



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, 28 de noviembre de 2022

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

GABRIELA MONTAÑA GOMEZ, con C.C. No. 1005870923,

MARCELA RODRIGUEZ RODRIGUEZ, con C.C. No. 1001282055,

_____, con C.C. No. _____,

_____, con C.C. No. _____,

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado o _____

titulado APENDIENDO, MANIPULANDO Y CREANDO CON FRACCIONES EQUIVALENTES EN
DIFERENTES CONTEXTOS PARA ESTUDIANTES DEL GRADO QUINTO

presentado y aprobado en el año 2022 como requisito para optar al título de

LICENCIADOS EN MATEMÁTICAS;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: *Marcela Rodríguez R.*

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: *Gabriel Montaña*

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: _____

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: _____



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: “Aprendiendo, manipulando y creando con fracciones equivalentes en diferentes contextos para estudiantes del grado quinto”

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Montaña Gomez Rodríguez Rodríguez	Gabriela Marcela

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Duarte Vidal	Julio Cesar

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Licenciados en Matemáticas

FACULTAD: Educación

PROGRAMA O POSGRADO: Licenciatura en Matemáticas



CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2022

NÚMERO DE PÁGINAS: 148

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas___ Fotografías__X Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general_X Grabados
Láminas_ Litografías _____ Mapas_ Música impresa_ Planos_ Retratos_ Sin ilustraciones_ Tablas o
Cuadros__X

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: Ninguno.

MATERIAL ANEXO: Prueba diagnóstica

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español

inglés

- | | |
|----------------------------|----------------------|
| 1. Fracciones equivalentes | Equivalent fractions |
| 2. enseñanza-aprendizaje | Teaching-learning |
| 3. secuencia didáctica | Didactic sequence |

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

El proyecto busca implementar una manera posiblemente adecuada para la enseñanza de fracciones equivalentes, consiste en aplicar y desarrollar la secuencia didáctica “Aprendiendo, Manipulando y Creando” con el objetivo de identificar si facilita el desarrollo, el interés, habilidades y relación de este contenido con el entorno del estudiante haciendo pruebas diagnósticas al inicio y al final para observar la transformación del nivel cognitivo del estudiante. Esta secuencia incluye diversos contextos con diferentes materiales manipulables de la vida cotidiana y se divide en distintas etapas: tablas de equivalencia (tiras de papel), círculos de papel, mandarinas, conjuntos de personas o elementos, laboratorio con líquidos y transición de la tira



de papel a la recta numérica. Teniendo en cuenta el análisis de las pruebas, los talleres, la aplicación de las guías y actividades de la secuencia didáctica se ve reflejado la eficiencia, la asertividad y lo oportuno del proceso de investigación en los dos estudiantes del grado 501 jornada mañana de la Institución Educativa El Limonar quienes lograron el reconocimiento y aprendizaje del concepto de fracción equivalente en diferentes contextos, con el uso de esta secuencia.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The project seeks to implement a possibly adequate way to teach equivalent fractions, it consists of applying and developing the didactic sequence "Learning, Manipulating and Creating" with the aim of identifying if it facilitates the development, interest, skills, and relationship of this content with the student's environment by doing diagnostic tests at the beginning and at the end to observe the transformation of the student's cognitive level. This sequence includes various contexts with different manipulable materials of everyday life and is divided into different stages: equivalence tables (paper strips), paper circles, tangerines, groups of people or elements, laboratory with liquids and transition of the paper strip. paper to the number line. Taking into account the analysis of the tests, the workshops, the application of the guides and activities of the didactic sequence, the efficiency, assertiveness and appropriateness of the research process are reflected in the two students of the 501st grade, morning session of the Institution Educativa "El Limonar" who achieved the recognition and learning of the concept of equivalent fraction in different contexts, with the use of this sequence.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre presidente jurado: Johnny Fernando Alvis

Puentes

Firma: *Johnny fernando Alvis Puentes*

Nombre Jurado:

Firma:



CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	4 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

Aprendiendo, manipulando y creando con fracciones equivalentes en diferentes
contextos para estudiantes del grado quinto

Gabriela Montaña Gomez y Marcela Rodríguez Rodríguez

Universidad Surcolombiana, Neiva, Huila

Este trabajo fue realizado con la ayuda y asesoramiento del

Mag. Julio Cesar Duarte Vidal

Cuenta con la corrección del Mag. Johnny Fernando Alvis Puentes

Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas

2022

Aprendiendo, manipulando y creando con fracciones equivalentes en diferentes
contextos para estudiantes del grado quinto

GABRIELA MONTAÑA GOMEZ

u20171157720@usco.edu.co

MARCELA RODRIGUEZ RODRIGUEZ

u20171158021@usco.edu.co

Docente Asesor:

Mag. Julio Cesar Duarte Vidal

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

NEIVA – HUILA

2022

Notas:

Jefe de programa

Asesor de tesis

Segundo lector

AGRADECMIENTOS

Al ver el resultado logrado con este ambicioso proyecto, solamente se nos cruza por la cabeza una palabra: ¡Gracias!

Todo el trabajo realizado fue posible gracias al apoyo incondicional del Mag. JULIO CESAR DUARTE VIDAL, nuestro asesor de tesis y docente a lo largo de estos 5 años de proceso estudiantil, y segundo lector Mag. JOHNNY FERNANDO ALVIS PUENTES, cuya dedicación fue protagonista en incontables ocasiones.

Gracias, también, a nuestros padres, que nos dieron todo lo que necesitamos para culminar estos estudios, y a nuestros amigos, que nos dieron su contención.

Nada de esto hubiera sido posible sin ustedes. Este trabajo es el resultado de un sinfín de acontecimientos que poco tuvieron que ver con lo académico, sino más bien, con el amor.

Gracias infinitas a ustedes y, por supuesto, a Dios, por ponerlos en nuestro camino.

TABLA DE CONTENIDO

1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA	16
1.2. Formulación del problema.....	17
1.3. Objetivos.....	19
1.3.1. Objetivo general:.....	19
1.3.2. Objetivos específicos:	19
2. MARCO REFERENCIAL	20
2.1. Marco teórico.....	20
2.1.1. Enseñanza de las matemáticas	20
2.1.2. Fracciones	23
2.1.3. Fracciones equivalentes	29
2.1.4. Las tiras de papel	33
2.2. Marco legal	33
3. MARCO METODOLÓGICO.....	37
3.1. Naturaleza de la investigación.....	37
3.2. Sujeto de investigación.....	38
3.3. Fases	38
3.3.1. Fase 1	39
3.3.2. Fase 2	40
3.3.3. Fase 3	41

3.3.4. Fase 4	43
3.3.5. Fase 5	45
3.3.6. Fase 6	46
3.3.7. Fase 7	48
3.3.8. Fase 8	49
3.3.9. Fase 9	51
4. ANÁLISIS DE DATOS	52
4.1. Caracterización de nivel cognitivo de estudiantes por medio de la prueba diagnóstica (1) y final (2)	52
4.1.1. Análisis de resultados de las pruebas diagnóstica y final.	52
4.1.2. Análisis de resultados de prueba 1 y 2, estudiante N°2	69
4.1.3. Análisis gráfico y numérico de prueba diagnóstica y final.....	84
4.1.3.1. Análisis gráfico y numérico de prueba diagnóstica y final estudiante 1.	85
4.1.3.2. Análisis gráfico y numérico de prueba diagnóstica y final Estudiante 2.	86
4.2. Construcción de secuencia didáctica “Aprendiendo, manipulando y creando” ...	88
4.2.1. Racionales Equivalentes en el Contexto de las Tiras de Papel	91
4.2.2. Guía No. 1: Tablas de Equivalencia con tiras de papel.	93
4.2.3. Guía No. 2: Círculos.	98
4.2.3.1. Taller de Círculos:.....	101
4.2.4. Guía No. 3: Mandarinas.	103

4.2.5. Guía No. 4: Conjuntos.	106
4.2.5.1. Taller de Conjuntos.	111
4.2.6. Guía No. 5: Líquidos.....	113
4.2.7. Guía No. 6: Traslación de las tiras de papel a la recta numérica.	118
4.2.8. Guía No.7: Concepto de Fracciones Equivalentes.....	121
4.3. Reconocimiento de Dificultades y Habilidades.....	123
5. CONCLUSIONES	133
5.1. Referente al objetivo general.....	133
5.2. Referente a los objetivos específicos.....	134
6. REFERENCIAS	135
7. ANEXOS.....	141
7.1. Prueba diagnóstica.....	141

Índice de ilustraciones

ILUSTRACIÓN 1, REPRESENTACIÓN GRÁFICA A LA SIMBÓLICA	30
ILUSTRACIÓN 2, REPRESENTACIÓN GRÁFICA.....	31
ILUSTRACIÓN 3, PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	53
ILUSTRACIÓN 4, PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	56
ILUSTRACIÓN 5, PRUEBA DIAGNÓSTICA	60
ILUSTRACIÓN 6, PRUEBA DIAGNÓSTICA	60
ILUSTRACIÓN 7, PRUEBA DIAGNÓSTICA	62
ILUSTRACIÓN 8, PRUEBA DIAGNÓSTICA	62
ILUSTRACIÓN 9, PRUEBA DIAGNÓSTICA	64
ILUSTRACIÓN 10, PRUEBA DIAGNÓSTICA	67
ILUSTRACIÓN 11, PRUEBA DIAGNÓSTICA	67
ILUSTRACIÓN 12, PRUEBA DIAGNÓSTICA	69
ILUSTRACIÓN 13, PRUEBA DIAGNÓSTICA	72
ILUSTRACIÓN 14, PRUEBA DIAGNÓSTICA	76
ILUSTRACIÓN 15, PRUEBA DIAGNÓSTICA	76
ILUSTRACIÓN 16, PRUEBA DIAGNÓSTICA	78
ILUSTRACIÓN 17, PRUEBA DIAGNÓSTICA	78
ILUSTRACIÓN 18, PRUEBA DIAGNÓSTICA	80
ILUSTRACIÓN 19, PRUEBA DIAGNÓSTICA	82
ILUSTRACIÓN 20, PRUEBA DIAGNÓSTICA	83
ILUSTRACIÓN 21, RACIONALES EQUIVALENTES	91
ILUSTRACIÓN 22, RACIONALES EQUIVALENTES	92
ILUSTRACIÓN 23, RACIONALES EQUIVALENTES	93

ILUSTRACIÓN 24, TABLA DE EQUIVALENCIAS	95
ILUSTRACIÓN 25, TABLA DE EQUIVALENCIAS	96
ILUSTRACIÓN 26, TABLA DE EQUIVALENCIAS	97
ILUSTRACIÓN 27, CÍRCULOS DE PAPEL	99
ILUSTRACIÓN 28, CÍRCULOS DE PAPEL	99
ILUSTRACIÓN 29, CÍRCULOS DE PAPEL	100
ILUSTRACIÓN 30, CÍRCULOS DE PAPEL	100
ILUSTRACIÓN 31, CÍRCULOS DE PAPEL	101
ILUSTRACIÓN 32, CÍRCULOS DE PAPEL	101
ILUSTRACIÓN 33, TALLER CÍRCULOS DE PAPEL	102
ILUSTRACIÓN 34, TALLER CÍRCULOS DE PAPEL	103
ILUSTRACIÓN 35, MANDARINAS	104
ILUSTRACIÓN 36, MANDARINAS	105
ILUSTRACIÓN 37, MANDARINAS	105
ILUSTRACIÓN 38, MANDARINAS	106
ILUSTRACIÓN 39, MANDARINAS	106
ILUSTRACIÓN 40, CONJUNTOS.....	107
ILUSTRACIÓN 41, CONJUNTOS.....	108
ILUSTRACIÓN 42, CONJUNTOS.....	108
ILUSTRACIÓN 43, CONJUNTOS.....	109
ILUSTRACIÓN 44, CONJUNTOS.....	110
ILUSTRACIÓN 45, CONJUNTOS.....	111
ILUSTRACIÓN 46, TALLER DE CONJUNTOS.....	111
ILUSTRACIÓN 47, TALLER DE CONJUNTOS.....	112

ILUSTRACIÓN 48, TALLER DE CONJUNTOS.....	113
ILUSTRACIÓN 49, TALLER DE CONJUNTOS.....	113
ILUSTRACIÓN 50, LÍQUIDOS	115
ILUSTRACIÓN 51, LÍQUIDOS	115
ILUSTRACIÓN 52, LÍQUIDOS	116
ILUSTRACIÓN 53, LÍQUIDOS	117
ILUSTRACIÓN 54, TRASLACIÓN DE LAS TIRAS DE PAPEL A LA RECTA NUMÉRICA	118
ILUSTRACIÓN 55, TRASLACIÓN DE LAS TIRAS DE PAPEL A LA RECTA NUMÉRICA	119
ILUSTRACIÓN 56, TRASLACIÓN DE LAS TIRAS DE PAPEL A LA RECTA NUMÉRICA	119
ILUSTRACIÓN 57, TRASLACIÓN DE LAS TIRAS DE PAPEL A LA RECTA NUMÉRICA	120
ILUSTRACIÓN 58, CONCEPTO DE FRACCIONES EQUIVALENTES	121
ILUSTRACIÓN 59, CONCEPTO DE FRACCIONES EQUIVALENTES	122
ILUSTRACIÓN 60, CONCEPTO DE FRACCIONES EQUIVALENTES	122
ILUSTRACIÓN 61, CONCEPTO DE FRACCIONES EQUIVALENTES	123

Índice de evidencias

EVIDENCIA 1, CLASE 1.....	39
EVIDENCIA 2, CLASE 1.....	39
EVIDENCIA 3, CLASE 2.....	40
EVIDENCIA 4, CLASE 2.....	40
EVIDENCIA 5, CLASE 3.....	42
EVIDENCIA 6, CLASE 3.....	42
EVIDENCIA 7, CLASE 4.....	43
EVIDENCIA 8, CLASE 4.....	44
EVIDENCIA 9, CLASE 5.....	45
EVIDENCIA 10, CLASE 5.....	46
EVIDENCIA 11, CLASE 6.....	47
EVIDENCIA 12, CLASE 7.....	48
EVIDENCIA 13, CLASE 7.....	48
EVIDENCIA 14, CLASE 7.....	49
EVIDENCIA 15, CLASE 8.....	50
EVIDENCIA 16, CLASE 8.....	50
EVIDENCIA 17, CLASE 9.....	51
EVIDENCIA 18, CLASE 9.....	51
EVIDENCIA 19, PRUEBA DIAGNÓSTICA	53
EVIDENCIA 20, PRUEBA DIAGNÓSTICA	54
EVIDENCIA 21, PRUEBA DIAGNÓSTICA	55
EVIDENCIA 22, PRUEBA DIAGNÓSTICA	56
EVIDENCIA 23, PRUEBA DIAGNÓSTICA	57

EVIDENCIA 24, PRUEBA DIAGNÓSTICA	57
EVIDENCIA 25, PRUEBA DIAGNÓSTICA	59
EVIDENCIA 26, PRUEBA DIAGNÓSTICA	59
EVIDENCIA 27, PRUEBA DIAGNÓSTICA	61
EVIDENCIA 28, PRUEBA DIAGNÓSTICA	61
EVIDENCIA 29, PRUEBA DIAGNÓSTICA	63
EVIDENCIA 30, PRUEBA DIAGNÓSTICA	63
EVIDENCIA 31, PRUEBA DIAGNÓSTICA	65
EVIDENCIA 32, PRUEBA DIAGNÓSTICA	66
EVIDENCIA 33, PRUEBA DIAGNÓSTICA	68
EVIDENCIA 34, PRUEBA DIAGNÓSTICA	68
EVIDENCIA 35, PRUEBA DIAGNÓSTICA	70
EVIDENCIA 36, PRUEBA DIAGNÓSTICA	70
EVIDENCIA 37, PRUEBA DIAGNÓSTICA	71
EVIDENCIA 38, PRUEBA DIAGNÓSTICA	71
EVIDENCIA 39, PRUEBA DIAGNÓSTICA	73
EVIDENCIA 40, PRUEBA DIAGNÓSTICA	73
EVIDENCIA 41, PRUEBA DIAGNÓSTICA	75
EVIDENCIA 42, PRUEBA DIAGNÓSTICA	75
EVIDENCIA 43, PRUEBA DIAGNÓSTICA	77
EVIDENCIA 44, PRUEBA DIAGNÓSTICA	77
EVIDENCIA 45, PRUEBA DIAGNÓSTICA	79
EVIDENCIA 46, PRUEBA DIAGNÓSTICA	79
EVIDENCIA 47, PRUEBA DIAGNÓSTICA	81

EVIDENCIA 48, PRUEBA DIAGNÓSTICA	81
EVIDENCIA 49, PRUEBA DIAGNÓSTICA	83
EVIDENCIA 50, PRUEBA DIAGNÓSTICA	84
EVIDENCIA 51, TALLER DE CÍRCULOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 52, TALLER DE CONJUNTOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 53, TALLER DE CÍRCULOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 54, TALLER DE CONJUNTOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 55, TALLER DE CONJUNTOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 56, TALLER DE CONJUNTOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 57, TALLER DE CONJUNTOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 58, TALLER DE CONJUNTOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 59, TALLER DE CONJUNTOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 60, TALLER DE CONJUNTOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
EVIDENCIA 61, TALLER DE LÍQUIDOS	130
EVIDENCIA 62, TALLER DE LÍQUIDOS	131

Resumen

El proyecto busca implementar una manera posiblemente adecuada para la enseñanza de fracciones equivalentes, consiste en aplicar y desarrollar la secuencia didáctica “Aprendiendo, Manipulando y Creando” con el objetivo de identificar si facilita el desarrollo, el interés, habilidades y relación de este contenido con el entorno del estudiante haciendo pruebas diagnósticas al inicio y al final para observar la transformación del nivel cognitivo del estudiante. Esta secuencia incluye diversos contextos con diferentes materiales manipulables de la vida cotidiana y se divide en distintas etapas: tablas de equivalencia (tiras de papel), círculos de papel, mandarinas, conjuntos de personas o elementos, laboratorio con líquidos y transición de la tira de papel a la recta numérica. Teniendo en cuenta el análisis de las pruebas, los talleres, la aplicación de las guías y actividades de la secuencia didáctica se ve reflejado la eficiencia, la asertividad y lo oportuno del proceso de investigación en los dos estudiantes del grado 501 jornada mañana de la Institución Educativa El Limonar quienes lograron el reconocimiento y aprendizaje del concepto de fracción equivalente en diferentes contextos, con el uso de esta secuencia.

Abstract

The project seeks to implement a possibly adequate way to teach equivalent fractions, it consists of applying and developing the didactic sequence "Learning, Manipulating and Creating" with the aim of identifying if it facilitates the development, interest, skills, and relationship of this content with the student's environment by doing diagnostic tests at the beginning and at the end to observe the transformation of the student's cognitive level. This sequence includes various contexts with different

manipulable materials of everyday life and is divided into different stages: equivalence tables (paper strips), paper circles, tangerines, groups of people or elements, laboratory with liquids and transition of the paper strip. paper to the number line. Taking into account the analysis of the tests, the workshops, the application of the guides and activities of the didactic sequence, the efficiency, assertiveness and appropriateness of the research process are reflected in the two students of the 501st grade, morning session of the Institution Educative “El Limonar” who achieved the recognition and learning of the concept of equivalent fraction in different contexts, with the use of this sequence.

Palabras claves

Fracciones equivalentes, enseñanza-aprendizaje, secuencia didáctica.

1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

1.1. Introducción

En el contexto educativo se puede observar el desinterés de los estudiantes hacia las matemáticas y al desarrollo de esta destreza, pero esto va más allá de un solo preconcepción que es establecido por su entorno, sino también por la poca relación que existe de las matemáticas con la vida cotidiana y lo tangible que no es comúnmente generada por sus docentes ni por su comunidad.

Gran parte de las matemáticas escolares se dedica a la enseñanza de conceptos y procedimientos basados en aquellas unidades que forman el núcleo de la aritmética de números enteros (unos, decenas, centenas, etc.). Pero otros temas como fracciones y decimales exigen una comprensión nueva y ampliada de las unidades y sus relaciones. (Behr, Wachsmuth, Post, & Lesh, 1984) han observado cómo las ideas de números enteros de los niños interfieren con sus esfuerzos por aprender fracciones y fracciones equivalentes, estos conceptos ocupan un lugar importante dentro de los grados tercero, cuarto y quinto según los estándares de competencias matemáticas establecidos por el (MEN, 2006). Sin embargo, en primaria usualmente los contenidos ligados con las fracciones son presentados a los estudiantes como el producto acabado de la actividad matemática, es decir, la enseñanza tradicional de esta disciplina ha hecho hincapié en la memorización de fórmulas para resolver operaciones con fraccionarios y propiedades; mediante elaboraciones mecanicistas y descontextualizadas, por ello, la investigación se basa en implementar una manera posiblemente adecuada para la enseñanza de fracciones equivalentes por medio de la secuencia didáctica “*Aprendiendo, Manipulando y Creando*” con el objetivo de

identificar si facilita el desarrollo, el interés, habilidades y relación de este con el entorno del estudiante.

1.2. Formulación del problema

La iniciativa de esta investigación surge a través de la reflexión que se obtuvo con base a lo que afirma (Shulman, 1986, pág. 9) “los profesores no sólo tienen o deben conocer y comprender el contenido de su materia, sino también cómo enseñar ese contenido de manera efectiva, es decir, conocer lo que parece ser más fácil o difícil para los estudiantes, cómo organizar, secuenciar y presentar el contenido para promover el interés y habilidades del estudiante”, esta carencia se evidencia en las aulas de clases ya que gran parte de los docentes no promueven el interés, motivación y el desarrollo de habilidades debido a que no cuentan con herramientas didácticas dada la formación que tuvieron y que ha sido netamente matemática. De acuerdo con la investigación titulada “El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos”, las autoras concluyeron que los docentes conocen la importancia del material didáctico; sin embargo, carecen de elementos para llevarlo a la práctica, aunque su implementación sea fundamental para el proceso de un aprendizaje significativo. (Manrique & Gallego, 2013)

En el caso particular de las matemáticas en la primaria, a menudo se observa cómo la mayoría de los alumnos muestran una actitud de rechazo debido al problema mencionado. Según (Rodríguez, 2017) es necesario y además importante manipular, simular, discutir, compartir, imaginar, observar y visualizar para aprender y adquirir un conocimiento significativo, de tal manera que es contraproducente mencionar que el escuchar y repetir al profesor es sinónimo de

aprender, asimismo la falta de reconocimiento por parte del docente hacia los errores más comunes y básicos limitan la adquisición de aprendizajes ya que no se analiza como los estudiantes entienden e interpretan los problemas y además no se tienen en cuenta como utilizan los procedimientos; en cuanto al comienzo del aprendizaje de las fracciones equivalentes los alumnos no pueden manipular símbolos, por esto, se cree conveniente que para introducir al tema de fracciones equivalentes se debe enseñar primero las representaciones para que los estudiantes finalicen en la interpretación simbólica (Dickson, Brown, & Gibson, 1991), esto reafirma la importancia de los recursos didácticos ya que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Ante esta problemática, surge la pregunta investigativa: ¿Se generó aprendizaje significativo con la implementación de la secuencia didáctica “Aprendiendo, Manipulando y Creando” con materiales didácticos a la construcción del concepto de fracciones equivalentes en los estudiantes del grado quinto en la institución educativa El Limonar?

Para dar respuesta a esta, se quiere estimular la enseñanza a través de la secuencia didáctica “*Aprendiendo, Manipulando y Creando*” enfocada en las fracciones equivalentes, cabe mencionar que, se dará uso a los estándares básicos de aprendizaje y lineamientos curriculares, donde se empieza a instruir dicho tema. Además, se desea lograr que los estudiantes se motiven a investigar sobre dicho tema, es decir, contribuyendo a las diferentes habilidades que se piensan adquirir para la vida cotidiana, como la resolución de problemas, razonamiento lógico, entre otros; tomando así, un papel importante en el ámbito académico y vivencial.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general:

Generar la construcción del concepto de fracciones equivalentes en estudiantes del grado quinto a partir del uso de tiras de papel, círculos de papel y otras herramientas didácticas.

1.3.2. Objetivos específicos:

- Caracterizar el nivel cognitivo de los estudiantes frente al concepto de fracciones equivalentes.
- Construir una secuencia didáctica que permita la construcción del concepto de fracciones equivalentes en estudiantes del grado 5.
- Reconocer las dificultades en la construcción del concepto de fracciones equivalentes en estudiantes del grado 5.

2. MARCO REFERENCIAL

2.1. Marco teórico

2.1.1. Enseñanza de las matemáticas

Se brinda al lector una revisión panorámica de la enseñanza de las matemáticas al punto de generar un interés a la investigación situándolo en el lugar ideológico, cultural y social desde el cual se desarrolla este tema. Se pretende dar a conocer una innovación matemática donde la finalidad es que el estudiante desarrolle su creatividad, su habilidad comparativa y que además observe diferentes contextos por medio de las principales fases de la enseñanza: la planeación, la ejecución y la evaluación.

Según (Vicencç, 2017) afirma que se debe: “Conocer, analizar y aplicar propuestas docentes innovadoras y técnicas básicas de investigación y evaluación educativas en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas. Conocer las fases y factores a tener en cuenta a la hora de diseñar y desarrollar proyectos de innovación educativa, en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas”. Finaliza comentando que se deben aplicar metodologías de la enseñanza de la matemática, pero en situaciones investigativas reales.

Se considera que una propuesta innovadora es la utilización de recursos manipulativos adecuadamente seleccionados como actividades de motivación, de desarrollo e incluso de consolidación y asimismo facilitando una mejor comprensión de conceptos y procedimientos, siguiendo una de las líneas metodológicas que nos vienen dadas por las administraciones educativas. De esta forma se contribuye al principio de aprendizaje (basado en las teorías psicopedagógicas actuales) facilitar la construcción de los aprendizajes significativos, además de crear situaciones motivadoras para facilitar el aprendizaje de nuestro alumnado que carece en su

mayoría de falta de motivación hacia nuestra materia. Garantizando así un aprendizaje más satisfactorio. (PÉREZ, 2009)

Por otro lado, (Arias, 2009) resalta la simulación como propuesta innovadora y que además puede utilizarse como un recurso para la formación de nuevos conceptos, como para la adquisición de conocimientos, destrezas, estrategias y comportamiento.

Según (Pérez, 2011). “Los simuladores en la educación son una herramienta muy útil de aprendizaje. Facilitan al alumno y profesor el desarrollo del conocimiento con alto grado de autonomía, comprensión de situaciones reales.” Enfatizando en esta área del conocimiento los simuladores matemáticos ofrecen variedades de temas, contienen una explicación muy didáctica, divertida, entretenida y sobre todo con la mayor claridad posible, con muchos ejemplos de aplicación a la vida cotidiana para que el usuario le saque el mejor provecho a este tipo de herramientas que abundan en internet. (Duran, 2012)

Los alumnos aprenden y se desarrollan en la medida en que construyen significados apropiados en torno a los contenidos a estudiar (Solé & Coll, 1999). Seguidamente, se hace énfasis en el valor cognitivo, como manifiesta (Charnay, 2001), cuando lo que se ha enseñado esté cargado de significado para el alumno. Este significado puede darse a dos niveles: a un nivel externo donde se pretende entender cuál es el campo de utilización del saber y a nivel interno por qué y cómo funciona ese saber. Se dice así, que un concepto matemático tiene significado para el alumno cuando este además de repetirlo es capaz de resignificarlo, adaptarlo y transferirlo a situaciones que le permitan resolver problemas.

Hay situaciones específicas de los lineamientos en matemáticas, donde manifiestan la necesidad de establecer competencias para el desarrollo y comprensión de un tema. Es muy necesario iniciar con competencias comunicativas que pretende la comprensión de toda la

simbología matemática que en este caso son las fracciones equivalentes. En este sentido, se utilizó la teoría de Hiebert sobre el desarrollo de la comprensión del significado de los símbolos y procedimientos matemáticos como esquema analítico para interpretar los datos. En su teoría, (Hiebert, 1988) propone una sucesión de procesos cognitivos que se acumulan para producir competencia con los símbolos matemáticos escritos.

La importancia de la partición en la generación de unidades también fue reconocida por (McLellan & Dewey, 1908) cuando señalaron lo siguiente: La introducción adecuada a las operaciones numéricas es presentando el material de tal manera que requiera una operación mental de separación rítmica y es decir, una cualidad o magnitud debe presentarse de tal manera que implique tanto la separación (separación mental, es decir, de valores, no necesariamente partición física) en partes y la recomposición de las partes en el todo. El análisis da posesión de la unidad de medida; la síntesis, o recomposición, da el valor absoluto de la magnitud; el proceso en sí saca a relucir la proporción, el número puro.

(McLellan & Dewey, 1908) también argumentaron que las operaciones mentales de despedida y silbido son esenciales para desarrollar operaciones numéricas que fomenten gradualmente el reconocimiento de la función de una unidad. Además, observaron que la idea de unidad "nunca es una cosa, sino siempre esa cosa utilizada como base para contar y así medir algún todo o cantidad".

Según (Rodríguez, 2017) es necesario y además importante manipular, simular, discutir, compartir, imaginar, observar y visualizar para aprender y adquirir un conocimiento significativo, de tal manera que es contraproducente mencionar que el escuchar y repetir al profesor es sinónimo de aprender, asimismo la falta de reconocimiento por parte del docente hacia los errores más comunes y básicos limitan la adquisición de aprendizajes ya que no se analiza como los estudiantes entienden e interpretan los problemas y además no se tienen en cuenta como utilizan

los procedimientos. De igual manera, como afirma (Sol, 2017) “Ser bueno para resolver problemas proporciona grandes beneficios en la vida diaria y en el trabajo” y para ello los estudiantes deberán tener la confianza, perseverancia y curiosidad para desenvolverse en diversas situaciones o contextos cotidianos y familiares al mismo tiempo que adquieren diferentes formas de pensar.

2.1.2. Fracciones

Las matemáticas, desde la sociedad y cultura se han visto relacionadas con el desarrollo de la humanidad y en consecuencia ligada a la necesidad de solucionar problemas, es decir, cuando los números naturales no fueron suficientes puesto que demandaba situaciones y por ende otras clases de medidas, cantidades más pequeñas o más grandes que la unidad aparecen las fracciones, esta palabra, derivada del latino “fractio”, es decir “parte obtenida rompiendo” en efecto “romper”, de manera que, el pensar que las partes obtenidas después de romper sean iguales en el contexto de las matemáticas es descartado. (Cohetato, Peña, & Zuleta, 2020).

En 1960 no se contaba con investigaciones en educación matemática enfocadas a la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, la relación parte-todo era la única interpretación reconocida en la cultura matemática escolar. (Ávila & Cedillo, 2017), esta primera interpretación toma forma dominante de instrucción temprana en los EE. UU (Ni & Zhou, 2005), su enfoque es útil cuando se vincula una notación de fracción menor que 1 a su representación visual. Sin embargo, no es eficaz para explicar otras características de las fracciones, como fracciones equivalentes y demás (Siegler, Fazio, Bailey, & Zhou, 2013) aunque hay estudios que sugieren que es más fácil para los niños comprender esta noción a temprana edad, (Dickson, Brown, &

Gibson, 1991). Como afirma (Ginsburg, 1997): “Descubrí que los niños reconstituían un todo como un múltiplo de una parte dada de él...”

La resolución de problemas en los números fraccionarios se reduce a determinar qué operación usar para resolverlo. Se pretende a través de origami (dobles de papel), dibujos o gráficos, analizar y contextualizar el problema mediante estas metodologías, haciendo que el niño aprenda a resolver problemas sin el uso de las operaciones básicas, pero desarrollando habilidades de comparación y manipulación de materiales.

Ya desde la perspectiva estructuralista de los años sesenta se resaltaba la equivalencia como más importante, porque permite una construcción rigurosa del conjunto de números racionales. La necesidad de enseñar la ordenación de fracciones se ha ido abriendo paso con cierta dificultad. (Gómez, 1999).

De acuerdo con (Fandiño M. I., 2005), la noción de fracción y la operatividad correspondiente son de los contenidos más estudiados desde el inicio de la investigación en Matemática Educativa debido quizá a que representan una de las áreas de dificultad más comunes en las escuelas de todo el mundo, debido a lo anterior nos advierte de algunos errores típicos cometidos por los estudiantes, entre ellos se destacan:

- Ordenar fracciones y escribir números decimales
- Las operaciones entre fracciones y entre números racionales
- Reconocer los diagramas más comunes
- Utilizar el adjetivo “igual”
- Manejar la equivalencia
- Simplificar fracciones
- Utilizar figuras no estándares

- Pasar de una fracción a la unidad que la ha generado
- Manipular de manera autónoma diagramas, figuras o modelos.

Por consiguiente y debido a que las fracciones son de los temas más estudiados, la adquisición inadecuada de este conocimiento puede ocasionar implicaciones a largo plazo para el éxito posterior en el logro de matemáticas avanzadas como el álgebra y el cálculo. (Booth & Newton, 2012)

(Charalambous & Pitta-Pantazi, 2006), explican que las fracciones comprenden una noción multifacética que integra cinco subconstrucciones interrelacionadas y que entenderlos es considerado un prerrequisito para resolver problemas relacionados con el tema exitosamente, además, numerosos estudios han revelado que uno de los principales factores que contribuye a la complejidad del estudio de las fracciones es debida a la noción multifacética que plantean y a que tienen diversos significados (parte-todo, cociente, razón, operador, medida). (Cervantes & López)

Además de la complejidad que presenta el aprendizaje de las fracciones subyace un problema mayor, debido a que estas dificultades trascienden a otras áreas de la matemática ya que los problemas de comprensión en este tema traen consigo dificultades en el aprendizaje de temas subsecuentes que necesitan como principio básico a las fracciones. Según (Fandiño I., 2009) “Estas lagunas, a pesar de las cuales los estudiantes habían podido igualmente proseguir en sus estudios, se revelaban mortales en el momento de tener que darlas por obvias en situaciones más complejas”, conjuntamente (Perera & Valdemoros, 2007), reconocen a las fracciones como uno de los contenidos de las matemáticas que manifiestan dificultades tanto para su enseñanza como para su aprendizaje, fundamentalmente en los niveles básicos de educación, en relación, existen muchos resultados que muestran que a los alumnos se les dificulta entender las relaciones

entre fracciones y números decimales, (Dickson, Brown, & Gibson, 1991), también (Hunting, 1986) menciona que una de las razones por las que los niños parecen tener dificultades al aprender significados estables y apropiados en fracciones es que la instrucción de este tema, si se demora demasiado, permite que el conocimiento del esquema de números enteros predomine y que dificulta la relación entre el lenguaje y simbolismo en las fracciones. Alternativamente, hay alguna evidencia que sugiere que los niños pueden resolver problemas relacionados con fracciones antes de que se les enseñen los procedimientos apropiados en la escuela.

Aunque, en la literatura se reconoce que el estudio de las fracciones es importante por sí mismo y porque permite el desarrollo de nociones útiles para el conocimiento de temas más avanzados, como son el razonamiento proporcional y el estudio de las expresiones racionales en el álgebra. (Libro para el Maestro. Educación Secundaria., 1994)

De acuerdo con (Fandiño I. , 2009), para los estudiantes es más fácil manejar las equivalencias cuando estas fracciones involucran números múltiplos entre sí; y la estrategia se reduce a multiplicar o dividir numerador y denominador por el mismo número, sin embargo, les resulta más difícil encontrar una estrategia que les permita gestionar la equivalencia cuando los números involucrados no son múltiplos entre sí. Esta manera de proceder de los estudiantes refleja una falta de dominio y en consecuencia de comprensión real de las equivalencias entre fracciones, lo que podría incidir en la comprensión de otros significados de las fracciones con mayor relevancia; tanto en la resolución de problemas como en las operaciones con fracciones.

(Freudenthal, 1983) Exponía que “la fracción como fracturador puede ser descrita mediante un concepto de equivalencia bastante restringido: no requiere más que dividir algo en n partes iguales” pero, en la realidad de la didáctica se necesita una equivalencia de más alto alcance, así como una disponibilidad sin restricciones de objetos en cada clase de equivalencia.

Esta necesidad no ha sido reconocida en la didáctica de las fracciones ni en la elección de modelos didácticos hasta la fecha.

Podríamos decir que existe una traslación desde el dibujo (concreto) a los símbolos, pero solamente en la fracción como cantidad. En los símbolos se aplica la regla, se vuelve al sistema de representación primero, es decir, los dibujos de rectángulos, y se muestra la equivalencia, pero no el proceso, fijándose en el “tamaño” de la parte marcada en los dibujos. Parece ser que hay dificultades en utilizar la representación rectangular para describir el proceso, por lo que necesita trasladarse al dominio de los símbolos y procedimientos numéricos. (LLinares & Sánchez)

Estos hallazgos apuntan a las necesidades de los estudiantes de conceptualizar las fracciones como cantidades antes de que se introduzcan en los algoritmos computacionales simbólicos estándar. Los algoritmos, después de todo, son esencialmente procedimientos de símbolos sistematizados para realizar operaciones numéricas. (Saenz & Ludlow, 1994)

Los algoritmos que utilizamos hoy en día para realizar cálculos numéricos con números fraccionarios han sido generados y refinados en el curso del desarrollo de las matemáticas. (Piaget, 1967) observó que las operaciones numéricas simbólicas son el resultado de acciones mentales sofisticadas que tienen lugar por primera vez cuando se trabaja dentro de contextos experienciales. Por lo tanto, la adquisición del razonamiento cuantitativo no puede atribuirse solo a sistemas de símbolos y procedimientos numéricos, sino a la actividad constructiva individual que se incrusta primero en situaciones problemáticas concretas y luego en sistemas de símbolos.

La noción de equivalencia es adquirida con más facilidad cuando se comienza con el plegado de papel o, incluso, con el modelo de área que directamente a través de una forma simbólica, como es el caso de la multiplicación por uno (Dickson L. M., 1991)

Según (Kieren, 1992), la idea de equivalencia entre fracciones implica, la comprensión de dos tipos de igualdades: la relativa- (traducible a la regla de la multiplicación por uno) y la

deductiva», que afirma que dos fracciones son equivalentes cuando es igual el producto de medios y de extremos. Esta conocida regla basa su presencia en la forma en que los matemáticos definen la relación de equivalencia entre fracciones, pero, en la práctica, se revela como de difícil aprendizaje y desligada de la igualdad anterior (la multiplicación por uno). En efecto, esta última es construida desde la suma de numeradores y denominadores consigo mismos.

(Ellerbruch L. y., 1978) defendían que la equivalencia se integrara dentro de la enseñanza de la suma de fracciones. La creencia que fundamenta esta postura podría expresarse del siguiente modo: si la equivalencia de fracciones sirve para resolver con métodos generales la suma de fracciones, ¿por qué aislar un conocimiento del otro? Abordemos la equivalencia cuando sea necesaria dentro de una secuencia de enseñanza de la suma.

Varios autores han señalado que el reconocimiento de equivalencias y la noción de que una cosa es más grande que otra precede fenomenológicamente a cualquier operación aritmética (Behr, Harel, Post, & Lesh, 1993)

Se ha sugerido que la instrucción sobre operaciones aritméticas con fracciones debe posponerse para priorizar los conceptos de orden y equivalencia durante los primeros años de educación (Bezuk & Cramer, 1989) . Ambos conceptos, orden y equivalencia, están asociados a la noción de tamaño.

Importancia de la equivalencia de fracciones. (Kieren, 1988) uno de los precursores del análisis epistemológico y didáctico de las fracciones, consideró a la equivalencia como uno de los tres mecanismos constructivos útiles como herramientas mentales para desarrollar el concepto de fracción.

Además de apoyar la resolución de la suma y la resta, la equivalencia es también la base para construir otros conocimientos relacionados, como el orden entre las fracciones y la simplificación de fracciones. (Maza, 1999)

(Kieren, 1976) explica que partir de la idea de clases de equivalencia fluye la noción de operaciones en los racionales y también sus propiedades. Además, en uno de sus estudios proporciona un listado de cuestiones previas a la suma de fracciones en el que muestra que está íntimamente relacionada con la comprensión de las equivalencias.

(Behr, Wachsmuth, Post, & Lesh, 1984) hacen un análisis sobre la comprensión de estudiantes de 4to grado sobre el orden y la equivalencia de los racionales. Ellos mencionan que el concepto de números racionales está entre las ideas matemáticas más complejas e importantes que los niños enfrentarán antes de llegar a la escuela secundaria y que con una instrucción adecuada durante un periodo prolongado de tiempo, la mayoría de los niños a finales de 4to grado son capaces de desarrollar un pensamiento adecuado para hacer frente a preguntas del orden y equivalencias de fracciones y que la habilidad para abordar efectivamente los racionales mejora enormemente su habilidad para entender y operar con situaciones y problemas en el mundo real.

2.1.3. Fracciones equivalentes

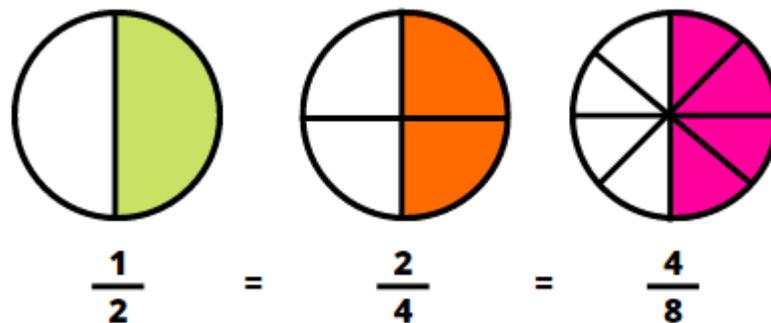
Cabe mencionar que, así como las fracciones han tenido significación en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, las fracciones equivalentes también se han desarrollado y con cierto grado de dificultad, la palabra equivalente por su origen y descomposición etimológica significa que “equi” es algo que es igual y por otro lado “valiente” que significa valor, es decir que si juntamos los significados obtenemos que equivalente es de igual valor (Cipriano Carranza, 2019).

Para el tema de las fracciones equivalentes es muy importante hacer una introducción adecuada, ya que de ella será determinante para un buen desarrollo de la suma de números

fraccionarios y temas posteriores a este. Es importante desarrollar una buena comprensión del concepto de unidad, sabiendo que este varía de acuerdo con el contexto donde se aplique.

(Dickson, Brown, & Gibson, 1991), sugieren que para introducir la noción de fracciones equivalentes, sea por medio del área y conjuntos, esto lo reafirman, Post y Col quienes establecen que al comienzo del aprendizaje de las fracciones equivalentes los alumnos no pueden manipular símbolos, por lo que según ellos se da el proceso de traslación coordinada de las representaciones, que establece que para reconocer dos símbolos como equivalentes primero hacen la representación icónica de ambas fracciones y trasladan la comparación a nivel simbólico, es decir, estos autores piensan conveniente que para introducir al tema de fracciones equivalentes se debe enseñar primero las representaciones para que los estudiantes finalicen en la interpretación simbólica, como se muestra a continuación:

Ilustración 1, Representación gráfica a la simbólica

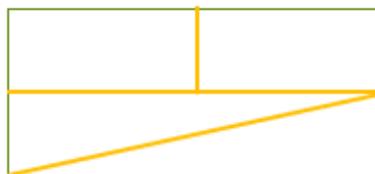


Fuente: Elaboración propia

Aunque varios autores consideren apropiado la enseñanza como primer paso de las representaciones manipulativas o icónicas a las simbólicas, se considera también como fuente principal de dificultad en el aprendizaje de las fracciones equivalentes, asimismo lo es las provenientes de las mismas manipulaciones simbólicas, esta depende, de alguna forma de la otra.

Otra dificultad en la adquisición de este aprendizaje se presenta en situaciones como esta:

Ilustración 2, Representación gráfica



Fuente: Elaboración propia

Debido a que los estudiantes podrían no saber interpretar la imagen y entender que unidades fraccionarias son *iguales*, según (Fandiño M. L., 2014), las 4 partes indicadas en la figura son $\frac{1}{4}$ del rectángulo, aunque haya encontrado con docentes no admiten ese hecho, culmina mencionando que, en estas condiciones, el estudiante no sepa que decisión tomar.

(Freudenthal, 1983) exponía que “la fracción como fracturador puede ser descrita mediante un concepto de equivalencia bastante restringido: no requiere más que dividir algo en n partes iguales”. Pero en la realidad de la didáctica, enseñanza y modelos se hace necesario el reconocimiento de una equivalencia de más alto alcance, así como una disponibilidad sin restricciones de objetos en cada clase de equivalencia.

(Kamii & Clark, 1995) explican que no hay mucha información concerniente a las fracciones equivalentes como tal ya que estamos hablando de los años 90’s, sin embargo, la disponible con respecto a la suma y resta de fracciones con denominadores diferentes “fáciles”, evidencia la dificultad de las fracciones equivalentes... y finalizan comentando “algo claramente está mal con la manera en que las fracciones equivalentes y/o comunes denominadores son enseñadas”.

Ciertamente, en el comienzo del aprendizaje y mientras el alumno aún no puede manipular los símbolos por sí mismos, el reconocimiento o la construcción de fracciones equivalentes depende de lo que Post y sus colegas denominan: traslación coordinada de las representaciones, es decir, el reconocer que las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ son equivalentes implica el trasladar ambas formas simbólicas a representaciones icónicas, comparar éstas últimas y trasladar la comparación y su resultado, de nuevo, al nivel simbólico. (Carlos, 1999). Conjuntamente como la literatura señala, desde los años 60, la mayoría de los estudiantes no saben manejar la equivalencia entre fracciones, según un experimento de Fandiño, al presentar las siguientes igualdades a estudiantes de distintas edades, en la que debían completar:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1}{3} = \frac{2}{\quad} & \text{c) } \frac{4}{12} = \frac{1}{\quad} \\ \text{b) } \frac{2}{7} = \frac{\quad}{14} & \text{d) } \frac{2}{7} = \frac{\quad}{14} = \frac{10}{\quad} \end{array}$$

Reveló que a y b son más fáciles de manejar, que aún con 15 años menos del 30% resuelve completamente y con seguridad el d, además se evidenció la aplicación de distintas estrategias y no solo la difundida, es decir, multiplicar o dividir el denominador y numerador por el mismo número, ejemplo de lo mencionado, al pasar de $\frac{5}{10}$ a $\frac{\quad}{30}$ algunos estudiantes observaban que 5 es la mitad de 10 y por consiguiente escribían 15 como la mitad del 30. “Las respuestas más difundidas son “la mitad” y “el doble” a cualquier edad, mientras la respuesta “igual” es más bien escasa, especialmente entre los estudiantes más jóvenes” (Fandiño M. L., 2014).

2.1.4. Las tiras de papel

El plegado de tiras de papel en segmentos iguales es un excelente modelo para la conceptualización de las operaciones con fracciones, simples, fracciones comunes y números mixtos. Ahí son varias las ventajas de este modelo:

1. La relación con la unidad es inmediata.
2. Las comparaciones de tamaño se hacen fácilmente en el ordenamiento de fracciones.
3. Los denominadores comunes son aparentes en la suma y la resta.
4. Las fracciones equivalentes pueden ser fácilmente generados.
5. Multiplicación, como resta, se convierte en un procedimiento de doblar, etiquetar y contar.
6. La naturaleza arbitraria de la elección de la unidad se hace evidente.
7. Las cuatro operaciones fundamentales con fracciones se pueden representar mediante tiras plegables (Scott, 1981).

2.2. Marco legal

Este trabajo de investigación se rige por las siguientes leyes y normativas vigentes, que existen a nivel Nacional referentes a la Educación Básica Primaria que garantizan y establecen equidad e igualdad de participación y derechos, como los siguientes:

Estándares Básicos de Educación en Matemáticas (MEN, 2006).

Según el Ministerio de Educación es necesario cumplir con unos Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, expresados en términos de cinco procesos generales que se contemplan en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas son: formular y resolver

problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Teniendo en cuenta lo anterior, nos enfocaremos en los estándares vinculados directamente con fracciones equivalentes con tiras de papel en los grados de 4 y 5:

- ✓ Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- ✓ Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
- ✓ Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- ✓ Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), son el conjunto de conocimientos que los y las estudiantes deben alcanzar en todos los años de escolaridad, los cuales enfatizaremos en los aprendizajes que estén relaciones con las fracciones equivalentes en los grados de cuarto y quinto.

Grado cuarto:

- ✓ Consoliden sus comprensiones sobre el carácter decimal y posicional del sistema de numeración y manejen comprensivamente los algoritmos estandarizados de la multiplicación y división. Continúen con el trabajo de los números naturales y amplíen los significados de la fracción (en particular como razón y como cociente) y los comuniquen a partir del uso de las representaciones fraccionaria y decimal, en correspondencia con los contextos involucrados.
- ✓ Identifiquen, caractericen y comparen atributos medibles como densidad, rapidez, temperatura, entre otros. Elija instrumentos y unidades para medir y estimar

magnitudes como capacidad, peso, longitud, área, volumen, entre otras. Describan y representen, en dos o tres dimensiones objetos. Establezcan relaciones entre sus elementos (lados y ángulos en las figuras planas, y caras, aristas y vértices en los cuerpos geométricos). Identifiquen transformaciones en el plano (rotación, traslación, simetría, homotecia) realizadas a figuras planas.

Grado quinto:

✓ Consoliden sus comprensiones sobre los números naturales y las fracciones (en sus representaciones de fraccionario y decimal y sus relaciones con expresiones en porcentajes) con sus operaciones (suma, resta, multiplicación y división) y relaciones (mayor que, menor que, igual a, ser múltiplo de y ser divisor de). Así mismo, establezcan formas para calcular resultados de operaciones con fraccionarios.

✓ Inicien la comprensión de la potenciación en los números naturales.

✓ Amplíen el estudio de fenómenos de variación, en particular cuando se relacionan con proporcionalidad y utilicen las propiedades de los sistemas de los números naturales y las fracciones para construir procedimientos no convencionales con el fin de resolver ecuaciones sencillas.

✓ Realicen procesos de medición y estimación de superficies y volúmenes, y justifiquen relaciones entre ellos. Elijan las unidades de medida y los instrumentos apropiados según la situación. Amplíen sus comprensiones sobre relaciones entre variaciones de perímetro y área de una figura, de forma que pueda explicarlas y justificarlas. Describan las características de figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales en el desarrollo de situaciones de composición y descomposición.

Describan posiciones y trayectorias mediante el uso del plano cartesiano. (Mallas de aprendizaje)

3. MARCO METODOLÓGICO

3.1. Naturaleza de la investigación

Esta investigación fue de carácter cualitativo, es decir, por medio de las pruebas diagnóstica y final, de las observaciones de clase, de los análisis de talleres, se concluyeron los avances y el impacto que tuvo la implementación de la secuencia didáctica, los datos recolectados fueron de utilidad para identificar los logros y las dificultades que presentaron los estudiantes para comprender y asociar el significado de las fracciones equivalentes y además los procedimientos que desarrollaron.

La prueba diagnóstica (1) tuvo la finalidad de identificar puntos fuertes, puntos débiles, conocimientos previos y la conceptualización de la unidad de números fraccionarios en específico de las fracciones equivalentes sin dejar de lado diferentes contextos e integración de esta a la vida cotidiana. El objetivo fue medir los conocimientos previos a la unidad y de la misma sin descartar las habilidades y capacidades para obtener o para iniciar nuevos procesos de aprendizaje. Esta prueba está diseñada con la intención de incluir los temas principales de la secuencia didáctica, consta de ejercicios creados por las investigadoras y el docente asesor a partir de diferentes fuentes, entre ellas Colombia Aprende, notas de clase, páginas web y libros afines. La prueba final (2) aplicada después de culminar el proceso e implementación de la secuencia didáctica, corresponde a la misma prueba diagnóstica (1) y con el fin de comparar los resultados de manera asertiva y así mismo determinar las dificultades y avances que tuvo la muestra (dos estudiantes) en todo el proceso.

La secuencia didáctica, tiene como fin que el estudiante comprenda las fracciones equivalentes basada en diversos contextos y con diferentes materiales manipulables de la vida cotidiana, la cual se divide en distintas etapas: tablas de equivalencia (tiras de papel), círculos de papel y taller, mandarinas, conjuntos de personas o elementos y taller, laboratorio con líquidos y taller, además, la transición de la tira de papel a la recta numérica.

3.2. Sujeto de investigación

La investigación tuvo lugar en la Institución Educativa Limonar que cuenta con 3 sedes que están distribuidas en el sur de la ciudad de Neiva-Huila, la sede central se encuentra CR 37 SUR # 19-2 barrio Limonar. Esta institución pertenece al sector oficial con un calendario tipo A, cuenta con la jornada de la mañana, de la tarde y fines de semana; ofrece educación preescolar, primaria, secundaria y media. El colegio se fundamenta con modelos Educativos para Niños y Jóvenes como lo son los Círculos de Aprendizaje y Colegios de Educación Tradicional. El Rector de la Institución es Elias Caviedes Rodriguez y coordinador Miguel Ángel Gaitán en el periodo que se ejecutó el estudio. La investigación se llevó a cabo en el curso 501 donde la población fue de 35 estudiantes y la muestra fueron 2 estudiantes, los niños de este grado en concreto presentan un estrato socioeconómico 0, 1 y 2, cuentan con un aproximado de 50% mujeres y 50% hombres, donde podemos encontrar un rango de edad entre los 9 y 13 años.

3.3. Fases

Las clases iniciaron el 21 de julio del 2022 y culminaron el 31 de agosto del presente año, con un total de 9 encuentros y con una duración de 2 a 3 horas por sección, donde la primera

y última fueron la aplicación de las pruebas diagnóstica y final y las demás el desarrollo de las guías y talleres de la secuencia didáctica.

3.3.1. Fase 1

Evidencia 1, clase 1



Para lograr identificar el nivel cognitivo de los dos estudiantes realizamos una prueba diagnóstica ([Ver anexo 1](#)), esta prueba se aplicó el día 21 de Julio del 2022 con una duración de 2 horas, en la institución educativa Colegio Limonar, con la participación de 34 estudiantes y en compañía de la profesora directora del curso 501 J.M., se llevó a cabo el desarrollo de la prueba diagnóstica con el objetivo de reconocer y analizar los conocimientos previos, además distinguir las capacidades y habilidades para conceptualizar en general las fracciones, pero en específico las fracciones equivalentes en

diferentes contextos del entorno social.

La prueba estuvo compuesta por 8 ejercicios, para el desarrollo de la clase, se inició explicando uno a uno todos los puntos de la prueba para luego individualmente cada estudiante desarrollarla, durante este proceso, la mayoría de los estudiantes solicitaron asesoría para comprender el contexto del ejercicio,

mientras se efectuaba la prueba, se observó tanto la disposición e indisposición de algunos alumnos, es decir, se hizo notorio que casi la totalidad de los niños

Evidencia 2, clase 1



preguntaban porque querían resolver la prueba, en cambio, hubo un caso, en la que un niño no quería realizarla hasta que hubo un acercamiento y aclaración de ejercicios.

3.3.2. Fase 2

Guía N°1: Tablas de equivalencia con tiras de papel

La segunda clase se desarrolló el día 27 de julio del 2022, con la participación de 31 estudiantes y la directora del grado quinto de la institución Limonar; esta sesión estuvo dividida en 3 partes, para iniciar con la primer guía y tema de la secuencia didáctica (Tablas de

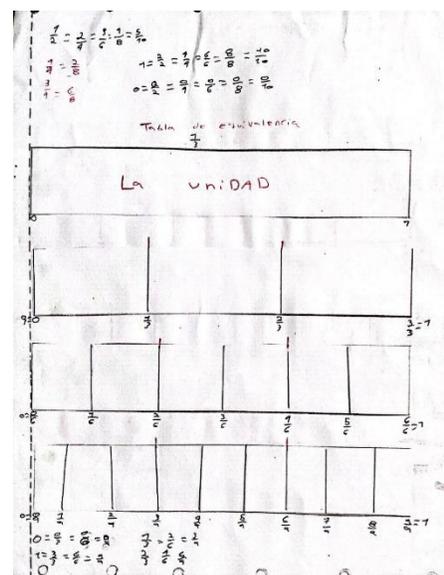
Evidencia 4, clase 2



equivalencia con las tiras de papel) se le entregó a cada estudiante un cuadernillo compuesto por más de 10 hojas en blanco con la finalidad de registrar el desarrollo de la secuencia, en el segundo momento se realizó la explicación gráfica de dos “chocolatinas” hechas en cartón y partidas en diferentes cantidades (una partida en 2 y la otra en 4) con el objetivo de reconocer los

diferentes racionales y sus equivalencias, además introducir por medio de la observación y así reflexionar sobre las diferencias y semejanzas de las fracciones equivalentes, para este momento, a los estudiantes, al inicio se les dificultó el concepto de semejanza ya que no lo entendían ni conocían, para ello, se determinó que se utilizaría el término de “lo mismo” para hacer referencia a que son semejantes, seguidamente, se repartieron las tiras de papel con las que se

Evidencia 3, clase 2



realizaron las clases de equivalencia del $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$, en este proceso se observó que a la hora de manipular material didáctico, es decir, doblar, cortar y pegar tiras de papel, de tal forma, que pudieran realizar comparaciones para poder determinar que partes son iguales. Los estudiantes estuvieron dispuestos para repartir las tiras y a la hora de trabajar con ellas, aunque se les dificultó doblar y realizar la clase de equivalencia del $\frac{1}{3}$ ya que debían doblar las tiras en 3, 6 y 9 partes iguales, cabe mencionar que hay demasiado compañerismo, ejemplo de ello, es que, si uno lograba doblar la tira entre 6, le enseñaba al otro a hacerlo.

Conclusiones: desde que se empezó a implementar la secuencia didáctica se observó que a los estudiantes todo material manipulable les genera gran interés y mayor significación, debido a que su educación ha sido basada en la tradicional.

Las clases de equivalencia con las tiras de papel, las realizaron sin dificultad ya que tenían previamente conocimiento sobre doblar tiras, desde esta clase se evidenció levemente la descomposición de los números y además fue notoria la capacidad de comparación y reflexión entre las tiras y fracciones equivalentes, los objetivos propuestos fueron cumplidos ya que lograron entender, hallar y mencionar las fracciones equivalentes desde el contexto de las tiras, aunque la dificultad que reflejaron fue comprender los conceptos de semejanza y diferencia puesto que no los conocían, sin embargo poco a poco fueron adaptando estos conceptos en las demás clases de equivalencia.

3.3.3. Fase 3

Guía N°2: círculos de Papel

La tercera clase La tercera clase se desarrolló el día 4 de agosto del 2022, con la asistencia de 32 estudiantes y la directora del grado quinto de la institución Limonar, con un

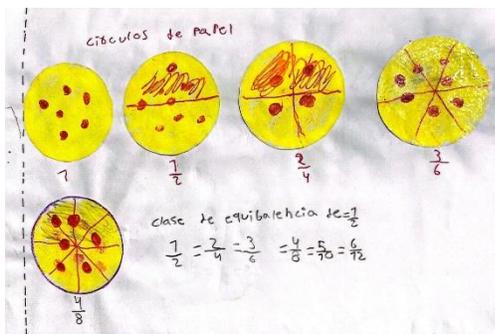
tiempo de 3 horas; para este encuentro se desarrolló el contexto de los círculos y para ello se utilizaron los círculos de papel. Se hizo una etapa en la cual se les enseñó a doblar círculos de papel en partes iguales, similarmente como se hizo con las tiras de papel, se usó el concepto de descomponer el número de partes en factores primos. Para el doblar de círculos, se hizo una pequeña enseñanza de la geometría del círculo, ya que para doblar círculos de papel se necesita encontrar el centro y un radio de los círculos de papel, el cual deberán cortar con una tijera este radio. A partir de aquí, se usó una técnica desarrollada para que las partes sean iguales.

Evidencia 5, clase 3



Se realizó una introducción a los niños, mostrando contextos cotidianos donde se manejen formas circulares. Luego a cada estudiante se les repartió una tapa que contenía colbón y los respectivos círculos de papel (8) en el que debían colorear en cuatro de ellos una *pizza* de su

Evidencia 6, clase 3



preferencia, con el fin de realizar la clase de equivalencia de $\frac{1}{2}$ y también exponer otro contexto de la vida cotidiana donde se ve involucrada las fracciones y en específico las fracciones equivalentes con formas circulares; a medida que iban pegando, se iba analizando

y observando las diferencias (particiones de las *pizza*) que encontraban y a su vez, la semejanza de las fracciones equivalentes al $\frac{1}{2}$, esta actividad fue registrada en el cuadernillo. Durante la clase se evidenció que a la mayoría de los estudiantes les interesa y motiva trabajar con material manipulable.

Para culminar la reunión, se desarrolló un taller sobre este contexto (círculos de papel), en el que debían reconocer y mencionar la unidad, además, doblar y pegar los círculos para

realizar la clase de equivalencia del $\frac{1}{3}$ mientras se les recordó cómo debían previamente hallar el centro y radio, después colorear los círculos las fracciones equivalentes al $\frac{2}{3}$ y finalizar escribiendo las semejanzas y diferencias.

3.3.4. Fase 4

Guía N°2: Mandarinas

Evidencia 7, clase 4



La cuarta clase se desarrolló el día 10 de agosto del 2022, con una duración de una hora y 31 estudiantes junto con la directora del grado quinto de la institución Limonar; este taller se

dirigió como laboratorio propiciando que los estudiantes desarrollen las actividades, el cual las conclusiones fueron dadas por los niños. Para el desarrollo de esta sesión, el salón se ubicó de manera circular para que todos pudieran visualizar la manipulación y explicación del contexto de las mandarinas, para este momento, se utilizaron 5 mandarinas, cada una contenía 12 gajos, con el fin de exponer la clase de equivalencia del $\frac{1}{2}$, en este sentido, la primera mandarina se enseñó como la unidad, la siguiente como la fracción $\frac{1}{2}$ donde cada mitad contenía 6 gajos, cabe aclarar que el desarrollo de esta actividad fue guiada por los estudiantes, quienes indicaron como y cuantos gajos debía tener cada partición, en cuantas partes se debían partir las mandarinas y cuantas tomar, seguidamente se realiza la fracción $\frac{2}{4}$ en la que cada $\frac{1}{4}$ estaba compuesto por 3 gajos, de esta manera, se observaba que si escojo $\frac{2}{4}$ es la misma cantidad que $\frac{1}{2}$ con la diferencia es que en una hay un grupo de 6 y en la otra, dos grupos de 3 gajos, luego se construye la

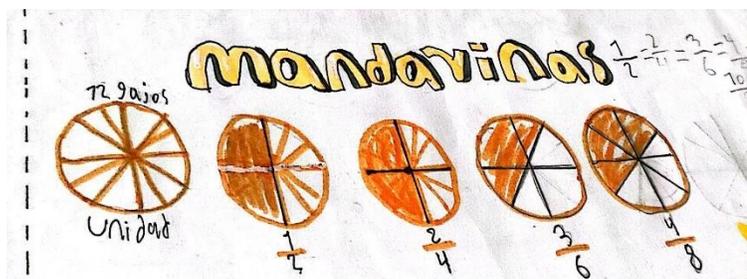
fracción $\frac{3}{6}$, de la que se divide la mandarina en 6 partes y se toman 3, es decir 3 grupos de 2 gajos, para así concluir que $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$ son fracciones equivalentes y así sucesivamente, como se muestra en las imágenes, mientras se desarrollaba la actividad, se evidenció un mayor interés en algunos estudiantes, quienes se acercaron y se sentaron en el piso, por otro lado, uno de los objetivos, es que los estudiantes descubrieran las fracciones equivalentes y además la cantidad de gajos que cada grupo tenía que contener, es decir, que, para cada fracción equivalente, la suma de los gajos diera 6 y así deducir las semejanzas y equivalencias, además, se pudo concluir la claridad y entendimiento que los estudiantes iban ganando sobre los conceptos de la unidad, numerador y denominador de una fracción.

Al finalizar la clase, se dejó como tarea dibujar y mencionar las fracciones equivalentes con las mandarinas en los cuadernillos.

Conclusiones: Como se evidencia en este contexto y en la imagen de la tarea de uno de los cuadernillos de los estudiantes, la unidad es reconocida como una mandarina que está conformada por 12 gajos, dicho de esta manera, los alumnos diferencian y reconocen la unidad, además, son capaces de determinar que esta depende del contexto que se expone como en las tiras de papel, círculos y mandarinas.

Evidencia 8, clase 4

Los alumnos demuestran mayor claridad sobre las diferencias y semejanzas, ya que les sirve de ayuda para visualizar las



equivalencias, es decir, para esta actividad, sabían que el $\frac{1}{2}$ estaba compuesto por 6 gajos, de modo que, para cada fracción equivalente, debían escoger los grupos que conformaran los 6

gajos. Por otra parte, los estudiantes van observando 3 contextos distintos en los que se ven involucradas las fracciones equivalentes.

3.3.5. Fase 5

Guía N°4: Conjuntos

La quinta clase se desarrolló el día 12 de agosto del 2022, con una duración de dos horas y la participación de 32 estudiantes junto con la directora del grado quinto de la institución Limonar; para entender el contexto de los conjuntos dentro de las fracciones equivalentes se realizaron 72 paletas en cartulina. Para esta actividad se tomó como la unidad 18 paletas, además

Evidencia 9, clase 5

se contextualizó con un ejemplo de la vida cotidiana para que fuera más significativo, de esta manera, se fueron formando los grupos de conjuntos con la ayuda y participación de los estudiantes como se ve en la foto. Otro objetivo de



esta guía es que las clases o encuentros fueran guiados y explicados por los mismos estudiantes, es decir, las clases, se realizaron teniendo en cuenta la partición y reflexiones de los estudiantes, las practicantes no fueron asumidas y entendidas como autoridad absoluta de aprendizaje. Para este ejercicio, se realizó la clase de equivalencia del $\frac{1}{3}$, como se observa, primero se tomó la unidad (18 paletas), para este momento, los estudiantes tenían claridad y entendimiento sobre este tema, seguidamente y para hacer la fracción $\frac{1}{3}$, los estudiantes realizaron los repartos, por lo tanto, se crearon 3 conjuntos que contenían 6 paletas cada uno y así tomar un conjunto, luego se

La sexta clase se desarrolló el día 17 de agosto del 2022, con dos horas y la participación de 32 estudiantes y la directora del grado quinto de la institución Limonar; para desarrollar este

Evidencia 11, clase 6



contexto, primero se organizaron los estudiantes de manera circular, uno de los recursos fue llamar a la sesión como “laboratorio en clase”, para ello se acudió a utilizar una bata y simulando

que quien la tuviera era el científico, además, fue indispensable utilizar botellas y vasos plásticos marcados con diversas capacidades en mililitros, esto con la finalidad de hacer más práctico el ejercicio y además más exacto. Para iniciar, se les dio a entender que la botella que contenía un litro de agua era la unidad, seguidamente y para ser partícipe a los estudiantes del proceso enseñanza-aprendizaje, los que fueron voluntarios, hacían el papel de científicos, la primera actividad constaba de realizar la clase de equivalencia del $\frac{1}{2}$ haciendo uso de las botellas y vasos, así mismo debían ir completando la guía sobre los líquidos que se les entregó, para el desarrollo de la clase, se utilizó la botella de un litro y dos vasos plásticos que tuvieran marcada la capacidad de 500 ml, para expresar que cada uno son $\frac{1}{2}$, posteriormente, con el agua de cada vaso de $\frac{1}{2}$ se llenó dos vasos con la capacidad de 250 ml y de esta manera demostrar con otro contexto las fracciones equivalentes.

En este espacio, los estudiantes estaban muy participativos ya que querían ser el “científico”, de aquí que las herramientas apropiadas para una enseñanza finalizan con la significación para los niños, otra manera que se implementó para la adquisición y explicación de conocimientos es que algunos de los estudiantes que entendían completamente los ejercicios les explicaba a sus compañeros. Finalizando la sesión, se implementó un taller sobre este contexto (líquidos), en el que debían reconocer y mencionar la unidad, además, repartir el litro de agua en

los vasos que el ejercicio indicaba y concluir anotando la capacidad del líquido y la fracción de los subconjuntos para así hallar las fracciones equivalentes.

3.3.7. Fase 7

Guía N°6: Traslación de las tiras de papel a la recta numérica.

La séptima clase se desarrolló el día 25 de agosto del 2022, con la duración de dos horas y la participación de 31 estudiantes junto con la directora del grado quinto de la institución Limonar; para esta clase, a cada estudiante se les repartió de 12 tiras de papel, en este caso, el tema de la traslación de las tiras hacia la recta numérica se les facilitó un poco ya que manejaban con mayor facilidad las tiras de papel, además que conocían la recta numérica, además algunos se basaron y tuvieron en cuenta las clases de equivalencia que se realizaron con las tiras de papel.

Evidencia 12, clase 7



Para esta actividad se realizaron las clases de equivalencia del $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$, para cada tira debían mencionar las fracciones obtenidas y que indicaban las particiones y asimismo escribirlas

Evidencia 13, clase 7

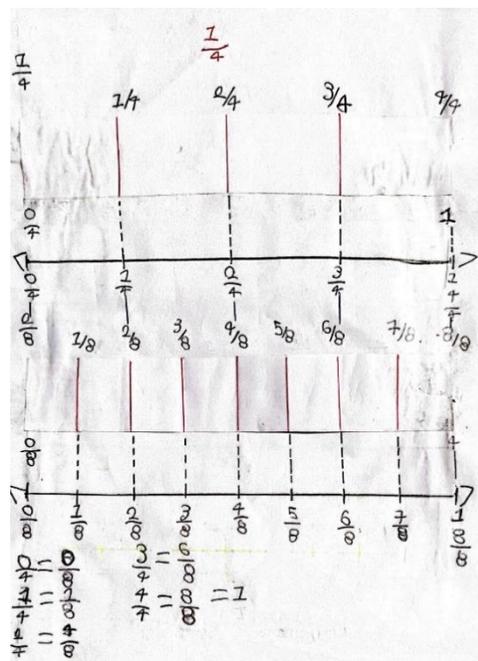


en la recta numérica, de esta manera hacer uso del patrón de medida de la tira y trasladarla a la recta, para culminar, los estudiantes debían mencionar las fracciones equivalentes resultantes. El objetivo de este ejercicio era lograr que los alumnos representaran las fracciones con la ayuda de la

recta numérica. Este espacio inició en el aula de clase, pero después nos dirigimos hacia el patio y allí finalizamos la actividad con grupos de trabajo.

Conclusiones: para la traslación de la tira de papel a la recta numérica se les pidió a los alumnos realizar la clase de equivalencia del $\frac{1}{4}$ para este momento, se observó que los estudiantes presentaron dificultades para partir la recta numérica en 4 u 8 partes iguales, aunque tuvieran conocimiento sobre esta, debido a que tomaban la unidad en cm, por ejemplo: la unidad como 14 cm, entonces para partir la recta en 4 partes iguales, cada fracción debía tener una distancia de 3,5 cm lo que para los niños causa confusión, puesto que no conocen que un cm se parte en 10 partes iguales y que en este caso se toman 5, así que se les repartió las tiras como herramienta guía para resolver la actividad, de esta manera, el desarrollo de la guía se facilitó ya que conocen y manejan el contexto de las tiras de papel, además, identificaron las unidades sin problema (tira de papel y recta numérica), de esta manera haciendo un poco más visible las particiones y así las traslaciones desde lo gráfico (tiras) a lo simbólico (recta numérica).

Evidencia 14, clase 7



3.3.8. Fase 8

Guía N°7: Concepto de fracciones equivalentes

La octava clase se desarrolló el día 31 de agosto del 2022, con la participación de 33 estudiantes y la directora del grado quinto, con duración de hora y media; para realizar esta

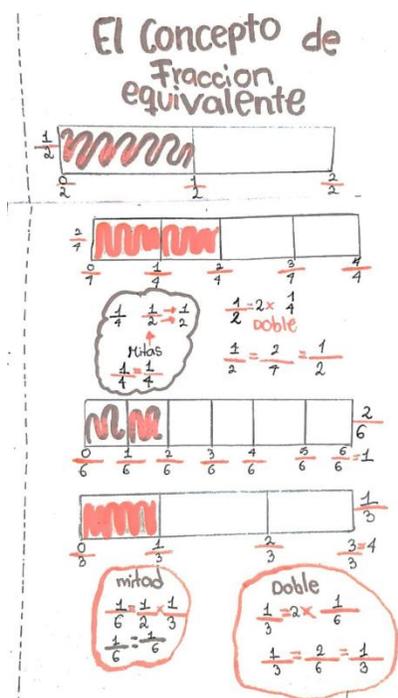
actividad, se utilizaron los conceptos de simplificación y complicación para deducir el concepto de fracciones equivalentes, como era un ejercicio de observación a los estudiantes se les dificultó ya que no comprendieron en totalidad que una fracción

Evidencia 15, clase 8



puede ser la mitad o dos veces más que otra fracción; como material se utilizaron unas tiras en cartulina para visualizar de manera más practica este tema, al finalizar, los estudiantes más interesados se reunieron a solicitar nuevamente una explicación.

Evidencia 16, clase 8



Conclusiones: Esta actividad fue la más difícil por

desarrollar y contextualizar, aunque de igual manera se utilizaron objetivos manipulables, este proceso inició a partir de la representación gráfica, enseñando las fracciones equivalentes $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ y $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ pero al momento de la representación simbólica es donde se encontraron las dificultades y confusiones, puesto que, aunque se entendieran gráficamente no comprendían la relación de doble y mitad, es decir, representarlo así: $\frac{1}{2}$ es el doble de $\frac{1}{4}$ y de manera viceversa, que $\frac{1}{4}$ es la mitad de $\frac{1}{2}$.

3.3.9. Fase 9

Aplicación: Prueba diagnóstica final (2)

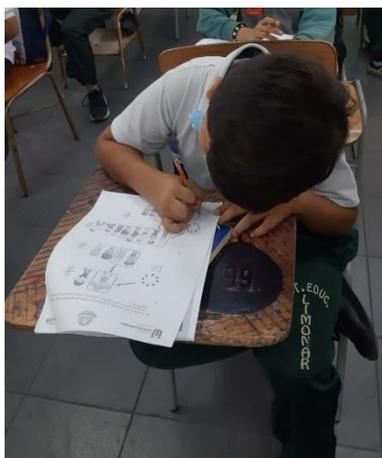
La novena clase se desarrolló el día 31 de agosto del 2022, con la participación de 33 estudiantes y la directora del grado quinto de la institución Limonar; para la última reunión con los estudiantes se desarrolló la implementación de la prueba

diagnóstica final, esta tuvo una duración de 2 horas y para este momento, las preguntas y asesorías que solicitaron los estudiantes fueron mínimas, cabe aclarar que, al comienzo de la prueba, cada punto fue explicado.

Evidencia 17, clase 9



Evidencia 18, clase 9



4. ANÁLISIS DE DATOS

4.1. Caracterización de nivel cognitivo de estudiantes por medio de la prueba diagnóstica (1) y final (2)

Las pruebas diagnóstica y final fueron aplicadas al inicio y final de la investigación en la Institución Educativa El Limonar con acompañamiento del docente encargado del curso 501 jornada mañana, con la participación de 34 estudiantes y de manera presencial, con el fin de analizar los avances, dificultades y habilidades que desarrollaron antes y durante la implementación de la secuencia didáctica.

4.1.1. Análisis de resultados de las pruebas diagnóstica y final.

Estudiante N°1

Curso: 501

Institución Educativa El Limonar

Sexo: Femenino

EDAD: 10 años

Jornada: Mañana

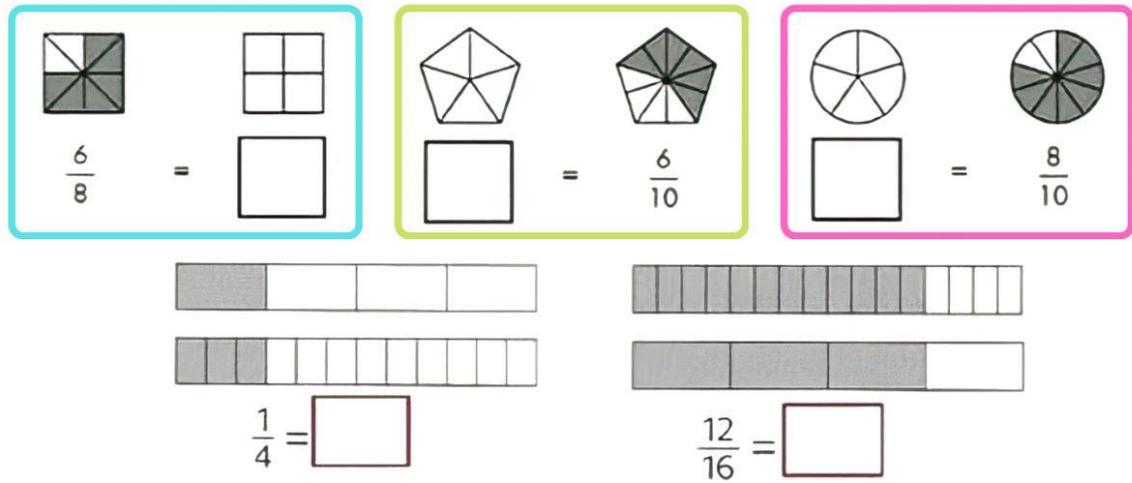
Fecha de aplicación prueba diagnóstica 1: 21 de julio del 2022

Fecha de aplicación prueba final 2: 31 de agosto del 2022

Pregunta 1.

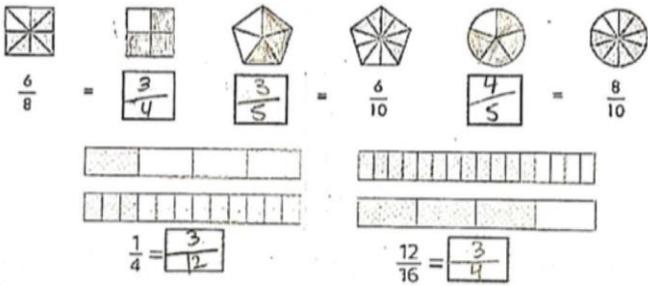
Colorea la figura del lado y escribe abajo el número fraccionario equivalente que corresponda a la figura:

Ilustración 3, prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N°1	<p style="text-align: center;">Evidencia 19, prueba diagnóstica</p> <p>The student's work shows the same three examples as in Illustration 3, but with handwritten answers in the empty boxes:</p> <ul style="list-style-type: none"> Blue box: $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ Green box: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ Pink box: $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ Bottom left: $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ Bottom right: $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ 	<p>El estudiante reconoce las fracciones como parte de un todo, realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin dejar de lado la definición del numerador y el denominador; además, compara entre diferentes figuras geométricas y sus particiones equivalentes.</p>

Prueba N°2	<p style="text-align: center;">Evidencia 20, prueba diagnóstica</p> 	<p style="text-align: center;">El estudiante</p> <p>reconoce las fracciones como parte de un todo, realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin dejar de lado la definición del numerador y el denominador; además, compara entre diferentes figuras geométricas y sus particiones equivalentes.</p>
<p style="text-align: center;"><u>Conclusión:</u> La pregunta integra el contexto gráfico y simbólico que ayuda al estudiante a interpretar el concepto de fracciones equivalentes, toma la unidad y selecciona o colorea las partes que corresponden sin importar la figura geométrica que en este caso es la unidad, por tanto, se logra la transición de lo gráfico a lo simbólico de forma correcta en ambas preguntas sin ninguna dificultad.</p>		

Pregunta 2.

Manuela compró $\frac{1}{4}$ kg de arroz, mientras que Marcos compró $\frac{3}{12}$ kg y Andrés $\frac{2}{8}$ kg. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta y por qué?

- a) Marcos compró más arroz.
- b) Todos compraron igual cantidad de arroz.
- c) Mercedes compró más arroz.

d) Manuela compro menos arroz.

Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N° 1	<p style="text-align: center;">Evidencia 21, prueba diagnóstica</p> <p>2. Manuela compró $\frac{1}{4}$ kg de arroz, mientras que Marcos compró $\frac{3}{12}$ kg y Andrés $\frac{2}{8}$ kg. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta y por qué?</p> <p> <input type="radio"/> a) Marcos compró más arroz. <input type="radio"/> b) Todos compraron igual cantidad de arroz. <input type="radio"/> c) Mercedes compró más arroz. <input type="radio"/> d) Manuela compro menos arroz. </p> <p style="text-align: center;"> <u>Marcos compro mas arroz porque</u> <u>$\frac{3}{12}$ es mas grande que $\frac{1}{4}$</u> </p>	<p style="text-align: center;">Compara las fracciones</p> <p>equivalente como números distintos e interpreta que la fracción con numerador y denominador con más alto valor numérico corresponde a más cantidad de arroz. Esto se evidencia cuando el alumno afirmó que Marcos compró más arroz, ya que compara las fracciones $\frac{3}{12}$ con $\frac{1}{4}$ sin tener en cuenta el concepto y relación de fracciones equivalentes.</p>

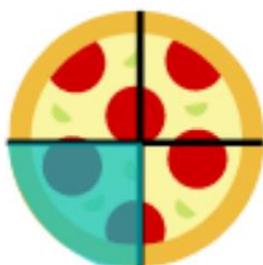
Prueba N°2	<p style="text-align: center;">Evidencia 22, prueba diagnóstica</p> <p>a) Marcos compró más arroz. b) Todos compraron igual cantidad de arroz. c) Mercedes compró más arroz. d) Manuela compro menos arroz.</p> <p><i>X9 la simplificamos 3 la simplificamos x 3 y 2/8 la simplificamos x 2 y nos dio que es equivalente</i></p>	<p style="text-align: center;">Identifica la simplificación como operación para poder llegar al reconocimiento de las fracciones equivalentes, justifica su respuesta con los números correspondiente que debe usar para llegar a la solución.</p>
<p style="text-align: center;"><u>Conclusión:</u> Al analizar las respuestas se puede concluir que el estudiante tiene un progreso ya que identifica las fracciones equivalentes, sin embargo, lo hace por medio de la simplificación y esto es un resultado de un proceso mecánico más no analítico, deja de lado la concepción de que los números más elevados en valor numérico corresponden a mayor cantidad.</p>		

Pregunta 3.

Juana y Andrés compran cada uno una pizza. Juana come $\frac{1}{4}$ de su pizza,

mientras tanto, Andrés decide comer la misma cantidad que Juana. El pizzero partió en 8 partes iguales la pizza de Andrés como se observa en la siguiente imagen:

Ilustración 4, prueba diagnóstica



Juana



Andrés

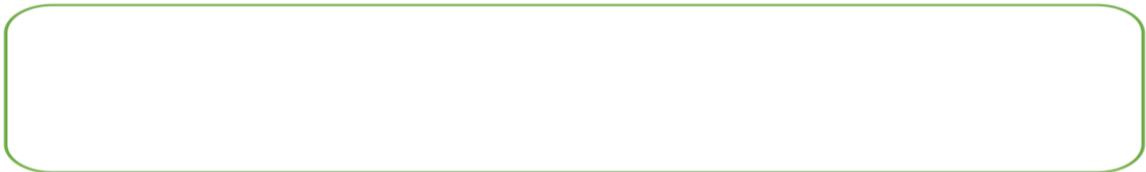
Fuente: Elaboración propia

Conclusión: Se observa un avance significativo ya que en la prueba N°2 establece la *pizza* como unidad, identifica a su vez la semejanza y diferencia que hay en ambos casos justificando su respuesta, entiende que las fracciones $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{8}$ son equivalentes entre sí, sin prescindir su representación gráfica.

Pregunta 4.

María reparte equitativamente 12 dulces entre 3 niñas y a su vez, Carlos reparte 12 dulces entre 6 niños.

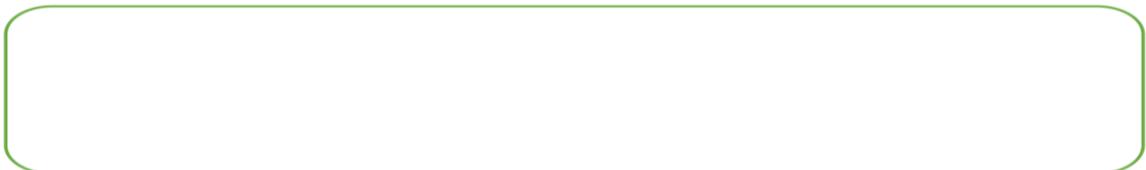
- a) Realice los dibujos de los repartos:

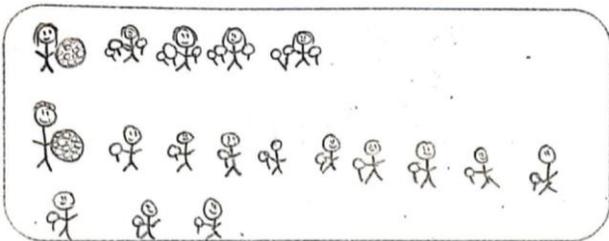
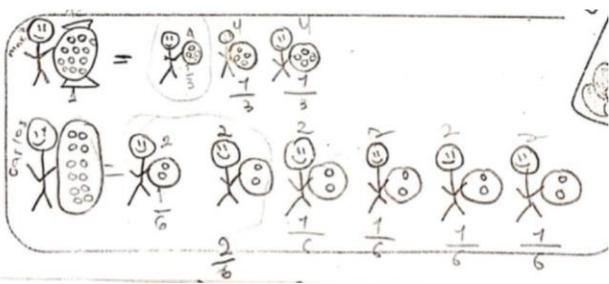


- b) ¿Cuántos dulces le corresponde a cada niño y niña?



- c) Según el reparto de Carlos, escriba la fracción equivalente y correspondiente de acuerdo con la fracción del reparto de María:



Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N°1	<p>Evidencia 25, prueba diagnóstica</p> <p>a cada niño les corresponde de 1 dulce y a cada niña le corresponde de 3 dulces.</p> <p>$\frac{1}{12}$ es la fracción que le corresponde a cada niño y $\frac{3}{12}$ es la fracción que le corresponde a cada niña.</p> 	<p>Realiza un esfuerzo para contestar las preguntas de una manera adecuada y se guía con dibujos para llegar a la misma.</p>
Prueba N°2	<p>Evidencia 26, Prueba diagnóstica</p> <p>Maria Carlos</p> <p>$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$</p> <p>Csa</p> <p>a cada niño les corresponde de 2 dulces, y las niñas de 4 dulces</p> 	<p>Justifica su respuesta mediante dibujos que representan la solución. Reconoce las fracciones como parte de un todo y realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin descartar la definición del numerador y el denominador.</p>

Conclusión: Con los resultados obtenidos se puede concluir que el estudiante fortaleció sus conocimientos previos con la ayuda de la guía implementada, se percibe que, en la segunda prueba, interpreta de forma clara el ejercicio, realiza un gráfico acorde a la pregunta y es capaz de pasar de lo simbólico a lo gráfico.

Pregunta 5.

**Ilustración 5,
Prueba diagnóstica**



Fuente: Elaboración propia

La Jarra de Juan tiene 1 litro de agua y requiere depositar el agua en 2 vasos con la misma cantidad, de igual manera repartir el litro de agua en 4 vasos con la misma cantidad.

a. El agua de la Jarra depositada en los 2 vasos y los 4 vasos, ¿tienen la misma cantidad de agua? Explica cómo lo pensaste:

b. Si de los 2 vasos de agua, se reparten en 4 vasos iguales. De los 4 vasos de agua se toman 2, ¿Se pueden sacar

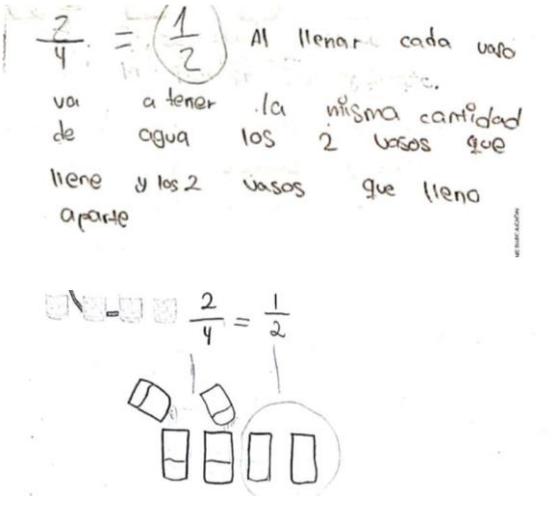
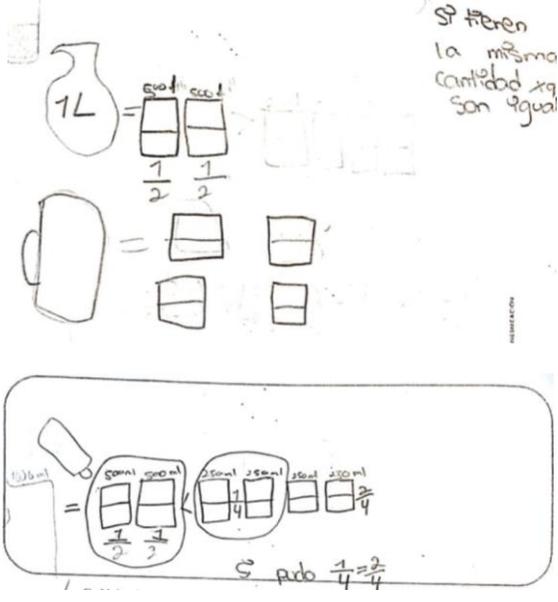
fracciones equivalentes con los 2 vasos? Escriba cuales son y realiza un dibujo de esta situación:

Ilustración 6, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

Respuestas.

	Evidencia	Análisis
Prueba N° 1	<p>Evidencia 27, Prueba diagnóstica</p> 	<p>Identifica las fracciones como parte de un todo y realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin olvidar que se trata de una situación de volumen. Aplica el concepto de fracción equivalente en este contexto de líquidos.</p>
Prueba N° 2	<p>Evidencia 28, Prueba diagnóstica</p> 	<p>Reconoce las fracciones como parte de un todo y realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin olvidar que se trata de una situación de volumen. El estudiante es capaz de hacer una justificación de su respuesta mediante dibujos y representa la situación problema.</p>
<p>Conclusión: El alumno fortaleció sus conocimientos previos con la ayuda de la guía implementada, se percibe que en la prueba final interpreta de forma clara el ejercicio, realiza un gráfico acorde a la pregunta y es capaz de pasar de lo gráfico a lo simbólico.</p>		

Pregunta 6.

Valentina registra en una tabla la cantidad de jugo en litros que toma los lunes, martes, miércoles y jueves, de la siguiente manera:

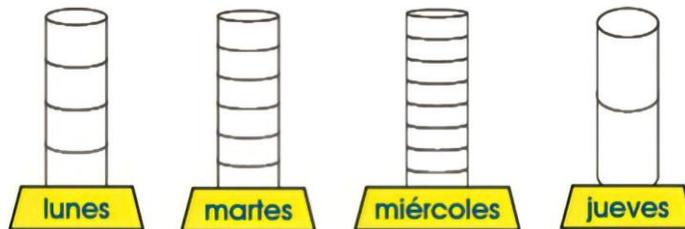
Ilustración 7, Prueba diagnóstica

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves
Cantidad de jugo	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{2}$

Fuente: Elaboración propia

a) Colorea en cada tubo la fracción de jugo que tomó Valentina:

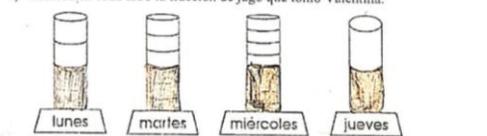
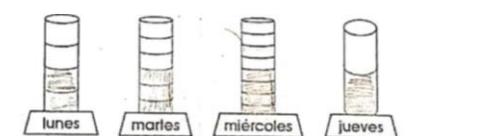
Ilustración 8, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

b) Escriba las fracciones que son equivalentes, además explica por qué cree son equivalentes entre sí:

Respuestas.

	Evidencia	Análisis
Prueba N°1	<p>Evidencia 29, Prueba diagnóstica</p> <p>a) Colorea en cada tubo la fracción de jugo que tomó Valentina:</p>  <p>b) Escriba las fracciones que son equivalentes, además explica por qué cree son equivalentes entre sí:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <p>lunes y jueves son equivalentes martes y jueves son equivalentes lunes y miércoles son equivalentes</p> </div>	<p>Realiza una transición de lo simbólico a lo gráfico sin ningún problema en el inciso a.</p> <p>En el ítem b se observa confusión en el concepto de fracciones equivalentes y no justifica su respuesta.</p>
Prueba N°2	<p>Evidencia 30, Prueba diagnóstica</p>  <p>b) Escriba las fracciones que son equivalentes, además explica por qué cree son equivalentes entre sí:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <p>$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$; $\frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$ x9 son lo comprifique y son equivalentes</p> </div>	<p>Realiza una transición de lo simbólico a lo gráfico sin ningún problema en el inciso a.</p> <p>Responde el ítem b justificando su respuesta por medio de la simplificación para concluir que las fracciones $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ y $\frac{4}{8}$ son equivalentes.</p>

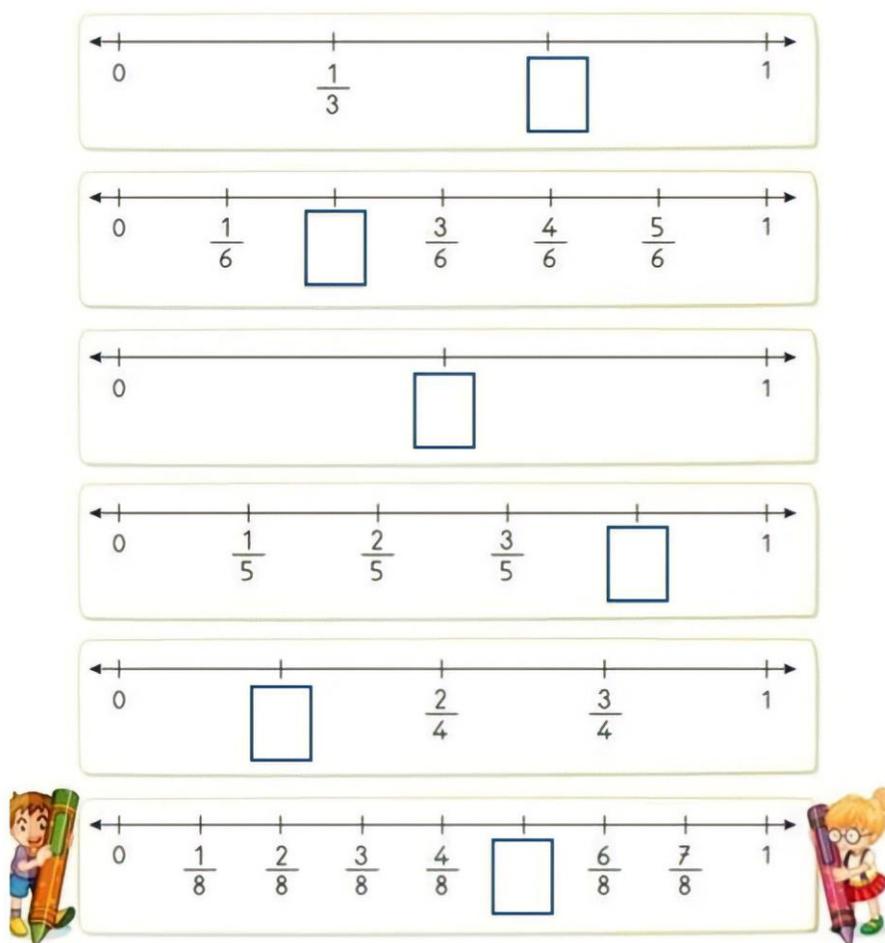
Conclusión: El estudiante tiene la capacidad de transicionar de lo simbólico a lo gráfico sin ninguna dificultad, sin embargo, en la primera prueba no identifica que las

fracciones dadas son equivalentes, pero eso no se observa en la prueba N°2 ya que tiene claro el concepto de fracciones equivalentes, amplificación y simplificación.

Pregunta 7.

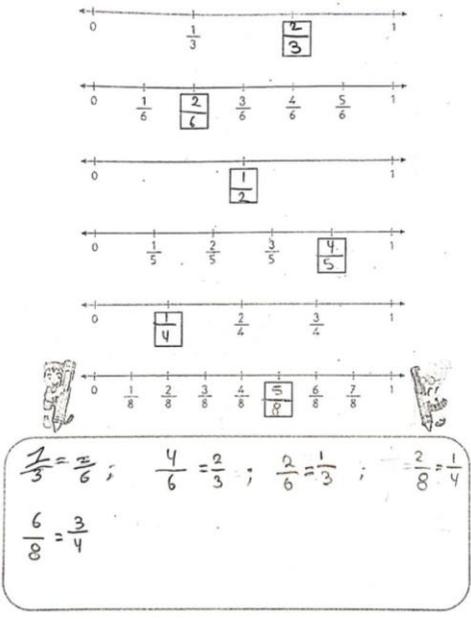
Complete los recuadros debajo de la recta con las fracciones y además escriba las fracciones que son equivalentes entre sí, comparándola con la recta de arriba:

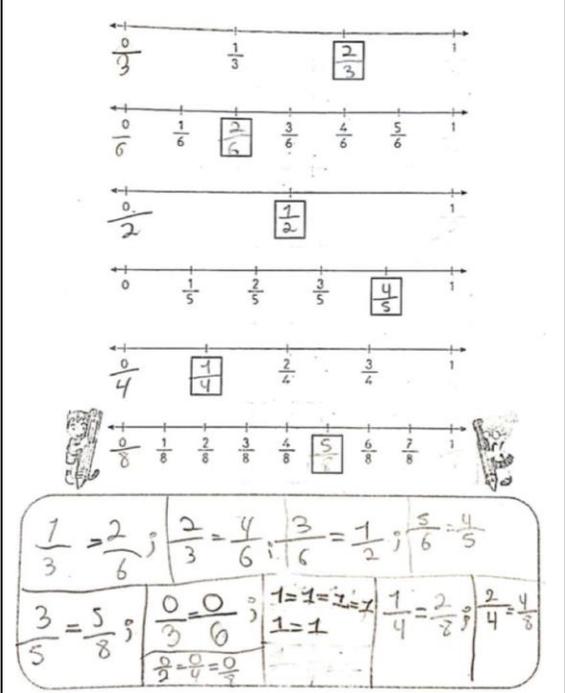
Ilustración 9, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

Respuestas.

	Evidencia	Análisis
Prueba N° 1	<p style="text-align: center;">Evidencia 31, Prueba diagnóstica</p>  <p>The student work consists of five number lines from 0 to 1, each with a fraction in a box:</p> <ul style="list-style-type: none"> Line 1: $\frac{2}{3}$ at $\frac{2}{3}$ Line 2: $\frac{2}{6}$ at $\frac{2}{6}$ Line 3: $\frac{1}{2}$ at $\frac{1}{2}$ Line 4: $\frac{4}{5}$ at $\frac{4}{5}$ Line 5: $\frac{1}{4}$ at $\frac{1}{4}$ <p>Below the number lines is a box containing the following equivalent fractions:</p> $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}; \quad \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \quad \frac{2}{6} = \frac{1}{3}; \quad \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	<p>Completa la recta numérica e identifica que el numerador es la posición en la recta numérica y a su vez que el denominador corresponde a las particiones que tiene la unidad. Encuentra una cantidad mínima de fracciones equivalentes, principalmente las encasilladas en el ejercicio.</p>

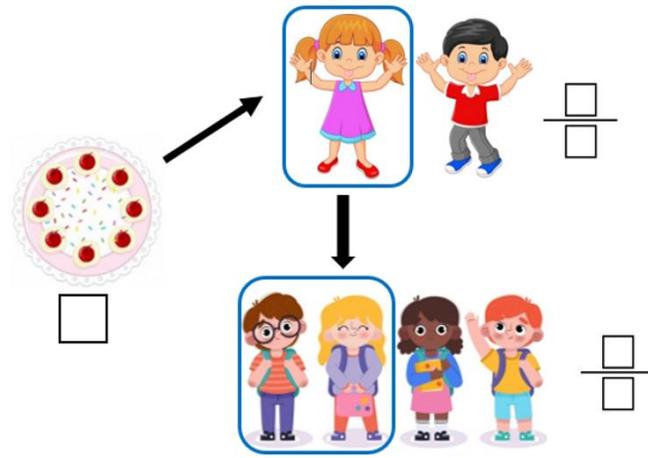
Prueba N°2	<p style="text-align: center;">Evidencia 32, Prueba diagnóstica</p>  <p>The student work includes five number lines from 0 to 1, each divided into equal parts. The first line is divided into 3 parts with a box around the fraction $\frac{2}{3}$. The second line is divided into 6 parts with a box around $\frac{2}{6}$. The third line is divided into 2 parts with a box around $\frac{1}{2}$. The fourth line is divided into 5 parts with a box around $\frac{4}{5}$. The fifth line is divided into 4 parts with a box around $\frac{1}{4}$. Below the number lines is a table of equivalent fractions:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$</td> <td>$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$</td> <td>$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{5}{6} = \frac{4}{5}$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{3}{5} = \frac{5}{8}$</td> <td>$\frac{0}{3} = \frac{0}{6}$</td> <td>$\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$</td> <td>$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$</td> <td></td> <td>$\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$</td> </tr> </table>	$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{5}{6} = \frac{4}{5}$	$\frac{3}{5} = \frac{5}{8}$	$\frac{0}{3} = \frac{0}{6}$	$\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$		$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$		$\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$	<p style="text-align: center;">Completa la recta numérica e identifica que el numerador es la posición en la recta numérica y a su vez que el denominador corresponde a las particiones que tiene la unidad. Encuentra una gran cantidad de fracciones equivalentes, haciendo comparaciones con las fracciones de las diferentes rectas de arriba. Cabe mencionar que el estudiante se guío de una regla para desarrollar el ejercicio y así identificar fácilmente las fracciones equivalentes.</p>
$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{5}{6} = \frac{4}{5}$											
$\frac{3}{5} = \frac{5}{8}$	$\frac{0}{3} = \frac{0}{6}$	$\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$											
	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$		$\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$											
<p style="text-align: center;">Conclusión: Al comparar las dos pruebas se puede divisar que el estudiante tiene claro el concepto de la recta numérica y reconoce que la unidad puede ser dividida en diferentes partes. Tiene un progreso en la segunda prueba ya que encuentra más fraccionarios equivalentes. Es capaz de realizar comparaciones como las que se realizaron en las guías de las tablas de equivalencia y transición de las tiras de papel a la recta numérica.</p>														

Pregunta 8.

Escribe en los recuadros de abajo de las figuras, la fracción que le corresponde a cada uno de los niños equitativamente y además en cada imagen de torta realizar la repartición:

a.

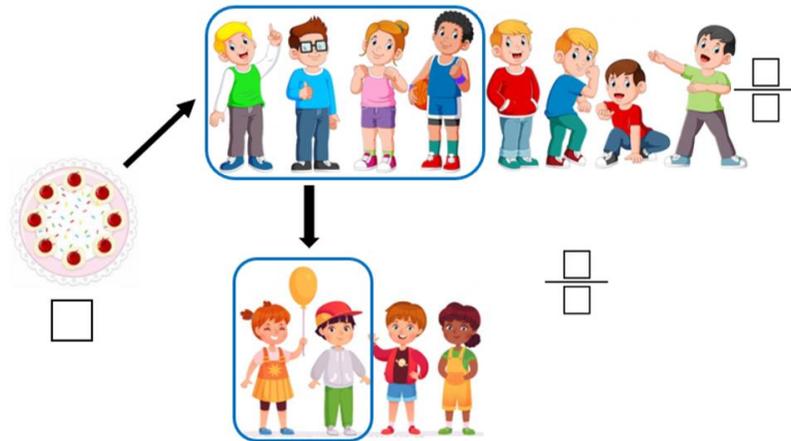
Ilustración 10, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

b.

Ilustración 11, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

Respuestas.

	Evidencia	Análisis
Prueba N° 1	<p>Evidencia 33, Prueba diagnóstica</p>	<p>No reconoce el pastel como unidad y tampoco las fracciones equivalentes, a pesar de esto, maneja adecuadamente la parte gráfica y simbólica de las fracciones en general.</p>
Prueba N° 2	<p>Evidencia 34, Prueba diagnóstica</p>	<p>Tiene claro el concepto de unidad, fracciones equivalentes y realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico.</p>
<p>Conclusión: Se observa un avance significativo ya que en la prueba N°2 establece el pastel como unidad, reconoce que las fracciones son equivalentes entre sí, sin dejar de lado su representación gráfica. Al explorar este tipo de contexto (conjuntos) se concluyó que al</p>		

estudiante se le dificultó en la prueba diagnóstica establecer una relación de equivalencias entre diferentes subconjuntos, sin embargo, el estudiante logró superar esta dificultad evidenciada en la prueba final.

4.1.2. Análisis de resultados de prueba 1 y 2, estudiante N°2

Estudiante N°2

Curso: 501

Institución Educativa El Limonar Sexo:

Masculino

EDAD: 10 años

Jornada: Mañana

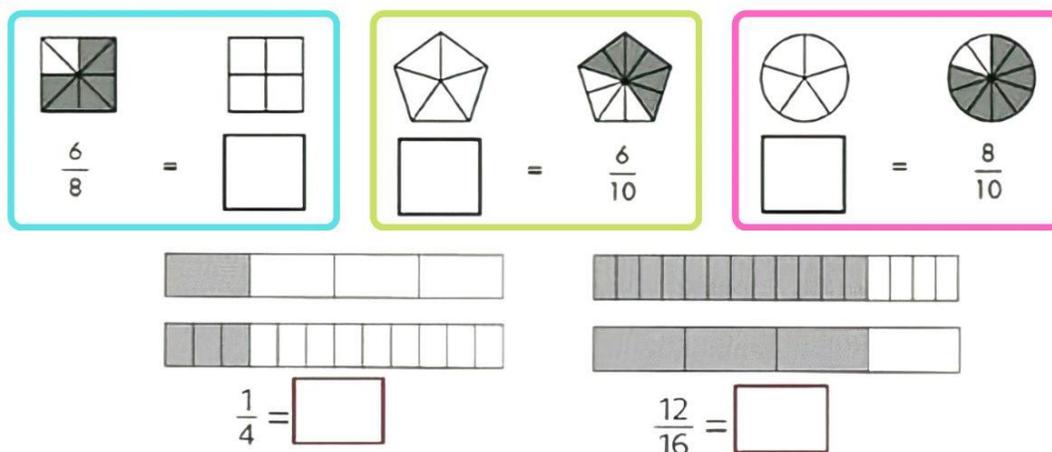
Fecha de aplicación prueba 1: 21 de julio del 2022

Fecha de aplicación prueba 2: 31 de agosto del 2022

Pregunta 1.

Colorea y completa en los recuadros de debajo de la figura, la fracción equivalente correspondiente:

Ilustración 12, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N°1	<p>Evidencia 35, Prueba diagnóstica</p>	<p>El estudiante reconoce las fracciones como parte de un todo, sin embargo, no se evidencia la transición de lo gráfico a lo simbólico.</p>
Prueba N°2	<p>Evidencia 36, Prueba diagnóstica</p>	<p>El alumno identifica las fracciones como parte de un todo y realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin dejar de lado la definición del numerador y el denominador. Es capaz de establecer una relación de equivalencia con diferentes figuras geométricas, sin importar la forma de la unidad.</p>
<p><u>Conclusión:</u> La pregunta integra el contexto gráfico y simbólico que ayuda al estudiante a interpretar la idea central del tema, toma la unidad y selecciona o colorea las partes que corresponden sin importar la figura geométrica que en este caso es la unidad, por tanto, se logra la transición de lo gráfico a lo simbólico en ambas preguntas sin ninguna dificultad.</p>		

Pregunta 2.

Manuela compró $\frac{1}{4}$ kg de arroz, mientras que Marcos compró $\frac{3}{12}$ kg y Andrés $\frac{2}{8}$ kg. ¿Cuál

de las siguientes afirmaciones es correcta y por qué?

- a) Marcos compró más arroz.
- b) Todos compraron igual cantidad de arroz.
- c) Mercedes compró más arroz.
- d) Manuela compró menos arroz.

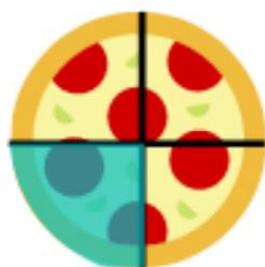
Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N° 1	<p>Evidencia 37, Prueba diagnóstica</p> <p>a) Marcos compró más arroz. b) Todos compraron igual cantidad de arroz. c) Mercedes compró más arroz. d) Manuela compró menos arroz.</p> <p>Porque $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$ porque son equivalentes</p>	<p>Identifica que las fracciones son equivalentes, selecciona la opción b y justifica su respuesta igualando las fracciones utilizadas.</p>
Prueba N° 2	<p>Evidencia 38, Prueba diagnóstica</p> <p>a) Marcos compró más arroz. b) Todos compraron igual cantidad de arroz. c) Mercedes compró más arroz. d) Manuela compró menos arroz.</p> <p>porque $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ $\frac{2}{8} = \frac{3}{12}$ son equivalentes porque $\frac{2}{8}$ es la mitad de $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ se simplifica por 3 da $\frac{3}{12}$</p>	<p>Identifica la simplificación y amplificación de las fracciones como operaciones para poder llegar al reconocimiento de las fracciones equivalentes.</p>

Conclusión: Al comparar las respuestas de las dos pruebas se observa que contesta correctamente en ambas, sin embargo, la justificación de la segunda es más apropiada y acertada a la hora de respaldar su respuesta, ya que pudo establecer los conceptos de amplificación y simplificación de fracciones equivalentes.

Pregunta 3.

Juana y Andrés compran cada uno una pizza. Juana come $\frac{1}{4}$ de su *pizza*, mientras tanto, Andrés decide comer la misma cantidad que Juana. El pizzero partió en 8 partes iguales la pizza de Andrés como se observa en la siguiente imagen:

Ilustración 13, Prueba diagnóstica



Juana



Andrés

Fuente: Elaboración propia

¿Qué fracción de su *pizza* comerá Andrés, de tal manera que sea igual a la de Juana?

Además, ¿Entre la porción de pizza que comieron Juana y Andrés, qué diferencias y semejanzas encuentra entre ellas?

b. $\frac{2}{8}$

b. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{3}{8}$

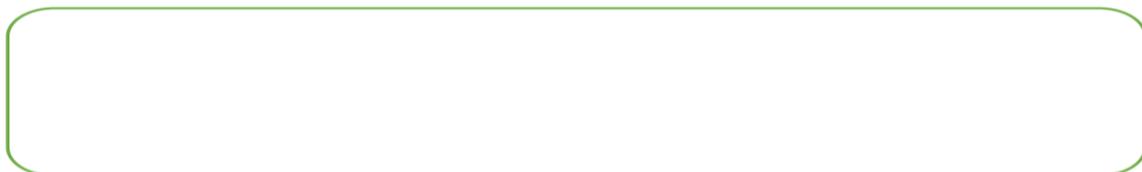
d. $\frac{3}{4}$

Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N° 1	<p>Evidencia 39, Prueba diagnóstica</p>	<p>No reconoce las diferencias y semejanzas en el ejercicio, además, su argumento establece que la unidad (<i>pizza</i>) no es la misma en ambos casos y no se ve en capacidad de determinar que está dividida en partes distintas.</p>
Prueba N° 2	<p>Evidencia 40, Prueba diagnóstica</p>	<p>Reconoce la diferencia y semejanza entre dos racionales equivalentes, teniendo en cuenta que la unidad se mantiene, pero es dividida en más partes. El estudiante concluye que dos fracciones representan la misma área, pero la cantidad de particiones son diferentes.</p>
<p>Conclusión: Se observa un avance significativo ya que en la prueba N°2 establece la pizza como unidad, identifica a su vez la semejanza y diferencia que hay en ambos casos justificando su respuesta, entiende que las fracciones $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{8}$ son equivalentes entre sí, sin dejar de lado su representación gráfica.</p>		

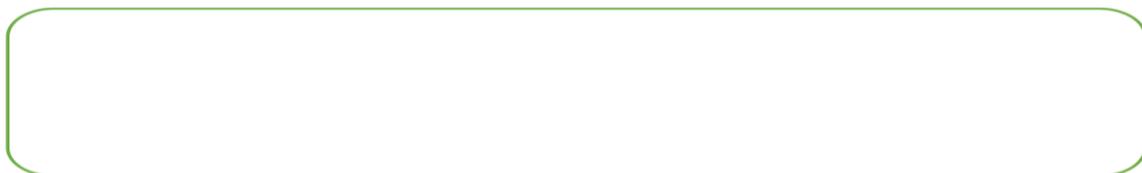
Pregunta 4.

María reparte equitativamente 12 dulces entre 3 niñas y a su vez, Carlos reparte 12 dulces entre 6 niños.

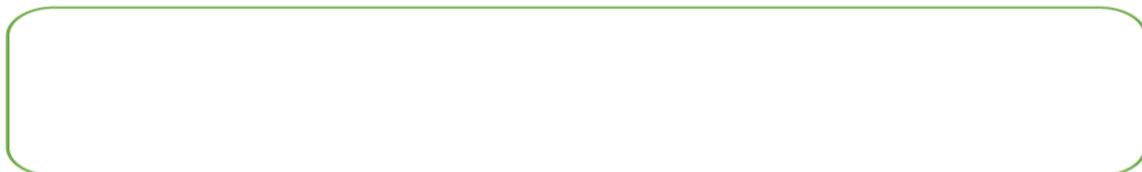
a) Realice los dibujos de los repartos:



b) ¿Cuántos dulces le corresponde a cada niño y niña?



c) Según el reparto de Carlos, escriba la fracción equivalente y correspondiente de acuerdo con la fracción del reparto de María:



Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N°1	<p>Evidencia 41, Prueba diagnóstica</p>	<p>Realiza un esfuerzo para contestar las preguntas de una manera adecuada y se guía con dibujos intentando llegar a la solución, aunque no analiza la situación problema.</p>
Prueba N°2	<p>Evidencia 42, Prueba diagnóstica</p>	<p>Justifica su respuesta mediante dibujos que representan la solución. Reconoce las fracciones como parte de un todo y realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin dejar de lado la definición.</p>
<p><u>Conclusión:</u> Con los resultados obtenidos se puede concluir que el estudiante fortaleció sus conocimientos previos con la ayuda de la guía implementada, se percibe que en</p>		

la prueba final interpreta de forma clara el ejercicio, realiza un gráfico acorde a la pregunta y es capaz de pasar de lo simbólico a lo gráfico.

Pregunta 5.

La Jarra de Juan tiene 1 litro de agua y requiere depositar el agua en 2 vasos con la misma cantidad, de igual manera repartir el litro de agua en 4 vasos con la misma cantidad.

Ilustración 14,
Prueba diagnóstica



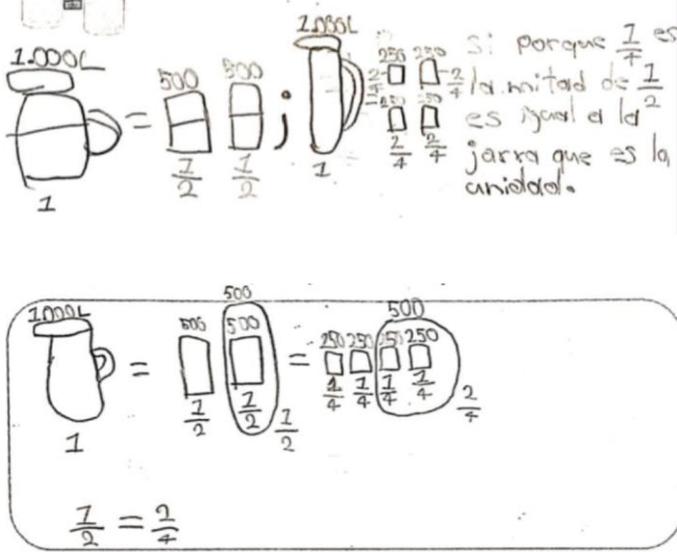
- a. El agua de la Jarra depositada en los 2 vasos y en los 4 vasos, ¿tienen la misma cantidad de agua? Explica cómo lo pensaste:
- b. Si de los 2 vasos de agua, se reparten en 4 vasos iguales. De los 4 vasos de agua se toman 2, ¿Se pueden sacar fracciones equivalentes con los 2 vasos? Escriba cuales son y realiza un dibujo de esta situación:

Fuente: Elaboración propia

Ilustración 15, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N° 1	<p>Evidencia 43, Prueba diagnóstica</p> <p><u>Si porque si se toma la mitad de los dos vasos y los ponemos en otros dos vasos mas nos quedaria 4 vasos</u></p>	<p>No responde los dos incisos a pesar de que realiza una explicación bajo su concepto de la distribución del agua. El estudiante no representó la situación problemática mediante un gráfico.</p>
Prueba N° 2	<p>Evidencia 44, Prueba diagnóstica</p>  <p>Si porque $\frac{1}{4}$ es la mitad de $\frac{1}{2}$ es igual a la jarra que es la unidad.</p> <p>$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$</p>	<p>El estudiante reconoce las fracciones como parte de un todo y realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin olvidar que se trata de una situación de volúmenes de líquidos. Se evidencia un análisis profundo en este contexto de los líquidos, asimismo tiene claridad sobre el concepto de fracciones equivalentes.</p>

Conclusión: El educando no tiene los saberes previos para contestar las situaciones en la prueba diagnóstica, pero en la prueba final se refleja un avance significativo ya que realiza una transformación de lo gráfico a lo simbólico y tiene claro el concepto de fracciones equivalentes en el contexto de líquidos.

Pregunta 6.

Valentina registra en una tabla la cantidad de jugo en litros que toma el lunes, martes, miércoles y jueves, de la siguiente manera:

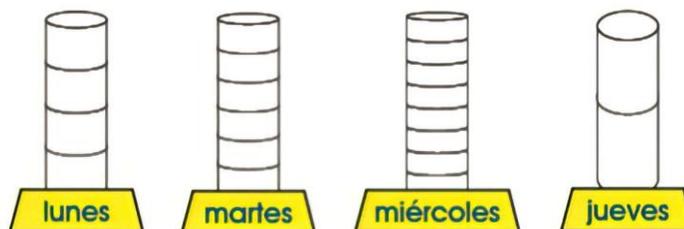
Ilustración 16, Prueba diagnóstica

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves
Cantidad de jugo	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{2}$

Fuente: Elaboración propia

a) Colorea en cada tubo la fracción de jugo que tomó Valentina:

Ilustración 17, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

b) Escriba las fracciones que son equivalentes, además explica por qué cree son equivalentes entre sí:



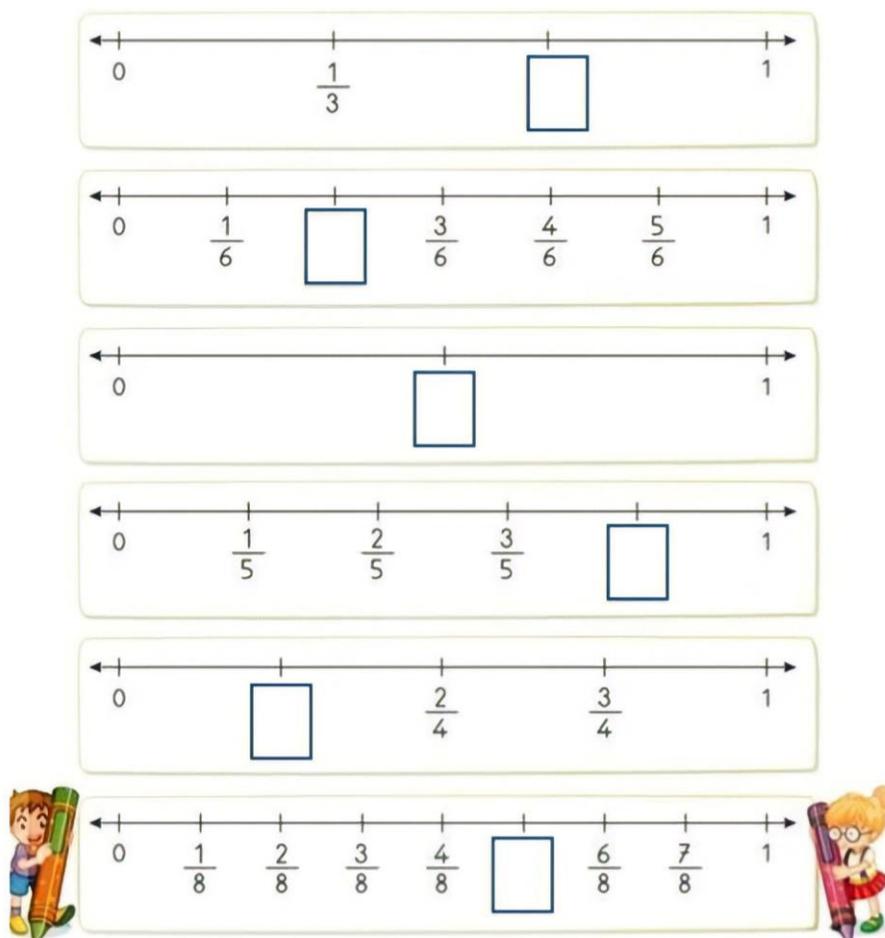
Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N°1	<p>Evidencia 45, Prueba diagnóstica</p> <p>b) Escriba las fracciones que son equivalentes, además explica por qué cree son equivalentes entre sí:</p> <div style="border: 1px solid black; height: 60px; width: 100%;"></div>	<p>Sin solución en el ejercicio.</p>
Prueba N°2	<p>Evidencia 46, Prueba diagnóstica</p> <p>b) Escriba las fracciones que son equivalentes, además explica por qué cree son equivalentes entre sí:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \quad \frac{2}{2} = \frac{3}{6} \quad \frac{1}{2} \text{ es equivalente a } \frac{2}{4} \text{ y } \frac{4}{8}$ <p>Porque son las mismas</p> $\frac{1}{2} \text{ también es equivalente a } \frac{3}{6} \text{ porque si multiplicamos } 2 \times 3 = 6$ </div>	<p>Desarrolla una transición de lo simbólico a lo gráfico sin ningún problema en el inciso a.</p> <p>Responde el ítem b justificando su respuesta por medio de la simplificación para concluir que las fracciones $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ y $\frac{4}{8}$ son equivalentes.</p>
<p>Conclusión: El estudiante no responde la pregunta 6 en la prueba diagnóstica, sin embargo, en la en la prueba final se evidencia el avance ya que realiza la transición de lo</p>		

simbólico a lo gráfico sin ninguna dificultad, tiene claro el concepto de fracciones equivalentes, ampliación y simplificación.

Pregunta 7.

Complete los recuadros de abajo de la recta con las fracciones y además escriba las fracciones que son equivalentes entre sí, comparándola con la recta de arriba:

Ilustración 18, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

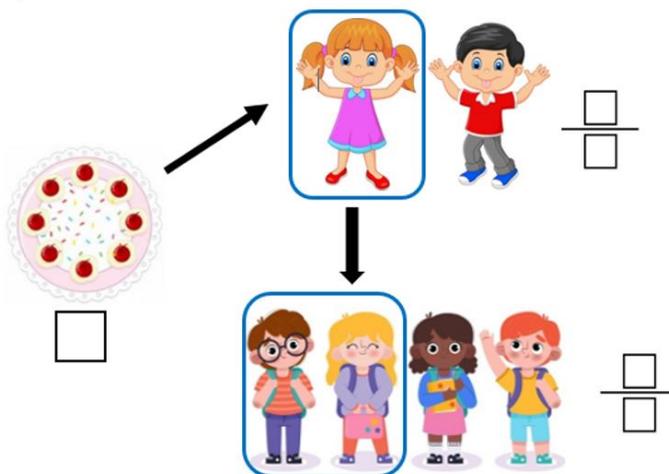
Conclusión: Al comparar las dos pruebas se puede percibir que el aprendiz en la prueba diagnóstica no tiene claro el concepto de fracción en la recta numérica y por ende no puede establecer una relación con las fracciones equivalentes, tiene un progreso en la segunda prueba, ya que completa correctamente la recta numérica y encuentra las fracciones equivalentes sin ningún problema.

Pregunta 8.

Escribe en los recuadros de abajo de las figuras, la fracción que le corresponde a cada uno de los niños equitativamente y además en cada imagen de torta realizar la repartición:

a.

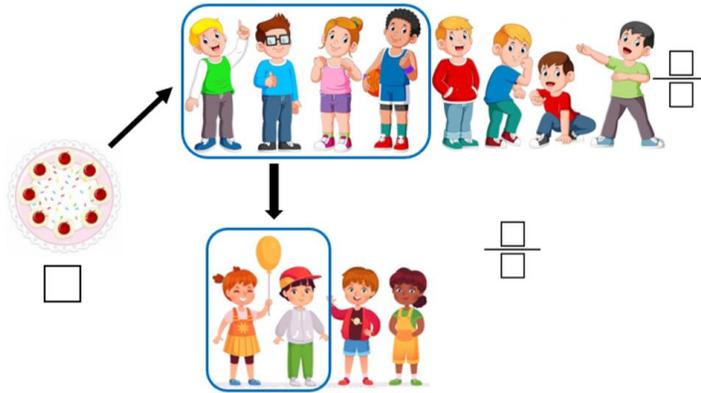
Ilustración 19, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

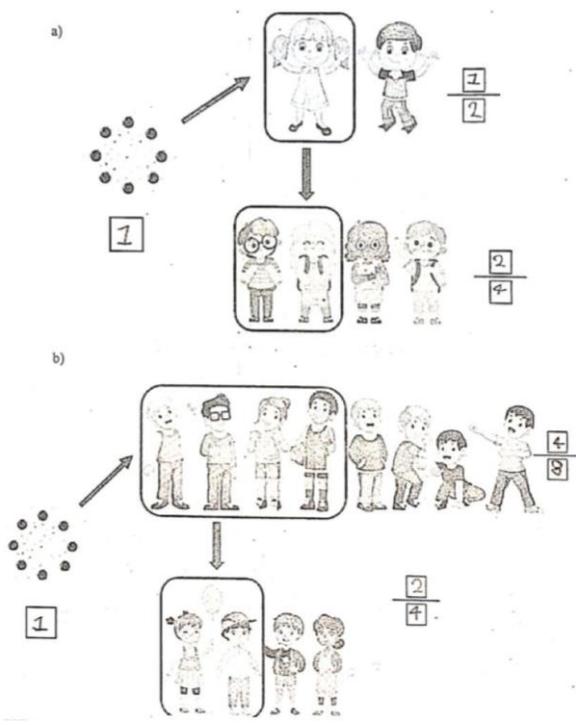
b.

Ilustración 20, Prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia

Respuestas.		
	Evidencia	Análisis
Prueba N°1	<p>Evidencia 49, Prueba diagnóstica</p> <p>b)</p>	<p>Sin solución en el ejercicio.</p>

Prueba N°2	<p style="text-align: center;">Evidencia 50, Prueba diagnóstica</p> 	<p>Tiene claro el concepto de unidad, fracciones equivalentes y realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico. Establece que en el primer gráfico el pastel fue partido y repartido en 2, para después repartirla entre 4 y así crear la relación de equivalencia.</p>
<p><u>Conclusión:</u> El aprendiz no contesta la pregunta 8 en la prueba N°1 pero en la prueba final, transforma lo gráfico a lo simbólico sin ninguna dificultad, además tiene claro el concepto de fracciones equivalentes.</p>		

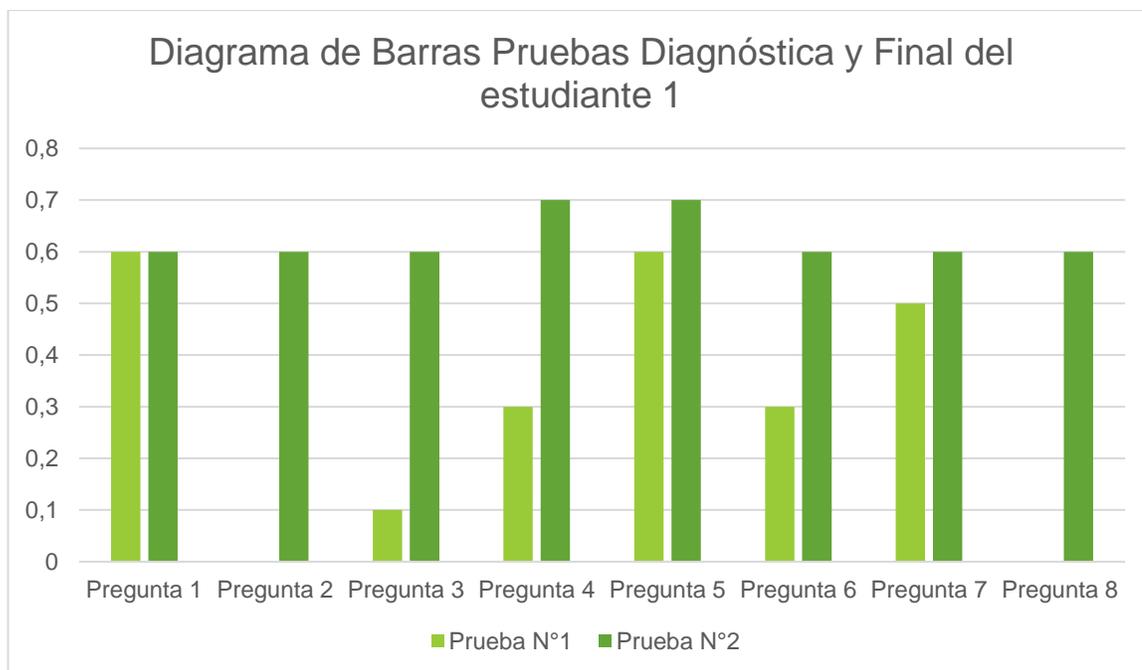
4.1.3. Análisis gráfico y numérico de prueba diagnóstica y final

Las pruebas diagnósticas se analizaron de manera cualitativa teniendo en cuenta cada una de las respuestas, no obstante, es preciso que se realice de manera cuantitativa y gráfica con el fin de identificar la amplitud del progreso de cada uno de los estudiantes. Esta será evaluada de 0 a 5 como es estipulado en la institución.

4.1.3.1. Análisis gráfico y numérico de prueba diagnóstica y final estudiante 1.

Tabla 1: Pruebas diagnóstica y final. Estudiante 1

Preguntas	Prueba N°1	Prueba N°2
Pregunta 1	0,6	0,6
Pregunta 2	0	0,6
Pregunta 3	0,1	0,6
Pregunta 4	0,3	0,7
Pregunta 5	0,7	0,7
Pregunta 6	0,3	0,6
Pregunta 7	0,5	0,6
Pregunta 8	0	0,6
Puntaje final	2,5	5

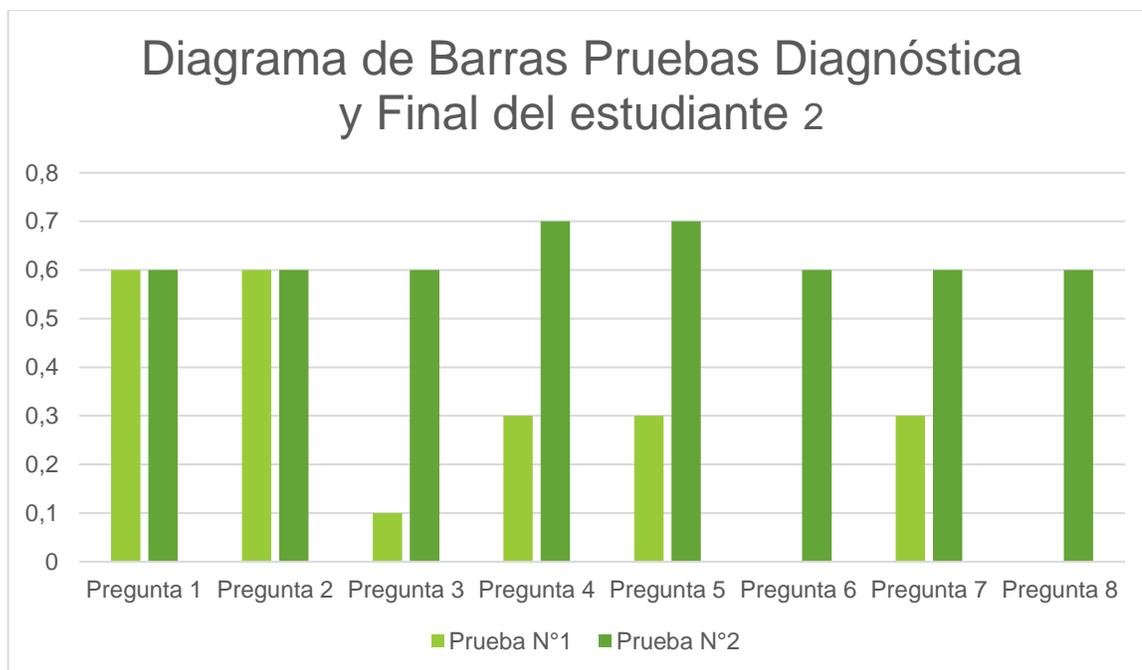


4.1.3.2. Análisis gráfico y numérico de prueba diagnóstica y final

Estudiante 2.

Tabla 2: Pruebas diagnóstica y final. Estudiante 2

Preguntas	Prueba N°1	Prueba N°2
Pregunta 1	0,6	0,6
Pregunta 2	0,6	0,6
Pregunta 3	0,1	0,6
Pregunta 4	0,3	0,7
Pregunta 5	0,3	0,7
Pregunta 6	0	0,6
Pregunta 7	0,3	0,6
Pregunta 8	0	0,6
Puntaje final	2,2	5



Al observar los resultados numéricos de los dos estudiantes podemos concluir que en la prueba N°1 se tiene una noción de los números fraccionarios mas no del concepto de las fracciones equivalentes en diferentes contextos, en algunas preguntas se acercan a la respuesta correcta pero no se concreta u observa cómo llegaron al resultado, es decir, no tienen conceptos apropiados para realizar un análisis a una situación problemática, también se evidenció que los conocimientos son numéricos y que en algunas situaciones no lograron establecer gráficos o análisis en las respuestas. Al escribir las fracciones como amplificación o simplificación se refleja una operación mecánica, es decir, repite un algoritmo aprendido en el transcurso de su vida educativa y sin tener en cuenta su contextualización en diversas situaciones problema.

La prueba final muestra que pueden reconocer claramente la unidad en diferentes contextos, saben interpretar cada situación planteada en los ejercicios, son capaces de realizar metamorfosis de lo simbólico a lo gráfico así mismo de lo gráfico a lo simbólico, reconocen y emplean el concepto de fracción equivalente sin dejar de lado lo que este conlleva. El manejo de

operaciones de amplificación y simplificación ya no lo hacen de manera mecánica, sino que lo apropian a la relación de lo gráfico y simbólico, para lograr responder situaciones que se le plantearon en esta prueba.

4.2. Construcción de secuencia didáctica “Aprendiendo, manipulando y creando”

La secuencia didáctica presentada a continuación, tiene como fin que el estudiante comprenda las fracciones equivalentes basada en diversos contextos y con diferentes materiales manipulables de la vida cotidiana, la cual se divide en distintas etapas: tablas de equivalencia, círculos de papel, mandarinas, conjuntos de personas o elementos, laboratorio con líquidos y transición de la tira de papel a la recta numérica.

Es preciso esclarecer el impacto que ha tenido la ejecución de aprendizajes con materiales didácticos. Para adquirir un conocimiento significativo es necesario integrar diferentes elementos con los cuales se pretenden generar una manipulación, simulación, discusión, un compartir, ampliar la imaginación, observar y visualizar lo que queremos que el estudiante aprenda. Para ello el docente debe reconocer y tener en cuenta los errores más comunes y básicos que limitan la adquisición del aprendizaje, en este caso, las fracciones equivalentes. (Rodríguez, 2017). Por eso, consideramos que la aplicación además de innovadora de los recursos manipulativos adecuados y seleccionados como lo son las tiras de papel, son una actividad motivadora, de desarrollo e incluso de afianzamiento que facilita una mejor comprensión de conceptos y procedimientos. De esta forma se contribuye al principio de aprendizaje (basado en las teorías psicopedagógicas actuales) facilitar la construcción de los aprendizajes significativos,

además de crear situaciones motivadoras para facilitar el aprendizaje de nuestro alumnado que carece en su mayoría de falta de motivación hacía nuestra materia. Garantizando así un aprendizaje más satisfactorio. (PÉREZ, 2009)

Por otro lado, en la manera en que se han estudiado las fracciones equivalentes, además de haberse ampliado este concepto ha tenido importancia relevante en los últimos años. Una herramienta valiosa en la construcción de este concepto son las Tiras de Papel, que se usó inicialmente en el concepto de Unidad. Los números racionales que son equivalentes tienen un significado y para ello se quiere preparar este concepto haciendo uso de diferentes tiras de papel y comparaciones entre ellas, además, armar tablas de equivalencia, realizar reflexiones entre las diferencias y semejanzas de fracciones. Mientras se aprende y trabaja con distintos contextos y materiales, el proceso de aprendizaje va formando bases para aplicar el mismo concepto a otras aplicaciones donde no se utilicen las tiras de papel, es decir, forma un concepto icónico, para que el niño pueda entender el símbolo y sus implicaciones. Ahora bien, los diversos contextos que se mencionan son los círculos de papel, mandarinas, conjuntos, líquidos, esta identificación permite una mejor comprensión de las fracciones equivalentes incluyendo las competencias comunicativas, la comprensión y la comparación de toda la simbología matemática. En este sentido, nos basamos en la teoría de Hiebert que propone una secuencia de procesos cognitivos para producir y elevar la competencia con los símbolos matemáticos escritos, la comprensión del significado de los símbolos y procedimientos matemáticos (Hiebert, 1988)

Es de mucha importancia que el niño explore su contexto en el mundo que lo rodea, para así darle un sentido a las matemáticas. Variables como las condiciones sociales, culturales y condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas (Lineamientos curriculares de Matemáticas) (Ministerio de Educación Nacional de Colombia).

Según Kieren la idea de las clases de equivalencia está directamente relacionada con la percepción de las operaciones en los racionales como con sus propiedades (Kieren, 1976), en este sentido, se trabajarán las tablas de equivalencia, lo que permite observar de manera gráfica las clases de equivalencia de un número fraccionario, por esta razón y con ayuda de las tiras de papel se construirán las tablas de equivalencia usando los tres primeros números primos (2, 3 y 5), empezando por 2, luego 3 y 5. Hay autores que desarrollaron esta metodología con las tablas de equivalencia, Wiebe realizaba unas tiras de papel y las pegaba en una mesa grande, haciendo correspondencias y observando cuales eran sus equivalencias (Wiebe, 1985). Con la formación del concepto de fracciones equivalentes empleando las tablas de equivalencia se pretende ir abonando el terreno para la suma de fracciones (Scott, 1981). Lo visual junto con la comparación, hace que el niño cree un concepto más elaborado de las equivalencias.

Existen diferentes situaciones donde los lineamientos en Matemáticas manifiestan la necesidad de establecer competencias para el desarrollo y comprensión de un tema. Por ende, el alumno debe aprender y desarrollar a medida que edifica significados apropiados en relación con los contenidos a estudiar. (Solé & Coll, 1999).

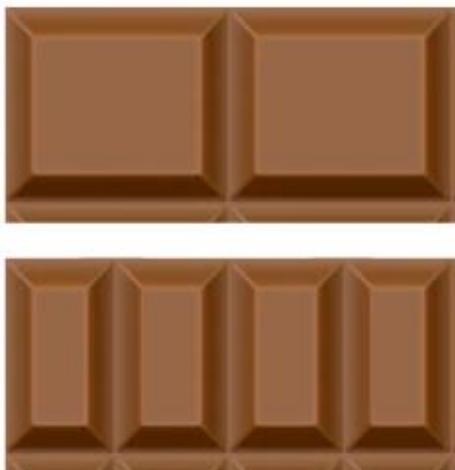
Es de suma importancia que la unidad sea reconocida, esta lleva consigo una separación mental en partes y la recomposición de estas. El análisis de esto da lugar a la unidad de medida, la síntesis, o recomposición, da el valor absoluto de la magnitud. (McLellan & Dewey, 1908).

Los conceptos construidos: Racionales Equivalentes en el Contexto de las Tiras de Papel y Tablas de Equivalencia con tiras de papel en este capítulo fueron tomados de las notas de clase de Profesor (Duarte Vidal, 2015) quien es el Asesor de este trabajo, en cambio, los círculos de papel, mandarinas, conjuntos, líquidos y transición de la tira de papel a la recta numérica fueron elaborados por las docentes en formación Gabriela Montaña Gómez y Marcela Rodríguez Rodríguez.

4.2.1. Racionales Equivalentes en el Contexto de las Tiras de Papel

La siguiente actividad nos ayudará a adquirir habilidad en el manejo de los racionales y sus respectivas equivalencias. Con la construcción de unas tablas con tiras de papel, el estudiante podrá comparar las equivalencias de varios números racionales. A continuación, se muestran 2 chocolatinas:

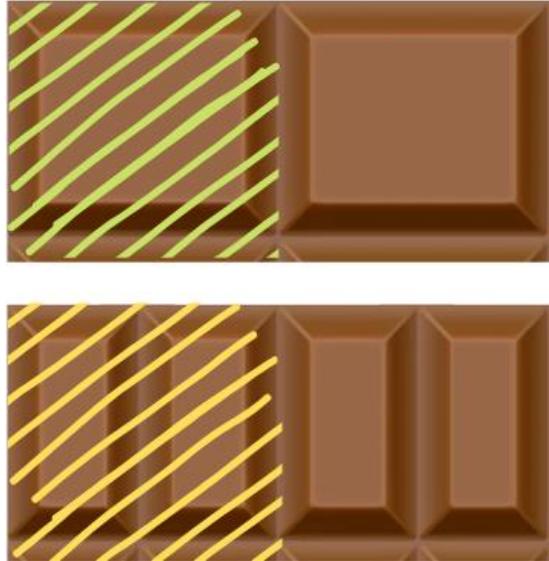
Ilustración 21, Racionales equivalentes



Fuente: Elaboración propia

Para empezar, veamos la diferencia y semejanza entre dos racionales equivalentes. Es necesario fijarse en las dos fracciones equivalentes y determinar semejanzas entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$, para ello observe la siguiente figura:

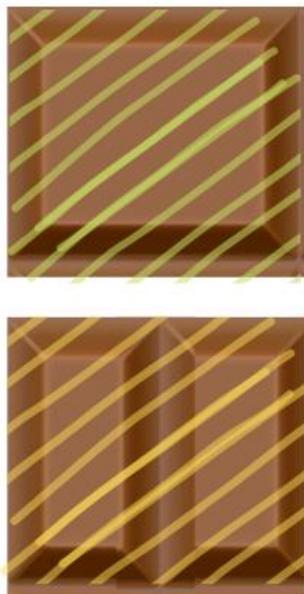
Ilustración 22, Racionales equivalentes



Fuente: Elaboración propia

La semejanza de las fracciones es que tienen la misma parte, es decir, la mitad de una chocolatina es la misma parte que si le dan dos cuartos. Ahora debemos observar las diferencias entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$, para ello la siguiente figura nos muestra que:

Ilustración 23, Racionales equivalentes



Fuente: Elaboración propia

Al compararlas se observa que la diferencia entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$, es que un medio tiene una parte y dos cuartos está dividida en dos partes, sin dejar de lado que en medida equivalen lo mismo.

4.2.2. Guía No. 1: Tablas de Equivalencia con tiras de papel.

Evidencias de Aprendizaje:

- Identifica y construye fracciones equivalentes a una fracción dada.
- Establece, justifica y utiliza criterios para comparar fracciones.

Desempeño:

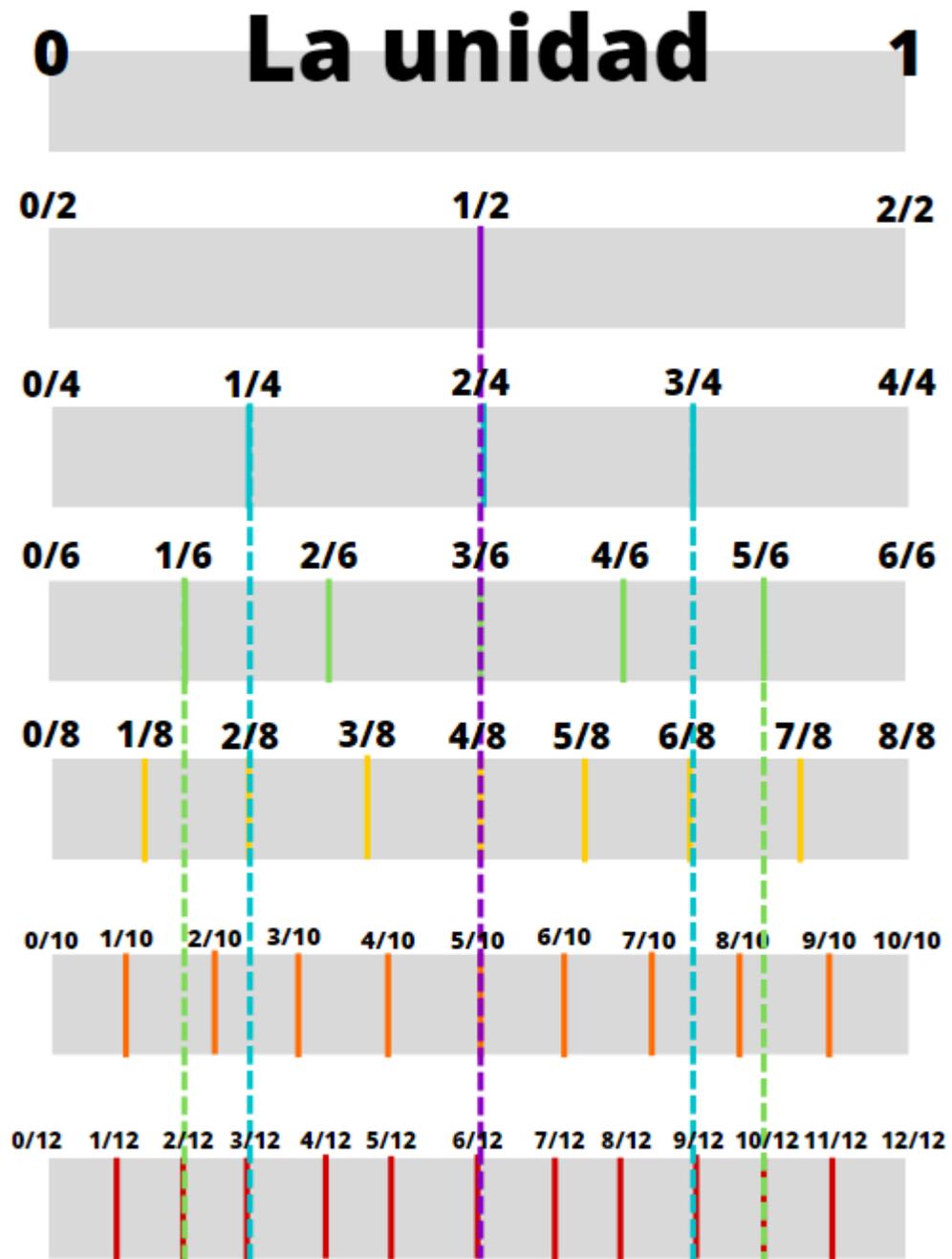
- Construyo las clases de equivalencias de las fracciones representándolas con tiras de papel.

Para construir las clases de equivalencia de una fracción dada, se usarán tablas de equivalencia, como nosotros le hemos denominado, empezando por el primer número primo que es 2. En este sentido, se iniciará comparando los números racionales equivalentes que dividen la unidad en dos partes iguales.

Recordemos que en esta metodología es muy necesario realizar las tablas de equivalencia en clase haciendo uso de las tiras de papel. Lo que el maestro hace en el tablero, el estudiante también realiza, es decir, toma tiras de papel y forma las fracciones, de tal manera que se puedan comparar y así realizar las tablas de equivalencia. La idea es ir comparando cuando un medio lo doblamos en dos partes iguales, luego en tres y así sucesivamente. Para esta actividad es preciso que todas las unidades sean iguales.

Con el fin de aprovechar los beneficios en el aprendizaje de esta actividad, es indispensable que los estudiantes doblen y peguen las tiras de papel teniendo en cuenta que deben comparar la tira de arriba con la de abajo y finalizar trazando líneas de arriba hacia abajo, utilizando colores que unan los diferentes números fraccionarios equivalentes, cabe mencionar que en esta guía la tira de papel será la unidad, como se muestra a continuación con la clase de equivalencia del $\frac{1}{2}$, en este caso, la tira de papel se divide en 2 partes igual, luego en 4 y así consecutivamente:

Ilustración 24, Tabla de equivalencias



Fuente: Elaboración propia

Tabla de equivalencia del número fraccionario $\frac{1}{2}$, tomada de las notas del Profesor Julio Cesar Duarte Vidal.

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{6}{6} = \frac{8}{8} = \frac{10}{10} = \frac{12}{12}; \quad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12};$$

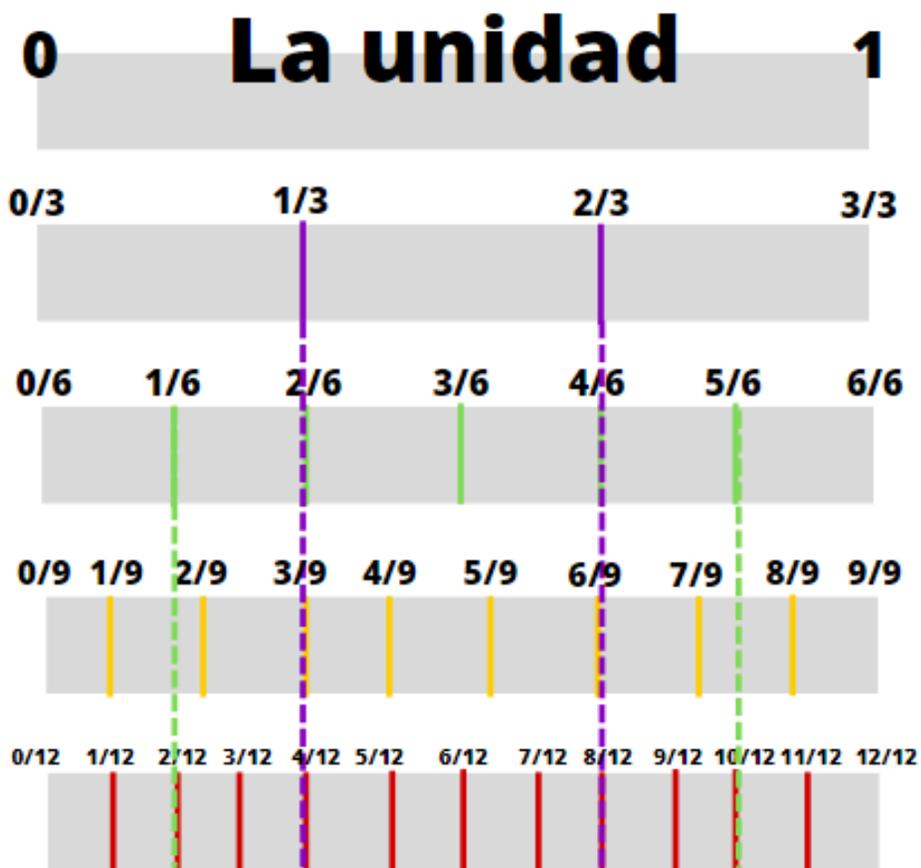
$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}; \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}; \quad \frac{1}{6} = \frac{2}{12}; \quad \frac{2}{6} = \frac{4}{12}; \quad \frac{4}{6} = \frac{8}{12};$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12};$$

En esta guía también se encontrará tiras de papel con mayor número de partes, pero que representan un mismo número y es el insumo esencial para formar el concepto de mínimo común múltiplo.

Después se realiza la clase de equivalencia del $\frac{1}{3}$, es decir, la unidad se divide en tres partes iguales y sus múltiplos:

Ilustración 25, Tabla de equivalencias



Fuente: Elaboración propia

Tabla de equivalencia del número fraccionario $\frac{1}{3}$, tomada de las notas del Profesor Julio Cesar Duarte Vidal.

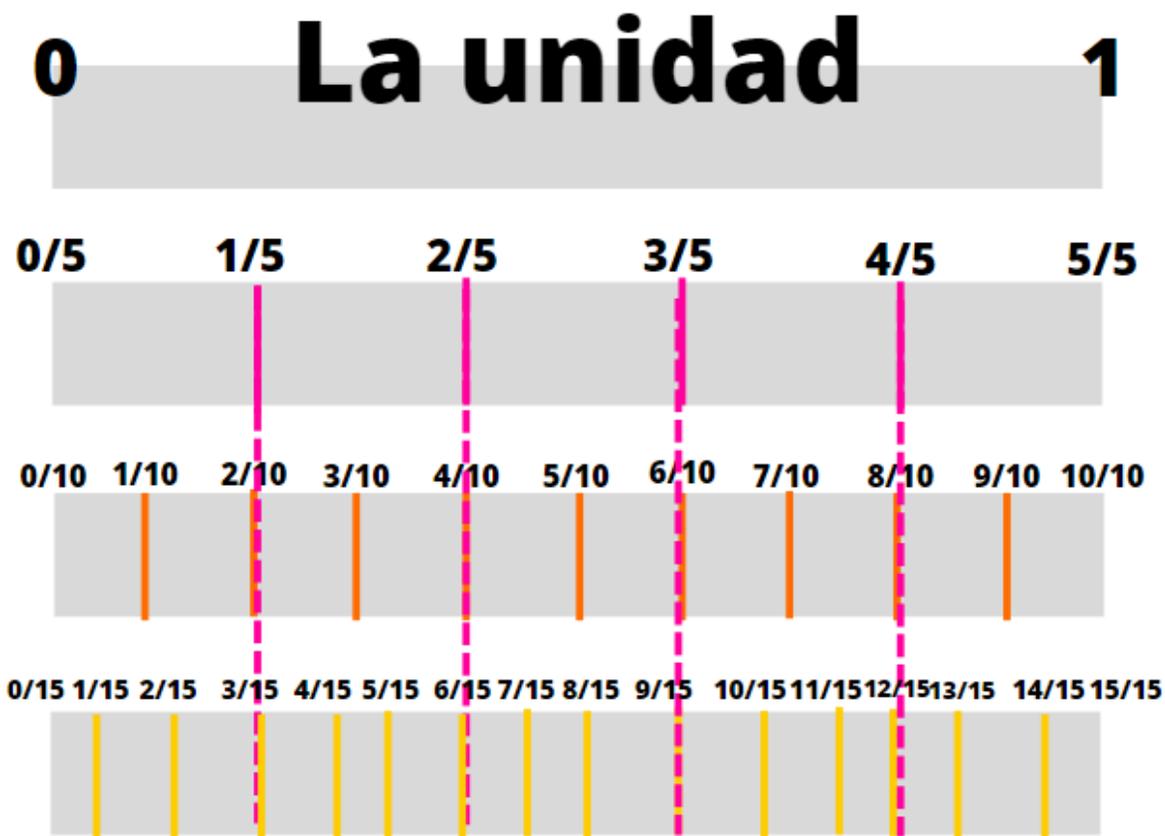
El ejercicio culmina determinando y escribiendo cuales fueron las fracciones equivalentes y así mismo la clase de equivalencia como tal:

$$1 = \frac{3}{3} = \frac{6}{6} = \frac{9}{9}; \quad 0 = \frac{0}{3} = \frac{0}{6} = \frac{0}{12}; \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12};$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}; \quad \frac{1}{6} = \frac{2}{12}; \quad \frac{5}{12} = \frac{10}{12}; \quad \frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Se finaliza usando la tabla que divide la unidad en cinco iguales con sus múltiplos o clases de equivalencia:

Ilustración 26, Tabla de equivalencias



Fuente: Elaboración propia

Tabla de equivalencia del número fraccionario $1/5$, tomada de las notas del Profesor Julio

Cesar Duarte Vidal.

$$1 = \frac{5}{5} = \frac{10}{10} = \frac{15}{15},$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15},$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15},$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15},$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15},$$

4.2.3. Guía No. 2: Círculos.

Evidencias de Aprendizaje:

- Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios)

asociados con un contexto para solucionar problemas.

- Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

- Descompone un número en sus factores primos.

Desempeño:

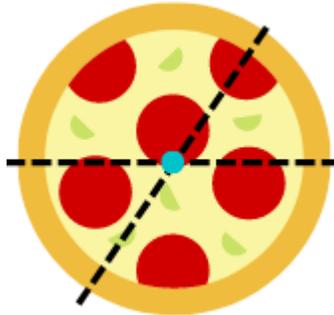
- Adquiere habilidad doblando en partes iguales un círculo de papel, en diferentes contextos.

Las herramientas como las tiras de papel, círculos, planos, volúmenes y líneas rectas generan la construcción del concepto de fraccionario abordado de diferentes contextos donde se ve inmersa la unidad, en este caso, se utiliza los círculos de papel, ya que este material didáctico ayuda en el trabajo de un concepto más amplio como es el caso de las fracciones equivalentes.

Cabe mencionar que el concepto de unidad también se trabaja en esta guía, en este caso, las pizzas o círculos son la unidad. Es de suma importancia que la unidad sea reconocida, esta lleva consigo una separación mental en partes y la recomposición de estas. Para iniciar este tema, primero se hace un breve repaso sobre cómo hallar el centro del círculo, para ello, se dobla el

circulo a la mitad y luego se vuelve a doblar en dos partes iguales, de modo que donde se interceptan los dobleces se marca el punto de la siguiente manera:

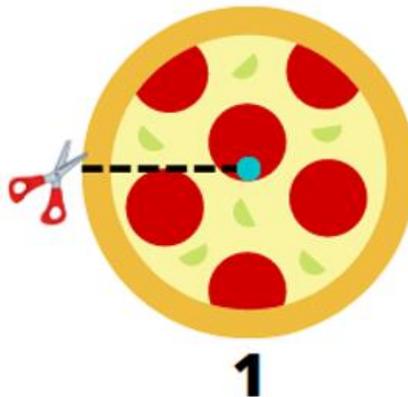
Ilustración 27, Círculos de papel



Fuente: Elaboración propia

Luego se traza y corta el radio, como se muestra en la imagen:

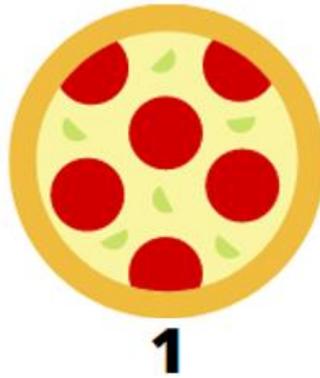
Ilustración 28, Círculos de papel



Fuente: Elaboración propia

Para abordar la actividad con los estudiantes se les proporcionará un círculo de papel para que dibujen y pinten la pizza de su preferencia, por ejemplo:

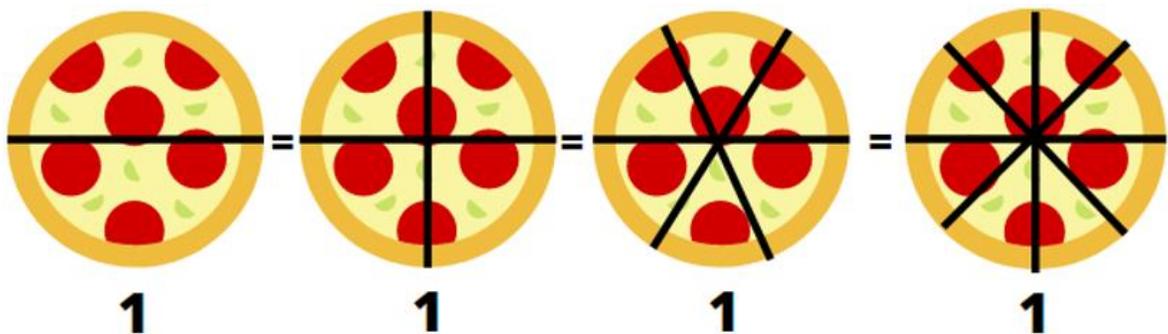
Ilustración 29, Círculos de papel



Fuente: Elaboración propia

Conjuntamente se realizará la clase de equivalencia del $\frac{1}{2}$ con las pizzas de papel de tal modo que el primer paso, es doblar el círculo en dos partes iguales, luego volver a doblar en dos partes iguales, es decir, obtener 4 dobleces iguales, después en seis partes iguales y finalmente en 8 partes iguales como se muestra a continuación:

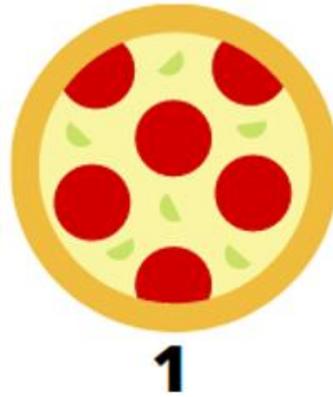
Ilustración 30, Círculos de papel



Fuente: Elaboración propia

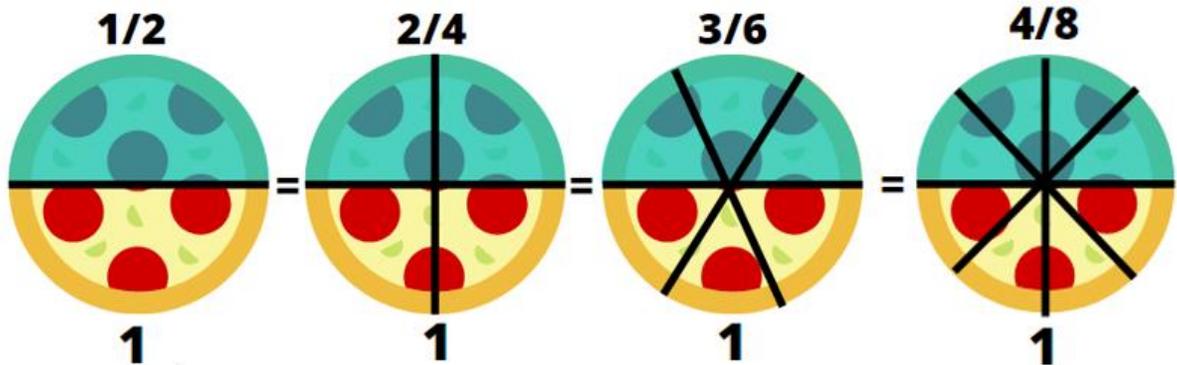
Seguidamente, se selecciona y colorea la sección de la fracción $\frac{1}{2}$ y sus fraccionarios equivalentes, de tal manera que se identifique en las gráficas las semejanzas, diferencias y su clase de equivalencia, en este sentido los estudiantes deberán observar qué sección de los dobleces obtenidos sean igual a la fracción $\frac{1}{2}$, de este modo:

Ilustración 31, Círculos de papel



Fuente: Elaboración propia

Ilustración 32, Círculos de papel



Fuente: Elaboración propia

Y finalizar deduciendo que: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$

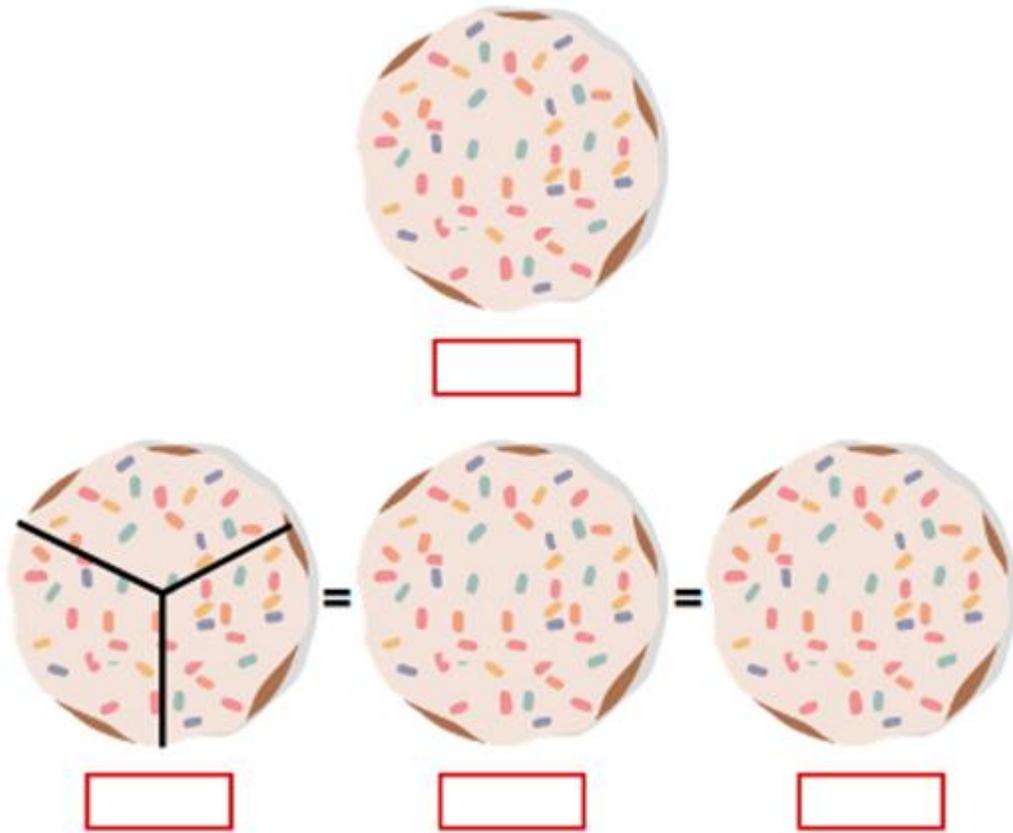
4.2.3.1. Taller de Círculos:

1. En base a la siguiente imagen de una galleta de chispitas:

- Trace el centro del círculo
- Trace el radio
- Complete y realice la clase de equivalencia de la fracción $\frac{1}{3}$, trazando los

dobleces y coloreando las secciones equivalentes:

Ilustración 33, Taller círculos de papel



Fuente: Elaboración propia

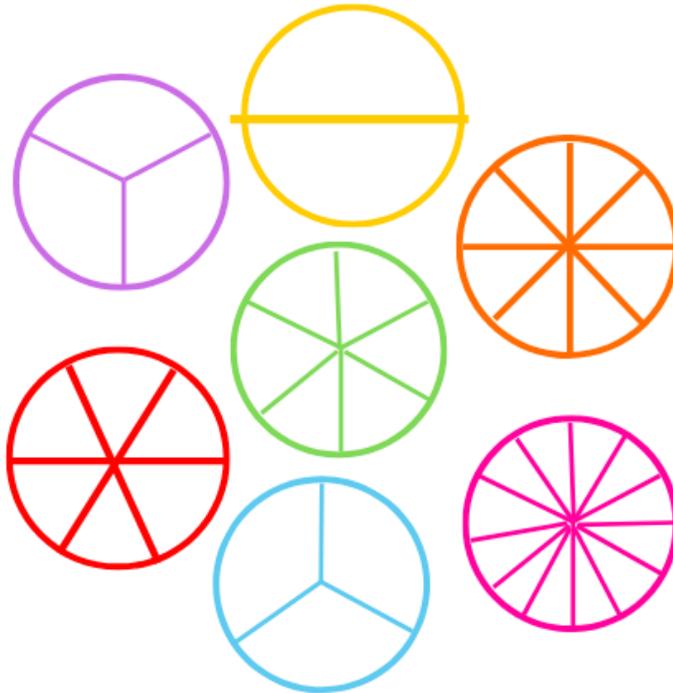
Conteste las siguientes preguntas:

- a. Qué semejanzas y diferencias encuentra entre los números fraccionarios $\frac{1}{3}$,

$\frac{2}{6}$ y $\frac{3}{9}$,

2. Coloree y escriba la clase de equivalencia de $\frac{2}{3}$.

Ilustración 34, Taller círculos de papel



Fuente: Elaboración propia

a) Mencione que diferencias y semejanzas encuentra entre las fracciones equivalentes

4.2.4. Guía No. 3: Mandarinas.

Evidencias de Aprendizaje:

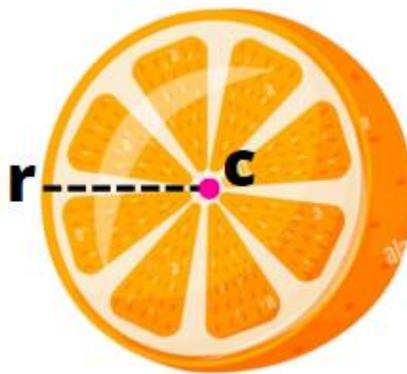
- Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
- Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

Desempeño:

- Construyo el significado de fracción como elemento en el contexto de la mandarina.

Es importante recalcar que, en este contexto, el concepto de la unidad es la mandarina (figura tridimensional). Ahora bien, como la fruta es una figura geométrica, en este caso, es una esfera que está conformada por un centro, un radio y un eje principal que pasa por el centro.

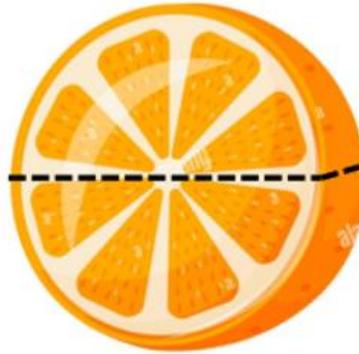
Ilustración 35, Mandarinas



Fuente: Elaboración propia

Para esta actividad, se realizará la clase de equivalencia del $\frac{1}{2}$, (una condición para realizar este ejercicio es que la cantidad de gajos debe ser par, como 10, 12 y demás); cabe señalar que una de las ventajas de trabajar con la mandarina es que al constituirse por gajos se puede dividir en partes iguales sin necesidad de hacer cortes, de manera que, para desarrollar esta actividad, iniciamos partiendo la mandarina en gajos iguales:

Ilustración 36, Mandarinas



1

Fuente: Elaboración propia

Después, la sección y la cantidad de gajos que dividimos anteriormente, las volvemos a dividir en partes iguales, de tal manera:

Ilustración 37, Mandarinas



1

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, se vuelve a dividir en porciones iguales:

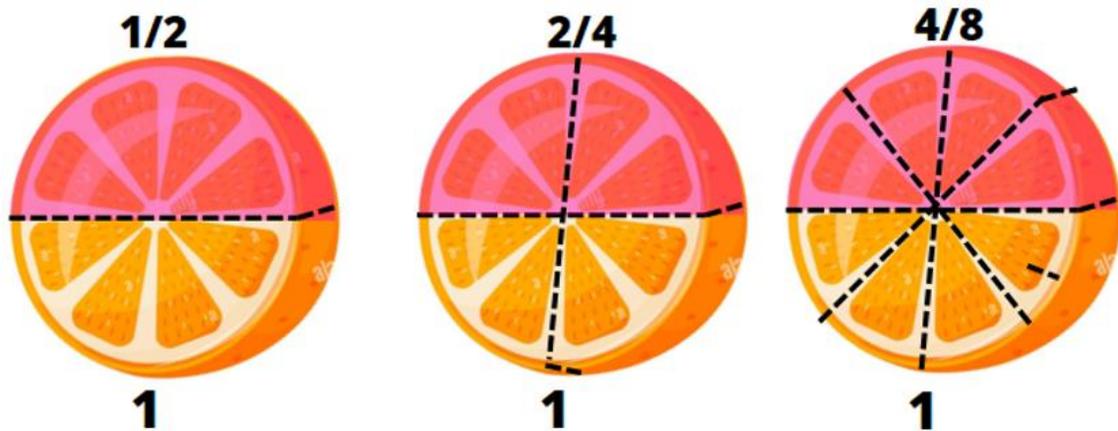
Ilustración 38, Mandarinas



Fuente: Elaboración propia

Al mismo tiempo y de acuerdo con las cantidades de gajos seleccionados y previamente divididos se determinan las fracciones resultantes y equivalentes, es decir, en este caso las fracciones equivalentes son $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$, como se observa a continuación:

Ilustración 39, Mandarinas



Fuente: Elaboración propia

4.2.5. Guía No. 4: Conjuntos.

Evidencias de Aprendizaje:

- Identifica y construye fracciones equivalentes a una fracción dada.
- Establece, justifica y utiliza criterios para comparar fracciones y decimales.
- Descompone un número en sus factores primos.
- Identifica las diferentes clases de equivalencia.

Desempeño:

- Construyo las equivalencias de las fracciones representándolas por medio de conjuntos y grupos de personas.

En este contexto se evidenciará que el estudio de las fracciones equivalentes a medida que se extiende a diversos entornos va a ser muy evidente y diferencial.

Para comprender las fracciones equivalentes por medio de la utilización de conjuntos se tomará un grupo de 12 estudiantes.

Ilustración 40, Conjuntos



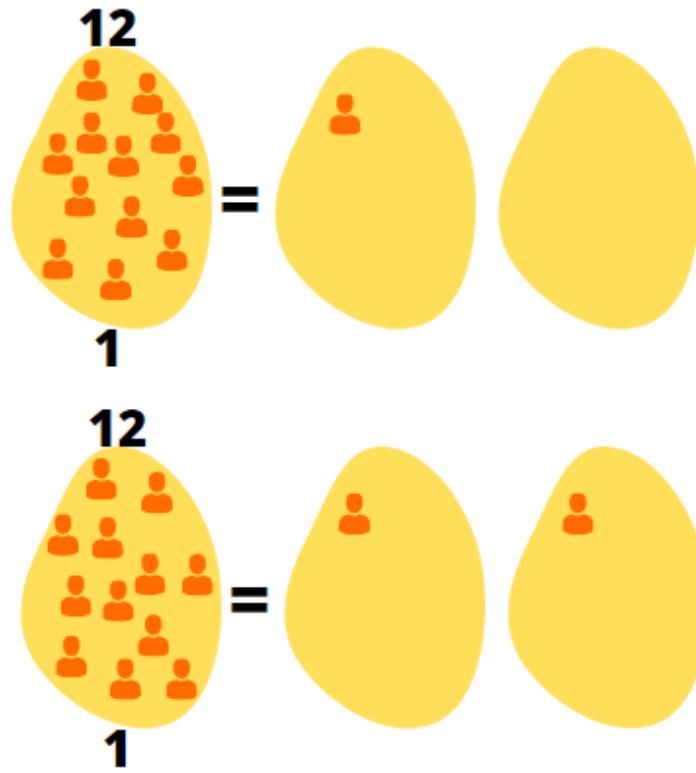
Fuente: Elaboración propia

Con esta cantidad de estudiantes se realizará una distribución equitativa en dos grupos donde uno por uno se irá acomodando en cada conjunto teniendo en cuenta las siguientes condiciones:

- Misma cantidad de elementos en cada conjunto.

- No deben sobrar elementos.

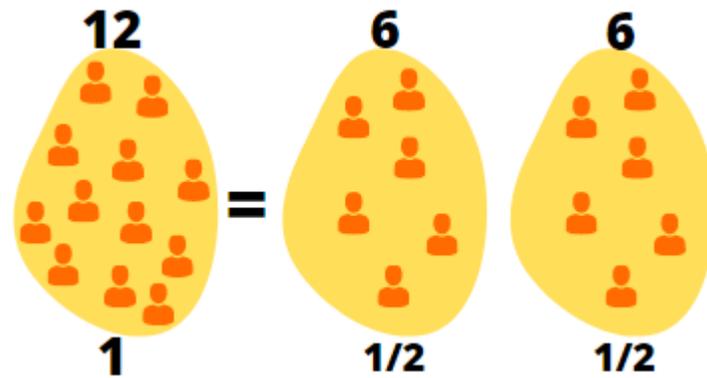
Ilustración 41, Conjuntos



Fuente: Elaboración propia

Los estudiantes llegarán a la conclusión que en cada conjunto quedarán 6 estudiantes.

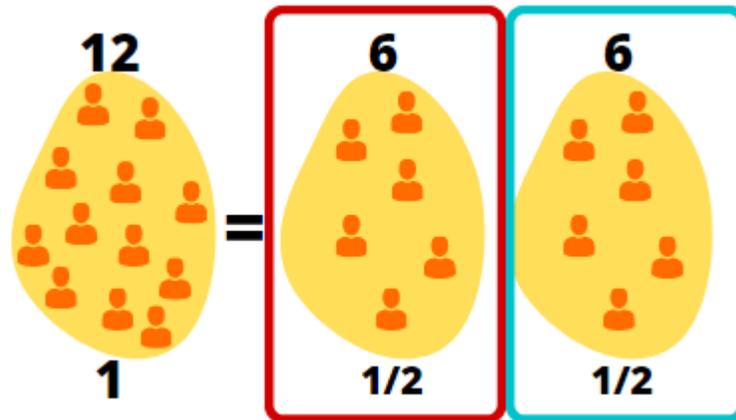
Ilustración 42, Conjuntos



Fuente: Elaboración propia

Seguidamente y para entender la clase de equivalencia del $\frac{1}{2}$, se seleccionará un conjunto de 6 estudiantes:

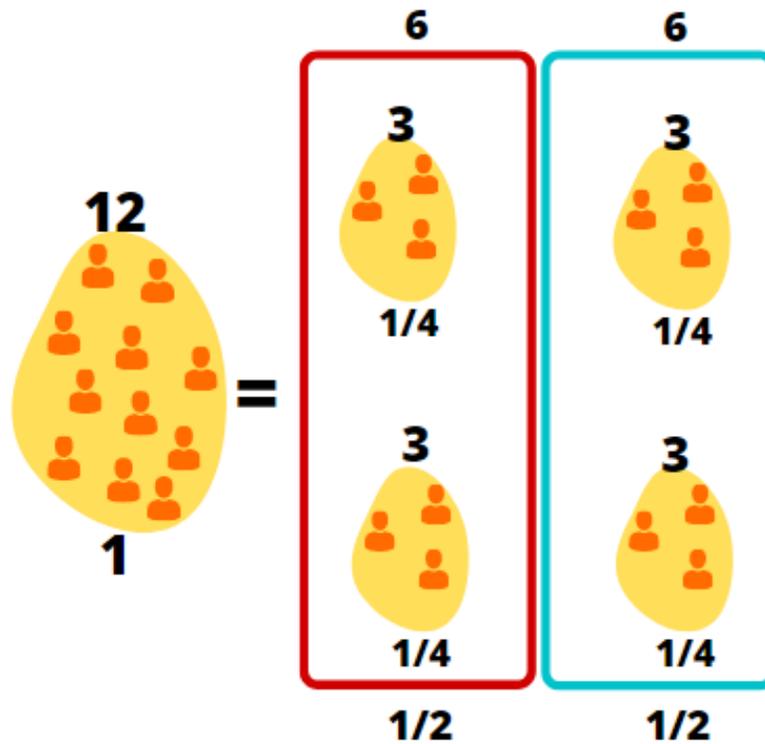
Ilustración 43, Conjuntos



Fuente: Elaboración propia

Luego, nuevamente con el conjunto de los 12 estudiantes, se realizará una distribución equitativa en esta ocasión en cuatro grupos donde uno por uno se irá acomodando en cada conjunto:

Ilustración 44, Conjuntos

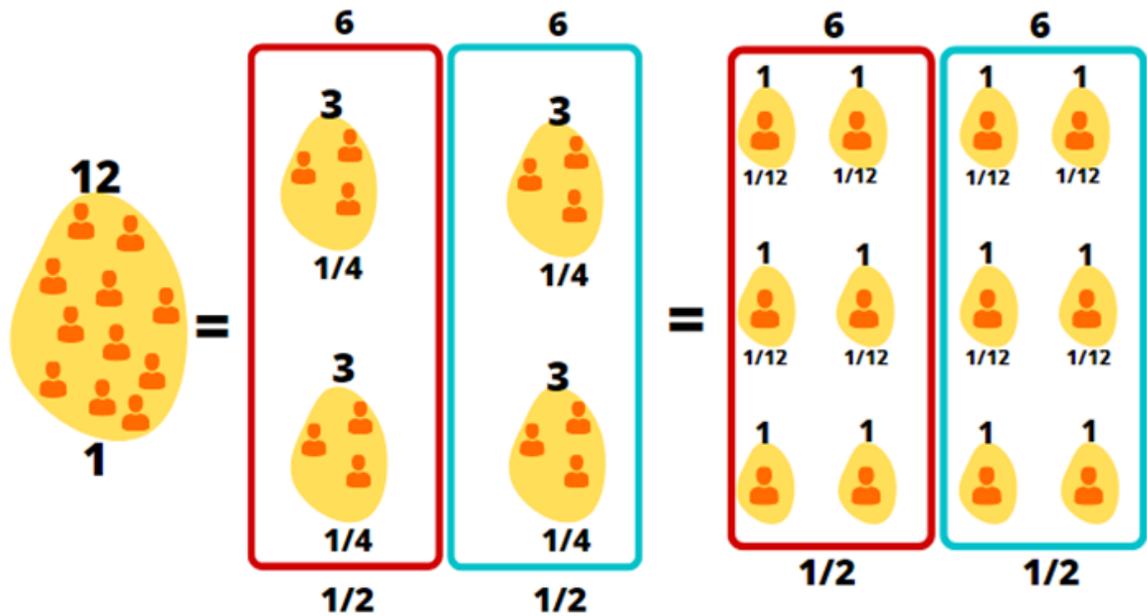


Fuente: Elaboración propia

Si nos fijamos en los recuadros, se puede concluir que $\frac{1}{2}$ corresponde a 6 estudiantes y a su vez $\frac{2}{4}$ también corresponde a 6 estudiantes, lo que finalmente se deduce que $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son equivalentes, Es indispensable reconocer que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

Hay algo que permanece constante en estos fraccionarios y es la cantidad de elementos que hay en cada grupo de conjuntos, lo que se denomina como la semejanza. Ahora bien, la diferencia en cada fracción es que en el primer recuadro rojo $\frac{1}{2}$ tiene un conjunto con 6 elementos y el segundo recuadro azul tiene los mismos 6 elementos con la diferencia que está compuesto por 2 conjuntos de 3 elemento. A continuación, se presenta una nueva distribución.

Ilustración 45, Conjuntos



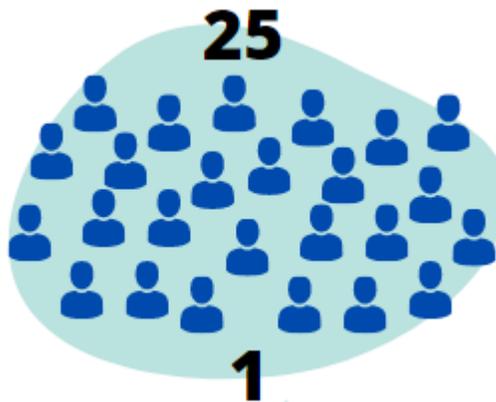
Fuente: Elaboración propia

La identificación de estas diferencias y semejanzas permite una mejor comprensión de las fracciones equivalentes incluyendo las competencias comunicativas, a la comprensión de toda la simbología matemática.

4.2.5.1. Taller de Conjuntos.

1. De acuerdo con las 25 personas:

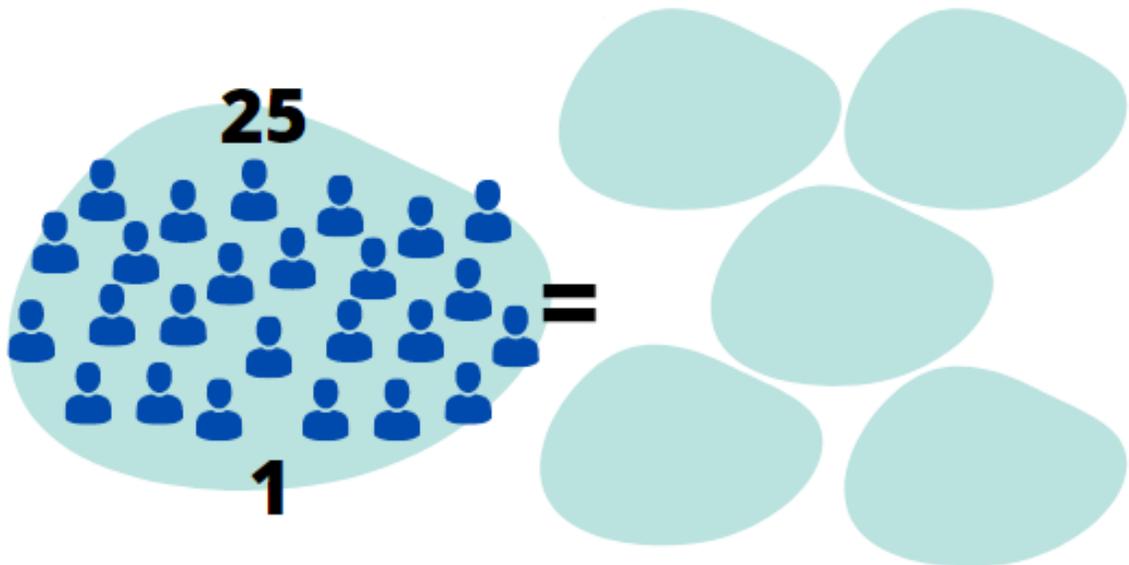
Ilustración 46, Taller de conjuntos



Fuente: Elaboración propia

a) Con esta cantidad de personas, realiza una distribución equitativa en cinco grupos donde uno por uno se irá acomodando en cada conjunto, recordando que cada uno debe tener la misma cantidad de elementos y no deben sobrar. Además, menciona la cantidad de cada conjunto y la fracción correspondiente

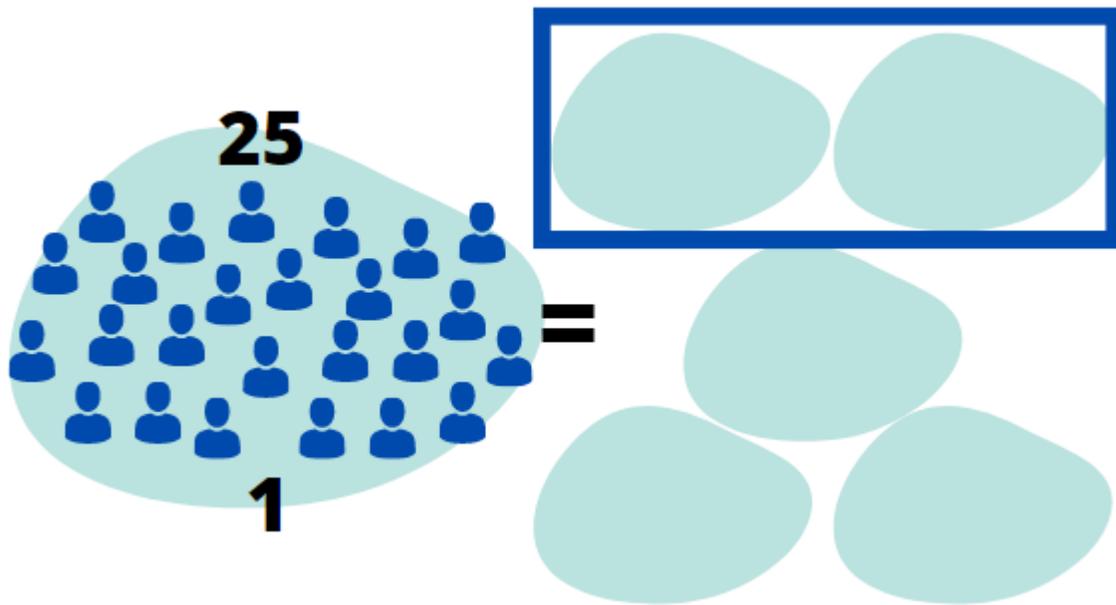
Ilustración 47, Taller de conjuntos



Fuente: Elaboración propia

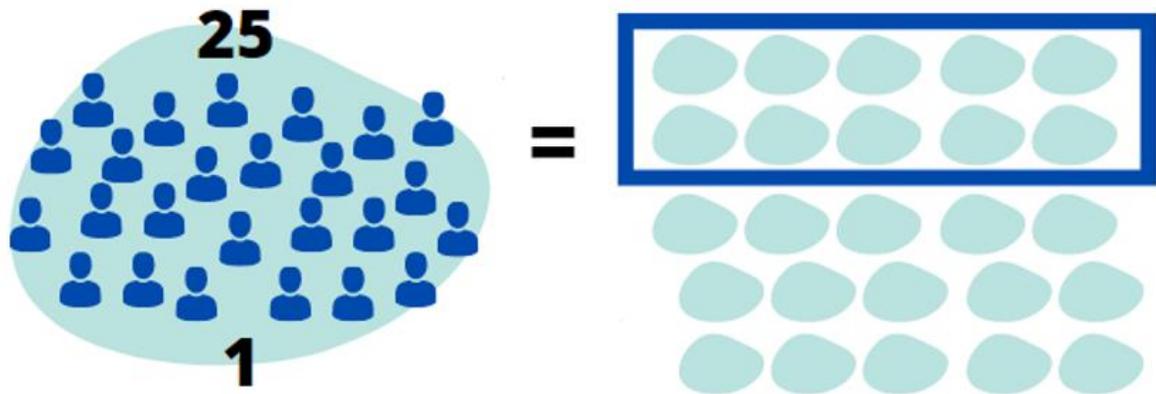
b) Complete de acuerdo con el anterior ejercicio:

Ilustración 48, Taller de conjuntos



Fuente: Elaboración propia

Ilustración 49, Taller de conjuntos



Fuente: Elaboración propia

- c) Finalice enunciando las clases de equivalencia

4.2.6. Guía No. 5: Líquidos.

Evidencias de Aprendizaje:

- Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
- Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).
- Construye y utiliza representaciones pictóricas para comparar números racionales (como fracción o decimales).

Desempeño:

- Identifico el concepto de Fracción en el contexto de los líquidos.

En esta guía el estudiante deberá repartir un líquido (agua) desde una botella a vasos que contengan la misma cantidad. Para ello, la clase tendrá como temática “*laboratorio en clase*”, además se requiere una botella con la capacidad de 1000 ml, 20 vasos de 10 onzas transparentes y agua.

El experimento consiste en tener una botella llena de agua y poderla dividir en partes iguales, para ello se debe tener en cuenta dos variables: la primera es que la unidad es la botella de agua y la segunda es el litro que cabe en la botella. Cabe aclarar que 1 litro se escribe 1L y tiene 1000 mililitros el cual, se escribe 1000 ml.

Para iniciar con el experimento llenamos la botella con agua:

Ilustración 50, Líquidos

1000 ml



1

Fuente: Elaboración propia

Luego escogemos 2 vasos y procedemos a llenarlos con el agua de la botella de tal manera que queden con la misma cantidad y a su vez escribiendo que parte de agua y cantidad de mililitros hay en cada vaso:

Ilustración 51, Líquidos

1000 ml



1

=

500 ml



1/2

500 ml



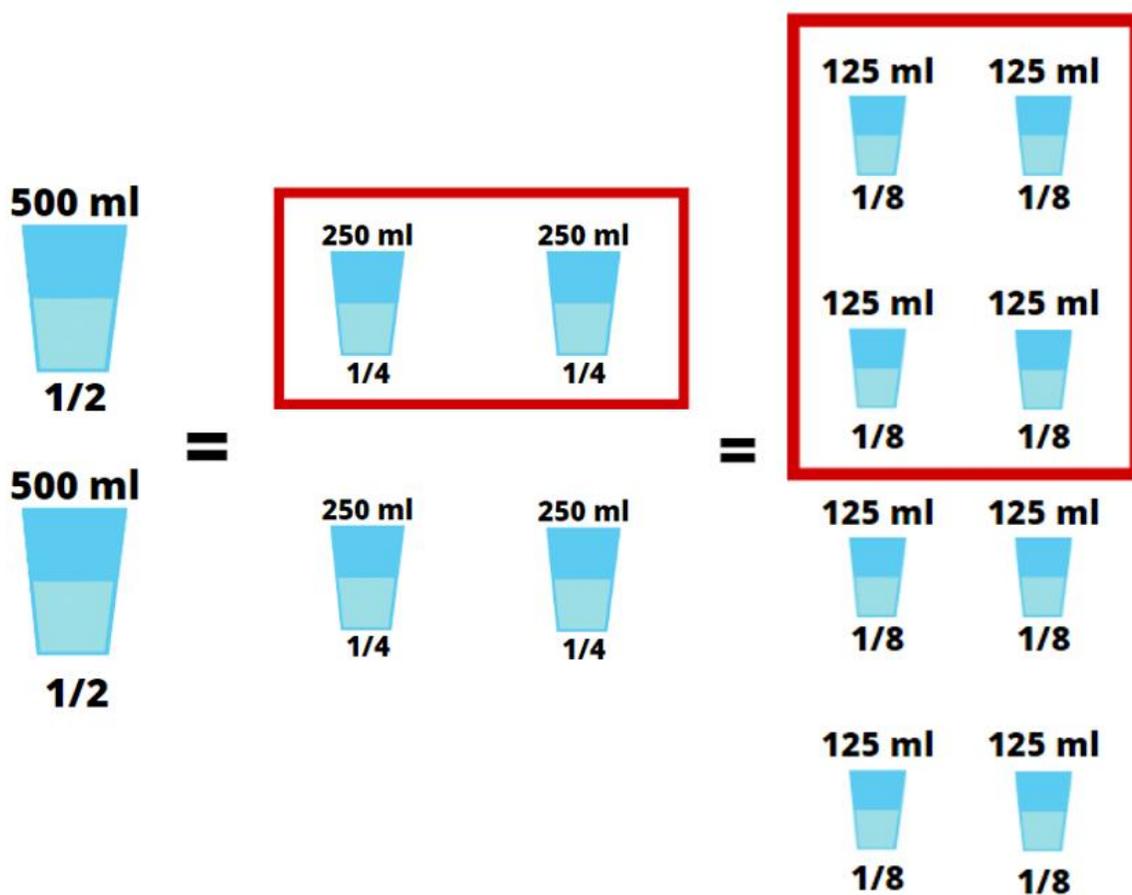
1/2

Fuente: Elaboración propia

Luego, seleccionamos los 2 vasos que anteriormente llenamos y los depositamos nuevamente en 4 vasos vacíos, de esta manera se observa que hay 250 ml en cada vaso, ¿cómo se calculó esta cantidad?

A partir de este momento, los y las estudiantes deben ir induciendo e identificando las semejanzas, diferencias y equivalencias de la fracción $\frac{1}{2}$, además, reconocer qué parte tiene cada vaso y la cantidad de agua.

Ilustración 52, Líquidos

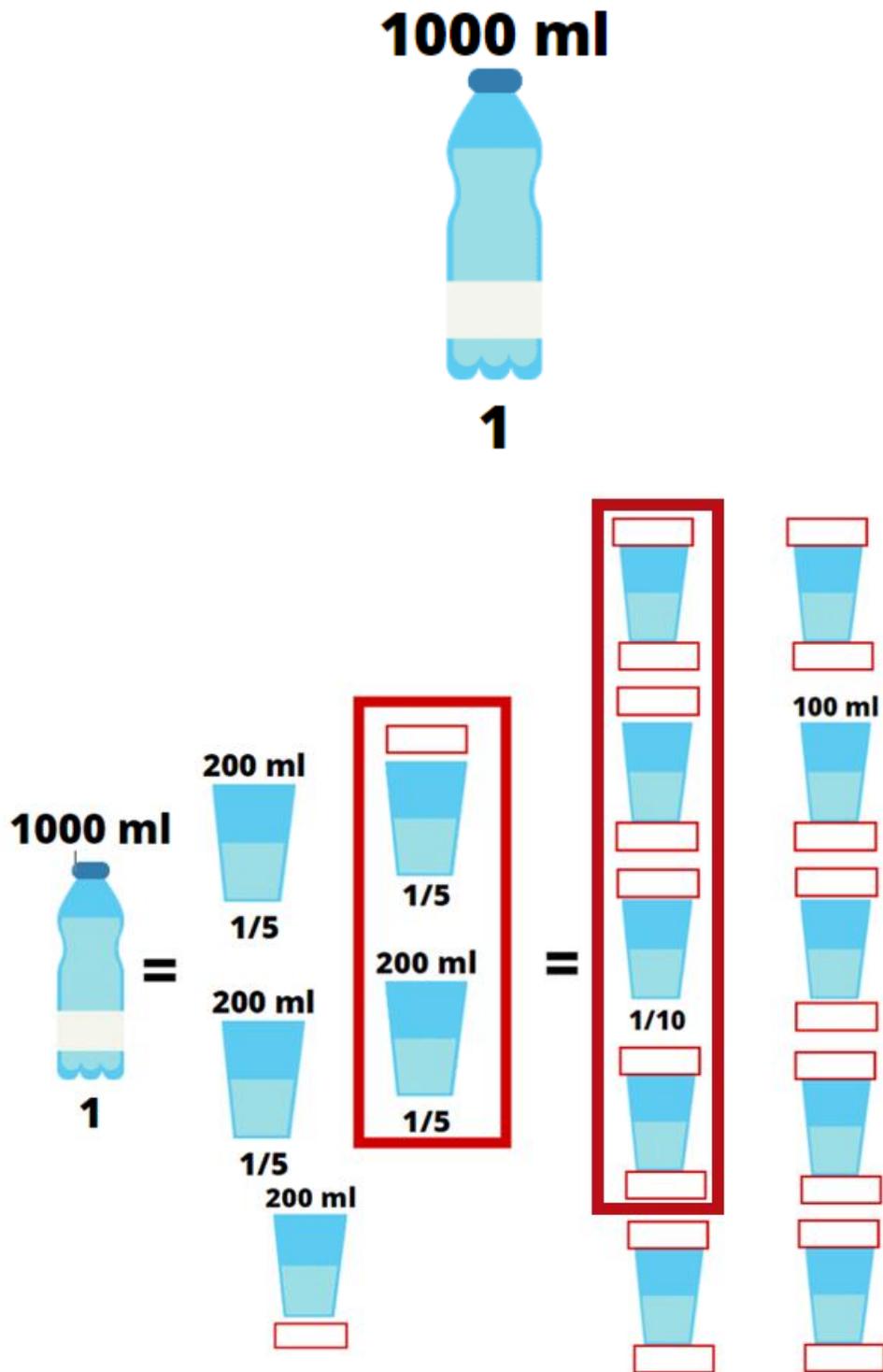


Fuente: Elaboración propia

La siguiente actividad, estará guiada por los y las estudiantes, es decir, entre todo el curso, deberá experimentar con la misma botella de capacidad de agua de 1000 ml y realizar la

clase de equivalencia del $\frac{1}{5}$. Así mismo señalar si son las mismas cantidades de agua, cuántos vasos se utilizaron y completar el diagrama:

Ilustración 53, Líquidos



Fuente: Elaboración propia

4.2.7. Guía No. 6: Traslación de las tiras de papel a la recta numérica.

Evidencias de Aprendizaje:

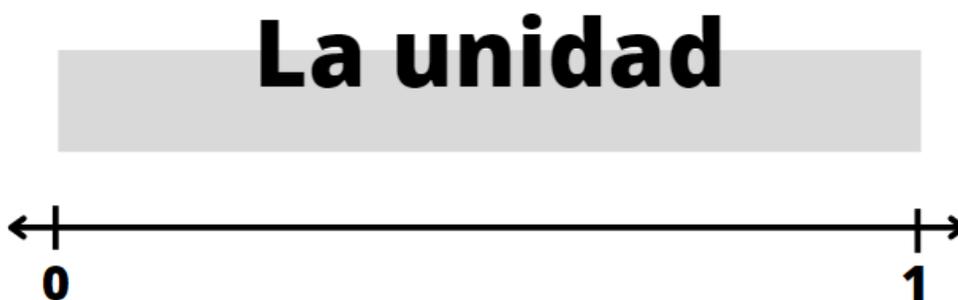
- Identifica y construye fracciones equivalentes a una fracción dada.
- Establece, justifica y utiliza criterios para comparar fracciones y decimales.
- Construye y utiliza representaciones pictóricas para comparar números racionales (como fracción o decimales).
- Representa fracciones con la ayuda de la recta numérica.

Desempeño:

- Representa fracciones usando como patrón de medida la tira de papel y realizando la transición a la recta numérica.

Esta guía se crea con el fin que el niño realice la transición de tiras de papel a la recta numérica con fracciones equivalentes, para ello es necesario tomar una hoja (cuadernillo), trazar una recta numérica y ubicar las tiras de papel que representan la unidad, de la siguiente manera:

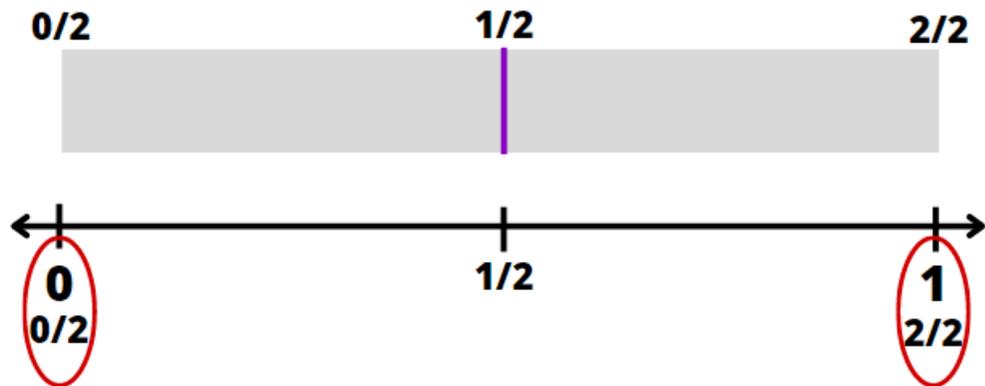
Ilustración 54, Traslación de las tiras de papel a la recta numérica



Fuente: Elaboración propia

Ahora, debajo de esta figura, se realiza la misma recta y se pega otra tira de papel doblada en dos partes iguales, así:

Ilustración 55, Traslación de las tiras de papel a la recta numérica

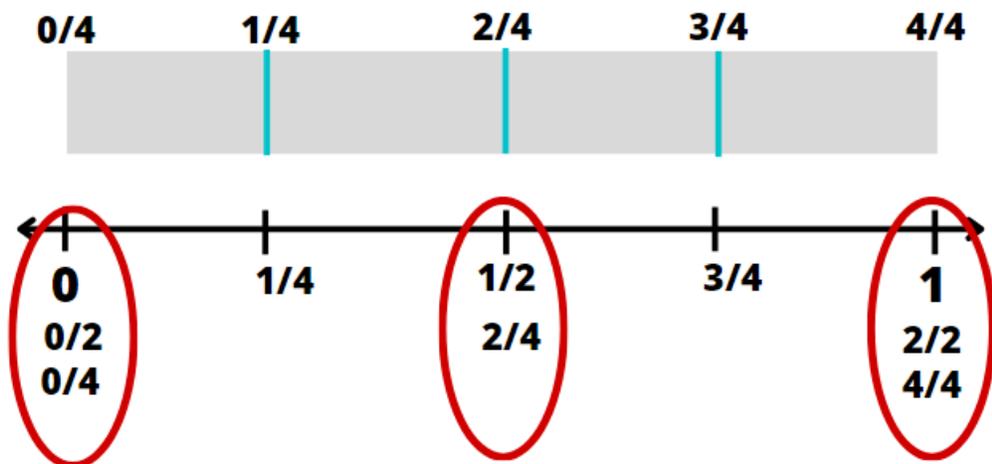


Fuente: Elaboración propia

Mientras se va realizando esta actividad, los estudiantes deberán mencionar cuales son las fracciones obtenidas y además escribirlas en la recta.

Luego, realizamos el mismo procedimiento con una tira de papel dividida en 4 partes iguales:

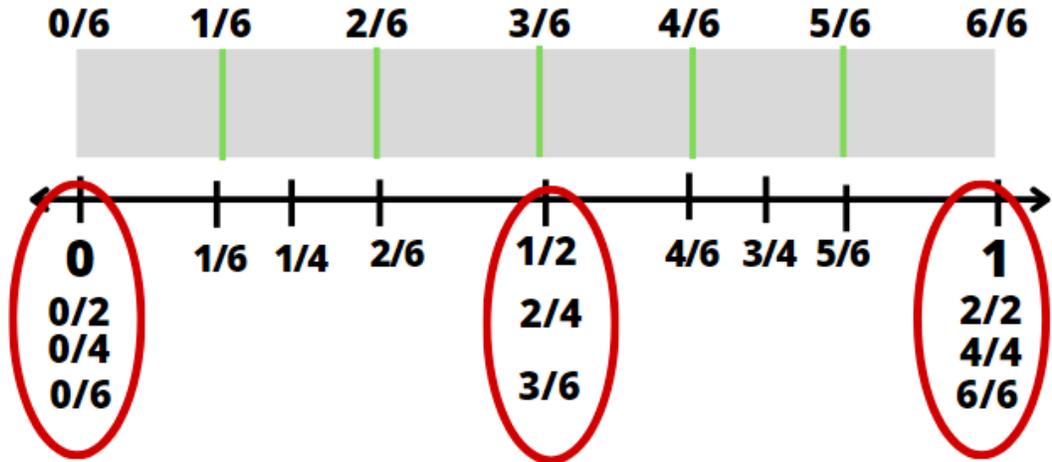
Ilustración 56, Traslación de las tiras de papel a la recta numérica



Fuente: Elaboración propia

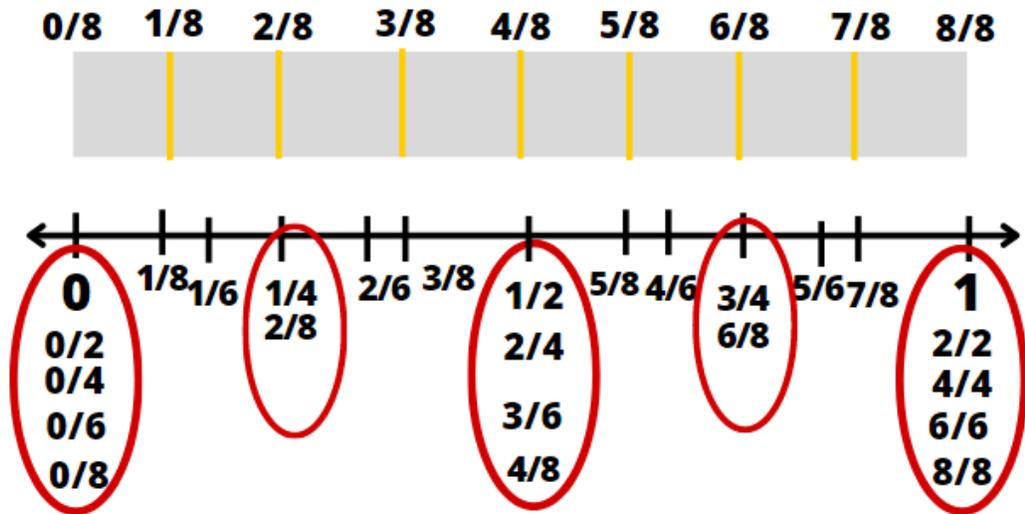
La idea es que vayan analizando y encontrando las equivalencias y que además puedan dar razón del porqué.

Del mismo modo, con las rectas y tiras de papel dobladas en 6 y 8 partes iguales:



Fuente: Elaboración propia

Ilustración 57, Traslación de las tiras de papel a la recta numérica



Fuente: Elaboración propia

Para culminar, deberán mencionar las fracciones equivalentes y determinar cuál fue la clase de equivalencia:

4.2.8. Guía No.7: Concepto de Fracciones Equivalentes

Inherente a la simplificación y amplificación, a partir de estos dos procesos reversibles se inicia y se construye el concepto de racionales equivalentes.

También es importante en las equivalencias escribir por ejemplo que $\frac{1}{3}$ es dos veces $\frac{1}{6}$ que corresponde a realizar una amplificación, en el lenguaje matemático se escribe:

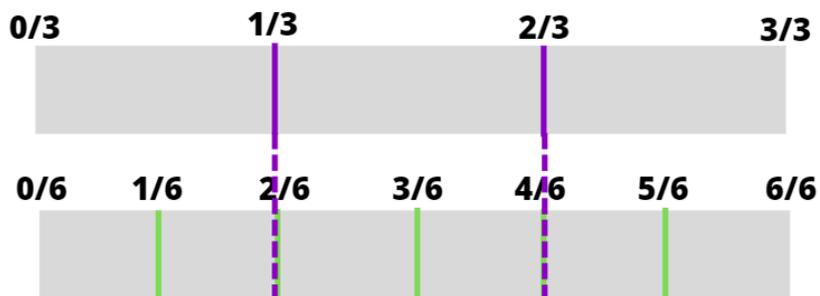
$$\frac{1}{3} = 2 * \frac{1}{6} = \frac{2}{6}.$$

Haciendo el proceso de simplificar tenemos:

$$\frac{2}{6} = \frac{2}{6} \div \frac{2}{2} = \frac{1}{3}.$$

Con el uso de las tiras de papel se observará y entenderá estos procesos de manera más fácil.

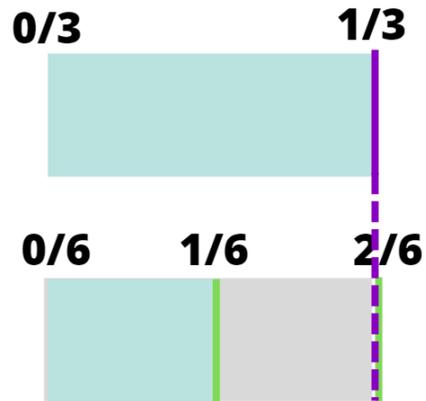
Ilustración 58, Concepto de Fracciones Equivalentes



Fuente: Elaboración propia

Observe que $\frac{1}{6}$ cabe dos veces en $\frac{1}{3}$, si cortamos el dibujo, es decir mostrar sólo lo que nos interesa se puede apreciar que $\frac{1}{6}$ cabe dos veces en $\frac{1}{3}$

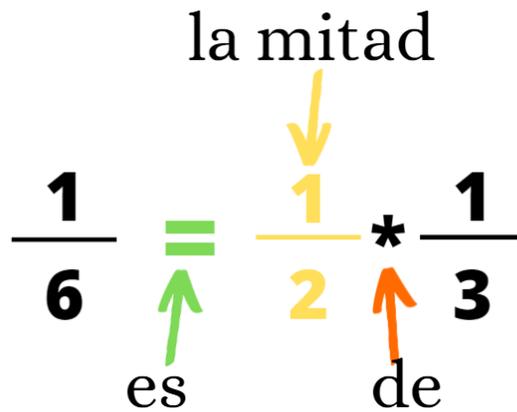
Ilustración 59, Concepto de Fracciones Equivalentes



Fuente: Elaboración propia

Lo mismo se puede ver que $\frac{1}{6}$ es (=) la mitad ($\frac{1}{2}$) de (*) $\frac{1}{3}$. Esto matemáticamente se escribe

Ilustración 60, Concepto de Fracciones Equivalentes



Fuente: Elaboración propia

$\frac{1}{3}$ es (=) dos (2) veces (*) un sexto ($\frac{1}{6}$)

Ilustración 61, Concepto de Fracciones Equivalentes

$$\frac{1}{3} = 2 * \frac{1}{6}$$

veces

es

Fuente: Elaboración propia

De otro lado tres quintos es nueve veces un quinceavo

$$\frac{3}{5} = 9 * \frac{1}{15}$$

Luego, un quinceavo es la novena parte de tres quintos.

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{9} * \frac{3}{5}$$

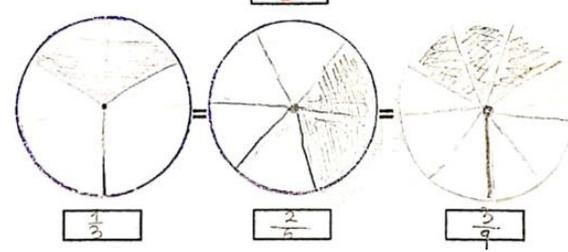
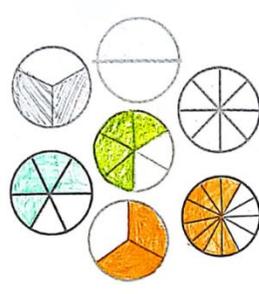
4.3. Reconocimiento de Dificultades y Habilidades

El reconocimiento de las dificultades y habilidades a lo largo del proceso y construcción del conocimiento matemático lo identificamos por medio del análisis del desarrollo de los talleres implementados a lo largo de las guías.

Respuestas del taller de círculos

	Evidencia	Análisis
Estudiante 1	<p>1.</p> <p style="text-align: center;">Evidencia 51, Taller de círculos</p> <p>2.</p> <p style="text-align: center;">Evidencia 52, Taller de conjuntos</p>	<p>Reconoce la diferencia y semejanza entre dos racionales equivalentes, teniendo en cuenta que la unidad se mantiene, pero es dividida en más partes. Justifica su respuesta mediante el dibujo que representan atinadamente la solución. Distingue las fracciones como parte de un todo y realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin dejar de lado la definición del numerador y el denominador.</p>

R respuestas del taller de círculos

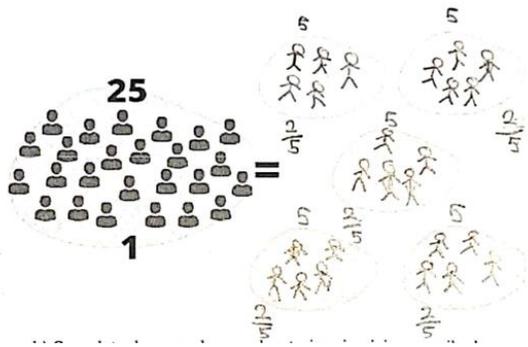
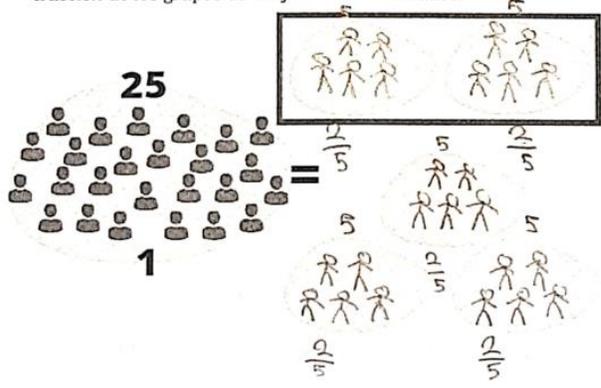
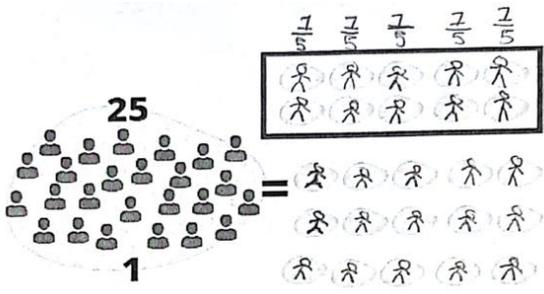
	Evidencia	Análisis
Estudiante 1	<p>1.</p> <p style="text-align: center;">Evidencia 53, Taller de círculos</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>semejanza = la semejanza es que son iguales diferencia: La diferencia esq una la parte en diferentes partes</p> </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <p>La unidad</p>  </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>2.</p> <p style="text-align: center;">Evidencia 54, Taller de conjuntos</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;">  <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin-left: 20px;"> $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$ </div> </div> <p>semejanza es que todas son iguales</p> <p>Diferencia: la diferencia esq hay círculos de 12 partes y tome 8 tmb hay de 6 partes y tome 4 y tmb ay de 3 partes y tome 2.</p>	<p style="text-align: center;">Interpreta de forma clara</p> <p>el ejercicio, realiza un gráfico acorde a la pregunta y es capaz de pasar de lo simbólico a lo gráfico y así mismo de lo gráfico a lo simbólico.</p> <p>Reconoce la diferencia y semejanza entre dos racionales equivalentes, y justifica teniendo en cuenta que la unidad se mantiene, pero es dividida en más partes.</p>

Conclusiones: a los estudiantes el doblar los círculos de papel se les dificultó un poco cuando realizaron la clase de equivalencia del $\frac{1}{3}$, pero en especial el doblar el círculo en 3 y 9 partes iguales, puesto que se trata de otra forma de material manipulable y la manera en que se dobla es distinta, además no recordaban que primero se debe hallar el centro y el radio, pero sí lograron identificar las fracciones equivalentes por medio de este material y contexto.

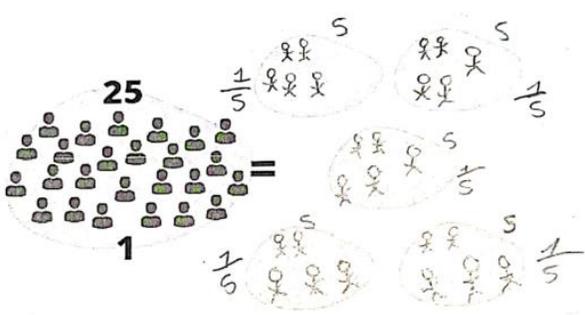
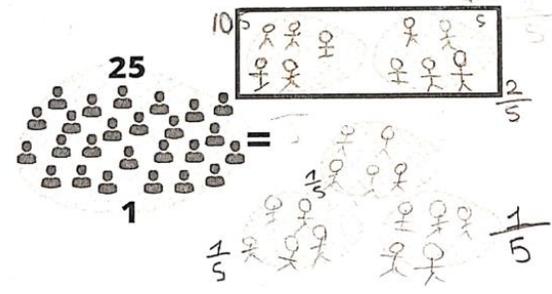
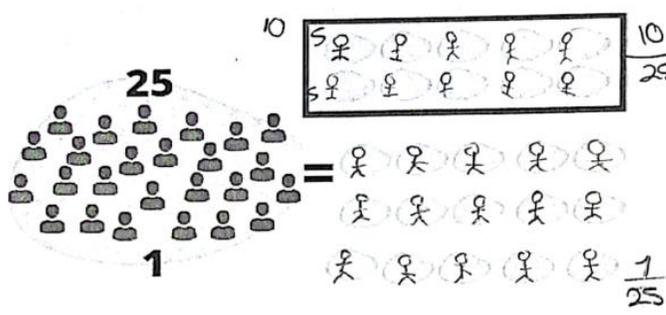
También se logró deducir que los niños realizan la descomposición de los números cuando doblan círculos, es decir, al doblar el círculo en 6 partes, algunos piensan que primero deben doblar en 2 y luego en 3, otros creen que primero deben doblar en 3 y luego en 2, este proceso no lo hacen mecanizado, o sea, por medio de una operación, sino que lo hacen analíticamente, lo que demuestra el avance que han obtenido.

La mayoría de los alumnos, identifican las semejanzas y diferencias entre 2 y más fracciones equivalentes, en general, identifican que dos círculos pueden tener diversas particiones, pero en sí son lo mismo, de esta manera, reconocen y manejan el concepto de numerador y denominador de una fracción. Finalmente, esto demuestra que los objetivos de esta guía fueron alcanzados, aunque hayan presentado algunas dificultades.

Respuestas del taller de conjuntos

	Evidencia	Análisis
Estudiante 1	<p style="text-align: center;">Evidencia 55, Taller de conjuntos</p>  <p style="text-align: center;">Evidencia 56, Taller de conjuntos</p>   <p style="text-align: center;">Evidencia 57, Taller de conjuntos</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>$\frac{2}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{25}$ $\frac{5}{20}$ la semejanza es que son iguales se cojen las más personas, y la diferencia es que la de $\frac{5}{20}$ tiene más conjuntos</p> </div>	<p style="text-align: center;">No establece la relación entre los subconjuntos y cantidad de personas, confunde la distribución de personas con el fraccionario al que realmente pertenece, emplea la distribución uno a uno para formar los subconjuntos. Se le dificulta identificar las fracciones inmersas en el ejercicio como a su vez las fracciones equivalentes.</p>

Respuestas del taller de conjuntos

	Evidencia	Análisis
Estudiante 1	<p style="text-align: center;">Evidencia 58, Taller de conjuntos</p>  <p style="text-align: center;">Evidencia 59, Taller de conjuntos</p>   <p style="text-align: center;">Evidencia 60, Taller de conjuntos</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>$\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$ es equivalente porque: $\frac{2}{5}$ es igual a $\frac{10}{25}$.</p> <p>La semejanza esq todas son iguales.</p> <p>La diferencia esq en uno hay 5 y cogieron 2 y en otro hay 25 y cogieron 10</p> </div>	<p style="text-align: center;">El estudiante identifica el conjunto de personas como un contexto en el cual puede emplear las fracciones y fracciones equivalentes, examina la situación de subconjuntos como una repartición intuitiva sin dejar de lado lo que significa. para la fracción, tiene la habilidad de reconocer la semejanza entre diferentes conjuntos y a su vez determina su diferencia. Navega de forma bilateral entre la representación gráfica y simbólica.</p>

Conclusiones: para el contexto de los conjuntos, se involucran 2 variables, es decir, una es la fracción que indica el número de conjuntos con respecto a la unidad y los que se toman (concepto de numerador y denominador) y el otro nos indica la cantidad de elementos de cada conjunto y sus subconjuntos, como se observa en los talleres de los estudiantes, este tema causó un poco de dificultad, ya que en los demás contextos solo se había tratado una variable, el caso de la fracción, aunque venía induciendo poco a poco en cada contexto, es decir, en las tiras y círculos de papel se indicaba la fracción, o sea, los dobleces, aunque en la mandarina se determinó la fracción y la cantidad de gajos que se tomaron, durante los demás contextos se irá observando un avance significativo con el reconocimiento de las dos variables. Por otro lado, los estudiantes identifican de manera más rápida y analítica las semejanzas y diferencias, aunque algunos se confunden al reconocer la fracción de cada subconjunto.

Respuestas

	Evidencia	Análisis
<p>Estudiante 1</p>	<p>1.</p> <p>Evidencia 61, Taller de líquidos</p> <p>+</p>	<p>Identifica las fracciones como parte de un todo siendo este un líquido con medida específica que es 1000ml determinándolo como la unidad sobre la cual trabajar, realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin olvidar que se trata de una situación de volumen.</p> <p>Establece una relación entre los vasos que toma con la cantidad en la que se reduce el líquido según los subconjuntos en los que se divide la unidad.</p>

Respuestas		
	Evidencia	Análisis
Estudiante 2	<p>1.</p> <p>Evidencia 62, Taller de líquidos</p>	<p>Identifica las fracciones como parte de un todo siendo este un líquido con medida específica que es 1000ml determinándolo como la unidad sobre la cual trabajar, realiza una transición de lo gráfico a lo simbólico sin olvidar que se trata de una situación de volumen. Establece una relación entre los vasos que toma con la cantidad en la que se reduce el líquido según los subconjuntos en los que se divide la unidad.</p>

Conclusiones: El contexto de los líquidos está relacionado y es una aplicación del contexto de los conjuntos, puesto que también tiene 2 variables, pero en este caso, la parte entera indica la capacidad de mililitros en la botella y vasos, como se evidencia en los talleres, los aprendices tuvieron gran mejoría, ya que reconocieron las variables de manera más práctica, aunque tuvieron que utilizar operaciones para el caso de hallar la capacidad de los 5 vasos, es

decir, dividieron 1000 ml entre 5 y como resultante, 200 ml, de este modo, cada vaso debía contener 200 ml de agua, este procedimiento lo dedujeron, de esta manera entienden la relación de las dos variables y comprenden que están relacionadas y que una depende de la otra.

Por otro lado, reconocen la unidad en este contexto sin dificultad y realizan la transición de lo gráfico a lo simbólico. Finalmente, identifican las fracciones equivalentes por medio de las representaciones gráficas y además las señalan.

5. CONCLUSIONES

Al terminar la presente investigación, interesante en su pleno desarrollo, surge la incógnita de cualquier investigador y es ¿El conocimiento adquirido y puesto en práctica satisface la pregunta y objetivos planteados inicialmente? La investigación se tornó al estudio de la aplicación de una secuencia didáctica “Aprendiendo, Manipulando y Creando”, esto se debe al hecho de que los sistemas de enseñanza en todo el mundo están siendo propulsados a reformularse. Teniendo en cuenta el análisis de las pruebas, los talleres y la aplicación de las guías podemos concluir la eficiencia en esta secuencia a lo largo de todo el proceso investigativo llevado a cabo con los estudiantes del grado 501 jornada mañana de la Institución Educativa El Limonar.

5.1. Referente al objetivo general

A través de todo el proceso determinamos el nivel cognitivo de los estudiantes (muestra) a través de una prueba diagnóstica del conocimiento antes y al final de la investigación. El aprendizaje implica un cambio, por ello, la necesidad de una prueba al inicio de un nuevo conocimiento para determinar en qué medida se ha producido y como se emplea este mismo. La creación de la prueba diagnóstica tiene el fin de interrelacionar los contenidos nuevos con las experiencias y los entornos sociales de los aprendices (preconceptos), para posibilitar un aprendizaje significativo.

Se construyó el concepto de Fracciones equivalentes en el estudiante a partir de la secuencia didáctica y mediante el uso de las tiras de papel, círculos de papel y otras herramientas didácticas. Esto siendo comprobado por medio del análisis de la prueba diagnóstica, prueba final, talleres y cuadernillos de los aprendices. Basándonos en esta secuencia didáctica podemos afirmar

que se genera un conocimiento paso a paso y de manera ascendente en el proceso, ya que, empezamos con lo básico que en este caso es determinar la unidad como una tira de papel o un círculo de papel, seguidamente se va induciendo un nuevo significado de unidad el cual la incluye como un conjunto llevándolo a la vida cotidiana (conjunto de elementos, mandarinas y líquidos), donde el estudiante determina por sí mismo, dos variables (cantidad de elementos y fracción a la que corresponde) y navega a través de ellas percatándose de lo que significa cada uno de estos números o racionales. Por último, se genera una transición a la recta numérica que engloba los contextos y conocimientos anteriores.

5.2. Referente a los objetivos específicos

- Se consiguió preparar a los estudiantes para que puedan aplicar y relacionar las fracciones equivalentes con las actividades habituales por medio de los distintos contextos implementados. Es importante notar que los contextos trabajados tienen un grado de complejidad, ya que al inicio se trabaja contextos donde se manipule una magnitud, luego se pasan a otros contextos donde se llega a establecer fracciones equivalentes con dos o tres magnitudes.
- Cómo investigadoras alcanzamos el reconocimiento de las dificultades que se presentan en los estudiantes en el momento de aplicar la secuencia didáctica, por otro lado, se observaron las fortalezas y beneficios de esta.
- Se capacitó y amplificó el pensamiento analítico de los aprendices por medio del uso de instrumentos manipulables fortaleciendo así la intuición, el pensamiento lógico, reflexivo y deductivo.

6. REFERENCIAS

Arias, L. (2009). La simulación computarizada en La simulación computarizada en electrónica.

Ávila, & Cedillo. (2017). EL CONCEPTO DE EQUIVALENCIA DE FRACCIONES EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA MEXICANA ENTRE 1960 Y 2011.

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1993). Rational numbers: Towards a semantic analysis –emphasis on the operator construct. 13-47.

Behr, M., Wachsmuth, I., Post, T., & Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment.

Behr, Wachsmuth, Post, & Lesh. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15 (5), 120-131.

Bezuk, N., & Cramer, K. (1989). Teaching about fractions: What, when, and how.

BOHAN, H. (april de 1971). Paper folding and equivalent fractions- bridging a gap. *The Arithmetic Teacher*, 18(4), pp. 245-249. Obtenido de <https://www.jstor.org/stable/41186372>

Booth, J. L., & Newton, K. J. (2012). Fractions: could they really be the gatekeeper's doorman? *Contemporary Educational Psychology*. 247-253.

Brownell, W. (1928). *The Development of Children's Number Ideas in the Primary Grades*. Chicago: The University of Chicago Press.

Carlos, M. G. (1999). Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de fracciones . 87-95.

Cervantes, F. M., & López, J. A. (s.f.). LA OPERATIVIDAD CON FRACCIONES Y SU RELACIÓN CON LA COMPRENSIÓN DE EQUIVALENCIAS.

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2006). Drawing on a Theoretical Model to Study Students' understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 293-316.

Charnay, R. (2001). Aprender (por medio) de la resolución de problemas. *EN: Didácticas de las matemáticas*, 51-64.

Cipriano Carranza, M. E. (2019). *Usamos regletas para representar fracciones equivalentes*.

Cohetato, L. T., Peña, D. P., & Zuleta, Y. S. (Agosto de 2020). Proyecto construyendo el concepto de fracciones haciendo uso de las tiras de papel. Neiva, Huila, Colombia.

Colombia, A. c. (1991). *Constitución Política de Colombia*. Obtenido de <https://www.constitucioncolombia.com/titulo-2/capitulo-2/articulo-68#:~:text=La%20comunidad%20educativa%20participar%C3%A1%20en,dignificaci%C3%B3n%20de%20la%20actividad%20docente>.

Colombia, E. c. (1994). Ley 115 de febrero 8 de 1994.

Cortina, J., & Zúñiga, C. (2008). Ratio-like comparisons as an alternative to equalpartitioning in supporting initial learning of fractions. 385-392.

Dávila, M. (2002). Las situaciones de reparto para la enseñanza de las fracciones. Aportes para la elaboración de un estado del conocimiento.

Dickson, L. M. (1991). El aprendizaje de las Matemáticas.

Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. España: Labor S.A.

- Duarte Vidal, J. C. (2015). *Notas de Clase Fracciones equivalentes*. Neiva.
- Duran, E. (2012). Red de tecnología Educativa.
- Educacion, M. d. (s.f.). *Mallas de aprendizaje*.
- Ellerbruch, L. y. (1978). A teaching sequence from initial fraction concepts through the addition of unlike fractions.
- Ellerbruch, L., & Payne, J. N. (1978). A teaching sequence from initial fraction concepts through the addition of unlike fractions.
- Enrique, D. P. (2017). Aprendizaje de las matemáticas con el uso de simulación .
- Fandiño, I. (2009). *Las Fracciones: Aspectos Conceptuales Y Didácticos Cooperativa*. Colombia: Editorial Magisterio Bogota.
- Fandiño, M. I. (2005). Le frazioni, aspetti concettuali e didattici.
- Fandiño, M. L. (2014). *LAS FRACCIONES Aspectos conceptuales y didácticos*.
- Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of Mathematical Structures. *Holland: D. Reidel Publishing Company*. , 133-177.
- Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.
- Ginsburg, H. (1997). Children's arithmetic: The learning process. *New York: D. Van Nostrand*.
- Gómez, C. M. (1999). Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de fracciones . 91.
- Hiebert, J. (1988). A Theory of Developing Competence with Written. 333-355.
- Hunting, R. (1986). Rachel's schemes for constructing fraction knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 49-66.
- Johnson, D. A. (1967). Instructional Materials in the Mathematics Classroom. *NEA Journals* 56, 39-40.

- Kamii, C., & Clark, F. (1995). Equivalent Fractions: Their difficulty and Educational. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 365-378.
- Kieren, T. E. (1976). *On the mathematical, cognitive and instructional foundations of*. Columbus: Number and measurement: Papers from a research workshop .
- Kieren, T. E. (1988). Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. 162-181.
- Kieren, T. E. (1992). Rational and fractional numbers as mathematical and personal knowledge: Implications for curriculum and instruction.
- LLinares, S., & Sánchez, V. (s.f.). *APRENDER A ENSEÑAR, MODOS DE REPRESENTACIÓN Y NÚMERO RACIONAL*.
- Manrique, A. M., & Gallego, A. M. (2013). EL MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE APRENDIZAJES SIGNIFICATIVOS. Colombia: Revista Colombiana de Ciencias Sociales.
- Maza, C. (1999). Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de fracciones. 87-95.
- McLellan, J., & Dewey, J. (1908). The psychology of number. *New York: D. Appleton*.
- MEN, M. d. (2006). *Estandares Básicos de Competencias*.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia, M. (s.f.). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá - Colombia: serie lineamientos curriculares.
- Ni, Y., & Zhou, Y. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implcation of whole number bias. *Educational Psychologist*, 27-52.
- Perera, P., & Valdemosos, M. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria.

- PÉREZ, B. F. (2009). Materiales para la enseñanza de las fracciones .
- Pérez, C. (2011). Fisim: simulador físico –matemático integrado a la plataforma de gestión del aprendizaje zera.
- Piaget. (1967). Six psychological studies. *New York: Random House.*
- Pósito, R. (2012). El problema de enseñar y aprender ciencias naturales en los nuevos ambientes educativos (Tesis de Magister).
- Pública., S. d. (1994). Libro para el Maestro. Educación Secundaria.
- Rodríguez, J. G. (2017). Didáctica de las matemáticas de secundaria I.
- Saenz, A., & Ludlow. (1994). MICHAEL'S FRACTION SCHEMES. *Journal for Research in Mathematics Education*, 50-85.
- Scott, W. R. (1981). *Fractions Taught by Folding Paper Strips* (Vol. 28). National Council of Teachers of Mathematics.
- Shulman, L. (1986). A national board for teaching?: In search of bold standard. *Paper commissioned for the task force on teaching as a profession*, 4-44.
- Shulman, L. (1986). A national board for teaching?: In search of bold standard. *Paper commissioned for the task force on teaching as a profession.*
- Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013). Fractions: the new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Science*, 13-19.
- Sol, M. (2017). Didáctica de las matemáticas de media superior (Bachillerato).
- Solé, I., & Coll, C. (1999). Los profesores y la concepción constructivista. 7-23.
- Valdemoros, M. (1993). La construcción del lenguaje de las fracciones y de los conceptos involucrados en él.
- Vicenç, F. M. (2017). Innovación e investigación sobre la propia práctica.

Waismann, F. (s.f.). Introduction to mathematical thinking: The formation of concepts in modern mathematics. *New York: Harper & Brothers.*

Wiebe, J. H. (December de 1985). Discovering Fractions on a Fraction Table. *The arithmetic Teacher*, 33, 49-51. Obtenido de <https://www.jstor.org/stable/41194116>

7. ANEXOS

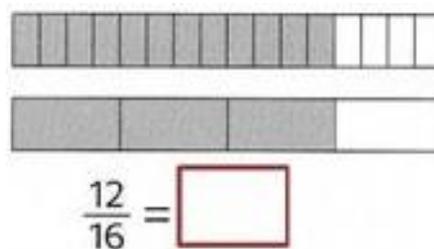
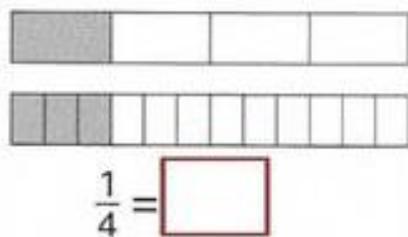
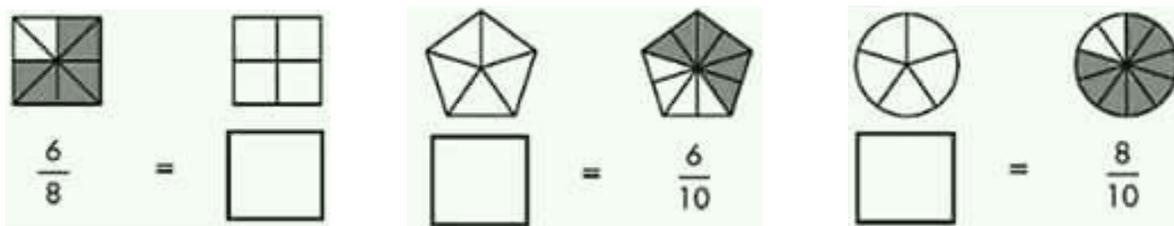
7.1. Prueba diagnóstica

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
INSTITUCIÓN EDUCATIVA EL LIMONAR
PRUEBA DIAGNÓSTICA
FRACCIONES EQUIVALENTES

NOMBRE: _____ CURSO: _____

FECHA: _____ EDAD: _____

1. Colorea y completa en los recuadros de debajo de la figura, la fracción equivalente correspondiente:



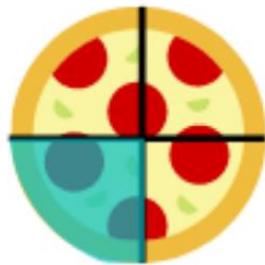
2. Manuela compró $\frac{1}{4}$ kg de arroz, mientras que Marcos compró $\frac{3}{12}$ kg y

Andrés $\frac{2}{8}$ kg. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta y por qué?

- a) Marcos compró más arroz.
- b) Todos compraron igual cantidad de arroz.
- c) Mercedes compró más arroz.
- d) Manuela compro menos arroz.

3. Juana y Andrés compran cada uno una pizza. Juana come $\frac{1}{4}$ de su pizza,

mientras tanto, Andrés decide comer la misma cantidad que Juana. El pizzero partió en 8 partes iguales la pizza de Andrés como se observa en la siguiente imagen:



Juana



Andrés

¿Qué fracción de su pizza comerá Andrés, de tal manera que sea igual a la de Juana?

Además, ¿Entre la porción de pizza que comieron Juana y Andrés, qué diferencias y semejanzas encuentra entre ellas?

a. $\frac{2}{8}$

b. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{3}{8}$

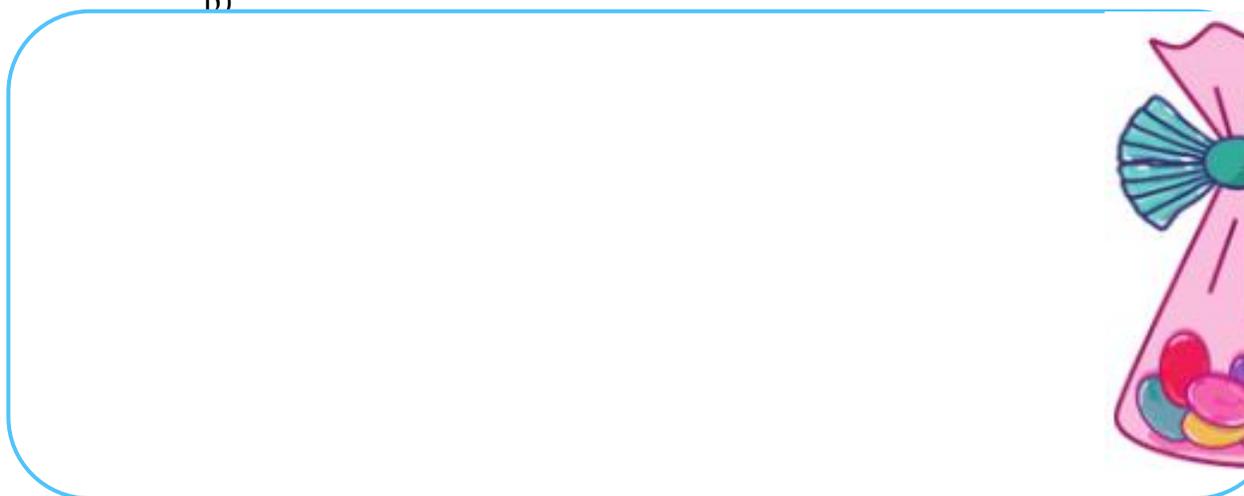
d. $\frac{3}{4}$

4. María reparte equitativamente 12 dulces entre 3 niñas y a su vez,

Carlos reparte 12 dulces entre 6 niños.

a) Realice los dibujos de los repartos:

b)

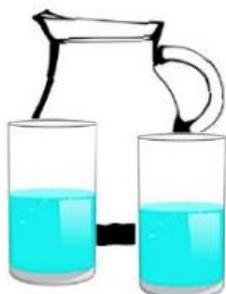


b) ¿Cuántos dulces le corresponde a cada niño y niña?

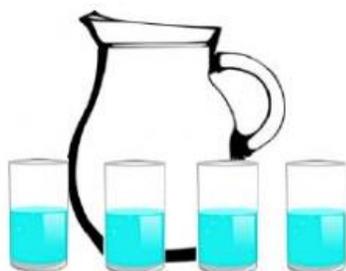
c) Según el reparto de Carlos, escriba la fracción equivalente y correspondiente de acuerdo con la fracción del reparto de María:



deposita en 2 vasos con la misma cantidad, de igual manera reparte el litro de agua en 4 vasos con la misma cantidad:

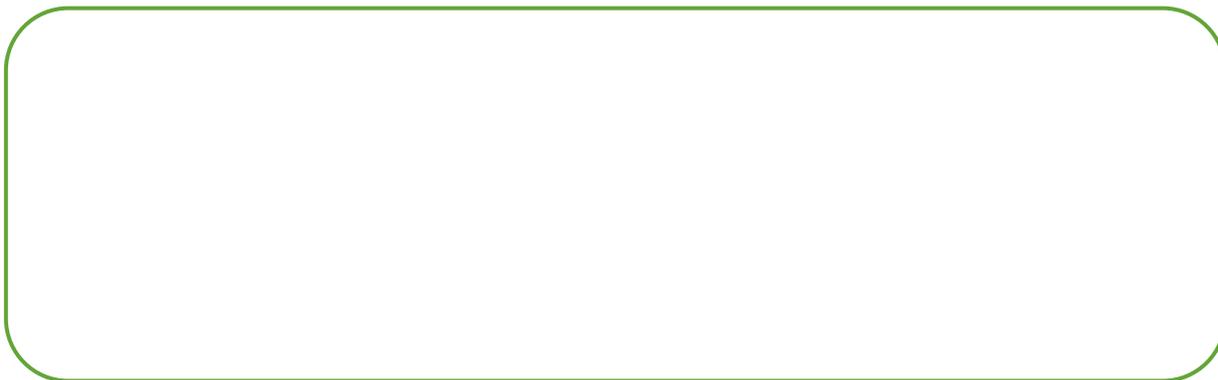


a) El agua de la Jarra depositada en los 2 vasos y en los 4 vasos, ¿tienen la misma cantidad de agua? Explica cómo lo pensaste:



b) Juan requiere hacer un experimento y para ello deposita el litro de agua en los 2 vasos con la misma cantidad (escriba la fracción de cada vaso), luego decide repartir los 2 vasos de agua en 4 vasos iguales.

Juan decide tomar 2 de los 4 vasos y compararlos con 1 de los 2 primeros vasos, ¿pudo Juan hallar las fracciones equivalentes con los vasos? Mencionalas y además has el dibujo:

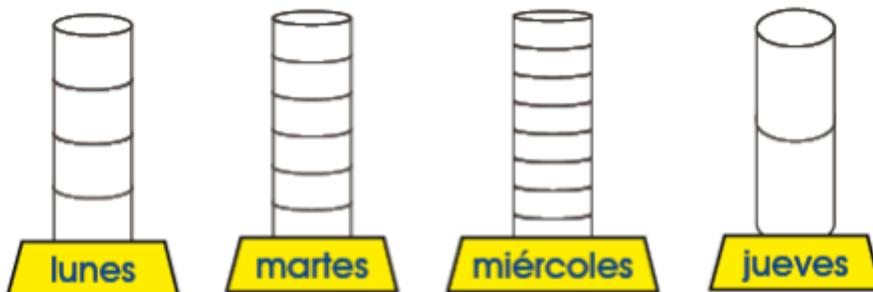


6. Valentina registra en una tabla la cantidad de jugo en litros que toma

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves
Cantidad de jugo	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{2}$

los días lunes, martes, miércoles y jueves, de la siguiente manera:

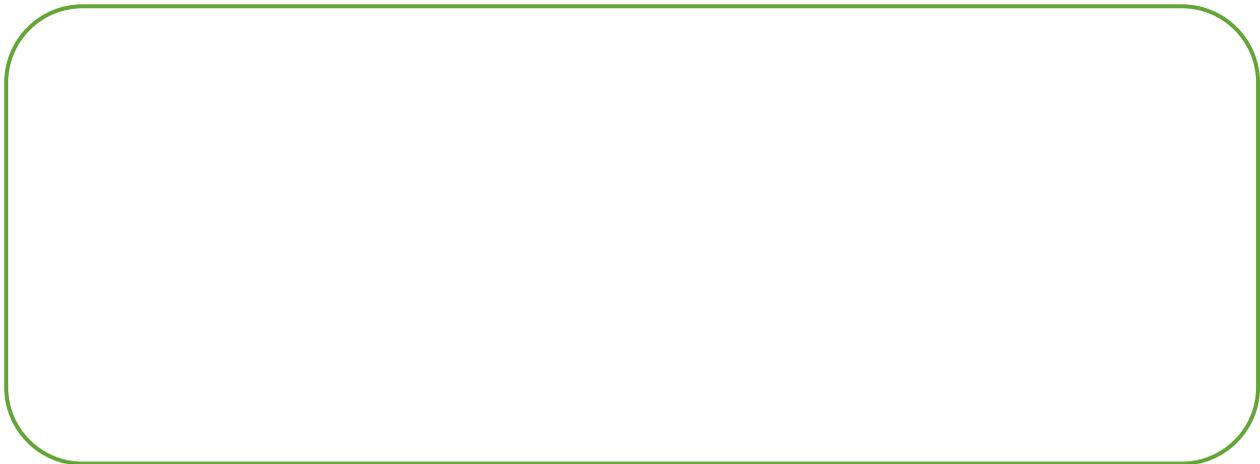
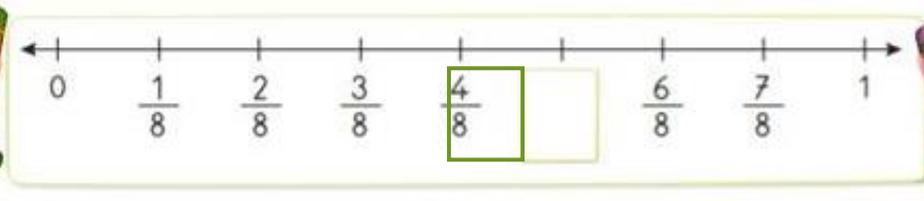
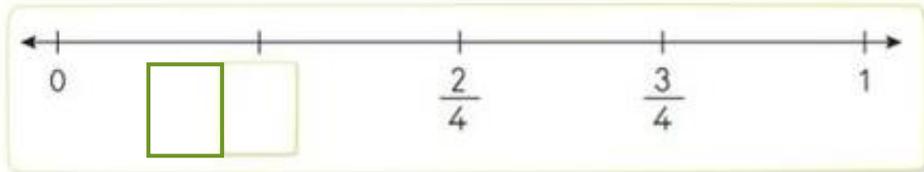
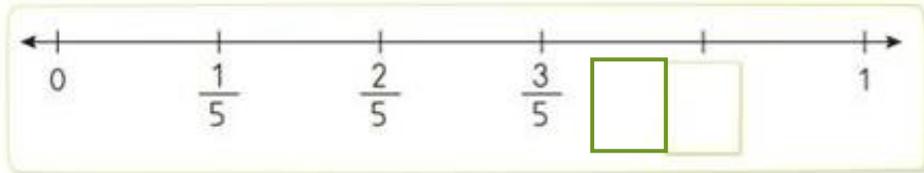
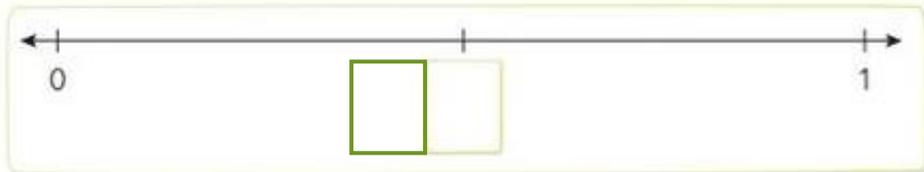
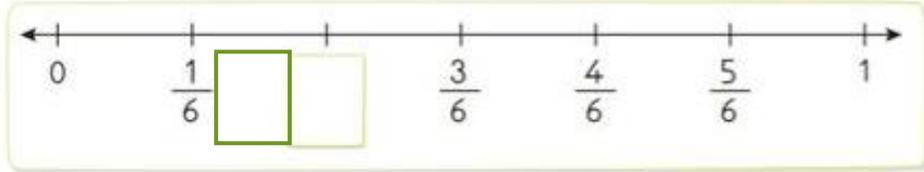
a) Colorea en cada tubo la fracción de jugo que tomó Valentina:



b) Escriba las fracciones que son equivalentes, además explica por qué cree son equivalentes entre sí:



7. Complete los recuadros debajo de la recta con las fracciones y además escriba las fracciones que son equivalentes entre sí, comparándola con la recta de arriba:



8. Escribe en los recuadros de las figuras, la fracción que le corresponde a cada uno de los niños equitativamente y además en cada imagen de torta realizar la repartición:

a)

Diagram for problem a) showing a pizza being divided between two groups of children. The first group has 2 children (one girl in a pink dress, one boy in a red shirt) and the second group has 4 children (two boys, two girls). Each group has a fraction box next to it.

b)

Diagram for problem b) showing a pizza being divided between two groups of children. The first group has 4 children (three boys, one girl) and the second group has 4 children (two boys, two girls). Each group has a fraction box next to it.