re afirma su importancia pues no deja duda de la respuesta incluso la visión retrospectiva nos puede conducir a nuevos resultados que generalicen, amplíen o fortalezcan el que acabamos de hallar.

Pero Polya no es el único matemático que estudio la resolución de problemas, muchos más contradicen o reafirman la solución de problemas que propone Polya, un matemático que destaca por su gran trabajo en la resolución de problemas es Alan schoenfeld, éste matemático en su análisis

identifica los siguientes cuatro factores relevantes para la resolución de problemas:

- Recursos cognitivos. Son nuestros conocimientos matemáticos generales, tanto de conceptos y resultados como de procedimientos (algoritmos).
- Heurística. Es el conjunto de estrategias y técnicas para resolver problemas que conocemos y estamos en capacidad de aplicar.
- Control o metacognición. Es la capacidad de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo.
- Creencias. Se refiere a aquellas creencias y opiniones relacionadas con la resolución de problemas y que pueden afectarla favorable o desfavorablemente.

Schoenfeld elaboró también una lista de las estrategias más utilizadas:

1. ANÁLISIS:

- a) Dibuje un diagrama siempre que sea posible.
- b) Examine casos especiales.
 - Seleccione algunos valores especiales para ejemplificar el problema e irse familiarizando con él.
 - Examine casos límite para explorar el rango de posibilidades.
 - Si hay un parámetro entero, dele sucesivamente los valores $1, 2, \dots, m$ y vea si emerge algún patrón inductivo.
- c) Trate de simplificar el problema.
 - Explotando la existencia de simetría.
 - Usando argumentos del tipo “sin pérdida de generalidad”.

2. EXPLORACIÓN:

- a) Considere problemas especiales equivalentes.
 - Reemplazando condiciones por otras equivalentes.
 - Recombinando los elementos del problema de maneras diferentes.
 - Introduciendo elementos auxiliares.
 - Reformulando el problema:
 - Mediante un cambio de perspectiva o notación.
 - Mediante argumentos por contradicción o contraposición.
 - Asumiendo que tenemos una solución y determinando sus propiedades.
- b) Considere un problema ligeramente modificado.
 - Escoja submetas (tratando de satisfacer parcialmente las condiciones).
 - Relaje una condición y luego trate de reimponerla.

- Descomponga el dominio del problema y trabaje caso por caso.
- c) Considere problemas sustancialmente modificados.
- Construya un problema análogo con menos variables.
 - Deje todas las variables fijas excepto una, para determinar su impacto.
 - Trate de aprovechar cualquier problema relacionado que tenga forma, datos o conclusiones similares.
3. VERIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN:
- a) ¿Pasa su solución estas pruebas específicas?
- ¿Usa todos los datos pertinentes?
 - ¿Está de acuerdo con estimaciones o predicciones razonables?
 - ¿Soporta pruebas de simetría, análisis dimensional y escala?
- b) ¿Pasa estas pruebas generales?
- ¿Puede ser obtenida de manera diferente?
 - ¿Puede ser sustanciada por casos especiales?
 - ¿Puede ser reducida a resultados conocidos?
 - ¿Puede utilizarse para generar algún resultado conocido?

En la presenta investigación se optó por trabajar con el enfoque de Alan schoenfeld, por estar en una posición critica que predice mejores resultados por su mayor número herramientas que ofrece.

4. Secuencias Didácticas

La educación matemática contempla varias metodologías y estrategias que contribuyen a mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por lo cual la estructura de situaciones experimentales que estén articuladas con los procesos formativos y aporten de manera significativa a los docentes en la gestión de una clase, fortalecen de manera significativa el desarrollo de competencias.

En este orden de ideas surgen estrategias como las secuencia didáctica, las cuales fijan su desarrollo de acuerdo al contexto educativo, para evidenciar su eficacia desde la teoría a la practica.

Por su parte las ciencias de la educación considera dos conceptos que son fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje que se torna como la reflexión del hecho educativo y la didáctica, que tienen como finalidad la educación en todo su ámbito social. Por lo tanto la didáctica permite recrear ambientes idóneos para un proceso de enseñanza y aprendizaje pertinente. Como el presente trabajo esta en la linea de investigación de la educación matemática, procederemos a utilizar las secuencias didácticas como apoyo a un proceso de enseñanza y aprendizaje, puesto que la secuencias didácticas aportan de manera positiva el trabajo con los estudiantes.

En este sentido las secuencias didácticas ayudan a articular de manera escalonada el diseño de una clase, lo que permite tener una clase organizada y donde integren lo cotidiano con lo académico (Martínez, 1998), es decir; se manejan los tiempos de la clase, tener un inicio y un cierre de clase, también anticipar las posibles falencias e interrogantes que pueden surgir durante y después de la clase, sin dejar de lado que la clase empieza desde la postura que asume el docente desde que llega al aula hasta que se marcha. Además una secuencia didáctica no permite que los docentes lleguen a improvisar al aula, ya que en la secuencia toda la clase va organizada y planificada durante un tiempo determinado, lo cual implica tener varios caminos por si se presenta algún imprevisto al igual la secuencia orienta y facilita el desarrollo práctico, pues esta organizada de manera que todas las actividades van ligeramente articuladas con un fin específico que es alcanzar objetivos y metas claras, además la concebimos como una propuesta flexible, además es una buena herramienta que permite analizar e investigar la práctica educativa.

Por otro lado se destaca la importancia de articular las secuencias didácticas con el desarrollo de competencias, puesto que en la actualidad se vive un fenómeno en las aulas de clase y es que los estudiantes no quieren estudiar, el reto es de pasar del énfasis en la planificación de la enseñanza, a un nuevo papel docente, que conlleva la generación de situaciones significativas, con el fin de que los estudiantes aprendan lo que requieren para su autorrealización y su participación en la sociedad.

En consecuencia los aportes de una buena secuencia didáctica proporciona orden en la estructura de la gestión de una clase, permite retomar conceptos no adquiridos, busca objetivos, se puede analizar el resultado de clase, es decir son muchos los beneficios de implementar una secuencia didáctica, pero ¿que es una secuencias didáctica?

De manera general una secuencia didáctica es una planeación estratégica de actividades, métodos y pautas que agilizan el proceso de enseñanza y aprendizaje, para alcanzar objetivos y metas claras. Sin embargo en la presente investigación asumimos las secuencias didácticas como:

Conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, busca el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos. En la práctica esto implica mejoras sustanciales de los procesos de formación de los estudiantes, ya que la educación se vuelve menos fragmentada y se enfoca en metas. En el modelo de competencias, las secuencias didácticas son una metodología relevante para mediar los procesos de aprendizaje en el marco del aprendizaje o refuerzo de competencias; para ello se retoman los principales componentes de dichas secuencias, como las situaciones didácticas (a las que se debe dirigir la secuencia), actividades pertinentes. Con ello, se sigue una línea metodológica que permite a los docentes que ya trabajan con esta metodología una mejor adaptación al trabajo por competencias en el aula.

A continuación se nombran los componentes que traen las secuencias didácticas que se abordan en esta investigación. Y se resumen en la siguiente imagen.

A continuación se describen cada una de los componentes nombrados:

Situación problema del contexto: Problema o situación relevante del contexto de los estudiantes por medio del cual se busca la formación académica necesaria para la construcción del conocimiento matemático.

Tobón (2009, 2010) y Pimienta y Enríquez (2009)



Figura 2.1: Secuencia didáctica por competencia

Competencias a formar: Se describe la competencia o competencias que se pretende formar, en este caso sería la resolución de problemas.

Actividades de aprendizaje y evaluación: se establecen las actividades con el docente y las actividades de aprendizaje autónomo de los estudiantes, es decir las tareas matemáticas.

Evaluación: Se establecen los criterios y evidencias para orientar la evaluación del aprendizaje.

Recursos: Se establecen los materiales educativos requeridos para la secuencia didáctica, así como los espacios físicos y los equipos.

Proceso metacognitivo: Se caracterizan las principales sugerencias para que el estudiante reflexione y se retroalimente en el proceso de aprendizaje.

Por lo anterior trabajamos desde una perspectiva didáctica para observar el comportamiento analítico, procedimental, observacional y propositivo de los estudiantes al introducir secuencias didácticas articuladas con tareas matemáticas para el desarrollo de competencias.

Las Secuencias Didácticas por ser de carácter estructurado y organizado brindan la posibilidad de dar continuidad a un proceso determinado por complejo que este parezca como es el caso de las matemáticas, siguiendo un camino delineado, paso a paso y volviendo incluso atrás para retomar detalles olvidados o poco comprendidos.

Los motivos para la elaboración y validación de las secuencias didácticas son diversos, por los cuales es preciso estudiar, analizar, comprender y aplicar el enfoque de la formación basada en competencias.

Principalmente, porque es el enfoque educativo que está en el centro de la política educativa

colombiana en sus diversos niveles y esto hace que sea necesario que todo docente aprenda a desempeñarse con idoneidad en este enfoque. En segundo lugar, porque las competencias son criterios que utilizan la orientación fundamental de diversos proyectos internacionales de educación, como el Proyecto Tuning de la Unión Europea o el proyecto Alfa Tuning Latinoamérica, las pruebas PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos). Por último las competencias constituyen la base fundamental para orientar el currículo Colombiano, la docencia, el aprendizaje y la evaluación desde un marco de calidad, ya que brinda principios, desempeños, indicadores y herramientas para hacerlo, más que cualquier otro enfoque educativo.

En consecuencia se realizarán tareas matemáticas adaptadas al contexto del estudiante que aportarán al desarrollo de competencias matemáticas, lo que permite ofrecer mayores herramientas para afrontar de la mejor manera los conflictos y se desenvolverá mejor en la vida cotidiana; es importante ofrecer los recursos y materiales educativos apropiados para un buen desarrollo de las actividades a realizar, con el fin que el estudiante desarrolle un proceso meta cognitivo el cual facilite su aprendizaje.

5. Análisis Didáctico

Cuando se estudia un objeto matemático que es de naturaleza abstracta, se busca abordar éste de varias maneras hasta agotar todos los recursos necesarios para la comprensión de dicho objeto, con el fin de provocar un aprendizaje significativo y desarrollar competencias matemáticas, todo este proceso a través de situaciones previamente diseñadas y adaptadas al contexto del estudiante. Una forma de poderlos abordar con los estudiantes es a través del análisis didáctico (Gómez, 2002), el cual está definido como un procedimiento cíclico que incluye cuatro análisis en los cuales el profesor puede organizar la enseñanza y estos son: el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción, el análisis de actuación. A continuación se definen cada uno de los análisis:

El análisis de contenido: se presenta como punto de partida del análisis didáctico y se lleva a cabo sobre un tema concreto de las matemáticas escolares. El análisis de contenido establece criterios para identificar y organizar la multiplicidad de significados de un tema. Por tanto, este análisis se corresponde con la dimensión cultural, conceptual del currículo.

Una vez realizado el análisis de contenido, en el que el foco de atención es el tema matemático que se va a enseñar, y examinado el aprendizaje del estudiante en el análisis cognitivo, en el análisis de instrucción vamos a estudiar qué medios dispone el profesor para lograr sus fines. El foco de atención será la enseñanza. Se trata de hacer una descripción de los medios que va a poner en práctica el profesor para lograr sus expectativas de aprendizaje.

El análisis de actuación: se centra en la planificación del seguimiento del aprendizaje de los escolares y de la propia enseñanza durante la implementación de lo planificado en el análisis de instrucción, con objeto de comparar las previsiones que han hecho en dicha planificación con lo que sucederá cuando ésta se lleve a cabo en el aula. Esta comparación redundará en reajustes puntuales de la planificación durante el mismo proceso de instrucción, así en como reformulaciones globales, de cara a un nuevo ciclo de análisis didáctico. La comparación de lo planificado con lo acaecido en el aula,

así como las reformulaciones pertinentes a posteriori. En este análisis, previo a la implementación, se planifica todo lo necesario para la recogida y codificación de los datos que posteriormente serán analizados.

De las componentes curriculares, el análisis de actuación está vinculado a la evaluación, si bien no es equivalente a ella. Dependiendo de la concepción que los profesores tengan de la evaluación, la relación entre estos dos procedimientos puede ser más o menos estrecha. Así, desde la perspectiva de la evaluación formativa, en la que se incidirá en la presente investigación es el aprendizaje de los escolares.

6. Análisis Didáctico de la función lineal

En este apartado se describen las características y el motivo por el cual se trabaja la función lineal como objeto matemático, ya que los jóvenes presentan dificultades para su comprensión y adicionalmente el docente no lo aborda de la mejor manera. Con el fin de identificar, organizar y seleccionar los significados del objeto función lineal de las matemáticas escolares necesarias, se considerará el análisis de contenido, el cual tiene en cuenta: La estructura conceptual, los sistemas de representación y el análisis fenomenológico.

6.1. Estructura conceptual

La estructura conceptual como lo plantea Gómez (2002), no es solo la enumeración de conceptos, sino además, la relación presente entre ellos, que se va desarrollando en la medida que se utiliza los sistemas de representación, los modelos y fenómenos asociados. En este caso la función lineal se aborda desde la definición de función en donde Sierpinska (1992) afirma que la enseñanza de las funciones debería desarrollarse en el aula de clase de manera análoga a como se presentó en la historia, primero como modelo de relaciones, posteriormente, como herramienta para la descripción y la predicción. Una de las conclusiones del trabajo de Sierpinska (1992 como se citó en Ruiz-Higuera, 1993) reporta que “Los estudiantes deben interesarse en explicar los cambios, y determinar así regularidades; identificando no sólo aquello que cambia, sino también cómo cambia; en donde las expresiones analíticas de las funciones debería constituirse como herramientas que permitan modelar situaciones de la vida real” (p. 93).

El concepto de la función es uno de los más simples que conlleva a muchos estudiantes a tener el primer contacto con el concepto de función lineal. Por lo tanto permite modelar situaciones fenómenos como las compras, el cambio de moneda, situaciones de las ciencias naturales, de la economía, etc.

En relación con lo curricular, García, Serrano y Camargo (1998) plantean una propuesta para abordar las nociones de función como dependencia y la proporcionalidad como función lineal en la educación básica, donde la “función” es propuesta como un organizador curricular, por lo tanto aporta de manera significativa para el desarrollo del objeto matemático función lineal puesto que sirve para ofrecer ejemplos y relaciones sobre la proporcionalidad directa e inversa para dar los primeros pasos hacia nuestro objeto matemático.

Por otro lado la función lineal se estudia también como la razón de cambio y variabilidad y como afirma Rey (2009) que los estudiantes son fruto de un sistema educativo que no ha promovido el estudio y el análisis de la variabilidad de fenómenos asociados al cambio, sino que por el contrario se ha enfocado en el uso de rutinas y procedimientos algorítmicos, en donde, la expresión algebraica de una relación funcional se reduce básicamente a “recetas” dejando de lado su gran poder modelizador. De este modo se prendió a través de situaciones cotidianas trabajar la variación de cambio y variabilidad, dentro del contexto de los estudiantes.

Por otro lado la función lineal es una función polinómica de primer grado, donde su representación en el plano cartesiano es una línea recta que pasa por el origen y su grado de inclinación depende de la pendiente. y como afirma García, Serrano y Espitia, (1997) citado por Coronado y Montealegre (2007), expresan: “... en teoría de funciones, una función f lineal se define cuando a todo x se le hace corresponder el mismo x multiplicado por el coeficiente m . la expresión analítica está dada por $f(x) = mx$, para algún número real m ” (p 32).

De acuerdo a lo anterior en esta investigación se plantea la enseñanza de este objeto matemático desde una propuesta que sostiene Posada y Villa (2006) donde reportan el diseño e implementación de una propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal, a partir de la consolidación del pensamiento variacional, mediante tres elementos didácticos fundamentales, como son: la noción de variación como base en la construcción del concepto matemático de variable, el proceso de modelación matemática como una estrategia didáctica, y los sistemas semióticos de representación como elementos que facilitan los procesos de modelación y permiten objetivar los conceptos matemáticos. Además, la función lineal es base fundamental para el desarrollo del pensamiento variacional y numérico, se deben tener presentes los conocimientos básicos, relacionados con la red de conceptos y procedimientos que posibilitan su desarrollo. Se encuentra que la proporcionalidad, magnitudes directa e indirectamente proporcionales, variables dependientes e independientes, relaciones, cambio, variación y variable, así mismo como procesos de pensamiento relacionados con las representaciones, son elementos con los cuales se puede estudiar de manera significativa y funcional la función lineal.

6.2. Sistemas de representación

En relación a los sistemas de representación, Font (2000) y Gómez (2002) manifiestan que el término tienen diferentes acepciones en la didáctica de las matemáticas, puesto que hablar de representación equivale a hablar de conocimiento, significado, comprensión, modelización, etc. En este sentido para Kaput, Duval, lo definen como un sistema de reglas que permitirá codificar, decodificar, operar al interior y entre diferentes registros de representación. De aquí la importancia de resaltar el uso de representaciones en matemáticas puesto que es una herramienta fundamental para la enseñanza; ya que no todo lo que veo de una manera los demás deben verlo así, en este sentido podemos utilizar los diferentes sistemas de representación.

En relación con la estructura conceptual, la función lineal basa sus orígenes al concepto de función. Diversos campos de la actividad humana hacen uso de su estructura matemática: gráficas, tablas, relaciones, fórmulas, entre otras, son diversas representaciones que se relacionan y se usan de su

concepto.

En este apartado se expresa las diferentes representaciones que tiene la función lineal: en el plano cartesiano, en forma analítica, diagramas sagitales, en tablas y el sistema de representación verbal.

- Representación en el plano cartesiano, consta de construir un plano cartesiano y ubicar las coordenadas para después unir esos puntos. Por otro lado La función lineal puede ser creciente o decreciente teniendo en cuenta el signo de la pendiente m , si $m > 0$ la función es creciente y si $m < 0$, la función es decreciente.

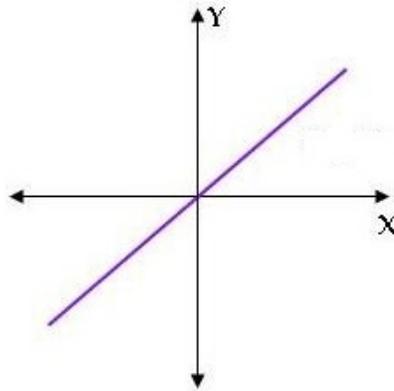
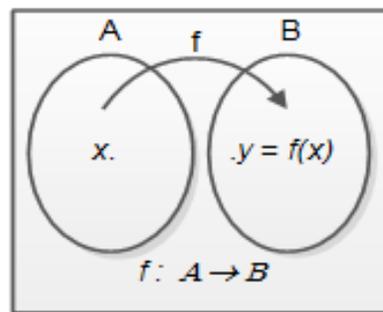


Figura 2.2: Función Lineal

- Sistema de representación algebraico: denotada por una expresión matemática denominada ecuación en donde intervienen dos variables. Representación analítica o formula $f(x) = mx$
- Sistema de representación sagital: esta representación consta del uso de diagramas de venn donde se expresa una correspondencia uno a uno entre sus elementos. Es decir; la relación que hay entre los elementos del conjunto de salida en este caso el conjunto A con los elementos del conjunto de llegada el conjunto B, estos elementos se relacionan con una flecha.



Fuente tomada de alvis 2015

- Sistema de representación tabular - numérica: representada por una tabla vertical ordenada que hace corresponder un valor inicial por uno de final. En este caso no tenemos una función definida pero su parte procedimental consta de dar valores mayores que cero y su imagen se lee $f(1)$. Para la función lineal, la tabulación que da representada así:
- Sistema de representación verbal: formada por una oración que describe como la variable de entrada se encuentra relacionada con la variable de salida. Como por ejemplo:

x	$f(x)$
1	$f(1)$
2	$f(2)$
3	$f(3)$
4	$f(4)$
\vdots	\vdots
n	$f(n)$

Cuadro 2.1: Tabla de Valores

- Precio del combustible por galón.
- Distancia recorrida vs gasolina consumida.
- Distancia recorrida vs tiempo empleado, etc.

6.3. Análisis Fenomenológico

El análisis fenomenológico, como aquella relación que permite dar sentido a las matemáticas con la experiencia, donde se involucran fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser modelados (Gómez, 2002), a través de tareas matemáticas previamente elaboradas llevadas a situaciones cotidianas que involucren el contexto de los estudiantes.

La fenomenología de la función lineal nace en contextos pertenecientes a las ciencias naturales, la economía y a la familiar (OCDE/PISA, 2010). Según Solar (2009), el contexto en actividades matemáticas hace referencia a una característica de una tarea presentada a los estudiantes, representa el acontecimiento en el que la tarea está situada. Desde esta perspectiva, se asume por contexto el espacio en el que una situación debe darse a partir de una referencia del mundo (natural, cultural o social), en la cual se sitúan las tareas y cuestiones matemáticas que se propondrán a los estudiantes.

La función lineal está presente en diferentes campos que dan sentido a este objeto matemático, para esta investigación en particular, se trabajará en situaciones donde está presente el objeto matemático función lineal desde el contextos de los estudiantes.

La función lineal está presente en la compras de gasolina por galón, consumo de gasolina, volumen de agua recogida en un recipiente y tiempo de llenado, precio y peso en kilogramos de diferentes productos, etc. En las matemáticas con la proporcionalidad directa e inversa, cantidades, razones etc. (Coronado & Montealegre, 2007). A continuación se ilustra una red conceptual que presenta el análisis minucioso de la función lineal. Tomada de Johny (2015).

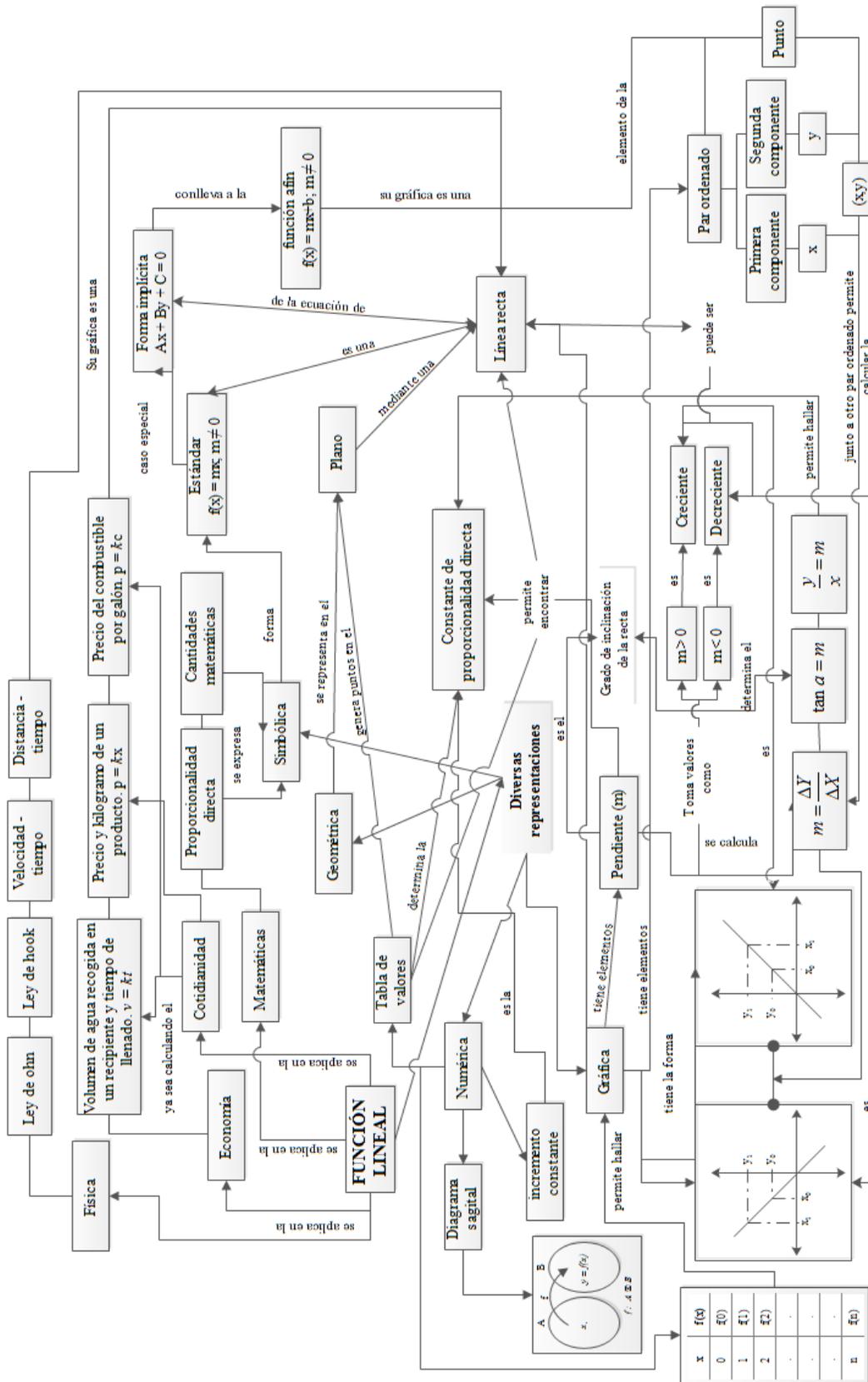


Figura 2.3: Red Conceptual de la función lineal

El propósito del presente capítulo es mostrar la naturaleza y diseño de la investigación, atendiendo a las normas de la universidad Surcolombiana, ya que maneja un formato para la presentación de trabajos de grado, normas APA, etc, además proceder a utilizar las diferentes técnicas de recolección de información que se emplean para solucionar las preguntas diseñadas y dar respuesta a los objetivos planteados en el presente proyecto de investigación.

Por otro lado se presentan las unidades de análisis las cuales detectan aspectos que proporcionan habilidades para el desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas. La investigación posee una metodología cualitativa la cual permite interpretar las realidades de aula, en consecuencia para manifestar los desempeños de los estudiantes frente a los procesos cognitivos asociados a la competencia matemática resolución de problemas, sus aspectos, procesos e indicadores propuestos a priori que emergieron en los momentos de la conceptualización teórica. En la investigación son de carácter positivo por que resalta la importancia de generar situaciones que permitan atender a las peticiones de los jóvenes y presagia resultados coherentes.

1. Tipo de investigación

La presente investigación es de carácter cualitativo, puesto que se basa en la observación constante, el análisis de cada situación relacionada con el comportamiento entre los estudiantes y el docente al abordar en el aula de clase la solución de tareas matemáticas contextualizadas, además ya que está ligado a describir, interpretar y comprender las relaciones y el significado de los fenómenos sociales, intentando darle sentido, desde el significado, que las propias personas les atribuyen a dichos fenómenos.

De este modo esta investigación se planteó diseñar tareas matemáticas, adaptadas al contexto del estudiante que articuladas con secuencias didácticas logren desarrollar competencias matemáticas a través de la función lineal, lo primordial es dejar de un lado la educación tradicional y hacer parte de una educación con un método pedagógico constructivista, donde el estudiante sea el protagonista. Esta metodología cualitativa permite evidenciar la realidad del aula de clase. Es así que para analizar la efectividad de esta metodología de enseñanza y su pertinencia, se validaron las secuencias por juicios de expertos que aprobaron la investigación.

2. Población

La presente investigación estuvo dirigida a estudiantes de secundaria del grado noveno de la Institución Educativa Jose Hilario Lopez ubicada en el municipio de Campoalegre, donde la edad de los estudiantes oscila entre los 15 y 18 años. La idea es cambiar la clase tradicional y dar una vuelta a una educación más propositiva y más acorde a nuestros jóvenes de hoy en día.

En esta Institución educativa se presta un servicio de bachillerato, primaria y nocturno, conformado por una población mixta. Es un colegio con modelos Educativos para niños y jóvenes con una educación Tradicional, desde el año 2008 la institución cuenta con la articulación media técnica con el sena, en la especialidad de electrónica. La Misión de la institución es la de contribuir en la formación de hombres y mujeres con reconocida idoneidad ética y moral, competentes para interactuar en el campo académico y técnico en electrónica, en un contexto educativo de inclusión social para una sana convivencia, logrando condiciones de vida óptima para sí mismo y para la comunidad.

3. Diseño Metodológico

En la presente investigación se resalta la importancia de recoger datos, reflexiones sobre que observar, como y cuando proceder, cómo obtener información relevante, qué instrumentos de recolección de información son más adecuados y cómo analizar la información obtenida.

Teniendo en cuenta lo anterior el presente trabajo se desarrollo en cuatro fases de campo: en la primera fase se investigo sobre competencias matemáticas, tareas matemáticas, y un análisis minucioso sobre como desarrollar el trabajo de investigación, en la segunda fase se aplicó una tarea matemática (ver anexo 1), como prueba exploratoria, y se conoció la población de una manera mas directa para poder caracterizarlos y ver en que nivel se encontraban. En la tercera fase se diseñaron las tareas matemáticas y se articularon con las secuencias didácticas, posteriormente pasaron a ser validadas por juicio de expertos. En la cuarta fase se procedió a aplicar las secuencias. Y finalmente se analizaron los resultados para obtener las conclusiones.

FASE INICIAL

En la etapa inicial se realizó una búsqueda teórica minuciosa en la cual se realizó la reflexión teórica de las competencias matemáticas que rescatan como eje articulador las tareas matemáticas. Se investigo información relacionada con algunos antecedentes sobre competencias matemáticas así como algunos estudios internacionales que destacan dicho enfoque con el propósito de establecer el marco teórico y afirmar la postura para el buen desarrollo de la investigación. El diseño de las tareas matemáticas poseen una postura cualitativa, con observación constante tanto en el aula como en el reconocimiento del contexto determinado, este reconocimiento se llevo acabo en un primer viaje al municipio de Campoalegre - Huila.

En esta etapa se determino la naturaleza y dimensión del tema de investigación; es decir se específico el contexto donde se trabajó, y del mismo modo se conoció la población y recursos disponibles para el desarrollo de la investigación.

FASE DE RECONOCIMIENTO

En esta fase nos planteamos como objetivo identificar las posibles falencias que presentan los estudiantes del grado noveno al enfrentarse con situaciones problema de la vida real que contengan de base el objeto matemático función lineal. Para lograr esta propuesta se tomó una situación problema diseñada por Alvis y Puentes (2015), la cual generó el nivel en que se encontraban los estudiantes. A continuación se presentan una situación problema denominada “comprando manzanas”.

Situación problema: “COMPRANDO MANZANAS”

La siguiente tabla registra la relación entre el número de kilos de manzanas y el precio, por kilo, establecido en el supermercado Julieta del Municipio de Campoalegre Huila.

Relación existente entre la cantidad de kilos de manzanas y su precio.

Número de kilos	Precio (\$)
1	2900
2	5800
3	8700
4	11600

Cuadro 3.1: Relación entre kilos de manzana y precio

TAREA No 1: En la tabla se observa que la cantidad de kilos de manzana aumenta a medida que el precio, por kilo, a pagar también aumenta. Teniendo en cuenta el comportamiento que presenta las dos magnitudes. ¿Puedes considerar la relación existente entre la cantidad de kilos de manzana y el precio, por kilo, como una relación de proporcionalidad directa? Justifica tu respuesta.

TAREA No 2: Si el precio de cierta cantidad de kilos de manzanas en el supermercado es de 23.200. ¿cuántos kilos de manzanas corresponden a dicho precio?

TAREA No 3: Suponga que un cliente le pregunta a Usted ¿Cuánto valen X número de manzanas? ¿Qué respuesta daría Usted?

TAREA No 4: Suponga que otro cliente le pregunta a Usted ¿Cuántos kilos de manzana me da por Y pesos? ¿Qué respuesta daría Usted?

A continuación se describe la metodología aplicada en la clase para el desarrollo de la prueba diagnóstica:

Cuando se inicio la prueba diagnostica el docente llegó, se presentó, explicó los motivos de la realización de la clase para después organizarlos en grupos de tres personas y se les entregó la guía de trabajo, a continuación se tomaron 15 minutos para la respectiva lectura de la situación problema y sus respectivas tareas, para después proceder a solucionarla, una vez solucionadas se opto

por organizar a los estudiantes en una mesa redonda donde se socializaron las posibles soluciones complementadas por la solución correcta por parte del docente.

Esperamos que el estudiante observara e interactuara con la noción de función donde analizó las variables y el comportamiento que surgen de la situación, el objetivo, además, era detectar qué falencias presentaban los estudiantes en la resolución de las tareas. De esta forma las tareas contribuyen al logro del objetivo específico uno.

Después los estudiantes desde su punto de vista establecerán una conjetura sobre la solución del problema. De manera individual los estudiantes solicitaron orientaciones del docente cuando lo consideraron necesario. El profesor se acercó a cada estudiante y mediante las asesorías se detectan las posibles fallas, de esta manera se orientó el trabajo de los estudiantes. Finalmente los estudiantes expusieron los resultados obtenidos a toda la clase y estos fueron convalidados por los demás compañeros. El profesor guió el proceso.

El objetivo de la aplicación de la prueba se asocia con el primer objetivo que es detectar posibles falencias que presentan los estudiantes al enfrentarse a situaciones problema de la vida real que contengan de base el objeto matemático la función lineal.

Una vez aplicada la situación problema, se analizó la actuación de los estudiantes y las tareas, a continuación se procedió a diseñar las tareas matemáticas como objeto de estudio, con observación participante tanto en el aula como en el reconocimiento del contexto determinado, notas de campo, entrevistas, documentos, videgrabaciones y recorridos por el municipio. En esta etapa se determinó la naturaleza y dimensión del tema de investigación; es decir se especificó el contexto donde se llevó a cabo el estudio, así como las características de los estudiantes y recursos disponibles.

FASE DISEÑO DE TAREAS

Una vez implementada y analizada la situación problema que fue la prueba diagnóstica, se realizó un recorrido más minucioso buscando material para la formulación de las tareas. Se realizaron entrevistas a personas del común, a empleados de un par de bancos, en las ladrilleras y demás lugares de alto impacto del municipio.

Y para dar respuesta a nuestro objetivo específico dos, se procedió a establecer teóricamente los componentes de la competencia matemática formular y resolver problemas, para después plantear las tareas matemáticas desde el contexto del estudiante, teniendo en cuenta el entorno inmediato del estudiante y el objeto matemático.

Así mismo las tareas matemáticas elaboradas se articularon con las secuencias didácticas y posteriormente se validaron por juicio de expertos y empíricamente. En este sentido para el diseño de las tareas se hizo un estudio profundo de la función lineal. Cabe resaltar que el desarrollo de la competencia se da de manera transversal, por lo anterior esta competencia se utilizó por su pertinencia que representa el resolver problemas en el campo de la educación matemática.

FASE DE IMPLEMENTACIÓN

Establecidas las tareas matemáticas y articuladas con las secuencias didácticas que permitieron el desarrollo de competencias matemáticas, se procedió a validarlas en la Institución Educativa José Hilario Lopez grado noveno. En este sentido se realizó la validación empírica y cuando se aplicó se tuvo en cuenta para el análisis posterior, con ayuda de las notas de campo, fotografías, documentos y videograbaciones. Es necesario evidenciar que la recopilación de la información derivada de la aplicación de las tareas matemáticas, como de las interacciones entre los estudiantes y el docente guía, es un componente fundamental para el análisis de la investigación puesto que se revela si se desarrolló la competencia resolución de problemas, de una manera significativa y si se lograron desarrollar los objetivos de aula propuestos. Posteriormente los resultados se sometieron a un análisis por parte del investigador, donde se destacaron los excelentes resultados y posteriormente se resolvieron los objetivos propuesto y se obtuvieron las conclusiones.

3.1. Unidad de análisis

En la presente investigación se plantean dos unidades de análisis que son las tareas diseñadas y la actuación de los estudiantes, esto permite analizar y detectar las posibles fallas o dificultades en el diseño de las tareas, también verificar las dificultades que presentan los estudiantes al abordar situaciones de la vida real que incluyan conceptos matemáticos.

Las tareas matemáticas fueron diseñadas de acuerdo al contexto de los estudiantes, de esta forma juegan un papel fundamental pues permite integrar en su diseño, selección y análisis, de componentes que fortalecen el aprendizaje significativo. Por otro lado las tareas para Gomez(2007) reconoce la complejidad conceptual, interpretando para el caso de la noción de tarea como las demandas estructuradas de actuación que el profesor da a los escolares (p.79).

A sí mismo De Lange (1995), para el análisis de las tareas desde un enfoque evaluativo propone tres niveles que ya fueron mencionados anteriormente, que son: nivel 1 de reproducción, nivel 2 de conexión y nivel 3 de razonamiento y generalización. En el nivel de reproducción, la demanda cognitiva de la tarea se centra en procedimientos rutinarios y algorítmicos; el nivel 2 exige hacer conexiones entre los diferentes tópicos de las matemáticas; y el nivel de razonamiento y generalización se espera que los estudiantes matematicen situaciones y creen modelos propios. A continuación se exponen las tareas diseñadas.

SITUACIÓN 1: “Remodelación de la panadería”:

Jeison papá de unos de los estudiantes de grado noveno y propietario de la panadería “Don Glacet”, ubicada en Campoalegre - Huila, junto al parque central, pretende tomar un crédito de \$1,000,000 en el banco Mundo Mujer¹, para remodelar su negocio de panadería. Jeison por ser campoalegruno se dispuso a buscar las cooperativas y bancos que hay en el municipio. El banco que más le llamo la atención fue el banco mundo mujer porque ofrece dos tipos de crédito que son para independientes y empleados², el interés para empleado es de 2.9% y para independiente 3.3% mensual, el banco mundo mujer no cobra ningún tipo de cargo fijo se cobran únicamente la cuota mensual.

Jeison decidió tomar su crédito a un año, teniendo en cuenta que el banco hace sus créditos con plazo de pago a los 3, 6, 8, 12, 16 y 24 meses.

De acuerdo a lo anterior surgen las siguientes dudas:

¹Mundo Mujer es un banco con una experiencia de 29 años en el mercado atendiendo a las comunidades de estrato uno, dos y tres de Colombia, otorgando microcrédito de una manera fácil, rápida y oportuna.

²Cuando se refieren a credito independiente es cuando la persona solo trabaja el diario; es decir, cuando tiene su propio negocio y empleado cuando es contratado 'por alguna empresa o persona y recibe todas las prestaciones de ley siempre y cuando cumpla con sus deberes impuestos

Tarea 1

- ¿Cuánto será el valor de la cuota a pagar? (Reproducción)

Tarea 2

- ¿Cuanto será el total a pagar por Jeison?(Reproducción)

Tarea 3

- Dibujar en una línea de tiempo los pagos y saldos realizados mes a mes. (Reproducción)

Tarea 4

- Jeison quiere saber cuales son los intereses mensuales a pagar por la suma de 1, 2, 3, 4 y 5 millones. Ilustrar esta situación y determina el valor de la cuota mensual para cada caso. (Conexión)

Tarea 5

- ¿Cuánto interés deberá pagar si toma su crédito a 8 o 24 meses?, compara el interés de cada caso y mencione cual se adapta a las necesidades de Jeison, teniendo en cuenta que dispone de \$100,000 a \$150,000 mensuales para pagar la cuota. (Reflexión)

Tarea 6

- Ilustrar de diferentes maneras la situación que se presenta en el punto uno (cuadros, planos, diagramas, etc). (Conexión)

Tarea 7

- Un empleado amigo de Jeison se entera de los créditos y le pregunta qué interés debe pagar si toma un crédito de \$3,000,000 a 3, 6, 8 o 24 meses. ¿Cómo le ilustras la situación? (Reflexión)

Tarea 8

- ¿El interés a pagar de que depende?, ¿el dinero a prestar depende de algo?. (Conexión)

SITUACIÓN 2: “Venta de empanadas para el paseo de fin de año”

El profesor Félix, director de grupo del grado noveno y los 30 estudiantes, van a realizar actividades desde el primer fin de semana del mes de Mayo hasta el primer fin de semana del mes de noviembre del presente año, con el fin de recolectar dinero para una excursión en el mes de Noviembre a un determinado sitio turístico. Entre algunas de las actividades propuestas está la relacionada con la producción y venta de empanadas cada quince días de manera consecutiva.

Se proyecta que la venta de empanadas debe generar una ganancia de \$70,000 por cada persona con el fin de contribuir a conseguir la totalidad del dinero para la excursión por cada estudiante. Para ello, requieren conocer los costos de producción de cierta cantidad de empanadas. Se consulta a doña Martha, madre de familia y mamá de Juan estudiante del grado noveno, quien manifiesta que el costo total (ingredientes necesarios) de producir 100 empanadas para la venta es de \$50,000:

Tarea 1

- ¿Cuáles serán las ganancias si se venden 115 empanadas a 800 o 1000 respectivamente? (Reproducción)

Tarea 2

- Por 5 empanadas se gasta en su preparación aproximadamente 2,500. Calcular ¿cuántas empanas obtienes por 165,000?(Reproducción)

Tarea 3

- En el primer mes se vendieron 100 empanadas entre todo el grupo y tuvieron una ganancia de 50,000, el segundo mes se vendieron 300 empanadas, su ganancia fue de 150,000 y el tercer mes 900 empanadas, su ganancia fue de 450,000. Teniendo en cuenta el comportamiento de ventas, ¿que pasa si aumenta el número de empanadas vendidas? (Conexión)

Tarea 4

- En el punto anterior se destacan dos variables, determinar, ¿cuál es la variable dependiente y la independiente? (Reflexión)

Tarea 5

- Teniendo en cuenta la primera situación completar la siguiente tabla y determinar la variable dependiente y la variable independiente. (Reflexión)

Números de empanadas	Precio (\$)
100	100,000
200	
300	
400	
500	

Cuadro 4.1: Relación entre número de empanadas y precio

Tarea 6

- Plantear una ecuación que represente la situación del punto anterior, y representar de por lo menos dos formas más la situación. (Conexión)

En la presente investigación las secuencias didácticas son consideradas como un modelo alternativo y escalonado de enseñanza que permite concretar todas las decisiones del maestro y estudiante de la mejor manera.

La secuencia didáctica como eje articulador permitió precisión, orden, menor improvisación, orientó y facilitó un desarrollo práctico de la clase, en este sentido la consideramos como una propuesta flexible que logró aportar de manera significativa en el proceso de enseñanza y aprendizaje, puesto que involucra situaciones de nuestro diario vivir. Es además una buena herramienta que permite analizar e investigar la práctica educativa.

1. Construcción de la secuencia didáctica

1.1. Estructura

La siguiente secuencia que se abordó es una secuencia didáctica por competencia, es un modelo planteado por Tobón (2009, 2010) y Pimienta y Enríquez (2009), la cual está conformada por cuatro componentes fundamentales que son: situación problema, competencias a formar, actividades planteadas, proceso meta cognitivo, evaluación y recursos de aprendizaje.

En este sentido se pretendió ofrecer a los estudiantes un diseño de clase diferente relacionada con un modelo pedagógico constructivista y mostramos las matemáticas desde un enfoque más cotidiano, buscando la interacción más fluida y participativa por parte de los estudiantes. Con la integración de estos aspectos también se ofrece a los docentes una metodología sencilla, pero innovadora (ver anexo).

1.2. Secuencia

En la presente investigación se realizó una secuencia, la cual se articuló con las situaciones problema y tareas que se diseñaron. La secuencia se construyó a través de un estudio minucioso en el aula de clase y alrededores de la Institución Educativa José Hilario López donde se conocieron algunos

detalles de la población. De este modo nos centramos en el grado noveno de esta institución y trabajamos entorno al objeto matemático función lineal, por su importancia ya que es una base fundamental para comprender el capítulo de funciones. Donde siempre nuestro objetivo fue encontrar una solución favorable a las dificultades que observamos en el momento de realizar la investigación.

1.3. Documento Técnico

El documento técnico es en el cual se recolectó toda la información de manera específica de cada una de las actividades propuestas y pasos dentro de las secuencias didácticas. Además se describió de manera detallada los pasos de la clase de inicio, desarrollo y cierre.

1.4. Documento a Estudiantes

Es el documento que consta de todas las actividades a desarrollar de manera conjunta, entre el estudiante y el docente. También será una guía práctica que ayudara al estudiante a solidificar y refrescar muchos conceptos matemáticos.

2. Secuencia Didáctica N° 1 (Documento Técnico)

IDENTIFICACIÓN			
Institución Educativa José Hilario López	AREA: Matemáticas	TEMA: Función Lineal	
DOCENTE: Julián Andrés Perdomo Mejía	DURACIÓN: 4 horas	FECHA: 18-04-2018	GRADO: 9°
INTENSIONES FORMATIVAS			
Propósitos de la Secuencia didáctica <ul style="list-style-type: none"> • Diseñar secuencias didácticas que permitan desarrollar la competencia resolución de problemas. • Planificar secuencias didácticas articuladas con tareas matemáticas. • Identificar las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse con situaciones o problemas de la vida real que contengan conceptos matemáticos. 		Competencias a Formar <ul style="list-style-type: none"> • Comprender situaciones problemas que permitan generar y recordar conceptos matemáticos. • Analizar fenómenos de la vida real usando relaciones entre variables. • Diseñar estrategias para abordar situaciones que involucren relaciones y funciones. • Relacionar la función lineal con situaciones de la vida real y propongo soluciones • Usar argumentos matemáticos para la resolución de problemas en contextos cotidianos. 	
Actividades de Aprendizaje			
Propósito de las Actividades Apertura: Se pretende conocer a los estudiantes y crear un ambiente de trabajo para una mejor disposición por parte de los estudiantes. Desarrollo: Se busca potenciar la creatividad, reflexión y comprensión de situaciones de la vida real por parte de los estudiantes, para después trabajar de manera colectiva y puedan discutir para tomar decisiones acertadas. Teniendo en cuenta su orden de trabajo. Cierre: Se pretende retroalimentar los conocimientos adquiridos por lo estudiantes, para generar ambiente de debate, que promueva un proceso metacognitivo por parte del estudiante para que finalmente por sus propios medios llegue a la solución.	Productos de Aprendizaje Apertura: El estudiante relaciona conceptos previos y se familiariza con la estructura de la clase. Para después corresponder la matemática tradicional con la vida real. Desarrollo: Los estudiantes deben estar en capacidad de dar soluciones a las tareas, que identifiquen que es una función, elementos de una función y características de la función. Cierre: Se espera que el estudiante comprenda y proponga posibles soluciones para la resolución de las tareas.	Evaluación Socialización y corrección de cada una de las tareas propuestas.	Recursos Lápiz, borrador, marcador, tablero, Guía del estudiante, guía del docente.

ACTIVIDADES

Actividad de apertura: Se ofrece una charla breve, se presentan los estudiantes y el docente, se explica los motivos del trabajo.

Actividad de desarrollo: En el transcurso de la clase se organizan los estudiantes en parejas o tríos, se entrega a cada uno la guía del estudiante, se otorgan de 10 a 15 minutos para la lectura y análisis de la guía, se responden preguntas que surgen de la guía, posteriormente se desarrolla la guía por parte de los estudiantes. El docente recorre el salón verificando que todos estén trabajando y como están trabajando. Se trabaja en dos bloques de dos horas para cada situación problema

Actividad de cierre: Socializamos cada una de las soluciones de lo estudiantes, en los erros se les pidió que no los borrarán, se ubicaron en mesa redonda y se organizó una lluvia de ideas, para la resolución de las tareas por parte de los estudiantes y se complementaron o corrigieron por parte del docente investigador.

2.1. Guía del estudiante

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ HILARIO LÓPEZ	
Nombre:	Grado:	Fecha:
Asignatura: Matemáticas	Periodo: 2	
Tema: Función lineal		
Conceptos asociados: Ecuaciones, sistemas de ecuaciones y relaciones.	Nota:	

Conformar grupos de tres personas, Leer cuidadosamente las siguientes situaciones, analiza, interpreta y responde las siguientes preguntas. Tener en cuenta los siguientes pasos para la solución:

Paso 1: Lea el texto y en el análisis puedes dibujar si es posible, puedes examinar casos especiales o compararlos con ejercicios que hayas resuelto, puedes tratar de simplificar las tareas.

paso 2: Después del análisis aplica una exploración que implica resolver las tareas propuestas, con sus conocimientos previos.

Paso 3: Finalmente verificamos la solución con los compañeros de grupo.

SITUACIÓN 1: “Remodelación de la panadería”:

Jeison propietario de la panadería “Don Glacet”, ubicada en Campoalegre - Huila, junto al parque central, pretende tomar un crédito de \$1,000,000 en el banco Mundo Mujer¹, para remodelar su negocio de panadería. Jeison por ser campoalegruno se dispuso a buscar las cooperativas y bancos que hay en el municipio y el banco que más le llamo la atención fue el banco mundo mujer porque ofrece dos tipos de crédito que son para independientes y empleados², el interés para empleado es de 2.9% y para independiente 3.3% mensual, el banco mundo mujer no cobra ningún tipo de cargo fijo se cobran únicamente la cuota mensual.

Jeison decidió tomar su crédito a un año, teniendo en cuenta que el banco hace sus créditos con plazo de pago a los 3, 6, 8, 12, 16 y 24 meses.

A continuación surgen las siguientes preguntas responde:

¹Mundo Mujer es un banco con una experiencia de 29 años en el mercado atendiendo a las comunidades de estrato uno, dos y tres de Colombia, otorgando microcrédito de una manera fácil, rápida y oportuna.

²Cuando se refieren a credito independiente es cuando la persona solo trabaja el diario; es decir, cuando tiene su propio negocio y empleado cuando es contratado por alguna empresa o persona y recibe todas las prestaciones de ley siempre y cuando cumpla con sus deberes impuestos.

Tarea 1

- ¿Cuánto será el valor de la cuota a pagar?

Tarea 2

- ¿Cuanto será el total a pagar por Jeison?

Tarea 3

- Dibujar en una línea de tiempo los pagos y saldos realizados mes a mes.

Tarea 4

- Jeison quiere saber cuáles son los intereses mensuales a pagar por la suma de 1, 2, 3, 4 y 5 millones. Ilustrar esta situación y determina el valor de la cuota mensual para cada caso.

Tarea 5

- ¿Cuánto interés deberá pagar si toma su crédito a 8 o 24 meses?, compara el interés de cada caso y mencione cual se adapta a las necesidades de Jeison, teniendo en cuenta que dispone de \$100,000 a \$150,000 mensuales para pagar la cuota.

Tarea 6

- Ilustrar de diferentes maneras la situación que se presenta en el punto uno (cuadros, planos, diagramas, etc).

Tarea 7

- Un empleado amigo de Jeison se entera de los créditos y le pregunta qué interés debe pagar si toma un crédito de \$3,000,000 a 3, 6, 8 o 24 meses. ¿Cómo le ilustras la situación?

Tarea 8

- ¿El interés a pagar de que depende?, ¿el dinero a prestar depende de algo?.

Una vez terminada la solución de las tareas organizarse en mesa redonda para la socialización y conclusiones de la resolución de la actividad propuesta.

SITUACIÓN 2: “Venta de empanadas para el paseo de fin de año”

El profesor Félix, director de grupo del grado noveno y los 30 estudiantes, van a realizar actividades desde el primer fin de semana del mes de Mayo hasta el primer fin de semana del mes de noviembre del presente año, con el fin de recolectar dinero para una excursión en el mes de Noviembre a un determinado sitio turístico. Entre algunas de las actividades propuestas está la relacionada con la producción y venta de empanadas cada quince días de manera consecutiva.

Se proyecta que la venta de empanadas debe generar una ganancia de \$70,000 por cada persona con el fin de contribuir a conseguir la totalidad del dinero para la excursión por cada estudiante. Para ello, requieren conocer los costos de producción de cierta cantidad de empanadas. Se consulta

a doña Martha, madre de familia y mamá de Juan estudiante del grado noveno, quien manifiesta que el costo total (ingredientes necesarios) de producir 100 empanadas para la venta es de \$50,000, después de dialogar entre ellos surgen las siguientes cuestiones:

Tarea 1

- ¿Cuáles serán las ganancias si se venden 115 empanadas a 800 o 1000 respectivamente?

Tarea 2

- Por 5 empanadas se gasta en su preparación aproximadamente 2,500. Calcular ¿cuántas empanas obtienes por 165,000?

Tarea 3

- En el primer mes se vendieron 100 empanadas entre todo el grupo y tuvieron una ganancia de 50,000, el segundo mes se vendieron 300 empanadas, su ganancia fue de 150,000 y el tercer mes 900 empanadas, su ganancia fue de 450,000. Teniendo en cuenta el comportamiento de ventas, ¿que pasa si aumenta el número de empanadas vendidas?

Tarea 4

- En el punto anterior se destacan dos variables, determinar, ¿cuál es la variable dependiente y la independiente?

Tarea 5

- Teniendo en cuenta la primera situación completar la siguiente tabla y determinar la variable dependiente y la variable independiente.

Números de empanadas	Precio (\$)
100	100,000
200	
300	
400	
500	

Cuadro 5.1: Relación entre número de empanadas y precio

Tarea 6

- Plantear una ecuación que represente la situación del punto anterior, y representar de por lo menos dos formas más la situación.

En el siguiente capítulo se analizaron las dificultades que presentaron los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones de la vida real que involucran conceptos matemáticos, además se plantearon tareas matemáticas desde el contexto de los estudiantes que promovieron el desarrollo de competencias, para después planificar secuencia didáctica articulándolas con las tareas previamente diseñadas.

1. Análisis de las dificultades presentadas por los estudiantes

Se analizó un grupo de estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Jose Hilario Lopez, cuando solucionaban las tareas planteadas sobre el objeto matemático función lineal, en el área de matemáticas. En este informe de investigación consideraremos mostrar el análisis que realizamos únicamente a los estudiantes que presentaron falencias en la resolución de la situación problema y sus tareas. El instrumento para la recogida de la información fue la secuencia planteada que constaba detalladamente los pasos a seguir, la situación problemas y sus tareas.

La secuencia se realizó previamente y se analizó las respuestas correctas, erróneas y las no contestadas. Por ejemplo, en relación con la primera situación que aborda aspectos sobre el Conocimiento Operacional, Estructural y Procesal, los alumnos respondieron a cuestiones como:

- Las relaciones que se presentan en la situación, cuestiones erróneas o sin contestar, explicar las razones y contestarlas correctamente.
- Análisis e interpretación de las tareas.
- Autoevaluación sobre conceptos previos.

Sin embargo cuando se enfrenta a situaciones que requieren ser leídas de manera crítica, muchos presentan dificultades, como por ejemplo, en la situación uno tarea tres se revela el uso excesivo de la aritmética, donde pretende sumar reiteradamente la cuota mensual a pagar por Jeison, para poderlos organizar en una línea de tiempo.

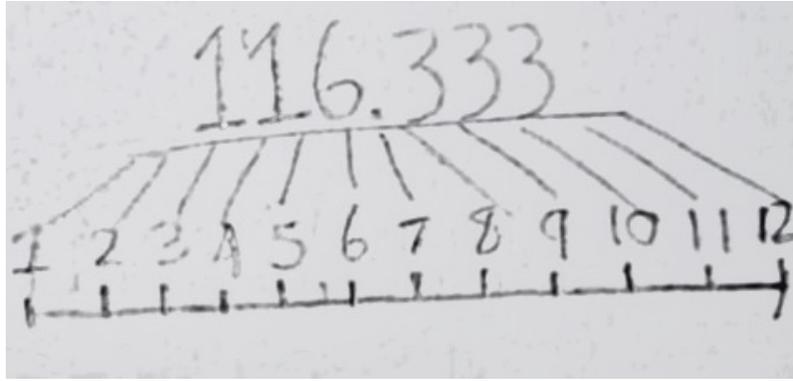


Figura 6.1: Línea del tiempo

De estas dificultades que presentaron los estudiantes, se resaltan la falta de conocimientos previos como lo son los porcentajes, interés, línea recta, magnitudes directamente correlacionadas entre otros. Por otro lado no interpretan bien el texto, tienen problemas en el análisis de la lectura, se pudo observar que leían varias veces el texto y no comprendían, de este modo los jóvenes intentaron resolverlo sin éxito, en la siguiente imagen se observa el interés de resolver todo por sumas.

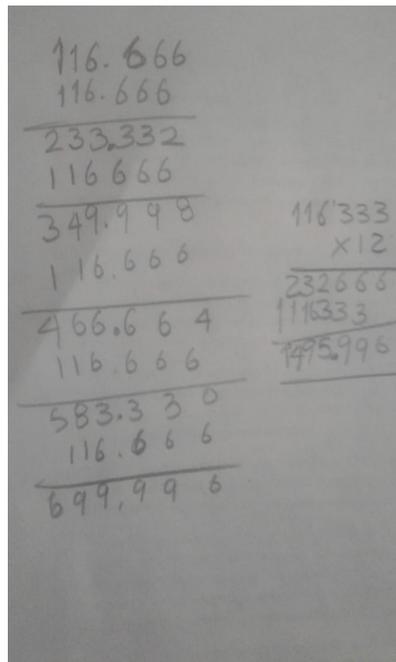


Figura 6.2: Solución de estudiante.

Durante esta tarea varios estudiantes mencionaban lo siguiente:

- “Me bloqueé en el momento de saber si los cálculos los tenía que hacer sobre el total o sobre la cuota”

- “Mis dudas surgieron a la hora de calcular porque, a pesar de que lo representé, no sabía qué operaciones eran las adecuadas.”
- Fue difícil comprender la tarea por cómo estaba redactado”
- “Sabía que consistía trazar una recta, pero no sabía cómo. Me bloqueé en ese momento”
- “Pensaba que era un típico problema de sumas, pero me doy cuenta que no tengo datos suficientes para resolverlo de esa manera, así que me bloqueo y no puedo continuar.”

Encuentran dificultades para diseñar un plan que permita darle solución a las tareas, puesto que realizan intentos sin comprender la situación, además se evidencia incapacidad de relacionar magnitudes, en este caso las variables que permiten presentar la noción de función. y cuando se pretende solucionar un problema sin establecer unos pasos, generalmente produce falencias en su resolución.

solucion

<p>Porcentaje 3,3%</p> <p>8 meses</p> $3,3\% \times 1000000$ $= 33000$ $\begin{array}{r} 33 \\ \times 8 \\ \hline 264.000 \end{array}$	<p>24 meses</p> 33000 $\begin{array}{r} 14 \\ 33 \\ \hline 462 \end{array}$
---	--

Interes
MESES

Figura 6.3: Situación 1, solución de estudiante.

En algunas respuestas de los estudiante plantearon divisiones que por lo general siempre han rechazado, por el proceso de pensamiento que generan, por su monotonía y por tanto se pierden en el razonamiento. También en determinar el orden en que hay que realizar las operaciones, siendo incapaces de seguir un pensamiento lógico. Que se ve representado en la siguiente imagen:

Handwritten student work for Figure 6.4. At the top, there is a circled number 39.600 and a 1.000. Below this, there are several arithmetic operations:

- A multiplication: 33.000×121 resulting in $3.996.000$.
- A subtraction: $1.000.000 - 3.996.000 = -2.996.000$.
- A division: $0,19 \div 12 = 0,01583$.
- A multiplication: $0,40 \times 36 = 14,4$.

Figura 6.4: Situación 1, solución de estudiante.

Otra dificultad fue la falta de orden para resolver problemas, escriben de manera desordenada, relacionan varias ideas en una sola solución, resuelven algunas tareas utilizando unicamente conceptos aritméticos, no cuentan con un orden específico para la resolución de problemas.

Handwritten student work for Figure 6.5. The work is organized into several sections:

- Top left: $\frac{1.000.000}{10} = 100.000$
- Middle left: $3,3\% \approx \frac{3,3}{100} = 0,033$
- Below that: A multiplication $2.000.000 \times 0,033 = 660.000,00$.
- Top right: A calculation $3 \rightarrow 3000.000$.
- Middle right: A multiplication $116.000 \times 12 = 1.392.000$.
- Bottom right: A subtraction $1.392.000 - 116.000 = 1.276.000$.
- Bottom left: A calculation $400.000 - 176.000 = 224.000$.

Arrows and numbers (1, 2, 4) indicate relationships between these different parts of the solution.

Figura 6.5: Solución de estudiante 2.

Por otro lado algunos estudiantes se aproximaron en gran medida en la relación de magnitudes y se atrevieron a escribir la noción de la proporcionalidad directa, esto me permitió evidenciar que intentan crear relaciones que los puede llevar a pensar en la función lineal; sin embargo por su afán de resolver con la aritmética pasan por alto los conceptos que ya habían escrito. Como se ve en la siguiente imagen:

Si vendo más empanadas voy a hacer más ganancias

Tarea 1

$$115 \times 800 = 92000$$

$$800 \times 115 = 92000$$

$$115 \times 1000 = 115000$$

$$115000 - 92000 = 23000$$

$$115 \times 500 = 57500$$

$$115000 - 57500 = 57500$$

$$115000 - 67500 = 47500$$

RTA: si las ganancias si vendo 115 empanadas a 800 de 34.500 pesos.

• Si las ganancias por vender ~~115~~ empanadas es de 115000; ~~115~~ mis ganancias son de 67.500

Figura 6.6: Solución de estudiante 3.

En resumen, del análisis de la resolución de las tareas elaboradas por los estudiantes, encontramos que los alumnos presentan diferentes tipos de dificultades. Unas relacionadas con los Conocimientos lingüísticos, asociados a la falta de comprensión del texto; Conocimientos semánticos, no saber el significado de las palabras; Conocimientos de la estructura del problema o conocimiento esquemático, que implica la comprensión global del texto y el conocimiento de los distintos tipos de problemas; Conocimientos del lenguaje o de las representaciones que pueden utilizar para resolver el problema; Conocimientos de los razonamientos, las estrategias generales, conocimiento de las operaciones (operaciones, algoritmos y técnicas); Conocimiento de las estructuras (definiciones, propiedades y estructuras).

2. Análisis del diseño de las tareas

En el diseño de las tareas es fundamental el uso de información verdadera y un lenguaje práctico o cotidiano para una mejor comprensión por parte de los estudiantes, puesto que las tareas fueron diseñadas desde el contexto de los estudiantes esta parte es de vital importancia porque permite desarrollar competencias de manera funcional.

En este caso en particular la situación problema uno, el banco represento ser muy frecuentado por los habitantes del municipio de Campoalegre y veredas aledañas, lo cual indica que la gran mayoría de personas conocen estas entidades, porque requieren de apoyo bancarios ya sea para ampliar negocios, crear empresa, comprar motocicletas, cultivos, etc. Mientras que en la situación

dos, se maneja algo tan cotidiano como son los viajes que se realizan a fin de año, en muchos colegios este tipo de actividades se realizan, lo cual permite llamar la atención del estudiante y la manera de conseguir los fondos fue a través de actividades entre ellas la venta de empanadas, en el territorio del Huila se consumen en gran cantidad ya sea para desayuno, almuerzo o cena, no tiene restricciones. De ahí la importancia de tomar algo cotidiano que permita generar métodos y estrategias para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Principalmente para construir las tareas, se presentan dificultades en cuanto el planteamiento de una buena situación que verdaderamente motive y atrape al estudiante, por tal motivo el lenguaje debe ser cotidiano y directo. Se destacan algunos aspectos que permitieron diseñar estas situaciones

Situación 1

Jeison propietario de la panadería “Don Glacet”, ubicada en Campoalegre - Huila, junto al parque central, pretende tomar un crédito de \$1,000,000 en el banco Mundo Mujer¹, para remodelar su negocio de panadería. Jeison por ser campoalegruno se dispuso a buscar las cooperativas y bancos que hay en el municipio y el banco que más le llamó la atención fue el banco mundo mujer porque ofrece dos tipos de crédito que son para independientes y empleados², el interés para empleado es de 2.9% y para independiente 3.3% mensual, el banco mundo mujer no cobra ningún tipo de cargo fijo se cobran únicamente la cuota mensual.

Jeison decidió tomar su crédito a un año, teniendo en cuenta que el banco hace sus créditos con plazo de pago a los 3, 6, 8, 12, 16 y 24 meses.

A continuación surgen las siguientes preguntas responde:

pues se tuvo en cuenta que la población conociera del tema y como se decía anteriormente es muy frecuente solicitar créditos, pero se debe centrar en el aula de clase, en este caso Jeison es real, y es papá de uno de los alumnos de noveno, y tiene su panadería ubicada en la zona céntrica del municipio, por otro lado el lenguaje es muy cotidiano por ejemplo en el apartado que dice: “remodelar su negocio de panadería”, en los municipios de Colombia es usual utilizar sinónimos de palabras que son coloquiales, en este caso en lugar de decir empresa dicen “negocio, chiringuito, chuzo”, se trató de leer la situación y que pareciera real.

por otro lado en la situación dos:

En esta situación se evidencia que a través de un sencillo ejercicio que muchas familias utilizan para su sustento diario, es una herramienta para ver relaciones donde se involucran variables como la venta de empanadas y el dinero que se necesita para la producción, es decir; número de empanadas y precio. Se buscó relacionar conceptos matemáticos con ejercicios cotidianos.

Ya cuando se tiene la situación se procede con el diseño de las tareas, aquí se debe tener claro el objeto matemático, que se busca con cada tarea y cada una debe ir ligada con la anterior para una mejor comprensión, porque sucede que se plantean las tareas y el docente supone que son flexibles pero resulta que su nivel suele ser muy alto para los estudiantes lo cual no permite

Situación 2

El profesor Félix, director de grupo del grado noveno y los 30 estudiantes, van a realizar actividades desde el primer fin de semana del mes de Mayo hasta el primer fin de semana del mes de noviembre del presente año, con el fin de recolectar dinero para una excursión en el mes de Noviembre a un determinado sitio turístico. Entre algunas de las actividades propuestas está la relacionada con la producción y venta de empanadas cada quince días de manera consecutiva.

Se proyecta que la venta de empanadas debe generar una ganancia de \$70,000 por cada persona con el fin de contribuir a conseguir la totalidad del dinero para la excursión por cada estudiante. Para ello, requieren conocer los costos de producción de cierta cantidad de empanadas. Se consulta a doña Martha, madre de familia y mamá de Juan estudiante del grado noveno, quien manifiesta que el costo total (ingredientes necesarios) de producir 100 empanadas para la venta es de \$50,000, después de dialogar entre ellos surgen las siguientes cuestiones:

un desarrollo óptimo. Además las tareas deben ir clasificadas para saber si son de reproducción, conexión o reflexión, en la clasificación surge otra dificultad pues los estudiantes plantean posibles soluciones que aclaran la naturaleza de la tarea y se puede clasificar de mejor manera.

En este sentido las dos primeras tareas de la situación uno

Situación 1**Tarea 1**

- ¿Cuánto será el valor de la cuota a pagar?

Tarea 2

- ¿Cuánto será el total a pagar por Jeison?

permiten ver que de la primera se puede apoyar para la resolución de la segunda es decir; las tareas 1 y 2 van ligadas, además se clasificaron estas tareas en reproducción puesto que PISA define tres niveles de complejidad y las tareas 1, 2 requieren de procesos rutinarios y algorítmicos. Las tareas también van dirigidas para ir adquiriendo la noción de relación de variables.

por su parte en la situación dos, la tarea 3 es de conexión puesto que relaciona diferentes tópicos de las matemáticas.

Situación 2**Tarea 3**

- En el primer mes se vendieron 100 empanadas entre todo el grupo y tuvieron una ganancia de 50,000, el segundo mes se vendieron 300 empanadas, su ganancia fue de 150,000 y el tercer mes 900 empanadas, su ganancia fue de 450,000. Teniendo en cuenta el comportamiento de ventas, ¿qué pasa si aumenta el número de empanadas vendidas?

Otro caso es la tarea 4 de la situación 2:

Situación 2**Tarea 4**

- En el punto anterior se destacan dos variables, determinar, ¿cuál es la variable dependiente y la independiente?

esta clasificada en reflexión puesto que los estudiantes generalicen y matematicen situaciones y creen modelos propios.

Cuando se diseñan las tareas se detecta la falta de conocimiento por parte del docente en métodos distintos de enseñanza ya que el perfil del docente de matemáticas es muy parco y formal, por tanto se queda corto en un lenguaje apropiado para los estudiantes, esto conlleva a una falta de comunicación porque las tareas no resultan claras en el momento de leerlas, y tienden a confundir al estudiante. Y de ahí radica la falta de coherencia del planteamiento de las tareas, porque no se logra a través de las tareas llamar la atención de los estudiantes, si no que al contrario él estudiante se confunde y termina rechazando la actividad y pierde su motivación.

3. Análisis de la planificación de las secuencias didácticas

Las secuencias se diseñaron teniendo en cuenta el modelo propuesto por Tobón (2009, 2010) Pimiento y Enríquez (2009) que está compuesto por los siguientes componentes: Situación problema, Competencias a formar, actividad de aprendizaje y evaluación, recursos y proceso metacognitivo. En este sentido se desarrolló el siguiente esquema:

MODELO DE SECUENCIA DIDACTICA			
IDENTIFICACION			
INSTITUCION:	AREA:	TEMA:	
DOCENTE:	DURACION :	FECHA:	GRADO:
INTENSIONES FORMATIVAS			
Propósitos De La Secuencia Didáctica:	Competencias A Formar:		
Actividades De Aprendizaje			
Propósitos de las actividades:	Productos de aprendizaje:	Evaluación:	Recursos:

Las dificultades que se presentan en el diseño se destacan la falta de conocimiento entorno a las herramientas que se pueden utilizar para ejecutar la clase de la mejor manera y que se utilicen en forma organizada, además la construcción de los componentes requieren de apropiación del tema y tener claros los objetivos que se buscan desarrollar.

Por otro lado se deben tener claro los momentos de la clase, el inicio, desarrollo y cierre, donde se destaquen que va ser el docente, que va hacer el estudiante, que competencias se buscan desarrollar, como se va evaluar, que recursos se utilizaron para que el proceso de enseñanza y aprendizaje fuera significativo. Además tener en cuenta factores como el tiempo en que se desarrolla la secuencia puesto que se puede quedar corto en la aplicación.

Este modelo secuencia permite tener un mayor control de la clase y sus componentes son muy completos puesto que se permiten evidenciar falencias tanto del diseño de la secuencia, como en los desempeños de los estudiantes cuando se aplicó.

En el presente capítulo se exponen los resultados de la investigación, además relacionados con los objetivos; es decir, la solución a cada objetivo.

Objetivo general

- Diseñar y validar una secuencia didáctica que contribuya al desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas, a través de la función lineal en estudiantes de grado noveno. El desarrollo del objetivo general es:
 - Observamos que en una clase el establecer instrucciones claras permiten un mejor nivel de concentración por parte de los estudiantes, generando así una participación activa en torno a una situación problema adaptada al contexto real del estudiante.

Objetivos específicos

- Identificar las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse con situaciones problemas de la vida real que contengan de base el objeto matemático la función lineal.
 - En la aplicación de la prueba diagnóstica se logró evidenciar que los argumentos matemáticos con los cuales se solucionaron las tareas se quedan en conceptos aritméticos, que no logran expresar de manera correcta una solución por falta de orden en la resolución, es decir no se realiza un proceso de reflexión en cada tarea.
 - Se evidenció una mejor disciplina por parte de los estudiantes cuando la clase inicia de manera secuenciada, puesto que el orden genera un mejor ambiente de trabajo que permite concentrar a los estudiantes, y aún más cuando se encuentran con situaciones problemas de la vida diaria, que incluye personajes reales.
- Plantear tareas matemáticas desde el contexto de los estudiantes que promueva el desarrollo de competencias.
 - Cuando se planifican tareas donde la situación problema proviene de contextos reales de los estudiantes, se logra observar una exteriorización de los propósitos matemáticos y de pensamiento que busca una formación integral de los estudiantes como ciudadanos constructivos, comprometidos y propositivos; permitiéndoles identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo.

- Planificar secuencias didácticas articuladas con las tareas matemática.
 - Resulta significativo planificar y articular la secuencia didáctica con las tareas matemáticas para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que organiza de manera sistemática el desarrollo de la clase lo cual genera responsabilidades en el aula y promueve el orden, lo cual implica que los estudiantes están más receptivos en el momento de iniciar con las lecturas y resolución del problema.

MODELO DE SECUENCIA DIDACTICA

IDENTIFICACION			
INSTITUCION:	AREA:	TEMA:	
DOCENTE:	DURACION :	FECHA:	GRADO:
INTENSIONES FORMATIVAS			
Propósitos De La Secuencia Didáctica:	Competencias A Formar:		
Actividades De Aprendizaje			
Propósitos de las actividades:	Productos de aprendizaje:	Evaluación:	Recursos:

Bibliografía

- [1] Torralbo, M., Fernández Cano, A., Rico, L., Maz, A., & Gutiérrez, M. (2003). Tesis doctorales españolas en educación matemática. *Enseñanza de las ciencias*, 21(2), 295-305.
- [2] Ferrer, A. T. (2011). Análisis de las competencias básicas como núcleo curricular en la educación obligatoria española. *Bordón. Revista de Pedagogía*, 63(1), 63-75.
- [3] Solar, H. (2009). Competencias de modelización y argumentación en interpretación de graficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso (Tesis Doctoral) Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra.
- [4] Solar, H., Azcárate, C., & Deulofeu, J. (2010). Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales. *Publicacions de la Universitat Autònoma de Barcelona*.
- [5] Alvis Y Puentes, (2015). “competencia matemática representar: aportes a través del estudio de la función lineal en estudiantes del grado noveno de la institución educativa José Eustacio Rivera del municipio de Isnos Huila”. Universidad de la Amazonia.
- [6] Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!. Obtenido de Colombia aprende la red del conocimiento.: http://www.colombiaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articulos-167733_archivo.pdf.
- [7] OCDE. (2005). Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana. Madrid: Santillana.
- [8] Rojas, R. (2002). Investigación-Acción. Enseñanza-Aprendizaje de la metodología. Inicial del nombre Plaza y Valdez editores. Colombia, 71-211.
- [9] OCDE PISA Estudiantes de bajo rendimiento POR QUÉ SE QUEDAN ATRÁS Y CÓMO AYUDARLES A TENER ÉXITO Resultados principales.(2016)
- [10] Rodríguez, R. M.(2011). Repensar la relación entre las TIC y la enseñanza universitaria: problemas y soluciones.

- [11] Odriozola, E. E. (2012). Factores de riesgo y factores de protección en la adicción a las nuevas tecnologías y redes sociales en jóvenes y adolescentes. *Rev Esp Drogodepend [Internet]*, 4, 435-48.
- [12] Alonso, S. H., Sáez, A. M., & PICOS, A. P. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de educación*, 334, 75-95.
- [13] Agnelli, H., Konic, P., Peparelli, N. Z., & Flores, P. (2009). La función lineal obstáculo didáctico para la enseñanza de la regresión lineal. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 17, 52-61.
- [14] Gómez, J. L. L., & Romero, L. R. (2008). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. *PNA*, 3(1), 35-48.
- [15] Nieto Said, H. (2009). Resolución de problemas matemáticos. *Coleccion Digital Eudoxus*, 1(3).
- [16] Arnal, M., Arteaga, B., Baeza, M.A., Cid, A. I., Claros, F.J., Joglar, N., Macías, J., Sánchez, T. y Tolmos, P. (2016). Una propuesta que facilita el uso eficaz de los libros de texto a los futuros profesores de matemáticas. Póster en XX Simposio SEIEM 2016. Málaga, 8-10/9/2016.
- [17] Orozco-Hormaza, M. (2000). El análisis de tareas: cómo utilizarlo en la enseñanza de la matemática en primaria. *Revista EMA*, 5(2), 139-151.
- [18] Kilpatrick, J., Gómez, P., Rico, L. (1998). Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia. una empresa docente.
- [19] Driver, R. (1986). Psicología cognoscitiva y esquemas conceptuales de los alumnos. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 4(1), 3-15.
- [20] Pérez, D. G., Furió-Mas, C., Castro, P. V., Salinas, J., Torregrosa, J. M., Aranzabal, J. G., ... de Carvalho, A. M. P. (1999). ¿ Tiene sentido seguir distinguiendo entre aprendizaje de conceptos, resolución de problemas de lápiz y papel y realización de prácticas de laboratorio?. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 17(2), 311-320.
- [21] Corts, A. V., de la Vega, M. L. C. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar: el papel de las creencias en la resolución de problemas (Vol. 100)*. Narcea Ediciones.
- [22] Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de educación*, 275-294.
- [23] Martínez, E. C. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. In *Investigación en educación matemática XII* (p. 6). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

- [24] Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *pna*, 1(2), 47-66.
- [25] Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L., Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma*, 58, 7-23.
- [26] Lupiáñez, J. L. (2009). Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *ón*, S. T., Prieto, J. H. P., Fraile, J. A. G. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. México: Pearson educación.