



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, septiembre 27 del 2022

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

Nicolás Fabián Tovar Arteaga, con C.C. No. 1075314794 y Cristian David Chavarro Moreno, con C.C No.1080265071, autores del trabajo de grado titulado ANÁLISIS DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS A ESTUDIANTES DE GRADO SEPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARÍA CRISTINA ARANGO, presentado y aprobado en el año 2022 como requisito para optar al título de Licenciados en Matemáticas; autorizamos al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional [www.usco.edu.co](http://www.usco.edu.co), link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
GESTIÓN DE BIBLIOTECAS



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: Nicolás Tovar

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: Cristian David Chavarro

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional [www.usco.edu.co](http://www.usco.edu.co), link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



ANÁLISIS DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS A ESTUDIANTES DE GRADO SEPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARÍA CRISTINA ARANGO

**AUTORES:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
TOVAR ARTEAGA	NICOLÁS FABIÁN
CHAVARRO MORENO	CRISTIAN DAVID

**DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

**ASESOR (ES):**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
López Adames	Marly Johana

**PARA OPTAR AL TÍTULO DE:** Licenciado en Matemáticas

**FACULTAD:** Educación

**PROGRAMA O POSGRADO:** Licenciatura en Matemáticas

**CIUDAD:** Neiva

**AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2022

**NÚMERO DE PÁGINAS:** 64

**TIPO DE ILUSTRACIONES** (Marcar con una X):

Diagramas\_\_\_ Fotografías\_X\_ Grabaciones en discos\_\_\_ Ilustraciones en general\_\_X\_ Grabados\_\_\_  
Láminas\_\_\_ Litografías\_\_\_ Mapas\_\_\_ Música impresa\_\_\_ Planos\_\_\_ Retratos\_\_\_ Sin ilustraciones\_\_\_ Tablas  
o Cuadros\_X\_



**SOFTWARE** requerido y/o especializado para la lectura del documento:

**MATERIAL ANEXO:**

**PREMIO O DISTINCIÓN** (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

**PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:**

**Español**

**Inglés**

- |                        |                     |
|------------------------|---------------------|
| 1. Análisis didáctico  | Didactic analysis   |
| 2. Aprendizaje         | Learning            |
| 3. Objeto matemático   | Mathematical object |
| 4. Secuencia didáctica | Didactic sequence   |
| 5. Multiplicación      | Multiplication      |

**RESUMEN DEL CONTENIDO:** (Máximo 250 palabras)

Esta investigación nació de la necesidad de implementar clases de matemáticas alternativas en la educación básica, teniendo en cuenta que los autores eligieron la multiplicación de números enteros como objeto matemático durante la práctica pedagógica. El estudio se realizó en la Institución Educativa María Cristina Arango de Neiva-Huila. En la implementación del análisis didáctico, se encuentran ciertas dificultades en el objeto matemático y se crea una secuencia didáctica para superar los obstáculos que surgen de la multiplicación de números enteros. Este proceso de diseñar la secuencia didáctica es el resultado de los cursos de Práctica Pedagógica en la carrera de licenciatura en matemáticas de la Universidad Surcolombiana. Este estudio se inició con el desarrollo y aplicación de un instrumento diagnóstico basado en el análisis de contenido del objeto de investigación para identificar las dificultades de los estudiantes de séptimo grado con la multiplicación de números enteros. Sin embargo, previo a la aplicación, el instrumento fue validado, lo que permitió modificaciones para cumplir con los criterios de validez y así permitir su aplicación. Los resultados de los estudiantes permitieron identificar y describir las dificultades y errores que presentaron con el objeto de investigación. Al mismo tiempo, esto se hizo utilizando el análisis didáctico, y en este caso, el análisis cognitivo y pedagógico, en la creación de tareas para superar estas dificultades destacadas en los resultados del instrumento.



**ABSTRACT:** (Máximo 250 palabras)

This research task was born from the need to implement alternative mathematics classes in basic education, taking into account that the authors chose the multiplication of integers as a mathematical object during the pedagogical practice. The study was conducted at the María Cristina Arango Educational Institution in Neiva-Huila. In the implementation of the didactic analysis, certain difficulties are found in the mathematical object and a didactic sequence is created to overcome the obstacles that arise from the multiplication of integers. This sequencing process is the result of the Pedagogical Practice courses in the mathematics career of the Surcolombiana University. This study began with the development and application of a diagnostic instrument based on the content analysis of the research object to identify the difficulties of seventh grade students with the multiplication of integers. However, prior to application, the instrument was validated, which allowed modifications to meet the validity criteria and thus allow its application. The results of the students allowed to identify and describe the difficulties and errors that they presented with the object of investigation. At the same time, this was done using didactic analysis, and in this case cognitive and pedagogical analysis, in creating tasks to overcome these difficulties highlighted in the instrument results.



Empty box for the description of the thesis or degree work.

**APROBACION DE LA TESIS**

Marly Johana López Adames

Asesora del Trabajo

Johnny Fernando Alvis Puentes

Jurado Calificador

**ANÁLISIS DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA  
MULTPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS A ESTUDIANTES DE GRADO  
SEPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARÍA CRISTINA ARANGO**

**NICOLÁS FABIÁN TOVAR ARTEAGA  
CRISTIAN DAVID CHAVARRO MORENO**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
NEIVA, COLOMBIA**

**2022**

**ANÁLISIS DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA  
MULTPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS A ESTUDIANTES DE GRADO  
SEPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARÍA CRISTINA ARANGO**

**Tesis presentada por:**

**Nicolás Fabián Tovar Arteaga**

**Cod. 20172161460**

**Cristian David Chavarro Moreno**

**Cod. 20172161444**

**Como un requisito para obtener el grado de**

**Licenciado en Matemáticas**

**Asesora**

**Marly Johana López Adames**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**

**NEIVA, COLOMBIA**

**2022**

## **AGRADECIMIENTOS**

*Agradecer primeramente a Dios por permitirnos finalizar nuestra carrera de pregrado a pesar de las dificultades que se han vivido últimamente en el mundo.*

*A los profesores del programa de la licenciatura en matemáticas por el conocimiento que nos brindaron y por la acogida que nos dieron durante toda la carrera y esencialmente al profesor Johnny Fernando Alvis Puentes por el proceso que nos dio para trabajar en nuestro proyecto de grado a inicios de la carrera y a nuestra asesora Marly Johana López Adames por el apoyo.*

*A nuestros familiares por el apoyo constante y a nuestros compañeros de la carrera por la amistad que nos brindaron durante todo este proceso.*

## RESUMEN

Esta investigación nació de la necesidad de implementar clases de matemáticas alternativas en la educación básica, teniendo en cuenta que los autores eligieron la multiplicación de números enteros como objeto matemático durante la práctica pedagógica. El estudio se realizó en la Institución Educativa María Cristina Arango de Neiva-Huila. En la implementación del análisis didáctico, se encuentran ciertas dificultades en el objeto matemático y se crea una secuencia didáctica para superar los obstáculos que surgen de la multiplicación de números enteros. Este proceso de diseñar la secuencia didáctica es el resultado de los cursos de Práctica Pedagógica en la carrera de licenciatura en matemáticas de la Universidad Surcolombiana. Este estudio se inició con el desarrollo y aplicación de un instrumento diagnóstico basado en el análisis de contenido del objeto de investigación para identificar las dificultades de los estudiantes de séptimo grado con la multiplicación de números enteros. Sin embargo, previo a la aplicación, el instrumento fue validado, lo que permitió modificaciones para cumplir con los criterios de validez y así permitir su aplicación. Los resultados de los estudiantes permitieron identificar y describir las dificultades y errores que presentaron con el objeto de investigación. Al mismo tiempo, esto se hizo utilizando el análisis didáctico, y en este caso, el análisis cognitivo y pedagógico, en la creación de tareas para superar estas dificultades destacadas en los resultados del instrumento. Para la creación de estas tareas se tuvo en cuenta lo mencionado por Sergio Tobón sobre la secuencia didáctica como un conjunto de actividades de aprendizaje unidas por una secuencia que tiene como objetivo la creación de un producto. Esta secuencia fue validada y luego de varias observaciones y apreciaciones de la aplicación de la secuencia, se logró cumplir con los criterios de validez, por lo que se elaboró material didáctico para la enseñanza de la multiplicación de números enteros para estudiantes de séptimo grado.

**Palabras claves:** análisis didáctico, secuencia didáctica, aprendizaje y objeto matemático.

## **ABSTRACT**

This research task was born from the need to implement alternative mathematics classes in basic education, taking into account that the authors chose the multiplication of integers as a mathematical object during the pedagogical practice. The study was conducted at the María Cristina Arango Educational Institution in Neiva-Huila. In the implementation of the didactic analysis, certain difficulties are found in the mathematical object and a didactic sequence is created to overcome the obstacles that arise from the multiplication of integers. This sequencing process is the result of the Pedagogical Practice courses in the mathematics career of the Surcolombiana University. This study began with the development and application of a diagnostic instrument based on the content analysis of the research object to identify the difficulties of seventh grade students with the multiplication of integers. However, prior to application, the instrument was validated, which allowed modifications to meet the validity criteria and thus allow its application. The results of the students allowed to identify and describe the difficulties and errors that they presented with the object of investigation. At the same time, this was done using didactic analysis, and in this case cognitive and pedagogical analysis, in creating tasks to overcome these difficulties highlighted in the instrument results. For the creation of these tasks, what was mentioned by Sergio Tobón about the didactic sequence was taken into account as a set of learning activities united by a sequence that has as its objective the creation of a product. This sequence was legalized and after several observations and evaluations of the application of the sequence, it was possible to meet the validity criteria, for which didactic material was developed for teaching multiplication of integers for seventh grade students. years.

**Keywords:** didactic analysis, didactic sequence, learning and mathematical object.

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	11
CAPÍTULO I.....	12
1. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN .....	12
1.1 Antecedentes .....	12
1.2 Formulación del problema .....	14
1.3 Justificación .....	15
1.4 Objetivos.....	16
1.4.1 Objetivo General .....	16
1.4.2 Objetivos Específicos .....	16
CAPITULO II .....	17
2. MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL .....	17
2.1 Análisis Didáctico.....	17
2.1.1 Análisis de contenido .....	18
2.1.2 Análisis cognitivo.....	18
2.1.3 Análisis de instrucción .....	21
2.1.4 Análisis de actuación.....	21
2.2 Secuencia didáctica.....	21
2.3 Aprendizaje Significativo .....	24
CAPITULO III .....	26
3. MARCO METODOLÓGICO .....	26
3.1 Naturaleza de la investigación .....	26
3.2 Enfoque de la investigación.....	26
3.3 Trabajo de campo.....	27

3.3.1	Fase I: .....	27
3.3.2	Fase II:.....	28
3.3.3	Fase III: .....	29
CAPÍTULO IV .....		30
4.	ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS. 30	
4.1	Análisis de contenido.....	30
4.1.1	Estructura conceptual .....	30
4.1.2	Sistemas de representación .....	31
4.1.3	Análisis fenomenológico .....	33
4.2	Análisis Cognitivo. ....	34
4.2.1	Expectativas de aprendizaje. ....	34
4.3	Análisis de instrucción.....	36
CAPITULO V .....		38
5.	ANÁLISIS ESPECÍFICOS DE LA INVESTIGACIÓN .....	38
5.1	Diseño del análisis didáctico.....	38
5.2	Validación del instrumento. ....	38
5.3	Caracterización de las dificultades.....	39
5.4	Diseño de la secuencia didáctica.....	42
CAPITULO VI.....		54
6.	CONCLUSIONES.....	54
6.1	Análisis respecto al objetivo específico 1.....	54
6.2	Análisis respecto al objetivo específico 2.....	54
6.3	Análisis respecto al objetivo específico 3.....	54
6.4	Análisis respecto al objetivo general. ....	55

ANEXOS.....	56
Anexo a.....	56
Anexo b.....	58
Anexo c.....	60
BIBLIOGRAFIA.....	62

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Capacidades previstas. ....	35
Tabla 2 Objetivos de la elaboración de tareas. ....	36
Tabla 3 Identificación de la secuencia didáctica. ....	47

## INDICE DE FIGURAS

Figura 1 Componentes de la secuencia didáctica.....	22
Figura 2 ley de los signos.....	31
Figura 3 representación de los números enteros positivos en la recta numérica.....	33
Figura 4 representación de los números enteros negativos en la recta numérica.....	33
Figura 5 errores cometidos por los estudiantes (ley de signos).....	40
Figura 6 errores cometidos por los estudiantes (ley de signos).....	40
Figura 7 errores cometidos por los estudiantes (sumar en vez de multiplicar). ....	41
Figura 8 errores cometidos por los estudiantes (ley de signos).....	41

## INTRODUCCIÓN

La enseñanza es el camino que permite a los docentes en formación vivenciar de una manera real y más integral ambientes educativos y se beneficien de la experiencia de los docentes titulares de los centros de educativos, de tal forma que ésta se convierta en una excelente oportunidad para adquirir gradualmente mayor seguridad y autonomía, a la vez que, con su dinamismo y creatividad, retroalimentan los procesos pedagógicos de las instituciones. Esto conlleva a que si se conoce el contexto como estudiantes practicantes desde un inicio se facilitará todo en muchos aspectos; conocer el sector de la institución, de los estudiantes y padres de familia. El proceso de observación en cuestión no solo valora la labor de los docentes en ejercicio, sino que se emplea como estrategia para evaluar la labor de los estudiantes que se forman en diversas áreas del que hacer educativo, en instituciones públicas de enseñanza superior, que tienen dentro de sus propósitos de evaluación.

Dada la información anterior, este proyecto de investigación presenta el trabajo realizado en las prácticas pedagógicas del plan de estudio de licenciatura en matemáticas de la Universidad Surcolombiana, el lugar de investigación fue realizado en la Institución Educativa María Cristina Arango de la ciudad de Neiva con los estudiantes del grado séptimo donde se busca abordar las diferentes dificultades asociadas al aprendizaje por parte de los estudiantes en el objeto matemático: multiplicación de números enteros, usando el análisis didáctico y la secuencia didáctica. Para tener un amplio conocimiento del objeto matemático se realiza el análisis de contenido perteneciente al análisis didáctico. Después se realizaron pruebas diagnósticas para conocer y evidenciar las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de la multiplicación de números enteros, seguido a esto usando el análisis didáctico solamente enfocado en el análisis cognitivo y de instrucción haciendo selección de las tareas que abordan los saberes previos para reforzar los errores y dificultades que tienen los estudiantes con el objeto matemático.

Luego de diseñar las actividades para superar estas dificultades encontradas, se ubicaron en un esquema de secuencia didáctica elaborado por el docente y los alumnos practicantes

donde se identificaron las partes de la secuencia y el orden de secuencia entre las actividades para elaborar el concepto de multiplicación de números enteros

## **CAPÍTULO I**

### **1. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

En este capítulo se presentan los antecedentes que son la base para exponer la problemática de la investigación y así mismo ayudan a reconocer las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de la multiplicación de números enteros. Posteriormente se presentan los objetivos que son fundamentales en la investigación, de igual manera la justificación y la formulación del problema.

#### **1.1 Antecedentes**

El primer antecedente es un artículo de la revista iberoamericana de educación, titulada “la enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica” Fernández (2007). El problema que plantea el artículo es la dificultad de los estudiantes con respecto al concepto de la multiplicación y manejo de simbolización, entonces, la dificultad didáctica respecto a la comprensión del concepto, está cuando se dice que una multiplicación es una suma de sumandos iguales, ya que no sólo se le dice al niño que la multiplicación es «eso», sino que todo lo que no sea «eso», no vale como multiplicación y la simbolización de la multiplicación cuando al estudiante se le coloca un símbolo diferente a la (x o por), los objetivos primordiales de la investigación de este artículo son que el estudiante comprenda y diferencie el concepto de la multiplicación y que cuando se refiera a una multiplicación no lo lea por “veces”, sino lo lea “multiplicado por”. Este artículo es beneficioso ya que con su enfoque teórico se comprende las dificultades que presentan los estudiantes en la investigación.

Seguidamente, la tesis titulada “Propuesta didáctica para la enseñanza de números enteros a estudiantes de séptimo grado” Lucia (2012) presenta que el punto de vista de la didáctica en la enseñanza de los números enteros presenta muchas dificultades en los estudiantes, esto también lo manifiestan importantes matemáticos que han estudiado la importancia de la enseñanza de estos números. Donde la investigación presenta los resultados de la implementación de una estrategia de enseñanza-aprendizaje enmarcada en la didáctica de las

matemáticas, consistente en el diseño e implementación de una secuencia didáctica cuyo objetivo fundamental es mejorar los procesos de comprensión de los conceptos y operaciones de suma, resta y multiplicación de los enteros con un grupo de estudiantes de grado séptimo de un colegio público del municipio de Armenia. Como conclusión estipula que los números enteros, en particular, los números negativos son un obstáculo epistemológico, ya que ellos fueron negados por cerca de 1000 años, aceptados después de interminables conflictos en el interior de la comunidad matemática, allí los utilizaban como herramientas, pero no le daban el carácter formal que necesitaban en la matemática para ser correctamente aceptados.

El antecedente titulado “Aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros mediante la asistencia de objetos virtuales de aprendizaje” Jiménez et al., (2015), presenta la sintonización de una investigación llevada a cabo con estudiantes de grado séptimo de la I.E. CASD de la ciudad de Armenia, sobre el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros, mediante Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA), y la transformación de las unidades de aprendizaje a los objetos aprendizaje, los cuales sirven como eje motivador para el desarrollo de las clases. Para ello, se parte de un conjunto de estrategias metodológicas propias de la educación matemática, las cuales abordan el concepto matemático, hasta llegar al aprendizaje del objeto de estudio, a través del trabajo colaborativo que permite la mediación tecnológica como una base para la construcción del conocimiento, desde la interacción del estudiante con la herramienta virtual, lo que se convierte en una estrategia que permite fortalecer el aprendizaje. En este sentido, mediante una adecuación, innovación e implementación de las tecnologías de la información y la comunicación en los objetos de aprendizaje, se espera que los estudiantes adquieran las competencias matemáticas establecidas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN); desde el concepto del sistema aditivo y multiplicativo.

En la siguiente tesis “Diseño y aplicación de secuencias didácticas para fortalecer el aprendizaje de los números enteros y operaciones básicas: suma y multiplicación en estudiantes de séptimo grado de la institución”, (Pérez, 2020). En esta investigación se interpreta la competencia matemática de razonamiento, en donde el 41% de los estudiantes no identifican ni describen las relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia) que se

pueden establecer en una secuencia numérica, lo que indica que los estudiantes no logran hacer utilidad de diferentes operaciones matemáticas con números enteros para representar o dar solución a una situación problema y mediante la aplicación de la propuesta pedagógica de una secuencia didáctica se logró fortalecer el aprendizaje de los números enteros y las operaciones básicas de suma y multiplicación en los estudiantes del grado 7- 01 de la Institución Educativa Juan Pablo I, para ello fue importante la aplicación de actividades secuenciadas en complejidad, teniendo en cuenta la estructura cognitiva de presaberes de los estudiantes y el uso de material didáctico, además observan una participación activa y grupal, con responsabilidad de construcción del conocimiento.

De lo anterior, algunas investigaciones explican los procesos de identificar las dificultades y la manera en que dieron solución a estas. Estas investigaciones fundamentaron las bases del presente proyecto investigativo, con relación al conocimiento de la teoría de los estilos de aprendizaje de los estudiantes, para lograr el manejo del concepto de multiplicación de números enteros y de esta manera enfrentar la cotidianidad de la sociedad, así como poder contar con dicha teoría en el momento de elegir estrategias pedagógicas para el diseño de las actividades de la situación didáctica.

## **1.2 Formulación del problema**

El área de matemáticas es la asignatura donde se presentan mayores dificultades en los estudiantes y como estudiantes del curso de práctica pedagógica, se han encontrado que las dificultades frecuentes en el uso de la ley de signos no permiten a los estudiantes solucionar situaciones de multiplicación de números enteros, bien sea porque los estudiantes dan interpretaciones incorrectas a los enunciados o por concepciones erróneas relacionadas con el tratamiento de enteros negativos y positivos.

Villanueva (2009) “Mediante la resolución y el planteamiento de problemas, los alumnos adquieren horas de pensar, hábitos de constancia y curiosidad, y seguridad en situaciones de aprendizaje relacionados con la vida diaria; se requieren y utilizan muchas capacitaciones: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, entre otros. Por todo ello la resolución y el planteamiento de problema son mas parte integral de todo el aprendizaje matemático”. (P.01)

Los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa María Cristina Arango cuando se enfrentan a la solución de ejercicios y problemas de la vida cotidiana donde tienen que hacer uso de la ley de los signos para resolver la multiplicación de enteros, de igual manera, no comprenden un símbolo diferente a (x o por) que parece en la multiplicación de números enteros. Se ha considerado que es de gran importancia el tratamiento adecuado de este tema, dada su relevancia en temas posteriores del mismo grado. Es el caso, de la solución de situaciones en las que se requiere el uso de operaciones con números racionales o, en años siguientes, en la resolución de ecuaciones, el tratamiento de funciones o el cálculo infinitesimal. Además de las matemáticas escolares, este tema es relevante en la etapa de preparación profesional.

De lo anterior se formula la pregunta de la investigación ¿Cómo favorecer la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros a través de la secuencia didáctica en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa María Cristina Arango?

### **1.3 Justificación**

Es importante hacer una investigación con el análisis didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se hace pertinente debido a la importancia que tienen las dificultades mencionadas anteriormente dentro del área de matemáticas. Teniendo en cuenta que los estudiantes de educación básica tienen diversos problemas al realizar una multiplicación.

La identificación, análisis y comprensión de los conceptos matemáticos involucran múltiples procesos cognitivos en los que el estudiante primero debe reconocer los elementos o componentes que forman parte del concepto, así como ser capaz de representarlos, argumentarlos y utilizarlos a la hora de realizar procedimientos matemáticos; esto genera un aprendizaje significativo del concepto de multiplicación de números enteros. El objetivo principal de este proyecto de investigación fue reforzar el aprendizaje de dicho concepto matemático y que los estudiantes pudieran aplicarlo a través de diferentes procedimientos básicos, entendiendo lo que están realizando, analizando los resultados y emitiendo soluciones prácticas que les permitan recordar posteriormente y ser aplicado en la vida cotidiana.

Esta investigación fue realizada para adquirir un mayor conocimiento en las dificultades de un objeto matemático ya que se realiza un proceso de formación docente y se requiere de experiencias. Los estudiantes a quienes se les realizó la prueba diagnóstica (instrumento), podrán ver los problemas o dificultades que se encontraron al realizar la prueba y con ayuda de su docente harán una mejoría en aquellas dificultades que se les presentaron. Es importante señalar también que el trabajo de investigación responde a las necesidades que hay en la educación colombiana, en cuanto a la formación docente, al establecer que es primordial garantizar una formación centrada en la investigación y la innovación en el aula, el territorio y en la ciudad. En este sentido, cabe resaltar la importancia que tiene la preparación académica para realizar la labor docente.

## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1 Objetivo General**

- Validar una secuencia didáctica para fortalecer el aprendizaje de la multiplicación de números enteros en los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa María Cristina Arango.

### **1.4.2 Objetivos Específicos**

- Validar y aplicar un instrumento diagnóstico a los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa María Cristina Arango, para diagnosticar las dificultades en el aprendizaje de la multiplicación de números enteros.
- Caracterizar los diversos tipos de dificultades que tienen los estudiantes en el aprendizaje de la multiplicación de números enteros.
- Diseñar la secuencia didáctica a partir del establecimiento de las actividades para superar los obstáculos con respecto a la multiplicación de números enteros.

## **CAPITULO II**

### **2. MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL**

En este capítulo están los referentes conceptuales que exponen la problemática planteada en esta investigación, que así mismo permiten apoyar tanto la propuesta como el análisis de los resultados obtenidos. Se asumen las conjeturas las cuales son: el análisis didáctico, la secuencia didáctica y el aprendizaje significativo.

#### **2.1 Análisis Didáctico**

En circunstancias de descentralización curricular, como las que existen en Colombia, los profesores de matemáticas enfrentan frecuentemente un problema de planificación y gestión de clase. Entonces los profesores se rigen a través de las directivas gubernamentales y la planeación estratégica de la institución educativa que determinan los contextos social, educativo e institucional en los que se produce el diseño curricular global de cada asignatura. Sin embargo, este diseño curricular global no aporta pautas específicas para el día a día de la práctica docente de los profesores.

Rico et al. (1997), Segovia y Rico (2001) han identificado esta problemática al poner de manifiesto las dificultades de los profesores con la noción de currículo en el nivel de la planificación global. En este nivel, el profesor debe identificar unos objetivos, unos contenidos, una metodología y un esquema de evaluación con el que se pretende describir el currículo como plan de formación para una asignatura o para una porción amplia de una asignatura.

Por lo cual, Gómez (2002) propone una conceptualización de ese nivel de la planificación y la gestión de clase, el análisis didáctico, como un procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del conocimiento matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje.

El análisis didáctico es un procedimiento compuesto por cuatro análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación con el que el profesor puede diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas.

### **2.1.1 Análisis de contenido**

El análisis de contenido proporciona un conjunto de herramientas para analizar el contenido matemático desde la perspectiva de las matemáticas escolares (Gómez, 2007). Estas herramientas, denominadas organizadores del currículo (Rico, 1997), son la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología. En este apartado se describe en detalle el tema de la investigación desde la perspectiva de cada uno de estos organizadores del currículo.

#### **Estructura conceptual**

Se resumió la estructura conceptual del tema mediante un mapa conceptual. Primero, se elabora una lista de los elementos de carácter conceptual y procedimental relacionados con el tema de las matemáticas escolares, con base en información procedente de diferentes textos de matemáticas escolares y universitarios.

#### **Sistemas de representación**

Los sistemas de representación se usan para representar diferentes facetas de un concepto o estructura matemática y trabajando con los sistemas de representación bajo el supuesto de que se ciñen a un conjunto de reglas que se encuentran condicionadas por las matemáticas, en general, y por el concepto matemático específico, en particular.

#### **Análisis fenomenológico**

El análisis fenomenológico es para analizar e identificar, describir, caracterizar y clasificar los fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser organizados (modelizados) por subestructuras contenidas en la estructura en cuestión (Gómez, 2002).

### **2.1.2 Análisis cognitivo**

El análisis cognitivo es un análisis a priori. Con él, el profesor pretende prever las actuaciones de los escolares en la fase posterior del ciclo en la que se ponen en juego las

actividades de enseñanza y aprendizaje que él ha diseñado. Estas hipótesis deben estar sustentadas por una descripción de aquellos aspectos cognitivos que se relacionan directamente con la estructura matemática sobre la cual se trabaja en dichas actividades. En el análisis cognitivo, el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los escolares pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje (Gómez, 2007).

### **Expectativas de aprendizaje**

Según González y Gómez (2015) las expectativas de aprendizaje de tipo cognitivo se categorizan en tres niveles: procesos y capacidades matemáticas fundamentales (nivel superior), objetivos (nivel medio) capacidades (nivel inferior). A continuación, se establecen estas expectativas de aprendizaje para el tema de investigación.

#### **A nivel superior**

**Procesos y capacidades matemáticas fundamentales:** Esta expectativa de aprendizaje corresponde a los procesos y capacidades fundamentales.

**Procesos:** Hace referencia a la competencia matemática que tiene un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas.

- Formulación matemática de las situaciones
- Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos.
- Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos

En PISA 2012 han revelado un grupo de capacidades matemáticas fundamentales que sustentan cada uno de los procesos y la competencia matemática en la práctica. Donde nace la necesidad de identificar dicho grupo de capacidades matemáticas generales para complementar el papel de los conocimientos específicos de contenido matemático en el aprendizaje de dicha materia está ampliamente reconocida.

Las siete **capacidades** matemáticas fundamentales utilizadas en este marco conceptual de PISA 2012.

- Razonamiento y argumentación
- Comunicación
- Matematización

- Representación
- Diseño de estrategias para resolver problemas
- Uso del lenguaje formal, simbólico y las operaciones
- Uso herramientas matemáticas

Capacidades matemáticas fundamentales utilizadas por PISA 2012, las cuales son:

- **Razonamiento y argumentación:** Son procesos de pensamiento de forma lógica que exploran y conectan los elementos de un problema para poderlos deducir a partir de ellos, llevándolos a comprobar una justificación o soluciones a dichos problemas.
- **Matematización:** Se utiliza para describir las actividades matemáticas fundamentales implicadas, como lo pueden ser estructuración, conceptualización, entre otros.
- **Diseño de estrategias para resolver problemas:** Es la capacidad que tiene el individuo para seleccionar o diseñar un plan con el fin de utilizarlas en la resolución de problemas del contexto en el que se encuentre.

### **A nivel medio**

**Objetivos de aprendizaje:** Estas expectativas de aprendizaje se refieren a los objetivos de aprendizaje entendiendo el conocimiento, aptitudes o conductas que los estudiantes deben aprender, comprender como muestra de un aprendizaje.

### **A nivel inferior**

**Capacidades:** Estas expectativas de aprendizaje se refieren a las capacidades, entendiendo capacidad como una expectativa del profesor sobre la actuación de un estudiante con respecto a una tarea asociada al objeto matemático.

Otros aspectos importantes en este proceso es identificar los obstáculos, las dificultades y los errores.

- **Error:** Se entiende a la acción del estudiante cuando se equivoca de la misma manera en distintas situaciones.

- **Obstáculo:** Son las dificultades que no se han superado y que impide al estudiante avanzar en la construcción de un nuevo conocimiento.
- **Dificultad:** Se entiende a todos aquellos inconvenientes que se presentan en el proceso de aprendizaje pero que se superan.

### **2.1.3 Análisis de instrucción**

En el análisis de instrucción, el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción, una actividad puede ser una presentación introductoria hecha por el profesor o la resolución de una tarea por parte de los escolares, entre otras. Las actividades se refieren al contenido descrito en la estructura conceptual y examinado en el análisis de contenido y deben tener como propósito lograr los objetivos descritos al comienzo del ciclo. Por lo tanto, deben abordar los errores, dificultades y obstáculos identificados en el análisis cognitivo (Gómez, 2007).

### **2.1.4 Análisis de actuación**

El análisis de actuación es la última fase del análisis didáctico donde el profesor recoge la información para el análisis de actuación durante la puesta en práctica de las actividades y basándose en las actuaciones de los escolares. Mientras que en el análisis cognitivo el profesor hace una previsión de las actuaciones de los escolares cuando ellos aborden las tareas propuestas, en el análisis de actuación él debe describir esas actuaciones. El análisis cognitivo es un análisis a priori y el análisis de actuación es un análisis a posteriori (Gómez, 2002).

## **2.2 Secuencia didáctica**

Debido al proceso constante de transformación de la educación se necesitarán cambios en un futuro, donde se debe plantear la competencia de pasar del énfasis en la planeación de la enseñanza, a un nuevo papel docente donde ya no solo responda al deber con el estudiante de hacerlo partícipe en el proceso de su propio aprendizaje, sino que también responda a las necesidades de su entorno.

Todo esto conlleva a que el profesor se enfoque en conocer los grandes problemas del contexto interiorizando los contenidos disciplinares y teniendo claridad de dichas

competencias que se quieran contribuir a formar y también saber cómo llevar a cabo el proceso de enseñanza partiendo de sus saberes previos y aplicando estrategias didácticas necesarias.

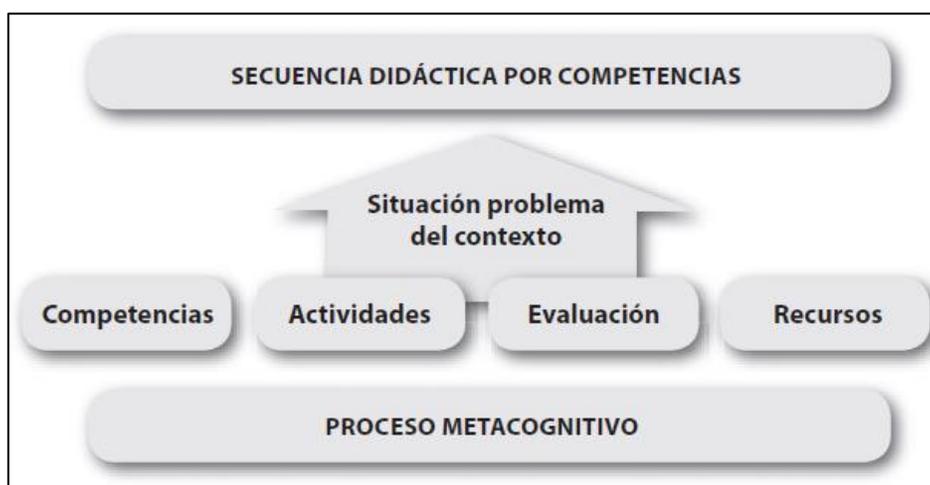
Para esta transformación, Tobón (2010) propone un formato de secuencia didáctica donde esta es una serie de actividades que conllevan a un aprendizaje significativo, partiendo de una pregunta problematizadora que es formulada entre el estudiante y el docente basada en la vida cotidiana y en articulación con el objeto de estudio.

“El formato de secuencia didáctica que propone Tobón opta por un modelo socioformativo que consiste en considerar un problema significativo y pertinente del contexto para orientar el proceso de mediación docente. Esto se debe al compromiso de que la educación no sólo forme, sino que también sea un escenario social para actuar y contribuir a resolver los problemas del contexto” (p.65).

Este formato sale del paradigma de la educación tradicional donde el objetivo de esta secuencia no es que el estudiante aprenda contenidos y los repita, sino que desarrolle habilidades y destrezas para desenvolverse en situaciones que se le presenten en el transcurso de la vida y también que respondan a las necesidades de la sociedad.

Los componentes de la secuencia didáctica que propone Tobón son;

**Figura 1** Componentes de la secuencia didáctica



Nota. La figura muestra los componentes de la secuencia didáctica. Fuente: Tobón (2009, 2010) y Pimienta y Enríquez (2009). p 20

**Situación problema del contexto:** Problema relevante del contexto por medio del cual se busca la formación.

**Competencias:** Se describe la competencia o competencias que se pretende formar.

**Actividades de aprendizaje y evaluación:** Se indican las actividades con el docente y las actividades de aprendizaje autónomo de los estudiantes.

**Evaluación:** Se establecen los criterios y evidencias para orientar la evaluación del aprendizaje, así como la ponderación respectiva. Se anexan las matrices de evaluación.

**Recursos:** Se establecen los materiales educativos requeridos para la secuencia didáctica, así como los espacios físicos y los equipos.

**Proceso Metacognitivo:** Se describen las principales sugerencias para que el estudiante reflexione y se autorregule en el proceso de aprendizaje.

La estructura de esta secuencia es el resultado de cada análisis realizado y mencionado anteriormente, comenzando con la identificación de la secuencia didáctica donde se expone un título para la secuencia, el grado escolar, el área, el tema matemático que se abordará en clase y el tiempo por secciones.

Seguido a esto, se desarrollan las intenciones formativas de la secuencia que es el objetivo con el que el docente pretende conducir al estudiante a construir el conocimiento; proceso que se realiza en el análisis cognitivo y de instrucción.

Se describen las actividades de aprendizaje, los recursos que se necesitan para llevar a cabo las actividades, los procesos y capacidades matemáticas que se utilizarán en el desarrollo de dichas actividades.

La descripción se hace de manera detallada dando a conocer el resultado del proceso que se llevó a cabo en el análisis cognitivo y de instrucción, donde se establecieron las expectativas de aprendizaje para cada actividad diseñada directamente para la superación de cada dificultad ya encontrada en el estudiante.

Lo importante de la secuencia, es la secuencialidad de las actividades de aprendizaje en donde se expone la metodología de las actividades, la acción del profesor y la acción de estudiantes haciéndolos una vez más participes del desarrollo de la secuencia. Cabe aclarar que para actividades se debe expresar una acción tanto para el profesor como para el estudiante. Estas actividades se organizan de tal manera de que un aprendizaje preceda al

otro, en otras palabras, se va construyendo el conocimiento partiendo de los saberes previos del estudiante en cada actividad.

### **2.3 Aprendizaje Significativo**

En los años sesenta Ausubel (1963) realizó la primera introducción de una teoría cognitiva del aprendizaje verbal significativo, que considera el aprendizaje como un proceso que se presenta cuando nueva información interactúa de manera sustancial con lo que el estudiante ya sabe, es decir con aspectos que son relevantes para el individuo que aprende, convirtiéndose de este modo en anclaje para la nueva información venidera. Es de notar que en esta teoría cobra vital importancia lo que el estudiante ya sabe, es decir los saberes previos, Ausubel lo resume de la siguiente manera (como se citó en López, 2012): “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio enunciaría este: averígüese --- esto y enséñese consecuentemente”. La interacción entre la información existente en la estructura cognitiva del estudiante y la nueva información debe ser de manera no arbitraria y no literal, en este punto el docente cumple una función mediadora entre los contenidos científicos y el estudiante y es quien debe elegir de manera cuidadosa los materiales de aprendizaje para que se dé realmente el aprendizaje significativo. A continuación, se enuncian y explican brevemente las condiciones para que se presente un aprendizaje de este tipo:

- 1) El material de aprendizaje debe ser potencialmente significativo. Estos materiales se caracterizan por tener un significado lógico y un significado psicológico. El significado lógico del material de aprendizaje está relacionado con la disciplina y se convierte en psicológico cuando pasa a ser parte de la estructura cognitiva del estudiante como producto de todo el proceso de aprendizaje.
- 2) La estructura cognitiva previa del estudiante debe poseer ideas relevantes que puedan relacionarse con el nuevo material.

En la estructura cognitiva del estudiante deben existir ideas pertinentes que permitan el anclaje de la nueva información, pero al mismo tiempo debe surgir una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz ya posee.

- 3) Disposición del estudiante para relacionar el nuevo material. Debe existir una actitud favorable que permita que el estudiante relacione de manera sustancial y no

arbitrariamente los materiales potencialmente significativos con la estructura cognitiva preexistente.

Lira-Soto (2008) plantea condiciones para el aprendizaje significativo la estructuración lógica y jerárquica de los materiales de enseñanza, el respeto por la estructura psicológica del estudiante y la motivación del estudiante para aprender. En esta posición se sustenta el placer del estudiante por aprender, pues si no existe motivación el aprendizaje corre el riesgo de no ser significativo. Clasifica la motivación en intrínseca y extrínseca. La motivación intrínseca está definida por el hecho de realizar una actividad por placer o por la satisfacción que se experimenta mientras se aprende, explora o trata de entender algo nuevo. La motivación extrínseca proviene de afuera, es un medio para llegar a un fin y no es el fin en sí misma.

En cuanto a los requerimientos del tipo de enseñanza López (2012) reseña: “se reconozca como principios la diferenciación progresiva, donde los conceptos más generales se presentan al comienzo de la instrucción y se diferencian progresivamente en términos de detalle y especificidad; y la reconciliación integradora que consiste en explorar las relaciones entre ideas y apuntar y apuntar similitudes y diferencias para integrarlas en ideas más generales e inclusivas que pueden establecerse en la estructura cognitiva del alumno”.

## **CAPITULO III**

### **3. MARCO METODOLÓGICO**

En este capítulo se presenta la metodología que se llevó a cabo mediante un proceso en diferentes fases. Se describen los recursos que se utilizaron en la investigación, el diseño de las actividades y la construcción del formato de la secuencia didáctica.

#### **3.1 Naturaleza de la investigación**

El tipo de investigación planteada en el presente proyecto de grado es de enfoque cualitativo porque permite realizar una descripción detallada del objeto matemático sobre los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica y de las tareas para fortalecer las dificultades presentadas por los estudiantes de grado séptimo. Se analizaron los aspectos internos y externos y de este modo se identificó cuáles de estos son los que inciden en el proceso de aprendizaje en la multiplicación de números enteros.

En tal sentido, la investigación se realizó de manera secuencial, partiendo de una investigación bibliográfica del ámbito educativo, conociendo los conceptos básicos que sirvieron de pilar para iniciar la investigación, esta información nos permitió proceder a la observación de la clase de matemáticas donde se describió en nuestro blog el comportamiento de los alumnos frente al objeto de estudio y sus posibles dificultades. Luego se realizó una revisión bibliográfica de las investigaciones del objeto de estudio, donde se tabuló la información y así tener un sustento teórico para diseñar el instrumento de diagnóstico luego de realizar una comparación entre lo observado en la clase de matemáticas y lo que los investigadores dicen. Luego de diseñar y validar este instrumento, se aplicó a la población de estudio. Los resultados de esta prueba nos permitieron visualizar las dificultades de los alumnos y que en el seguimiento teórico nos expusieron los autores en sus investigaciones; Esta información fue caracterizada y sirvió de base para iniciar el proceso de diseño de las actividades que componen la secuencia didáctica.

#### **3.2 Enfoque de la investigación**

Respecto con la investigación el enfoque cualitativo es: un proceso que recolecta, analiza, y vincula datos en un mismo estudio, en una serie de investigaciones para responder a un planteamiento del problema, o para responder a preguntas de un planteamiento del problema.

Estos problemas se recogieron a través de los resultados de la prueba diagnóstica que permitió conocer las dificultades de los alumnos y por tanto diseñar y validar actividades de aprendizaje para superar dichas dificultades. Estas actividades han sido diseñadas teniendo en cuenta referencias bibliográficas y aspectos didácticos para la enseñanza como las expectativas de aprendizaje en el respectivo nivel.

### **3.3 Trabajo de campo**

La investigación se realizó en la Institución Educativa María Cristina Arango ubicada en la ciudad de Neiva y en el departamento del Huila con los estudiantes de grado séptimo. Primeramente, se hizo una contextualización de la institución, después una observación dentro del salón de clases sin intervenciones, el objetivo era evidenciar las situaciones que se viven en un salón de clases, para así después empezar la investigación que se llevó a cabo.

A continuación, se hicieron tres fases de la investigación donde se llevan a cabo cada uno de los objetivos específicos.

#### **3.3.1 Fase I:**

En esta sección se presenta el desarrollo del primer objetivo específico en el cual se realizó la validación y aplicación del instrumento de diagnóstico realizada.

En primer lugar, se realizó una revisión bibliográfica de fundamento teórico en el ámbito educativo, donde se realizó un análisis e interpretación de los conceptos básicos que sirvieron de pilar para poner en marcha la investigación. Esta información fue útil para proceder con la observación de las clases de matemáticas, donde se recopiló información sobre el comportamiento de los estudiantes frente a la multiplicación de números enteros, esta información se recopiló en formato de bitácora por semana donde se especificaba las actividades realizadas durante la clase observada.

Lo primordial era hacer el registro en la bitácora de las observaciones donde se registraban las posibles dificultades que los estudiantes pudieran presentar a la hora de realizar la multiplicación de números enteros. Se realizó una búsqueda de registros o antecedentes donde se pudo observar y comparar estas dificultades encontradas en la observación de las clases, haciendo un paralelismo entre lo empírico (lo observado en clase) y lo teórico (lo observado en los registros). Después de esta comparación, la información encontrada en los

antecedentes fue tabulada para acompañar el diseño de la herramienta de diagnóstico, ya que la investigación revisada sugirió este tipo de herramienta para resaltar las dificultades de los estudiantes con el objeto de estudio.

Luego, teniendo como soporte contemplativo la teoría del análisis didáctico de Pedro Gómez y haciendo uso del análisis de los contenidos, se profundizó en el conocimiento del objeto de estudio, permitiendo abrir la concepción del objeto matemático y así poder brindar más herramientas para la construcción del instrumento. Cada actividad de la herramienta fue diseñada con un objetivo particular y una hipótesis a priori del proceso que el estudiante pudo haber realizado.

Posterior al desarrollo del instrumento, se realizó la validación del instrumento por parte de un experto, que en este caso estuvo a cargo del docente del curso de práctica pedagógica, profesor Johnny Fernando Alvis, donde luego de varios comentarios y ajustes necesarios para su ejecución, se dio la validación y aprobación para la aplicación de dicha herramienta.

Finalmente, se continuó con la aplicación del instrumento a los estudiantes de séptimo grado de la institución María Cristina Arango, para observar las dificultades y errores que presentaban los estudiantes al enfrentarse a las operaciones y problemas matemáticos de multiplicación de números enteros.

### **3.3.2 Fase II:**

En la segunda fase se expone la forma en la que se desarrolló el segundo objetivo específico donde se caracterizan las dificultades encontradas en los resultados del instrumento diagnóstico que se llevó a cabo.

La investigación mediante la elaboración de un instrumento basado en las posibles dificultades que pudieran tener los estudiantes en la multiplicación de números enteros y también exponiendo parte del análisis de contenido de la investigación, se organiza a los estudiantes en sus puestos para contarles el porqué de la prueba diagnóstica, también explicándoles cómo se desarrolla cada pregunta de la prueba diagnóstica, luego de 1 hora y 30 minutos de resolver su prueba sin que la profesora interviniera, una vez culminado el tiempo se da por terminada la actividad, para desarrollar los ejercicios en el tablero, respondiendo a algunas dudas que tenían los estudiantes en cuanto a las preguntas. Una vez finalizado se califica el instrumento para poder hallar las dificultades que se presentaron y aplicando el análisis de contenido del objeto matemático fueron hallados algunos errores.

Los resultados de la prueba realizada con los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa María Cristina Arango indican que en general, los estudiantes presentan dificultades en el aprendizaje de la multiplicación de números enteros. Sin embargo, estas dificultades se clasificarán en dos grupos (Exógenas y Endógenas), pero ya que los estudiantes solo presentan dificultades propias al objeto matemático entonces solo se dará a conocer las dificultades endógenas. Varias fallas en los estudiantes en cuanto al concepto de multiplicación de enteros, simbología y ley de los signos.

### **3.3.3 Fase III:**

En la tercera fase se comenta como se desarrolló el tercer objetivo específico donde se diseñó una secuencia didáctica para la superación de las dificultades que presentaron los estudiantes cuando desarrollaron las actividades del instrumento.

Teniendo en cuenta el análisis que se le hizo a las dificultades y errores y las expectativas de aprendizaje donde se ubicaron los procesos académicos de los estudiantes, se prosigue al diseño de tareas de una manera secuencial entre ellas, todas con el mismo objetivo de superar las dificultades de los estudiantes ante el objeto de estudio y permitir que ellos mismo fueran autónomos en la creación de su propio conocimiento.

Se realiza un diseño de tareas matemáticas para fortalecer los obstáculos y dificultades que tuvieron los estudiantes en la prueba diagnóstica, aquellas tareas fueron validadas por el profesor Jhony Fernando Alvis, teniendo algunos comentarios para la mejoría de las tareas.

Una vez validada la prueba, se realiza con el docente Jhony Fernando Alvis un formato de secuencia didáctica, que podrá ser aplicado en los estudiantes de grado séptimo. Las tareas se organizaron de tal manera que los objetivos de las dificultades tuvieran una secuencia para elaborar el concepto de multiplicación de números enteros.

## CAPÍTULO IV

### 4. ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

En este capítulo se aborda el desarrollo del análisis didáctico expuesto por Gómez, se inicia con el análisis de contenido trabajando el concepto de la multiplicación de números enteros, su representación y parte fenomenológica. Se elaboran las expectativas de aprendizaje en el análisis cognitivo y por último el desarrollo del análisis de instrucción.

#### 4.1 Análisis de contenido

##### 4.1.1 Estructura conceptual

Según Cañadas et al. (2018) la estructura conceptual agrupa los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema y las relaciones entre ellos (p. 59).

Para tener un concepto claro de la multiplicación de números enteros se empieza dando a conocer qué son los números enteros (que se denota  $Z$ ) que contiene el 0, los números enteros positivos ( $Z+$ ) y los números enteros negativos ( $Z-$ ). Se denominan estos números como números opuestos. Por ejemplo,  $+4$  (que es un elemento de  $Z+$ ) es el inverso de  $-4$  (que es un elemento de  $Z-$ ).

El concepto más común que se tiene de la multiplicación es en calcular el resultado de sumar un mismo número (multiplicando) tantas veces como lo indica el otro número (multiplicador). Entonces, el anterior concepto nos quiere decir que; que si tenemos 4 (multiplicando)  $\times$  5 (multiplicador) =  $4 + 4 + 4 + 4 + 4$  sería igual a tener 5 veces la suma del número 4.

Si se tiene el número del multiplicando de forma negativa y el número del multiplicador de forma positiva:  $(-3) \times 4$ ; esto sería igual a tener  $(-3) + (-3) + (-3) + (-3)$  por la definición de signos en la adición y sustracción se puede entender que los signos iguales se suman. La multiplicación de dos números enteros es igual al producto de los factores y tiene como signo  $(-)$  o  $(+)$ ; de manera general se puede decir que la multiplicación de varios números enteros es otro número entero, que tiene como valor absoluto el producto de los valores absolutos y, como signo, el que se obtiene de la aplicación de la regla de los signos.

## 4.1.2 Sistemas de representación

### Sistema de representación simbólico

El sistema de representación simbólico consiste en el conjunto de símbolos (caracteres) que pueden asociarse con el tema de la investigación. Esto es, el sistema de numeración utilizado, los signos de las operaciones empleadas y otros símbolos de la multiplicación de números enteros

**X** = La equis es el símbolo más usado para la multiplicación

. = Un punto entre dos números enteros se puede simbolizar como una multiplicación.

**(a)(b)** = Cuando dos números están en paréntesis y no tiene ningún símbolo se puede decir que es una forma de simbolizar la multiplicación. Otros tienen significados precisos y coherentes dentro del tema el símbolo = (que denota “igual a”) y los signos de agrupación (), [] y {}

Para multiplicar números enteros se debe tener en cuenta los signos ya que hay una regla para multiplicar los factores.

- Si los dos factores tienen el mismo signo, el resultado será positivo.
- Si los factores son de diferente signo, el resultado será negativo.

**Figura 2** ley de los signos

+	X	+	=	+
+	X	-	=	-
-	X	+	=	-
-	X	-	=	+

Fuente: webbmatta.se

### Propiedades de la multiplicación en números enteros

Se hace referencia a las propiedades de la multiplicación como el conjunto que siempre va a cumplir, es decir, un determinado conjunto de acciones que se puede aplicar siempre que se quiera o se necesite y no se alterará el resultado.

### **Propiedad conmutativa**

La primera de las propiedades de la multiplicación de los números enteros es la propiedad conmutativa y ésta dice que, al cambiar el orden de los factores, el producto no varía. Esto quiere decir que se pueden multiplicar los números en el orden que se quiera sin que el resultado se vea afectado.

Ejemplo:

$$5 * 4 = 4 * 5$$

$$-4 * 5 = 5 * (-4)$$

### **Propiedad asociativa**

La segunda de las propiedades de la multiplicación de números enteros es la propiedad asociativa, la cual dice que la multiplicación de varios números enteros no depende de la forma en que se asocien, es decir, cuando haya solamente multiplicaciones se pueden empezar a multiplicar los factores que se quieran y el resultado multiplicarlo por el resto de factores (empezar a multiplicar por cualquier orden, eso sí, siempre que solamente haya multiplicaciones. Cuando haya sumas o restas por el medio esto ya no se podrá hacer)

Ejemplo:  $[(+3) * (-2)] * (-5) = (+3) * [(-2) * (-5)]$

### **Propiedad distributiva**

La propiedad distributiva permite transformar productos en suma o restas.

Ejemplo:

$$(+3) * [(-2) + (+1)] = (+3) * (-2) + (+3) * (+1)$$

### **Representación gráfica.**

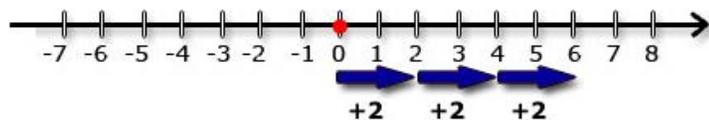
El sistema de representación gráfico consiste en las posibles representaciones que se pueden dibujar o graficar asociadas con los conceptos y procedimientos del tema estudiado.

La multiplicación de números enteros se puede representar en la recta numérica; **cuando un número positivo es multiplicado por un número positivo.**

Ejemplo:  $3 \times 2$  El multiplicando y el multiplicador son números positivos.

Su representación en la recta numérica sería:

**Figura 3** representación de los números enteros positivos en la recta numérica.

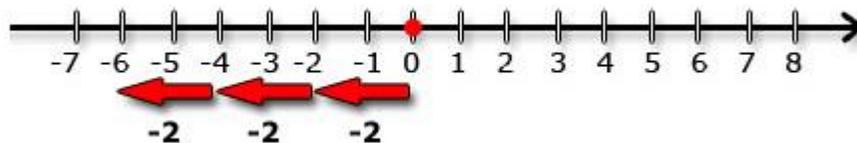


*Fuente:* webbmatte.se

### **Cuando un número positivo es multiplicado por un número negativo**

Ejemplo:  $3 \times (-2)$  El multiplicando es positivo y el multiplicador es negativo

**Figura 4** representación de los números enteros negativos en la recta numérica.



*Fuente:* webbmatte.se

La multiplicación de dos números negativos da un producto positivo, por lo tanto, la multiplicación de dos números negativos no se puede representar en la recta numérica.

#### **4.1.3 Análisis fenomenológico**

Según Cañadas et al. (2018) el análisis fenomenológico permite identificar fenómenos asociados al tema en cuestión y establecer relaciones entre esos fenómenos.

Se mencionan algunos fenómenos relacionados con el tema de la multiplicación de números enteros. Ir al lugar de trabajo o estudio en transporte público es algo que todos hacen, por ejemplo, se gasta una suma de dinero diariamente para pagar el transporte y si esa suma se multiplica por el total de días que usan el transporte público se dará el total de dinero

que gasta yendo hacia el trabajo o estudio. Otro fenómeno cotidiano es en las fiestas que se organizan o eventos de importancia donde van multitudes de personas. Por ejemplo, en una fiesta donde irán 100 personas y por cada persona se darán 3 cervezas, con una multiplicación se podrá tener el total de cervezas que tendrán que comprar para la fiesta.

## **4.2 Análisis Cognitivo.**

### **4.2.1 Expectativas de aprendizaje.**

#### **A nivel superior**

##### **Procesos y capacidades fundamentales**

- Emplea los conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos.
- Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos.
- Formulación matemática de las situaciones.
- Utilización operaciones
- Un lenguaje simbólico formal y técnico
- Representación
- Razonamiento y argumentación.

##### **Expectativas de aprendizaje a nivel medio**

##### **Objetivos de aprendizaje**

*Objetivo 1.* Reconocer y utilizar el concepto previo a la multiplicación de números enteros y la asociación entre la suma y la multiplicación.

*Objetivo 2.* Saber el significado de la multiplicación de números enteros, teniendo en cuenta la ley de los signos para la solución de una tarea matemática.

*Objetivo 3.* Interpretar y resolver problemas en diferentes situaciones de la vida real que involucren multiplicación de números enteros.

## Expectativas de aprendizaje nivel inferior

### *Capacidades*

**Tabla 1** capacidades previstas.

Capacidades	Descripción
C1	Calcular de forma mental y escrita la multiplicación de números enteros.
C2	Plantear la operación a realizarse (multiplicación) de acuerdo con la situación propuesta en un problema.
C3	Identificar el signo de un número de acuerdo con el contexto de la situación planteada.
C4	Dado un par de números enteros, ejecutar la multiplicación y obtener un resultado.
C5	Identificar las cantidades y datos relevantes para la resolución de un problema.
C6	Aplicar la propiedad conmutativa, asociativa de la multiplicación para los números enteros.
C7	Interpretar de manera correcta expresiones compuestas con símbolos y números enteros.
C8	Resolver de forma intuitiva la ley de los signos en la multiplicación de números enteros.

Fuente: elaboración propia

### 4.3 Análisis de instrucción.

**Tabla 2** Objetivos de la elaboración de tareas.

4	Tarea	Metas	CMF	Proceso Matemático
<b>Objetivo 1. Reconocer y utilizar el concepto previo a la multiplicación de números enteros y la asociación entre la suma y la multiplicación</b>				
T1		Fortalecer el concepto previo a la multiplicación de números enteros (suma).	Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico formal y técnico	Interpretar
T2		Relacionar la suma y la multiplicación.	Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico formal y técnico	Interpretar
<b>Objetivo 2. Saber el significado de la multiplicación de números enteros, teniendo en cuenta la ley de los signos para la solución de una tarea matemática.</b>				
T3		Resolver ejercicios aplicando la ley de los signos.	Razonamiento argumentación. Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico formal y técnico.	y Emplear

---

T4	Resolver los ejercicios aplicando las propiedades de la multiplicación de números enteros y la ley de los signos.	los Razonamiento argumentación.	Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico formal y técnico	y Emplear
----	---	---------------------------------	---	-----------

---

---

Objetivo 3. Interpretar y resolver problemas en diferentes situaciones de la vida real que involucren multiplicación de números enteros.

---

T5	Interpretar el resultado de un problema de multiplicación de números enteros.	Representación. Razonamiento y argumentación.	Formulación
----	---	---	-------------

---

## **CAPITULO V**

### **5. ANÁLISIS ESPECÍFICOS DE LA INVESTIGACIÓN**

En este capítulo se presentan los análisis desarrollados de los objetivos específicos, que fueron validados por el docente experto en el área de matemáticas Jhony Fernández Alvis. Se fortalecerán las necesidades que se manifiestan en la enseñanza y en el aprendizaje de la multiplicación de números enteros y más específicamente con los jóvenes que presentan necesidades educativas especiales (niños con autismo) en la Institución Educativa María Cristina Arango.

#### **5.1 Diseño del análisis didáctico**

En el análisis didáctico se tiene un procedimiento compuesto por cuatro análisis contenidos, cognitivo, de instrucción y de actuación descritos anteriormente con el que se puede diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas.

#### **5.2 Validación del instrumento.**

Se realizó la validez del instrumento utilizado, por el docente experto en el área de Matemática Jhony Fernández Alvis, quien aportó sugerencias sobre algunas correcciones de escritura en el enunciado y la formulación de situación problema, para así lograr el objetivo del instrumento. Para ello, se construyó un formato de validación el cual incluye las instrucciones, sobre las cuales se guiaron los expertos para emitir su opinión. Con las sugerencias obtenidas se conformó el instrumento definitivo considerándose el instrumento como válido.

Con la intención de disponer de información más completa sobre los conocimientos de los estudiantes acerca del objeto matemático que se estudia, se aplica una prueba diagnóstica. Responden la prueba el total de los 26 estudiantes, en un tiempo de 60 minutos. La prueba proporciona información sobre los conocimientos personales que tienen los estudiantes del concepto de la multiplicación de números enteros y sobre las características de su enseñanza y de su aprendizaje.

- a) Contenido de la prueba: La prueba propuesta a los estudiantes en el aula de clase se puede ver en el Anexo b.

- b) Valoración de las respuestas de los estudiantes: De la revisión de las respuestas dadas por los estudiantes del curso de séptimo a la prueba diagnóstica se extraen las siguientes consideraciones más relevantes:
1. El significado predominante de la multiplicación como una suma abreviada
  2. La imposibilidad de llevar a cabo una multiplicación cuando un número de la operación tiene símbolo negativo.
  3. Dificultad al pensar que dos números negativos multiplicados da un resultado positivo.
  4. Los estudiantes ponen en evidencia que el curriculum de las matemáticas escolares contiene escasos tópicos que sean de utilidad en la vida cotidiana. Los anteriores datos generales establecen el perfil del estudiante de la asignatura de matemáticas en el curso de Séptimo grado en la Institución Educativa María Cristina Arango, del Municipio de Neiva. Según los intereses de esta investigación las principales características de estos estudiantes son: los grados de aceptación de la materia en general son muy dispares, consideran las matemáticas dentro de un aprendizaje pasivo, los conocimientos previos que tienen de los números naturales son escasos.
- c) Papel del practicante: El investigador, que son los mismos practicantes externos al curso de matemáticas de grado séptimo, la actuación fue la siguiente, ser mediadores del trabajo de los estudiantes ya que, si se le ayuda, no se cumpliría el objetivo por el cual se diseñó el instrumento para identificar las dificultades de los estudiantes.

### **5.3 Caracterización de las dificultades.**

Luego de aplicar la prueba diagnóstica y una vez que se recolectaran los datos, se procedió a organizarlos y analizarlos para obtener una caracterización de estas dificultades. Este análisis lleva a una consideración de los errores que producían estas dificultades, o en palabras de Gómez (2002) las dificultades son las que organizan a los errores y se refiere al conocimiento que se pone en juego cuando los errores se producen.

Los resultados de la prueba realizada con los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa María Cristina Arango indican que en general, los estudiantes presentan dificultades en el aprendizaje de la multiplicación de números enteros. Sin embargo, estas dificultades se clasificarán en dos grupos (Exógenas y Endógenas), pero ya que los

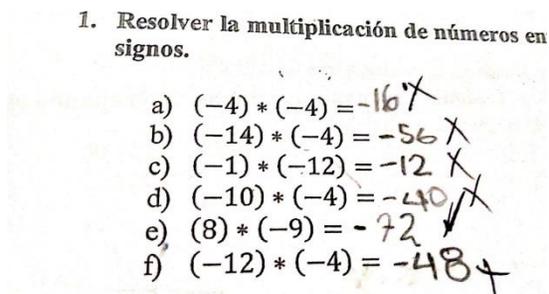
estudiantes solo presentan dificultades propias al objeto matemático entonces solo se darán a conocer las dificultades endógenas.

### Dificultades Endógenas

Dentro de las dificultades encontradas, se observa que el uso de algunos de los términos empleados en la actividad causó confusión en los estudiantes. Entre estas, se observaron procedimientos distintos a los esperados dentro de los caminos de aprendizaje previstos para

**Figura 5** errores cometidos por los estudiantes (ley de signos)

1. Resolver la multiplicación de números en signos.

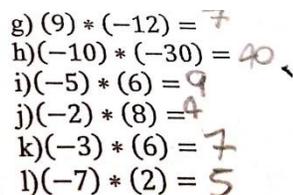


a)  $(-4) * (-4) = -16$  X  
b)  $(-14) * (-4) = -56$  X  
c)  $(-1) * (-12) = -12$  X  
d)  $(-10) * (-4) = -40$  X  
e)  $(8) * (-9) = -72$  ✓  
f)  $(-12) * (-4) = -48$  X

Fuente: Elaboración del estudiante.

la solución de cada pregunta. Esto, a su vez, se vio reflejado en las valoraciones obtenidas. Por ejemplo, el primer punto era multiplicar los dos números enteros y poner el resultado (figura 5 y 6), donde su mayor dificultad se debe a que desconoce la ley de los signos, por lo tanto, coloca el resultado negativo. Posteriormente, en el segundo punto los estudiantes tenían que hallar el número entero faltante. Por ejemplo, ante la actividad 1 y 2 de la prueba diagnóstica, se pretendía que los estudiantes resolvieran multiplicaciones con números enteros haciendo uso de la ley de los signos. Las siguientes soluciones fueron: El estudiante no comprende la ley de los signos por eso coloca el resultado negativo a excepción del punto e) donde tiene bien la respuesta. Sin embargo, no presenta problemas al multiplicar y efectúa bien la operación.

**Figura 6** errores cometidos por los estudiantes (ley de signos).



g)  $(9) * (-12) = 7$   
h)  $(-10) * (-30) = 40$   
i)  $(-5) * (6) = 9$   
j)  $(-2) * (8) = 4$   
k)  $(-3) * (6) = 7$   
l)  $(-7) * (2) = 5$

Fuente: Elaboración del estudiante.

El estudiante en este punto tenía que buscar un número entero que multiplicado por otro número entero diera el resultado puesto. El estudiante confunde \* como si se tratara de una suma (figura 7) y da su respuesta que está incorrecta, cabe resaltar que una minoría de estudiantes cometieron este error, esto se debe a que no se les presentó el símbolo usual que usan en la multiplicación (x).

**Figura 7** errores cometidos por los estudiantes (sumar en vez de multiplicar).

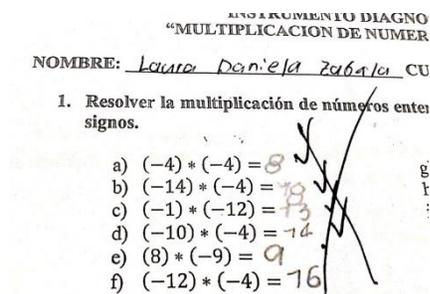
2. Hallar el número entero, que cuenta la ley de los signos.

- a)  $(4) * \underline{5} = 12$   
 b)  $(-3) * \underline{-24} = -27$

Fuente: Elaboración del estudiante.

El estudiante no presentó mucho interés en la prueba y debido a eso cometió errores al operar, por ejemplo, en el punto I) efectúa una suma y por eso obtiene ese resultado de 5, sin embargo, no tiene en cuenta la ley de los signos.

**Figura 8** errores cometidos por los estudiantes (ley de signos)



Fuente: Elaboración del estudiante.

El estudiante igualmente no tiene claro cuáles son los que se usan en la multiplicación y lo confunde con una suma a excepción del punto e) donde no se nota que sea una suma o multiplicación.

Estos errores que cometieron los estudiantes del grado séptimo se deben a que no tienen claro el concepto de multiplicación, la ley de los signos y la simbología de la multiplicación.

Síntesis de dificultades:

- El significado predominante de la multiplicación como una suma abreviada
- La imposibilidad de llevar a cabo una multiplicación cuando un número de la operación tiene símbolo negativo.
- Dificultad al pensar que cuando dos números se multiplican y tienen símbolo negativo da un resultado positivo.

#### 5.4 Diseño de la secuencia didáctica.

A partir de los resultados encontrados en las dificultades detectadas en los estudiantes, se diseñaron tareas con el fin de superar dichas dificultades mencionadas anteriormente detectadas mediante la prueba diagnóstica. A continuación, se presentan las tareas diseñadas.

#### Tarea 1

*Reconocer y utilizar el concepto previo a la multiplicación de números enteros “la suma” y relacionarlo con la multiplicación*

a) ¿Cuántas hojas hay?



Suma:  $5+5+5+5 = \square$

Multiplicación:  $\square \times \square = \square$

Hay  hojas

b) ¿Cuántas galletas hay?



Suma:  $\square + \square + \square + \square = \square$

Multiplicación:  $\square \times \square = \square$

Hay  galletas

c) ¿Cuántos libros hay?



Suma:  $\square + \square + \square = \square$

Multiplicación:  $\square \times \square = \square$

Hay  libros

d) ¿Cuántos lapices hay?



Suma:  $\square + \square + \square = \square$

Multiplicación:  $\square \times \square = \square$

Hay  lapices

#### Capacidades del estudiante

C1: Calcular de forma mental y escrita la multiplicación de números enteros.

C2: Plantear la operación a realizarse (multiplicación) de acuerdo con la situación propuesta en un problema.

C5: Identificar las cantidades y datos relevantes para la resolución de un problema.

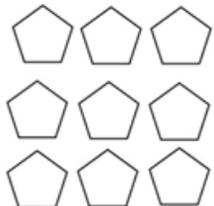
**Errores que el estudiante puede cometer**

E1: Sumar de manera errónea los objetos.

**TAREA 2.**

**Nota:** Las filas van de manera horizontal y las columnas de forma vertical.

Observar cuantas filas hay, luego cuenten cuantas figuras hay en cada fila. Después sume las figuras de cada fila y por último multiplicar el número de filas por el de columnas.



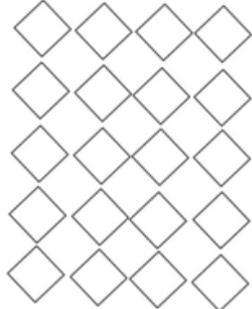
Filas:  En cada fila hay:  

+  +  =

veces  =

X  =

---



Filas:  En cada fila hay:  

+  +  +  +  =

veces  =

X  =

**Capacidades del estudiante**

C1: Calcular de forma mental y escrita la multiplicación de números enteros.

C2: Plantear la operación a realizarse (multiplicación) de acuerdo con la situación propuesta en un problema.

C5: Identificar las cantidades y datos relevantes para la resolución de un problema.

**Errores que el estudiante puede cometer**

E1: Confundir las filas con las columnas, tanto así que al sumar el resultado no va a ser el correcto.

E2: Mal análisis de los espacios en blanco.

**Explicación de las tareas número 1 y 2 para el primer objetivo de aprendizaje.**

Las tareas 1 y 2 consisten en reforzar en el estudiante el concepto previo a la multiplicación que es la suma y se intenta instaurar en forma gráfica para que tengan una mejor comprensión del concepto de multiplicación.

**TAREA 3.**

*Saber el significado de la multiplicación de números enteros, teniendo en cuenta la ley de los signos para la solución de un ejercicio.*

- 1) Busquen el número entero que reemplaza la letra **m** en cada expresión matemática para que la igualdad sea verdadera.
  - a)  $(+3) \cdot m = (+24)$  entonces  $m =$
  - b)  $(-5) \cdot m = (-20)$  entonces  $m =$
  - c)  $m \cdot (+7) = (-35)$  entonces  $m =$
  - d)  $(-2) \cdot m = (+16)$  entonces  $m =$
  - e)  $[(+4) + (5)] \cdot m = (-36)$  entonces  $m =$
  - f)  $(-10) \cdot m = (+40)$  entonces  $m =$

**Capacidades del estudiante**

C3: Identificar el signo de un número de acuerdo con el contexto de la situación planteada.

C4: Dado un par de números enteros, ejecutar la multiplicación y obtener un resultado.

C7: Interpretar de manera correcta expresiones compuestas con símbolos y números enteros.

C8: Resolver de forma intuitiva la ley de los signos en la multiplicación de números enteros.

**Errores que el estudiante puede cometer.**

E1: Buscar números que sumados o restados den el valor de m.

E2: en el ejercicio 5) sumar los dos números y decir que ese es el valor de m  $[(+4) + (5)] \cdot m = (-36)$  entonces  $m = 9$ .

#### **TAREA 4.**

1. Resuelva y compare el resultado de la multiplicación 1 y 2 en cada uno de los siguientes ejercicios.

A)

1.  $-5 \times 4 =$

2.  $23 \times (2 \times 4) =$

3.  $-8 \times (3 \times 2) =$

B)

4)  $4 \times (-5) =$

5)  $(-3 \times 2) \times 4 =$

6)  $(-8 \times 3) \times 2 =$

#### **Capacidades del estudiante**

C2: Plantear la operación a realizarse (multiplicación) de acuerdo con la situación propuesta en un problema.

C4: Dado un par de números enteros, ejecutar la multiplicación y obtener un resultado.

C5: Identificar las cantidades y datos relevantes para la resolución de un problema.

C6: Aplicar la propiedad conmutativa, asociativa de la multiplicación para los números enteros.

C8: Resolver de forma intuitiva la ley de los signos en la multiplicación de números enteros.

#### **Errores que el estudiante puede cometer**

E1: Colocar el resultado con signo positivo cuando el resultado correcto es el signo negativo.

#### **Explicación de las tareas número 3 y 4 para el segundo objetivo de aprendizaje.**

Las tareas 3 y 4 consisten en la introducción de multiplicación de números enteros, por eso se puede notar el (+) al lado de un número para que puedan diferenciar un número positivo

del negativo, seguidamente se tiene que la tarea 4 donde se multiplican 3 números enteros donde se tienen que aplicar las propiedades de la multiplicación y la ley de los signos. Con esto se refuerzan las propiedades de la multiplicación y la ley de los signos.

### TAREA 5.

*Interpretar y resolver problemas en diferentes situaciones de la vida real que involucren multiplicación de números enteros.*

Escriban la expresión matemática correspondiente a cada situación y resuélvanla.



30 roscones por hora



5 horas

- 1) Un panadero produce 30 roscones por hora. Dentro de 5 horas ¿cuántos roscones habrá producido?
- 2) Una tienda tiene cuatro cajas de chocolatinas. Cada caja contiene 20 unidades. Si dos personas compran dos chocolatinas cada hora. ¿Cuántas chocolatinas le quedarán a la tienda pasadas cinco horas?

#### **Capacidades del estudiante**

C2: Plantear la operación a realizarse (multiplicación) de acuerdo con la situación propuesta en un problema.

C5: Identificar las cantidades y datos relevantes para la resolución de un problema.

C6: Aplicar la propiedad conmutativa, asociativa de la multiplicación para los números enteros.

#### **Errores que los estudiantes pueden cometer**

E1: Sumar los dos números que dan en el problema.

### Explicación de la tarea número 5 para el primer objetivo de aprendizaje.

La tarea número 5 ya involucra situaciones problemas que pueden tener los estudiantes cuando van a una tienda, donde deben tener en cuenta los datos que dan el problema y comprender el enunciado del problema para poder tener una solución óptima.

Teniendo en cuenta la presentación de las tareas diseñadas, cabe mencionar que a partir de los constructos teóricos de secuencias didácticas presentados por Tobón (2010) y los elementos del análisis didáctico de Gómez (2002) se procedió a establecer una estructura que permitiera establecer una secuencialidad entre los conceptos a desarrollar durante las tareas propuestas para orientar la enseñanza de las ecuaciones como una sucesión de conceptos entrelazados entre sí. A continuación, la estructura de secuencia didáctica diseñada.

**Tabla 3** Identificación de la secuencia didáctica.

<b>IDENTIFICACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA</b>	
<b>Título:</b> Multiplicación de número enteros	
<b>Área:</b> matemáticas	<b>Grado:</b> séptimo <b>Objeto Matemático:</b> multiplicación de números enteros.
<b>Número de Sesiones:</b> 4	<b>Tiempo por Sesiones:</b> 45 minutos
<b>INTENCIONES FORMATIVAS</b>	
<b>Propósito de la Secuencia:</b> Es Favorecer el desarrollo de elementos del pensamiento numérico a través de estrategias que permitan expresar con la multiplicación de números enteros información acerca de situaciones relativas y prácticas mediante las tareas.	
<b>NOTA:</b> Las tareas se encuentran en la síntesis de las dificultades.	
<b>DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE</b>	
<b>Dificultad 1:</b> concepto previo a la multiplicación de número enteros y así	<b>Objetivo de Aprendizaje 1:</b>

mismo la relación de la suma con la multiplicación.		Reconocer y utilizar el concepto previo a la multiplicación de números enteros “la suma “y relacionarlo con la multiplicación.		
<b>Tarea Matemática</b>	<b>Proceso Matemático</b>	<b>Capacidad Fundamental</b>	<b>Dificultades</b>	<b>Errores</b>
<b>Tarea 1</b>	Interpretar	Utilización operaciones y un lenguaje simbólico formal y técnico	La interpretación de los objetos gráficos en la asociación entre la suma y multiplicación. Relacionar la multiplicación con la suma.	Sumar las ramas y no las hojas de cada rama. En las casillas de multiplicación colocar el mismo número.
<b>Tarea 2</b>	Interpretar	Utilización operaciones y un lenguaje simbólico formal y técnico	No identificar el significado de fila y columna. Mala interpretación respecto a las cantidades de objetos.	Confundir las filas con las columnas, tanto así que al sumar el resultado no va a ser el correcto. Mal análisis de los espacios en blanco.
<b>Dificultad 2:</b> ley de los signos, el estudiante no sabe el por qué dos números que se multiplican negativamente da como resultado un número positivo.		<b>Objetivo de Aprendizaje 2:</b> Saber el significado de la multiplicación de números enteros, teniendo en cuenta la ley de los signos para la solución de un ejercicio.		

<b>Tarea Matemática</b>	<b>Proceso Matemático</b>	<b>Capacidad Fundamental</b>	<b>Dificultades</b>	<b>Errores</b>
<b>Tarea 3</b>	Emplear.	Razonamiento y argumentación.  Utilización operaciones y un lenguaje simbólico formal y técnico.	No saber que la <b>m</b> es una variable.  Confusión por el (punto) ya que no es el símbolo usual que usan en la multiplicación llevándolos a hacer una suma o resta.  La ley de los signos	Buscar números que sumados o restados den el valor de m.  En el ejercicio 5) sumar los dos números y decir que ese es el valor de m [(+4) + (5)] • m = (-36) entonces m = 9.
<b>Tarea 4</b>	Emplear.	Razonamiento y argumentación.  Utilización operaciones y un lenguaje simbólico formal y técnico.	La propiedad conmutativa, asociativa de la multiplicación para los números enteros.  Ley de los signos	Colocar el resultado con signo positivo cuando el resultado correcto es el signo negativo.

<b>Dificultad 3:</b> solución de problemas de multiplicación de números enteros	<b>Objetivo de Aprendizaje 3:</b> Interpretar y resolver problemas en diferentes situaciones de la vida real que involucren multiplicación de números enteros.
---	--

<b>Tarea Matemática</b>	<b>Proceso Matemático</b>	<b>Capacidad Fundamental</b>	<b>Dificultades</b>	<b>Errores</b>
<b>Tarea 5</b>	Formulación	Representación. Razonamiento y argumentación.	Identificar los números que están escritos con letras y no numéricamente. Interpretación respecto a las cantidades de objetos. Platear bien el problema.	Sumar los dos números que dan en el problema. Ejemplo: 30 roscones + 5 horas = 35

**SECUENCIALIDAD DE ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE**

<b>Sesión 1</b>	<b>Tiempo de la Sesión:</b> 45 minutos
-----------------	--

<b>Tarea Matemática</b>	<b>Descripción</b>	<b>Acciones del Profesor</b>	<b>Acciones de los estudiantes</b>
<b>Primera:</b>	El estudiante deberá sumar las cantidades que se le piden, después relacionar esa suma, pero en la multiplicación. <b>Ejemplo:</b>	El docente plantea la situación de la tarea, dando un ejemplo que le permita la familiarización	Los estudiantes deberán concentrarse en lo suyo, deberán alzar la mano para cualquier duda, para que el

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>5+5+5</math></li> <li>- <math>5*3</math></li> </ul>	con los ejercicios.	profesor pueda responder.
<b>Tránsito a la tarea 2:</b> la primera y la segunda tarea se aplica la relación de la suma y multiplicación. Resolviendo la primera dificultad, suma de números naturales.			
<b>Segunda:</b>	<p>El estudiante deberá sumar las cantidades que se le piden, después relacionar esa suma, pero en la multiplicación.</p> <p><b>Ejemplo:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>5+5+5</math></li> <li>- <math>5*3</math></li> </ul>	El docente plantea la situación de la tarea, dando un ejemplo que le permita la familiarización	Los estudiantes deberán concentrarse en lo suyo, deberán alzar la mano para cualquier duda, para que el profesor pueda responder.
<b>Recursos a utilizar:</b> Hojas de papel y lápiz			
<b>Sesión 2</b>		<b>Tiempo de la Sesión:</b> 45 minutos	
<b>Tarea Matemática</b>	<b>Descripción</b>	<b>Acciones del Profesor</b>	<b>Acciones de los estudiantes</b>
<b>Tercera:</b>	Ejercicios donde se debe aplicar la ley de los signos, y deberán buscar el número entero para remplazar la letra (m) en cada expresión matemática para que la igualdad sea verdadera.	El docente plantea la situación de la tarea, dando un ejemplo que le permita la familiarización con los ejercicios.	Los estudiantes deberán concentrarse en lo suyo, deberán alzar la mano para cualquier duda, para que el profesor pueda responder.

<b>Tránsito a la tarea 4:</b> en la tarea 3 se lleva a cabo la ley de los signos y en la tarea 4 también deben aplicar la ley de los signos y así mismo las propiedades de la multiplicación.			
<b>Cuarta:</b>	Ejercicios donde se debe aplicar la ley de los signos, y propiedades de la multiplicación y comparar el resultado de la multiplicación de la columna 1 y 2.	El docente plantea la situación de la tarea, dando un ejemplo que le permita la familiarización con los ejercicios.	Los estudiantes deberán concentrarse en lo suyo, deberán alzar la mano para cualquier duda, para que el profesor pueda responder.
<b>Recursos a utilizar:</b> Hojas de papel y lápiz			
<b>Sesión 3</b>		<b>Tiempo de la Sesión:</b> 45 minutos	
<b>Tarea Matemática</b>	<b>Descripción</b>	<b>Acciones del Profesor</b>	<b>Acciones de los estudiantes</b>
<b>Quinta:</b>	Son dos ejercicios donde se lleva a cabo problemas de la vida real y el estudiante deberá aplicar los dos objetivos de aprendizaje anteriores.	El profesor resolverá dudas de los estudiantes.	Los estudiantes deberán concentrarse en lo suyo, deberán alzar la mano para cualquier duda, para que el profesor pueda responder.
<b>Tránsito a la tarea 5:</b> en la tarea 5 se necesitará de los conocimientos de las anteriores tareas para poder solucionarla correctamente.			
<b>Recursos a utilizar:</b> Hojas de papel y lápiz			

En relación a la tabla anterior, se finaliza con la validación de la secuencia didáctica a juicio de un experto que para este caso fue validada por el doctor Johnny Fernando Alvis Puentes que luego de recomendaciones relacionadas con la forma de aplicación de la secuencia, se ajustó la secuencia cumpliendo los criterios de validez para su aplicación en la enseñanza de la multiplicación de números enteros.

## CAPITULO VI

### 6. CONCLUSIONES

Dentro de este capítulo se dan a conocer las conclusiones del trabajo de investigación, las cuales se exponen para responder a los objetivos general y específicos propuestos en el trabajo, en torno a los resultados obtenidos en la implementación de esta, presentado en los capítulos anteriores.

#### 6.1 Análisis respecto al objetivo específico 1.

- Se validó la prueba diagnóstica en un curso de séptimo para luego corregir los errores que se encontraron y aplicarla en otro curso de séptimo de la misma institución. Dentro de la prueba se evidencia una serie de actividades que complementan el concepto del objeto matemático, el cual se desarrollan con el fin de encontrar las dificultades y errores en los estudiantes del grado séptimo.

#### 6.2 Análisis respecto al objetivo específico 2.

- Se distinguen los diversos tipos de problemas y su utilización en la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros en las matemáticas, las cuales se aprecian en el momento de trabajar con el concepto del mismo, esto se tuvo en cuenta a partir de los criterios de clasificación los cuales fueron las dificultades propias del objeto matemático que se encontraron en los estudiantes del grado séptimo.

#### 6.3 Análisis respecto al objetivo específico 3.

- Diseñar la secuencia didáctica a partir del establecimiento de las actividades para superar los obstáculos con respecto a la multiplicación de números enteros. Al hacer uso de una secuencia didáctica y la secuencialidad de las actividades estipuladas en la prueba con el fin de ir construyendo los conceptos de multiplicación de números enteros. Estas actividades se colocaron en un formato de secuencia didáctica identificando cada parte de ellas.

#### **6.4 Análisis respecto al objetivo general.**

- Se valida la secuencia didáctica fundamentada en la teoría del aprendizaje significativo, que fortalezca el aprendizaje en la multiplicación de números enteros en los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa María Cristiana Arango. La secuencia primeramente se validó a juicio de un experto el doctor Johnny Fernando Alvis donde después de algunas recomendaciones de aplicación, se logra brindar un material didáctico para la enseñanza de la multiplicación de números enteros.

## ANEXOS

**Anexo a:** formato de la bitácora

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN - LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**

**PRÁCTICA PEDAGÓGICA II**

### MATRIZ DE OBSERVACIÓN DE CLASE.

OBSERVADOR: \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_ CENTRO DE PRÁCTICA: \_\_\_\_\_  
 FECHA DE LA OBSERVACIÓN: \_\_\_\_\_ ASESOR: \_\_\_\_\_ COOPERADOR(A): \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

TEMA:	TIEMPO DE LA CLASE:	PROFESOR:	CURSO:
	<b>DESCRIPCIÓN METODOLÓGICA</b>		
ETAPAS DE LA CLASE	ACCIONES DEL PROFESOR	ACCIONES DE LOS ESTUDIANTES	OBSERVACIÓN DE LA GESTIÓN
<b>Inicio</b>			
<b>Desarrollo</b>			
<b>Cierre</b>			
<b>MATERIALES Y RECURSOS</b>			
<b>ANÁLISIS DE LA OBSERVACIÓN</b>			

**OBSERVACIONES ADICIONALES AL DESARROLLO DE LA CLASE.**

INDICADORES	VALORACIÓN		ARGUMENTACIÓN
	SI	NO	
Toma las experiencias de los estudiantes como punto de partida para el planteamiento de situaciones.			
Presenta el tema utilizando ejemplos reales o anecdóticos, experiencias o demostraciones.			
Asigna actividades claras para que los estudiantes las logren exitosamente.			
Asigna actividades alternativas para que los estudiantes avancen más rápido			
Refuerza la explicación a estudiantes que muestran dificultades para comprender un concepto o actividad.			
Realiza preguntas para verificar si los estudiantes están asimilando los conceptos o procedimientos.			
Adapta espacios y recursos en función de las actividades propuestas.			
Valora la participación de los estudiantes.			
Mantiene la disciplina en el aula.			
Motiva a los estudiantes a participar en la clase.			

**Anexo b:** Instrumento diagnóstico

**1. Resolver la multiplicación de números enteros, teniendo en cuenta la ley de los signos.**

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| a) $(-4) * (-4) =$  | g) $(9) * (-12) =$   |
| b) $(-14) * (-4) =$ | h) $(-10) * (-30) =$ |
| c) $(-1) * (-12) =$ | i) $(-5) * (6) =$    |
| d) $(-10) * (-4) =$ | j) $(-2) * (8) =$    |
| e) $(8) * (-9) =$   | k) $(-3) * (6) =$    |
| f) $(-12) * (-4) =$ | l) $(-7) * (2) =$    |

**2. Hallar el número entero, que dé como resultado el producto; teniendo en cuenta la ley de los signos.**

- |  |  |
|--|--|
| a) $(4) * \underline{\hspace{1cm}} = 12$   | d) $\underline{\hspace{1cm}} * (-6) = 0$     |
| b) $(-3) * \underline{\hspace{1cm}} = -27$ | e) $\underline{\hspace{1cm}} * (8) = -125$   |
| c) $(9) * \underline{\hspace{1cm}} = -540$ | f) $\underline{\hspace{1cm}} * (200) = 1000$ |

**3. Completar la tabla; Hay (3) casillas donde la primera es el número entero, la segunda es doble o sea multiplicar (2) veces el número entero, y la tercera es triple donde se debe multiplicar (3) veces el número entero. Si no hay en un número en la casilla que dice número, pero en las otras casillas si, el estudiante deberá dividir dependiendo de la casilla que esté el número. Ejemplo: (-8) se encuentra en la casilla doble y si lo dividimos en dos nos dará (-4), y así ya hemos encontrado el número de la primera casilla.**

<b>N</b> úmero	-23	12				
<b>D</b> oble			-8	-36		-40
<b>T</b> riple					18	

Hallar dos números enteros que al multiplicarse de como resultado el número que da el ejercicio.

- a)  $-15 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}}$
- b)  $100 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}}$
- c)  $4 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}}$
- d)  $63 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}}$
- e)  $-25 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}}$
- f)  $-45 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}}$

4. Resolver las operaciones que hay; teniendo en cuenta los signos, y agrupando el número; teniendo en cuenta si es negativo o positivo.

**A. Calcular**

$$(-7) * (-2) * (2) * (-3) * (-5) * (2) =$$

- a) ¿Cuál es el signo del producto anterior
- b) ¿Qué factores negativos hay en la multiplicación anterior son par e impar

**B. Calcular**

$$(-4) * (-1) * (-2) * (-3) * (-5) * (2) =$$

- a) ¿Cuál es el signo del producto anterior?
- b) ¿Qué factores negativos hay en la multiplicación anterior son par e impar?

5. Resolver los ejercicios y mirar si es positivo o negativo de acuerdo al enunciado.

- a) Si multiplicas 2 números enteros que no tienen el mismo signo, ¿el resultado será un número entero positivo o uno negativo?
- b) Si multiplicas 2 números enteros negativos, ¿el resultado será un número entero negativo o positivo?
- c) Si multiplicas 2 números enteros, ambos positivos ¿el resultado será un número entero positivo o negativo?

6. José gasta en un bocadillo 200 pesos cada día. ¿Cuántos dinero gastará José si compra bocadillos durante 6 días?

**Anexo c:** Formato de la secuencia

**“PRÁCTICA PEDAGÓGICA IV”**

**SECUENCIA DIDÁCTICA**

**“DOCUMENTO TÉCNICO”**

<b>IDENTIFICACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA</b>				
<b>Título:</b>				
<b>Área:</b>		<b>Grado:</b>		<b>Objeto Matemático:</b>
<b>Número de Sesiones:</b>		<b>Tiempo por Sesiones:</b>		
<b>INTENCIONES FORMATIVAS</b>				
<b>Propósito de la Secuencia:</b>				
<b>DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE</b>				
<b>Dificultad 1:</b>			<b>Objetivo de Aprendizaje 1:</b>	
<b>Tarea Matemática</b>	<b>Proceso Matemático</b>	<b>Capacidad Fundamental</b>	<b>Dificultades</b>	<b>Errores</b>
<b>Tarea 1</b>				
<b>Tarea 2</b>				
<b>Tarea 3:</b>				
<b>Tarea 4:</b>				
<b>Dificultad 2:</b>			<b>Objetivo de Aprendizaje 2:</b>	
<b>Tarea Matemática</b>	<b>Proceso Matemático</b>	<b>Capacidad Fundamental</b>	<b>Dificultades</b>	<b>Errores</b>
<b>Tarea 1</b>				
<b>Tarea 2</b>				
<b>Tarea 3:</b>				
<b>Tarea 4:</b>				
<b>Dificultad 3:</b>			<b>Objetivo de Aprendizaje 3:</b>	
<b>Tarea Matemática</b>	<b>Proceso Matemático</b>	<b>Capacidad Fundamental</b>	<b>Dificultades</b>	<b>Errores</b>
<b>Tarea 1:</b>				
<b>Tarea 2:</b>				
<b>Tarea 3:</b>				
<b>Tarea 4:</b>				
<b>SECUENCIALIDAD DE ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE</b>				

<b>Sesión 1</b>		<b>Tiempo de la Sesión:</b>	
<b>Tarea Matemática</b>	<b>Descripción</b>	<b>Acciones del Profesor</b>	<b>Acciones de los Estudiantes</b>
<b>Primera:</b>			
<b>Tránsito a la tarea 2:</b>			
<b>Segunda:</b>			
<b>Tránsito a la tarea 3:</b>			
<b>Tercera:</b>			
<b>Tránsito a la tarea 4:</b>			
<b>Cuarta:</b>			
<b>Recursos a utilizar:</b>			
<b>Sesión 2</b>		<b>Tiempo de la Sesión:</b>	
<b>Tarea Matemática</b>	<b>Descripción</b>	<b>Acciones del Profesor</b>	<b>Acciones de los Estudiantes</b>
<b>Primera:</b>			
<b>Tránsito a la tarea 2:</b>			
<b>Segunda:</b>			
<b>Tránsito a la tarea 3:</b>			
<b>Tercera:</b>			
<b>Tránsito a la tarea 4:</b>			
<b>Cuarta:</b>			
<b>Recursos a utilizar:</b>			
<b>Sesión 3</b>		<b>Tiempo de la Sesión:</b>	
<b>Tarea Matemática</b>	<b>Descripción</b>	<b>Acciones del Profesor</b>	<b>Acciones de los Estudiantes</b>
<b>Primera:</b>			
<b>Tránsito a la tarea 2:</b>			
<b>Segunda:</b>			
<b>Tránsito a la tarea 3:</b>			
<b>Tercera:</b>			
<b>Tránsito a la tarea 4:</b>			
<b>Cuarta:</b>			
<b>Recursos a utilizar:</b>			

## BIBLIOGRAFIA

- Ausubel, D. P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning: an introduction to school learning. Recuperado de <http://library.wur.nl/WebQuery/clc/475768>
- Campos, G., & Martínez, N. E. L. (2012). La observación, un método para el estudio de la realidad. *Xihmai*, 7(13), 45-60.
- Colombia, C. D. (1994). Ley 115 de febrero 8 de 1994. *Ley general de educación*.
- Cortés Cortés, M. E., & Iglesias León, M. (2004). Generalidades sobre Metodología de la Investigación. Universidad Autónoma del Carmen.
- Cid, e. (2000), “obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos”. Boletín del 10º seminario interuniversitario de investigación en didáctica de las matemáticas. <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/boletin10.htm>
- Díaz, H. (2015). La ley de los signos: una propuesta para la enseñanza-aprendizaje de la multiplicación de números enteros. Universidad nacional de Colombia. Bogotá
- Fernández, j. (2007). La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica, *revista iberoamericana de educación*. n. ° 43, pp. 119-130.
- Gómez, P., & Rico, L. (2002). Análisis didáctico, conocimiento didáctico y formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.
- Gómez, b. (2001), “la justificación de la regla de los signos en los libros de texto: ¿por qué menos por menos es más?” en iniciación a la investigación en didáctica de la matemática, universidad de granada. pp. 257-275.

González, M. J. y Gómez, P. Módulo 3: Análisis cognitivo. Bogotá: Universidad de los Andes. 2015.

Jiménez, J.L., Carmona, E.J., Aldana, E. (2015) Aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros mediante la asistencia de objetos virtuales de aprendizaje. UGCiencia 21,83-90.

Lira Soto, M. (2008). El aprendizaje y el círculo virtuoso placer de aprender y creatividad en educación superior.

López Ríos, S. Y. (2012). La modelización computacional con diagrama AVM y su contribución para el aprendizaje significativo de conceptos físicos y el desarrollo de una visión crítica sobre la ciencia y la modelación científica.

Ministerio de educación nacional. (1998), matemáticas lineamientos curriculares, Bogotá. Editado por MEN.

MEN. (2006), estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas-documento no.3, Bogotá. Editado por MEN.

Pérez, J. A. M. (2020). Diseño y aplicación de secuencias didácticas para fortalecer el aprendizaje de los números enteros y operaciones básicas: suma y multiplicación en estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Juan Pablo I. *Paideia Surcolombiana*, (25), 15-30.

Rico, L. (1997a). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (Ed.), Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria (pp. 377-414). Madrid: Síntesis. Rico, L. (1997b). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. R. Coord, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra & M. M. Socas (Eds.), La educación matemática en la enseñanza secundaria (pp. 39-59). Barcelona: ice – Horsori

Sánchez León, O. L. (2012). Propuesta didáctica para la enseñanza de  $(z, +, \cdot)$  A estudiantes de séptimo grado.

Segovia, I., & Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.

Tobón, S. T. (2015). *Formación integral y competencias* (Vol. 227). Editorial Macro.

Tobón, S. T., Prieto, J. H. P., & Fraile, J. A. G. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias* (Vol. 1, p. 216). México: Pearson educación.

Villanueva, M. (2009). Planteamiento de problemas matemáticos. *Revista digital*.

*Recuperado de: [https://archivos.csif.](https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_24/MARIA_%20VILLANUEVA%20GARCIA_1.pdf)*

*es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero\_24/MARIA\_%20VILLANUEVA%20GARCIA\_1.pdf.*