



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: AVANCES EN LA CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO.  
UN ESTUDIO CON ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
CARDENAS MUÑOZ	BRIYIDT VANESSA
PEREZ HERNANDEZ	MARIA LUZ ANGELA

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
PENAGOS	MAURICIO

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
PENAGOS	MAURICIO

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Licenciados en Matemáticas

FACULTAD: Educación

PROGRAMA O POSGRADO: Licenciatura en Matemáticas

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2022

NÚMERO DE PÁGINAS: 88

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas\_\_ Fotografías  Grabaciones en discos\_\_ Ilustraciones en general\_\_ Grabados\_\_  
Láminas\_\_ Litografías\_\_ Mapas\_\_ Música impresa\_\_ Planos\_\_ Retratos  Sin ilustraciones\_\_ Tablas  
o Cuadros

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional [www.usco.edu.co](http://www.usco.edu.co), link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: \_\_\_\_\_.

MATERIAL ANEXO: \_\_\_\_\_

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria): \_\_\_\_\_

**PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:**

**Español**

1. pensamiento numérico
2. Seriación
3. Representación
4. Patrones
5. relaciones de orden

**Inglés**

1. numerical thinking
2. Serialization
3. Representation
4. Patterns
5. order relations

**RESUMEN DEL CONTENIDO:** (Máximo 250 palabras)

El desarrollo del pensamiento numérico en la enseñanza primaria es un aspecto importante de la formación matemática de los niños, ya que permite una comprensión general de números y operaciones básicas para facilitar el desarrollo de su manejo y aplicación.

Esta investigación está dirigida a los avances en la caracterización del pensamiento numérico, por medio de un estudio con niños de segundo grado de educación básica primaria en la jornada de la mañana, que oscilan entre los 7 y 8 años de la Institución Educativa María Cristina Arango de Pastrana de carácter oficial en la ciudad de Neiva.

Cabe resaltar que el aprendizaje y la ejecución correcta del pensamiento numérico da lugar a la caracterización y noción del número, relaciones de orden, cardinalidad, seriación, representación, identificación de patrones y operaciones con números, lo que conlleva a procesos matemáticos básicos que son indispensables en el diario vivir.

La implementación y análisis de los instrumentos se llevó a cabo con una población de 23 estudiantes y se logró identificar en los infantes elementos propios característicos del Pensamiento Numérico a partir de las teorías de Piaget, Vygotski, los Estándares Básicos de Competencia y los Derechos Básicos de Aprendizaje.

En el que se concluye que las actividades propuestas e implementadas fueron acordes para el grado y la edad en la se encontraban los estudiantes, además que se evidencio un buen nivel de aprendizaje y lo importante que es trabajar con los niños en comunidad de aprendizaje y utilizar herramientas tecnológicas y plataformas interactivas.



**ABSTRACT:** (Máximo 250 palabras)

The development of numerical thinking in primary education is an important aspect of children's mathematical training, since it allows a general understanding of numbers and basic operations to facilitate the development of their handling and application.

This research is aimed at advances in the characterization of numerical thinking, through a study with children in the second grade of basic primary education in the morning, ranging between 7 and 8 years of the María Cristina Arango Educational Institution. of Pastrana of official character in the city of Neiva.

It should be noted that the learning and correct execution of numerical thinking gives rise to the characterization and notion of number, order relationships, cardinality, seriation, representation, identification of patterns and operations with numbers, which leads to basic mathematical processes that are indispensable in daily living.

The implementation and analysis of the instruments was carried out with a population of 23 students, and it was possible to identify in the infants' characteristic elements of Numerical Thinking based on the theories of Piaget, Vygotsky, the Basic Standards of Competence and the Basic Rights of Learning. In which it is concluded that the proposed and implemented activities were in accordance with the grade and age in which the students were found, in addition to a good level of learning and how important it is to work with children in a learning community and use technological tools and interactive platforms.

**APROBACION DE LA TESIS**

MARTHA CECILIA MOSQUERA

Presidente del jurado

MAURICIO PENAGOS

Asesor del trabajo de grado.

MERCY LILI PEÑA MORALES

Segundo lector del trabajo de grado.

Vigilada Mineducación

FACULTAD DE EDUCACION  
PROGRAMA DE  
LICENCIATURA EN  
MATEMÁTICAS

*ACTA DE SUSTENTACIÓN  
DE TRABAJO DE GRADO*

FECHA DE LA SUSTENTACIÓN: VIERNES 20 DE MAYO DE 2022

TÍTULO DE TRABAJO DE GRADO: AVANCES EN LA  
CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO. UN  
ESTUDIO CON ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE  
EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

CÓDIGO	NOMBRE Y APELLIDO
20162150311	BRIYIDT VANESSA CÁRDENAS MUÑOZ
20162150712	MARÍA LUZ ANGELA PÉREZ HERNÁNDEZ

- Para la aprobación del Trabajo de Grado se tuvieron en cuenta los conceptos emitidos por el asesor del Trabajo y el jurado calificador.
- Los estudiantes presentaron el Trabajo de Grado cumpliendo con todos los requisitos exigidos en el reglamento correspondiente los cuales fueron revisados por el Asesor del Trabajo y el jurado calificador.

OBSERVACIONES DEL ASESOR DE GRADO:

El trabajo se valida en su totalidad y se destaca como un buen producto de investigación

OBSERVACIONES DEL JURADO CALIFICADOR:

En general es un trabajo muy bueno que se adquieren buenos conocimientos básicos de investigaciones matemáticas.

AVANCES EN LA CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO. UN  
ESTUDIO CON ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA  
PRIMARIA

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
NEIVA- HUILA  
MAYO DE 2022

AVANCES EN LA CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO. UN  
ESTUDIO CON ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA  
PRIMARIA

BRIYIDT VANESSA CÁRDENAS MUÑOZ  
CÓD. 20162150311

MARÍA LUZ ANGELA PÉREZ HERNÁNDEZ  
CÓD. 20162150712

ASESOR DR. MAURICIO PENAGOS

COORDINADOR: SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN MIGUEL DE GUZMÁN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
NEIVA - HUILA  
MAYO DE 2022

## **Agradecimientos**

De manera especial y sincera al profesor Mauricio Penagos por el apoyo para realizar nuestro trabajo de grado bajo su asesoría. Su cimiento, confianza y capacidad para guiar nuestras ideas fueron un aporte invaluable, no solamente para el desarrollo de este trabajo, sino también en nuestra formación como investigadoras y docentes. Las ideas propias, siempre se vieron enmarcadas en su orientación y rigurosidad, las cuales han sido la clave del buen trabajo que hemos realizado juntas, reconociendo que no se puede concebir sin su siempre oportuna participación.

A nuestros Padres por ser siempre nuestro apoyo, por brindarnos la oportunidad de acceder a una educación superior, por mostrarnos día a día que con disciplina y amor se dan pasos firmes para construir y lograr nuestros sueños. Además, por confiar en nuestras capacidades y decisiones en el transcurso de la carrera.

A la I.E. María Cristina Arango de Pastrana, en especial a la docente de aula Olga Inés Roa, quien nos colaboró en la aprobación para poder aplicar nuestro trabajo de grado con los estudiantes del respectivo curso.

A los estudiantes de grado segundo, por su tiempo y disposición para aceptar participar en la aplicación de los instrumentos de nuestra tesis.

A nuestros compañeros de la licenciatura, con los que hemos crecido en el ámbito personal y profesional a través de grandes momentos.

Finalmente a nuestra alma mater; la Universidad Surcolombiana por brindarnos su experticia en el campo de la Docencia en Matemáticas.

## **Dedicatoria**

### ***A Dios***

Esta investigación se la dedicamos en primer lugar a DIOS, por guiarnos y estar con nosotras en cada paso que damos, por fortalecer nuestro corazón y conducirnos siempre por el camino del éxito.

### ***A nuestras familias***

A todos nuestros familiares por ser el pilar fundamental en todo lo que somos; educación, tanto académica, como personal, por su apoyo incondicional, por proporcionarnos siempre unas palabras de aliento y por ser parte de nuestra motivación diaria para ser mujeres de éxito.

### ***A la Universidad Surcolombiana***

Que nos dio la bienvenida a la educación superior, de alta calidad, proporcionándonos la oportunidad de adquirir conocimientos y vivencias que nos han permitido forjar nuestro camino para convertirnos en excelentes profesionales.

### ***A los docentes de la Licenciatura en Matemáticas***

Por su apoyo y tiempo dedicado a nuestra formación, por ser ejemplo motivador para la culminación de nuestros estudios profesionales, por enseñarnos y guiar nuestro aprendizaje. Pero sobre todo a nuestro profesor Mauricio Penagos por su apoyo incondicional en este trabajo de grado.

### ***A nosotras***

Por la dedicación y el trabajo colaborativo a la elaboración de este trabajo de grado, plasmando en cada línea el conocimiento adquirido por parte de nuestros docentes; en especial nuestro mentor del proyecto.

## Contenido

Resumen .....	9
Introducción .....	12
Capítulo I.....	14
1. Problema de Investigación .....	14
2. Objetivos .....	15
2.1. Objetivo General .....	15
Capítulo II .....	16
3. Estado del Arte.....	16
3.1 Actividades Lúdicas como Estrategia para Afianzar el Pensamiento Numérico de Niños y Niñas del Grado Tercero del Centro Educativo Rural Madre seca Sede Concha Media del Municipio de Anorí .....	16
3.3 Sentido numérico en niños de escuela primaria: los usos y significados dados a los números en diferentes situaciones de investigación. ....	17
3.4 ¿Cómo los humanos aprenden a pensar matemáticamente? .....	18
3.5 Desarrollo del Pensamiento Matemático Infantil .....	20
3.6 Pensamiento numérico en educación infantil desde un enfoque tecnológico y vivencial .....	21
3.7 El Pensamiento Matemático y Multiplicativo en los Primeros Niveles .....	23
3.8 Los conocimientos matemáticos que los niños traen a la escuela.....	25
Capítulo III.....	27
4. Marco Teórico.....	27
4.2 Pensamiento Numérico o Aritmético.....	27
4.2.1 <i>Seriación</i> .....	33
4.2.2 <i>Representación</i> .....	34
4.2.3 <i>Identificación de Patrones</i> .....	35

4.2.4 <i>Uso y Sentido de los Números</i> .....	36
4.2.5 <i>Operaciones con Números</i> .....	37
4.2.6 <i>Relaciones de Orden</i> .....	38
4.3 Aproximaciones teóricas sobre el desarrollo del pensamiento numérico en educación primaria .....	39
4.4 Comunidades de Aprendizaje .....	41
4.5 Estándares Básicos de Competencias (EBC) .....	42
4.6 La Teoría de Piaget .....	43
4.7 La propuesta de Vygotski	45
Capítulo IV.....	49
5. Enfoque Metodológico.....	49
5.2 Rutas de recolección de datos. ....	50
5.2 Análisis de datos .....	51
5.2.1 <i>Análisis del discurso escrito y verbal del estudiante</i> .....	51
5.2.2 <i>Revisión del Proceso de Solución de las Actividades</i> .....	53
5.2.3 <i>Interacciones estudiante-estudiante, docente-estudiante y estudiante-grupo general</i> .....	54
5.2.4 <i>Síntesis del análisis de datos</i> .....	55
6. Instrumentos.....	55
6.1 Diseño Instruccional.....	56
6.2 Actividades.....	56
6.2.1 <i>Actividad No. 1. Adivina el Número</i> .....	56
6.2.2 <i>Actividad No. 2. Encontrando el Número</i> .....	58
6.2.3 <i>Actividad No. 3. Suma Misteriosa</i> .....	60
6.2.4 <i>Actividad No. 4. Comparando Conjuntos</i> .....	61

6.2.5 Actividad No. 5. Subiendo de Nivel .....	63
Capítulo V .....	65
7. Resultados .....	65
8. Conclusiones .....	79
9. Recomendaciones.....	82
Se presentan a continuación algunas recomendaciones por parte de las investigadoras, que surgen después del proceso de investigación:.....	82
Referencias.....	83

#### Lista de Tablas

Tabla 1.....	46
Tabla 2.....	55
Tabla 3.....	66
Tabla 4.....	69
Tabla 5.....	72
Tabla 6.....	74
Tabla 7.....	76

#### Lista de Figuras

Figura 1 .....	32
Figura 2 .....	45

Figura 3 .....	57
Figura 4 .....	58
Figura 5 .....	59
Figura 6 .....	60
Figura 7 .....	61
Figura 8 .....	62
Figura 9 .....	63

#### Lista de Imágenes

Imagen 1 .....	65
Imagen 2 .....	68
Imagen 3 .....	70
Imagen 4 .....	73
Imagen 5 .....	75

## AVANCES EN LA CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO. UN ESTUDIO CON NIÑOS DE SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

Briyidt Vanessa Cárdenas Muñoz & María Luz Angela Pérez Hernández<sup>1</sup>  
Dr. Mauricio Penagos<sup>2</sup>  
Universidad Surcolombiana

### Resumen

El desarrollo del pensamiento numérico en la enseñanza primaria es un aspecto importante de la formación matemática de los niños, ya que permite una comprensión general de números y operaciones básicas para facilitar el desarrollo de su manejo y aplicación.

Esta investigación está dirigida a los avances en la caracterización del pensamiento numérico, por medio de un estudio con niños de segundo grado de educación básica primaria en la jornada de la mañana, que oscilan entre los 7 y 8 años de la Institución Educativa María Cristina Arango de Pastrana de carácter oficial en la ciudad de Neiva.

Cabe resaltar que el aprendizaje y la ejecución correcta del pensamiento numérico da lugar a la caracterización y noción del número, relaciones de orden, cardinalidad, seriación, representación, identificación de patrones y operaciones con números, lo que conlleva a procesos matemáticos básicos que son indispensables en el diario vivir.

La implementación y análisis de los instrumentos se llevó a cabo con una población de 23 estudiantes y se logró identificar en los infantes elementos propios característicos del Pensamiento Numérico a partir de las teorías de Piaget, Vygotski, los Estándares Básicos de Competencia y los Derechos Básicos de Aprendizaje.

---

<sup>1</sup> Estudiantes del trabajo de investigación

<sup>2</sup> Asesor del trabajo de investigación

En el que se concluye que las actividades propuestas e implementadas fueron acordes para el grado y la edad en la se encontraban los estudiantes, además que se evidencio un buen nivel de aprendizaje y lo importante que es trabajar con los niños en comunidad de aprendizaje y utilizar herramientas tecnológicas y plataformas interactivas.

***Palabras clave:*** pensamiento numérico, seriación, representación, patrones y relaciones de orden.

### **Abstract**

The development of numerical thinking in primary education is an important aspect of children's mathematical training, since it allows a general understanding of numbers and basic operations to facilitate the development of their handling and application.

This research is aimed at advances in the characterization of numerical thinking, through a study with children in the second grade of basic primary education in the morning, ranging between 7 and 8 years of the María Cristina Arango Educational Institution. of Pastrana of official character in the city of Neiva.

It should be noted that the learning and correct execution of numerical thinking gives rise to the characterization and notion of number, order relationships, cardinality, seriation, representation, identification of patterns and operations with numbers, which leads to basic mathematical processes that are indispensable. in daily living.

The implementation and analysis of the instruments was carried out with a population of 23 students, and it was possible to identify in the infants' characteristic elements of Numerical Thinking based on the theories of Piaget, Vygotsky, the Basic Standards of Competence, and the Basic Rights of Learning.

In which it is concluded that the proposed and implemented activities were in accordance with the grade and age in which the students were found, in addition to a good level of learning and how important it is to work with children in a learning community and use technological tools and interactive platforms.

***Keywords:*** numerical thinking, seriation, representation, patterns, and order relationships.

## Introducción

Los primeros años de escuela, etapa donde se inicia la construcción del pensamiento matemático elemental, resultan esenciales para el aprendizaje y la comprensión de las matemáticas. En la escuela primaria los niños desarrollan la capacidad de abstraer mediante la manipulación de objetos matemáticos y figuras en diferentes representaciones. Asimismo, el aprendizaje es imbricado: una etapa afecta la forma en que se piense en la siguiente etapa. Un niño, por ejemplo, aprenderá que cuando se quita algo lo que queda es menos (si de un grupo de objetos se quitan tres, sólo quedan dos), experiencia útil en su vida cotidiana.

Dreyfus 2017 [30] sostiene que el conocimiento “[...] es un proceso que ocurre en la mente del estudiante y se basa en una larga secuencia de actividades de aprendizaje, en el que una gran variedad de procesos mentales ocurre e interactúan” (Penagos, M., Mariño, L., & Hernandez, R, 2017) (p. 108-109).

No obstante, una de las problemáticas educativas vigentes gira en torno al proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, lo que influye directamente en el desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes tanto en primaria como en los demás niveles educativos. Esto se convierte en un reto teniendo en cuenta la actual sociedad globalizada, donde muchas de las actividades que desempeñan los ciudadanos requieren conocimientos y destrezas matemáticas.

El Ministerio de Educación Nacional (en adelante MEN) refiere, por su parte, que para ser matemáticamente competente un niño debe formular, plantear y resolver problemas; conocer el lenguaje matemático; razonar y usar la argumentación, la prueba, la refutación, el ejemplo y el contraejemplo como medios para validar y rechazar conjeturas (MEN, 1998).

Y aunque el estudio del pensamiento aritmético, como elemento fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático de los niños, posee un amplio rango de aceptación social, se hace imperativo observar, analizar y tratar de describir cómo piensan matemáticamente los futuros ciudadanos desde la edad temprana para proponer soluciones a la problemática planteada.

Teniendo en cuenta lo anterior, el presente trabajo de grado está enfocado en caracterizar algunos conceptos particulares del pensamiento numérico en niños de segundo grado de educación básica primaria de la Institución Educativa, de carácter público, María Cristina Arango de Pastrana, ubicada en la ciudad de Neiva.

## Capítulo I

En este capítulo se presenta los autores principales a tener en cuenta para el proyecto de investigación con sus respectivos pensamientos, los cuales son aspectos necesarios para lograr avances en la caracterización del pensamiento numérico de los estudiantes de segundo grado de básica primaria, e identificar elementos valiosos que favorezcan la labor del docente en el aula y así lograr en el infante un aprendizaje significativo.

### 1. Problema de Investigación

Diversas investigaciones han comprobado que el conocimiento matemático de los niños es más amplio de lo que tradicionalmente se ha pensado: que estos nacen con capacidades para las matemáticas que se potencian en los primeros años de vida (Castro, M.E., Del Olmo, R. A. & Castro, M. E. 2002) y que, de hecho, los bebés pueden distinguir, mediante una metodología basada en la separación de los hábitos o costumbres, entre conjuntos con pocos elementos y los que tienen muchos elementos. Tal es el caso de Caulfield (2000)[9], quien en su artículo “*Number matters: Born to Count*” describe cómo los niños en sus primeros meses de vida muestran un pensamiento matemático inicial: por ejemplo, al distinguir grupos de dos o de tres objetos cuando se les muestra cartas con 2 o 3 objetos dibujados en ellas.

Para el desarrollo de la presente investigación se tendrá en cuenta la propuesta del psicólogo, epistemólogo y biólogo suizo Jean William Fritz Piaget (1896 – 1980), más conocido como Jean Piaget, quien afirma que los niños inician su aprendizaje de matemáticas, de manera abstracta, desde temprana edad, a lo cual llama “pensamiento transductor del niño”, esto es, que el infante observa los rasgos sobresalientes de los objetos y extrae conclusiones de ellos mediante un proceso de continuidad o semejanza, más que por exactitud lógica. También, se tomará como referencia la propuesta del psicólogo ruso Lev Semiónovich Vygotski (1896 –

1934), conocido como Lev Vygotski, quien concibe el conocimiento como un proceso de interacción entre el sujeto y el medio como algo, no solamente físico, sino social y cultural.

Con base en las afirmaciones de los autores mencionados y a través del análisis de los resultados obtenidos de los niños cuando resuelven actividades didácticas que favorezcan la capacidad de respuesta y les genere confianza, se busca evidenciar si los estudiantes en esta edad y grado, piensa matemáticamente y reconocen algunas características de los elementos del pensamiento numérico temprano.

## **2. Objetivos**

### **2.1. Objetivo General**

Caracterizar elementos emergentes del pensamiento numérico de los niños de segundo grado de la I.E. María Cristina Arango de Pastrana, tomando como base el segundo estadio de Piaget y el aprendizaje social de Vygotski.

### **2.2. Objetivos Específicos**

- Identificar por medio de aplicación de una secuencia de actividades didácticas, características del Pensamiento Numérico tales como seriación, representación, identificación de patrones, uso y sentido de los números, operaciones con números y relaciones de orden.
- Reconocer en los niños de segundo grado de la I.E. María Cristina Arango de Pastrana elementos del pensamiento numérico.
- Formular una propuesta didáctica que permita identificar aspectos relevantes del Pensamiento Numérico en niños de segundo grado de primaria de la I.E. María Cristina Arango de Pastrana.

## Capítulo II

En el presente capítulo se ubican los referentes científicos enfocados en cómo los niños empiezan a pensar matemáticamente desde una edad muy temprana, que se tuvieron en cuenta para desarrollar la actual investigación.

### 3. Estado del Arte

#### 3.1 Actividades Lúdicas como Estrategia para Afianzar el Pensamiento Numérico de Niños y Niñas del Grado Tercero del Centro Educativo Rural Madre seca Sede Concha Media del Municipio de Anorí <sup>3</sup>

Para Piaget 2019,

[...] en la construcción del conocimiento los niños y las niñas en edad escolar adquieren el pensamiento operacional concreto gracias al conjunto de información que van acumulando en la primera infancia cuando organizan sus ideas mentales según las operaciones de la lógica simbólica [...] (Cuestas, 2019, p.23).

[...] Más adelante, Cuestas (2019), refiere que, de acuerdo a los estadios propuestos por Piaget, los alumnos de tercer grado se ubican en la etapa de las operaciones concretas, que corresponde a una lógica de relaciones que permite combinar los objetos siguiendo sus diferentes relaciones o una lógica de números que permite ordenarlos y manipularlos. Ello no llegará, sin embargo, a ser todavía una lógica de preposiciones porque el alumno se concentra principalmente en su pensamiento y busca la resolución de un planteamiento de manera directa sin fijarse en detalles [...] (p.77).

---

<sup>3</sup> Cuestas, E. (2019). *Actividades Lúdicas Como Estrategia Para Afianzar El Pensamiento Numérico De Niños Y Niñas Del Grado Tercero Del Centro Educativo Rural Madre seca Sede Concha Media Del Municipio De Anorí*. Universidad Cooperativa de Colombia, Medellín. [11]

La teoría del equilibrio de Piaget proporciona una orientación sobre la posible manera de entender varios aspectos de la problemática en torno a cómo el estudiante mejora sus nociones en la construcción del pensamiento numérico. Piaget considera que el individuo, posee un sistema cognitivo que funciona mediante un proceso de adaptación a través del cual, al aproximarse al objeto de conocimiento utiliza dos elementos fundamentales que componen cualquier sistema cognitivo: la asimilación o incorporación de un elemento exterior, objeto de conocimiento, en un sistema sensorio-motor o conceptual del sujeto; y la acomodación, que es la necesidad de que en la asimilación se encuentre una lógica que prevalezca sobre el conocimiento previo para llegar, finalmente, a la adaptación.

Por último, arguye Cuestas (2019), que es necesario tomar en cuenta las características del estadio de operaciones concretas para el diseño adecuado de las estrategias, el nivel de complejidad y el grado de interés de las mismas, atendiendo a las capacidades de los alumnos, pues a pesar del estadio en que deban encontrarse las características de cada individuo son diferentes.

### **3.3 Sentido numérico en niños de escuela primaria: los usos y significados dados a los números en diferentes situaciones de investigación.**

Esta investigación fue realizada con el objetivo de observar el sentido numérico en niños brasileños de segundo grado (7-8 años) de diferentes orígenes sociales y consiste en dos estudios: el Estudio 1, en el cual, por medio de la entrevista, se enfocó en identificar los usos generales que los niños dan a los números en situaciones de la vida cotidiana. El Estudio 2, en el que se realizaron actividades de opción múltiple para examinar cómo los niños asignan significado a los números, los participantes emitieron juicios sobre situaciones numéricas, que involucraron números y medidas, y proporcionaron justificaciones para sus respuestas.

La investigación permitió evidenciar que existen diferencias entre niños de distintos orígenes sociales. Según los investigadores, esto se debe a que, en términos de niveles socioeconómicos, los padres de clase media se involucran con más frecuencia en actividades matemáticas de sus hijos que los padres de bajos ingresos; por ello, los niños de familias de bajos ingresos suelen presentar experiencias menos favorables para el desarrollo del sentido numérico y comienzan la escuela con un conocimiento limitado de las matemáticas, aun cuando realizan actividades de compra y venta en la calle que contribuyen a su desarrollo matemático y a que adquieran formas de razonamiento distintas a las valoradas en la escuela.

La investigación reitera que los números y las cantidades forman parte de la cotidianidad desde la niñez hasta la edad adulta en los contextos más diversos: la casa, la calle, la escuela, el trabajo y que son parte de las actividades que se llevan a cabo, los planes y las decisiones tomadas. Por lo anterior, consideran que, el sentido numérico, es una buena intuición sobre los números, sus usos, significados y relaciones, es una habilidad cognitiva necesaria que permite a los individuos afrontar exitosamente las actividades cotidianas que involucran el uso de las matemáticas.

### **3.4 ¿Cómo los humanos aprenden a pensar matemáticamente? <sup>4</sup>**

Tall (2013) expone la forma en que los niños inician la exploración del pensamiento numérico manipulando objetos, reconociendo sus propiedades a través de los sentidos y describiéndolas a través del lenguaje; además, revela las razones por las que las matemáticas y los conceptos que no tienen sentido en un contexto pueden volverse problemáticos en otros. El mismo investigador afirma que el desarrollo del pensamiento numérico se relaciona con un

---

<sup>4</sup> Tall, D. (2013). *How Humans Learn to Think Mathematically*. Cambridge University Press. [41]  
Nota: Cárdenas, B & Pérez, M. (2021). El documento fue traducido de inglés a español por las investigadoras.

enfoque en las propiedades de los objetos físicos y las acciones realizadas en esos objetos: seriar, agrupar, compartir, ordenar, agregar, restar, multiplicar y dividir. Estas acciones se vuelven coherentes si se introducen operaciones y símbolos matemáticos que permitan las operaciones que deben realizarse de forma rutinaria con poco esfuerzo consciente. Los símbolos pueden verse no solo como operaciones realizadas, también como conceptos numéricos mentales que pueden ser manipulados en la mente; se puede trabajar con niños pequeños contando objetos físicos para desarrollar el concepto de número y el aprender a calcular con números.

A medida que el infante desarrolla el simbolismo y la manipulación aritmética, aprende a realizar operaciones a través de la práctica hasta que se vuelve algo rutinario y luego las usa como un concepto pensable. Tall (2013) arguye, también que el conocimiento se produce de formas diferentes: en tal sentido, un niño es capaz de reconocer objetos a través de su percepción de similitudes y diferencias, categorizar conceptos y dar un nombre para identificar categorías tales como "perro" o "triángulo". Aunado a ello, el aprendizaje en una etapa afecta la forma en que se piensa en la siguiente, según la manera en que reaccionen los individuos, donde aspectos como efectos emocionales resultantes juegan un papel principal en el desarrollo individual del pensamiento matemático.

Por otra parte, la comprensión adicional de un proceso (como la adición) que se comprime en un concepto mental (suma) es una abstracción operacional denominada encapsulación de un proceso como concepto; otro proceso avanzado ocurre cuando los individuos usan un lenguaje más sofisticado para especificar conceptos a través de la definición, que denominan y categorizan. El mismo académico también plantea que una definición puede usarse en un sentido más formal, para deducir propiedades y que el pensamiento matemático comienza con objetos

físicos y operaciones en objetos. Según Tall (2013) existen tres formas diferentes en las que el pensamiento matemático se desarrolla:

- La encarnación conceptual: se basa en las percepciones y acciones humanas que desarrollan imágenes mentales, que se verbalizan de formas cada vez más sofisticadas hasta convertirse en entidades mentales perfectas en la imaginación.
- El simbolismo operacional: surge de acciones físicas en procedimientos matemáticos. Mientras que algunos alumnos pueden permanecer en un nivel de procedimiento, otros pueden concebir los símbolos como operaciones a realizar y también operar a través del cálculo y la manipulación.
- El formalismo axiomático: se construye conocimiento formal en sistemas axiomáticos específicos por definición de la teoría de conjuntos, cuyas propiedades se deducen de la prueba.

### **3.5 Desarrollo del Pensamiento Matemático Infantil <sup>5</sup>**

Piaget afirma que

[...] el niño hereda las funciones de acomodación y asimilación y a través del uso de estas funciones interactúa con el mundo avanzando en una secuencia invariante de estadios. Las experiencias que requieren habilidades que estén más allá del nivel de desarrollo del niño en este momento, no pueden ser asimiladas. Por tanto, en principio es incapaz de realizar de una forma correcta las tareas que requieren una lógica avanzada, pero paulatinamente adquiere la capacidad suficiente para resolverlas (Castro, M.E., Del Olmo, R. A. & Castro, M. E. 2002).

---

<sup>5</sup> Castro, M.E., Del Olmo, R. A. y Castro, M. E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. España: Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Granada. <https://bit.ly/3wpcAJE> [8]

Al principio actuará mediante un proceso de ensayo y error, más tarde, la ejecución correcta llega a ser necesaria desde un punto de vista lógico. (p.35)

En palabras de Miller el desarrollo de las estructuras lógico-matemáticas en el niño no son impuestas desde el principio, sino gradualmente y llega un momento que se llevan a cabo de modo involuntario, dando claridad a la necesidad, o no, de las deducciones lógicas; se alcanza primero la fase de estabilización de cualquier concepto antes que el grado de significación necesario. En otras palabras, los sujetos no alcanzan la necesidad lógica inmediatamente, les lleva un tiempo llegar a esta (Castro, M.E., Del Olmo, R. A. & Castro, M. E. 2002).

Piaget considera, además, que [...] el objetivo principal de la educación [...] es desarrollar la inteligencia y "enseñar" cómo desarrollarla. En este contexto del desarrollo intelectual se considera el aprendizaje como "la naturaleza activa del conocimiento", [ya que este se] vuelve virtualmente sinónimo (Castro, M.E., Del Olmo, R. A. & Castro, M. E. 2002).

### **3.6 Pensamiento numérico en educación infantil desde un enfoque tecnológico y vivencial <sup>6</sup>**

En la investigación se estudió el fortalecimiento de competencias de los individuos en el manejo de las matemáticas dentro de un contexto en donde la realidad y la tecnología van de la mano. Las investigadoras encontraron que los educandos suelen hacer un uso inadecuado de las llamadas TIC'S, lo cual es producto, entre otras razones, de su falta de competencias respecto al uso de herramientas lúdico-pedagógicas que involucren las nuevas tecnologías. De dicha problemática surgió el interés por reconocer diferentes estrategias pedagógicas que permitan a los niños de 5 a 8 años adquirir el pensamiento numérico de manera vivencial, de tal manera, que el aprendizaje y fortalecimiento de este pensamiento tenga en cuenta sus intereses y necesidades,

---

<sup>6</sup> Reyes, P. y Rojas, M. (2013). *Pensamiento numérico en educación infantil desde un enfoque tecnológico y vivencial* [Tesis de pregrado, Universidad pedagógica nacional]. <https://bit.ly/3N9Hx0H> [33]

así como sus experiencias y saberes previos para posibilitar un entorno cognitivo contextualizado y pertinente. (Reyes y Rojas, 2013, p.12)

Dicho lo anterior, las investigadoras buscaban fortalecer las competencias en el campo de las matemáticas, entendiendo que esta es una tarea que requiere de un maestro que propicie ambientes enriquecedores de aprendizaje,

[...] en los que las situaciones cotidianas sean el pilar para la formulación y planteamiento de situaciones problémicas significativas y contextuadas, que permitan la comprensión de aspectos tan abstractos como los conceptos que al interior del pensamiento numérico y de los sistemas numéricos emergen. (Reyes y Rojas, 2013, p.12)

Al respecto, refieren las autoras que,

Las ideas asociadas al concepto de número y sus operaciones no tienen un origen único en la escuela pues, los niños tienen experiencias numéricas e información al respecto desde su contexto familiar y social, por lo tanto, es importante retomar estos elementos para el desarrollo de las propuestas pedagógicas.

Sin embargo, se ha tenido en cuenta el plantear las matemáticas desde el enfoque Montessori [el cual pretende estimular el desarrollo del pensamiento lógico, partiendo de la capacidad que tiene el niño de abstraer, razonar, imaginar, investigar, calcular, medir y buscar la exactitud]. Esta propuesta se basa en la tendencia natural que el ser humano desde temprana edad realiza acciones como las antes mencionadas, inclusive antes de tener una experiencia escolar, el niño puede desarrollar esas capacidades desde su percepción sensorial, consigo mismo, con relación a los demás y con los objetos que están a su alrededor, construyendo así sus propios conceptos.

En esta investigación se tendrá en cuenta referentes que utilicen las herramientas tecnológicas en actividades para el desarrollo y caracterización del pensamiento numérico, [...] como una herramienta en el momento socio cultural en el que se vive, hacen parte de la cotidianidad [...] en el mundo moderno, se dice que los niños de este siglo, son nativos virtuales, (Prensky, 2006), que vienen con una predisposición para acceder a la tecnología, por lo que esta herramienta se complementa con el referente anteriormente mencionado.

Gracias a las prácticas pedagógicas y a los nuevos avances que brinda la sociedad, se puede hacer uso de los nuevos métodos de enseñanza-aprendizaje, que tienen como objetivo aumentar la capacidad de los educandos, debido a que la enseñanza se hace a través de estos medios haciendo uso de herramientas didácticas que permiten la exploración de otros campos de aprendizaje, de esta manera, se generan alternativas que responden a los cambios y avances que se dan en la sociedad actual. (Reyes y Rojas, 2013, p.12).

De acuerdo a lo anterior, las investigadoras buscan determinar la incidencia en el desarrollo del pensamiento numérico al articular lo tecnológico con lo vivencial. Lo cual refleja la importancia de que se ofrezcan situaciones vivenciales y exploratorias a partir de la cotidianidad para posibilitar la caracterización del pensamiento numérico.

### **3.7 El Pensamiento Matemático y Multiplicativo en los Primeros Niveles <sup>7</sup>**

Al indagar sobre la pregunta: *Nuestro sentido numérico, ¿es innato o adquirido?* destacan que Piaget creía que el origen de nuestra capacidad para pensar sobre el mundo en términos numéricos aparecía sobre los 5 años de edad y necesitaba la presencia previa de algunas

---

<sup>7</sup>. Bosch, M.A. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 15-37. <https://bit.ly/3tVrVD> [4]

habilidades de razonamiento lógico tales como la propiedad transitiva y la llamada conservación del número. (Alonso y Fuentes Bosch, 2012. p.21).

Sin embargo, otras investigaciones han mostrado que los niños cuentan con un conocimiento numérico rudimentario e independiente del lenguaje desde el primer año de vida. Así, Dehaene afirma que “[...] al igual que sucede con los colores, los humanos nacemos con circuitos cerebrales especializados en identificación de números pequeños” (Bosch, 2012. p.21). Baroody por su parte, considera que

[...] el ser humano, como algunas otras especies, parece estar dotado de un sentido numérico primitivo, que [le permite] percibir la diferencia entre un conjunto de un elemento y una colección de muchos elementos y [...] ver si se añade o se quita algo de una colección (Bosch, 2012).

Esto sucede debido a que algunas habilidades numéricas básicas, como la de subitización [capacidad para reconocer instantáneamente el número de elementos de un conjunto sin utilizar técnicas de conteo] nos permiten distinguir, a primera vista, el número de objetos de una colección pequeña (hasta 5 elementos, si no están organizados de un modo familiar, o más de 5 elementos, si están dispuestos de forma ordenada y familiar, como en el caso de los puntos en las fichas de dominó). No obstante, para colecciones mayores (o desordenadas), [se requieren estrategias] de conteo para poder indicar el cardinal del conjunto observado. (p.21)

[...] [Asimismo] la coordinación de las acciones inicialmente se da abiertamente de forma física y más adelante de forma interiorizada y reflexiva. Actualmente se acepta que las representaciones mentales de los niños están fuertemente unidas a acciones y rasgos perceptivos [...] (p.35).

De acuerdo con lo anterior, las investigadoras consideran que los niños entre los 6 y 8 años no alcanzan plenamente el periodo de operaciones concretas, sin embargo, cuentan con la capacidad de pensar y actuar de forma lógica; ello, con la ayuda de juegos, dinámicas, actividades, lúdicas e interacción y experiencia con el medio que los rodea. Desarrollando, de esta manera, el conocimiento lógico-matemático sin que estén, necesariamente, recibiendo educación escolar.

### **3.8 Los conocimientos matemáticos que los niños traen a la escuela <sup>8</sup>**

Desde la temprana infancia los niños desarrollan una serie de habilidades y conceptos, válidos o erróneos, sobre los números y las matemáticas. Dicho desarrollo determina lo que deben aprender, al comenzar la escuela, para lograr la competencia matemática y apunta hacia cómo se puede adquirir esa competencia. Así, se pueden evidenciar aptitudes matemáticas tales como:

- La comprensión contextual: uno de los conceptos fundamentales en las matemáticas de la educación primaria es el de número, tanto por su dificultad como por la definición del mismo. Según Piaget, una verdadera comprensión de los números requiere una capacidad para razonar sobre los efectos de las transformaciones, lo cual está más allá de la capacidad de los niños. En esa medida, estos no pueden aprender sobre el número hasta que alcanzan la etapa operativa concreta (entre los 7 y los 11 años); no obstante, poseen un conocimiento básico o intuitivo sobre los números antes de ingresar a la escuela relacionado con su comprensión del conteo que, más

---

<sup>8</sup> Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). The mathematical knowledge children bring to school. En J. Kilpatrick., J. Swafford. y B. Findell (Eds.). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (pp.157-180). Washington: National Academy Press. [18]

*Nota:* Cárdenas, B & Pérez, M. (2021). El documento fue traducido de inglés a español por las investigadoras.

allá de ser una actividad de la memoria, está guiado por su comprensión matemática (Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B., 2001).

- Contar y explorar elementos del concepto de número: los niños demuestran competencia numérica a muy corta edad. Investigaciones han comprobado que algunos bebés menores de un año pueden realizar un tipo rudimentario de sumas y restas; lo cual, al ingresar al mundo escolar; los prepara para notar el número como una característica de su entorno. Asimismo, mucho de lo que los niños saben acerca de los números está relacionado con el desarrollo de su comprensión y dominio del conteo<sup>9</sup>, que involucra el pensamiento, la percepción y el movimiento. (Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B., 2001). Por lo anterior, aunque su comprensión conceptual no esté sólidamente construida, los niños, a través de la experiencia en el ámbito matemático, adquieren con facilidad la capacidad de contar y explorar el concepto de número.

---

<sup>9</sup> Para contar se debe tener en cuenta el siguiente proceso o secuencia: uno a uno, orden estable, cardinal, abstracción e Irrelevancia del orden.

### Capítulo III

En este capítulo se ubican los referentes bibliográficos que se tendrán en cuenta para el desarrollo de la investigación.

#### 4. Marco Teórico

##### 4.2 Pensamiento Numérico o Aritmético

La matemática no es solo lo que se escucha en la escuela, la parte conocida y sencilla del tema, hay todo tipo de problemas teóricos y experimentales interesantes.

Según Strogatz (2016) [40] arguye, que el pensamiento matemático implica mucho más que la capacidad de hacer aritmética o resolver problemas de álgebra; es una forma completa de ver la realidad, reducirla a lo esencial (numérica, estructural o lógica) y luego analizar los patrones subyacentes. Además, considera que se debería ayudar a los estudiantes a ver la belleza de las matemáticas, lo cual contribuiría, en gran medida, a que piensen de forma más lógica.

En 2006 el MEN propone en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas que el estudio de los números se hace desde el desarrollo del pensamiento numérico, haciendo énfasis en la comprensión, representación, el uso, sentido, su significado y sus relaciones y operaciones dentro de cada sistema numérico. Así las cosas, las actividades pedagógicas que propongan los docentes deberán permitir que los niños avancen en la construcción conceptual del número, su representación y utilidad práctica, aprovechando los conceptos intuitivos y el potencial de conocimiento informal que poseen, y combinando el conocimiento académico para lograr la transposición didáctica.

Por otra parte, Obando y Vásquez (s.f.) exponen en su introducción que

Tal como lo expresa el MEN en su documento sobre los Lineamientos Curriculares en el área de matemáticas, el desarrollo del Pensamiento Numérico es el nuevo énfasis

sobre el cual debe realizarse el estudio de los Sistemas Numéricos. Así, desde el estudio profundo de los Sistemas Numéricos, se pueden desarrollar habilidades para comprender los números, usarlos en métodos cualitativos o cuantitativos, realizar estimaciones y aproximaciones, y en general, para poder utilizarlos como herramientas de comunicación, procesamiento e interpretación de la información en contexto, con el fin de fijar posturas críticas frente a ella, y así participar activamente en la toma de decisiones relevantes para su vida personal o en comunidad. (párr.1)

Además, se da a conocer que

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático. En particular, los estudiantes escogen, desarrollan y usan métodos de cálculo, incluyendo cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras y estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos. La invención de un algoritmo y su aplicación hace énfasis en aspectos del pensamiento numérico tales como la descomposición y la recomposición, y la comprensión de las propiedades numéricas.

Cuando se usa un algoritmo ya sea utilizando papel y lápiz o calculadora, el pensamiento numérico es importante cuando se reflexiona sobre las respuestas.

Otras situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico hacen referencia a la comprensión del significado de los números, a sus diferentes interpretaciones y representaciones, a la utilización de su poder descriptivo, al reconocimiento del valor, a la apreciación del efecto de las distintas operaciones, al desarrollo de puntos de referencia para

considerar números. En general, estos puntos de referencia son valores que se derivan del contexto evolucionando a través de la experiencia escolar y extraescolar de los estudiantes.

Conviene subrayar, que el pensamiento numérico es la utilización de las operaciones de los números en la formulación y resolución de problemas, y la comprensión entre el contexto del problema y el cálculo necesario; lo que da pistas para determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados del problema son o no razonables.

El contexto mediante el cual se acercan los estudiantes a las matemáticas es un aspecto determinante para el desarrollo del pensamiento. Por tanto, para la adquisición del sentido numérico es necesario proporcionar situaciones significativas para los alumnos. Claramente, el pensamiento numérico es a veces determinado por el contexto en el cual las matemáticas evolucionan.

[...] Por ejemplo, para un estudiante resulta fácil decir que en  $\frac{1}{2}$  libra de queso hay más queso que en  $\frac{1}{4}$  de libra, que determinar cuál es mayor entre  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{2}$ .

La manera como se trabajen los números en la escuela contribuye o no a la adquisición del pensamiento numérico. Los estudiantes que son muy hábiles para efectuar cálculos con algoritmos de lápiz y papel (este es el indicador mediante el cual se mide con frecuencia el éxito en matemáticas) pueden estar o no, desarrollando este pensamiento.

Cuando un estudiante de 6° grado dice que  $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{8}{10}$  o un estudiante de 2° grado afirma que  $40 - 36 = 16$ , están intentando aplicar un algoritmo que han aprendido, pero no están manifestando pensamiento numérico [...] (párr.5)

El desarrollo del pensamiento numérico de los niños empieza, antes de su ingreso a la escuela, desde los dos o tres años, a través de la interacción con otros adultos (fundamentalmente sus padres). Gracias a dichas interacciones desarrollan una serie de intuiciones sobre lo

numérico, las cuales se muestran en competencias relativas al conteo, percepción del cardinal de pequeñas colecciones e incluso, la posibilidad de composiciones y descomposiciones de las mismas.

En otras palabras, Macintosh afirma que,

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones. (Obando y Vásquez, s.f., párr.2)

De igual forma, Posada considera que este pensamiento hace referencia a la comprensión general que tiene un individuo sobre los números, y la habilidad de usarla en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles al realizar operaciones (Montaña, Pérez y Torres, 2016).

Por tanto, Newcombe (2002) asegura que el pensamiento numérico debe ser considerado como una forma de pensamiento superior, pues su adquisición deviene de la primera infancia y va evolucionando en la medida en que los estudiantes piensan numéricamente en contextos significativos. Desde esta perspectiva, la educación debe enfatizarse en contextualizar didácticamente el pensamiento numérico desde situaciones reales vividas por el niño.

Desde una perspectiva más amplia por Resnick, “[...] afirma que el pensamiento numérico debe ser considerado como una forma de pensamiento superior y que por tanto debe presentar características” (Obando y Vásquez, s.f., párr.3). Una de esas características tiene que ver con no percibir el proceso como algo algorítmico, esto es, tener claro que puede ser complejo y que el camino no es visible totalmente, sino mentalmente; esto abre un campo de soluciones múltiples que involucra juzgar e interpretar, muchas veces esto sucede en la aplicación de

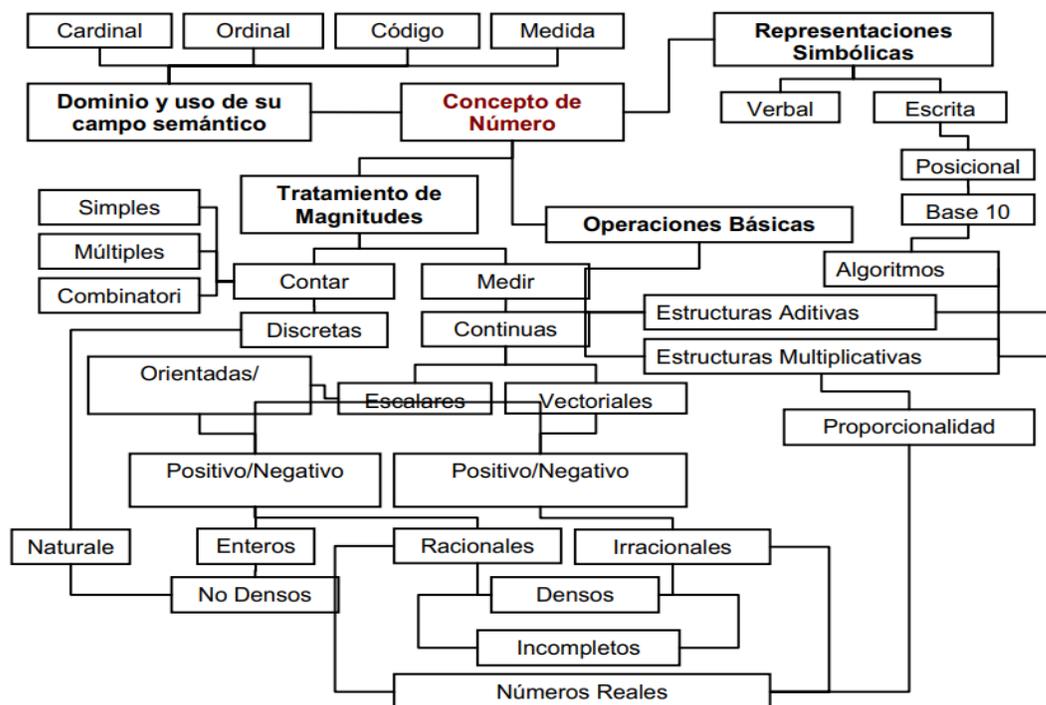
múltiples criterios, los cuales algunas veces entran en conflicto con otros, además se puede evidenciar incertidumbre ya que no siempre que se inicia una tarea se conoce el camino para su solución, esto implica autorregulación de los procesos de pensamiento[...].”

De acuerdo a lo anterior, cabe decir que el pensamiento es un esfuerzo total, ya que existe un considerable trabajo mental en el tipo de elaboraciones y juicios que se requieren para el mismo; que es, finalmente, un proceso cuya construcción implica largos periodos de tiempo, pues involucra tanto aspectos conceptuales de las matemáticas como el desarrollo mismo de la cognición humana.

Cabe señalar que, como refiere Penagos (2017), existen dos formas para percibir representaciones tales como el sentido y pensamiento numérico: la primera se presenta a nivel sensorial, que según Rubinstein [35] “consiste en separar unas propiedades del objeto percibido por medio de los sentidos y diferenciar otras” (Serdaniel, 2020., p.50) [37]. La segunda forma corresponde al pensamiento abstracto, o sea, abstracción sobre abstracción, es a lo que Piaget nombra abstracción reflexiva. La figura 1 presenta relaciones básicas entre los principales conceptos relacionados con el pensamiento numérico.

**Figura 1<sup>10</sup>**

*Esquema sobre las relaciones y principios básicos del pensamiento numérico*



*Nota.* Tomado de Obando y Vásquez, s.f. [28]

Para este trabajo se tomará el pensamiento numérico como el estudio de los números, haciendo énfasis en la comprensión, representación, el uso, sentido, su significado, sus relaciones y operaciones dentro de cada sistema numérico. (Obando y Vásquez, s.f.).

Lo anteriormente mencionado, fue tomado para el uso y la creación de las actividades propuestas a desarrollar en la presente investigación. Ya que, los números en la vida cotidiana pueden ser usados de muchas maneras: como secuencia verbal, para cuantificar, para medir, para expresar un orden, para etiquetar, para marcar o simplemente como una tecla para pulsar (en el caso de las calculadoras).

<sup>10</sup> Obando, G. y Vásquez, N. (s.f.). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. <https://bit.ly/3wHrwt2>

A continuación, daremos algunas características que permiten identificar y describir el pensamiento numérico. Siendo, así las cosas, caracterizar un objeto matemático consiste en describirlo por las propiedades que son diferentes a su definición, pero equivalentes a ella y en tal sentido, debe dar una descripción que aporte nuevos elementos, haciendo que sea una formulación más simple, que se pueda verificar más fácilmente; es interesante porque coloca el objeto de estudio en otro contexto o revela vínculos inesperados entre diferentes áreas. Un tipo especial de caracterización es la clasificación, que traduce una propiedad abstracta en una lista completa de ejemplos y modelos (Barile, 2021) [3]. Si bien es cierto, la caracterización de un objeto matemático en sí no es única, esta debe especificar de forma exclusiva el objeto deseado (por lo tanto, los números naturales se pueden representar en una línea recta y siempre se ordenan de menor a mayor) (Cezar. L, s.f.) [10].

A continuación, se listan algunos aspectos característicos del pensamiento numérico:

#### ***4.2.1 Seriación***

Es una operación cognitiva, que permite identificar el nivel de desarrollo del pensamiento numérico de los niños para llegar a una sucesión de elementos que guardan algún tipo de relación entre sí. Para Piaget, según Meece (2000), la seriación se refiere a la capacidad para ordenar objetos en una progresión lógica o jerárquica (números de menor a mayor). Que un niño pueda seriar es de vital importancia, puesto que aporta a la comprensión de conceptos de número, tiempo y medición.

Según Labinowicz (1987) la ordenación en una serie o sucesión se basa en la comparación, que relaciona elementos o cantidades con otras. A manera de ilustración, los niños de segundo grado son capaces de comparar conjuntos con diferentes cantidades de elementos a la vez; sin embargo, cuando las cantidades aumentan, tienen dificultad para coordinar las

relaciones. Para colocar determinadas cantidades de una serie, el niño debe visualizar el número como si fuera más grande que el que le precede y más pequeño que el que le sigue.

Además, [...] Piaget identificó, esencialmente la seriación, la clasificación y la conservación como las tres principales operaciones mentales o esquemas que el niño desarrolla durante el tercer estadio, el de las operaciones concretas que se presenta aproximadamente desde los siete hasta los once y doce años de edad, también conocida como la segunda infancia para Piaget [...] (Mejía, P y Puerto, L, 2017). [24]

En tal sentido se tendrán en cuenta 3 tipos de seriación:

- Cualitativas: son las que se ordenan según el tipo de relación entre sí.
- Cuantitativas: se organizan por tamaños.
- Mixtas: Se ordenan por elementos y valores.

#### **4.2.2 Representación**

[...] La representación se relaciona con aspectos como: situación física estructurada, entornos lingüísticos, constructo matemático formal, configuración cognitiva interna, representación externa, representación interna, sistema y registro. Para acceder a la comprensión de los conceptos y procesos matemáticos, es necesario representarlos por medio de una representación externa [...] (Carulla, C, 2005) [7]. Según Goldin y Janvier (1998, p.1) las situaciones físicas externas estructuradas, pueden ser descritas matemáticamente o interpretar ideas matemáticas. Además, en un entorno lingüístico se formula o se discute un problema matemático. También, en un constructo matemático formal, se puede representar situaciones a través de sistemas de símbolos y que generalmente satisfacen ciertos axiomas o se adaptan a definiciones precisas.

La representación se asocia como una configuración cognitiva interna individual, que se deduce a partir de la introspección, y que describen aspectos de los procesos de pensamiento matemático y de resolución de problemas (Carulla, C, 2005). Además, los materiales concretos o imágenes contextualizadas, así como situaciones relacionadas con la vida de los niños facilitan la comprensión ya que las representaciones externas ayudan a construir sus propias representaciones internas (Becker y Seter, 1996). Por ello, algunas dificultades de comprensión de estudiantes se asocian con la manera como se enseñan las ideas matemáticas. De lo anterior se deriva que los profesores de matemáticas, durante sus clases pueden utilizar, de manera consiente o no, diferentes registros de representación, conversaciones dentro de un registro y tratamientos de un registro a otro. (Carulla, C, 2005).

#### ***4.2.3 Identificación de Patrones***

El aprendizaje de las formas, la identificación de patrones y relaciones ayudan a los estudiantes a construir y organizar elementos matemáticos y aplicar propiedades en la resolución de problemas. Un patrón matemático es la identificación de sucesiones de signos orales, de fenómenos naturales, de gráficos, numéricos, entre otros, que se construyen siguiendo una regla, ya sea de repetición o de recurrencia.

La identificación de patrones se puede observar en la vida real para responder a un modelo matemático así:

- Patrones numéricos: están formados por sucesiones de números y operaciones escritos en un orden definido.
- Patrones geométricos: son secuencias de figuras que tienen una regularidad y al ser visuales son más fáciles de identificar. (DIGEDUCA, 2012) [12].

En palabras de (Meyer, 1995) [15] “el reconocimiento de patrones también llamado lectura de patrones, identificación de figuras y reconocimiento de números, consiste en la secuencia ordenada de elementos dispuestos entre sí por una ley de formación la cual se obtiene empleando operaciones básicas. Para ello se requiere habilidad al observar y relacionar la ley de formación”. En tal sentido, [...] comparando dónde están las similitudes y las diferencias de los hechos, el investigador puede generar conceptos y sus características, basados en patrones del comportamiento que se repiten [...] (Trinidad Requena, Carrero Planes y Soriano Miras, 2006; 29).

Senechal (2004; 149) afirma que “los patrones son evidentes en la simple repetición de un sonido, movimiento o figura geométricas”. Esto quiere decir que los patrones son un elemento importante en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Umanzor, P, 2021) [43].

#### **4.2.4 Uso y Sentido de los Números**

La expresión sentido numérico se usa principalmente en los primeros niveles escolares como orientación curricular para favorecer el cambio hacia una matemática contextualizada y útil, aunque ciertamente no se debe restringir a la educación primaria.

Consecuentemente, el sentido numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y operaciones junto con la capacidad para usar esta comprensión de manera flexible al emitir juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles logrando resolver problemas complejos. (Godino, J; Font, V; Konic, P & Wilhelmi, M, 2007) [17].

(Greeno, 1991, p. 170) arguye que este aspecto “se refiere a varias capacidades importantes de los sujetos incluyendo cálculo mental flexible, estimación numérica y razonamiento cuantitativo”. El National Council of Teachers of Mathematics (1989) [...] identificó cinco componentes que caracterizan el sentido numérico: significado del número,

relaciones numéricas, tamaño de los números, operaciones con los números y referentes para los números y cantidades.

En España, el “sentido numérico” ha penetrado con fuerza en las propuestas curriculares que establece el Decreto de Enseñanzas Mínimas de la Educación Primaria (MEC, 2006), en el bloque de números y operaciones “pretende esencialmente el desarrollo del sentido numérico, entendido como el dominio reflexivo de las relaciones numéricas que se puede expresar en capacidades como: habilidad para descomponer números de forma natural, comprender y utilizar la estructura del sistema de numeración decimal, utilizar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar cálculos mentales” [...].

#### ***4.2.5 Operaciones con Números***

El número se define por medio de operaciones que corresponden a elementos de dos conjuntos, en los que se encuentran las características de las operaciones en concreto y sus equivalencias.

Castro, Rico y Castro (1988), hablan de los contextos en que los números aparecen, tales como: la secuencia, el recuento, la cardinalidad, la medida, el ordinal, códigos y teclas, son los nombres con los que se precisan en qué sentido se usan los números en diferentes situaciones. Simultáneamente, sirven para clasificarlas desde este punto de vista las cuatro operaciones fundamentales que se asocian con las acciones de agregar, separar, reiterar y repartir. El significado de las operaciones viene dado, entonces por la interpretación que cada una de estas acciones tiene en cada contexto que proporciona el significado de los números. (Puig, L & Cerdan, F) [32].

Según Blanco (2009), [...] la escuela constructivista de Ginebra sostiene que la estructura numérica se obtiene y se comprende a partir del estadio de las operaciones concretas que se da

entre los 7 y 11 años, esto teniendo en cuenta los estadios propuestos por Jean Piaget [...]. (Botero, F; Maturana, L & Vergara, F, 2016) [5].

#### ***4.2.6 Relaciones de Orden***

El concepto de orden aparece por todas partes; en matemáticas se conoce como la teoría del orden, el primer ejemplo a observar comúnmente en la escuela primaria es el orden de los números naturales. La idea de ser mayor o menor o igual que otro número es una de las intuiciones básicas de los sistemas de numeración en general, su principal propiedad es que cada elemento se puede comparar con cualquier otro elemento, es decir, es o mayor, o menor, o igual que (Lojwe, 2021) [23].

De acuerdo con lo que plantea María del Carmen Curti y Carla Damisa, “continuar estableciendo el orden entre los números requiere poner en juego el valor posicional, si la cantidad de cifras es la misma, hay que recurrir a la jerarquía de las mismas, es decir, cuales valen más de acuerdo con el lugar que ocupan” (Ruiz, G, 2013) [36]. Dado que la representación simbólica del igual, mayor o menor puede ser lo más complicado para los niños, es bueno trabajar mucho con actividades que incluyan dichos símbolos para que puedan familiarizarse con facilidad. (orientacionandujar, 2017) [29].

Así que, uno de los elementos básicos de las matemáticas es el valor de las cantidades, si un número es menor, mayor o igual a otro. Aun cuando los niños pueden intuir estos conceptos, suele ser más complicado que sepan aplicarlos a los números naturales y que, además, sepan representarlos con sus símbolos correspondientes.

### 4.3 Aproximaciones teóricas sobre el desarrollo del pensamiento numérico en educación primaria <sup>11</sup>

La naturaleza del pensamiento numérico es la utilidad como una acción inherente al desarrollo del pensamiento humano, las nociones numéricas, en general, son inseparables de los procesos cognoscitivos superiores del individuo. Piaget destaca “[...] que en el contexto comprensivo del pensamiento interactúan muchos procesos mentales de carácter simbólico, donde su formalización deviene de una larga secuencia de actividades de aprendizaje, estructuración simbólica que inicia desde los primeros años de vida” (Montaña, Pérez y Torres, 2016., p.110).

Newcombe por su parte,

[...] propone que el pensamiento numérico debe ser considerado como una forma de pensamiento superior pues su adquisición deviene desde la primera infancia, y va evolucionando en la medida en que los estudiantes piensan numéricamente en contextos significativos. Desde esta perspectiva, según Piaget (1971), la educación primaria tendría que esforzarse por contextualizar didácticamente el pensamiento numérico desde situaciones reales vividas por el niño y de acuerdo con los estadios de desarrollo intelectual que éste presenta (Montaña, Pérez y Torres, 2016., p.11).

Así, como refiere Dreyfus

[...] el aprendizaje del número no es solo una cuestión que evoca el desarrollo cognitivo del educando, también implica tener en cuenta el contexto sociocultural en el que el niño despliega sus actividades intelectuales, ya que cada uno desarrolla su pensamiento

---

<sup>11</sup> Montaña, C.A., Pérez, A. A. y Torres, M.N. (2016). Aproximaciones teóricas sobre el desarrollo del pensamiento numérico en educación primaria. *Educación y Ciencia*, (16), 107-125. <https://bit.ly/3LoTz4R> [27]

de forma singular y solo él puede determinar los logros que puede alcanzar en su formación. (Montaña, Pérez y Torres, 2016., p.11)

Por otra parte, el pensamiento numérico desde la racionalidad infantil, está mejor fundamentada en la tesis del interaccionismo simbólico que plantea las aportaciones teóricas de las representaciones sociales, pues al concebir dicho concepto como un sistema simbólico de configuración social permite vislumbrar nuevos horizontes en la apropiación del conocimiento matemático dentro de la práctica didáctica, ya que las representaciones sociales facilitan el tránsito de intercambios significativos, conceptos e información.

Por ejemplo, un docente, haciendo uso de la construcción social de la realidad, que pretenda desarrollar el pensamiento numérico puede hacer uso de objetos (reales o simbólicos) propios del contexto: aspectos de sus costumbres, representaciones elaboradas desde su cultura; así como de los artefactos interactivos (virtuales) con los que interactúa cotidianamente.

Ahora bien, el interaccionismo simbólico en el pensamiento numérico es posible si se explora a fondo la naturaleza y los efectos subjetivos del símbolo, el signo, la imagen o el significado de estos en el campo de la didáctica. De esta forma, es imposible desarrollar un ejercicio u operación numérica si no existiese coherencia lógica entre los múltiples signos o símbolos que la representan.

Para terminar, se puede hablar de la semiótica, definida como la ciencia que estudia las formas de representación que el hombre hace del mundo, en la configuración del pensamiento numérico dentro del proceso de interacción social y el proceso comunicativo. La ciencia semiótica cobra pertinencia en el pensamiento numérico debido a que todo conocimiento, por más objetivo que parezca, debe obedecer a unas reglas de interpretación socialmente adquiridas.

Por tanto, la semiótica como un sistema general de signos, aporta el concepto de sintagma al desarrollo del pensamiento numérico, como encadenamiento de sentido o construcción estructural de significado. De esta forma, permite que, en el proceso de enseñanza-aprendizaje, el estudiante requiera de una construcción o reestructuración de significados, partiendo desde diferentes unidades de signos o símbolos, que entrelazarían un discurso coherente en términos matemáticos. (Montaña, Perez y Torres, 2016, p.114).

#### **4.4 Comunidades de Aprendizaje**

Rogoff refiere que

[...] el aprendizaje en comunidad es un tipo básico de formación humana, ya que mediante las interacciones en la formación se desarrollan vínculos de colaboración. En este trabajo colaborativo se hace uso del lenguaje matemático, primero como medio de la comunicación y, luego, como herramienta del pensamiento. Desde la concepción vygotskiana en que ancla su propuesta de comunidades de aprendizaje, el lenguaje juega un rol central, porque en él se comunican los conceptos, tanto espontáneos como científicos, que darán forma al pensamiento lógico - matemático, donde la actividad comunicativa es un punto de encuentro entre las actividades de los aprendices y las actividades de quienes guían el aprendizaje [...] [34] (Rodríguez Arocho, Wanda C., & Alom Alemán, Antoinette, 2009).

Por su parte, Wenger entiende las comunidades de aprendizaje

[...] como grupos de personas que comparten valores y creencias que orientan sus actividades a una meta cuyo logro depende de los aportes del colectivo. La formación y consolidación del grupo en el trayecto hacia la meta dará un sentido de comunidad que implicará conciencia de la pertenencia al grupo, influencias recíprocas, satisfacción de

necesidades individuales y colectivas y vivencias compartidas que crean vínculos emocionales y académicos [...] (Rodríguez Arocho, Wanda C., & Alom Alemán, Antoinette , 2009).

Las autoras de la presente investigación resumen lo anterior afirmando que, las comunidades de aprendizaje se refieren a un modelo educativo basado en la inclusión, igualdad y diálogo, con el fin de incorporar diversas visiones, niveles y formas de trabajo, de tal manera que unos aprenden de otros y así a partir de sus intereses comunes, mediante el apoyo y aportes individuales lograrán los objetivos para llegar al resultado final con sus fortalezas.

#### **4.5 Estándares Básicos de Competencias (EBC)**

El aprendizaje matemático se propone

[...] como un proceso activo que emerge de las interacciones entre estudiantes y contextos, entre estudiantes y estudiantes y entre estudiantes y profesores en el tratamiento de las situaciones matemáticas. Estas formas de interacción tienen importancia capital para la comunicación y la negociación de significados. Por ello se enfatiza en el diseño de situaciones matemáticas que posibiliten a los estudiantes tomar decisiones; exponer sus opiniones y ser receptivos a las de los demás; generar discusión y desarrollar la capacidad de justificar las afirmaciones con argumentos. (MEN, *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. 2006, p.73) [25].

En los EBC se seleccionan niveles de avance en el desarrollo de las competencias asociadas a cinco tipos de pensamiento matemático y la distribución en cinco conjuntos de grado. Para la presente investigación se enfatizará en el pensamiento numérico y en el conjunto de primero a tercero, específicamente en el grado segundo de primaria. Así, se tendrá en cuenta el desarrollo de los siguientes estándares:

- Reconoce significados del número en diferentes contextos entre ellos el conteo.
  - Describe, compara y cuantifica situaciones con números en diferentes contextos y con diversas representaciones.
  - Usa representaciones, principalmente concretas y pictóricas para explicar el valor numérico.
  - Utiliza relaciones de orden (mayor que, menor que e igual) en diferentes contextos.
- (MEN, 2006).

Por ello, en la presente investigación se implementarán estrategias y actividades que permitan a los niños manipular y experimentar con diferentes objetos a través del empleo de actividades para identificar, comparar, clasificar y seriar objetos de acuerdo a sus características utilizando por medio de un conjunto de actividades didácticas que contribuyan al desarrollo del pensamiento numérico.

#### **4.6 La Teoría de Piaget**

Para este investigador, en el desarrollo del pensamiento

[...] intervienen directamente dos ciencias que explican el proceso relacionado con los aprendizajes de los niños y niñas tales como: la psicología cognitiva y la neurociencia.

La psicología cognitiva ayuda a comprender como se adquiere el conocimiento, como el niño aprende a tomar conciencia de sí mismo y de su entorno, como realiza diversas tareas y como son sus desempeños; por su parte la neurociencia explica cómo se desarrolla el cerebro, cómo su estructura está determinada biológicamente en la fase prenatal y que el fundamento para su evolución posterior depende de la interacción que el niño y niña establezca a temprana edad en su entorno. (Varas y Zarco, s.f., párr.1)

Así,

El desarrollo cognitivo se adquiere a través de los procesos de asimilación y acomodación en la adaptación que experimenta el niño en el contexto natural, el niño/niña al enfrentar una situación o un objeto, intenta asimilar aquellos a través de esquemas cognitivos existentes. Como resultado esta asimilación estos esquemas se construyen o se amplían para realizar la acomodación. (Varas y Zarco, s.f., párr.3)

Piaget propone cuatro estadios que son:

- Estadio sensoriomotor: (nacimiento hasta los 24 meses de vida) son los conocimientos innatos en la inteligencia a través de esquemas por la interacción con el medio.
- Estadio preoperatorio: (de los 2 a los 7 años) se da la aparición de la función semiótica, que permite a los niños utilizar conceptos, y símbolos de forma intuitiva.
- Estadio de las operaciones concretas: (de los 7 a los 11 años) esta etapa marca el comienzo del pensamiento lógico u operativo. Se caracteriza por el desarrollo del pensamiento organizado y racional. Los niños elaboran pensamientos concretos y son capaces de utilizar la lógica para llegar a conclusiones, aunque su raciocinio se limita por lo que pueden oír, tocar y experimentar. Los niños adquieren las habilidades de conservación (número, área, volumen, orientación, entre otros) y la reversibilidad.
- Estadio de las operaciones formales: (se inicia alrededor de los 11 años y alcanza su pleno desarrollo tres años más tarde) se trata del desarrollo de la inteligencia abstracta, es decir, lo real se subordina a lo posible, según el carácter hipotético-deductivo y proporcional (Varas y Zarco, s.f.).

Piaget también plantea tres métodos complementarios para utilizar la epistemología matemática, que tiene que ver con la teoría del conocimiento matemático y con el análisis y el estudio de problemas filosóficos originados en las matemáticas, a saber:

- El análisis formalizante: problemas de estructura formal de los conocimientos matemáticos y de la validez de los sistemas.
- El análisis psicogénético: problemas de hecho y no de validez formal, referidos a la caracterización de los estados de conocimiento matemáticos en los distintos niveles sucesivos.
- Método histórico-crítico: es la reconstrucción de la historia de la ciencia en tanto análisis de los procesos conducentes de un nivel de conocimiento a otro (Ferreiro y Garcia, 1978) [16].

De ahí que, la teoría de Piaget plantea métodos al ámbito educativo, ya que los docentes deben facilitar el aprendizaje teniendo en cuenta las etapas en las que se encuentre el niño.

## Figura 2

### *Estadios de Piaget*

<b>Etapa</b>	<b>Edad</b>	<b>Característica</b>
<b>Sensoriomotora</b> El niño activo	Del nacimiento a los 2 años	Los niños aprenden la conducta propositiva, el pensamiento orientado a medios y fines, la permanencia de los objetos
<b>Preoperacional</b> El niño intuitivo	De los 2 a los 7 años	El niño puede usar símbolos y palabras para pensar. Solución intuitiva de los problemas, pero el pensamiento está limitado por la rigidez, la centralización y el egocentrismo.
<b>Operaciones concretas</b> El niño práctico	De 7 a 11 años	El niño aprende las operaciones lógicas de seriación, de clasificación y de conservación. El pensamiento está ligado a los fenómenos y objetos del mundo real.
<b>Operaciones formales</b> El niño reflexivo	De 11 a 12 años y en adelante	El niño aprende sistemas abstractos del pensamiento que le permiten usar la lógica proposicional, el razonamiento científico y el razonamiento proporcional.

*Nota.* Tomado de Linares, A (s.f.). [22]

## 4.7 La propuesta de Vygotski

Este académico afirma que el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio (entendido este último como físico, social y cultural) en el que los nuevos conocimientos son producto de los propios esquemas de la persona y su realidad, en comparación con los esquemas de los individuos que lo rodean. En tal sentido se considera a la persona como un ser eminentemente social y al conocimiento como un producto social. Otro

aporte significativo de su teoría es que el funcionamiento de los procesos cognitivos más importantes permite desarrollar todos los procesos psicológicos superiores (comunicación, lenguaje, razonamiento, etc.) que se adquieren en un contexto social y luego se interiorizan gracias al uso de un determinado comportamiento cognitivo.

Vygotski considera, que en la construcción del pensamiento una función aparece dos veces: a nivel social (interpersonal) y a nivel personal (intrapersonal), que son procesos que se aplican en cualquier situación en que se vea inmerso el sujeto, donde la atención, la memoria y la formulación de conceptos son primero un fenómeno social y después, progresivamente, se transforman en una propiedad del individuo.

### **Tabla 1**

*Cuadro comparativo entre la Teoría de Piaget y la Teoría de Vygotski*

<b>PIAGET</b>	<b>VYGOTSKI</b>
El conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio físico.	El conocimiento es un medio de interacción entre el sujeto y el medio tanto social como cultural.
Las actividades de descubrimiento son prioritarias lo cual no implica que el niño aprenda en solitario; por el contrario, una de las características principales es la importancia que otorga a las interacciones sociales.	La internalización, asume que el aprendizaje viene de afuera hacia adentro, de lo social a lo individual.
En el desarrollo del ser humano hay un proceso de socialización.	En el desarrollo del ser humano hay un proceso de diferenciación social.
La potencialidad cognoscitiva del sujeto depende de la etapa del desarrollo en el que se encuentre.	El sujeto depende de la calidad de la interacción social y de la zona de desarrollo próximo del sujeto.
El ser humano al nacer se encuentra en un estado de desorganización que deberá ir organizando a lo largo de las etapas del desarrollo de su vida.	El ser humano al nacer tiene una percepción organizada puesto que está dotado para dirigirla a estímulos humanos y para establecer interacción social.

El alumno juega un papel activo y logra el aprendizaje construyendo el conocimiento por medio de sus acciones y se da de forma individual.	El alumno juega un papel activo en su intento de aprender y las destrezas que adquiere son en base a sus problemas culturales y se da de forma colaborativa.
La educación tiene como finalidad favorecer el crecimiento intelectual, afectivo y social del niño, pero teniendo en cuenta que ese crecimiento es el resultado de procesos evolutivos naturales.	La zona de desarrollo próximo se entiende como la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial.

*Nota.* Tomado de P. D'ors, 2018. [12]

En el desarrollo del pensamiento matemático, las teorías de Piaget y Vygotski guardan estrecha relación e influyen en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Piaget, por un lado, distingue tres tipos de conocimiento: físico, lógico-matemático y social, que se describen a continuación:

- **Conocimiento físico:** es el que rodea a la persona y está constituido por los objetos del mundo natural. El énfasis del razonamiento está en el objeto mismo (dureza, rigurosidad, peso, sabor, textura) y es adquirido a través de la manipulación de los objetos cercanos que facilitan la interacción con el medio. Mediante la observación el niño abstrae la forma, el color, tamaño y es la única posibilidad que tiene para establecer las propiedades del objeto u persona.
- **Conocimiento lógico:** proceso de adquisición de nuevos códigos que hacen posible la comunicación con el entorno. Las relaciones lógico-matemáticas constituyen una base indispensable para la adquisición de conocimientos en todas las áreas académicas, instrumento a través del cual se asegura la interacción humana; de allí la importancia del desarrollo de competencias de pensamiento lógico, esenciales para la formación integral del ser humano.

- **Conocimiento social:** es un conocimiento arbitrario, basado en el consenso social, que adquiere el niño al relacionarse con otros niños o con el docente en su relación niño-niño y niño-adulto. Piaget considera que, el pensamiento matemático

[...] deja de estar en el objeto para estar en el sujeto y este se construye a través de la coordinación y manipulación de objetos; este conocimiento surge de una abstracción reflexiva que hace el niño y niña a la acción, por tanto, se desarrollan en su mente a través de las interacciones con los objetos y desde lo más simple a lo más complejo.

(Varas y Zarco, s.f., párr.2) [46]

Se puede concluir, en ese sentido, que a medida que el niño tenga contacto con los objetos del medio (conocimiento físico) y comparta sus experiencias con otras personas (conocimiento social) mejor será la estructuración de su conocimiento lógico-matemático. [31]

## Capítulo IV

A continuación, se dará a conocer el tipo de investigación y el método para la realización del presente trabajo.

### 5. Enfoque Metodológico

La presente investigación es de tipo descriptiva con enfoque cualitativo, que utiliza la recolección y análisis de los datos para afinar las preguntas de investigación o revelar nuevas interrogantes en el proceso de interpretación (Sampieri, R, 2014) [37], ya que se basa en la observación, análisis de información y los datos obtenidos son subjetivos y poco controlables, por lo que se centra en aspectos descriptivos. Ello, teniendo en cuenta que el proceso que se va a desarrollar tiene como objetivo obtener, registrar, tematizar, relacionar, categorizar y analizar racionalmente información sobre un tema específico: la manera en que los niños desarrollan el pensamiento numérico.

Para prosperar en el desarrollo del pensamiento matemático en general, son necesarias tres componentes que crean esa atmósfera: interrogar, desafiar y reflejar, de igual forma, se apoya el pensamiento matemático en la persuasión según el entorno de preguntas, aspecto necesario para el pensamiento propio, fundamentalmente si se está en condiciones de afectar el pensamiento matemático de los demás.

En esta investigación:

- Muestra los sujetos de estudio que son los 23 estudiantes (niños y niñas) de 2° de primaria que oscilan entre los 7 y 8 años, en la Jornada Mañana de la I.E. María Cristina Arango de Pastrana, de carácter Oficial de la ciudad de Neiva.
- El análisis de datos es inductivo, ya que las interpretaciones se construyen a partir de la información obtenida de actividades elaboradas por las investigadoras.

- El foco de investigación es de carácter exploratorio, descriptivo e interpretativo, ya que, de las preguntas se establecen hipótesis y determinan variables; se traza un plan para probarlas (diseño); se miden las variables en un determinado contexto; se analizan las mediciones obtenidas utilizando métodos estadísticos, y se extrae una serie de conclusiones.
- La estrategia de recolección de información depende: a) el análisis de materiales escritos como instrumentos cuasi-observables que reemplazan al observador y al entrevistador; b) el análisis de datos es de tipo cualitativo.
- La información se analiza de manera general y se obtiene conclusiones y resultados.

## **5.2 Rutas de recolección de datos.**

Para la recolección de información con el fin de lograr los objetivos propuestos se lleva a cabo el siguiente procedimiento o etapas para responder a la pregunta de investigación.

- Escogida del colegio en la ciudad de Neiva, el cual fue la I.E. María Cristina Arango De Pastrana.
- Permiso para realizar las actividades, en la que junto con el asesor nos dirigimos a la Institución se habla con la coordinadora y la directora del grado segundo para el respectivo permiso.
- Entrevista a la docente de segundo sobre los estudiantes, dificultades que presentaban y organizar horarios para empezar a implementar las actividades propuestas.
- Nos presentamos a los estudiantes y realizamos algunas dinámicas para conocerlos mejor y que hubiera mejor acople durante la realización de actividades.

- Implementación de las 5 actividades, en la cual durante la solución de cada actividad se realizaba la explicación y ejemplos, al finalizar se socializaban las actividades junto con la ayuda de los mismos estudiantes.

## 5.2 Análisis de datos

Al buscar la caracterización del pensamiento numérico de los estudiantes, en este trabajo se destaca por la triangulación de información (Leech, N.L., & Onwuegbuzie, A. J, 2007) [21] para la extracción de conclusiones basada en:

- Análisis del discurso escrito y verbal del estudiante.
- Revisión del proceso de solución de las actividades planteadas.
- Interacciones estudiante-estudiante, docente-estudiante y estudiante-grupo general.

### 5.2.1 Análisis del discurso escrito y verbal del estudiante

Tanto el discurso escrito, como verbal, permiten externalizar las subjetividades de los sujetos, lo cual ofrece a quien analiza, evidencia de sus procesos cognitivos internos, la forma en la que se estructuran, sus avances, retrocesos y problemáticas que enfrentan (Van Dijk, T. A. , 2005) [45]. Esto puede ser particularmente útil cuando se quiere observar el desarrollo del pensamiento matemático, pues el razonamiento interno de los estudiantes frente a una actividad suele estar oculto y sólo se muestran procedimientos, técnicas o métodos.

(Duval, R., 1998) [14], describe que el razonamiento matemático en estudiantes puede entenderse en función de la forma en la cual se articule el discurso, tanto verbal como escrito, del estudiante. Para esto, se establecen tres niveles:

- Proceso de razonamiento configural: en el cual existe una interacción discursiva y operatoria. El estudiante cambia las configuraciones iniciales en función de las

afirmaciones matemáticas. Particularmente, se observa que el estudiante llega a este punto si distingue propiedades relevantes para resolver la actividad planteada (variables, datos, contexto, operaciones, etc.), incluso, si su conocimiento sobre el tema es suficiente, podría resolver la situación por simple inspección. Para llegar a este nivel de razonamiento, según (Torregosa, G., & Quesada, H., 2007; 2010) [42] el estudiante puede pasar por las siguientes etapas:

- Si hay solución a la actividad:
  - Truncamiento: este desenlace ocurre cuando el desarrollo de la solución ofrece la idea que resuelve el problema, lo cual permite generar un proceso deductivo que lleva a resolver la situación.
  - Conjetura sin demostración: es la situación en la cual el estudiante por medio de su razonamiento genera una solución al problema, pero dicho resultado es basado en conjeturas no probadas.
- Bucle, no hay solución al problema: cuando el estudiante se enfrenta a un bloqueo y le impide avanzar hacia la solución.
- Proceso Discursivo Natural: es la expresión, en lenguaje ordinario, de explicaciones, argumentaciones o descripciones sobre la situación, actividad o problema que el estudiante está resolviendo. La identificación de que el estudiante se encuentra en este proceso depende, por una parte, del entendimiento del investigador sobre las relaciones discursivas básicas en el habla y la escritura del aprendiz (estructuras de texto tipo premisa-argumentos-conclusión), y por otra, del reconocimiento del uso de operadores o símbolos que hace el estudiante (Duval, 1998).

- **Proceso Discursivo Teórico:** en este, se demanda un nivel más alto de dominio del tema por parte de los estudiantes. Si el estudiante se encuentra aquí, significa que tiene la capacidad para expresar las soluciones de manera formal, usando para ello conceptos, definiciones o axiomas. Estar en este nivel implica que se usen estos elementos para argumentar pasos, métodos, operaciones o relaciones que establecen (Torregrosa y Quesada, 2007).

### ***5.2.2 Revisión del Proceso de Solución de las Actividades***

Para analizar el proceso de solución de las actividades, se considerará el trabajo individual y lo que logra realizar el estudiante en una zona de desarrollo colaborativo (Alvarez, A, & Del Rio, P, 1990) [1]. De esta manera, es posible determinar la influencia del trabajo colaborativo en el dominio de los conceptos matemáticos trabajados, hasta dónde llegan de manera individual y qué estrategias resultan convenientes para optimizar su desempeño. Específicamente, el producto de los estudiantes se analizará y categorizará en función de los siguientes seis niveles:

- **Desarrollo deficiente:** el estudiante no ofrece evidencia de aproximaciones a la solución de la actividad, no demuestra interés en ella o no posee las habilidades necesarias para resolverla (por ejemplo, que no esté alfabetizado).
- **Desarrollo básico incorrecto:** el estudiante es capaz de identificar los elementos inmersos en la situación, pero las decisiones u opciones que decide utilizar para solucionar la actividad no tienen un sentido correcto.
- **Desarrollo básico correcto incompleto:** el estudiante es capaz de identificar los elementos inmersos en la situación, sus decisiones y opciones para solucionar la actividad son correctas, sin embargo, no logra solucionar por completo la actividad.

- Desarrollo básico correcto y completo: el estudiante es capaz de identificar los elementos inmersos en la situación, sus decisiones y opciones para solucionar la actividad son correctas, además, logra completar la actividad de manera suficiente.
- Desarrollo avanzado incorrecto: el estudiante, a pesar de identificar los elementos inmersos en la situación, toma decisiones y opciones para resolver la actividad que no lo lleva a la solución buscada. A diferencia del básico incorrecto, en este nivel el procesamiento de los datos y los métodos, símbolos y estructuras usadas, demuestran alto nivel de dominio.
- Desarrollo avanzado correcto: el estudiante es capaz de identificar los elementos inmersos en la situación, sus decisiones y opciones para solucionar la actividad son correctas, además, logra completar la actividad de manera suficiente. A diferencia del básico, el estudiante que se ubica en este nivel demuestra un dominio alto de los conceptos y elementos matemáticos involucrados, destacando propiedades, relaciones, definiciones o características inherentes a los elementos usados en su solución.

### ***5.2.3 Interacciones estudiante-estudiante, docente-estudiante y estudiante-grupo general***

Gracias a las comunidades de aprendizaje, el estudiante se envuelve en un entorno propicio para las interacciones, lo que a su vez favorece su desarrollo (Wenger, E, 1999) [47]. Son estas interacciones las que se utilizarán para identificar el dominio de los conceptos matemáticos que poseen. En la interacción estudiante-estudiante, por medio de fotografías y posteriores transcripciones, se buscan menciones a las propiedades de los objetos trabajados que pueden hacer los estudiantes cuando hablan con sus compañeros de clase. En las interacciones docente-estudiante, se buscan, en las respuestas a los cuestionamientos hechos por el docente, cómo el

aprendiz utiliza los conceptos, cómo los relaciona, el tipo de lenguaje empleado y las referencias hechas.

Por último, se plantea la necesidad de analizar la interacción estudiante-grupo general, pues en ella puede observarse la paridad con la que se desenvuelve, las necesidades de distanciarse u homogeneizarse de los resultados y la influencia ejercida por este grupo hacia el aprendiz en cuanto a sus métodos y decisiones a la hora de resolver los problemas.

#### **5.2.4 Síntesis del análisis de datos**

Para sintetizar, al buscar estas características propias del pensamiento numérico en el estudiante, se recurre a triangular estas tres fuentes, y así, si el estudiante evidencia un proceso discursivo natural, pero en la resolución de la actividad hay un nivel avanzado y además sus interacciones se alejan del homogéneo proceder del grupo, estaríamos frente a un estudiante que seguramente posea un buen nivel de pensamiento numérico pero sus capacidades escritas o verbales se ven reducidas. Si sólo se analizara su discurso, se caería en el error de considerarlo con un desempeño normal o mediocre.

### **6. Instrumentos**

Para realizar la investigación se recurrirá a los siguientes sistemas de actividades didácticas, en el desarrollo de 5 ejercicios cada uno con su objetivo y materiales.

**Tabla 2**

*Cronograma de Actividades*

<b>ACTIVIDADES</b>	<b>FECHA</b>
ACTIVIDAD No. 1	Lunes 28 de Marzo del 2022
ACTIVIDAD No. 2	Jueves 07 de Abril del 2022

ACTIVIDAD No. 3	Lunes 11 de Abril del 2022
ACTIVIDAD No. 4	Jueves 21 de Abril del 2022
ACTIVIDAD No. 5	Lunes 02 de Mayo del 2022

### 6.1 Diseño Instruccional

Los pasos para seguir en una clase respectivamente son:

- 1) Saludo
- 2) Organización del aula
- 3) Entrega de actividades y materiales
- 4) Explicación de la metodología para la realización de la actividad
- 5) Realización y entrega de la actividad a las docentes
- 6) Socialización de las respectivas actividades en un trabajo mancomunado con las docentes
- 7) Retroalimentación

### 6.2 Actividades

#### 6.2.1 Actividad No. 1. Adivina el Número

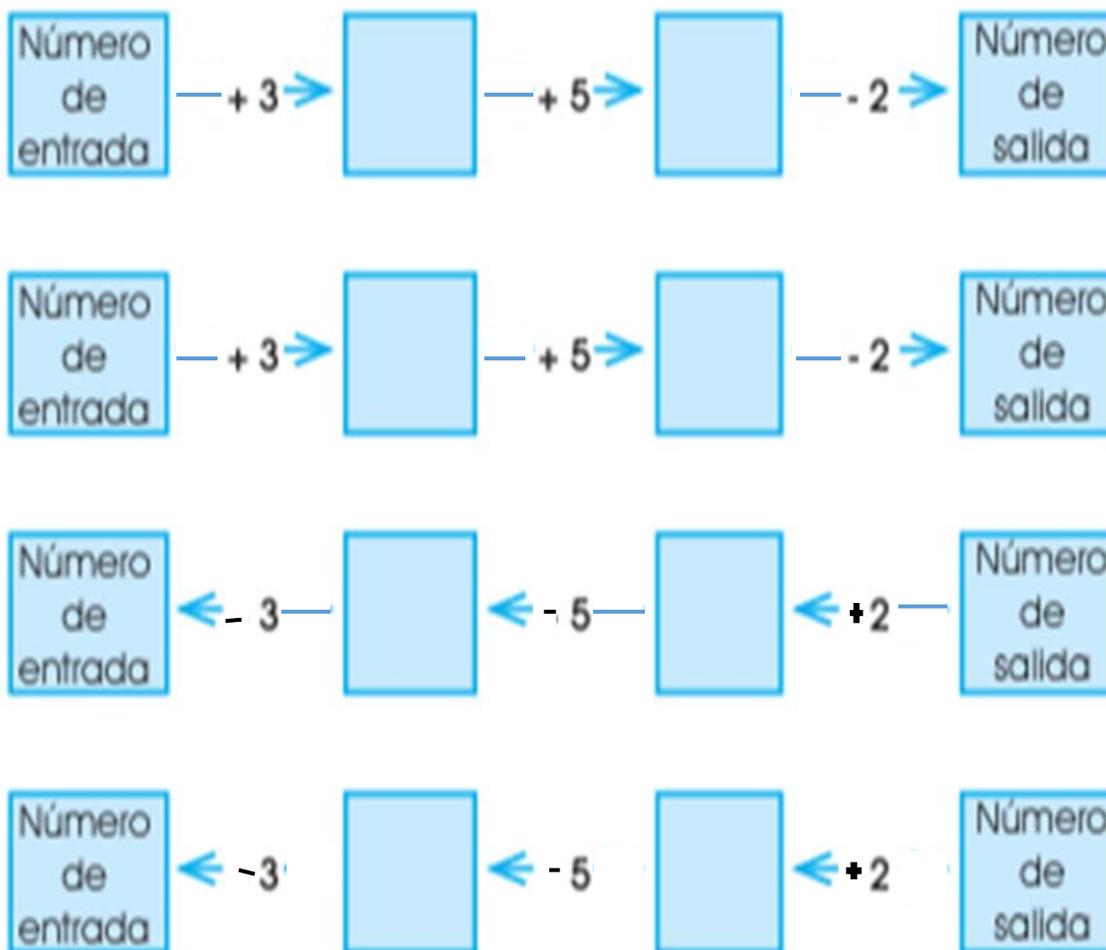
**Objetivo:** Utiliza diferentes procedimientos en la identificación de patrones para calcular un valor desconocido.<sup>12</sup>

**Duración:** 1 hora de clase.

**Materiales:** Lápiz, borrador y sacapuntas, cartulina, marcadores, temperas, colores, fichas numéricas, juegos en fotocopias.

---

<sup>12</sup> “Proponer e identificar patrones y utilizar propiedades de los números y de las operaciones para calcular valores desconocidos en expresiones aritméticas, incentiva su desarrollo en el pensamiento numérico” (MEN, 2016, p.19). [26]

**Figura 3***Act 1. Adivina el Número*

Para la realización de esta actividad se utilizará el siguiente material didáctico: fichas, carteleras y fotocopias.

El estudiante debe ubicar uno por uno los números de entrada 1 y 4, luego efectuar las operaciones indicadas en la cadena numérica y encontrar los respectivos valores de salida, de la misma manera en forma inversa, deberán ubicar uno por uno los números de salida 18 y 36. Cada alumno se retará así mismo y analizará el respectivo proceso a seguir cumpliendo con la cadena numérica para poder encontrar los respectivos valores de entrada.

Finalmente, se quiere que los alumnos identifiquen, comparen, clasifiquen y realicen seriación, para estimular su desarrollo en el pensamiento numérico.

### 6.2.2 Actividad No. 2. Encontrando el Número

**Objetivo:** Utiliza diferentes procedimientos en seriación para calcular un valor desconocido.

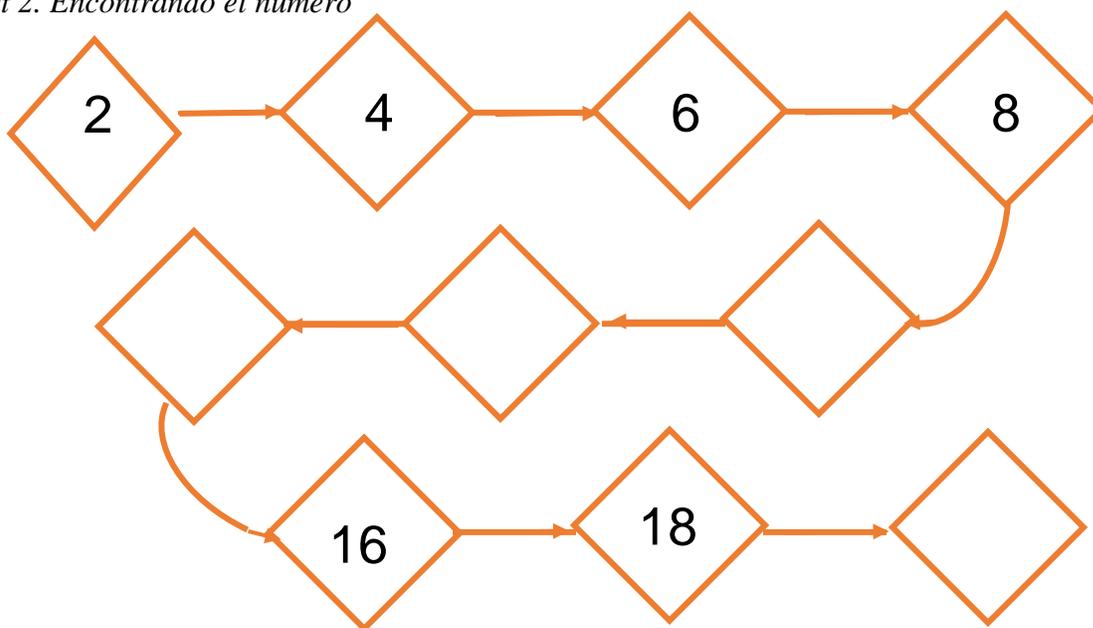
**Duración:** 1 hora de clase.

**Materiales:** Lápiz, borrador y sacapuntas, cartulina, marcadores, temperas, colores, fichas numéricas, juegos en fotocopias.

#### Figura 4

Act 2. Encontrando el número

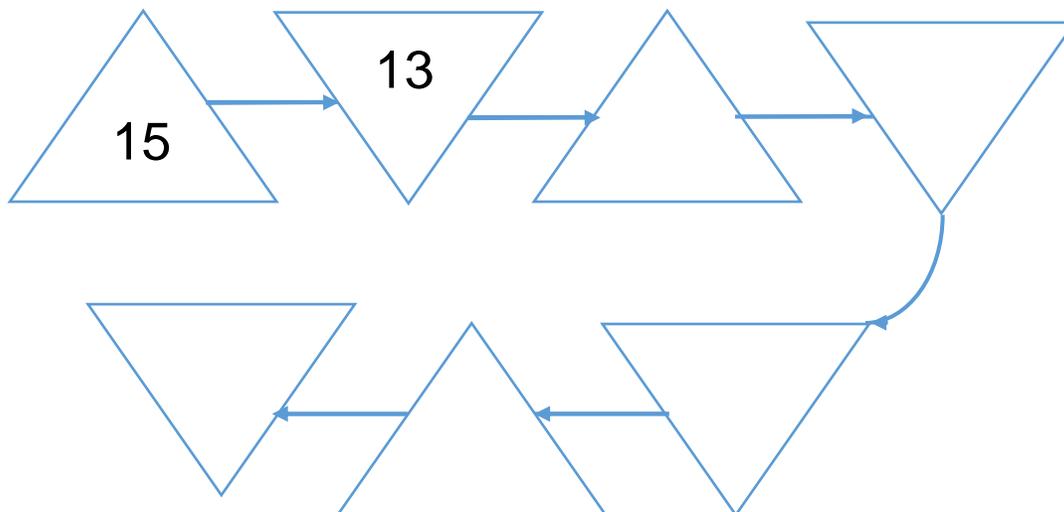
A)



**B)** Completa la secuencia descendente de números impares.

**Figura 5**

*Act 2. Encontrando el número*



Se fomentará el trabajo según las comunidades de aprendizaje, conformados por equipos de 3 estudiantes, con el fin de que incorporen diversas visiones, niveles y formas de trabajo. De esta forma unos aprenderán de otros y llegarán al resultado final con sus fortalezas.

Después de 20 minutos de trabajar en la actividad, pasará al tablero un estudiante de cada grupo a resolver los ejercicios propuestos anteriormente.

Lo que se quiere es que a los estudiantes les suponga un reto o un esfuerzo mental, cómo estrategia para estimular el desarrollo del pensamiento numérico.

### 6.2.3 Actividad No. 3. Suma Misteriosa

**Objetivo:** Identificar diferentes maneras de obtener una suma dada o calcular de forma lógica el resultado.

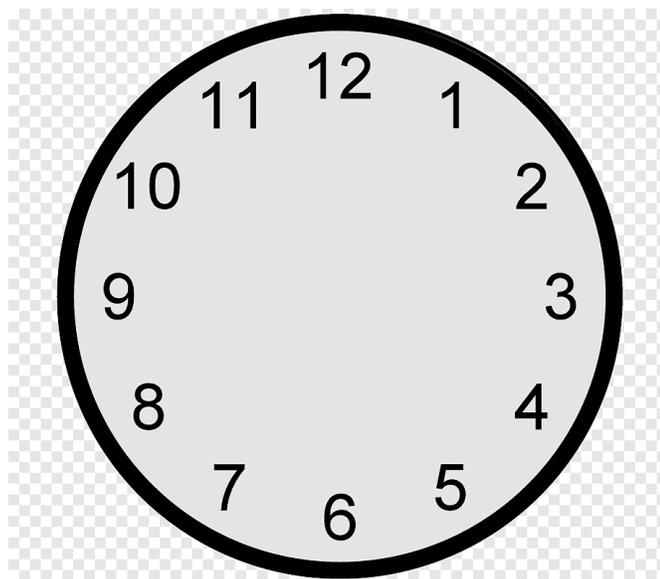
**Duración:** 1 hora de clase.

**Materiales:** Lápiz, borrador, sacapuntas, colores, marcadores, fotocopias.

Dividir el reloj en 6 partes, con la condición que sumados dos números dé como resultado 13.

#### Figura 6

Act 3. Suma Misteriosa



Se continuará el trabajo con las comunidades de aprendizaje, conformados por equipos de 3 estudiantes, con el fin de que incorporen diversas visiones, niveles y formas de trabajo. De esta forma unos aprenderán de otros y llegarán al resultado final con sus fortalezas.

Después de 20 minutos de trabajar en la actividad, pasará al tablero un estudiante de cada grupo a resolver el ejercicio propuesto anteriormente.

Lo que se quiere es que a los estudiantes les suponga un reto o un esfuerzo mental, cómo estrategia para estimular el desarrollo del pensamiento numérico.

#### 6.2.4 Actividad No. 4. Comparando Conjuntos

**Objetivo:** Reconocer, contar, comparar la cardinalidad entre conjuntos y relaciones de orden.<sup>13</sup>

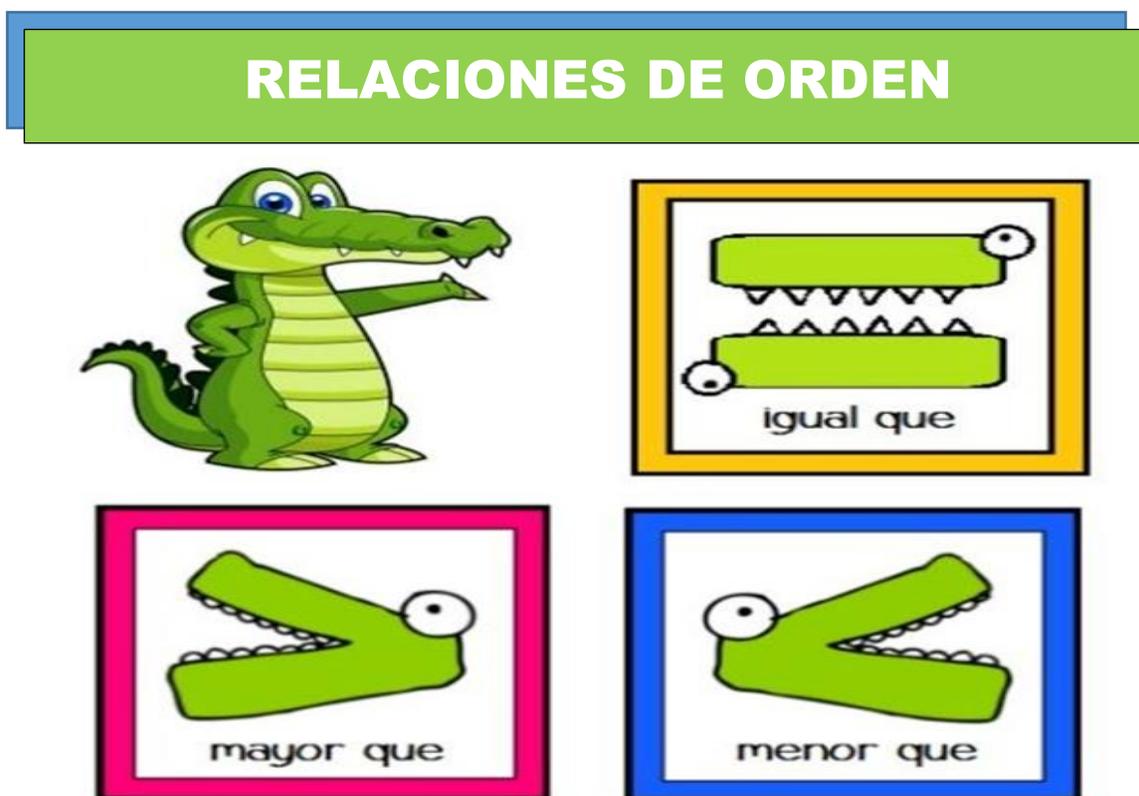
**Duración:** 1 hora de clase.

**Materiales:** Fichas numéricas, fotocopias, colores, lápiz, borrador y sacapuntas.

Los ejercicios dados a continuación serán entregados en fotocopias a los estudiantes y después de 45 minutos terminados el ejercicio se socializará las respuestas en carteleras con el fin de llevar a cabo una autoevaluación en el grupo.

#### Figura 7

Act 4. Comparando Conjuntos



<sup>13</sup> “Permite ejercitar nociones lógicas de clasificación, seriación, correspondencia y conservación de cantidad, que conducirá el pensamiento numérico del niño de un intuitivo a un lógico racional” (Ushiña, 2012) [44].

Conta los objetos en cada conjunto y relaciónalos ( $<$ ,  $>$ ,  $=$ )

**Figura 8**

*Act 4. Comparando Conjuntos*

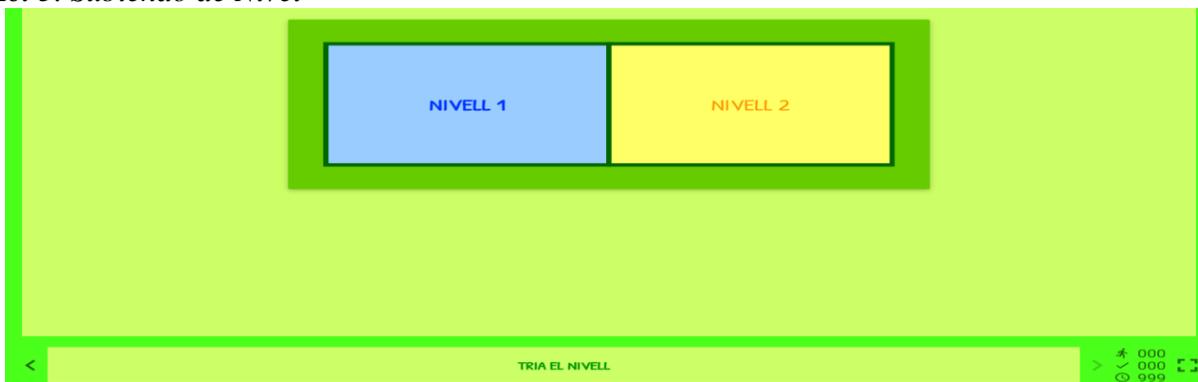
The worksheet is enclosed in a decorative blue border with a scalloped edge. It contains four rows of items, each row consisting of two ovals, a central comparison box, and two count boxes. The items are as follows:

- Row 1:** Left oval contains 7 small brown hats; right oval contains 5 small brown hats. Comparison box is empty. Count boxes are empty.
- Row 2:** Left oval contains 3 red roses; right oval contains 3 red roses. Comparison box is empty. Count boxes are empty.
- Row 3:** Left oval contains 1 yellow basket; right oval contains 3 yellow baskets. Comparison box is empty. Count boxes are empty.
- Row 4:** Left oval contains 5 strawberries; right oval contains 2 strawberries. Comparison box is empty. Count boxes are empty.

### 6.2.5 Actividad No. 5. Subiendo de Nivel

#### Figura 9

Act 5. Subiendo de Nivel



**Objetivo:** Caracterizar la eficacia del Sudoku en el desarrollo del pensamiento numérico por medio de la seriación, representación y clasificación del significado de número.<sup>14</sup>

**Duración:** 1 hora de clase.

**Materiales:** Sala de cómputo, página virtual *Sudokus*, tablero, marcadores.

**Actividad:** Con el fin de incentivar el uso de las TIC'S, se trabajará con los estudiantes en la plataforma interactiva *Sudokus*<sup>15</sup>, que permite caracterizar la eficacia del sudoku en el desarrollo del pensamiento numérico. Así, en un primer momento, van a resolver de forma individual, los sudokus Nivel 1, donde se alienta la práctica de aptitudes que pueden trasladarse a la vida cotidiana, se fomenta la motivación y la habilidad para solucionar problemas y maneras sencillas de afianzar conocimientos. Después en comunidades de aprendizaje que consisten en parejas de estudiantes resolverán los sudokus en línea Nivel 2, para lo cual cada estudiante incorporará diversas visiones, niveles y formas de trabajo. De esta forma aprenderán mutuamente y llegarán al resultado final con sus fortalezas.

<sup>14</sup> Arivilca, R. y Catari, A. (2019). *El Sudoku como Estrategia Didáctica para el Desarrollo de la Seriación y Clasificación en el Área de Matemáticas en Niños y Niñas de 5 Años de la Institución Privada La Recoleta Kids, Distrito de San Miguel Provincia de San Román 2018* [tesis de pregrado, Universidad Nacional del Altiplano]. <https://bit.ly/3ILh5aq> [2]

<sup>15</sup> Obtenido de <https://clic.xtec.cat/projects/sudoku2/jclic.js/index.html>

Las investigadoras consideran que la importancia de las actividades anteriormente mencionadas reside en que permiten caracterizar el pensamiento numérico en los estudiantes de grado segundo de primaria.

1. Al emplear actividades como las antes mencionadas, llevan a que los estudiantes logren identificar, comparar, clasificar y seriar.
2. Plantear a los alumnos situaciones como las antes vistas, permite superasen a lo que ellos suponen un reto o un esfuerzo mental para identificar su desarrollo del pensamiento numérico.
3. Los ejercicios planteados anteriormente, favorecen la reflexión de los resultados obtenidos, con el fin de que mejoren su desempeño en el pensamiento numérico.

## Capítulo V

A continuación, daremos a conocer los resultados obtenidos en la ejecución del sistema de actividades implementadas en la I.E. María Cristina Arango de Pastrana con el grado correspondiente, además las respectivas conclusiones y recomendaciones por parte de las investigadoras.

### 7. Resultados

Para presentar los resultados de las actividades implementadas se emplearon tabulaciones, diagramas y la descripción de estas. Los resultados se presentaron a partir de los registros fotográficos y las actividades desarrolladas porque como se mencionó anteriormente, fueron realizados con la autorización de la docente a cargo del curso.

Los instrumentos se implementaron con una población de 23 estudiantes con la finalidad de observar características del pensamiento numérico según los Estándares Básicos de Competencias y el segundo estadio de las operaciones concretas propuesto por Jean Piaget y el aprendizaje social que propone Vygotski.

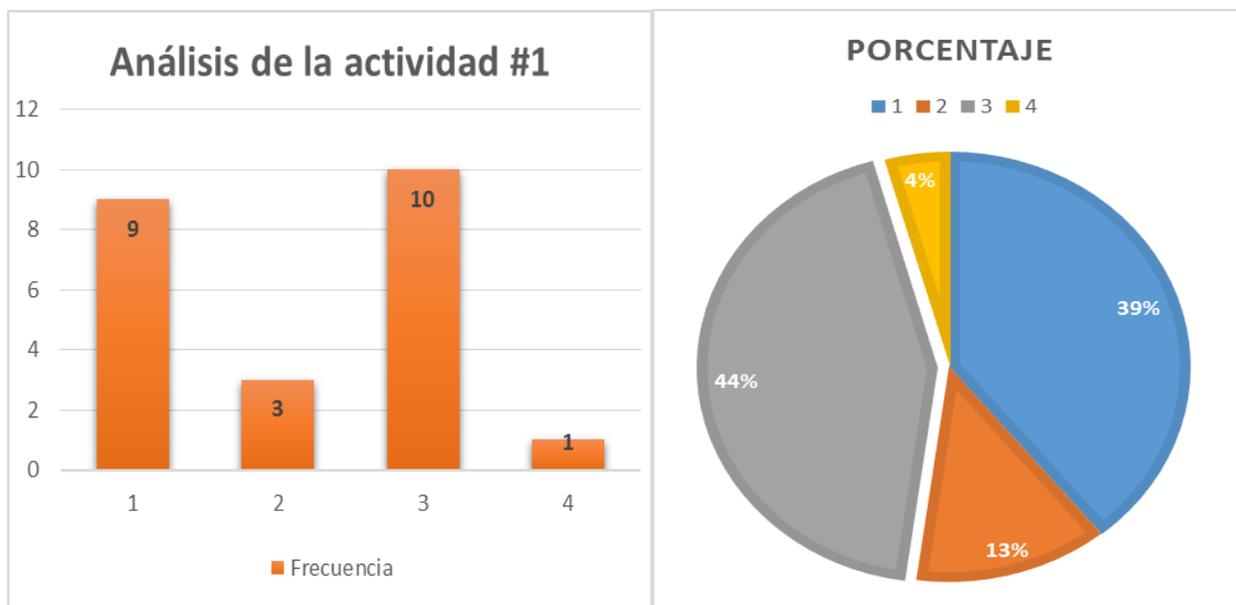
#### **Imagen 1**

##### *Actividad 1. Adivina el Número*

Para la realización de esta actividad se contó con la participación de 23 estudiantes, los cuales debían ubicar uno por uno los números de entrada 1 y 4, luego efectuar las operaciones indicadas en la cadena numérica y encontrar los respectivos valores de salida, de la misma manera en forma inversa, ubicaron uno por uno los números de salida 18 y 36, para realizar el respectivo proceso a seguir cumpliendo con la cadena numérica para poder encontrar los respectivos valores de entrada, finalizando con la socialización del respectivo ejercicio.

**Tabla 3***Análisis de la actividad No. 1*

<b>Tipos de respuesta</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Estudiantes que utilizan diferentes procedimientos en la identificación de patrones para calcular un valor desconocido	9	39%
Estudiantes que utilizan diferentes representaciones en la identificación de patrones para calcular un valor desconocido	3	13%
Estudiantes que no realizan procedimiento, ni representaciones, pero identifican de forma lógica algunos patrones para calcular valores desconocido	10	43%
Estudiantes que no realizan procedimientos, representaciones, ni identificación de patrones para calcular un valor desconocido	1	4%
<b>Total, de estudiantes que realizaron la actividad</b>	<b>23</b>	<b>100%</b>



En la tabla No.3 se resumen los resultados obtenidos de la actividad No. 1, en el cual se determina que los estudiantes identifican de manera correcta patrones para calcular valores desconocidos, incluso expresaban relaciones de forma ascendente y descendente, y realizan cálculos con distintos gráficos o representaciones para resolver la actividad.

Además, se puede evidenciar que el 50% de los estudiantes asignaban el valor desconocido por simple lógica, aunque unos ejercicios les quedaban bien realizados y otros no lograron el objetivo. Pese a esto, también hubo casos en los cuales el 45% de los niños pudieron establecer diferentes procedimientos o representaciones para encontrar la respuesta. Sin embargo, se observó que dos estudiantes se encuentran en un nivel más avanzado al de las operaciones concretas, por lo que la mayoría de los estudiantes cumplen satisfactoriamente con este estadio de Piaget, aunque un 5 % de estudiantes se les dificultó la actividad y no la realizaron por ello, no cumplen con las características de dicho estadio.

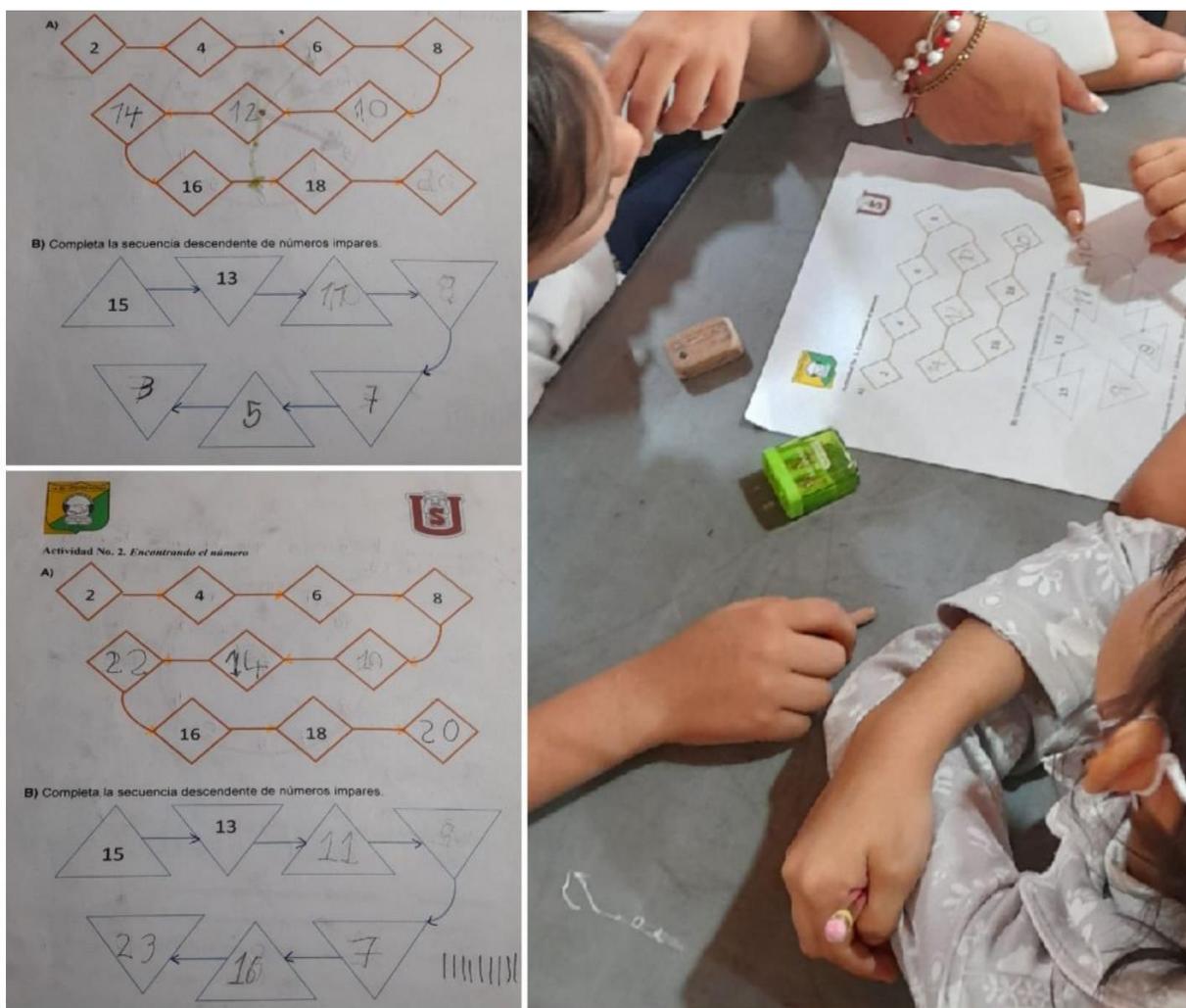
Se concluye que la mayoría de estudiantes reconocen patrones y en consecuencia se afirma que se encuentran en el segundo estadio de Piaget, "el concreto", incluso se pudo observar que 2 estudiantes se encuentran en un estadio más avanzado ya que piensan ágilmente,

entendieron la actividad antes de que la explicáramos y la solucionaron de manera lógica muy rápido.

## Imagen 2

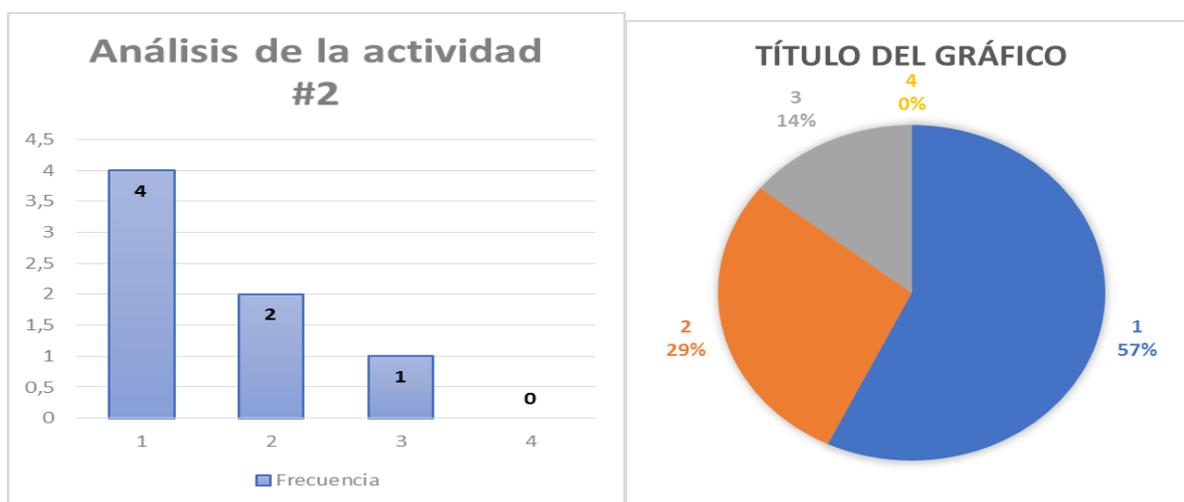
### Actividad No. 2. Encontrando el Número

Esta actividad se trabajó con 21 estudiantes conformados en 7 equipos de 3 niños, con un tiempo de 20 minutos para realizar la actividad y finalizar con la socialización del ejercicio.



**Tabla 4***Análisis de la actividad No. 2*

Tipos de respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Estudiantes que utilizan diferentes procedimientos en seriación para calcular un valor desconocido.	4	57%
Estudiantes que utilizan diferentes representaciones en la seriación para calcular un valor desconocido.	2	29%
Estudiantes que no realizan procedimiento, ni representaciones, pero identifican la seriación para calcular un valor desconocido.	1	14%
Estudiantes que no realizan procedimiento, representaciones, ni identificación de la seriación para calcular un valor desconocido.	0	0%
<b>Total, de grupos de 3 estudiantes que realizaron la actividad</b>	<b>7</b>	<b>100%</b>



Se observó que los alumnos mostraron un rendimiento más destacado en la aplicación del primer ejercicio, en el cual debían sumar de dos en dos de manera sucesiva, en cambio en el segundo ejercicio debían restar de 2 en 2 por lo que se les presentó un mayor grado de dificultad.

Sin embargo, como indica la tabla N° 4, la mayoría de los niños (67%) mostraron

desarrollo básico correcto y completo; el 11% presentaron desarrollo avanzado en los dos ejercicios propuestos en la actividad N° 2, las cuales consistían en utilizar diferentes procedimientos en seriación para calcular un valor desconocido. Además, se identificó que las comunidades de aprendizaje en que trabajaban los niños permitían apoyarse para encontrar los valores desconocidos de distintas maneras, ya fuera utilizando diferentes estrategias como contar en el ábaco, figuras o representaciones, donde encontrarán la sucesión del número y fueran realizando el conteo, aunque hubo un solo grupo que se le dificultó la actividad y por ende no la realizó, lo cual indica que, si bien no es relevante para la investigación, es una constante que da cuenta que este proceso no siempre todos los estudiantes están al mismo nivel.

Se concluye que en esta segunda actividad el aprendizaje social es muy necesario e importante ya que los estudiantes se apoyan entre ellos, aportan diferentes ideas y llega la mayoría a un resultado correcto, aunque cada grupo tenía sus ventajas y desventajas porque por ejemplo en dos grupos fue más ágil la ayuda y terminaron la actividad super rápido, en otros recochaban, discutían diferentes ideas de solucionar el ejercicio pero a lo último se entendían y entregaban la actividad solucionada la mayoría correctas y es ahí donde se identifica que es muy importante aprender en comunidad, de manera social como lo afirmó Vygotsky, además de que si reconocían uno de los elementos del pensamiento numérico, la seriación tanto ascendente como descendentemente.

### **Imagen 3**

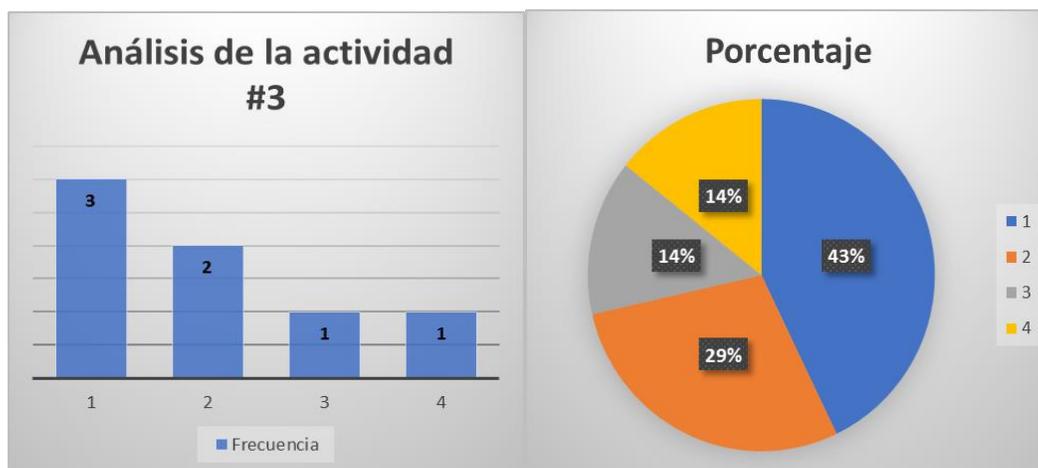
#### *Actividad No. 3. Suma Misteriosa*

En la presente actividad se continuó en el trabajo con las comunidades de aprendizaje, conformados con 21 estudiantes, en 7 equipos de 3 niños, con un tiempo de 20 minutos para realizar la actividad en la que debían de identificar diferentes maneras de obtener una suma dada o calcular de forma lógica el resultado (13) y finalizar con la socialización del ejercicio,



**Tabla 5***Análisis de la actividad No. 3*

Tipos de respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Estudiantes que identifican diferentes maneras de obtener una suma dada o calcular de forma lógica el resultado.	3	43%
Estudiantes que identifican con diferentes representaciones la operación a realizar y obtienen el resultado.	2	29%
Estudiantes que no realizan procedimiento, ni representaciones, pero identifican de forma lógica la pareja de número resultante.	1	14%
Estudiantes que no realizan procedimientos, representaciones, ni identifican la pareja de números de forma lógica.	1	14%
<b>Total, de grupos de 3 estudiantes que realizaron la actividad</b>	<b>7</b>	<b>100%</b>



El análisis de la actividad N° 3 mostró que la mayoría de los estudiantes tenían habilidades para desarrollar e identificar diferentes maneras de obtener la suma dada con resultado 13. Esto concluye que, visualmente no era posible determinar este aspecto porque la suma entre dos números del reloj lo encontraban de manera racional la mayoría de los estudiantes. Sin embargo, al resolver las sumas debían decidir qué procedimiento ejecutar (decir

qué cantidad debo adicionar para llegar a una igualdad), esto les presenta confusión y dan sus respuestas como si estuviesen determinando la misma suma.

Se observó también que el 66% de los estudiantes cumplen con lo propuesto en el estadio de las operaciones concretas ya que lograron clasificar y representar de diferentes maneras el ejercicio planteado, logrando así los intereses comunes gracias a la interacción con los demás compañeros del grupo, además de que se identifica que los estudiantes si manejan operaciones básicas del pensamiento numérico y un buen nivel de concentración para solucionar los ejercicios.

#### **Imagen 4**

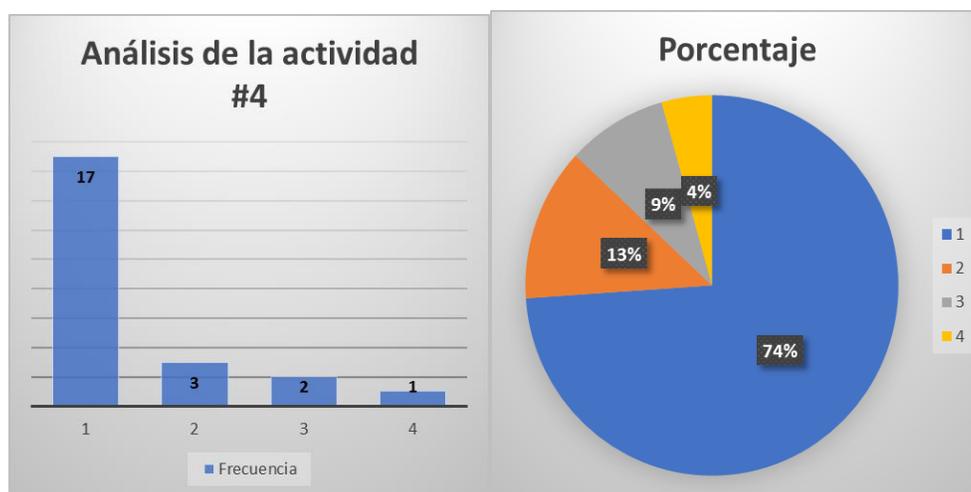
##### *Actividad No. 4. Comparando Conjuntos*

El presente ejercicio tenía como objetivo reconocer, contar, comparar la cardinalidad entre conjuntos y relaciones de orden, la cual se realizó con 23 estudiantes, con un tiempo de 45 minutos para resolverlo, finalmente se contó con la participación de los niños al socializar las respuestas en carteleras y con ayuda de material concreto.



**Tabla 6***Análisis de la actividad No. 4*

Tipos de respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Estudiantes que reconocen, cuentan, comparan la cardinalidad entre conjuntos y utilizan relaciones de orden.	17	74%
Estudiantes que identifican por medio de conjuntos la cantidad correspondiente y su relación de orden.	3	13%
Estudiantes que saben contar, pero no tienen claridad en las relaciones de orden.	2	9%
Estudiantes que no reconocen el valor numérico y se confunden en la identificación de las relaciones de orden	1	4%
<b>Total, de estudiantes que realizaron la actividad</b>	<b>23</b>	<b>100%</b>



Por la disposición de los datos se puede analizar el orden y la habilidad del niño para contar los elementos del conjunto. Por esto, se puede decir que la mayoría de los estudiantes realizan el proceso de conteo, cada uno de ellos utiliza una estrategia de conteo diferente, identifican el cardinal y algunos solo fallan al momento de escribir el símbolo “mayor que”, “menor que” o “igual”.

En el registro visual se pudieron observar las siguientes estrategias utilizadas por los estudiantes para realizar el conteo de la cantidad de elementos en cada conjunto y luego indicar

su respectiva relación de orden: - Algunos estudiantes señalan con el dedo cada elemento del conjunto sin repetir. Al mismo tiempo realizan el conteo verbalizando para finalmente expresar la cantidad en el cuadro indicado. - Algunos solo observan el conjunto y realizan la cuenta mentalmente, sin señalar cada elemento y al finalizar expresan la cantidad y su relación de orden. Por ello, en la tabla N° 6 se puede identificar que el 77 % de los estudiantes realizaron correctamente la actividad y reconocieron, contaron, compararon la cardinalidad entre conjuntos y relaciones de orden. Además, se pudo visualizar que en un 58% los estudiantes se encontraban en un desarrollo avanzado para el tema aplicado.

### **Imagen 5**

#### *Actividad No. 5. Subiendo de Nivel*

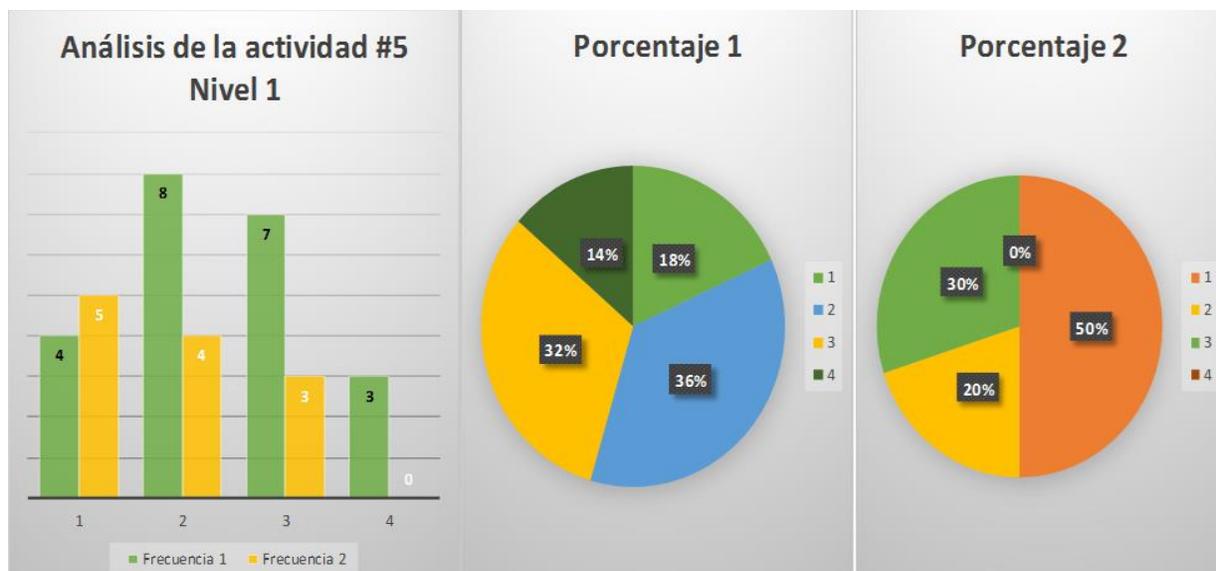
Con el fin de incentivar el uso de las TIC'S, se trabajó con 22 estudiantes en la plataforma interactiva *Sudokus*, en un primer momento, se resuelve de forma individual, los sudokus Nivel 1, luego en comunidades de aprendizaje que consisten en parejas de estudiantes solucionaron los sudoku Nivel 2, con un tiempo total de 60 minutos.





**Tabla 7**  
*Análisis de la actividad No. 5*

Tipos de respuesta	Frecuencia 1	Porcentaje 1	Frecuencia 2	Porcentaje 2
Estudiantes que solucionaron el Sudoku en menor tiempo y sin intentos fallidos teniendo claro la representación del número.	4	18%	5	45%
Estudiantes que solucionaron el Sudoku con más tiempo y con intentos fallidos teniendo claro la representación del número.	8	36%	4	18%
Estudiantes que en el sudoku tuvieron más intentos fallidos que validos con mayor tiempo.	7	32%	3	27%
Estudiantes que no lograron solucionar el sudoku, no identificaron la seriación, ni la representación del número.	3	14%	0	0%
<b>Total de estudiantes que realizaron la actividad individualmente y en parejas.</b>	<b>22</b>	<b>100%</b>	<b>11</b>	<b>100%</b>



En este ejercicio se evidenció claramente la gran dificultad que tienen los estudiantes para hacer cálculos mentales en el sudoku utilizando las TIC`S. Resulta muy complejo para los niños por la poca experiencia en relación a este tipo de ejercicios, en los cuales tienen que hacer uso del desarrollo de la comprensión, lógica y manejo de plataformas digitales, que resulta difícil. Esto quiere decir que los estudiantes suelen solucionar más rápido los ejercicios de forma física que digital. Tal vez, y de acuerdo con los procedimientos de la acomodación de números sin que se repitieran vertical ni horizontalmente, si al alumno se le hubiera presentado material concreto, es probable que el ejercicio se hubiera desarrollado satisfactoriamente en un tiempo más corto y sin tantos intentos de repetición.

Sin embargo, la caracterización final fue aplicada a 11 parejas de estudiantes con la finalidad de realizar una comparación en las respuestas anteriores individualmente. Después, de la aplicación del software educativo nivel 2, de acuerdo con la tabla 7, se evidencian resultados porcentuales más altos en cada pareja de trabajo que las respuestas del nivel 1 ubicados individualmente.

Según lo observado se debe a situaciones como: - Los estudiantes en nivel 1 tuvieron más dificultades para el reconocimiento de la actividad y muchos de ellos solucionaron el Sudoku con más tiempo y con intentos fallidos teniendo claro la representación del número que tenían que ubicar, mientras que en el nivel 2 el 46% de los estudiantes solucionaron el Sudoku en menor tiempo y sin intentos fallidos teniendo claro la representación del número.

Por lo que se concluye, que esta actividad propuesta como tuvo dos etapas en la primera se evidencio la falta que le hace a los estudiantes de interactuar con plataformas interactivas, que los profesores manejen las TIC'S más seguidamente con sus estudiantes, ya que fue una felicidad y unas ganas de conocer la actividad para solucionarla ya que nunca habían realizado este tipo de actividades y en la segunda etapa se evidencio nuevamente la importante de trabajar con un apoyo, de manera social que aporten ideas y nuevos conocimientos para llegar a un mejor aprendizaje y solucionar correctamente el ejercicio.

## 8. Conclusiones

Luego del proceso realizado por las investigadoras y la implementación de las actividades didácticas y de la aplicación del software educativo (sudokus) se concluye lo siguiente:

- En cuanto al proceso de elaboración del sistema de actividades didácticas, se evidenció que fueron acorde a la edad; tal como lo propone Piaget, la seriación, la clasificación y la conservación son las tres principales operaciones mentales o esquemas que el niño desarrolla durante el estadio de las operaciones concretas. Por consiguiente, se identificó que la mayoría de los estudiantes tenían un buen nivel de desarrollo cognitivo para la solución de las actividades tanto en lo concreto, pictórico y simbólico.
- En relación con la pregunta problema, se concluye que es necesario tener en cuenta lo dicho por Cuestas (2019), sobre las características del tercer estadio, para el diseño adecuado de los instrumentos según el nivel de complejidad y el grado de interés de estas atendiendo a las capacidades de los alumnos: en definitiva, a pesar del estadio en que se encuentran, las habilidades de cada estudiante son diferentes, por lo que las propuestas didácticas formuladas favorecieron el aprendizaje del pensamiento numérico en los estudiantes de segundo grado de la I.E. María Cristina Arango De Pastrana.
- Al comparar el trabajo en comunidades de aprendizaje y el trabajo individual se concluye que la utilización de softwares educativos (Actividad No. 5 del *sudoku*) y de diferentes ambientes de aprendizaje, llevan al estudiante a adquirir otras habilidades como la concentración, la percepción visual y la percepción lógica, logrando de manera satisfactoria un aprendizaje significativo.

- Desde la concepción vygotskiana se evidenció que las comunidades de aprendizaje y la participación de sus miembros conllevan a la inclusión, igualdad y diálogo, siendo este último el rol central, porque en él se comunican los conceptos que darán forma al pensamiento lógico-matemático entre las actividades de los aprendices y quienes lo orientan. Además, se observa un aprendizaje enriquecedor de tal manera que unos aprenden de otros y así a partir de sus intereses comunes, mediante el apoyo y aportes individuales logran el objetivo propuesto en cada actividad.
- Como resultado de la actividad N° 5 sobre el *sudokus* en plataformas digitales se reafirma lo teorizado por Vygotski sobre la construcción del pensamiento, explícitamente que este aparece en función de dos niveles: una social que es la interacción de la plataforma en parejas (interpersonal) y la otra interacción individual (intrapersonal), donde la atención, la memoria y la formulación de conceptos son un fenómeno social y después se transforma en una propiedad del estudiante. Los niños al trabajar de manera individual, tuvieron una menor comprensión y realización de la actividad que al trabajar en las comunidades de aprendizaje, donde interactuaron y solucionaron de una mejor manera.
- Finalmente, respecto a la caracterización de los elementos del pensamiento numérico, se pudo evidenciar los aspectos característicos del pensamiento numérico tales como la seriación, representación, identificación de patrones, uso y sentido de los números, operaciones con números y relaciones de orden. Los estudiantes mostraron cada uno de los anteriores aspectos, vivieron nuevas experiencias con las TIC'S y tuvieron un buen manejo tanto lógico como práctico en la solución del sistema de actividades didácticas propuestas; y es aquí, donde nos sustenta Piaget la vital

importancia que un niño pueda seriar, puesto que aporta a la comprensión de conceptos de número, tiempo y medición. En conclusión, un aprendizaje significativo se construye, estimulando y promoviendo constantemente este tipo de pensamiento, consiguiendo un desarrollo en las habilidades para la creación de relaciones matemáticas, teniendo presente que el conocimiento adquirido una vez procesado no se olvida, ya que la experiencia no proviene de los objetos, sino de su acción sobre los mismos.

## 9. Recomendaciones

Se presentan a continuación algunas recomendaciones por parte de las investigadoras, que surgen después del proceso de investigación:

- Es posible realizar nuevas investigaciones sobre la caracterización del pensamiento numérico, en diferentes niveles educativos y hacer la comparación con la propuesta de Piaget.
- Incentivar desde la escuela primaria, el uso de material didáctico, concreto, tomando como apoyo las TIC para mejorar el desempeño de los estudiantes y logren alcanzar la propuesta en los Estándares Básicos de Aprendizaje.
- Como una posible mejora para una futura aplicación de actividades, se recomienda revisar el sistema de actividades didácticas propuestas en la presente investigación y diseñar otras nuevas para el desarrollo de este y otros como el espacial, métrico, aleatorio y variacional, en diferentes niveles educativos, sin dejar de lado la importancia de la implementación de software y las TIC, como complemento educativo, ya que nos encontramos en la era digital donde los niños son nativos virtuales.

## Referencias

1. Alvarez, A, & Del Rio, P. (1990). *Educación y desarrollo de la teoría de Vigostky y la zona de desarrollo próximo*. Desarrollo psicológico y educación. (pág. 53)
2. Arivilca, R. y Catari, A. (2019). *El Sudoku como Estrategia Didáctica para el Desarrollo de la Seriación y Clasificación en el Área de Matemáticas en Niños y Niñas de 5 Años de la Institución Privada La Recoleta Kids, Distrito de San Miguel Provincia de San Román 2018* [tesis de pregrado, Universidad Nacional del Altiplano]. <https://bit.ly/3ILh5aq>(pág.63)
3. Barile, M. (08 de Noviembre de 2021). *Caracterización*. Obtenido de [https:// mathworld.wolfram.com/Characterization.html](https://mathworld.wolfram.com/Characterization.html) (pág. 27)
4. Bosch, M. A. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 15-37. <https://bit.ly/3tIVrVD> (pág. 23)
5. Botero, F; Maturana, L & Vergara, F. (2016). *El aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas en educación primaria*. Medellín: Universidad Pontificia Bolivariana.(pág.37)
6. Camacaro, C. Y. (2018). Pensamiento matemático avanzado (serdaniel). *Steemit*. <https://bit.ly/381gUuW> (pág. **¡Error! Marcador no definido.**)
7. Carulla, C. (Junio de 2005). *Formas de representar conceptos matemáticos y de conectarlas*. Obtenido de <https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/8885/u263470.pdf?sequence=1#:~:text=Un%20concepto%20o%20proceso%20matem%C3%A1tico,un%20Registro%20o%20en%20otros>. (pág. 34)

8. Castro, M.E., Del Olmo, R. A. y Castro, M. E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. España: Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Granada. <https://bit.ly/3wpcaJE> (pág. 20)
9. Caulfield, R. (2000). Number matters: Born to count. *Revista de educación infantil*, 63-65. (pág. 14)
10. Cezar. L. (s.f.). *Caracterización*. Obtenido de <https://math.wikia.org/wiki/Characterization> (pág. 27)
11. Cuestas, E. (2019). *Actividades Lúdicas Como Estrategia Para Afianzar El Pensamiento Numérico De Niños Y Niñas Del Grado Tercero Del Centro Educativo Rural Madre seca Sede Concha Media Del Municipio De Anorí* [práctica investigativa, Universidad cooperativa de Colombia]. (pág. 16)
12. D'Ors, Pablo . (19 de Junio de 2018). Diferencias y similitudes entre la teoría evolutiva de Piaget y Vygotski. Web del Maestro CMF. <https://bit.ly/3IEpyMI> (pág. 46)
13. DIGEDUCA. (2012). *Serie de Cuadernillos Pedagógicos de la evaluación a la acción*. Obtenido de [https://www.mineduc.gob.gt/digeduca/documents/cuadernillosPedagogicos/No.%204/Matematica/4\\_sexto\\_matematica.pdf](https://www.mineduc.gob.gt/digeduca/documents/cuadernillosPedagogicos/No.%204/Matematica/4_sexto_matematica.pdf) (pág. 35)
14. Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. Perspective on the teaching of the geometry for the 21st Century. (pág. 51)
15. Ernesto A. Meyer. (1995). *Glosario de términos técnicos*. La Argentina: GNU. (pág. 35)
16. Ferreiro, E y Garcia, R. (1978). *Introducción a la epistemología genética* . Buenos Aires: PAIDOS. (pág. 43)

17. Godino, J; Font, V; Konic, P & Wilhelmi, M. (2007). *El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales de los números*. Obtenido de [https://www.ugr.es/~jgodino/eos/sentido\\_numerico.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/eos/sentido_numerico.pdf) (pág. 36)
18. Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). The mathematical knowledge children bring to school. En J. Kilpatrick., J. Swafford. y B. Findell (Eds.). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (pp.157-180). Washington: National Academy Press.(pág.25)
19. Kilpatrick, J., & Wirszup, I. (1969). *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics I*. United States of America: University of Chicago. (pág. ¡Error! Marcador no definido.)
20. Kilpatrick & Wirszup, II. (1977). *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics II*. United States of America: University of Chicago. (pág. ¡Error! Marcador no definido.)
21. Leech, N.L., & Onwuegbuzie, A. J. (2007). *An array of qualitative data analysis tools: A call for data analysis triangulation*. *School psychology quarterly*. (pág. 51)
22. Linares, A (s.f.). *Teoría del desarrollo cognitivo de Piaget*. Universidad autónoma de Barcelona. (pág. 43)
23. Lojwe. (2021). *Teoría del orden*. Obtenido de [https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa\\_del\\_orden](https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_del_orden). (pág. 38)
24. Mejia, P y Puerto, L. (Mayo de 2017). *Diseño y validación de un módulo elaborado para la evaluación y desarrollo de seriación y conservación, en niños 6,7 y 8 años de estratos* *Iy2*.file:///C:/Users/hp/Downloads/TRABAJO%20DE%20GRADO%20SERIACION%20Y%20CONSERVACION.pdf (pág. 33)

25. MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En Ministerio de Educación Nacional (Ed.), *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*, (pp.46-95). <https://bit.ly/36KoI3m> (pág. 42)
26. MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje. Matemáticas. V2*. <https://bit.ly/3qEP1h> (pág. 561)
27. Montaña, C.A., Perez, A. A. y Torres, M.N. (2016). Aproximaciones teóricas sobre el desarrollo del pensamiento numérico en educación primaria. *Educación y Ciencia*, (16), 107-125. <https://bit.ly/3LoTz4R> (pág. 39)
28. Obando, G. y Vásquez, N. (s.f.). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. <https://bit.ly/3wHrwt2> (pág. 27)
29. Orientacionandujar. (27 de Septiembre de 2017). *Concepto de orden en números naturales*. Obtenido de <https://www.orientacionandujar.es/2017/09/27/concepto-orden-numeros-naturales/> (pág. 38)
30. Penagos, M., Mariño, L., & Hernandez, R. (2017). Pensamiento matemático elemental y avanzado como actividad humana en permanente evolución. *Perspectivas*, 2, 115. (pág. 12)
31. Pensamiento Matemático. (1924). Lev Vygotsky. *Pensamiento Matemático*. <https://bit.ly/36QJ0Z0> (pág. 45)
32. Puig, L & Cerdan, F. (s.f.). *Números, operaciones y problemas*. Obtenido de <https://www.uv.es/puigl/lpae2.pdf> (pág. 37).
33. Reyes, P. y Rojas, M. (2013). *Pensamiento numérico en educación infantil desde un enfoque tecnológico y vivencial* [Tesis de pregrado, Universidad pedagógica nacional]. <https://bit.ly/3N9Hx0H> (pág. 212).

34. Rodríguez Arocho, Wanda C., & Alom Alemán, Antoinette. (2009). *El enfoque sociocultural en el diseño y construcción de una comunidad de aprendizaje*. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44713052004>Rodriguez, C. (s.f.). *Pensamiento matemático: 10 estrategias para estimular su desarrollo*. <https://bit.ly/3Lfe9UY> (pág. 41)
35. Rubinstein (1966). (2020). Capítulo 1. En S. Nieves, *El Desarrollo del Pensamiento Matemático Avanzado desde la Disciplina Análisis Matemático* (p.50). Cuba: Hermanos Saiz Montes de OCA. (pág. 272)
36. Ruiz, G. (Diciembre de 2013). *Orden de los números naturales*. 9. (pág. 38)
37. Sampieri, R. (2014). *Metodología de la investigación*. En R. Sampieri, *Metodología de la investigación* (pág. 7). México D.F.: Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. (pág. 49)
38. Serdaniel, N. (2020). *El Desarrollo del Pensamiento Matemático Avanzado desde la Disciplina Análisis Matemático*. Cuba. (pág. 272)
39. Spinillo, A.G. (2018). Number Sense in Elementary School Children: The Uses and Meanings Given to Numbers in Different Investigative Situations. In: Kaiser, G., Forgasz, H., Graven, M., Kuzniak, A., Simmt, E., Xu, B. (eds) *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. <https://bit.ly/3uxOSyD> (pág. 17)
40. Sylvester, J. (08 de Julio de 2016). What is Mathematical Thinking? *The Middle Road*. <https://bit.ly/3qF193f> (pág. 272)

41. Tall, D. (2013). *How Humans Learn to Think Mathematically*. Cambridge : University Press. (pág. 18)
42. Torregosa, G., & Quesada, H. (2007; 2010). *Coordinación de procesos cognitivos en geometría*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 276 - 300. (pág. 51)
43. Umanzor, P. (2021). *Patrones, competencias y desarrollo del Pensamiento Matemático*. Investigación Educativa, 19. (pág. 35)
44. Ushiña, S. (2012). Los conjuntos. *Slideshare*. <https://bit.ly/3wE2TNR> (pág. 61)
45. Van Dijk, T. A. (2005). *Ideología y análisis del discurso*. Utopía y praxis latinoamericano. (pág. 51)
46. Varas, J y Zarco, M. (s.f.). Desarrollo del Pensamiento matemático. *Guamatematicaycienciainfantil*. <https://bit.ly/3ixasOj>. (pág. 45)
47. Wenger, E. (1999). *Communities of practice: Learning, meaning, and identity*. Cambridge university press. (pág. 54)