

**Desarrollar y aplicar nuevas metodologías para fortalecer los procesos
de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**

Por:

FRANCISCO JAVIER REYES BAHAMÓN

Código 2007268309

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**

NEIVA - HUILA

2012

Desarrollar y aplicar nuevas metodologías para fortalecer los procesos
de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Por:

FRANCISCO JAVIER REYES BAHAMÓN

Código 2006262290

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE
LICENCIADAS EN MATEMÁTICAS

Magister

MARTHA CECILIA MOSQUERA URRUTIA

Directora del Grupo de Investigación

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

NEIVA - HUILA

2012

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar doy mis agradecimientos a Dios, por ser quien orienta mi camino, por permitirme estar aquí delante de personas tan importantes como lo son ustedes.

A mis padres, el señor Guillermo Reyes y la señora Luz Bahamón, por el amor profesado, por su apoyo incondicional, que ha permitido mi desarrollo como una persona capaz de aportarle a la sociedad.

Al cuerpo docente, porque con el conocimiento brindado hoy estamos aquí demostrando lo importante que somos, en especial a la profesora Martha Cecilia Mosquera Urrutia con quien compartimos interés por el tema de investigación.

Y a todas aquellas personas con quienes he logrado un acercamiento y de las cuales he recibido elementos importantes que permiten todo lo que soy.

Índice general

1. RESUMEN	6
INTRODUCCIÓN	10
JUSTIFICACIÓN	12
ANTECEDENTES	14
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	15
OBJETIVOS	16
2. MARCO REFERENCIAL	17
3. ACTIVIDADES	22
Actividad 1. Patrones numéricos y geométricos	23
Actividad 2. Agilidad para razonar	27
Actividad 3. Modelación de patrones Geométricos	31
Actividad 4. Modelación de Patrones Numéricos	35

ÍNDICE GENERAL

4. Resolución de problemas con apoyo de Software Dinámico	38
Construcción de la Mediatriz de un segmento	39
Circunferencia que circunscribe un triángulo	41
5. Comentario Final	43
6. Conclusiones	44
7. Bibliografía	46
8. ANEXOS	48
Póster	48
Difusión de la Propuesta	49

RESUMEN

Desarrollar y aplicar nuevas metodologías para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Francisco Javier Reyes Bahamón

Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas

Semillero de Investigación CAMATH

Adscrito al Grupo de Investigación E.MAT.H

pachitoreyes@hotmail.com

Resumen

A lo largo de la historia, las matemáticas han sido y seguirán siendo, sin una metodología didáctica el temor de los estudiantes. El desarrollo de nuevas metodologías para fortalecer los procesos de enseñanza, surge como una necesidad para el fomento de la investigación matemática, tomadas desde el razonamiento lógico que permita al estudiante no solo memorizar instrucciones sino entender y comprender su amplio sentido. La investigación tiene importancia social y científica, ya que proporciona al estudiante herramientas básicas que le permiten relacionar y so-

1. RESUMEN

lucionar problemas utilizando la matemática y la lógica. Entre las prioridades de ésta investigación, están: fomentar la integración de saberes y experiencias desarrollados en el área de matemática dentro del aula de clase, responder a los retos de esta sociedad que se transforma de manera vertiginosa por el impulso de las tecnologías de la información y la telecomunicación e identificar sus compromisos con el medio natural y social.

Palabras Claves

Proceso de enseñanza y aprendizaje, Integración de saberes, Relación y solución de problemas.

Abstract

Throughout history, mathematics has been and will continue, without fear of teaching methods for students. The development of new methodologies to strengthen the teaching, as a need to promote mathematical research, taken from logical reasoning, which allows the students not only memorize but to understand instructions and understand their broadest sense. Research social and scientific importance because it provides the student with basic tools that allow you to connect and solve problems using mathematics and logic. Among the priorities of this research are: to encourage students, integration of knowledge and experience developed in the subject, to meet the challenges of this changing society so giddy by the momentum of technology training and telecommunication, and identify their commitment to the natural and social environment.

Key words

Teaching and learning process, integration of knowledge, relationship and problem solving.

1. RESUMEN

Desarrollo

Los trabajos de investigación del grupo E.MAT.H pretenden inicialmente: proponer metodologías alternativas que mantengan los beneficios de la educación matemática en el desarrollo de un pensamiento lógico riguroso y al mismo tiempo aprovechen la riqueza de los modelos matemáticos en la resolución de los problemas propios de las diferentes áreas del conocimiento y diseñar ambientes de aprendizaje centrados en la competencia del que aprende, la evaluación y la transferencia de conceptos, buscando resignificar el conocimiento matemático, ubicando contextos en los cuales los conceptos adquieren significado. Para poder encontrarlos se hace necesario en primer lugar: “*aprender a conocer*” en otras palabras desarrollar habilidades de pensamiento que permitan lograr altos niveles de conceptualización de tal forma quien aprende, como quien media entre él y el conocimiento, puedan identificar cuáles son los conocimientos previos que se deben “tener claros” para poder acceder al aprendizaje de un tópico; en segundo lugar: “*aprender a fijar metas de aprendizaje*” que permitan emprender caminos que tengan principio y de algún modo “fin”; en tercer lugar “*aprender a evaluar*” mediante el uso de estrategias metacognitivas que posibiliten saber cómo es que uno aprende, qué estrategias de aprendizaje son adecuadas para tal o cuál situación y de acuerdo a las respuestas determinar de qué manera se puede y debe hacer su trabajo. Se entiende la evaluación como un proceso que debe estar presente siempre y cuyo responsable no es solamente el mediador; debe quedar claro que la responsabilidad es compartida por todos y en cuarto lugar (no el último) “*aprender a pensar matemáticamente*” en otras palabras, aprender a hacer matemáticas. Este aspecto es uno de los más difíciles, debido a que si bien es cierto que hacer matemáticas o pensar matemáticamente se ha considerado siempre como una acción intelectual de las más fecundas que puede llegar a lograr el ser humano y que aprender a hacer matemáticas o razonar de manera lógico matemática es considerado un signo de verdadera inteligencia, aún persiste la idea ingenua de que esta es una actividad a la cual no es fácil acceder; esta afirmación no es del todo cierta, por ello el principal objetivo es mostrar a los aprendientes que ellos también pueden llegar a pensar matemáticamente. (Documento de apoyo grupo E.MAT.H

1. RESUMEN

<http://marthacmosquera.webcindario.com/MemForo1/Documentos.html>)

Referencias Bibliográficas

- Benítez, D. (2006) Formas de razonamiento que desarrollan estudiantes universitarios en la resolución de problemas con el uso de tecnología. Tesis de Doctorado. Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV. México, D.F
- Corbalán, F. (1998) Juegos Matemáticos para Secundaria y Bachillerato. Síntesis. Madrid.
- Giménez. J. (2010) Taller sobre regularidades y variabilidad. Cuaderno de Investigación, Barcelona, España.
- Mancera, Eduardo y Escareño, F. (1993); Problemas, maestros y la resolución de problemas; Educación Matemática, Vol. 5, No. 3, México.
- Mosquera, M.C. (2009), Memorias I y II Foro Internacional de Matemáticas, Año I Vol. 1, No. 1, Colombia
- Polya, G. (1965). ¿Cómo plantear y resolver problemas de matemáticas? Editorial Trillas. México.
- Santos, L. M. (1993); La resolución de problemas: Elementos para una propuesta en el aprendizaje de las matemáticas; Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas, Cuadernos de Investigación, No.25, México.

INTRODUCCIÓN

El auge que han tenido las nuevas tecnologías (NT) y su aplicabilidad, en las últimas décadas, no ha surgido como algo pasajero sino a partir de resultados de investigaciones que las sitúan como una importante herramienta de apoyo a los procesos tradicionales, con la que se puede llegar al mejoramiento de la enseñanza y del aprendizaje; adoptar las Nuevas Tecnologías en los diferentes modelos educativos, exige la revisión del rol del maestro y de sus competencias; lo que ha despertado mi interés por abordar el tema en cuestión.

La presente investigación se encuentra enmarcada en el trabajo de campo desarrollado con el Grupo de Investigación E.MAT.H “Educación Matemática en el Huila y el Semillero de Investigación CAMATH Club de Apoyo Matemático del Huila”, del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana de Neiva, que pretende aplicar las estrategias de mediación pedagógica para el desarrollo del pensamiento matemático: “APRENDER A UTILIZAR LAS NTIC” y “FORMAR PERSONAS CON ACTITUDES POSITIVAS HACIA EL APRENDIZAJE, HACIA LA SUPERACIÓN PERSONAL POSEEDORAS DE HÁBITOS MENTALES DE AUTORREGULACIÓN, ABIERTAS A LA INNOVACIÓN Y DE LAS HERRAMIENTAS QUE LES PERMITEN AVANZAR HASTA LOGRAR LA INDEPENDENCIA”; en pro de formar personas integrales, por medio de recursos tecnológicos, en función de mejorar, actualizar y formar a la comunidad educativa que tienen una escasa motivación y presentan una alta resistencia al cambio.

1. RESUMEN

En el proceso también se tiene en cuenta que “La tecnología ofrece a los estudiantes un medio que puede favorecer el acceso y el desarrollo de recursos matemáticos que les ayuden en la construcción del pensamiento matemático”, según lo menciona Devlin (1997) y además se asume la postura constructivista de Vigotsky.

Entre las múltiples dificultades de la Educación Básica en Colombia a través de este proyecto se busca investigar y reflexionar sobre lo que está ocurriendo con la Educación Matemática, su desarrollo y el uso de las Nuevas Tecnologías (NT), sin olvidar los aspectos de la realidad escolar en Colombia, dentro del modelo de Planificación escolar dado por los “Proyectos Pedagógicos en el Aula”, clave esencial en el desarrollo de la investigación.

En cuanto a la labor docente se trabaja en tres (3) ejes fundamentales.

- Mediador
- Diseñador
- Creador

Y para implementar las nuevas tecnologías, utilizaremos los siguiente software:

- ★ GeoGebra
- ★ Microsoft Office Excel 2007

JUSTIFICACIÓN

Educar jóvenes competentes para el siglo XXI, capaces de aportar al “progreso social y económico” requiere de un cambio en los paradigmas educativos de una nación, los docentes de hoy estamos llamados al Alfabetismo en Medios, al Uso e Implementación de las Nuevas Tecnologías en nuestras prácticas Pedagógicas y a la utilización de otros Ambientes de Aprendizaje.

Debemos prepararnos tecnológicamente para asumir el nuevo reto, esto es, adquirir los elementos necesarios para poder desarrollar nuestra profesión apoyándonos en ellas, buscar la articulación de programas y planes de estudio con el uso de estas herramientas tecnológicas, crear estrategias que acerquen al estudiante al aprendizaje a través de la tecnología y que los haga más habilidosos en su utilización para que profundicen su conocimiento de manera autónoma.

Incluir en el aula de clase el uso de la Nuevas Tecnologías como herramienta didáctica para el Desarrollo de la Educación Matemática, dinamiza los procesos de aprendizaje, promueve el sentido de autonomía y responsabilidad entre los estudiantes, fructifica las competencias digitales propias de esta generación, acorta la brecha generacional y tecnológica, presentada por mucho tiempo entre docentes - estudiantes - padres de familia, y ese acercamiento ayuda a mejorar los procesos comunicativos y favorece el desarrollo de las habilidades matemáticas, especialmente las que corresponden al desarrollo del pensamiento matemático. La utilización de software Dinámicos como GeoGebra y Microsoft Office Excel 2007, motiva al cambio de actitud de los estudiantes. De una recepción pasiva de información a una

1. RESUMEN

participación activa y dinámica de su proceso de aprendizaje.

El maestro puede cualificar su trabajo en el aula aprovechando las posibilidades que ofrecen las NT. Para la UNESCO “lograr la integración de las NT en el aula dependerá de la capacidad de los maestros para estructurar el ambiente de aprendizaje de forma no tradicional, fusionar las NT con nuevas pedagogías y fomentar clases dinámicas en el plano social, estimulando la interacción cooperativa, el aprendizaje colaborativo”.

ANTECEDENTES

La transmisión de la información y la comunicación fue evolucionando a lo largo de la historia; primero se dio el uso de marcas grabadas en madera o en piedra, con el surgimiento de la Imprenta en el año 1439 los procesos se tornan mecánico, hasta llegar a la automaticidad, en la actualidad, con la aparición de la tecnología.

Las nuevas tecnologías (NT), han constituido la materialización de los significados a los que remiten las raíces etimológicas de la palabra "tecnología": techné y logos (técnica y razón).

La incorporación de la Nuevas Tecnologías (NT) a la educación, impulsa las valoraciones de la racionalidad instrumental o técnica, de forma tal que, desde el surgimiento de los primeros medios audiovisuales (radio, televisión, vídeo, etcétera) hasta el desarrollo de las nuevas tecnologías de la información se inicia un discurso en el que se considera imprescindible la innovación tecnológica o la modernización de la escuela. Esta perspectiva considera que la incorporación de las nuevas tecnologías a la educación son por sí mismas determinantes del mejoramiento de la enseñanza.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

¿CÓMO USAR LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO?

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

- Explorar y aplicar nuevas metodologías para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el contexto de la Educación Colombiana.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar y aplicar actividades en GeoGebra y Microsoft Office Excel 2007 como herramienta didáctica para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Generar una manera distinta de ver la matemática mediante el uso de las Nuevas Tecnologías.
- Compartir con docentes del Departamento del Huila experiencias con el uso de las nuevas tecnologías.
- Emplear los recursos que posee la Universidad Surcolombiana para proyectar un desarrollo social y académico en los niños, niñas y jóvenes.

MARCO REFERENCIAL

Los Estándares Básicos de Matemática, sugieren que los alumnos utilicen las Nuevas Tecnologías en su experiencia de aprendizaje, sin embargo, ante el gran desarrollo de las tecnologías y el reconocimiento de que distintas herramientas pueden ofrecer nuevas vías y oportunidades para los alumnos, en el proceso de resolver problemas. Es de gran importancia investigar sobre el potencial que ofrecen algunas herramientas en la construcción del conocimiento matemático.

¿Qué característica tiene el proceso que muestran los estudiantes frente a herramientas computacionales como Excel y el software dinámico GeoGebra y la resolución de problemas? Esta pregunta orienta la relevancia de utilizar herramientas computacionales en las transformaciones de los currículos.

¿Qué escenarios favorecen o promueven la construcción del conocimiento matemático en los estudiantes? ¿Qué significa que los estudiantes adquieran o construyan conocimiento matemático? ¿Cuál es el papel del uso de las Nuevas Tecnologías en la comprensión y resolución de problemas? Son interrogantes que han guiado la Educación Matemática en las últimas dos décadas y han inspirado la formulación de programas de investigación sobre aspectos que involucran el desarrollo de marcos conceptuales que caracterizan los procesos de aprendizaje de los estudiantes, la resolución de problemas, el uso de las tecnologías y las propuestas curriculares (Schoenfeld, 1985; Santos, 2007; Artigue, 2002).

2. MARCO REFERENCIAL

Las reflexiones alrededor de los temas de investigación en la Educación Matemática van más allá de que el estudiante domine un conjunto de algoritmos, fórmulas para resolver problemas en el proceso de aprender matemática, los estudiantes deben desarrollar una forma de pensar consistente con la práctica de la disciplina. Los estudiantes deben establecer conexiones, plantear conjeturas y dar a conocer sus resultados (Santos, 2007).

El Ministerio de Educación Nacional (MEN), identifica a la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba (demostración), las representaciones como los procesos esenciales del quehacer matemático. El MEN, ha identificado el uso de la Nuevas Tecnologías con elemento principal que debe sustentar las recientes reformas curriculares:

“Las computadoras y las calculadoras cambian lo que los estudiantes pueden hacer con las representaciones convencionales y expanden el conjunto de representaciones con las que pueden trabajar. Por ejemplo, los estudiantes pueden mover, invertir, reducir, visualizar relaciones a través de programas de utilidades o software dinámico. Pueden manipular expresiones e investigar conjuntos complejos de datos usando hojas de cálculo. Cuando los estudiantes aprenden a utilizar estas Nuevas Tecnologías, pueden a la vez analizar las formas en que algunas representaciones que se realizan empleando las tecnologías difieren de las representaciones convencionales”. (P.68-69).

Estas componentes promueven el estudio de diferentes líneas del pensamiento matemático y rompe con el esquema por asignaturas; es decir, los estudiantes integran conceptos que involucran:

“Formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos”. (Los cinco procesos generales que contemplan los Lineamientos curriculares de Matemáticas, Ministerio de Educación Nacional, 2003).

2. MARCO REFERENCIAL

La actividad de describir la huella que dejan partes de una figura al trasladar cierto objeto dentro de una configuración dinámica converge a ser una estrategia importante para analizar propiedades geométricas que con frecuencia aparecen en la investigación de la geometría analítica.

La gran importancia de encontrar y utilizar varios tipos de herramientas tecnológicas que el estudiante puede manipular durante el aprendizaje; cada herramienta ofrece diferentes oportunidades a los estudiantes para identificar, examinar y comunicar investigaciones matemáticas (Santos, 2007).

- La utilización de la Hoja de Cálculo “Microsoft Office Excel 2007”, es una herramienta muy fuerte para que los estudiantes organicen información en forma tabular y gráfica que permite encontrar patrones de fenómenos o situaciones. Resulta una herramienta eficaz para realizar operaciones relacionadas con patrones de problemas particulares. El modelo que puede utilizar el estudiante para explicar sus investigaciones a partir de la Nuevas Tecnologías se basan en representaciones discretas. Con la ayuda de las Calculadoras digitales los estudiantes pueden realizar la conexión entre las representaciones algebraicas y su respectiva gráfica. (Moreno Santos, 2007).
- El uso de las Nuevas Tecnologías proporciona a los estudiantes la construcción de modelos basados en representaciones.
- El Software Dinámico, es una herramienta poderosa en la construcción de representaciones geométricas (Puntos, Segmentos, Rectas, Circunferencias, Polígonos, etc.) permite utilizar la habilidad de visualización de manera precisa en el comportamiento de cierta configuración (Santos, Espinoza, 2010). El estudiante tiene la oportunidad de trasladar elementos y observar cambio en el proceso de análisis del problema. El uso del software dinámico GeoGebra, ofrece una herramienta fuerte para explorar relaciones de tipo geométrica desde diversas perspectivas.

2. MARCO REFERENCIAL

La utilización de las Nuevas Tecnologías funciona como una herramienta de gran importancia para que los estudiantes se involucren en procesos de búsqueda de conjeturas, relaciones y justificaciones matemáticas (Santos, Espinoza, 2010). Por lo tanto es importante investigar sobre las ventajas y desventajas que les pueden brindar a los estudiantes durante la comprensión de ideas matemáticas y la resolución de problemas.

Un tema interesante en la Educación Matemática es la construcción de un marco conceptual que permita explicar cómo y cuándo los estudiantes adquieren conocimientos matemáticos nuevos (Santos Barrera, 2007). Preguntas como: ¿Qué significa que los estudiantes adquieran o construyan conocimiento matemático? ¿Cuál es el papel del uso de las Nuevas Tecnologías en la comprensión y resolución de problemas? Orientan la discusión alrededor de los marcos conceptuales. En este contexto, se ha orientado el desarrollo de la Educación Matemática en el área de la resolución de problemas como propuesta para que los estudiantes aprendan matemáticas.

Un objetivo importante en la Educación Matemática es la creación de un espacio o ambiente de aprendizaje donde los estudiantes tengan la posibilidad de ser participantes en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Aprender la disciplina es primordial porque conlleva a reflexionar sobre conceptos fundamentales en el desarrollo del quehacer matemático.

El desarrollo notable de las Nuevas Tecnologías ha generado muchas oportunidades para incorporar su uso en el aprendizaje diario de los estudiantes. El uso de las herramientas tecnológicas ha implicado investigar las formas del razonamiento matemático que se producen en la resolución de problemas. La gran variedad de herramientas tecnológicas con diferentes potenciales para ser utilizados en la Educación Matemática plantea un reto para los docentes e investigadores en términos de ofrecer información detallada y sustentada acerca de cómo utilizar las Nuevas Tecnologías en el desarrollo del pensamiento matemático. Por lo tanto, es de gran importancia reconocer las ventajas y desventajas reales que pueden ofrecer el uso de las herramientas tecnológicas en la construcción del conocimiento matemático.

2. MARCO REFERENCIAL

El uso de las Nuevas Tecnologías juega un papel primordial en la resolución de problemas que relacionan patrones numéricos y geométricos. El objetivo es mostrar las diferentes formas de razonamientos que surgen con el uso de las Nuevas Tecnologías. En el cual se destaca la construcción de modelos dinámicos de los problemas que permiten explorar y visualizar relaciones matemáticas.

El método de resolución de problemas aporta información esencial acerca de las estrategias, las representaciones, recursos y formas de explorar resultados. Con el uso de las herramientas tecnológicas se ilustra que durante el proceso de resolución de problemas aparecen representaciones que favorecen la exploración y búsqueda de relaciones matemáticas.

ACTIVIDADES

Etapa Metodológica

- El desarrollo de este proyecto está estructurado en sesiones de trabajo realizados el día sábado en conformación con el Club de Apoyo Matemático del Huila.
- El trabajo con los estudiantes que asisten al Club, se dividen en dos partes: en las siete primeras sesiones se trabajó bases fundamentales de matemática recreativa y se niveló a los estudiantes en temas de trabajo en el aula y se utilizó las Nuevas Tecnologías para reforzar el desarrollo del pensamiento numérico y geométricos.
- Durante el proceso se hace también una sensibilización y capacitación a los miembros del club para trabajar en investigación, en lo que hemos dado a llamar LA ONDA MATEMÁTICA utilizando la Investigación como Estrategia Pedagógica (IEP), esto con el fin de conformar grupos de investigación escolar.

Los criterios para la selección de estudiantes, son:

- Ser miembro activo del Club de Apoyo Matemático del Huila (CAMATH).
- Tener interés y vocación por la actividad matemática.

3. ACTIVIDADES

Actividad 1. Patrones numéricos y geométricos

Presentación del problema: Encuentra una fórmula general para calcular el número de cuadrados en función del número de orden de la figura.

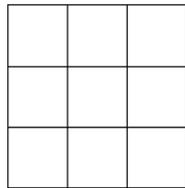


Figura 1

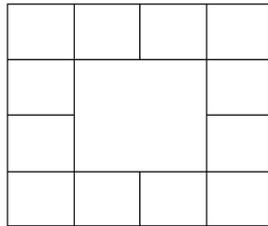


Figura 2

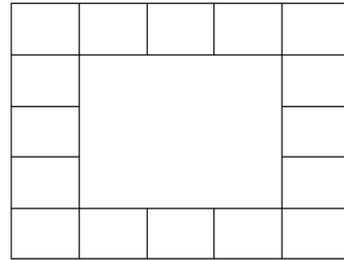


Figura 3

Objetivo de la actividad: Generalizar y conjeturar patrones numéricos y geométricos.

Razonamiento:

- Primeramente, a los estudiante se le presentarán varias respuestas. Observaremos únicamente la expresión algebraica final. Tomando como ejemplo la segunda figura de la sucesión, si n es el número de orden, tenemos:

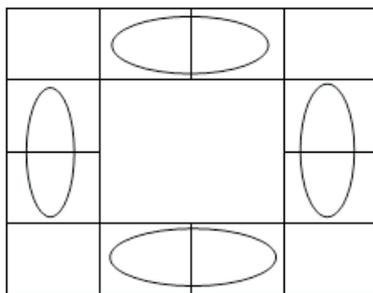


Figura 4

Los cuadrados de un lado más los extremos (n por cuatro lados más los extremos) $n * 4 + 4$

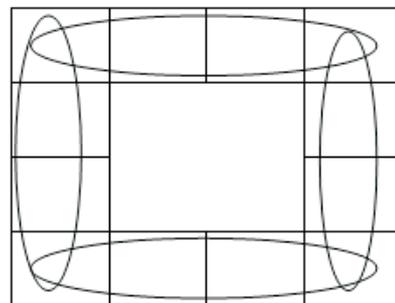


Figura 5

Los cuadrados de un lado menos 4 (n más 2) por 4 lados, $(n + 2) * 4 - 4$
 $4 * n + 8 - 4 = 4 * n + 4$

3. ACTIVIDADES

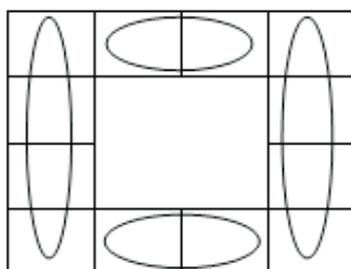


Figura 6

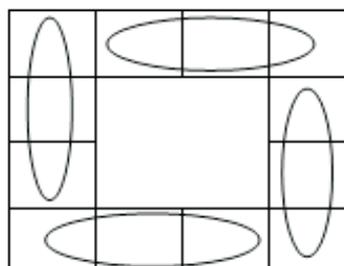


Figura 7

$(n + 2)$ es un lado incluidos los dos extremos. n es un lado sin incluir extremos. $(n + 1)$ es un lado con un solo extremo. $(n + 1) * 4 = 4 * n + 4$
 $(n + 2) * 2 + n * 2$
 $2 * n + 4 + 2 * n = 4 * n + 4$

Todas son verdaderas. Pero corresponde a distintas formas de ver la figura. Cuando se obtenga una de ellas motivar a la búsquedas de otras, valorando todas, pues cada una nos indica un modo de interpretar la figura.

Análisis del estudiante:

Es fácil ver, por ejemplo, que de $(n + 1) * 4$ se puede pasar a $n * 4 + 4$; cada uno de los dos términos es expresión de algo, en este caso de lo mismo, pero respondiendo a distinto modelo organizativo.

Y, recíprocamente, el conocimiento de esta propiedad puede ayudar a comprobar la equivalencia de las respuestas diferentes, y así reforzar el conocimiento de las leyes algebraicas.

Nota: Exponer los distintos resultados y las diferentes figuras puede servir para relacionar entre sí las expresiones, y es una buena ocasión para estudiar propiedades de las operaciones, apoyándose en las distintas organizaciones de la figura que representa cada expresión.

3. ACTIVIDADES



Figura 8. Conjeturar patrones numéricos.
Día de Trabajo en el Club de matemáticas

Apoyo Tecnológico

Una forma de encontrar otra generalización al problema, con apoyo de las nuevas tecnologías, es con el software Microsoft Office Excel 2007, para esto se ejecutan los siguientes pasos:

1. Digitar los datos en una tabla, en la primera columna escribimos la posición de la figura y en la segunda columna escribimos el total de cuadrados.

Figura No.	Cantidad de cuadrados
1	8
2	12
3	16
4	20

Tabla 1

2. Encontramos las diferencias sucesivas con los datos de la segunda columna.

Figura No.	Cantidad de cuadrados	Diferencia 1
1	8	
2	12	4
3	16	4
4	20	4

Tabla 2

3. ACTIVIDADES

Podemos observar que las primeras diferencias son constantes, es decir, los datos se pueden ajustar a una función lineal.

3. Seleccionamos la opción de gráfica de Dispersión, con los datos de la primera y segunda columna.

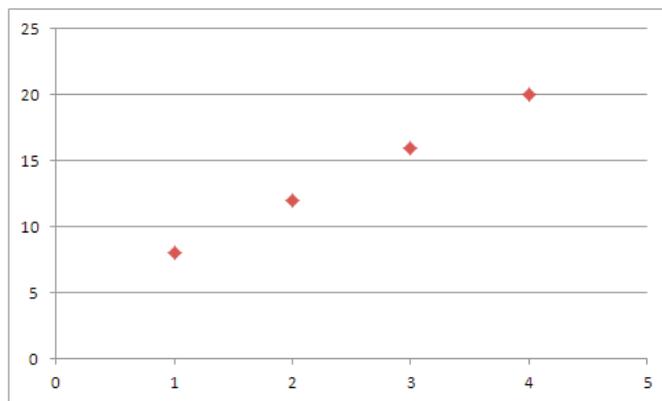


Figura 9

4. Damos clic derecho sobre el gráfico, y seleccionamos la opción línea de tendencia y elegimos función lineal. También seleccionamos ecuación del grafico y el coeficiente de correlación.

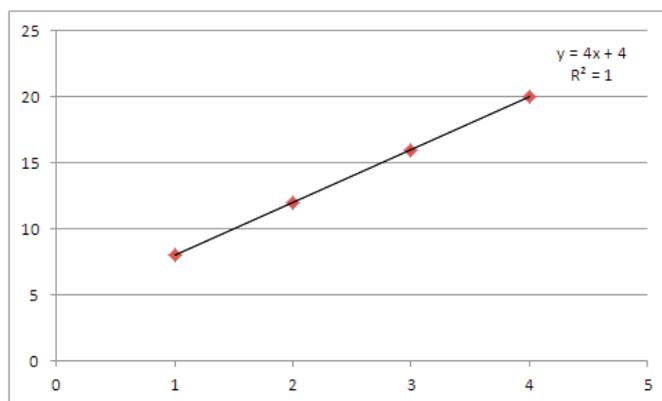


Figura 10

3. ACTIVIDADES

El gráfico, ayudó a reorientar la solución del problema, se encontró que la cantidad de regiones en el caso n ésimo está dada por la expresión $C(n) = 4n + 4$

Actividad 2. Agilidad para razonar

Diagnóstico de la actividad

La agilidad para generalizar, se entiende como la posibilidad de encontrar patrones numéricos o geométricos, es decir, modificar las reglas de un problema con el fin de derivar diferentes resultados a partir de un caso particular.

Definir la situación: Observa la siguiente sucesión de puntos.

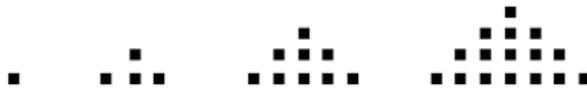


Figura 11

Planteamiento del problema: En la primera figura solo hay un punto, la segunda hay 4 puntos, etc.

¿Cuántos puntos tendrá la figura que ocupe el puesto 50?

Razonamiento del problema:

Para hallar la solución al problema, es importante encontrar la manera de cómo se va construyendo. Es decir, encontrar el patrón de regularidad:

1. En la primera figura hay una fila, en la segunda dos filas, en la tercera tres y en la n ésima n .
2. La cantidad de puntos en cada fila es un número impar de puntos. Es decir, en la primera figura hay un punto, en la segunda hay uno y tres puntos, en la tercera hay uno, después tres y por último cinco.

3. ACTIVIDADES

A partir de estos patrones podemos observar el total de puntos en cada figura.

Figura No.	No. de Puntos
1	$1 = 1$
2	$1 + 3 = 4$
3	$1 + 3 + 5 = 9$
4	$1 + 3 + 5 + 7 = 16$

Tabla 3

Interpretación de Datos: Observando la tabla anterior, se puede deducir que el número total de puntos, en cada caso es un cuadrado:

$$1 = 1^2, 4 = 2^2, 9 = 3^2, 16 = 4^2$$

Conclusión: A partir de estos patrones, se puede generalizar que el total de puntos de la figura n -ésima, se puede encontrar de la siguiente manera:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Es decir, la suma de los primeros n impares sucesivos es un cuadrado.

Observaciones: El problema anterior se había podido resolver, utilizando una habilidad del pensamiento matemático que puede ser la visualización. Se puede reagrupar los puntos de la siguiente manera.

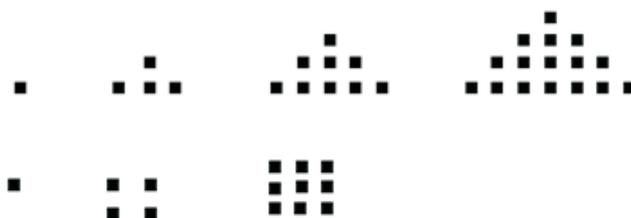


Figura 12

3. ACTIVIDADES

En este caso se puede visualizar que la suma de los primeros n impares sucesivos es un cuadrado.

Apoyo Tecnológico

Otra forma de encontrar una generalización de este resultado, con apoyo de las nuevas tecnologías, es con el software Microsoft Office Excel 2007, para esto se ejecutan los siguientes pasos:

1. Digitar los datos en una tabla, en la primera columna escribimos la posición de la figura y en la segunda columna escribimos el total de puntos de la figura.

Figura No.	No. de Puntos
1	1
2	4
3	9
4	16

Tabla 4

2. Encontramos las diferencias sucesivas con los datos de la columna de la cantidad de puntos.

Figura No.	No. de Puntos	Diferencia 1	Diferencia 2
1	1		
2	4	3	
3	9	5	2
4	16	7	2

Tabla 5

Interpretación: Observamos que las primeras diferencias no son constantes, es decir, los datos no se pueden ajustar a una función lineal. Las segundas diferencias son constantes, por lo tanto los datos pueden ser ajustados a una función cuadrática.

3. ACTIVIDADES

3. Seleccionamos la opción de gráfica de Dispersión, con los datos de la primera y segunda columna.

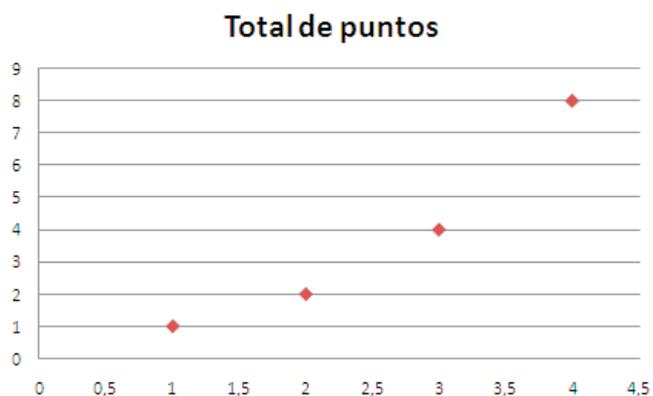


Figura 13

4. Damos clic derecho sobre el gráfico, y seleccionamos la opción línea de tendencia y elegimos función polinómica de grado 2. También seleccionamos ecuación del gráfico y el coeficiente de correlación.

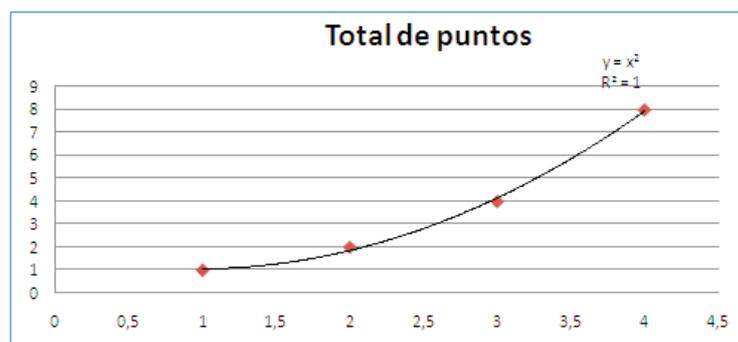


Figura 14

El resultado obtenido es $y = x^2$ y $R^2 = 1$. Esto significa que la suma de los impares es un cuadrado. El coeficiente $R^2 = 1$, quiere decir que el ajuste a una cuadrática es perfecto.

3. ACTIVIDADES

Actividad 3. Modelación de patrones Geométricos

Planteamiento del problema

Consideremos una circunferencia y n puntos sobre ella. Si unimos los puntos con líneas. ¿En cuántas partes queda dividido el círculo?

Para ir modelando el problema, haremos una circunferencia con un punto, otra con dos puntos, la tercera con tres puntos. En cada caso, los puntos se unen con segmentos.

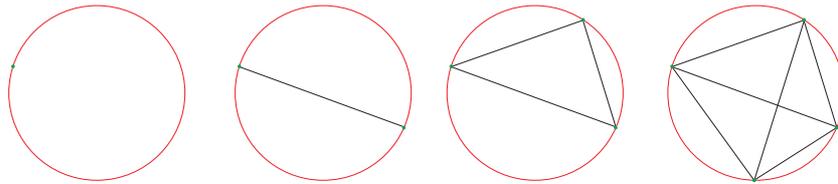


Figura 15

Estrategias: Vamos a Digitar los datos en una tabla, en la primera columna escribimos la cantidad de puntos y en la segunda columna escribimos el total de regiones de la figura.

No. de Puntos	Cantidad de Regiones
1	1
2	2
3	4
4	8

Tabla 6

Por el momento, se puede visualizar que la cantidad de regiones son potencias de dos (2):

$$1 = 2^0, 2 = 2^1, 4 = 2^2, 8 = 2^3$$

3. ACTIVIDADES

Daremos seguimiento a este patrón para el caso de cinco (5) puntos.

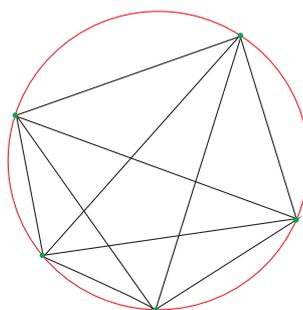


Figura 16

Hipótesis: En el caso de la circunferencia de cinco (5) puntos, se puede observar que el total de regiones es 16. Esto significa que la regularidad observada en los primeros casos se mantiene.

En este caso particular surge la siguiente conjetura:

Considere una circunferencia y n puntos sobre ella. Si se unen todos los puntos con líneas, la cantidad máxima en las que divide el círculo es:

$$R(n) = 2^{n-1}$$

Es necesario que el estudiante, indague el caso de la circunferencia de seis (6) puntos. A partir de dicha exploración, el alumno puede verificar que en el caso de $n = 6$, la conjetura anterior falla.

Para $n = 6$, $R(n) = 31$ y no 32 como era lo esperado.

Ante la inconsistencia de la conjetura, surge la siguiente pregunta:

¿Cuál es la relación entre el número de puntos con el número de regiones?

3. ACTIVIDADES

Apoyo Tecnológico

Para resolver la pregunta, utilizaremos el software Microsoft Office Excel 2007.

1. Digitar los datos en una tabla, en la primera columna escribimos el número de puntos y en la segunda columna escribimos la cantidad de regiones.

No. de Puntos	Cantidad de Regiones
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	31

Tabla 7

2. Seleccionamos la opción de gráfica de Dispersión, con los datos de la primera y segunda columna.

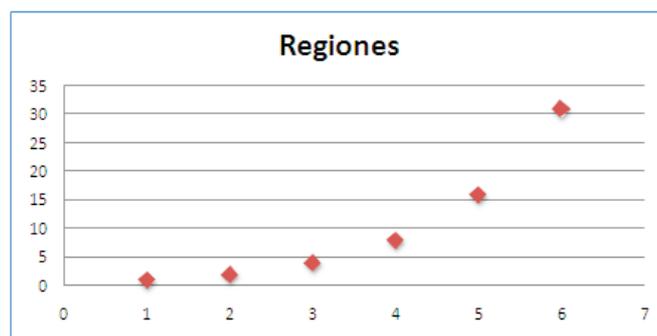


Figura 17

3. Encontramos las diferencias sucesivas con los datos de la columna de la cantidad de regiones.

3. ACTIVIDADES

No. de puntos	Regiones	Diferencia 1	Diferencia 2	Diferencia 3	Diferencia 4
1	1				
2	2	1			
3	4	2	1		
4	8	4	2	1	
5	16	8	4	2	1
6	31	15	7	3	1

Tabla 8

Las cuartas diferencias son constantes. Ajustaremos los datos del problema a una función polinómica de grado cuatro:

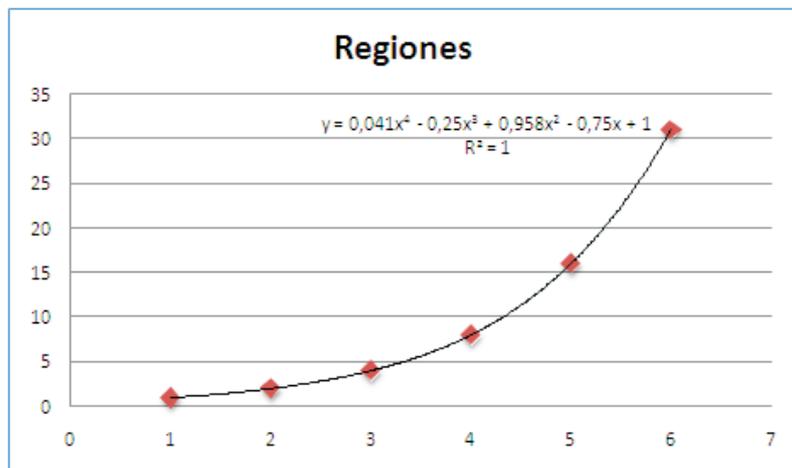


Figura 18

Conclusión:

La conjetura, ayudó a reorientar la solución del problema, se encontró que la cantidad de regiones en el caso n ésimo está dada por la siguiente expresión:

$$P(n) = \frac{1}{24}n^4 - \frac{1}{4}n^3 + \frac{23}{24}n^2 - \frac{3}{4}n + 1$$

3. ACTIVIDADES

Actividad 4. Modelación de Patrones Numéricos

Planteamiento del problema

Observar la siguiente secuencia de diferencias:

$$2^2 - 1^2 =$$

$$3^2 - 2^2 =$$

$$4^2 - 3^2 =$$

$$5^2 - 4^2 =$$

Observa el desarrollo de las primeras cinco diferencias y luego sin que hagas las últimas operaciones calcula el resultado para la fila 64. Luego encontrar una fórmula general.

Estrategia

- Para resolver el problema, el estudiante debe realizar las operaciones y fácilmente llegará a encontrar que las respuestas son números impares sucesivos:

$$2^2 - 1^2 = 3$$

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$4^2 - 3^2 = 7$$

$$5^2 - 4^2 = 9$$

A partir de estos resultados el estudiante puede llegar a la conjetura que la diferencia de dos cuadrados sucesivos es un número impar. Es decir:

$$(n + 1)^2 - n^2 = \text{impar}$$

3. ACTIVIDADES

Para resolver esta conjetura usaremos las reglas del procesamiento algebraico:

$$(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$$

Apoyo Tecnológico

Una forma de encontrar otra generalización al problema, con apoyo de las nuevas tecnologías, es con el software Microsoft Office Excel 2007, para esto se ejecutan los siguientes pasos:

1. Digitar los datos en una tabla, en la primera columna escribimos el número de la fila y en la segunda columna escribimos el resultado de las diferencias.

Fila No.	Resultado de la diferencia
1	3
2	5
3	7
4	9

Tabla 9

2. Encontramos las diferencias sucesivas con los datos de la columna de los resultados de la diferencia de dos cuadrados sucesivos.

Fila No.	Resultado de la diferencia	Diferencia 1
1	3	
2	5	2
3	7	2
4	9	2

Tabla 10

La primera diferencia es constante. Ajustaremos los datos del problema a una función lineal:

3. ACTIVIDADES

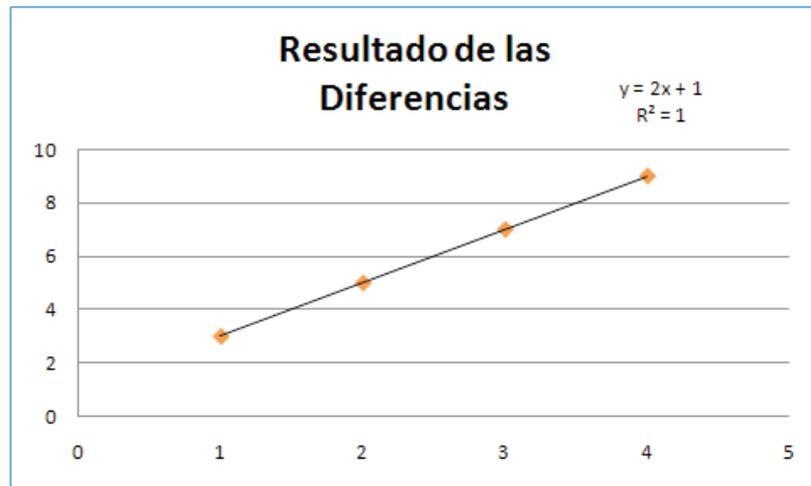


Figura 19

Conclusión:

Con lo cual queda demostrado que la diferencia de dos cuadrados sucesivos es un número impar, porque la expresión $2n + 1$, siendo n un número natural, representa cualquier impar.

Resolución de problemas con apoyo de Software Dinámico

Estrategia Didáctica

1. Familiarizar a estudiantes con herramientas de geometría dinámica y mostrar cómo puede ser utilizada para la resolución de problemas.
2. Implementar el uso de GeoGebra para construir ambientes de aprendizaje con tecnología aplicada.

La enseñanza de la geometría siempre ha sido un desafío. Puede ser vista de múltiples maneras: por ejemplo, como una ciencia que modela la realidad espacial o como un sistema formal. Por ello su enseñanza se debe hacer dando oportunidades a los estudiantes para desarrollar distintos tipos de actividades que permitan explorar, formular conjeturas y experimentar situaciones que les permitan explicar, probar o demostrar construcciones básicas con apoyo del software dinámico GeoGebra.

GeoGebra es un software libre y de plataformas múltiples que se abre a la educación para interactuar dinámicamente con la matemática, en un ámbito en que se reúnen la Geometría, el Algebra y el Análisis o Cálculo. Lo ha desarrollado Markus Hohenwarter en la Universidad Atlantic de Florida para la enseñanza de

4. Resolución de problemas con apoyo de Software Dinámico

matemática escolar. Desde el punto de vista geométrico GeoGebra es un sistema de geometría dinámica. Permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos y secciones cónicas como con funciones que a posteriori se pueden modificar dinámicamente.

Construcción de la Mediatriz de un segmento

Estrategia:

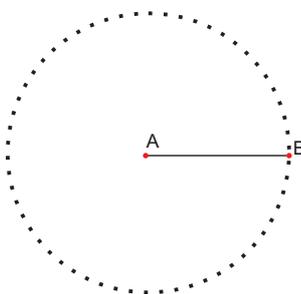
Para solucionar el problema, debemos recordar que la Mediatriz de un segmento, es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos del segmento.

Pasos para la construcción de la mediatriz de un segmento

- Construimos el segmento AB .

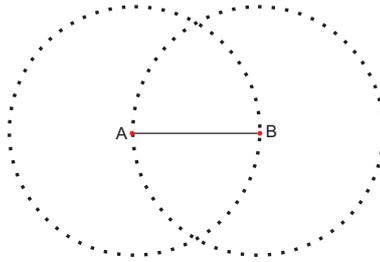


- Construye una (1) circunferencia con centro en A y radio AB .

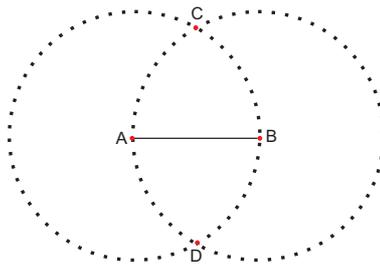


4. Resolución de problemas con apoyo de Software Dinámico

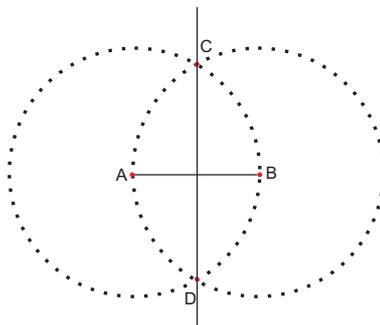
- c. Construye una (1) circunferencia con centro en B y radio AB .



- d. Ubica los puntos de intersección entre estas dos circunferencia con la letras C y D .



- e. Traza la recta que pasa por los puntos C y D .



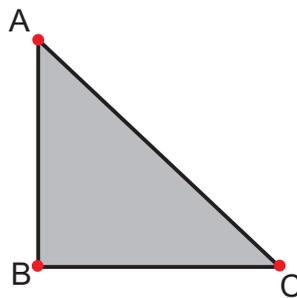
Por lo tanto, la recta que pasa por los puntos C y D es la mediatriz del segmento AB .

Circunferencia que circunscribe un triángulo

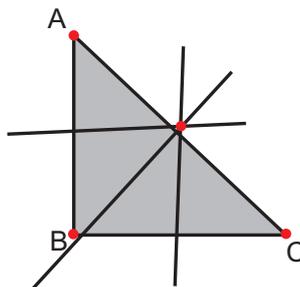
Objetivo: Construir un triángulo ABC a circunscribirlo con su circunferencia.

Pasos para la construcción de una circunferencia que circunscribe un triángulo

- a. Vamos a la opción de Polígono y creamos un triángulo ABC .

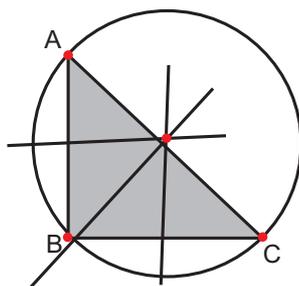


- b. Trazamos las medianas de los lados AB , BC y CA . Luego marcamos el circuncentro



4. Resolución de problemas con apoyo de Software Dinámico

- c. Para culminar la construcción, seleccionamos la Opción “Circunferencia dado su centro y uno de sus puntos”, para nuestra figura, el centro será el circuncentro y un punto puede ser cualquier vértice del triángulo ABC .



Comentario Final

- El objetivo fundamental en la Educación Matemática es proporcionar a los estudiantes un ambiente de aprendizaje en cuál sean participes del proceso de construcción y demostraciones de relaciones matemáticas. La aplicación de la Nuevas Tecnologías ayuda a los estudiantes para representaciones de objetos matemáticos que a la vez facilitaran la búsqueda de relaciones. Para poder llegar a esto, es importante que el maestro conozca el potencial de las herramientas tecnológicas y que sean capaces de encontrar nuevas metodologías que les permita utilizarlo en su labor como docente.

Conclusiones

- La aplicación de la Nuevas Tecnologías ayuda a los estudiantes para representaciones de objetos matemáticos que a la vez facilitaran la búsqueda de relaciones. Para poder llegar a esto, es importante que el maestro conozca el potencial de las herramientas tecnológicas y que sean capaces de encontrar nuevas metodologías que les permita utilizarlo en su labor como docente.
- El uso del software dinámico resulta una herramienta eficaz para los estudiantes en la forma de realizar representaciones dinámicas del problema que facilita encontrar relaciones matemáticas.
- Emplear software de geometría dinámica permite construir un representación del problema en términos de las propiedades de los objetos en estudio.
- Exponer los distintos resultados y las diferentes figuras pueden servir para relacionar entre sí las expresiones, y es una buena ocasión para estudiar propiedades de las operaciones, apoyándose en las distintas organizaciones de la figura que representa cada expresión.
- La resolución de problemas, favorece la motivación y el aprendizaje de conceptos matemáticos.
- Adquirir conocimientos matemáticos va más allá de memorizar un conjunto de reglas, algoritmos, definiciones, teoremas y técnicas para resolver problemas. Aprender matemáticas debe propiciar en el aula un ambiente donde

6. Conclusiones

el estudiante se participe de hacer preguntas, comunicar sus ideas, hacer conjeturas y formular contraejemplos.

- El desarrollo de las competencias matemáticas, ofrece un panorama alentador. Es decir, los investigadores en Educación Matemática deben tomar en consideración los cambios que introducen la presencia y la aplicación de este nuevo enfoque didáctico.

Bibliografía

- Benítez, D. (2006) Formas de razonamiento que desarrollan estudiantes universitarios en la resolución de problemas con el uso de tecnología. Tesis de Doctorado. Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV. México, D.F.
- Benítez, D. y Mederos, O. (2010). El Desarrollo de Competencias Disciplinarias de matemáticas en el Ámbito Escolar, Universidad de Coahuila, México.
- Corbalán, F. (1998) Juegos Matemáticos para Secundaria y Bachillerato. Síntesis. Madrid
- Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2011. Año 6. Número 8. Costa Rica.
- Ferragina, R. y Bifano, F. (2011). Geometría y TICs. Una propuesta integradora para la construcción de las cónicas en la formación docente. Trabajo presentado en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Recife, Pernambuco, Brasil.
- Giménez. J. (2010) Taller sobre regularidades y variabilidad. Cuaderno de Investigación, Barcelona, España.
- Hohenwater, M. y Hohenwater, J. (2009). Documento de ayuda de GeoGebra, Manual Oficial de la versión 3.2.

7. Bibliografía

- Mancera, Eduardo y Escareño, F. (1993); Problemas, maestros y la resolución de problemas; Educación Matemática, Vol. 5, No. 3, México.
- Ministerio de Educación Nacional (1999). Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas. Editorial Magisterio. Santa Fe de Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional (2003). Estándares curriculares para matemáticas. Santa Fe de Bogotá.
- Olfos, R. (2001). Actividades Lúdicas y juegos en la Iniciación del Álgebra. Notas de investigación. Universidad de la Serena, Chile.
- Polya, G. (1965). ¿Cómo plantear y resolver problemas de matemáticas? Editorial Trillas. México.
- Santos, L. M. (1993); La resolución de problemas: Elementos para una propuesta en el aprendizaje de las matemáticas; Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas, Cuadernos de Investigación, No.25, México.
- Santos, M. y Benítez, D. (2003). Herramientas tecnológicas en el desarrollo de sistemas de representación en la resolución de problemas. Perfiles Educativos. Vol. XV. No 100. Universidad Nacional Autónoma de México. (pp. 23-41).
- Santos, L. (2007). La educación Matemática, Resolución de problemas y empleo de herramientas computacionales. Trabajo presentado en la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Querétaro, México.
- Trumper, R. y Sánchez, D. (2011). Geometría dinámica y polígonos. Trabajo presentado en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Recife, Pernambuco, Brasil.

ANEXOS

Póster

Desarrollar y aplicar nuevas metodologías para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA
¿Es posible mediante la creación de espacios diferentes al aula de clase, proporcionar a niños niñas y jóvenes herramientas para desarrollar el talento, capacidades y gusto por la matemática?

OBJETIVOS
Inculcar en los estudiantes del departamento del Huila el gusto por la matemática
Generar una manera distinta de ver la matemática mediante la Matemática Recreativa y la investigación escolar.
Emplear los recursos que posee la Universidad Surcolombiana para proyectar un desarrollo social y académico en los niños, niñas y jóvenes del Departamento del Huila.

ESTRATEGIAS
Convocar a los estudiantes de las instituciones educativas de Neiva para la consolidación del Club de Apoyo Matemático del Huila "CAMATH".
Consultar periódicamente en diferentes medios para complementar nuestros conocimientos con programas que desarrollan diferentes clubes matemáticos de Colombia y del mundo.
Participar activamente en diferentes actividades organizadas por universidades y otras entidades con el fin de socializar los resultados de nuestras investigaciones
Diseñar nuestra revista especializada para socializar los resultados de los procesos de investigación.
Publicar periódicamente temas de interés en nuestra página web con el fin de generar interacción con los visitantes, como se hace actualmente a través del facebook.

CONCLUSIONES
A través de la participación en las actividades del club, se ha logrado una mejora significativa en los resultados académicos y en la actitud de los estudiantes hacia la clase de matemática.
Se han diseñado, recopilado, aplicado y evaluado al rededor de 20 guías de trabajo; los resultados de este trabajo, se han socializado en diferentes eventos a nivel regional nacional e internacional, tanto por la directora del grupo E-MATH, como por los líderes de los diferentes semilleros y los mismos participantes.

DESARROLLAR Y APLICAR NUEVAS METODOLOGÍAS PARA FORTALECER LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA.
Comité de Apoyo Matemático del Huila
Universidad Surcolombiana - Neiva - Huila - Colombia
www.universidadsurcolombiana.edu.co

Esta investigación está enmarcada en las líneas de investigación: - Desarrollo Hu-

8. ANEXOS

mano Integral y Educación y Saberes Específicos de la facultad de Educación; educación Matemática y Desarrollo Del Pensamiento Matemático del grupo E.MAT.H, en ese orden el desarrollo de nuevas metodologías para fortalecer los procesos de enseñanza, surge como una necesidad para el fomento de la investigación matemática.

Difusión de la Propuesta

El trabajo de Investigación “Desarrollar y aplicar nuevas metodologías para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”, se ha expuesto en los siguientes eventos a nivel regional, nacional e internacional.

- XIII CIAEM - Conferencia Interamericana de Educación Matemática realizada en el período de 26 a 30 de junio de 2011 en la Universidad Federal de Pernambuco - Recife - PE Brasil. Las CIAEM pone su énfasis en la calidad académica y científica de los eventos, en la consignación de resultados de investigación y de propuestas serias para mejorar la educación matemática. Los ejes actuales de la actividad del CIAEM son la formación de educadores y la resolución de problemas.
- XIV encuentro Nacional y VIII Encuentro Internacional de semilleros de Investigación, desarrollado por la redCOLSI del 13 al 16 de octubre de 2011, en la ciudad de Neiva, Huila, Colombia. La Red Colombiana de Semilleros de Investigación, RedCOLSI, es una organización no gubernamental, expresión de un movimiento científico de cobertura nacional integrado principalmente por estudiantes de educación superior organizados en semilleros de investigación que tratan de dar cuerpo al proceso de formación de una cultura científica para todo el país. A este proceso también se han venido vinculando estudiantes y docentes provenientes de la educación básica.
- Primer Encuentro Regional de Investigadores y Semilleros de Investigación en Educación, organizado por la Universidad de la Amazonía del 23 al 24 de

8. ANEXOS

septiembre de 2010 en la ciudad de Florencia, Caquetá, Colombia.

- III Semana Departamental de la Ciencia y la Tecnología, organizada en la Universidad Surcolombiana, durante los días 4 y 5 de octubre del 2010, en la ciudad de Neiva, Huila, Colombia.
- III Foro Internacional de Matemáticas, FIMUSCO. Neiva, Octubre 28 y 29 de 2010.