



---

EL ESTUDIO DE ALGUNAS MANIFESTACIONES EN LA PINTURA Y LA  
NATURALEZA COMO AGENTE DETERMINANTE EN EL DESARROLLO DEL  
PENSAMIENTO GEOMETRICO

INFORME DEL SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN CAMATH

POR:

ANDERSON FABIÁN PERDOMO CANACUE  
CÓDIGO 2006263276

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
NEIVA (HUILA)  
2013

EL ESTUDIO DE ALGUNAS MANIFESTACIONES EN LA PINTURA Y LA  
NATURALEZA COMO AGENTE DETERMINANTE EN EL DESARROLLO DEL  
PENSAMIENTO GEOMETRICO

POR:

ANDERSON FABIÁN PERDOMO CANACUE  
CÓDIGO 2006263276

PROFESORA

MG. MARTHA CECILIA MOSQUERA URRUTIA

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
NEIVA (HUILA)  
2013

*“La Filosofía está escrita en este vasto libro que siempre está abierto ante nuestros ojos: me refiero al universo; pero no puede ser leído hasta que hayamos aprendido el lenguaje y nos hayamos familiarizado con las letras en que está escrito. Está escrito en lenguaje matemático, y las letras son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola palabra.”*

**(Galileo, *Il Saggiatore*, 1623)**

## AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios quien me dio el conocimiento y la sabiduría para realizar y culminar esta etapa de mi vida, a mis padres; **DANIEL PERDOMO ROJAS Y GRISELDA CANACUE MENESES** por su incondicional apoyo, por su amor, entrega y dedicación ellos han sido el motor de mi vida, con sus enseñanzas y consejos me han inculcado luchar por mis sueños.

A la Universidad Surcolombiana, al Programa de Licenciatura en Matemáticas, especialmente a mi asesora **MARTHA CECILIA MOSQUERA URRUTIA** por aportarme sus conocimientos y la idea inicial de este proyecto, por su colaboración, dedicación y acompañamiento en este proceso. A los profesores del programa Licenciatura en Matemáticas por impartir sus conocimientos, en especial los profesores **AUGUSTO SILVA SILVA** y **JOSE ANTONIO ARDILA**, los cuales me enseñaron con su ejemplo lo que significa ser persona y docente. Al jefe de programa **RICARDO CEDEÑO TOVAR** por permitir el buen funcionamiento y al Club de Apoyo Matemático del Huila (CAMATH) por acogerme y enseñarme otras formas de pensar, ver la vida y la docencia.

Finalmente, se agradece a los participantes, a los docentes del IPC Andrés Rosa y a los monitores, por su disposición y apoyo durante las sesiones de trabajo.

## RESUMEN

Aunque los tiempos han cambiado, en el ámbito educativo, es muy común aun encontrar clases tradicionales, en los establecimientos educativos, a pesar de los avances tecnológicos, la adecuación de las aulas de clase con los elementos necesarios y la constante capacitación en el uso de las TIC dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje; pues el cambio forma parte de la vida cotidiana y se fortalece día a día a través de la aplicación de actividades distintas que generen impacto y capten la atención de los estudiantes ya que estamos en constante evolución.

Teniendo en cuenta el aporte de estudios de algunos autores, en donde demuestran que la mayoría de los inconvenientes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría radica en la forma en que se trasmite la información o el modelo de enseñanza acogido por el maestro encargado de orientar la clase, pues no permite encontrar en el receptor de esta información en este caso el estudiante, una asociación de los contenidos y su aplicabilidad en su entorno a partir de los distintos contextos que los rodean.

Este proceso de investigación se emprendió con el único fin de implementar distintas estrategias y formas de enseñanza de geometría, aplicando una prueba clasificatoria de reconocimiento de conceptos básicos de geometría los cuales son trabajados desde los primeros años de educación, los cuales van quedando rezagados con el paso de los años en los procesos educativos, debido a la falta de asociación, claridad, importancia y sentido de utilidad de los temas en distintos contextos de la vida cotidiana. Gracias al espacio concedido por la universidad y al trabajo colaborativo desde el semillero de investigación CAMATH adscrito al grupo E.MAT.H se generaron espacios de participación y de intercambio de experiencias en donde jóvenes pertenecientes al club retomaron y ejemplificaron los conceptos básicos de geometría generando un cambio de apreciación en la importancia de la geometría y su utilidad en la arquitectura, pintura, creaciones de obras artísticas, y la presencia en los objetos de la naturaleza; a partir de la adecuación de guías de trabajo, se pretendía generar un aprendizaje orientado a partir de situaciones problema, dentro del aula de clase; donde se aplico un taller de apreciación de los temas trabajados y se observaba el nivel de asimilación y de reconocimientos de los conceptos geométricos en distintas actividades de la vida cotidiana.

**País:** Colombia

**Universidad:** Surcolombiana

**Nombre del Semillero:** Club de Apoyo Matemático del Huila “CAMATH”

**Nombre del Tutor(a):** Martha Cecilia Mosquera Urrutia

**Grupo de Investigación:** Educación Matemática en el Huila “E.MAT.H”

**Línea de Investigación:** Desarrollo del pensamiento geométrico

**Programa Académico:** Licenciatura en Matemáticas

**Autor(es):** Anderson Fabián Perdomo Canacué

**Identificación:** C.C. 180292741 de Palermo – Huila

**E-mail de Contacto:** [ancla\\_26@hotmail.com](mailto:ancla_26@hotmail.com); [grisca\\_25@hotmail.com](mailto:grisca_25@hotmail.com).

**Teléfonos de Contacto:** 313 359 4074 – 311 563 7970

**Título:** El estudio de algunas manifestaciones en la pintura y la naturaleza como agente determinante en el desarrollo del pensamiento geométrico.

**Introducción:** A partir de las diferentes representaciones de la naturaleza nace el proyecto de semillero de investigación con los participantes del Club de Apoyo Matemático del Huila “CAMATH” adscritos a la línea desarrollo del pensamiento geométrico; “El estudio de algunas manifestaciones en la pintura y la naturaleza como agente determinante en el desarrollo del pensamiento geométrico” en el cual se busca generar espacios de participación, investigación y de encuentro, en donde se presentaron los conceptos geométricos en diferentes contextos con el ánimo de causar impacto y despertar el interés de los estudiantes hacia la búsqueda de patrones geométricos en la pintura y la naturaleza, reconociendo algunas representaciones y/o patrones geométricos como: líneas, puntos de intersección, figuras geométricas, polígonos, semejanza, simetría, rotación, homotecia y teselación en la naturaleza y la pintura.

**Planteamiento del Problema y Justificación:** El problema de investigación nace de la necesidad de buscar estrategias que permitan encontrar contextos diferentes en los cuales los conceptos geométricos adquieran significado.

¿Qué ambientes de aprendizaje y estrategias de mediación son propicios para aprender a reconocer conceptos y patrones geométricos, con los asistentes al Club de Apoyo Matemático del Huila?

**Objetivos:**

**General:** Diseñar o utilizar ambientes de aprendizaje y estrategias de mediación, propicios para la enseñanza de conceptos de geometría a los estudiantes de los grados séptimos y octavos de la Institución Educativa I.P.C. pertenecientes al Club de Apoyo Matemático del Huila CAMATH.

**Específicos:**

- Identificar diez conceptos geométricos básicos estudiados a partir de la observación de algunas pinturas y de la naturaleza;
- Determinar en qué contextos adquieren significado los conceptos geométricos estudiados
- Identificar conceptos de geometría utilizados para la elaboración de una obra famosa de la pintura como la “Última Cena”.
- Crear ambientes de trabajo en donde se apliquen los conceptos teóricos de manera lúdica.

**Referente Teórico:**

Como base teórica fundamental del estudio, se utilizó el modelo de los esposos Van Hiele denominado “los niveles de razonamiento” que describen los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática. Este modelo es recursivo, es decir cada nivel se construye sobre el anterior, coincidiéndose el desarrollo de los conceptos espaciales y geométricos como una secuencia desde planteamientos inductivos y cualitativos, hacia formas de razonamiento cada vez más deductivas y abstractas.

Así mismo se hace referencia al Aprendizaje Basado en Problemas ABP, como un método didáctico que permite al estudiante que se desempeñará como profesor, desarrollar capacidades, conocimientos y habilidades, para identificar, analizar y proponer alternativas de solución a los problemas de enseñanza y/o aprendizaje de la geometría, de manera eficaz, eficiente y humana, utilizando principalmente la investigación como estrategia pedagógica IEP

**Metodología:** La metodología que se propone para la presente investigación se apoya en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) la cual se apoya fundamentalmente en las bases teóricas de la pedagogía para el desarrollo del aprendizaje autónomo.

**Población:** La población son 80 estudiantes de los grados 7 y 8 de la Institución Educativa IPC del Municipio de Neiva en el Club de Apoyo Matemático del Huila CAMATH.

**Muestra:** Se toma como muestra para trabajar dicha estrategia a los 20 estudiantes de los grados 7° y 8° de la Institución Educativa IPC del Municipio de Neiva pertenecientes al Club de Apoyo Matemático del Huila (CAMATH), 12 de ellos son hombres y 8 mujeres.

**Técnicas E Instrumentos De Recolección de Información:** Para recolectar la información se utilizan diferentes clases de técnicas de información específicamente el diario de campo donde se hace registro de las actividades y los resultados obtenidos en cada sección de trabajo, no dejando de lado la observación mediante el desarrollo de cada uno de los talleres a realizar.

### **Conclusiones:**

- Basados en el estudio de los esposos Van Hiele, se logró identificar que los estudiantes se encontraban en el nivel 2 de los Niveles de Razonamiento y durante el proceso avanzaron al nivel 3 denominado Clasificación; ya que lograron reconocer que unas propiedades se deducen de otras y empiezan a obtener las consecuencias, así mismo se dieron cuenta que los conocimientos tienen una estructura y desde el razonamientos lógico hicieron uso de las definiciones usándolas correctamente.
- En la naturaleza encontramos diferentes significados y diferentes componentes que hacen de la matemática un área compleja que requiere elementos simbólicos para entenderla y percibirla.
- A través de la investigación se lograron los objetivos propuestos, ya que los estudiantes mostraron satisfacción en las diferentes sesiones y los resultados por parte de ellos fueron excelentes, el manejo del concepto fue muy práctico y no mostraron dificultad en comprenderlo.

### **Bibliografía:**

- BRESSAN, A. REYNA, I. y ZORZOLI G. Enseñar geometría. Redescubrir una tarea posible. Ed. Styrka. (2003)
- MOSQUERA U, Martha Cecilia, TANGRAMS MAS QUE ENTRETENIMIENTO, algunos comentarios acerca de esta experiencia se encuentran en las memorias de XVI Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, diciembre de 1999.
- DEULOF VAN HIELE-GELDOF, DINA and PIERRE (1984), the Didactics of Geometry in the Lowest Class of Secondary School.
- BRUNO, D' Amore. Matemática en todo: Recorridos matemáticos inusuales y curiosos. Magisterio Editorial 2004.

## CONTENIDO

INTRODUCCION	6
2. JUSTIFICACIÓN	8
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	9
4. OBJETIVOS	9
4.1 OBJETIVO GENERAL	9
4.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	9
5. MARCO TEORICO	10
6. MARCO METODOLOGICO	16
6.1 POBLACIÓN	17
6.2 MUESTRA	17
6.3 TECNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE INFORMACIÓN	17
6.4 TRATAMIENTO, PROCESAMIENTO Y ANALISIS DE LA INFORMACIÓN	17
7. GUÍAS DE TRABAJO	20
7.1 LÍNEAS Y SU CLASIFICACIÓN	20
7.2 OBSERVACIÓN DE LOS CONCEPTOS DE LÍNEA, PUNTO DE EQUILIBRIO, PUNTO DE INTERSECCIÓN, SIMETRÍA Y FIGURAS GEOMÉTRICAS EN LA PINTURA "LA ÚLTIMA CENA"	23
7.3 FIGURAS GEOMÉTRICAS	27
7.4 MOVIMIENTO EN EL PLANO	31
7.5 SIMETRÍA Y ARMONÍA DEL CUERPO	34
7.6 TESELACIÓN, POLÍGONOS Y SU CLASIFICACIÓN	36
8. CONCLUSIONES	40
9. RECOMENDACIONES	42
10. BIBLIOGRAFÍA	43

## 1. INTRODUCCION

***“El estudio de algunas manifestaciones en la pintura y la naturaleza como agente determinante en el desarrollo del pensamiento geométrico”*** permite ver las diferentes representaciones de la naturaleza, donde los conocimientos van tomando forma cuando comienzan a plasmarse en representaciones artísticas construidas a partir de figuras y elementos geométricos.

A partir de ésta idea, se desarrolló el proyecto de semillero de investigación con los participantes del Club de Apoyo Matemático del Huila “CAMATH” adscritos a la línea desarrollo del pensamiento geométrico; buscando generar espacios de participación, investigación y de encuentro en donde se presentaron los conceptos geométricos en diferentes contextos con el ánimo de causar impacto y despertar el interés de los estudiantes hacia la búsqueda de patrones geométricos en la pintura y la naturaleza; para lograr este objetivo, se brindaron elementos básicos que permitieran a los aprendientes reconocer algunas representaciones y/o patrones geométricos como: líneas, puntos de intersección, figuras geométricas, polígonos, semejanza, simetría, rotación, homotecia y teselación en la naturaleza y la pintura.

A través del trabajo en los semilleros del grupo E.MAT.H se pretende que los futuros docentes desarrollen capacidades para diseñar e implementar situaciones didácticas que les permitan potenciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento matemático y la capacidad para investigar en el aula, ampliar el campo de conocimiento matemático y mejorar la actitud de los estudiantes hacia las clases de matemáticas; durante la etapa de reflexión (diseño y análisis de las situaciones didácticas), se pretende identificar los problemas que se presentan en el aula de clase con el fin de convertirlos en objeto de aprendizaje e investigación ABP.

Se entiende el Aprendizaje Basado en Problemas ABP, como un método didáctico que permite al estudiante que se desempeñará como profesor, desarrollar capacidades, conocimientos y habilidades, para identificar, analizar y proponer alternativas de solución a los problemas de enseñanza y/o aprendizaje de la geometría, de manera eficaz, eficiente y humana, utilizando principalmente la investigación como estrategia pedagógica IEP<sup>1</sup>.

Según algunos autores, las mayores dificultades en el aprendizaje de la geometría se producen porque la forma en que se la enseña no les permite a los estudiantes encontrarle sentido ni aplicabilidad (Bressan, A. Reyna, I. Y Zorzoli G. (2003)) por

---

<sup>1</sup> Mosquera, M & Uzuriaga, V. (2012). Aprendizaje Basado en Problemas en didáctica de la matemática, caso: el teorema de Pitágoras y algunas extensiones mediado por CABRI GEOMETRE II PLUS, VI CONGRESO IBEROAMERICANO DE CABRI PUCP. Perú

esta razón a través del presente estudio se diseñó e implementó una experiencia didáctica en dos fases: una de refuerzo de conceptos geométricos, a partir de los resultados de la prueba de entrada y otra que consta de cinco talleres de análisis de imágenes y objetos de la naturaleza en donde se identificaron los conceptos estudiados y algunas aplicaciones.

Estos temas se desarrollaron con estudiantes de grado Séptimo y Octavo de la Institución Educativa I.P.C. participantes en el Club de apoyo matemático del Huila CAMATH, por ser en estos cursos donde se evidenció mayor dificultad.

Después de realizado el estudio se pudo concluir que los participantes lograron en su mayoría definir los conceptos e identificar formas y patrones geométricos en algunas pinturas y en la naturaleza.

## 2. JUSTIFICACIÓN

La geometría es la ciencia del espacio y la forma, puede verse como un punto de encuentro entre la matemática vista como una teoría abstracta y la matemática vista como un recurso de modelación, de tal manera que es una vía para desarrollar pensamiento y comprensión a un nivel avanzado; desde sus raíces ha sido herramienta para describir y medir figuras mediante las cuales se han ido constituyendo teorías, ideas y métodos para así poder construir y estudiar modelos idealizados del mundo físico o de fenómenos que acontecen en el mundo real.

Se entiende que el pensamiento geométrico es el componente matemático que ocupa un lugar privilegiado en los currículos escolares por su aporte a la formación del individuo, no sólo se ha considerado como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar en él, sino que, como disciplina científica, descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad, Mammana y Villani (1998) han identificado algunos aspectos, que en estrecha vinculación unos con otros y vinculadas también con los demás campos de las matemáticas, las ciencias y la vida cotidiana, aportan elementos para el logro de dicha formación.

Es determinante entender que el conocimiento geométrico no existe únicamente en los enunciados formales ni puede considerarse como algo absoluto e impersonal, por el contrario, se convierte en algo relativo a las experiencias individuales y grupales que, mediadas por diversas herramientas materiales o simbólicas producen diversos niveles de sofisticación del conocimiento, útiles para resolver problemas, interpretar hechos o dar explicaciones, entre otras cosas.

Es por esto que el presente informe de semillero de investigación con los estudiantes pertenecientes al club de apoyo matemático del Huila "CAMATH" pretende determinar los principales aportes que brinda el estudio de las bellas artes en las manifestaciones de la pintura y la naturaleza como agente determinante en el desarrollo del pensamiento geométrico y el afianzamiento de los conceptos matemáticos trabajados en las clases magistrales en los centros educativos, con la implementación de recursos didácticos, la presentación de situaciones problemas y utilización de conceptos básicos de geometría euclidiana y analítica; encontrando sentido a la evolución de la vida humana y la comprensión de hechos en la Naturaleza; se recorrió a través de la historia, en donde se recopilieron algunos trabajos hechos por la ciencia y las bellas artes.

### **3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

El problema de investigación nace de la necesidad de buscar estrategias que permitan que jóvenes en edad escolar, encuentren contextos diferentes al aula de clase en los cuales los conceptos geométricos adquieran significado.

Para el diseño y aplicación de la propuesta se trabajó durante diez sesiones en el desarrollo de conceptos básicos de geometría: líneas, puntos de intersección, figuras geométricas, polígonos, semejanza, simetría, rotación, homotecia y teselación, tratando de responder a la pregunta sobre:

¿Que ambientes de aprendizaje y estrategias de mediación son propicios para aprender a reconocer conceptos y patrones geométricos, con los asistentes al Club de Apoyo matemático del Huila?

### **4. OBJETIVOS**

#### **4.1 OBJETIVO GENERAL**

Diseñar o utilizar ambientes de aprendizaje y estrategias de mediación, propicios para la enseñanza de conceptos de geometría a los estudiantes de los grados séptimos y octavos de la Institución Educativa I.P.C. pertenecientes al Club de Apoyo Matemático del Huila CAMATH

#### **4.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS**

- Identificar diez conceptos geométricos básicos estudiados a partir de la observación de algunas pinturas y de la naturaleza;
- Determinar en qué contextos adquieren significado los conceptos geométricos estudiados
- Identificar conceptos de geometría utilizados para la elaboración de una obra famosa de la pintura como la “Última Cena”.
- Crear ambientes de trabajo en donde se apliquen los conceptos teóricos de manera lúdica.

## 5 MARCO TEÓRICO

Como base teórica fundamental del estudio, se utilizó el modelo de los esposos Van Hiele denominado “los niveles de razonamiento” que describen los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que va desde el razonamiento intuitivo de los niños de preescolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las Facultades de Ciencias Exactas; de acuerdo con el modelo de Van Hiele si el aprendiz es guiado por experiencias instruccionales adecuadas, avanza a través de los cinco niveles de razonamiento, empezando con el reconocimiento de figuras como todo (nivel 1), progresando hacia el descubrimiento de las propiedades de las figuras y hacia el razonamiento informal acerca de estas figuras y sus propiedades (niveles 2 y 3), y culminando con un estudio riguroso de geometría axiomática (niveles 4 y 5). Este modelo sirvió para diagnosticar el nivel de comprensión geométrica de los niños y jóvenes respecto a los temas de razonamiento matemático (formulación, argumentación y demostración) de igual manera para reflexionar sobre la naturaleza de las actividades que se debe seleccionar en el proceso de enseñanza-aprendizaje con el objetivo de provocar la evolución del razonamiento geométrico en ellos.

Este modelo es recursivo, es decir cada nivel se construye sobre el anterior, coincidiéndose el desarrollo de los conceptos espaciales y geométricos como una secuencia desde planteamientos inductivos y cualitativos, hacia formas de razonamiento cada vez más deductivas y abstractas. “Según Van Hiele cada nivel se caracteriza por habilidades de razonamiento específicas e importantes y un alumno no podrá avanzar de un nivel a otro sin poseer esas habilidades, ya que en un determinado nivel se explicitan y toman como objeto de estudio los conceptos, relaciones y vocabulario usados en el nivel anterior, incrementándose así la comprensión de los mismos”<sup>2</sup> lo que no implica que un alumno que no llegue a un nivel de razonamiento en un contenido geométrico no lo pueda llegar a ser frente a otro contenido nuevo para él.

Cuando se habla de matemáticas se encuentran barreras difíciles de sobrepasar sobre todo la barrera del gusto y la apatía para con el área, es muy común escuchar frases como “las matemáticas son aburridas y no producen cosas nuevas”. Esto se da cuando se utilizan términos muy técnicos que aunque son necesarios hacen de este tema algo monótono e incomprensible, pero grandes autores interesados en cambiar esta imagen de la matemática realizan aportes en la construcción de textos llamativos y muy fogosos para sus lectores, textos matemáticos con gran variedad de recursos y problemas para el lector, un ejemplo

---

<sup>2</sup>BRESSAN, A. REYNA, I. y ZORZOLI G. (2003). Enseñar geometría. Redescubrir una tarea posible. Ed. Styka.

para resaltar es el texto *Malditas Matemáticas* del autor Carlo Frabetti que representa a manera de cuento una forma sencilla de comprender algunos temas matemáticos, para ello toma como plataforma el cuento de Alicia en el país de las maravillas, pero en este caso Alicia es una niña que odia las matemáticas por esto le hacen un recorrido por el país de los números donde descubre que quizás las matemáticas son más simple de lo que parece.

Según Bruno D'Amore la matemática "es un instrumento útil para interpretar la casi totalidad de los fenómenos naturales y muchas de las manifestaciones culturales" por esta razón es importante tener en cuenta las observaciones sobre las analogías estructurales que existe entre las "obras" arquitectónicas del hombre y las obras de la naturaleza, donde se ve la posible diversificación de los animales en función de sus actitudes matemáticas; el límite del número de posibilidades de combinación de los motivos decorativos elegidos en las azulejas de la Alhambra. En la relación entre matemáticas y arte figurativo nos conlleva a estudiar las figuras humanas desde la geometría pero también las tipologías.

Entender la matemática como disciplina es comprender los diferentes problemas de los que se ocupa, pero siempre se hace sobre la base del conocimiento adquirido y con otras de las cuales se podrán establecer relaciones. La matemática viene definiéndose a lo largo de 5000 años de historia, y en sus orígenes tuvo una expresión naturalmente primaria que difícilmente se reconoce hoy en día como matemática sino se recurre a una perspectiva histórica. En particular, las primitivas observaciones astronómicas constituyen uno de los eslabones importantes en la construcción de la experiencia matemática de la humanidad.

El pensamiento geométrico ha ido evolucionando al compás de las maneras de percibir el mundo y sus transformaciones, según el modelo de los esposos Dina y Pierre Van Hiele Ana Bressan, el cual plantea una estrategia que permite al docente diagnosticar el nivel de comprensión geométrica de sus alumnos respecto de un determinado tema y a reflexionar sobre la naturaleza de las actividades que debe seleccionar con el objetivo de provocar la evolución del razonamiento geométrico en ellos, "es importante afirmar que para conocer en qué nivel de razonamiento se encuentra un alumno es necesario atender tanto a sus estrategias de resolución de problemas como a su forma de expresarse y al significado que le da al vocabulario que escucha, lee o utiliza para expresar sus conocimientos"<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup>DEULOF VAN HIELE-GELDOF, DINA and PIERRE (1984), *The Didactics of Geometry in the Lowest Class of Secondary School*.

Según los resultados de los estudios realizados por Bressan Reyna y los esposos Van Hiele el estudio de la geometría demanda un cierto grado de complejidad, pero a través de este proceso se ha querido hacer entender a los niños y jóvenes que el estudio de la matemática va más allá de contar, medir y calcular, se hace alusión a una matemática viva, al servicio de las necesidades humanas y en estrecha relación con la cultura.

¿Cómo hacer de la geometría algo interesante y flexible? Es una de las preguntas que motivó el desarrollo de este proyecto, no con el propósito de hablar de números, sino de presentar una matemática que sin alejarse de la rigurosidad pueda ser aplicable a la realidad, para así verla desde diferentes enfoques despertando la capacidad de comprender qué hay detrás de cada problema; el cual se establece en los estándares de matemática guiado por tres aspectos que son: Planteamiento y resolución de problemas, razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración) y comunicación matemática, consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa).

Una docente desarrolló la singular propuesta de enseñar geometría apelando al origami, su trabajo ha sido reconocido; “En todo el plegado de origami subyace la geometría”, dice la profesora de Matemática Stella Ricotti. Su obra “Geometría y origami”, en la cual desarrolla el arte japonés de plegado del papel como un recurso didáctico para enseñar explicando que todo lo que se puede hacer con el papel, se puede hacer también con la regla y el compás o con algún programa de computación.

Por lo tanto esta evolución del razonamiento ha logrado involucrar otras disciplinas y asociarlas con la geometría, la cual establece un lenguaje propio de símbolos y signos geométricos plasmados en la naturaleza de los objetos, para Galileo, *Il Saggiatore*, “La Filosofía está escrita en este vasto libro que siempre está abierto ante nuestros ojos: me refiero al universo; pero no puede ser leído hasta que hayamos aprendido el lenguaje y nos hayamos familiarizado con las letras en que está escrito. Está escrito en lenguaje matemático, y las letras son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola palabra.”<sup>4</sup>. Esta frase se refiere a los fenómenos naturales, que se pueden expresar a través del arte y para poderlo interpretar en toda su dimensión son también necesarias las Matemáticas. Como dijo Francisco Martín Casalderre y “Mirar el Arte con ojos matemáticos” las artes son, un medio de comunicación, una necesidad del hombre de expresarse y comunicarse mediante

---

<sup>4</sup>MARTINEZ, Juan y GIMENEZ, Tebar: Las Bellas Artes como recurso didáctico en Matemáticas; Revista Digital Sociedad de la Información <http://www.sociedadelainformacion.com>.

formas, colores, sonidos y movimientos, el arte es un producto o acto creativo de la mente humana.

A través de la historia se ha visto como los griegos; principales exponentes del arte, dividían estas en superiores y menores, siendo las artes superiores aquellas que permitían gozar las obras por medio de los sentidos considerados superiores, vista y oído, con los que no hace falta entrar en contacto físico con el objeto observado, las Bellas Artes eran seis: Arquitectura, Escultura, Pintura, Música, Declamación y Danza. La Declamación incluye la Literatura y el Teatro pero en el siglo XX aparecen, gracias a la tecnología, nuevas formas de expresión, como son el cine llamado el séptimo arte y la fotografía, considerada por muchos un arte más, en todas ellas están presentes las matemáticas y por tanto todas pueden ser usadas como recurso didáctico, por ejemplo; “las obras de Mozart nos pueden servir para trabajar combinatoria y probabilidad. Así mismo desde el área de matemáticas se puede trabajar distintas competencias: con la Literatura la Competencia Lingüística, con el estudio y medida de las proporciones en Pintura, Escultura y Arquitectura estamos trabajando el Conocimiento e interacción con el mundo físico y con todas ellas la Competencia Cultural y Artística”<sup>5</sup>.

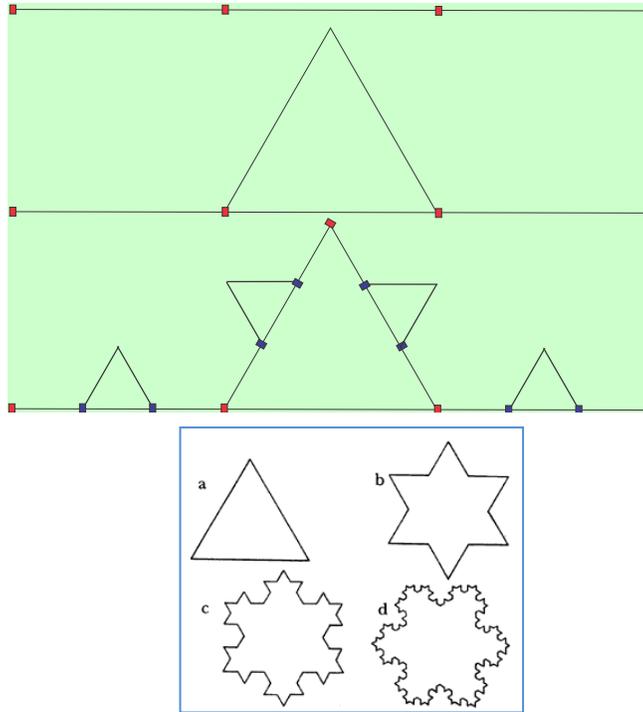
## **PINTURA FRACTAL**

Los fractales son unos objetos matemáticos muy curiosos que aparecen en los sitios más insospechados. Su descubrimiento es bastante reciente, ya que el término fue propuesto por Benoit Mandelbrot, el padre de la geometría fractal, en 1975. Son unos objetos semi-geométricos que se construyen aplicando sucesivamente un algoritmo, que es un método matemático consistente en repetir muchas veces una serie de operaciones hasta llegar al resultado deseado. De esta forma se crea un objeto que va "fracturándose" en otros que tienen la misma estructura, y que si se detallan vuelven a aparecer con estructuras similares.

El copo de nieve es uno de los primeros objetos fractales que se definieron. Su creador fue Niels Helge Van Koch en 1904, por lo que se conoce como curva de Koch. Para construirlo partimos de un segmento de longitud  $L$  (vamos a suponer que es  $L=1$  m). Lo dividimos en tres partes, cada una de ellas de  $33.3$  cm, y sobre la parte central dibujamos un triángulo equilátero, de lado, claro está,  $33.3$  cm. Tenemos así una línea que ahora mide  $1.333$  m.

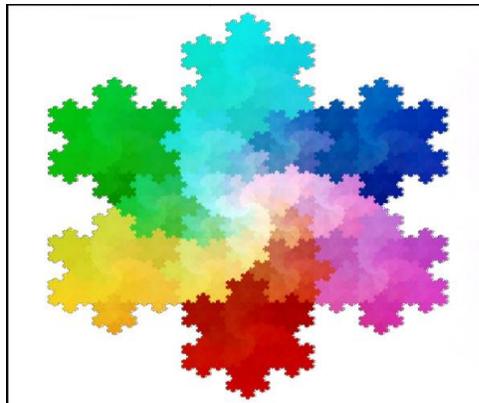
---

<sup>5</sup>HODGSON TORRES, María Luisa; Geometría y diseño de la realidad sensible desde las Bellas Artes; Curso 1993/94. HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES

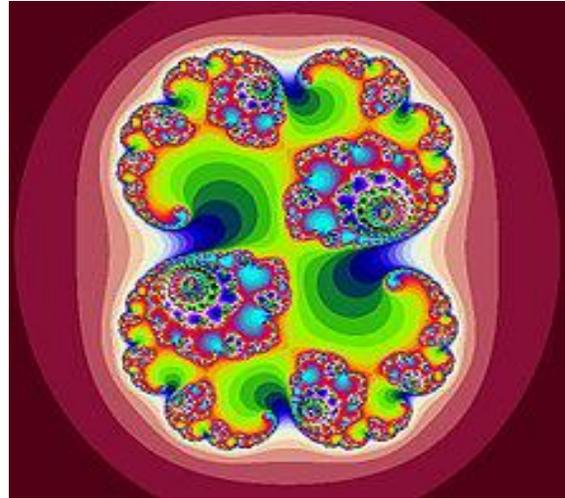


*Copo de nieve de Koch.*

Lo interesante es que si se repite el proceso, sobre cada uno de los segmentos que se tienen (construyendo triángulos en el centro), se obtiene una figura que encierra un área limitada, pero cuyo perímetro va aumentando indefinidamente. Además es fácil ver que en el límite, sobre ningún punto de la curva se podrá dibujar una tangente (todos serán puntos angulosos).



Estas propiedades sorprendieron mucho a los matemáticos de la época, así como el darse cuenta de que aunque parecía algo muy raro, este tipo de fenómenos se repetía con frecuencia en la naturaleza: nubes, costas, un copo de nieve, hojas.



El hecho es que, partiendo de figuras geométricas y aplicándoles una determinada función, se puede obtener una imagen elaborada que resulta curiosa. Si cambiamos la figura original y el tipo de transformación, el resultado puede cambiar notablemente. Si además incorporamos color en nuestros diseños, estamos preparados para crear auténticas obras de arte.

Antes otro ejemplo: la curva de Dragón. No necesita ningún tipo de explicaciones, basta que observes la figura y cambies el número de iteraciones y el color. Al igual que se aplican algoritmos para crear la figura, también se suelen utilizar reglas matemáticas para asignar los colores. Como habrás podido observar, las figuras resultantes son más sorprendentes cuantas más veces se aplique el algoritmo. Esto hace que para crear resultados brillantes sea imprescindible usar un ordenador que genere rápidamente gran cantidad de pasos.



*Leonardo da Vinci, Tratado de la pintura, Aka, 2007*

## 6 MARCO METODOLOGICO

La metodología que se propone para la presente investigación se apoya en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) la cual se apoya fundamentalmente en las bases teóricas de la pedagogía para el desarrollo del aprendizaje autónomo. Los resultados que se presentan corresponden al proceso de investigación que se llevó a cabo con los estudiantes de la Institución Educativa IPC del municipio de Neiva la cual se vinculo al semillero de investigación CAMATH; en donde se busca que los niños y jóvenes busquen espacios diferentes para afianzar los conceptos de la geometría de una manera didáctica y divertida.

Las sesiones de trabajo con los estudiantes, se hicieron mediante la implementación de guías de trabajo y de igual forma la utilización de otros espacios como canchas de baloncesto y las Ágoras, para que interactuaran y socializaran de manera diferente los conceptos vistos en clases magistrales. De tal manera se puede decir que esta metodología permite utilizar en el proceso de investigación el Diario de Campo y así hacer un seguimiento a cada una de las secciones desarrolladas.

Este trabajo se llevó a cabo con los estudiantes de los grados 7° y 8° ya que son jóvenes quienes han trabajado los conceptos básicos de Geometría. Para evaluar el aprendizaje se hizo una observación participativa la cual ha sido utilizada en varias disciplinas como instrumento en la investigación cualitativa para recoger datos sobre la gente, los procesos y las culturas. Marshall y Rossman<sup>6</sup> definen la observación como "la descripción sistemática de eventos, comportamientos y artefactos en el escenario social elegidos para ser estudiados". Las observaciones ayudan a describir situaciones existentes usando los cinco sentidos, proporcionando una idea clara de cómo se pueden crear espacios de concertación y participación con los estudiantes para la aplicación de los conceptos teóricos en la actualidad.

La observación suministra maneras de como se deben interpretar expresiones no verbales de sentimientos, así mismo permite determinar quién interactúa con quién, cómo los participantes se comunican entre ellos, y verifican cuánto tiempo se está gastando en determinadas actividades. Posibilitando la heteroevaluación en plenaria para mirar la efectividad de las acciones, estrategias, metodología y recursos utilizados.

Con el fin de contribuir con la estrategia pedagógica, que facilite al docente y al alumno espacios diferentes de apropiación, explicación y comprensión de

---

<sup>6</sup>MARSHALL, C. y ROSSMAN, G. B. "El Diseño De La Investigación Cualitativa".

conceptos de la geometría con la utilización de los recursos didácticos, se hacen evidentes los resultados de esta investigación.

### **6.1 POBLACION:**

La población son 80 estudiantes de los grados 7 y 8 de la Institución Educativa IPC del Municipio de Neiva en el Club de Apoyo Matemático del Huila CAMATH.

### **6.2 MUESTRA:**

Se toma como muestra para trabajar dicha estrategia a los 20 estudiantes de los grados 7° y 8° de la Institución Educativa IPC del Municipio de Neiva pertenecientes al Club de Apoyo Matemático del Huila (CAMATH), 12 de ellos son hombres y 8 mujeres, ya que en estos grados han estudiado los conceptos básicos de la geometría y se pueden llegar a asociar y a tomar significado en el análisis de obras de arte y la naturaleza, aplicando una serie de talleres los cuales pondrán en práctica mediante las clases.

### **6.3 TECNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE INFORMACION**

Para recolectar la información se utilizan diferentes clases de técnicas de información específicamente el diario de campo donde se hace registro de las actividades y los resultados obtenidos en cada sección de trabajo, no dejando de lado la observación mediante el desarrollo de cada uno de los talleres a realizar, para así al finalizar, realizar una evaluación colectiva donde intervengan niños (as), profesores e investigadores que nos permita conocer el impacto positivo como negativo de la utilización de estas distintas metodologías.

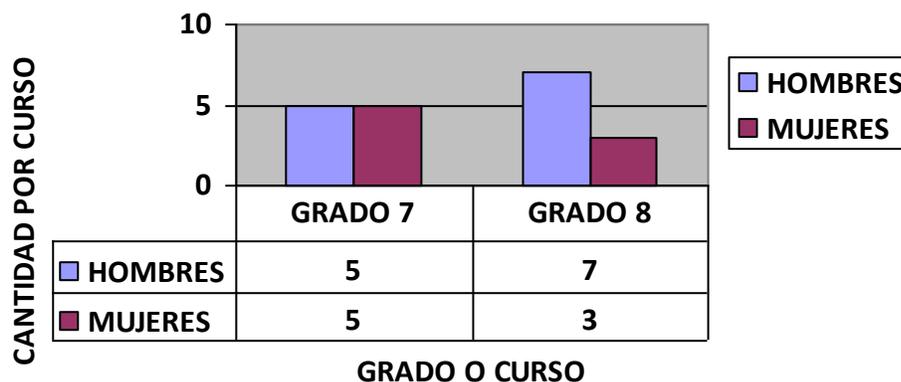
### **6.4 TRATAMIENTO, PROCESAMIENTO Y ANALISIS DE LA INFORMACION**

Una vez recogidos los datos y realizadas las prácticas se llevó a cabo el siguiente tratamiento y análisis de la información:

1. Organización de la información obtenida mediante los talleres aplicados, y las sesiones dadas.
2. Clasificación de la información obtenida
3. Realización de observaciones y conclusiones de los resultados obtenidos.
4. Elaboración de material escrito, en el cual se mostraron los resultados obtenidos en la investigación.

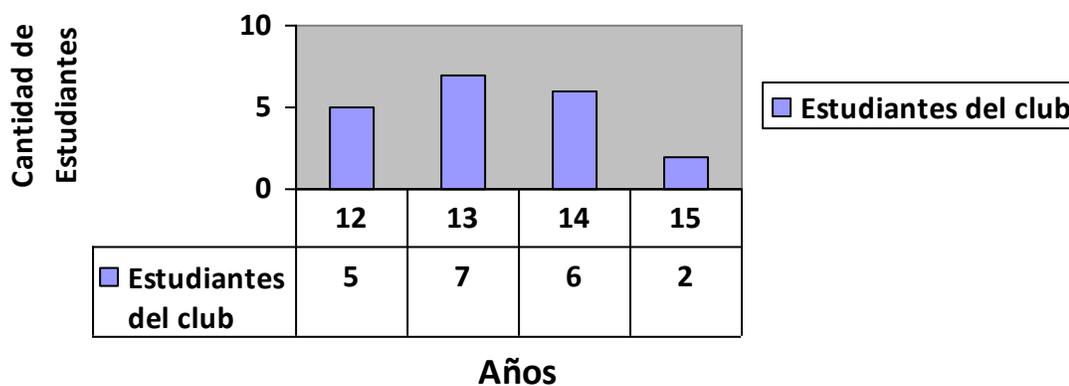
La información que se recopiló a través de las diferentes secciones de trabajo se hizo con los jóvenes pertenecientes a CAMATH, cuyas características de sexo y edad se muestran a continuación.

### ESTUDIANTES I. E. I.P.C.

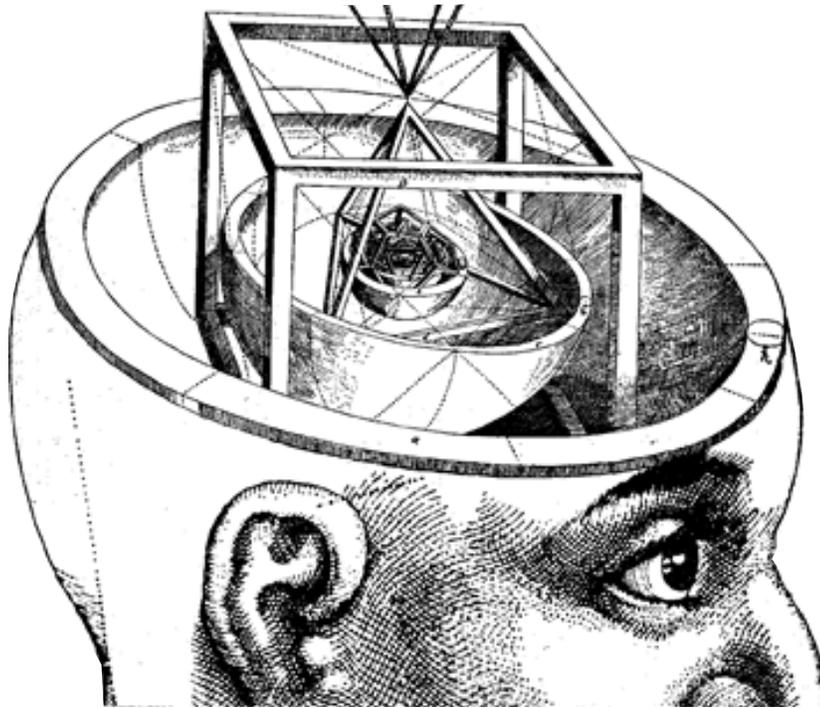


Relación de edades de los estudiantes en las secciones de CAMATH.

### Edades de Estudiantes asistentes a CAMATH



Durante las secciones de trabajo se recolecto la información a través del diario de campo, en el cual se organizaron los talleres que fueron aplicados en cada una de las secciones, donde estaban establecidos los temas y los conceptos teóricos que se manejaron, así mismo se plasmaron y se relacionaron las vivencias y aportes que expresaron cada uno de los asistentes.

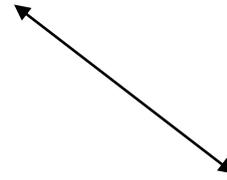
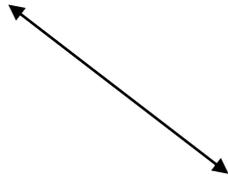
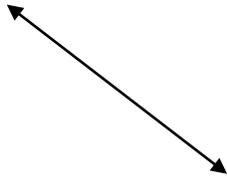


*La matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles.*

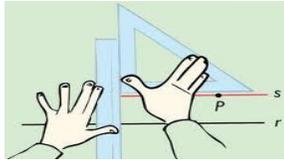
**(Descartes, René)**



2) Teniendo en cuenta la explicación, la utilización de materiales y la ayuda de tus compañeros, traza rectas paralelas, perpendiculares y secantes a las rectas dadas, determina si hay punto de intersección.



Secantes



Paralela



Perpendicular

3) Identifica y nombra en las siguientes figuras los conceptos trabajados sobre rectas secantes, paralelas, y perpendiculares. ¿Es posible determinar si hay puntos comunes o puntos de intersección?




---



---



---




---



---



---




---



---



---

4) Observa la figura, e identifica los conceptos vistos en esta sesión enciérralos y nómbralos.




---



---



---



---



---



---



---

Observa la siguiente imagen y de acuerdo a la frase de **Russell, Bertrand Arthur William** “Las Matemáticas pueden ser definidas como aquel tema en el cual ni sabemos nunca lo que decimos ni si lo que decimos es verdadero” Que entendemos de ella:



---

---

---

---

### CONCLUSIÓN DE LA ACTIVIDAD:

Como manera de conclusión los estudiantes hicieron escritos donde expresaron como la matemática es parte de la cultura diaria, que se vive, se siente y se expresa, fue un espacio donde ellos dejaron ver que los numero tienen más significado de lo que se cree, y que no es fobia la que se le tiene sino que se ha vendido una manera errada de percibirla, pero cuando se complementa con otras disciplinas y se alimenta de la poesía, la música, y el arte da origen a nuevas expresiones que dan sentido a la geometría.

A través de este taller didáctico se logró que los estudiantes del Colegio IPC-Neiva entendieran que el lenguaje de la matemática brinda herramientas para hacer poesía, y es el más apropiado cuando las personas se colocan al otro extremo del espectro de la comunicación que busca no la expresión de sentimientos y emociones, sino el intercambio de información sobre lo más objetivo y concreto que tratamos de comunicar. Por esto mismo, las matemáticas son un lenguaje universal, probablemente el más económico de los lenguajes y uno especialmente apropiado para formular teorías en las ciencias naturales y las económico-administrativas.

Así mismo se observó el interés de los estudiantes en la utilización de nuevos elementos a la hora de expresar o dar a conocer el concepto del tema trabajado; se alcanzó el grado de motivación esperado para el desarrollo de la actividad, se presentaron algunos inconvenientes de carácter terminológico y técnico que cohibía o limitaba el avance en la temática.

## 7.2 OBSERVACIÓN DE LOS CONCEPTOS DE LÍNEA, PUNTO DE EQUILIBRIO, PUNTOS DE INTERSECCIÓN, SIMETRÍA y FIGURAS GEOMÉTRICAS EN LA OBRA ARTISTICA “LA ULTIMA CENA”

Después de trabajar algunos temas básicos de la geometría y desde la teoría que los jóvenes han obtenido de la academia se les llevó la pintura de la “Ultima Cena” con el fin de que indaguen y examinen acerca de los conceptos trabajados en clase y en el semillero el autor había implementado a la hora de recrear este cuadro o pintura, así mismo ellos pueden observar que figuras geométricas tan sencillas han sido utilizadas recreando objetos e imágenes.



### **CLUB DE APOYO MATEMATICO DEL HUILA “CAMATH”**

Tema: Figuras geométricas, Punto de intersección y equilibrio, simetría y profundidad  
Área: Geometría

Profesor: Anderson Fabián Perdomo Canacué

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**ESTÁNDAR(ES) BÁSICO DE COMPETENCIA:** Comparo y analizo las principales relaciones que se encuentran en la gráfica, las distribuciones del espacio y la utilización de conceptos geométricos en la pintura, tales como rectas paralelas, rectas perpendiculares, puntos de intersección entre rectas, simetría, proporcionalidad y el concepto de profundidad.

### **COMPETENCIA(S)**

- Reconocer la importancia del saber y el uso de los conceptos geométricos en la interpretación de los fenómenos naturales y su aplicación en la pintura.
- Determinar a través del plegado del papel y el uso del concepto de recta bisectriz y mediatriz el punto de encuentro y de equilibrio en la pintura.
- Aplicar el concepto de profundidad y semejanza en la pintura y sacar sus propias conclusiones aplicándolas en situaciones matemáticas.

**INDICADORES DE DESEMPEÑO:** Observa y compara los elementos que conforman la pintura relacionándola con los conceptos geométricos trabajados en las secciones del club, reconociendo el uso de rectas paralelas, perpendiculares, transversales y puntos de intersección en la grafica.

Reconocer el significado de los conceptos de profundidad, Proporción y de simetría en la pintura.

Utilizar herramientas didácticas en la verificación de las propiedades geométricas de las rectas y de los elementos que conforman la figura, tales como: regla, transportador, compas y el uso del plegado del papel.

**MOTIVACIÓN:**

Aprovechando y haciendo uso del espacio de trabajo, se demostraron las propiedades de las rectas en la grafica, con ayuda de software matemático Cabri II plus y el uso de ayudas audio-visuales, identificando el uso de los conceptos geométricos de rectas paralelas, perpendiculares y transversales en la figura de estudio, incentivando a discernir y abrir espacios de participación y de debate buscando indagar por la importancia del saber y el uso de los conceptos en nuestra vida cotidiana. Con el ánimo de ejemplificar y aclarar las dudas presentadas al momento del inicio de la sección. Utilizando la escuadra y regla de madera se mostrará la relación existente entre las rectas y la distribución del espacio de manera simple, luego a través de un espejo se hablara del concepto de reflexión, por ultimo con la escuadra se mostrarán las diferentes rotaciones que se pueden aplicar de forma fácil.

- 1) Teniendo en cuenta lo visto en clase dar los conceptos de las siguientes palabras:

**Rectas paralelas:** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Cuadriláteros:** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Simetría:** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Punto de equilibrio:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Intersección:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 2) Establecer los puntos de simetría, rectas paralelas, puntos de encuentro-intersección, y el punto de equilibrio de la Pintura denominada “la última cena” del Pintor Leonardo Da Vinci.

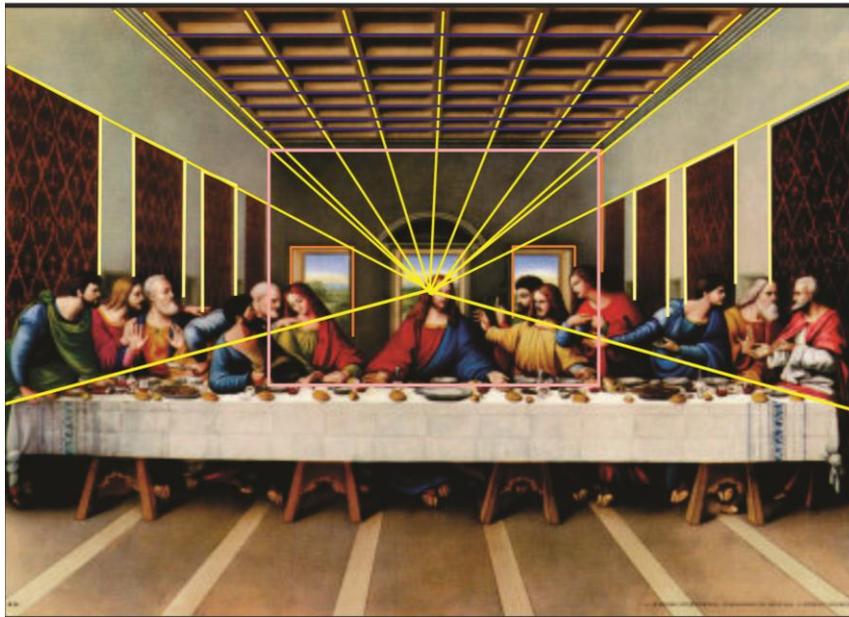


Sobre la réplica impresa cada estudiante con color rojo debe resaltar el punto de equilibrio de la Figura, con color azul las rectas paralelas que se ven dentro de la Pintura.

- 3) En una mesa de debate cada estudiante mostrara los diferentes conceptos geométricos que encontraron dentro de la pintura “La ultima cena”, teniendo en cuenta cada uno de los elementos que componen la obra de arte, como la relación que existe entre el techo y el piso, la posición de la mesa y cada uno de los elementos que hacen parte de la dinámica de la pintura.

## CONCLUSION DE LA ACTIVIDAD:

La perspectiva fue la herramienta que se utilizó para resolver los problemas de la pintura frente al ojo humano. Como parte del trabajo de investigación los estudiantes lograron conocer parte de la historia donde los egipcios utilizaron distintos recursos geométricos en sus obras para plasmar la realidad de la mejor manera posible, haciendo uso de un gran número de cuadrículas en función de la postura que ocupaba el personaje a reflejar en la obra "la última cena", teniendo en cuenta que la mayoría son rectas paralelas, perpendiculares y puntos de intersección que se encuentran en lugares que no facilitaban la observación.



## 7.3 FIGURAS GEOMÉTRICAS



### **CLUB DE APOYO MATEMATICO DEL HUILA "CAMATH"**

**Tema:** figuras geométricas en el arte y triángulos.

**Área:** Geometría

**Profesor:** Anderson Fabián Perdomo Canacué

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**ESTÁNDAR(ES) BÁSICO DE COMPETENCIA:** Determino las figuras geométricas que se pueden extraer desde una pintura, así mismo identifico las principales características de los triángulos.

#### **COMPETENCIA(S)**

- Reconocer las diferentes figuras existentes en una obra de pintura.
- Aplicar el concepto de triángulo en la elaboración de los mismos de manera didáctica.

#### **INDICADORES DE DESEMPEÑO.**

Reconocer el significado de los conceptos triángulos y las diferentes figuras geométricas.

Utilizar herramientas geométricas en las transformaciones rígidas, tales como: regla, transportador y compas.

#### **MOTIVACIÓN:**

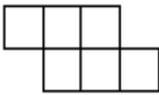
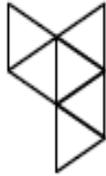
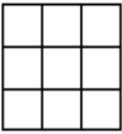
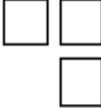
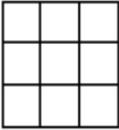
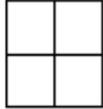
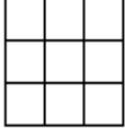
- 1) Reconocer como se clasifican y cuáles son las características de los polígonos, triángulos, cuadriláteros, círculos y circunferencia.
- 2) Con ayuda de software geométricos, como Cabri II plus y de Geogebra, se presento cada una de las características de los polígonos y su clasificación, haciendo énfasis en las formas de nombrar los triángulos, cuadriláteros, identificando las formas de notarlos, y nombrarlos.

## TALLER

### PALILLOS 2

#### GEOMETRÍA CON PALILLOS

Las siguientes figuras geométricas están hechas usando solo palillos de igual tamaño. Sigue las instrucciones en cada caso y haz uso de tu astucia y de tus conocimientos en geometría para resolver satisfactoriamente los acertijos propuestos.

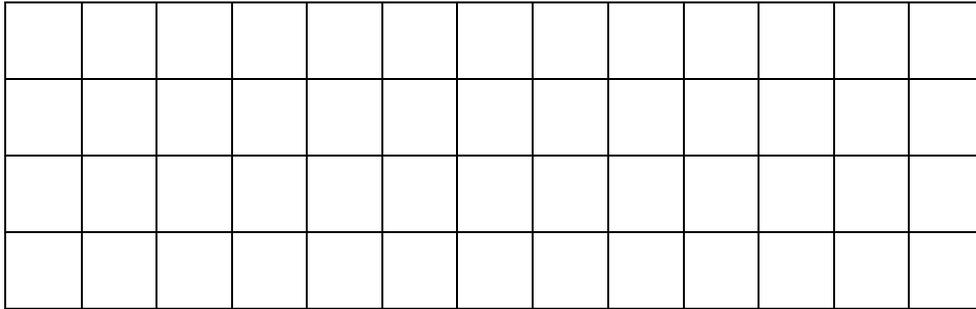
<p><b>1.</b> Retira 2 de los 18 palillos y haz que queden formados 4 cuadrados iguales.</p> 	<p><b>2.</b> Retira 3 de los 13 palillos y haz que queden formados solo 3 triángulos.</p> 	<p><b>3.</b> Retira 4 de los 24 palillos y haz que queden formados 5 cuadrados.</p> <p>Halla dos soluciones diferentes.</p> 
<p><b>4.</b> Cambia de lugar 3 de los 12 palillos y haz que queden formados 3 cuadrados iguales.</p> 	<p><b>5.</b> Cambia de lugar 3 de los 12 palillos y haz que queden formados 3 cuadrados iguales.</p> 	<p><b>6.</b> Cambia de lugar 4 de los 12 palillos y haz que queden formados 6 cuadrados.</p> 
<p><b>7.</b> Retira 4 de los 24 palillos y haz que queden formados 6 cuadrados.</p> 	<p><b>8.</b> Esta es una forma de construir 8 triángulos equiláteros usando 6 palillos. Halla otra forma.</p> 	<p><b>9.</b> Retira 6 de los 18 palillos y haz que queden formados 4 Triángulos.</p> 
<p><b>10.</b> Cambia de lugar 2 de los 12 palillos y haz que queden formados 7 cuadrados.</p> 	<p><b>11.</b> Cambia de lugar 4 de los 12 palillos y haz que queden formados 5 rombos.</p> 	<p><b>12.</b> Retira 6 de los 24 palillos y haz que queden formados 3 cuadrados.</p> 

2. Para la siguiente actividad se dispuso dividir el curso en cuatro grupos, en donde cada uno contaba con un cuarto de cartulina, pliegues de fomi, tijeras, pegante, papel de colores; el objetivo de la actividad consiste en crear un cuadro en donde se involucren los polígonos trabajados en la sección teniendo en cuenta sus características y propiedades.

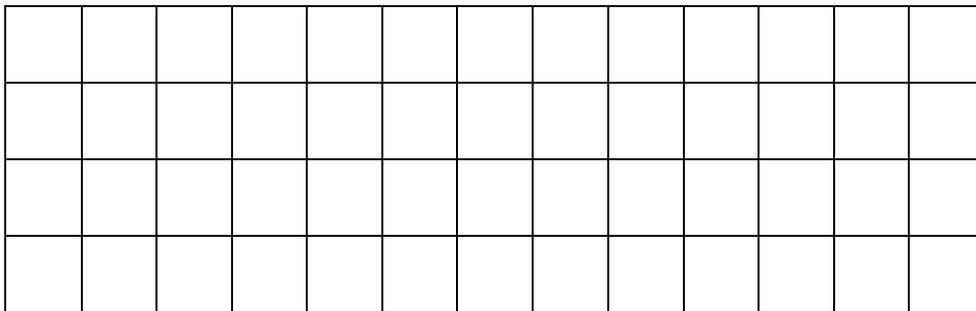


3. Construcción de un **Triángulo equilátero**: Sigue los pasos indicados y construye en el cuadro con los elementos adecuados, un triángulo equilátero de 3 cm de lado.
- Dibuja un segmento AB de 3 cm
  - Construye una circunferencia H, teniendo como centro el punto A y como radio el segmento AB.
  - Traza una circunferencia J, teniendo como centro el punto B, y como Radio el segmento AB.
  - Marca un punto C que es la intersección de las dos circunferencias.
  - Traza los segmentos AC y BC.


4. Construir un **Triángulo Isósceles ABC** con  $a=b=3\text{ cm}$  y  $c=4\text{ cm}$ , utilizando los instrumentos adecuados



5. Construir un **Triángulo PQR** con ángulo para  $P = 60^\circ$  y  $Q = 55^\circ$ , y el segmento  $PQ = 2\text{ cm}$ .



### CONCLUSIÓN DE LA ACTIVIDAD:

En esta actividad se descubrió la expresión y fuerza del arte geométrico, ya que cada alumno creó su obra a partir de figuras geométricas simples: círculo, cuadrado, triángulo y rectángulo. Indagando su propio lenguaje, experimentando con las formas sin tratar de imitar modelos o formas naturales. Con mucha paciencia y creatividad los alumnos lograron realizar estas hermosas obras.



## 7.4 MOVIMIENTOS EN EL PLANO

Desde los inicios del trabajo en el club de apoyo matemático del Huila, CAMATH, uno de los principales intereses era generar en los estudiantes asignados en primera instancia un interés en la asignatura y en pertenecer al club y seguir el proceso para evidenciar un cambio en la actitud y una mejoría en los contenidos en matemáticas, viéndose reflejado en sus resultados académicos en la institución de procedencia.



### **CLUB DE APOYO MATEMATICO DEL HUILA "CAMATH"**

**Tema:** Transformaciones rígidas y homotecias sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.

**Área:** Geometría

**Profesor:** Anderson Fabián Perdomo Canacué

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**ESTÁNDAR(ES) BÁSICO DE COMPETENCIA:** Enuncio y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.

### **COMPETENCIA(S)**

- Reconocer cuando en una transformación rígida se aplica o se ha aplicado una traslación, reflexión o rotación a un polígono.
- Aplicar una traslación, rotación o reflexión a un polígono en situaciones matemáticas.

### **INDICADORES DE DESEMPEÑO.**

Aplica traslaciones, reflexiones o rotaciones a un polígono y reconoce cuando ha sufrido una transformación.

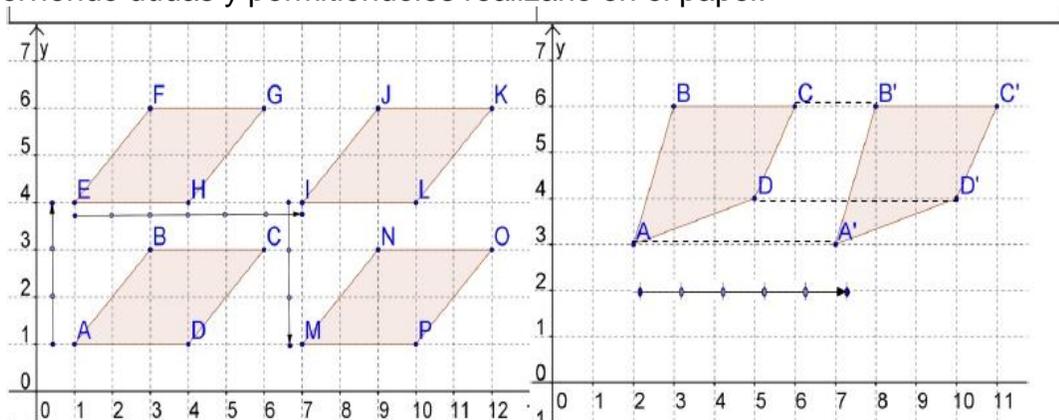
Reconocer el significado de los conceptos de traslación, reflexión y rotación.

### **MOTIVACIÓN:**

Haciendo uso del espacio de trabajo, se hizo la traslación de un cuerpo por parte del monitor o líder del grupo, con el ánimo de ejemplificar y aclarar las dudas presentadas al momento del inicio de la sesión. Utilizando la escuadra se mostrará una traslación de manera simple, luego a través de un espejo se hablara del

concepto de reflexión, por ultimo con la escuadra se mostrarán las diferentes rotaciones que se pueden aplicar de forma fácil.

1. Con ayuda de software geométricos, como Cabri II plus y de Geogebra, se presentaron cada una de las características de los polígonos y su clasificación, haciendo énfasis en las formas de nombrar los triángulos, cuadriláteros, identificando las formas de notarlos, y nombrarlos.
2. Cada estudiante en una hoja de papel milimetrado, plasmó lo expuesto con las ayudas Audio-Visuales de tal forma que construyeran con regla, transportador y compas, los polígonos regulares clasificándolos según el número de lados que tienen, además de esto verificaron si los ángulos internos de los polígonos regulares son iguales.
3. La presentación de los movimientos en el plano con ayuda del software sirvió para ilustrar de una forma palpable el mecanismo para llevarlos a cabo, resolviendo dudas y permitiéndoles realizarlo en el papel.



4. En la siguiente figura describe los movimientos que observa teniendo en cuenta lo trabajado en la sección.




---



---



---



---



---



---

**CONCLUSIÓN DE LA ACTIVIDAD:**

Se trabajó con algunos conceptos básicos de la geometría plana, con el fin presentar el concepto empírico de punto en el espacio, recta, semirrecta,

segmento, línea, plano entre otros, dejando a un lado la forma tradicional de impartirlos generalmente dentro de un aula de clase y haciendo uso de los conocimientos adquiridos en los cursos tomados en la licenciatura en Matemáticas y de los aportes realizados por cada uno de los docentes orientadores de estos cursos, retomando sus enseñanzas y tomando como modelo sus habilidades docentes, metodologías y didáctica en el desarrollo de sus clases.

A través de juegos y de actividades lúdicas se busca ejemplificar los temas trabajados en cada sección del club, sin dejar a un lado la seriedad y la rigurosidad de la matemática y de la importancia y su aplicación en la vida cotidiana, lo cual desencadenaba en un trabajo participativo y colaborativo por parte de los grupos de trabajo en donde cada uno tuvo como gran misión interpretar la actividad realizada y concluir su importancia relacionándolo con el uso y la utilidad en nuestra sociedad, además condujeron su pensamiento hacia su propia definición de los contenidos trabajados, con la orientación y asesoría de los monitores encargados del grupo.



## 7.5 SIMETRÍA Y ARMONÍA DEL CUERPO HUMANO



### CLUB DE APOYO MATEMÁTICO DEL HUILA "CAMATH"

Tema: Simetría y armonía del cuerpo  
Profesor: Anderson Fabián Perdomo Canacué

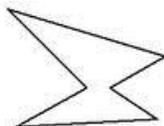
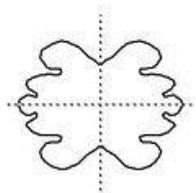
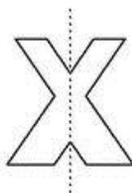
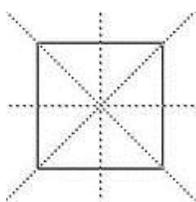
Área: Geometría

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**Objetivo:** A partir del desarrollo de esta actividad los jóvenes tendrán la habilidad de reconocer e identificar las diferentes figuras geométricas que se encuentran en la naturaleza.

- 1) Observa detenidamente las siguientes figuras y colorea de color rojo los elementos que representan el concepto de simetría y explica el porqué.



---

---

---

---

---

- 2) En una de las secciones del club, se trabajó en la exploración del cuerpo humano, y su simetría, en el rostro, tronco, manos y extremidades, buscando en ella la proporción Aurea, trabajando con materiales dentro del lugar de trabajo, tales como metro, regla, hojas de papel, en donde en parejas se tomaban las medida indicadas por el monitor; tales como la altura desde la cabeza hasta el piso, y del piso al ombligo, del hombro a la punta

del dedo corazón y del codo al dedo corazón, de la cadera al piso, y del piso a la rodilla, entre otros, determinando la razón Aurea en cada caso, evidenciando cada joven en su trabajo exploratorio el hallazgo y la repetición y el apareamiento de esta proporción.



### **CONCLUSIONES DE LA ACTIVIDAD**

A través de esta actividad se logró identificar el concepto de Simetría, entendido como un arreglo equilibrado o distribución de partes en una figura según un punto, línea, o plano. Así mismo los jóvenes lograron identificar y reconocer la simetría del cuerpo, trazando ejes de simetría imaginarios y comparando los resultados.

Es importante resaltar que cada estudiante logró identificar en que elementos de la naturaleza existe la simetría, y como el cuerpo del ser humano nos sirve como un ejemplo claro a la hora de redefinir el concepto.

## 7.6 TESELACIÓN, POLÍGONOS Y SU CLASIFICACIÓN



### **CLUB DE APOYO MATEMATICO DEL HUILA "CAMATH"**

Tema: Teselación, polígonos y diferentes figuras geométricas en la naturaleza.

Área: Geometría

Profesor: Anderson Fabián Perdomo Canacué

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**Objetivo:** A partir del desarrollo de esta actividad los jóvenes tendrán la habilidad de reconocer e identificar los diferentes polígonos y figuras geométricas que se utilizan para realizar embaldosados o teselaciones, encontrando su presencia en la naturaleza.

**Metodología:** En esta sesión el docente dará su explicación referente al tema de Teselación, la clasificación de Polígonos y su relación con la naturaleza, utilizando un taller didáctico que contiene la información y la imagen en la cual se ve plasmada como las abejas construyen sus enjambres a partir de una secuencia de hexagonales; al finalizar se espera que cada estudiante de sus aportes y desarrollen dicho taller.

**Materiales:** un octavo de cartulina, tijeras, regla, lápiz y papel.

- 1) Lea detenidamente la siguiente información y haga una reflexión sobre la importancia de la matemática en la trama de la vida

Muchos animales tienen la cualidad o habilidad de utilizar la matemática para comunicar, por ejemplo las abejas exploradoras comunican a las abejas obreras la dirección y la distancia entre el enjambre y un potencial yacimiento de polen como lo demostró ampliamente el premio Nobel austriaco Karl Von Frisch (1886-1982). Pero no todo termina aquí, las abejas construyen sus enjambres en celdas hexágonas; regulares, el instinto matemático domina los proyectos de las abejas obreras, las cuales siguen desde millones de años el mismo perfecto esquema matemático. Hablando de abejas y enjambres, surge espontáneamente el problema matemático – artístico de la disposición de baldosas y mosaicos en un plano. De este se han ocupado, efectivamente matemáticos, no solo en el pasado; y artistas, recientemente como Maurits Cornelis Escher quien pasó días y días copiando las baldosas de la Alhambra, en Granada para capturar la matemática y la estética, allí plasmadas por los artistas Moros desde la edad

media, forzados a utilizar diseños geométricos, dado que en ese tiempo su religión les impedían cualquier representación tanto divina como humana.

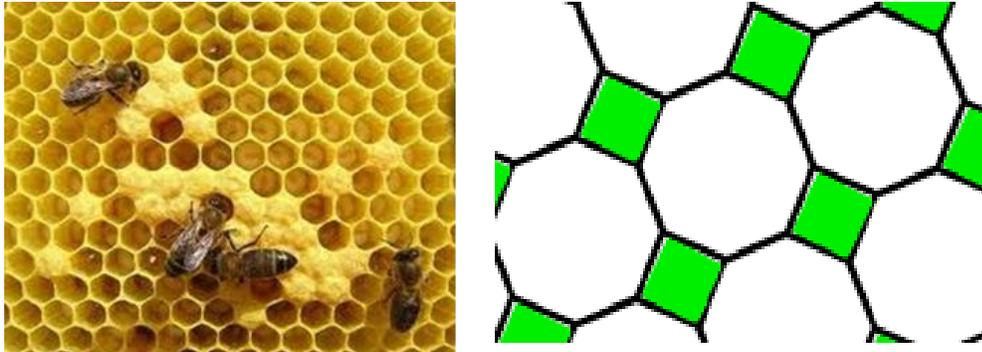
---

---

---

---

- 2) Observa la siguiente figura y establece que conceptos encuentras que se estén trabajando en el área de geometría



---

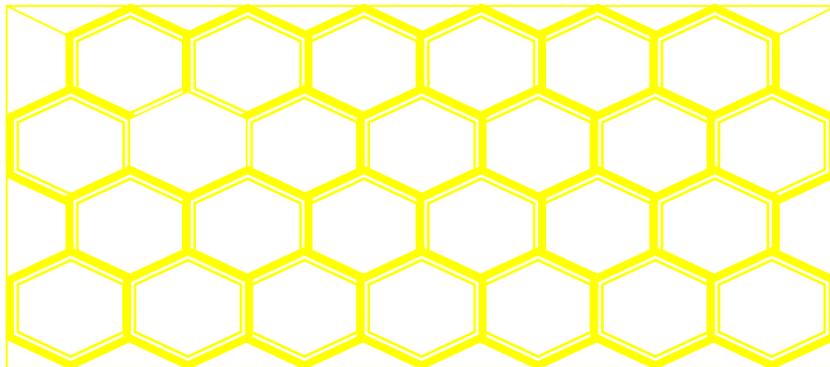
---

---

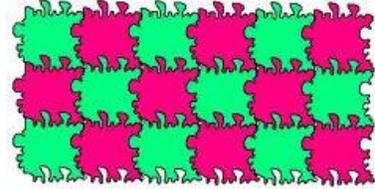
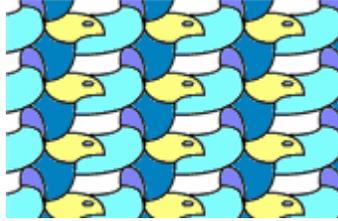
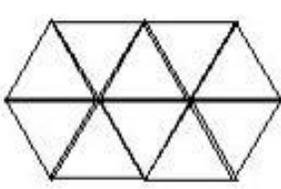
---

Cada estudiante debe realizar un hexágono donde cada lado mida 10 cm, en cartulina.

- 3) Posteriormente con todos los integrantes del grupo acomodaremos cada hexágono de tal forma que construyamos un enjambre, trabajando en equipo y anotando las conclusiones que encuentran en el acomodamiento.



4) ¿Que polígonos son los que permiten arreglarlos, agruparlos de tal forma que logre cubrir, embaldosar o teselar totalmente un terreno o área?




---

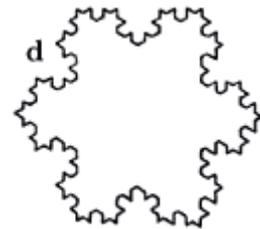
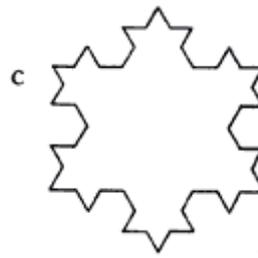
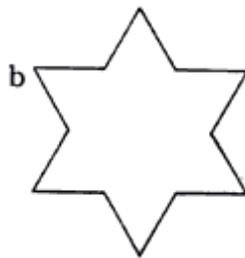
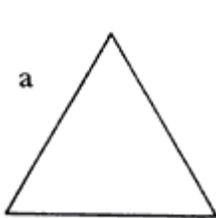


---



---

5) Observa las imágenes y describe los procesos presentados en cada situación, ten en cuenta que la imagen de inicio es un triángulo equilátero. Intenta construir tu mismo la secuencia para darle un tono muy particular.




---



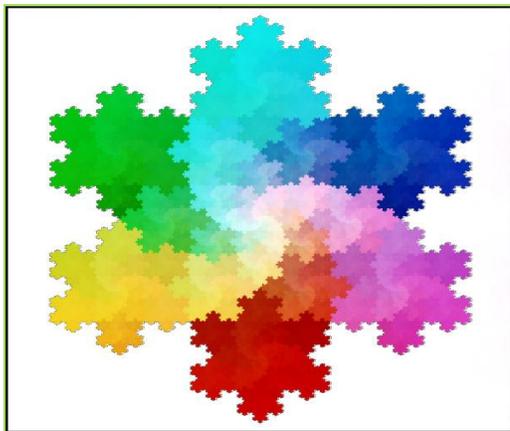
---



---



---



¿Que crees que sucedió con la imagen inicial?

---



---



---



---



---

## CONCLUSIONES DE LA ACTIVIDAD

Se puede concluir que embaldosar o teselar es similar, pues se cubre con polígonos regulares determinada superficie plana en donde coinciden paulatinamente las condiciones y características de la imagen o de la figura escogida para replicar; es de mucha utilidad para reforzar y abordar problemas de área y perímetro de superficies.

Al inicio de la actividad se presentaron dificultades que fueron superadas oportunamente, debido a la obtención de los materiales de trabajo y la disposición de los estudiantes frente al tema, además se observaron dificultades al clasificar y reconocer los polígonos y sus características, después de la introducción del tema, y la aclaración de dudas se dio el ambiente apropiado para el desarrollo de las guías.



## 8. CONCLUSIONES

Durante el proceso realizado con los estudiantes de la Institución Educativa IPC de la ciudad de Neiva, participantes en el Club de Apoyo Matemático del Huila CAMATH se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Comparando los resultados obtenidos por los estudiantes con los que se trabajó mediante el uso de material didáctico de pinturas artísticas y entornos de la naturaleza mediante talleres escritos, se comprobó que los jóvenes lograron afianzar más los conceptos geométricos ya que la práctica les permito construir una noción más clara de cada uno de los temas trabajados en el área de geometría.
- Basados en el estudio de los esposos Van Hiele, se logró identificar que los estudiantes se encontraban en el nivel 2 de los Niveles de Razonamiento y durante el proceso avanzaron al nivel 3 denominado Clasificación; ya que lograron reconocer que unas propiedades se deducen de otras y empiezan a obtener las consecuencias, así mismo se dieron cuenta que los conocimientos tienen una estructura y desde el razonamientos lógico hicieron uso de las definiciones usándolas correctamente.
- Con la creación de espacios de trabajo lúdicos, se ofreció al docente la posibilidad de contar con un recurso que permitiera lograr que el estudiante aprenda a interpretar y a representar conceptos geométricos de una manera didáctica sobre su entorno.
- Las guías utilizadas fueron de gran ayuda, ya que se trabajó el contenido con herramientas, donde se planteaban situaciones problemáticas que necesitan de la propia acción de los estudiantes para ser resueltas y se diseñaron espacios lúdicos en los cuales los estudiantes investigaron, utilizaron conceptos y relaciones, partiendo de la experiencia directa con el dibujo y las construcciones, y llegaron a mejorar sus representaciones, su lenguaje, sus inferencias y sus deducciones.
- A través de los temas vistos en el semillero los estudiantes lograron percibir la geometría como un área que se complementa de diferentes disciplinas para recrear y crear la naturaleza, debido a que llegaron a percibir los diferentes conceptos trabajados por medio de la observación en distintos fenómenos naturales como el trabajo de las abejas en la creación de su enjambre.
- Los estudiantes de la básica secundaria necesitan espacios de autoconstrucción y auto interacción con el mundo complejo de las matemáticas para entender que mas allá de los números y operaciones matemáticas existe un mundo de significados que recrea los conceptos básicos para darle forma y color a líneas rectas, cuadrantes, líneas paralelas,

círculos, triángulos y llenar de verdadero significado a la simetría, perspectiva, rotación y traslación.

- Los fundamentos teóricos de la geometría son la base para poder, analizar y extraer de cualquier representación del arte los elementos matemáticos que la representa.
- En la naturaleza encontramos diferentes significados y diferentes componentes que hacen de la matemática un área compleja que requiere elementos simbólicos para entenderla y percibirla.
- Los conceptos básicos de donde explica que dos puntos determinan una recta, o sea que de un punto a otro no se puede trazar más que una recta, toman forma y representa situaciones en la que los estudiantes pueden ver el maravilloso mundo de la geometría.
- La geometría ha crecido hacia una teoría de ideas y métodos mediante las cuales podemos construir y estudiar modelos idealizados tanto del mundo físico como también de otros fenómenos del mundo real.
- La Geometría está siendo utilizada como un método para las representaciones visuales de conceptos y procesos de otras áreas en matemáticas y en otras ciencias; por ejemplo gráficas y teoría de gráficas, diagramas de varias clases, histogramas, etc.
- A través de la investigación se lograron los objetivos propuestos, ya que los estudiantes mostraron satisfacción en las diferentes sesiones y los resultados por parte de ellos fueron excelentes, el manejo del concepto fue muy práctico y no mostraron dificultad en comprenderlo.
- La geometría es una parte importante de la cultura del hombre, no es fácil encontrar contextos en que la geometría no aparezca de forma directa o indirecta. Actividades tan variadas como el deporte, la jardinería, la pintura o la arquitectura.
- El conocimiento geométrico es un componente matemático que ocupa un lugar privilegiado en los currículos escolares por su aporte a la formación del individuo. No sólo se considera como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar en él, sino que, como disciplina científica, descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad.
- En la geometría el concepto de teselación como transformación geométrica de una figura, a través de rotaciones y traslaciones del modelo o figura a téselar o replicar, es asociada con la embaldosada de un terreno o una superficie y se relaciona con problemas de área y perímetro de figuras.

## 9. RECOMENDACIONES

- Implementar herramientas didácticas en cuanto a la enseñanza de la geometría en el proceso de formación de los estudiantes para mitigar la apatía que ellos presentan acerca de las matemáticas y el uso e implementación de los conceptos.
- La realización de estudios desde múltiples disciplinas por parte de los académicos para generar espacios de participación e inclusión de los estudiantes dentro de la elaboración del currículo de cada una de las áreas.
- Las posibilidades que brindan las tecnologías computacionales (computadores y calculadoras gráficas y algebraicas), como instrumentos mediadores en el aprendizaje de los alumnos, en la construcción de conocimientos y en la comprensión de lo que hacen, viene impulsando en el país una verdadera revolución educativa, una oportunidad para acceder a la información y al conocimiento universal por lo tanto es determinante que desde la asignatura de Tecnología e informática se implemente la enseñanza de software que facilite la comprensión de conceptos geométricos.
- Crear espacios lúdicos donde los maestros puedan desarrollar clases más creativas y comprometidos con su ejercicio profesional, para que logren llegar a formar estudiantes más activos e interactivos haciendo matemática y colocando en juego todo su talento en horarios de clase y extra clase, para así crear comunidades educativas que en ejercicio de su autonomía cohesionen en torno a la incorporación de tecnologías, una adecuada articulación entre los niveles educativos básico, medio y superior, en síntesis, una gama de opciones alternativas que nos permita crear firmemente que la educación matemática sea cada día de mejor calidad

## 10. BIBLIOGRAFÍA

- DEULOF VAN HIELE-GELDOF, DINA and PIERRE (1984), The Didactics of Geometry in the Lowest Class of Secondary School.
- MACHO S, Marta; Las matemáticas de la literatura en: Un paseo por la geometría; Universidad del País Vasco-EuskalHerriko; 2006-2007
- MOSQUERA U, Martha Cecilia, TANGRAMS MAS QUE ENTRETENIMIENTO, producción personal 2002 algunos comentarios acerca de esta experiencia se encuentran en las memorias de XVI Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, diciembre de 1999.
- CHARLES H, Lehmann. Geometría Analítica. Noriega Editores; 2000.
- BRUNO, D' Amore. Matemática en todo: Recorridos matemáticos inusuales y curiosos. Magisterio Editorial 2004.
- BRESSAN, A. REYNA, I. y ZORZOLI G. Enseñar geometría. Redescubrir una tarea posible. Ed. Styrka. (2003)
- PICARDO JOAO, Oscar y ESCOBAR BAÑOS, Juan Carlos. Educación y sociedad del conocimiento: Introducción a la filosofía del aprendizaje. Copyright © CECC, San José Costa Rica, 2002.
- RENZO, Titote. Metodología Didáctica. Ediciones Rialp, S. A. pág. 64, Buenos Aires, 1966
- MAMMANA y VILLANI; Perspectivas de la enseñanza de la Geometría para el siglo XXI., p. 338.
- DEULOFEU, Jordi y FIGUEIRAS, Lourdes; El origen del pensamiento Geométrico en: Las medidas a través de la historia, curs, 2001-2002.
- MARTINEZ, Juan y GIMENEZ, Tebar: Las Bellas Artes como recurso didáctico en Matemáticas; Revista Digital Sociedad de la Información <http://www.sociedadelainformacion.com>.

- HODGSON TORRES, María Luisa; Geometría y diseño de la realidad sensible desde las Bellas Artes; HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES, Curso 1993/94
- PALOP Melgar, Carlos: El arte de combinar las matemáticas y la pintura
- <http://www.uhu.es/candido.pineiro/historia/pintura.pdf>
- [http://www.babab.com/no11/poetica\\_matematica.htm](http://www.babab.com/no11/poetica_matematica.htm)
- <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/html/adjuntos/2008/02/06/0001/pintura.pdf>