



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 1

Neiva, 10/12/2018

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

ARBEY SANCHEZ RODRIGUEZ, con C.C. No.7686252

HAROL AUGUSTO VARGAS QUINTERO, con C.C. No. 1080291926

autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado **DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD” EN EDUCACIÓN BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA**, presentado y aprobado en el año 2018 como requisito para optar al título de **Magíster en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad**

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma 
Arbey Sánchez Rodríguez

Firma 
Harol Augusto Vargas Quintero

Vigilada Mineducación



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: Didáctica en la enseñanza de la “fractalidad” en educación básica desde un modelo interdisciplinar MACTA

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Sánchez Rodríguez	Arbey
Vargas Quintero	Harol Augusto

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Montealegre Cárdenas	Mauro

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Ruiz Solórzano	Jaime

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Magíster en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

FACULTAD: Facultad de Ciencias Naturales y Exactas

PROGRAMA O POSGRADO: Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2018

NÚMERO DE PÁGINAS: 203

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas___ Fotografías Grabaciones en discos Ilustraciones en general Grabados___
Láminas___ Litografías___ Mapas Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___
Tablas o Cuadros

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: acrobat reader

Vigilada mieducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



MATERIAL ANEXO:

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>	<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Geometría	Geometry	6. Iteración	Iteration
2. Fractal	Fractal	7. Interdisciplinar	Interdisciplinary
3. Complejidad	Complexity	8. Secuencia didáctica	Didactic sequence
4. Autosimilitud	Self-similarity		
5. Pensamiento geométrico-métrico	Geometric-metric thinking		

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

A comienzos del siglo XX, cuando la geometría euclidiana estaba en su apogeo, surgió en las matemáticas una rama llamada geometría fractal que invitaba a estudiar estructuras geométricas que tenían cierta complejidad, con procesos de iteración infinita y autosimilitud, que hasta entonces eran consideradas como monstruos matemáticos. Autores como Poincaré, Gastón Julia, Cantor, Sierpinski, entre otros, fueron los precursores del estudio de la teoría fractal.

En la presente tesis se dan a conocer los principios básicos de la Geometría Fractal, donde se adelantan aplicaciones con el fin de desarrollar una secuencia didáctica interdisciplinar para fortalecer el pensamiento geométrico- métrico en los cursos de básica secundaria, especialmente en el grado noveno de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco de la Plata (H).

Igualmente, se dan unas pautas para recomendar a la Institución Educativa y proponer la inclusión de dicha Geometría en algunos grados de básica secundaria, desde el área de matemáticas.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

At the beginning of the twentieth century, when Euclidean geometry was at its peak, a branch called fractal geometry arose in mathematics that invited to study geometric structures that had a certain complexity, with processes of infinite iteration and self-similarity, which until then were considered mathematical monsters. . Authors such as Poincaré, Gastón Julia, Cantor, Sierpinski, among others, were the precursors of the study of fractal theory.



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

3 de 3

In this thesis, the basic principles of Fractal Geometry are presented, where applications are advanced in order to develop an interdisciplinary didactic sequence to strengthen geometrical-metric thinking in secondary basic courses, especially in the ninth grade of the Educational Institution Luis Carlos Trujillo Polanco de La Plata (H).

Likewise, some guidelines are given to recommend to the Educational Institution, and propose the inclusion of this Geometry in some grades of secondary school, from the area of mathematics.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Mauro Montealegre Cárdenas

FIRMAS: ASESORES / JURADOS:

Mauro Montealegre
07-12-18
CIUDAD: Neiva

Nombre Jurado: Carlos Eduardo Maldonado

FIRMAS: ASESORES / JURADOS:

[Signature]

Nombre Jurado: Mauro Montealegre Cárdenas

FIRMAS: ASESORES / JURADOS:

Mauro Montealegre
07-12-18
CIUDAD: Neiva

**DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD” EN EDUCACIÓN
BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA**

(Matemáticas, Ciencias, Tecnología y Artes).

Presentado por:

HAROL AUGUSTO VARGAS QUINTERO

ARBEY SANCHEZ RODRIGUEZ

Universidad Surcolombiana

Facultad de Ciencias Naturales y Exactas

Neiva, Colombia

2018

**DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD” EN EDUCACIÓN
BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA**

(Matemáticas, Ciencias, Tecnología y Artes).

Trabajo de Investigación presentado como requisito para la obtención del
Título de Magíster en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

Presentado por:

HAROL AUGUSTO VARGAS QUINTERO

ARBEY SANCHEZ RODRIGUEZ

Línea de investigación: Estrategias para la interdisciplinariedad

Asesor: Doctorando Jaime Ruiz Solórzano

Universidad Surcolombiana

Facultad de Ciencias Naturales y Exactas

Neiva, Colombia

2018

Tabla de contenido

RESUMEN	10
ABSTRACT.....	11
1. INTRODUCCIÓN.....	12
2. JUSTIFICACIÓN	14
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	19
3.1 Descripción del problema	19
3.2 Sistematización del Problema.....	20
3.3 Enunciado del problema	21
4. ANTECEDENTES.....	21
4.1 Internacionales.....	21
4.2 Nacionales.....	23
5. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	28
5.1 Referentes legal, contextual e institucional.....	28
5.1.1 Referente legal.....	28
5.1.2 Referente contextual	32
5.1.3 Referente institucional.....	33
5.2 Referentes teóricos.....	38
5.2.1 La teoría de la complejidad y las matemáticas	39
5.2.2 Teoría fractal	44
5.2.2.1 Fractales clásicos.....	48
5.2.3 Matemáticas y fractales.....	53
5.2.4 Los fractales en las ciencias naturales	55
5.2.5 Arte, tecnología y fractales	62
6. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	64
6.1 Objetivo general.....	64
6.2 Objetivos Específicos.....	64
7. METODOLOGÍA	65
7.1 Tipo y enfoque de la investigación	65
7.2 Universo de estudio, población y muestra	65
7.3 Estrategias Metodológicas	66
7.3 Secuencia didáctica: Introducción al pensamiento métrico–geométrico desde la teoría fractal ...	67

8.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	67
8.1	Análisis y discusión de los resultados del diagnóstico sobre el estado del conocimiento y aplicación de la teoría fractal, realizado a los Docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H).....	67
8.1.1	Análisis y discusión de los resultados de la encuesta sobre la enseñanza de las matemáticas, realizado a los administrativos de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H).....	68
8.1.2	Análisis y discusión de los resultados de la encuesta realizada a docentes que enseñan las matemáticas en la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H).....	76
8.1.3	Análisis y discusión de los resultados de la encuesta sobre la enseñanza de las matemáticas, realizado a los estudiantes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H).....	94
8.1.4	Análisis y discusión de los resultados de la encuesta sobre la enseñanza de las matemáticas, realizado a los Docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H) sobre la teoría fractal, uso y aplicaciones.....	103
8.1.5	Análisis y discusión de los resultados del diálogo sobre la teoría fractal realizada con los docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H).....	107
8.2	Análisis y discusión de los resultados de la secuencia didáctica aplicada a los estudiantes del grado 9° en la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H), sobre la enseñanza de las matemáticas basada en la teoría fractal.....	108
8.2.1	Planificación de la clase	109
8.2.2	Diarios de Campo.....	109
8.2.3	Sistematización de la secuencia didáctica	109
8.3	Análisis y discusión de la evaluación de la estrategia didáctica implementada con los estudiantes de grado noveno la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H)	146
8.3.1	Análisis y discusión de la evaluación cualitativa realizada por los estudiantes de grado noveno a la estrategia didáctica implementada en la Institución Educativa Luis Carlos.	146
8.3.2	Análisis y discusión de la evaluación cuantitativa efectuada por directivos y docentes de la Institución Educativa Luis Carlos a la estrategia didáctica implementada en el grado noveno.	153
8.3.4	Análisis y discusión de los resultados de la aplicación de la secuencia didáctica en el cuarto periodo, para el área de Geometría en el grado 9° de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco.....	157
8.4	Recomendaciones de inclusión de algunos temas de la teoría fractal en las programaciones curriculares en el grado noveno en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco.	162
8.4.1	Propuestas para el plan de mejoramiento curricular según análisis diarios de campo por áreas de gestión.....	163
9.	CONCLUSIONES.....	167
10.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	169
	ANEXOS.....	174
	ANEXO 1. Programación curricular asignatura geometría grado 9° I.E Luis Carlos Trujillo Polanco año 2017	174

ANEXO 2. Encuesta 1 a docentes	175
ANEXO 3. Encuesta a administrativos.....	176
ANEXO 4. Entrevista a docentes de matemáticas	177
ANEXO 5. Encuesta a estudiantes sobre la enseñanza de las matemáticas	179
ANEXO 6. Encuesta evaluación de la estrategia didáctica por los estudiantes	180
ANEXO 7. Encuesta evaluación de la estrategia didáctica por la comunidad educativa	181
ANEXO 8. Secuencia didáctica guía del estudiante.....	183
ANEXO 9. Instrumento: evaluación por competencias a través de la secuencia didáctica	194
ANEXO 10: Fotografías conferencia a docentes sobre la teoría fractal.....	196
ANEXO 11. Algunos trabajos finales de los estudiantes del grado 9°	196
ANEXO 12. Acta propuesta mejoramiento Institucional por parte del proyecto investigación.	198

LISTA DE FIGURAS Y TABLAS

Figura 1. Tomada de Google (s.f) [mapa del Huila y Municipio de la Plata, Colombia].....	33
Figura 2 Fenomenología del objeto Fractal. Tomada Tesis Díaz Barreto (2016)	46
Figura 3. Conjuntos de Julia. Tomada de matap.dmae.upm.es.....	48
Figura 4. Conjunto de cantor. Origen wikipedia.org.....	49
Figura 5. Triángulo de Sierpinski. Tomado de anexo secuencia didáctica.....	49
Figura 6. Curva de Koch. Origen wikipedia.org.....	50
Figura 7. Dragón de Levy. Origen wikipedia.org	51
Figura 8. Árbol pitagórico. Origen wikipedia.org.....	52
Figura 9. Árbol pitagórico. Origen es.wikipedia.org	52
Figura 10. Conjunto de cantor base 3. Origen wikipedia.org	53
Figura 11. Triángulo inicial. Construcción propia con GeoGebra	54
Figura 12. Segunda iteración. Construcción propia.....	54
Figura 13. Tercera iteración. Construcción propia.....	55
Figura 14. Cuarta iteración. Construcción propia	55
Figura 15. Restos de una supernova se ve cuando una bola de plasma explota tomado de http://www.bbc.com/mundo/noticias-41055086	57
Figura 16. Interacción magnética en un solenoide y representación de la gravedad en fractales. https://www.beqbe.com/fractales-en-la-naturaleza	57
Figura 17. Dimensiones fractales. https://www.beqbe.com/fractales-en-la-naturaleza	58
Figura 18. Tomada de Fundamentos de diseño bi y tri de Wucius Wong	63
Figura 19. Imágen tomada del libro Fundamentos de diseño bi y tri de Wucius Wong.....	63
Figura 20. Percepción de la importancia de las matemáticas por los administrativos	68

Figura 21. Porcentaje sobre la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana.....	69
Figura 22. Porcentaje de percepción de calidad de la enseñanza en la Institución L.C.T.P	70
Figura 23. Porcentaje formación profesional idónea para la enseñanza de matemáticas.....	71
Figura 24. Porcentaje de percepción sobre mejoramiento de enseñanza de las matemáticas	72
Figura 25. Porcentaje uso de espacios y recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas	73
Figura 26. Porcentaje necesidades pedagógicas de los docentes de matemáticas.	74
Figura 27. Porcentaje nivel de formación de docentes de matemáticas.....	76
Figura 28. Porcentaje título pregrado de maestros de Matemáticas	77
Figura 29. Porcentaje titulación de maestros afín al área de desempeño	79
Figura 30. Porcentajes cursos de actualización de los docentes	80
Figura 31. Años de experiencia laboral como docente de matemáticas	81
Figura 32. Instituciones educativas donde han laborado los docentes	82
Figura 33. Porcentaje del conocimiento de referentes teóricos de calidad educativa por los docentes... 84	
Figura 34. Porcentaje de conocimiento de las competencias matemáticas establecidas por el MEN en cada grado.....	85
Figura 35. Porcentaje sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	86
Figura 36. Porcentaje sobre la motivación, planificación y enseñanza de las matemáticas	87
Figura 37. Formas de evaluación de las competencias en matemáticas	88
Figura 38. Porcentaje sobre metodologías y estrategias para la enseñanza de las matemáticas.....	89
Figura 39. Uso de recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas.....	90
Figura 40. Porcentaje sobre espacios y recursos para la enseñanza de las matemáticas	90
Figura 41. Necesidades pedagógicas para el aprendizaje- enseñanza de las matemáticas	91
Figura 42 . Porcentaje sobre las recomendaciones del docente para la cualificación de la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas.....	92
Figura 43. Porcentaje sobre el estado de ánimo de los estudiantes en clase de matemáticas	94
Figura 44. Porcentaje sobre preferencia en las asignaturas de matemáticas	95
Figura 45. Porcentaje de como enseña matemáticas el docente	96
Figura 46. Porcentaje de actividades realizadas en clase de matemáticas	97
Figura 47. Porcentaje Intensidad horaria de geometría en I.E L.C.T.P	98
Figura 48 . Porcentaje sobre uso de las matemáticas en la vida real.....	98
Figura 49. Porcentaje del uso de la geometría fuera del aula.	100
Figura 50. Porcentaje de sugerencias por parte de los estudiantes para la clase de geometría.....	101
Figura 51. Porcentaje de cómo se enseña la geometría en I.E L.C.T.P	103
Figura 52. Porcentaje conocimiento de la Geometría Fractal por los docentes	104
Figura 53. Porcentaje uso de la teoría fractal en matemáticas	105
Figura 54. Porcentaje de aplicaciones de la Geometría Fractal en la cotidianidad	105
Figura 55. Porcentaje aplicación de la geometría fractal en otras áreas.....	106
Figura 56. Sensibilización a estudiantes aplicación secuencia primer momento	117
Figura 57. Ejercicio del estudiante 1	118
Figura 58. Ejercicio del estudiante 2	118
Figura 59. Ejercicio de estudiante 3	126
Figura 60. Ejercicio estudiante 4.....	127
Figura 61. Modelación y construcción de fractales mediante el software GeoGebra	136
Figura 62. Elaboración de fractales.....	144

Figura 63. Porcentaje sobre la opinión sobre las actividades propuestas en la secuencia didáctica aplicada	147
Figura 64. Porcentaje de áreas que le gusto el estudiante aplicar la teoría fractal	148
Figura 65. Porcentaje de estudiantes que le gustaría repetir la experiencia en otras áreas.	149
Figura 66. Porcentaje por el gusto de inclusión de la teoría fractal en las programaciones de geometría.	150
Figura 67. Porcentaje de otras áreas en que les gustaría aplicar la teoría fractal.....	151
Figura 68. Porcentaje sobre las recomendaciones a la secuencia didáctica	152
Figura 69. Promedios de las calificaciones obtenidas por los estudiantes antes de la secuencia didáctica.	158
Figura 70 Resultados por competencias después de aplicar la secuencia didáctica en el cuarto periodo	159
Figura 71. Plano comparativo de los resultados obtenidos durante la aplicación de la secuencia didáctica en el cuarto periodo 2018.....	160
Figura 72 Conferencia a docentes sobre fractales.....	196
Figura 73 Socialización secuencia didáctica	196
Figura 74 Fractales aproximados	196
Figura 75 Fractales exactos.....	197
Tabla 1. Grados en que enseña matemática los docentes de la I.E Luis Carlos.....	82
Tabla 2. Evaluación comunidad educativa de la experiencia didáctica	155
Tabla 3 Temática interdisciplinar de fractales en grado noveno de enseñanza básica, Fuente (Hernández,1999).	162
Tabla 4. Adaptado de la Guía para el mejoramiento institucional (MEN, 2008)	165

DEDICATORIA

Especialmente a Dios por concedernos la sabiduría y fortaleza para alcanzar este nuevo logro.

A nuestros padres, por su amor y sacrificio en todos estos años, por su apoyo incondicional en cada uno de nuestros proyectos.

A nuestras esposas, Sindy y Nury por creer en nuestros sueños, metas propuestas y estar presentes en cada etapa de nuestra vida.

A nuestros hijos, por ser nuestra inspiración para capacitarnos académicamente y formarnos como personas de bien cada día más.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Dios por bendecirnos la vida, por guiarnos a lo largo de nuestra existencia, ser el apoyo y fortaleza en aquellos momentos de dificultad y de debilidad.

Gracias a nuestros padres: Hernando y Cielo; y, Urbano y Betsabé, por ser los principales promotores de nuestros sueños, por confiar y creer en nuestras expectativas, por los consejos, valores y principios que nos han inculcado a lo largo de nuestra vida.

Agradecemos al Dr. Mauro Montealegre Cárdenas director de la maestría Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad de la Universidad Surcolombiana, por haber compartido sus conocimientos a lo largo de la preparación de nuestra maestría, de manera especial, al Doctorando Jaime Ruiz Solórzano asesor de nuestro proyecto de investigación, quien nos ha guiado con su sabiduría y paciencia.

A nuestros profesores por habernos brindado nuevos conocimientos, con los cuales fortalecieron nuestros saberes en pro de mejorar la calidad educativa.

A la comunidad educativa Luis Carlos Trujillo Polanco de la Plata Huila por habernos permitido realizar nuestra investigación.

RESUMEN

A comienzos del siglo XX, cuando la geometría euclidiana estaba en su apogeo, surgió en las matemáticas una rama llamada geometría fractal que invitaba a estudiar estructuras geométricas que tenían cierta complejidad, con procesos de iteración infinita y autosimilitud, que hasta entonces eran consideradas como monstruos matemáticos. Autores como Poincaré¹, Gastón Julia², Cantor³, Sierpinski⁴, entre otros, fueron los precursores del estudio de la teoría fractal.

En la presente tesis se dan a conocer los principios básicos de la Geometría Fractal, donde se adelantan aplicaciones con el fin de desarrollar una secuencia didáctica interdisciplinar para fortalecer el pensamiento geométrico- métrico en los cursos de básica secundaria, especialmente en el grado noveno de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco de la Plata (H).

¹Henri Poincaré (1854-1912), fue un reconocido matemático, físico y filósofo francés. Propuso uno de los 7 problemas del milenio, llamado en topología la **conjetura** de Poincaré.

²Gaston Maurice Julia, fue un matemático francés, precursor de los fractales, construyó el “conjunto de Julia”

³Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor fue un matemático y lógico nacido en Rusia. Inventor con Dedekind y Frege de la teoría de conjuntos, que es la base de las matemáticas modernas.

⁴Wacław Franciszek Sierpinski, fue un matemático polaco. Son notables sus aportaciones a la teoría de conjuntos, la teoría de números, la topología y la teoría de funciones.

Igualmente, se dan unas pautas para recomendar a la Institución Educativa y proponer la inclusión de esta Geometría en algunos grados de básica secundaria, desde el área de matemáticas.

PALABRAS CLAVES: geometría, fractal, complejidad, autosimilitud, iteración, interdisciplinar, secuencia didáctica, pensamiento geométrico-métrico.

ABSTRACT

At the beginning of the twentieth century, when Euclidean geometry was at its peak, a branch called fractal geometry arose in mathematics that invited to study geometric structures that had a certain complexity, with processes of infinite iteration and self-similarity, which until then were considered mathematical monsters. . Authors such as Poincaré, Gastón Julia, Cantor, Sierpinski, among others, were the precursors of the study of fractal theory.

In this thesis, the basic principles of Fractal Geometry are presented, where applications are advanced in order to develop an interdisciplinary didactic sequence to strengthen geometrical-metric thinking in secondary basic courses, especially in the ninth grade of the Educational Institution Luis Carlos Trujillo Polanco de La Plata (H).

Likewise, some guidelines are given to recommend to the Educational Institution, and propose the inclusion of this Geometry in some grades of secondary school, from the area of mathematics.

KEYWORDS: geometry, fractal, complexity, self-similarity, iteration, interdisciplinary, didactic sequence, geometric-metric thinking.

1. INTRODUCCIÓN

Es de vital importancia para nuestros estudiantes tener un conocimiento acerca de la caracterización de figuras geométricas en una, dos y tres dimensiones, las cuales pertenecen a la geometría euclidiana; de igual forma, se considera pertinente reconocer que existe otro tipo de geometría perteneciente a las matemáticas discretas, denominada geometría fractal, dicha especialidad nos invita a estudiar la naturaleza de forma diferente; comprender la armonía de sus constantes cambios con representaciones y modelos matemáticos interdisciplinarios que permite llegar de manera más concreta a un conocimiento que no está propuesto en nuestro sistema educativo. Ahora bien, en la mayoría de las programaciones curriculares, esta teoría fractal no ha sido vinculada al sistema de la educación básica y media como parte fundamental del conocimiento a pesar de ser una de las ramas de la matemática, y que se han hecho grandes avances e investigaciones desde hace décadas.

Mandelbrot, padre de la geometría fractal en su libro “la geometría fractal de la naturaleza”, nos dio a entender que la geometría se está enseñando muy “seca”, sin tener en cuenta lo maravilloso de los elementos que hay alrededor en la naturaleza, es decir se orienta sin contexto. Una razón radica en la incapacidad para describir las formas de la naturaleza, por ejemplo, como es una nube, una montaña, la costa o un árbol. Las nubes no son esferas, las montañas no son

conos, las líneas costeras no son círculos y la corteza de un árbol no es lisa, ni los rayos viajan en línea recta. (Mandelbrot,1973).

Así mismo, se debe tener en cuenta que para reconocer si es un fractal, debe suscitar dos situaciones: “autosimilaridad” y “dimensión”. Cuando hablamos de autosimilaridad significa que, al examinar pequeñas porciones de un objeto, la imagen que vemos no es más que una copia de nuestro objeto inicial. Por otro lado, al referirse a la dimensión hay que tener en cuenta el tipo de fractal que se referencia: unidimensional (conjunto de cantor), bidimensional (Carpeta de Sierpinski) o tridimensional (esponja de Menger). Con este trabajo presentamos otra forma de explicar la naturaleza desde la geometría fractal teniendo como herramientas básicas secuencias didácticas y software educativos como el GeoGebra, que permiten desarrollar y fortalecer el pensamiento matemático.

2. JUSTIFICACIÓN

A nivel del saber matemático la teoría fractal sirve para estudiar diferentes formas de la naturaleza, arte, anatomía, tecnología; entre otras ciencias. Lo realmente interesante es la gran cantidad de aplicaciones presentes en nuestra cotidianidad y que en la mayoría de veces pasa desapercibida para muchas personas; a manera de ejemplo, si comparamos la semejanza entre dos árboles de las mismas características, observando sus hojas y haciendo comparaciones entre ellas se puede evidenciar que ambas tienen las mismas características, la cual es conocida en el mundo fractal como autosimilitud.

Dichas características presentes en los fractales han causado curiosidad tanto en el aprendizaje como en la enseñanza, por tal razón proponemos ajustes en los planes de área con el fin que en la mayoría de las programaciones de las Instituciones Educativas del Municipio de La Plata-Huila, la teoría fractal sea tenida en cuenta en el sistema educativo de la educación básica y media como parte fundamental del conocimiento; ya que es una rama de la matemática, la cual presenta grandes avances e investigaciones desde hace décadas; incluso tiene diversos exponentes matemáticos (Cantor, Mandelbrot, Sierpinski), físicos (Jean Perrin), biólogos (José Aranda), artistas (Wucius Wong- Echer), entre otros, que han causado innovación en avances tecnológicos, científicos y artísticos, tomando como objeto de estudio la geometría fractal.

En la vida práctica la geometría fractal tiene muchas aplicaciones, como las antenas para teléfonos móviles, usando la carpeta de Sienspirki lo que se manifiesta en dar una mayor y mejor recepción de las señales electromagnéticas. En medicina (Rodríguez, Prieto, Ortiz, Ronderos, & Correa, 2010) desarrollaron una metodología geométrica para la caracterización matemática objetiva del ecocardiograma pediátrico, a través de la mediación, utilizando dimensiones fractales de imágenes en sístole y diástole usando el método de Box-Counting los cuales permiten evaluar los procedimientos mediante el concepto de armonía matemática intrínseca. Los investigadores esperan que mediante este procedimiento se permita una evaluación simultánea de la estructura ventricular izquierda en sístole y diástoles, estableciendo un parámetro matemático de diferenciación objetiva y reproducible, entre normalidad y enfermedad. (p.80)

En tecnología Michael Barsley y Alan Sloan son dos matemáticos que trabajaban para la compañía Interated System, quienes implementaron un sistema de compilación con fractales, y a partir de esto crearon la famosa Enciclopedia Encarta, publicada por Microsoft hacia 1987.

No obstante, consideramos que hay muchas más aplicaciones de la geometría fractal, pero en este documento solo vamos a mencionar algunas desde distintos campos de aplicación: “**Comunicaciones;** Modelado del tráfico en redes. **Informática:** Técnicas de compresión (audio y vídeo). **Robótica:** Robots fractales. **Infografía:** Paisajes fractales y otros objetos. **Biología:** Crecimiento tejidos, organización celular, Evolución de poblaciones, Depredador-presa. **Matemáticas:** Convergencia de métodos numéricos. **Música:** Composición musical. **Física:** Transiciones de fase en magnetismo. **Química:** Agregación por difusión limitada (DLA). **Geología:** Análisis de patrones sísmicos (Fenómenos de erosión, Modelos de formaciones

geológicas). **Economía:** Análisis bursátil y de mercado”. (By fractal, 2008). **Arte:** Maurits Cornelis Escher(1898-1972): The Graphic Work, plantea el arte desde un enfoque matemático abstracto, modelando características de tipo fractal en algunas de sus obras artísticas.

A pesar de las muchas aplicaciones ya mencionadas de la teoría fractal, podemos afirmar que esta teoría y sus abordajes didácticos son prácticamente desconocidos en las IE del Departamento del Huila. Por ejemplo, indagando en los establecimientos educativos del Municipio de la Plata-Huila, se preguntó a los docentes: ¿Cómo enseña usted la geometría? La mayoría dieron como respuesta que se limitan a enseñar lo establecido en los planes de área, ya que es igual a lo aprendido en los cursos básicos de geometría euclidiana en el pregrado; es decir a partir de la geometría euclidiana. Hicimos otra pregunta. ¿Conocen o han oído hablar de la geometría fractal? La mayoría de los colegas respondieron que no. Es allí donde se está perdiendo las bondades de esta rama de las matemáticas, con las cuales se podría encaminar a los estudiantes una forma diferente de ver el mundo, con todas sus formas no convencionales y a la vez que son parte de su entorno.

De otra parte, el (MEN, 1998) considera que se pueden generar procesos de reflexión, ajustes progresivos por parte de los maestros, las comunidades educativas y los investigadores educativos (p.2), por lo tanto, los fractales se pueden desarrollar en todos los niveles educativos de básica secundaria y media. Como lo citó Cardona (2017) “Los fractales pueden ser vistos por los estudiantes de bachillerato usando un lenguaje fácil para ellos, basado en conceptos matemáticos que ya han aprendido en sus cursos de matemáticas (longitudes, perímetros, áreas, volúmenes, números fraccionarios), los cuales permiten de forma más creativa llamar la atención

del educando, a la hora de crear un fractal en papel y como este capta la atención de él” (Estrada, 2004).

Teniendo como referentes los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional de Colombia y de acuerdo a con lo que menciona (Cardona, 2017) podríamos tener en cuenta que las competencias en las que se pueden fortalecer los estudiantes en el área de matemática están relacionadas con la teoría fractal, ya que es una herramienta de carácter interdisciplinar en la enseñanza de los componentes (Numérico-Variacional, Aleatorio y de datos, Métrico-Geométrico) curriculares establecidos, una manera asertiva de implicar dichos componentes es tomar el instrumento de consulta basado en los Estándares Básicos de Competencia (EBC), conocido como matriz de referencia, la cual representa los aprendizajes que evalúa el ICFES en cada competencia.

Con base en estos componentes el Ministerio de Educación Nacional, como estrategia para mejorar las competencias matemáticas, hace análisis a través de las evaluaciones anuales denominadas pruebas saber, aplicadas en los grados 3°,5°,9° y 11°, representadas mediante el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE). En consecuencia, y tomando como referencia los resultados del ISCE de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco, año 2016 al 2017, se evidencia debilidad en el componente Métrico-geométrico, incluyendo las tres competencias que a continuación se enuncian.

En la *competencia comunicación*: el 71%, de los estudiantes de la institución educativa en mención no usa sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos. En la

competencia resolución: el 72% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. En la *competencia razonamiento*: el 73% de los estudiantes no generaliza procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.

Por esta razón, el presente proyecto se encamina a fortalecer el componente Métrico-Geométrico desde procesos interdisciplinarios mediando la teoría fractal. Las áreas de estudio a transversalizar en esta investigación se desarrollarán mediante la secuencia didáctica MACTA (Matemáticas, Ciencias, Tecnología y Artes). Para nuestra investigación se tomará como base de estudio el grado noveno, ya que presenta un nivel inferior en el componente Métrico-Geométrico evaluado por el ICFES

Pensamiento espacial y sistemas geométricos

- “Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.
- Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).
- Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas”. (MEN, 2007)

Para finalizar y teniendo como referencia todos los aportes hechos por los autores antes mencionados se puede inferir que, al conocer la teoría fractal el estudiante puede comprender de una mejor manera el mundo que lo rodea, que conlleva a desarrollar mejor su pensamiento

geométrico métrico y poder contribuir al desarrollo del país aplicando los conocimientos nuevos adquiridos.

A nivel metodológico el presente proyecto pretende abordar la temática propuesta en la geometría euclidiana, fortalecida mediante uso de la teoría fractal en forma práctica; por ejemplo, criterios de semejanza analizando el triángulo de Sierpinski, criterios de optimización en áreas de figuras geométricas utilizando el fractal nido de abeja, ya que se estructura es de forma hexagonal, en el arte tenemos los hiloramas, permiten al estudiante aumentar la creatividad e interactuar con formas más complejas de las matemáticas.

De igual forma con este proyecto pretendemos, a mediano plazo, hacer una sensibilización acerca de la importancia de incluir temáticas relacionadas con la teoría fractal de forma interdisciplinar en las diferentes áreas de estudio, principalmente enfocada en la educación básica dentro de las programaciones curriculares del área de matemáticas, así como también de compartir la experiencia con las demás instituciones educativas del Municipio de la Plata-Huila en las muestras significativas institucionales, organizados por la Secretaría de Educación Municipal de la Plata(H). A largo plazo, buscamos que sea extendida la teoría fractal a la mayoría de las instituciones educativas del municipio de la Plata; pero puntualmente en los grados del área de matemáticas, correspondientes a la educación básica de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

3.1 Descripción del problema

Es de vital importancia para nuestros estudiantes tener un conocimiento acerca de la caracterización de figuras geométricas en una, dos y tres dimensiones, las cuales pertenecen a la geometría euclidiana; de forma paralela, se considera pertinente reconocer que existe otro tipo de geometría perteneciente a las matemáticas discretas, llamada geometría fractal. Dicha ciencia nos invita a estudiar la naturaleza de forma diferente, comprender la armonía de sus constantes cambios con representaciones y modelos matemáticos interdisciplinarios, los cuales nos permite llegar de manera más concreta a un conocimiento no incluido en nuestro sistema educativo.

Observamos que en la mayoría de las programaciones, esta teoría fractal no ha sido vinculada al sistema de la educación básica y media como parte fundamental del conocimiento a pesar de ser una de las ramas de la matemática, y que se han hecho grandes avances e investigaciones desde hace décadas, incluso tiene diversos exponentes matemáticos, físicos, biólogos, artistas, entre otros, que han causado innovación en avances tecnológicos, tomando como objeto de estudio la geometría fractal.

3.2 Sistematización del Problema

- ¿Conocen los docentes del área de matemáticas la teoría fractal?
- A nivel del saber matemático, ¿para qué sirve y que aporta a los estudiantes el dominio de la geometría fractal en la vida práctica?
- ¿Qué aprendizajes aportarán a los estudiantes los dominios de la teoría y la geometría fractal a través de la aplicación de una secuencia didáctica?
- ¿Cuáles serían las recomendaciones a la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del municipio de la Plata, para la implementación de la teoría fractal en sus currículos?

3.3 Enunciado del problema

¿Cómo fortalecer la enseñanza del pensamiento geométrico-métrico de forma interdisciplinar, tomando como objeto de estudio la teoría fractal, en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del Municipio de la Plata -Huila?

4. ANTECEDENTES

4.1 Internacionales

Matsumoto (2015) trabajó la tesis titulada *“Fractales y algunas aplicaciones a la enseñanza”*. El problema que plantea este autor es encontrar una forma para explicar la naturaleza desde la geometría discreta, ya que en la educación escolar la geometría se enseña a partir de formas regulares.

Este trabajo tiene como objetivo presentar lo que es la Geometría Fractal y la relevancia cuando se trabaja en la Educación Básica. Para ello, se basó en investigaciones de autores del área y justifican la viabilidad de esta geometría en la educación básica, teniendo en cuenta el uso de la geometría fractal para el desarrollo de conceptos tradicionales de la matemática.

En el desarrollo de la metodología propone tres actividades con sus correspondientes secuencias didácticas. La primera se dirige a la Enseñanza Media y el tema abordado es una probabilidad geométrica. La segunda y tercera actividades son dirigidas a la Enseñanza Fundamental, abordando los temas potenciación y cálculo de área y perímetro de figuras fractales.

Esta investigación arrojó como resultado que el uso de la Geometría Fractal en la educación básica es enfrentado por los investigadores del área como una importante herramienta de enseñanza debido a su fácil adaptación a diversos contenidos de la propia matemática, así como de otras ciencias.

Pensamos que cuando son insertados los fractales y la geometría fractal en la enseñanza básica y son trabajados correctamente, pueden ayudar al docente y al estudiante en el proceso de enseñanza de una manera efectiva, sin olvidar los principios básicos de la geometría clásica. Este autor nos brinda herramientas para el fortalecimiento del aprendizaje significativo de los estudiantes a través de secuencias didácticas y la forma como se aborda este conocimiento para realizar una empatía entre las dos clases de geometría la Euclidiana y la Fractal.

Almeida (2006) realizó una investigación titulada **“Fractales en la formación de profesores y su práctica en el aula”**, cuyo problema es mostrar un panorama histórico de estudio del estudio de la matemática discreta a los docentes y la necesidad del surgimiento de la geometría de los fractales para representar mejor las formas de la naturaleza y mostrar la forma de enseñanza de forma divertida.

Este trabajo tuvo como objetivo investigar un enfoque para la enseñanza de la geometría fractal a los profesores y su receptividad en el desarrollo de una secuencia didáctica para abordar el concepto de Fractal. Los Objetivos específicos apuntan a que se buscó proporcionar una estrategia para hacer más cercana la geometría a la realidad de los alumnos, promoviendo una identificación real entre la naturaleza y la geometría, e implementar una secuencia didáctica.

Respecto a la metodología la investigación se realizó con un grupo de profesores de la Red Pública Estatal de Sao Paulo- Brasil, desarrollada en encuentros para profesores. Con esta capacitación se pretendía influir en la práctica docente, sugiriendo nuevas propuestas de trabajo, para que luego lleguen a las aulas escolares, proporcionando una nueva visión de la aplicación de las matemáticas.

La investigación concluyó que los profesores son receptivos a las nuevas propuestas, pero se tiene que propiciar oportunidades y espacios para reflexionar sobre sus acciones; además en el caso que produzca un cambio en la calidad de la educación, se debe tener en cuenta de la forma de enseñar la geometría de tal forma que sea más cercana a la realidad de nuestros estudiantes y que propicien identificación real con la naturaleza.

Nos parece que el autor da gran importancia a la capacidad que tienen los docentes en adquirir nuevas metodologías para enseñar geometría, pero que se debe tener en cuenta en abrir espacios en las instituciones educativas, con el ánimo de recibir capacitaciones para fortalecer la enseñanza con este tipo de geometría (fractal) en las aulas escolares.

4.2 Nacionales

(Cardona, 2017), elaboró una tesis titulada **“Elementos de la geometría fractal como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de la media básica del C.E bachillerato en bienestar rural sede Ciato en el municipio de Pueblo Rico mediante elementos de la naturaleza”**. El problema de esta investigación es presentar una propuesta que integre la enseñanza fractal en el plan de estudios de décimo grado de bachillerato,

y que desde una nueva estrategia metodológica permita generar procesos de desarrollo del pensamiento geométrico.

La autora plantea como objetivo general, enseñar a los estudiantes del grado décimo del C.E. Bachillerato en Bienestar Rural Sede Ciató en el Municipio de Pueblo Rico, los conceptos básicos de la geometría fractal como estrategia didáctica para que desarrollen el pensamiento geométrico basados en una nueva estrategia metodológica (geometría fractal) a partir de algunos elementos de la naturaleza como los helechos.

La metodología utilizada fue usar una secuencia didáctica, para desarrollar los conocimientos básicos de la geometría fractal. Los profesores fueron creando con los estudiantes el diseño de actividades, con lo cual se pretende potenciar la participación activa de los estudiantes en sus procesos de aprendizaje.

Mediante esta investigación se comprobó que las experiencias de exploración aplicadas a estudiantes y profesores propician nuevos aprendizajes y nuevos contextos de la perspectiva de las matemáticas. Hubo desarrollo de nuevos recursos para enseñar y de nuevas didácticas que el profesor podrá usar a futuro, tales como dobleces con hojas de papel uni-bidimensional y bidimensional para construir fractales.

Podemos concluir que mediante esta propuesta se realizó una interacción más activa entre estudiantes y profesores, llevando con si una relación más estrecha entre los actores y al mismo tiempo una nueva estrategia en el desarrollo de las matemáticas a través de la naturaleza. De esta

tesis podemos usar la secuencia didáctica como estrategia para fortalecer el pensamiento geométrico-métrico y además hacer una aproximación al pensamiento variacional.

(Diaz & Casallas, 2016), trabajaron la investigación denominada “Constitución del objeto fractal en un grupo de estudiantes del curso transición aritmética álgebra en un experimento de enseñanza”. Para su investigación tienen en cuenta el problema a partir de la siguiente pregunta: “¿Cómo es la constitución del objeto mental fractal desde los procesos de matematización en un grupo de estudiantes del espacio de formación transición aritmética álgebra a partir de un diseño que busca fomentar el aprendizaje de una práctica de enseñanza de la matemática desde una perspectiva realista?”.

El objetivo propuesto fue describir el proceso de constitución del objeto fractal en un grupo de estudiantes para profesores del curso transición aritmética álgebra del Proyecto Curricular LEBEM, generado a partir de la constitución de aspectos como convergencia, iteración, densidad y formas auto contenidas.

La metodología usada es el experimento de enseñanza y la fenomenología didáctica, construcción de secuencias didácticas. En esta investigación hace bastante énfasis en la matematización de procesos. Nos parece que hace falta nuevamente la aplicación de software para la implementación más amplia del fractal.

Las autoras en esta investigación hallaron elementos de diseño, gestión y evaluación de una secuencia didáctica que permite incluir temáticas de fractales en el currículo de las

matemáticas escolares con respecto a objetos y relaciones entre los actores involucrados en el proceso educativo.

Pensamos que las autoras nos proponen que la matemática debe evolucionar en su forma de transmitir los conocimientos, teniendo como base la posición real, en el caso de los fractales debemos tener en cuenta la geometría que nos brinda la naturaleza. De otra parte, tomaremos las recomendaciones de usar herramientas tecnológicas, en el caso puntual el Software GeoGebra y así dar un uso dinámico el aprendizaje.

La monografía de (Nuñez, 2014), “**Didáctica para la enseñanza de la Geometría Fractal en Educación Secundaria**” se centra en el problema de encontrar una forma de establecer la falta de conocimientos básicos de la geometría fractal para conocer la naturaleza. El objetivo propuesto es usar herramientas informáticas para construir fractales en los estudiantes de básica secundaria en el Instituto Técnico Comercial Restrepo.

La autora utilizó una metodología a partir de encuestas, diarios de campo, talleres con software, guías de aplicación. Su conclusión fue evidenciar la falta de conocimientos de los estudiantes del grado 9° del Instituto Técnico Come en Bogotá, en conceptos geométricos de iteración, autosimilitud, finito e infinito que les permitieran deducir la geometría fractal a través de elementos sencillos de la naturaleza.

Esta monografía es valiosa para el proyecto que realizamos porque desarrollan el concepto de fractalidad mediante software, pero solo se quedó en un aspecto de la geometría intrínseca. Es muy importante que los estudiantes puedan usar herramientas tecnológicas con la cual puedan

desarrollar diseños básicos y después complejos de fractales. Podemos tomar de esta monografía la forma como utilizan el software a partir de la linealidad con situaciones cotidianas. Se observa que a partir de situaciones sencillas (juego de la semilla y el plano, figura límite y autosimilitud) podremos enseñar los conceptos básicos de la geometría fractal de naturaleza.

Garbín (2007) planteó la investigación **“La problemática fractal: un punto de vista cognitivo con interés didáctico”**. El problema abordado es profundizar en la problemática del “objeto fractal”, desde un punto de vista cognitivo y con un interés didáctico.

Los objetivos fueron estudiar qué propiedades de los fractales son perceptibles por los estudiantes universitarios y cómo lo “definen” teniendo tan sólo una experiencia de visualización. La metodología abordada es cualitativa y se usan las redes sistémicas como herramienta de análisis de los datos cualitativos obtenidos.

Se concluyó en esta investigación que mediante este estudio la mayoría de los estudiantes participantes tratan de definir al fractal como un conjunto matemático que cumple ciertas propiedades, pero la “definición” que ofrecen no es completa, en el sentido que no nombran “todas” las propiedades de la definición del conjunto fractal desde el punto de vista matemático, por ser éstas no todas visualizadas. Con un menor porcentaje se dieron definiciones asociadas a las concepciones del fractal como objeto límite y producto, y como objetos que representan fenómenos naturales.

Nos parece que el planteamiento de la autora produce una visualización sobre la poca importancia que se le brinda a este tipo de geometría discreta, por cuando la mayoría de los estudiantes universitarios no la conocen, a pesar de que hace parte del mundo real y que es

aplicable a muchas situaciones cotidianas. Lo cual hace pensar que es necesario implementar temáticas que sean pertinentes en cada una de las carreras afines para insertarlas en los microdiseños universitarios desde los primeros niveles de educación superior.

5. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

5.1 Referentes legal, contextual e institucional

5.1.1 Referente legal.

El plan decenal del gobierno nacional establece como meta a Colombia la más educada en el 2025 en América Latina, esto con el fin de que los estudiantes sean ciudadanos competentes y mejoren la calidad de la educación colombiana, esto se ha difundido a través de diferentes documentos del Ministerio de Educación 50 Nacional, entre estos los que se enfocan en los lineamientos que se refieren a nuevas concepciones sobre el currículo, los contenidos y la evaluación. La presente investigación se basa en los estándares de calidad para el grado 9º, apoyado en la Constitución Política de Colombia (1991) en el Artículo 67, que consagra la educación como un derecho fundamental y más aún una educación de calidad según el artículo 28 de la ley 1098 de 2006. “Los fines de la educación se establecen en la Ley 115 de 1994, se dan los objetivos para cada nivel y ciclo de educación formal, y la matemática está dentro de las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento, además se habla de cómo Proyecto Educativo Institucional PEI es de la autonomía de las instituciones educativas; complementando el decreto 1860 de Agosto 3 de 1994, en aspectos pedagógicos y sus desarrollos complementarios que permiten a los docentes conformar comunidades educativas de investigación que diseñan el

currículo, hagan seguimiento, evaluación y retroalimentación del mismo como parte del PEI” (Cano & Girando,2017).

Estándares de calidad del área de matemáticas

Las matemáticas y el lenguaje son fundamentales en el desarrollo de los estudiantes y son conocidos como las áreas que en forma especial ayudan a aprender a aprender y a aprender a pensar. Además, dan al estudiante competencias básicas e indispensables para incorporarse en el mercado laboral.

Es muy importante lograr que la comunidad educativa entienda que las matemáticas son accesibles y aun agradables si su enseñanza se da mediante una adecuada orientación que implique una permanente interacción entre el maestro y sus alumnos y entre éstos y sus compañeros, de modo que sean capaces, a través de la exploración, de la abstracción, de clasificaciones, mediciones y estimaciones, de llegar a resultados que les permitan comunicarse, hacer interpretaciones y representaciones; en fin, descubrir que las matemáticas están íntimamente relacionadas con la realidad y con las situaciones que los rodean, no solamente en su institución educativa, sino también en la vida fuera de ella.

Es indudable que las matemáticas se relacionan con el desarrollo del pensamiento racional (razonamiento lógico, abstracción, rigor y precisión) y es esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología, pero, además -y esto no siempre ha sido reconocido-, puede contribuir a la formación de ciudadanos responsables y diligentes frente a las situaciones y decisiones de orden nacional o local y, por tanto, al sostenimiento o consolidación de estructuras sociales democráticas.

Estándares Básicos de Calidad

Los fines de la educación matemática no pueden dejar de lado las funciones políticas, sociales y culturales que cumple el proyecto educativo y por lo tanto deben considerar la sociedad a la que éste se orienta. En el caso colombiano es muy importante adquirir el compromiso de formar para la construcción y desarrollo de la tecnología, con un fuerte acento hacia el logro de valores sociales y al establecimiento de nexos con el mundo exterior.

El compromiso con los ideales democráticos se alcanza si en el aula se trabaja en un ambiente donde es posible la discusión y la argumentación sobre las diferentes ideas. Lo cual favorece el desarrollo individual de la confianza en la razón, como medio de autonomía intelectual, al tomar conciencia del proceso constructivo de las matemáticas para intervenir en la realidad. En cuanto a los nexos con el mundo externo, es importante trabajar con miras a preparar ciudadanos que puedan desempeñarse en la sociedad, y que sean aptos para la invención y aplicación de la tecnología.

Organización de los estándares de matemáticas

Los estándares que se describirán a continuación tienen en cuenta tres aspectos que deben estar presentes en la actividad matemática:

- Planteamiento y resolución de problemas
- Razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración)
- Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa)

Los estándares están organizados en cinco tipos de pensamiento matemático: cada uno de estos pensamientos apuntan a orientar los procesos curriculares y específicamente en las implicaciones pedagógicas que debemos como docentes tener en cuenta para mejorar las prácticas pedagógicas y correlacionar la enseñanza aprendizaje de las matemáticas con la resolución de situaciones de la vida cotidiana. De la misma manera se debe tener en cuenta que los estudiantes deben manejar

unos conocimientos básicos-previos (medidas, símbolos, conocimientos algebraicos) que deben colocar en marcha para ayudar a dar solución a los planteamientos de situaciones reales.

Formación Docente para la Calidad Educativa

“En el marco de lo planteado en las bases del Plan de Desarrollo 2010 - 2014, el Plan Sectorial de Educación y el Plan Nacional de Formación Docente (PNFD); el Programa de Formación Profesional de Docentes y Directivos Docentes se encarga de definir, gestionar e implementar acciones y proyectos que permitan fortalecer los procesos formativos de los docentes y directivos docentes, para mejorar la calidad de la educación preescolar, básica y media. Promueve desde los subprocesos de formación inicial y continua la calidad y pertinencia de la formación complementaria, de pregrado y postgrado de docentes en las Facultades de Educación y en las Escuelas Normales Superiores, con el fin de garantizar la articulación de éstas con los planes y políticas del Ministerio de Educación Nacional y el desarrollo de programas de formación, capacitación, actualización y perfeccionamiento de docentes en servicio, de acuerdo con las áreas prioritarias identificadas, haciendo seguimiento a las estrategias implementadas.

Desde lo expuesto, y bajo el principio de que "Una educación de calidad es aquella que forma mejores seres humanos, ciudadanos con valores éticos, respetuosos de lo público, que ejercen los derechos humanos y conviven en paz. Una educación que genera oportunidades legítimas de progreso y prosperidad para ellos y para el país. Una educación competitiva, que contribuye a cerrar brechas de inequidad, centrada en la institución educativa y en la que participa toda la sociedad" (MEN,2010), se reconoce que el mejoramiento de la calidad de la educación implica coordinar acciones en la formación de los docentes y directivos, de modo que sus prácticas y actividades pedagógicas inciden en el desarrollo de competencias de los estudiantes, pero que

también faciliten la reflexión sobre estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de los mismos, y fomenten el desarrollo profesional de los educadores.

En este sentido, la Dirección de Calidad para la Educación preescolar, Básica y Media se ha propuesto consolidar una política de formación que contribuya de manera significativa al mejoramiento de la calidad de la educación desde un trabajo de corresponsabilidad entre los diferentes actores e instancias relacionados con la formación de docentes en el país. Para esto se han liderado diferentes iniciativas en el marco de la actividad estratégica "Formación docente para la calidad educativa orientadas al fortalecimiento de la formación inicial de docentes y a la cualificación, actualización y perfeccionamiento de los educadores en servicio" (MEN, 2014).

5.1.2 Referente contextual

El Municipio de La Plata está ubicado en el sur occidente del país, e igualmente en el sur occidente del Departamento del Huila. Por el oriente limita con los municipios de Paicol y Pital; por el occidente con el Departamento del Cauca, por el norte con el Departamento del Cauca y por el sur con el Municipio de La Argentina y parte del Departamento del Cauca. En su forma de relieve se presentan lomas y montañas sobre rocas ígneas parcialmente cubiertas por cenizas volcánicas, cuyo relieve va de quebrado a escarpado y de suelos superficiales a profundos.



Figura 1. Tomada de Google (s.f) [mapa del Huila y Municipio de la Plata, Colombia]

La población (60.000 habitantes aprox.y descendiente de los Yalcones) está ubicada entre territorios montañosos en los que también se encuentran algunas zonas planas o ligeramente onduladas donde se destacan los accidentes orográficos de la Sierra Nevada de los Coconucos, las Serranías de las Minas y Yarumal y los Cerros Cargachiullo, Los Coconucos, Pelado, Santa Rita y Zúñiga. Presenta pisos térmicos cálido, frío y páramo, Regados por las aguas de los ríos Aguacatal, la Plata y Páez.

Por encontrarse en esta franja, la economía del Municipio de La Plata se basa principalmente de la ganadería bovina, la agricultura, la piscicultura (cálido y frío) y porcicultura. El sector agropecuario es uno de los renglones más importantes en la economía del Municipio. Esta economía está representada principalmente por: arroz, café, plátano, banano, cacao, plátano, maíz, caña, frijón, papa; y algunos frutales como lulo, tomate de árbol y mora (Plata, 2018).

5.1.3 Referente institucional

El Municipio de La Plata cuenta con cuatro (4) Instituciones, entre ellas la Institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco, la cual se encuentra ubicada en la Calle 8 N. 7-19 Barrio

Otálora. Pertenece al Núcleo Educativo No. 6. Ofrece el Nivel de preescolar, educación básica, educación media, con jornada única y nocturna; carácter mixto, modalidad académica. Las otras sedes: Jorge Eduardo Duran Rosso, San Rafael, Cabuyal.

La Institución Educativa se rige por los lineamientos promulgados por el Ministerio de Educación Nacional y teniendo como referencia los fines de la educación se establecen en la Ley 115 de 1994, se da importancia al Proyecto Educativo Institucional PEI, como componente fundamental de la autonomía de las instituciones educativas; complementando el Decreto 1860 de Agosto 3 de 1994, en aspectos pedagógicos y sus desarrollos complementarios que permiten a los docentes conformar comunidades educativas de investigación que diseñan el currículo, hagan seguimiento, evaluación y retroalimentación del mismo como parte del PEI (Lina Janeth Cano Lopera, 2016), podemos basarnos en los lineamientos que están establecidos en el PEI de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco.

Dos referentes se tienen en cuenta para articular esta tesis con el PEI. El primero, la **Misión** que plantea lo siguiente: “Brindar a la comunidad educativa (Directivos, docentes, administrativos, y estudiantes de preescolar, básica primaria y media vocacional), una educación integral de calidad enfocada al desarrollo académico y a la construcción de ciudadanía, fundamentada en principios y valores a través de todas las modalidades educativas ofertadas, por medio de un currículo contextualizado, integrador, centrado en la participación democrática, la cultura, la investigación, y mediado por procesos pedagógicos, didácticos, inclusivos y tecnológicos innovadores que permitan el desarrollo de sus competencias básicas”.(PEI, 2015, p.20).

La segunda, es la **visión**: “En el año 2021 la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del Municipio de La Plata en el Departamento del Huila, se consolidará como pionera en proyección de estudiantes competentes en pruebas SABER en los grados tercero, quinto, noveno y once, reconocida local, regional y nacionalmente por sus altos niveles de educación integral, de calidad humana, de competencia, eficiencia y eficacia en los procesos educativos, sociales e inclusivos que responden a los retos que imponen los avances de la ciencia y la tecnología, dirigida hacia la población de niños, niñas y adolescentes, con o sin condición de NEE, población adulta y extra edad, profundizando en el aprendizaje de la lengua inglesa”.

Tomando como referencia la visión y misión de la institución educativa nos invitan a desarrollar estrategias pedagógicas que fomenten el aprendizaje significativo en los de los estudiantes teniendo en cuenta procesos pedagógicos y didácticos que permitan el desarrollo de las competencias básicas, en nuestro caso en las matemáticas. Por esta razón se considera una secuencia didáctica que trate de mejorar el pensamiento geométrico -métrico en el grado noveno de la institución Luis Carlos Trujillo Polanco del Municipio de La Plata.

Fundamentos Pedagógicos: Es necesario tener en cuenta los ritmos de aprendizaje, propiciados por el contexto personal, familiar y social. El plan de estudios debe tener en cuenta los saberes previos, así como las estrategias a utilizar, siempre teniendo presente la lúdica. Al mismo tiempo hay que reconocer que en el campo educativo, además de la pedagogía, convergen todos los saberes y prácticas de la cultura, construidos históricamente por los seres humanos, ya como saberes cotidianos, míticos, filosóficos o científicos, ya como prácticas sociales o de transferencia de conocimientos. Los conocimientos que los seres humanos han construido sobre lo “real”, es

decir, las “realidades” e “intersubjetividades”, así como sus aplicaciones, constituyen la cultura de una sociedad. Lo que equivale a decir que en el campo educativo confluyen todos los saberes y las prácticas culturales como objeto de la misma. (PEI, 2015: 21).

Es muy importante observar de cada estudiante la manera efectiva de aprender, teniendo en cuenta primero sus saberes, sus ritmos y conociendo el aporte familiar en el proceso de aprendizaje, ya que con estas condiciones ayudan favorablemente al desarrollo de su formación académica y humana. En el PEI, se considera el modelo pedagógico constructivista una de las corrientes necesarias para promover el aprendizaje de nuestros estudiantes, por tal razón, describiremos los conceptos descritos por autores consultados.

El modelo pedagógico constructivista: “El modelo constructivista o perspectiva radical que concibe la enseñanza como una actividad crítica y al docente que investiga reflexionando sobre su práctica. Para el constructivismo aprender es arriesgarse a equivocarse; muchos de los errores cometidos en situaciones didácticas deben considerarse como momentos creativos.

Para el tradicionalismo la enseñanza no es una simple transmisión de conocimientos, es en cambio para el constructivismo los alumnos son hacedores de su propio saber. No aprendemos sólo registrando en nuestro cerebro, aprendemos construyendo nuestra propia estructura cognitiva. Esta teoría del constructivismo está fundamentada primordialmente por tres autores: Lev Vygotsky, Jean Piaget, (el constructivismo piagetiano) y David P. Ausubel, (constructivismo humano), quienes realizaron investigaciones en el campo de la adquisición de conocimientos del niño (Ragni, 2009).

El "Constructivismo Piagetiano": Creado por Jean Piaget, este pedagogo relaciono la Epistemología Genética, es decir, el conocimiento sobre la forma de construir el pensamiento de acuerdo con las etapas psicoevolutivas de los niños. Para Piaget, la idea de la asimilación es clave, ya que la nueva información que llega a una persona es "asimilada" en función de lo que previamente hubiera adquirido. Muchas veces se necesita luego una acomodación de lo aprendido, por lo que debe haber una transformación de los esquemas del pensamiento en función de las nuevas circunstancias. (Sanabria, 2006)

El Constructivismo Humano: Surge de las aportaciones de Ausubel sobre el aprendizaje significativo, a los que se añaden las posteriores contribuciones neurobiológicas de Novak. El "constructivismo social", por su parte, se funda en la importancia de las ideas alternativas y del cambio conceptual (Kelly), además de las teorías sobre el procesamiento de la información. Aquí el constructivismo es de gran importancia las interacciones sociales entre los que aprenden. esta concepción del aprendizaje, el Constructivismo Humano ha aportado metodologías didácticas propias como los mapas y esquemas conceptuales, la idea de actividades didácticas como base de la experiencia educativa, ciertos procedimientos de identificación de ideas previas, la integración de la evaluación en el propio proceso de aprendizaje, los programas entendidos como guías de la enseñanza y de aprendizaje, etc. (Sanabria, 2006)

El Constructivismo Radical: Se ha denominado como "Constructivismo Radical" (Von Glasersfeld, 1996) una corriente que rechaza la idea según la cual lo que se construye en la mente del que aprende es un reflejo de algo existente fuera de su pensamiento. En realidad, se trata de una concepción que niega la posibilidad de una transmisión de conocimientos del

profesor al alumno, ya que ambos construyen estrictamente sus significados. Los constructivistas radicales entienden la construcción de saberes desde una vertiente darwinista y adaptativa, es decir, el proceso cognitivo tiene su razón de ser en la adaptación al medio y no en el descubrimiento de una realidad objetiva. A diferencia de los otros "constructivismos", en general calificables como "realistas", el constructivismo radical es idealista porque concibe el mundo como una construcción del pensamiento y, por tanto, depende de él (Sanabria, 2006, p.2).

Referentes Curriculares: Teniendo como referencia la programación del plan de área de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco, observamos que las temáticas planteadas coinciden con los lineamientos curriculares nacionales, por tal la razón se plantea la enseñanza de dichas temáticas con respecto a la geometría euclidiana.

El plan de área que presenta la Institución L.C.T.P, enuncia los ejes transversales, los estándares correspondientes a geometría, los derechos básicos de aprendizaje (DBA), los indicadores de aprendizajes, las temáticas y los proyectos transversales, allí presentan principalmente las temáticas que se pretenden relacionar con la teoría fractal; semejanza y criterios, el Teorema de Tales, segmentos proporcionales y área (Ver anexo 2)

5.2 Referentes teóricos

Para el efecto de la investigación se tiene en cuenta los principales autores que hablan de complejidad, los cuales pretenden articular conocimientos fragmentados en diferentes disciplinas del conocimiento, en nuestro caso nos referiremos al campo de las matemáticas, donde buscaremos

estrategias interdisciplinarias basadas en la no linealidad, con el fin de fortalecer las prácticas en el aula.

5.2.1 La teoría de la complejidad y las matemáticas

La complejidad es una parte de las matemáticas que estudia las propiedades fundamentales de sistemas adaptables complejos y la regeneración no lineal; por lo tanto, la complejidad es multidisciplinaria y da elementos endógenos y exógenos en los sistemas. Al respecto dicen Rodríguez y Aguirre: “La teoría de la complejidad busca analizar las cosas fragmentadas, pues se debe tratar de conjuntar todos los enfoques, las más extrañas pero posibles y reales combinaciones, entender que las contradicciones son razones en la naturaleza y tratar de interpretar nuestras teorías en una forma diferente. La incertidumbre y el caos son inherentes a la naturaleza, el riesgo es una parte central siempre presente, debemos entenderlo, hacerlo parte del sistema, alimentando así nuestros modelos” (Rodríguez & Aguirre, 2011).

Existe una relación directa entre la teoría de la complejidad y las matemáticas. En el sentido que la búsqueda de una explicación a los fenómenos complejos e irresolubles mediante modelos matemáticos configuró la teoría del caos, de carácter interdisciplinar, que no niega la ciencia clásica, sino que propone dejar de lado el reduccionismo, aplicando otros métodos de estudiar la realidad en una visión de todo.

Al respecto, Gonzáles (2009) en su artículo “*La teoría de la complejidad*” menciona que esta es una forma de analizar, de reflexionar sobre determinados aspectos de la naturaleza, la

sociedad y el pensamiento, los cuales presentan ciertas características que los clasifican como sistemas de comportamiento complejo.

Este autor explica que las variaciones en la cantidad, valor y propiedades en general de los sistemas que estudia la complejidad, no lo hacen de forma directamente proporcional o como se dice en matemáticas de forma lineal, sino de forma no lineal. La no linealidad se manifiesta matemáticamente en las ecuaciones dinámicas que modelan el sistema, en la aparición de potencias de las variables desiguales a uno. Las variaciones que experimentan los sistemas de propiedades complejas pueden llegar a situaciones en que no sean predecibles y que muy pequeñas variaciones en las condiciones iniciales provocan grandes cambios irregulares, no periódicos, en las propiedades cantidades o valores del sistema. Se dice entonces que se ha llegado al caos, teniendo este vocablo una connotación especial en la teoría que estudia la complejidad. (González, 2009, págs. 243-245)

En la investigación “*Making sense of emergence*” de Jaegwon Kim (1999) explora la irreductibilidad y causalidad descendente. Las doctrinas de emergencia y su relación con la causalidad descendente, expuestas por Kim, son expuestas de la siguiente manera:

- a) Emergencia de entidades complejas de mayor nivel: sistemas con un mayor nivel de complejidad emergen de la unión de entidades de menor nivel en nuevas configuraciones estructurales (el nuevo “parentesco” de estas entidades).
- b) Emergencia de propiedades de mayor nivel: todas las propiedades de entidades de mayor nivel surgen de las propiedades y relaciones que caracterizan a sus partes constituyentes. Algunas

propiedades de estos sistemas complejos mayores son “emergentes” y el resto simplemente “resultante”.

c) Impredecibilidad de propiedades emergentes: estas no son predecibles a partir de información exhaustiva con respecto a sus “condiciones elementales”. En contraste, las propiedades resultantes son predecibles a partir de información de menor nivel.

d) Impredecibilidad -irreductibilidad de propiedades emergentes: a diferencia de aquellas que son simplemente resultantes, las propiedades emergentes no son ni explicables ni reducibles en términos de sus condiciones elementales.

e) Eficacia causal de los emergentes: las propiedades emergentes poseen poderes causales propios –poderes causales innovadores irreducibles a los poderes causales de sus propios componentes elementales. (Fuentes, 2018, págs. 18-19)

Para Maldonado y Gómez (2011), en su artículo *“El mundo de las ciencias de la complejidad”* concibe este tipo de ciencia y se refiere que estas son una auténtica revolución en el conocimiento, al mejor estilo de las revoluciones científicas estudiadas por T. Kuhn, pero que en realidad son herederas de la tríada G. Bachelard, G. Canguilhem y A. Koyre. Se trata de un grupo de ciencias que por tanto contienen numerosas teorías, una diversidad de modelos explicativos, una gama amplia de conceptos, en fin, una pluralidad de métodos y lógicas cuyo tema de base es, para decirlo en términos genéricos: ¿Por qué las cosas son o se vuelven complejas?

Es posible caracterizar a las ciencias de la complejidad de varias maneras: así, por ejemplo, se ocupan del modo como los fenómenos, sistemas y comportamientos evolucionan y ganan grados de libertad; se trata de sistemas que ganan información aun cuando no (necesariamente) memoria;

fenómenos sensibles a las condiciones iniciales, reconociendo que las condiciones iniciales apuntan siempre al presente en cada caso dado y que no deben ser confundidas como “condiciones originales”, fenómenos que se encuentran en redes y cuya topología es esencialmente variable.

En otro de sus escritos “*Pensar la complejidad, pensar como síntesis*”, Maldonado (2015), hace una distinción entre dos clases de matemáticas, así: las matemáticas de sistemas continuos y las matemáticas de sistemas discretos. Digamos de pasada que, por tanto, es un error creer que hay matemáticas cuantitativas y cualitativas (un mal chiste cuando se lo ve con los ojos del conocimiento). Las matemáticas de sistemas continuos trabajan esencialmente con estadística (descriptiva, inferencial, etc.), álgebra, cálculo (integral y diferencial), función o funciones, con el concepto de límite y con problemas de optimización. No es sobre este plano que queremos concentrar la mirada.

Por el contrario, las matemáticas de sistemas discretos trabajan con conjuntos parcialmente ordenados, conjuntos extremos, geometría discreta y combinatoria, con teoría discreta de probabilidades, con problemas combinatorios también llamados genéricamente como complejidad combinatoria, con topología, teoría de juegos y teoría de la decisión racional, con algunas de las lógicas no-clásicas, las matemáticas en general de sistemas computacionales, grafos e hipergrafos, así como con teselados.

Para García (2012), en su artículo “*El pensamiento complejo y la transdisciplinariedad: fenómenos emergentes de una nueva racionalidad*”, apuesta a un pensamiento complejo como una especie de construcción arquitectónica. En el primer piso, es decir a la base estarían, según Morín,

las tres grandes teorías contemporáneas: la teoría general de sistemas, la teoría cibernética y la teoría de la información. En el segundo piso estarían las teorías de la auto-organización propuestas por la revolución biológica contemporánea y las teorías cibernéticas de autores como Atlan (1990), Capra (2002), Prigogine (1987), Von Neumann (2004), etc. En el tercer piso, estaría lo que Morín llama el pensamiento complejo, es decir, la capacidad de pensar al ser humano que somos, desde las posibilidades que se han abierto en el diálogo las teorías anteriores y desde las reflexiones críticas del conocimiento que se han dado después de Husserl y Heidegger en la filosofía (Morín, 1997; Morín, 1996b, 202-217).

Este autor hace referencia a Edgar Morín como uno de los pensadores contemporáneos que ha centrado su actividad intelectual en la necesidad de dar a luz a un pensamiento complejo capaz de articular los conocimientos fragmentados en disciplinas o campos de saber que si bien nos permiten profundizar en aspectos concretos del conocimiento de la realidad, -al mismo tiempo y luego de dos siglos de implementación-, empiezan a mostrar un nuevo oscurantismo, que no es ya el oscurantismo de la ignorancia, sino el de una racionalidad restringida que permite, sin duda alguna, un avance en profundidad en algún aspecto de la realidad, pero que al mismo tiempo nos incapacita para una comprensión de la complejidad organizada, en donde cada aspecto de la realidad se nos da a lado de otros, y en los que éstos pueden alcanzar alguna validez y sentido (Morín, 2010, págs. 81-135).

De otra manera las matemáticas complejas y la teoría fractal están muy ligadas, por cuando esta última hace parte de estructuras que son observables en la naturaleza, con ciertas características especiales y que se merece estudiar de forma más profunda.

5.2.2 Teoría fractal

Diremos que el término fractal es un vocablo derivado del latín, fractus (participio pasado de frangere), que significa quebrado o fracturado y se lo utiliza para designar a objetos semi-geométricos cuya estructura básica se repite a diferentes escalas. Un fractal es un patrón de complejidad matemática que genera una imagen geométrica, cuya principal peculiaridad es el ser auto-similares, es decir, que a cualquier escala se puede observar la misma estructura.

Así mismo, se debe tener en cuenta que para reconocer si es un fractal, debe suscitar dos situaciones: autosimilaridad y dimensión. Cuando hablamos de autosimilaridad significa que, cuando examinamos pequeñas porciones de un objeto, la imagen que vemos no es más que una copia de nuestro objeto inicial. Por otro lado, al referirse a la dimensión hay que tener en cuenta el tipo de fractal que se referencia: unidimensional (conjunto de cantor), bidimensional (Carpeta de Sierpinski) o tridimensional (esponja de Menger).

Luke (2013) nos enseña cómo identificar las propiedades de un fractal: Un fractal posee las siguientes características: a) Es demasiado irregular- local y para ser descrito en términos geométricos tradicionales. b) No puede ser definido por tanto mediante las dimensiones euclidianas o topológicas tradicionales, definiéndose para ello la dimensión fractal, generalización de la dimensión euclidiana que incluye números no enteros. Posee, por tanto, una forma inusual de rellenar el espacio en el que se contiene. c) Es autosimilar. Es decir, su forma está hecha de copias más pequeñas de la misma figura. A esta propiedad de autosimilaridad o autosimilitud

también se le denomina independencia de escala. Poseen por tanto infinito detalle: la figura no pierde detalle cualquiera que sea la escala con que se observe.

La autosimilaridad puede ser: 1. Exacta: patrones idénticos a cualquier escala. 2. Aproximada: los patrones son muy parecidos en las diferentes escalas, con pequeños cambios (distorsiones, rotaciones, etc.) en la forma. 3. Estadística: las repeticiones de patrones siguen algún tipo de medida numérica de acuerdo a procesos estocásticos. 4. Cualitativa: patrones repetitivos no geométricos (por ejemplo, series temporales). 5. Multifractal: existe más de una regla de escala o más de una dimensión fractal (Luke, 2013, págs. 1-2)

Este autor también explica que “La función matemática que los expresa no es derivable, por lo tanto, no existe ninguna entidad geométrica tangente en ningún elemento del fractal. Esto significa que un fractal no es “medible” (cuantificable) según los métodos tradicionales de medida. Es una entidad matemáticamente compleja pero que puede expresarse mediante algoritmos recursivos sencillos. Esta característica es ideal para su estudio mediante ordenadores” (Luque, 2013).

En la figura 2, se encuentra un mentefacto que muestra las características de los objetos mentales, permitiendo dar una aproximación a la fenomenología del objeto fractal., y que a la vez pretende explicar el pensamiento complejo.

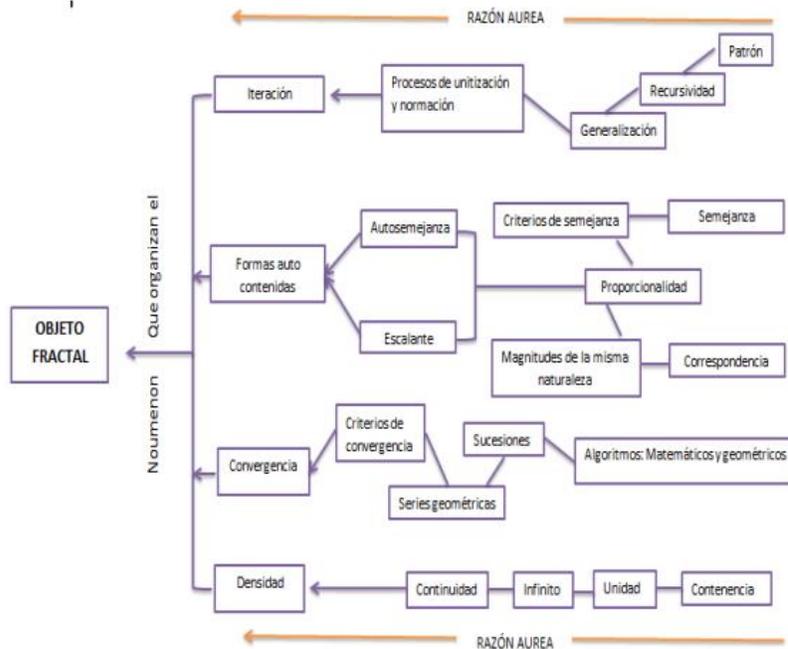


Figura 2 Fenomenología del objeto Fractal. Tomada Tesis Díaz Barreto (2016)

De acuerdo a lo que argumenta (Luque, 2013) y Garbín (2007), se debe tener en cuenta de incluir herramientas tecnológicas que me permitan enriquecer y visualizar la construcción de un fractal básico en las prácticas con los estudiantes. Entre los software más comunes tenemos el Derive, (herramienta de cálculo tipo simbólico), el Cabri y el GeoGebra.

En nuestro caso el uso del software GeoGebra será el indicado. “GeoGebra es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas. GeoGebra en su origen es la tesis de Markus Hohenwarter, cuyo objetivo fue crear una calculadora de uso libre para trabajar el

Álgebra y la Geometría. Fue un proyecto que se inició en el 2001 en un curso de Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria). Actualmente, GeoGebra continúa su desarrollo en la Universidad de Boca Ratón, Florida Atlantic University (USA). GeoGebra permite abordar la geometría desde una forma dinámica e interactiva que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático.

También permite realizar construcciones de manera fácil y rápida, con un trazado exacto y real, que, además, revelarán las relaciones existentes entre la figura construida; también permitirá la transformación dinámica de los objetos que la componen.

Debido a estas dos características el profesorado y el alumnado pueden acercarse a GeoGebra de varias maneras, no excluyentes entre sí pero que a menudo están relacionadas con el nivel de capacitación que se tenga del programa. Como *Herramienta del profesor* se pueden utilizar construcciones ya creadas por otras personas o las realizadas por nosotros mismos para: Crear materiales educativos estáticos (imágenes, protocolos de construcción) o dinámicos (demostraciones dinámicas locales, applets en páginas web), que sirvan de apoyo a las explicaciones de la materia. Crear actividades para que los alumnos manipulen dichas construcciones y así deduzcan relaciones, propiedades y resultados a partir de la observación directa. Como *Herramienta del estudiante*: Manipular construcciones realizadas por otras personas y deducir relaciones, resultados y propiedades de los objetos que intervienen. Para realizar construcciones desde cero, ya sean dirigidas o abiertas, de resolución o de investigación”. (Iniciación del GeoGebra, 2018).

5.2.2.1 Fractales clásicos.

Los primeros indicios de fractales se iniciaron hacia el año 1854 con el francés Henri Poincaré, quien fue el primero en considerar la posibilidad de un caos determinístico. Más tarde sus ideas fueron tomadas, por dos matemáticos, también franceses: Gastón Julia y Pierre Fatou, hacia 1918, quienes desvelaron las propiedades básicas de la iteración de funciones polinómicas complejas. Los conjuntos de Julia, así llamados por el matemático Gastón Julia, son una familia de conjuntos fractales que se obtienen al estudiar el comportamiento de los números complejos al ser iterados por una función holomorfa. Todos los conjuntos de Julia exhiben autosimilaridad. Las figuras siguientes se obtienen de figuras cuadráticas simples variando C , excepto en $C=0$ cuando no se cumple, (ver figura 3)

$$F(z) = z^2 + c, \text{ donde } c \text{ es un número complejo.}$$

Se elige algún número Z , que con una serie de acotaciones se va construyendo una sucesión, siendo este procedimiento es bastante complejo, ya que hay que repetirlo para todos los complejos.

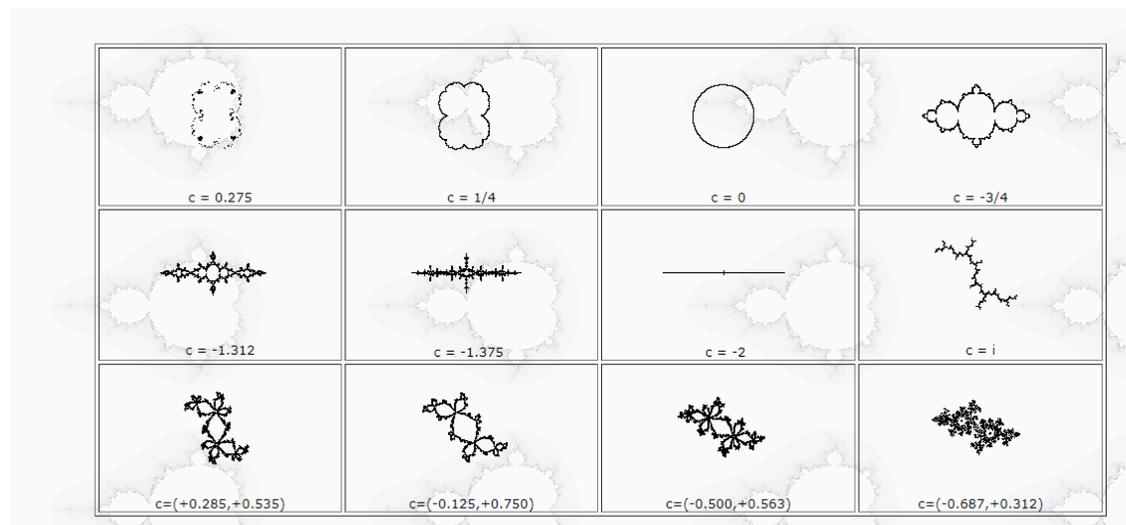


Figura 3. Conjuntos de Julia. Tomada de matap.dmae.upm.es

Posteriormente, George Cantor (1845-1918) matemático alemán, propuso un conjunto de iteraciones de ciertos números al cual denomino “conjunto de Cantor”. Dicho conjunto juega un papel importante en varias ramas de las matemáticas, específicamente en el área de *Sistemas Dinámicos Caóticos* y sirve de modelo esencial para la interpretación de otros objetos fractales.

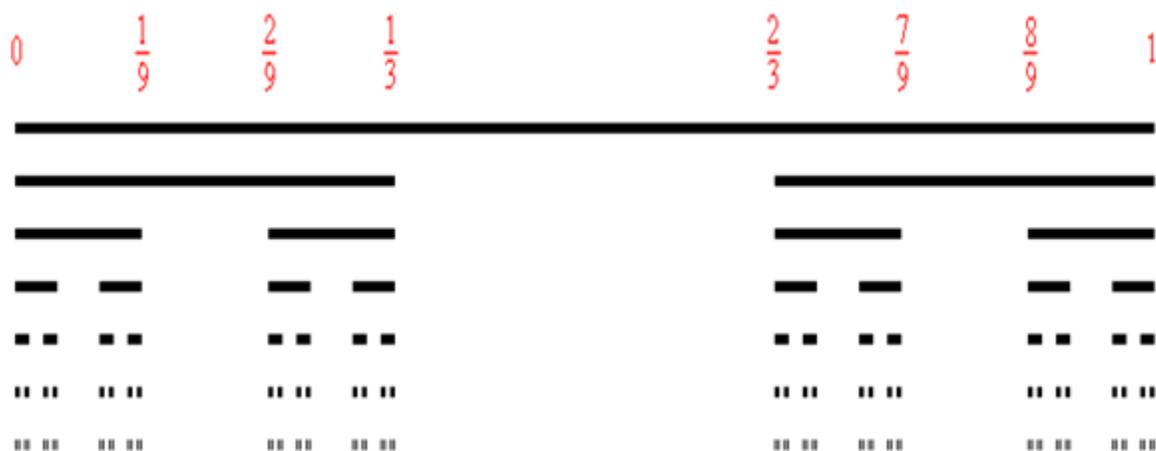


Figura 4. Conjunto de cantor. Origen wikipedia.org

Waclaw Sierpinski en 1915, genera a partir de un triángulo varias particiones a partir de una partición de la siguiente manera.

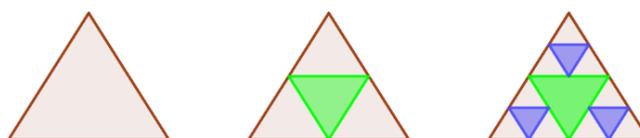


Figura 5. Triángulo de Sierpinski. Tomado de anexo secuencia didáctica

Para generar la figura 5 empezamos con un triángulo equilátero, luego hallamos el punto medio de cada lado y unimos los lados de los puntos medios, dando origen a cuatro triángulos iguales más pequeños. Finalmente eliminamos el triángulo que queda en el medio. Este proceso se repite en cada uno de los triángulos restantes.

Helge Von Koch fue un matemático sueco quien, en 1904, introdujo lo que ahora se conoce como curva de von Koch; también conocida como curva copo de nieve o isla de von Koch.

Existe un método para la construcción geométrica simple de la curva de Von Koch (ver figura 6). Empezamos con una línea recta, este es el objeto inicial y es llamado *el iniciador*. Luego se corta en tres partes iguales. Luego se reemplaza la parte central por un triángulo equilátero y se toma esa parte como base. Esto completa la construcción básica. Una reducción de esta figura, hecha de cuatro partes, será usada para el siguiente estado. A esto le llamamos *el generador*. Así, ahora repetimos tomando cada uno de los segmentos iniciales del generador y volvemos a duplicar el proceso. En la figura 5 se presenta la construcción de este fractal matemático.

Si el algoritmo anterior es aplicado sobre una línea recta la figura nunca se cierra sobre sí misma. Para obtener la curva de von Koch cerrada es necesario aplicar el algoritmo a un triángulo equilátero.

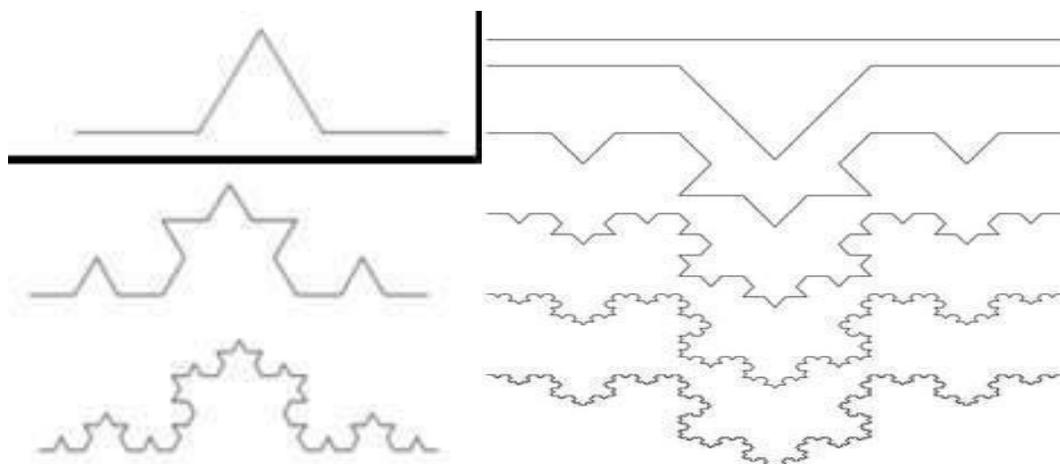


Figura 6. Curva de Koch. Origen wikipedia.org

Paul Pierre Levy dio una construcción geométrica de este fractal, (El dragón de Levy). en su artículo Plano o espacio de curvas y superficies que consisten en partes similares al conjunto. Aunque este fractal fue descubierto mucho antes, en 1906 por Ernesto Cesaro, se nombró en honor a Levy, pues fue el primero en describirlo.

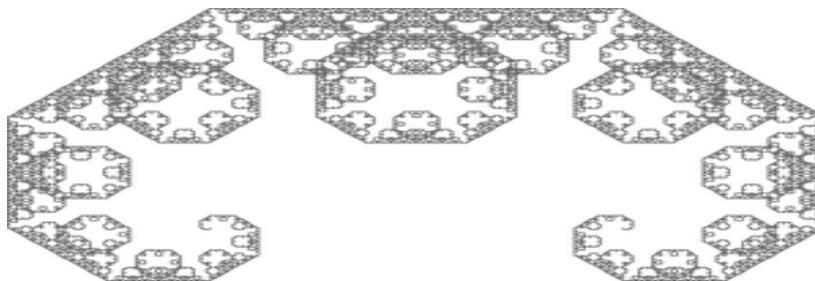


Figura 7. Dragón de Levy. Origen wikipedia.org

Otra figura muy imponente fue el árbol pitagórico, construido por primera vez por el profesor de matemáticas *Albert E. Bowman* (1891-1961), en Holanda en 1942. Del teorema *de Pitágoras* establece que, en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa (el lado de mayor longitud del triángulo rectángulo) es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (los dos lados menores del triángulo, los que conforman el ángulo recto).

Para plantear se toma un cuadrado, y sobre uno de sus lados construimos un triángulo rectángulo, de manera que sobre cada uno de los dos catetos de ese triángulo construimos sendos cuadrados de lado dichos catetos respectivamente.

Ahora, con los dos cuadrados construidos posteriormente podemos repetir el mismo procedimiento. Si, por ejemplo, lo repetimos dos veces más, tendríamos la iteración hasta el tercer orden, como las que se presentan a continuación:



Figura 8. Árbol pitagórico. Origen wikipedia.org

Este procedimiento podemos repetirlo muchas veces hasta obtener un construcción parecido a un árbol, pero usando el esquema del Teorema de Pitágoras, al final obtendremos un fractal, conocido como *Árbol de Pitágoras* (figura 9).

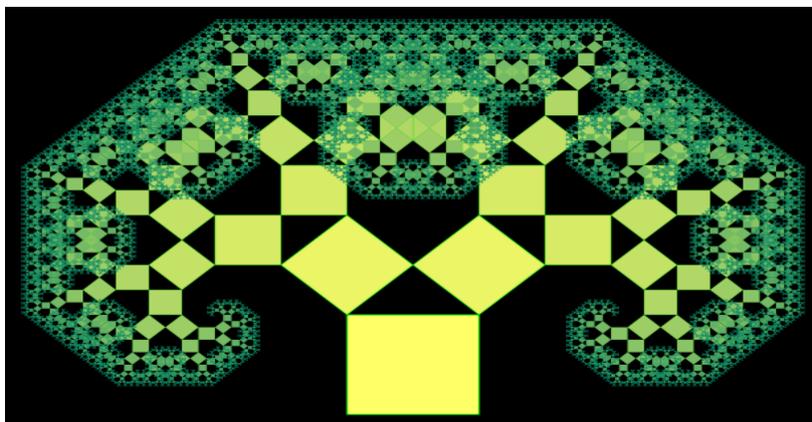


Figura 9. Árbol pitagórico. Origen es.wikipedia.org

Pero fue hasta 1975 que el Dr. Benoit Mandelbrot, de la Universidad de Yale, a quien se considera el padre de la geometría fractal, observó e investigó complejos patrones en la naturaleza que mediante la geometría euclidiana tradicional no la podía describir; bien decía, “las nubes no son esféricas, las montañas no son conos, ni los rayos viajan en línea recta. Entonces desarrolló el concepto y lo denominó “fractal”, por lo fragmentado de estas estructuras que se replican a sí mismas en diferentes dimensiones”. Este científico desarrolló su teoría a partir de las observaciones que otros no podrían detallar y fue así como crea un gran avance para la matemática moderna, teniendo muchas aplicaciones en la vida real.

5.2.3 Matemáticas y fractales

Para determinar una relación entre matemáticas y fractales es importante conocer la forma de construir algunos conjuntos clásicos. Entre ellos tenemos el conjunto de cantor y el conjunto de Sierpinski, los cuales nos van a permitir interrelacionar la secuencia didáctica en el desarrollo del proyecto.

5.2.3.1 Construcción del conjunto de cantor clásico

Este fractal creado por George Cantor (St. Petersburg, Rusia 1845-Halle Alemania 1918) se construye a partir de un segmento de recta. Miranda (1995), expone en su tesis el conjunto de Cantor, este conjunto inicia con el intervalo $[0,1]$, luego se toma el intervalo abierto $(1/3, 2/3)$, esto es, quitamos la parte de en medio del intervalo $[0,1]$ pero no los números $1/3$ y $2/3$. Los intervalos $[0,1/3]$ y $[2/3,1]$ tienen una longitud de $1/3$ cada uno y completa la construcción básica del conjunto. se repite el procedimiento anterior. Continuamos para n pasos, así en ese momento tendremos 2^n intervalos con una longitud cada uno de $1/3^n$, (ver figura 9) se muestra la construcción de dicho conjunto.

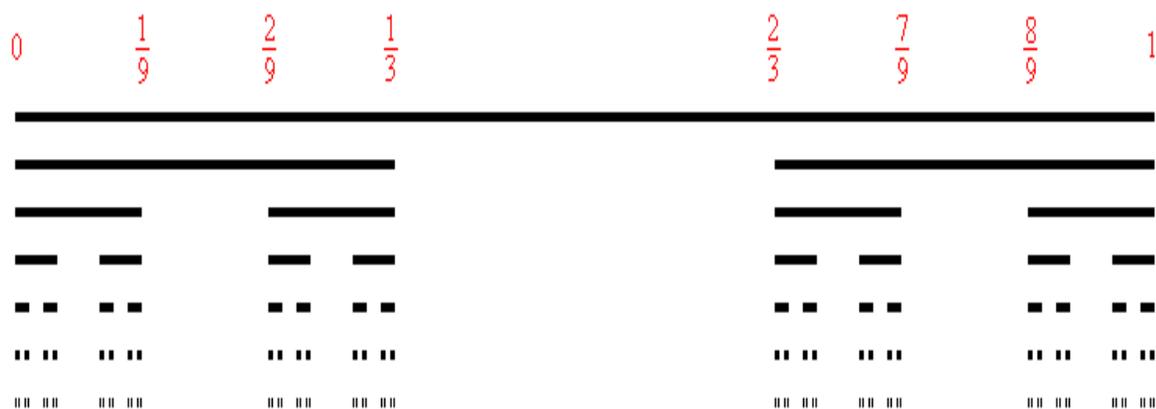


Figura 10. Conjunto de cantor base 3. Origen wikipedia.org

El conjunto puede ser interpretado como un conjunto de ciertos números, $\{0, 1, 1/3, 2/3, 1/9, 2/9, 7/9, 8/9, 1/27\}$.

5.2.3.2 Construcción del triángulo de Sierpinski

El matemático polaco Waclav Sierpinski (1882-1969), construyó este triángulo en 1919 del modo siguiente:

Paso Inicial (0): Construimos un triángulo equilátero de lado x :

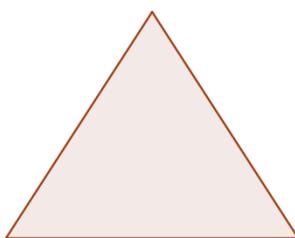


Figura 11. Triángulo inicial. Construcción propia con GeoGebra

Paso 1: Uno los puntos medios de los lados, para obtener cuatro triángulos equiláteros idénticos al original, como aparece en la siguiente figura:

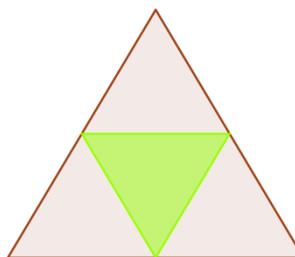


Figura 12. Segunda iteración. Construcción propia

Paso 2: Repetimos el proceso en cada uno de los triángulos sombreados y obtengo la siguiente figura:

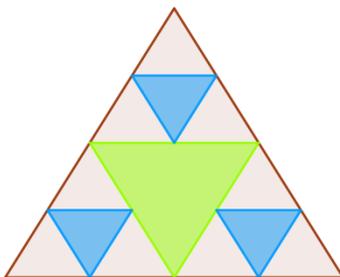


Figura 13. Tercera iteración. Construcción propia

Paso 3: Repetimos lo mismo en cada uno de los triángulos equiláteros sombreados obteniendo la figura siguiente:

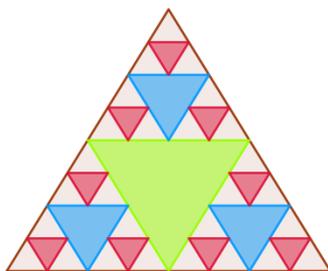


Figura 14. Cuarta iteración. Construcción propia

De esta forma observamos que en cada paso el triángulo de Sierpinski se obtiene con tres figuras del paso anterior, siendo cada una de ellas semejante a la del paso anterior y con razón de semejanza

Un objeto de estas características auto- semejante en distintas escalas se llama fractal, con lo cual, el triángulo de Sierpinski es un ejemplo de un fractal

5.2.4 Los fractales en las ciencias naturales

Los fractales están de manera implícita y explícita en todas partes, los podemos encontrar en el universo, las galaxias, el sistema solar, en nuestro planeta y por ende en nuestras ciencias, de

allí el modelo fractal del cosmos ha sido utilizado por nuestros científicos para crear una imagen más cercana de la realidad y de los complejos fenómenos del universo.

A nivel microscópico los fractales también tienen aplicaciones en las ciencias naturales. Una de ellas en el estudio de materiales. Para Hinojosa (1996) en su tesis hace una descripción sobre la microestructura de una superficie metálica y la relación con la geometría de fractales. Este autor toma como base los conceptos de The Materials Information Society, antes American Society for Metal quienes definen el tipo, estructura, forma y arreglo topológico de las fases o defectos cristalinos que están presentes en ella y que en la gran mayoría de los casos no forman parte de la estructura de equilibrio termodinámico. Tales elementos micro estructurales adoptan formas muy diversas que pueden ser regulares u ordenadas o bien pueden presentar un alto grado de desorden o irregularidad. (Hinojosa, 1996)

5.2.4.1 El universo fractal

Hannes Alfeven⁵ postuló, en 1941, su teoría que la corona del sol era más caliente que la superficie, planteó que el campo magnético del sol interactúa con partículas cargadas haciendo que la corona se calienta a temperaturas extremadamente altas. Por su puesto esto contradijo las teorías termodinámicas: el calor no podría transportarse desde un cuerpo más frío a uno más caliente. Este descubrimiento dio inicio a lo que hoy se conoce como “el universo del plasma”. El plasma es una materia altamente conductora y Alfven descubrió existen unas ondas especiales que transportaban

⁵Premio nobel de física, 1970, fundador de la magneto – hidrodinámica (MHD), que estudia la dinámica de fluidos conductores de electricidad en presencia de campos eléctricos y magnéticos.

energía electrodinámica a través de campos magnéticos, y que podrían ser responsables de que la corona del sol sea más caliente que su interior.

En la actualidad la interacción electromagnética y gravitacional que existe entre los cuerpos en el universo ha sido representada mediante fractales y que han permitido su estudio a nivel complejo.

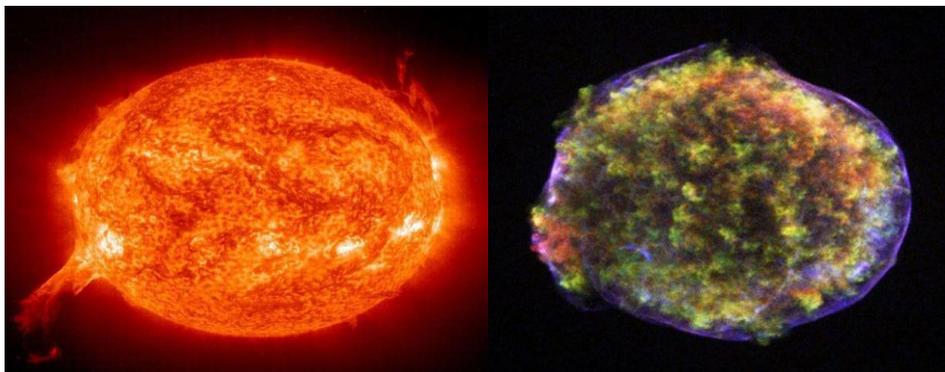


Figura 15. Restos de una supernova se ve cuando una bola de plasma explota tomado de <http://www.bbc.com/mundo/noticias-41055086>

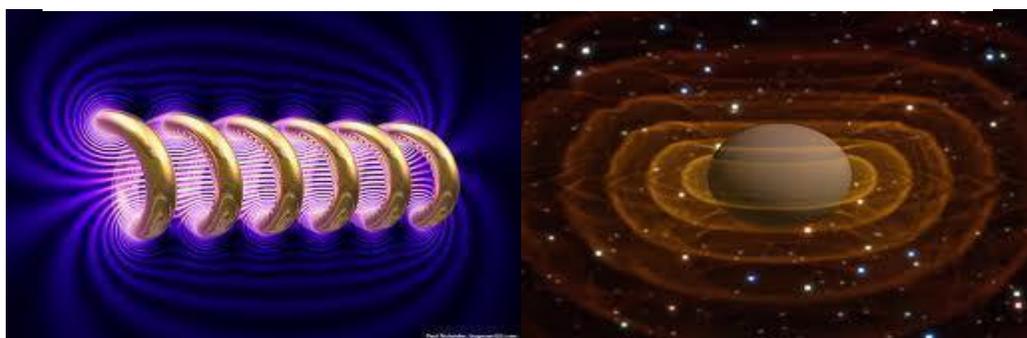


Figura 16. Interacción magnética en un solenoide y representación de la gravedad en fractales. <https://www.beqbe.com/fractales-en-la-naturaleza>

Benoît Mandelbrot⁶ decía: “la geometría fractal nos enseña a observar este mundo con unos nuevos ojos. La existencia del cuanto de acción que está íntimamente unida a la propia naturaleza de la energía de las fluctuaciones cuánticas del vacío obliga a que su estructura sea

⁶Fue el principal creador de la Geometría Fractal, al referirse al impacto de esta disciplina en la concepción e interpretación de los objetos que se encuentran en la naturaleza. En 1982 publicó su libro *Fractal Geometry of Nature*, en el que explicaba sus investigaciones en este campo. Tomado de Wikipedia. org

discontinua, escalonada, fractal, por ello la geometría fractal puede enseñarnos algo que antes no podíamos ver”.



Figura 17. Dimensiones fractales. <https://www.beqbe.com/fractales-en-la-naturaleza>

El autor nos permite evidenciar que hay mundos microscópicos que nos permiten estudiar y comprender de una más simple el mundo que nos rodea a través de los fractales.

“Si observamos desde un punto de vista los fractales y la relación con la teoría cuántica podemos decir que nace como una consecuencia de la catástrofe ultravioleta: un cuerpo para emitir radiación está estrechamente relacionada con su capacidad para absorberla, ya que un cuerpo a temperatura constante está en equilibrio térmico con su medio ambiente y debe de absorber energía en la misma proporción con que la emite” (Miranda, 1995).

En cosmología la radiación de un cuerpo negro se evidencia cuando está encerrado en una cavidad y cuyas paredes están a una cierta temperatura. Los átomos que componen las paredes están emitiendo radiación *electromagnética* y al mismo tiempo absorben la radiación emitida por otros átomos de las paredes. Cuando la radiación encerrada dentro de la cavidad alcanza el equilibrio con los átomos de las paredes, la cantidad de energía que emiten los átomos en la unidad

de tiempo es igual a la que absorben. En consecuencia, la densidad de energía del campo electromagnético existente en la cavidad es constante.

La repercusión que tuvo este hecho dentro de la metodología de la física clásica fue de efectos revolucionarios, y cambió radicalmente la forma de pensar de los científicos. Luego, la corroboración de este acontecimiento por parte de A. Einstein (efecto fotoeléctrico) y de N. Bohr (líneas espectrales del átomo de hidrógeno) trajo como consecuencia la revisión de la forma de concebir el universo según la física clásica. Albert Einstein (1879-1955) con su Teoría Especial de la Relatividad publicada en 1905, parte de la invarianza de la velocidad de la luz, y con ello echó por abajo el concepto de el éter. Después explica los resultados negativos del experimento de Michelson-Morley; explicó también el efecto de la contracción de FitzGerald y el efecto de aumento de masa de Lorentz. Hizo también referencia a la curvatura del espacio-tiempo quien mencionó que en el vacío estable y absoluto de **Newton**, con trayectorias continuas y determinadas, ha dejado paso al vacío cuántico asociado a unas extrañas trayectorias, discontinuas y fracturadas, llamadas por ello trayectorias fractales (no son propiamente trayectorias). La existencia del cuanto de acción o **constante de Planck** (se llama acción al producto de una energía por un tiempo), base de la física cuántica, es la causa de ese cambio fundamental, y de otros muchos, con profundas consecuencias.

Mediante la geometría fractal, este nuevo marco nos ofrece nuevas e interesantes perspectivas. Una de las aplicaciones y principalmente en el campo de la física electromagnética son las Transiciones de fase en magnetismo: “Este concepto más poderosos de la física de la materia condensada y que hace referencia a la clasificación de fases según el principio de rotura espontánea de simetría incluso cuando las interacciones son isotropas. Por ejemplo, cuando

disminuye la temperatura, un sólido cristalino deja de ser homogéneo y decimos que rompe la simetría traslacional. Un material magnético rompe la simetría de rotación de spin y un material superconductor rompe una simetría más sutil denominada simetría “gauge” lo que da lugar a nuevos fenómenos tales como el efecto Josephson” (Calderón & Bascones, 2018)

Ahora si explicamos de otra forma teniendo como base la Teoría de la Relatividad Especial, la cual establece que «todo movimiento es relativo», deja de existir el concepto de sistema de referencia absoluto. Esta teoría establece también que el transcurso del tiempo de algún evento variaba con la velocidad del movimiento del sistema de referencia y así se tenía que prescindir de las nociones de simultaneidad. Así, el espacio y el tiempo se desvanecieron como entidades separadas, fundiéndose en una sola: «espacio-tiempo». La teoría de fractales no trae cambios tan drásticos como las teorías arriba mencionadas, no se tienen que revisar conceptos básicos dentro de la matemática ni de la física, ni de ninguna otra ciencia. La teoría de fractales trae como consecuencia una nueva geometría la cual es más adecuada para el análisis de la naturaleza. Después de conocer la teoría de fractales cambia nuestra manera de ver el mundo. Muchas estructuras naturales (como, por ejemplo, las nubes, las montañas, las líneas de las costas o las grietas tectónicas, los pequeñísimos capilares sanguíneos, las superficies de ruptura de los materiales, etc.) que aparentan tener una complejidad extraordinaria, poseen en realidad una misma regularidad geométrica la cual es caracterizada por la dimensión fractal.

5.2.4.2 Optimización nido de abejas

“Dentro del quehacer humano se encuentra la resolución de problemáticas complejas. Entre ellas, se encuentran los problemas de optimización, que consisten en buscar, en un conjunto de

soluciones posibles para el problema en cuestión, aquella que satisfaga de mejor manera una serie de condiciones planteadas." (Mezura, Hernández Ocaña, & Cetina, 2010)

Con base en esta idea tomaremos como objeto de estudio la estructura de un panal de abejas, el cual presenta una serie de diversas características, las cuales permiten abordar de manera práctica los componentes (aleatorio y de datos, métrico-geométrico y numérico-variacional), presentes en matriz de referencia para el área de matemáticas.

Los fractales tienen aplicaciones en muchas áreas; las matemáticas, las artes y también en las ciencias naturales. Una de ellas es en la biología y nos centramos en comprender la forma de como de las abejas usan cierto tipo de geometría para optimizar el espacio en la construcción de sus nidos.

Con referencia a lo anterior se tomará como base el estudio del componente "geométrico-métrico", donde nos centraremos a indagar sobre el diseño arquitectónico creado por las abejas, ya que su característica es de tipo fractal. En este orden de ideas se propone resolver la siguiente pregunta ¿Por qué las abejas privilegian una geométrica hexagonal en su panal y no otra?

Para abarcar este interrogante se utilizará ejemplos basados en la aplicación de modelos geométricos diferentes al hexágono, teniendo presente la propiedad del teselado. Con base en esta información procederemos a comparar el área de un triángulo equilátero, cuadrado y finalmente hexágono, no obstante, el perímetro debe ser el mismo en cada figura geométrica, con el fin de poder hacer una comparación más acertada. (ver anexo 8 de la secuencia didáctica "Momento 2")

5.2.5 Arte, tecnología y fractales

Este apartado pretende abordar orientaciones didácticas en la enseñanza de la teoría fractal desde un enfoque artístico, con el fin de fortalecer la creatividad en los estudiantes; para tal propósito se ilustrará una teoría conocida en los sistemas dinámicos como envolventes, la cual se pretende abordar desde una técnica conocida como hiloramas. Basándonos en modelos artísticos de Maurits Cornelius Escher (1898-1972), los cuales presentan grandes estructuras matemáticas abstractas, que permiten comprender de forma dinámica lo caótico y lo complejo.

En otras palabras, se pretende volver arte lo propuesto en los capítulos anteriores y el (anexo 1), usando como herramienta pedagógica la tecnología (GeoGebra) e implementando en los aportes hechos por el diseñador (Wong, 2018).

5.2.5.1 La estructura de la gradación

Para Wong (2018) una estructura de gradación es similar a una estructura de repetición, pero que esta repetición cambia en su tamaño, figura o ambos de forma gradual y sistemática. Wong propone varias formas de gradación que es meritorio mencionar algunas: **cambio de tamaño y/o proporción** -las subdivisiones aumentan o disminuyen de tamaño-, **cambio de dirección**- las líneas estructurales pueden ser deslizadas en cualquier dirección-**deslizamiento** - las divisiones estructurales pueden deslizarse regularmente- **curvatura** -todo el conjunto de líneas puede ser curvado- **reflexión** - todo el conjunto de líneas que no estén en ángulo recto puede ser reflejado y repetido en forma alterna.

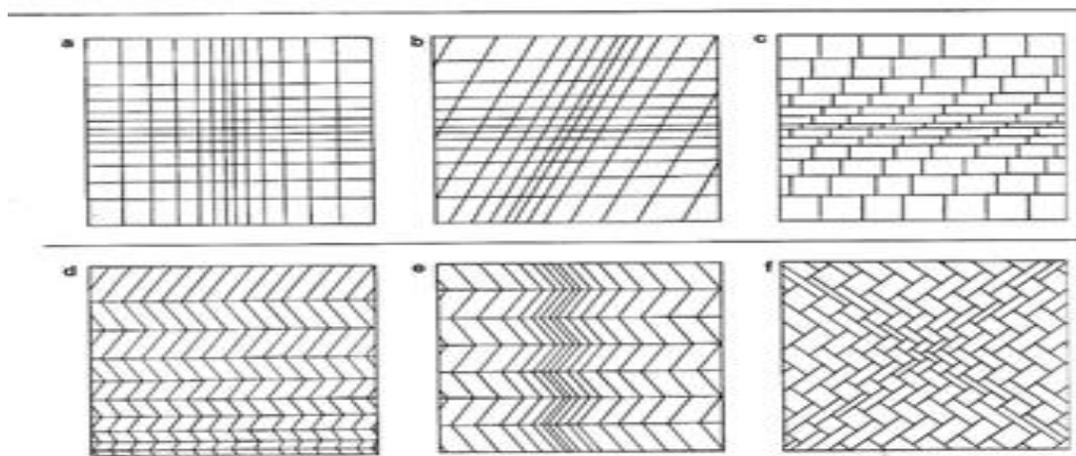


Figura 18. Tomada de Fundamentos de diseño bi y tri de Wucius Wong

Para Wong (2018) “similitud y gradación” se refiere principalmente a forma de ver la similitud como una forma de repetición de formas y tamaños de elementos visuales y de relación. Estas pueden ser creadas por **asociación**- agrupadas de acuerdo a su tipo, familia y significado de la función-, **distorsión espacial** -la figura puede ser rotada de manera similar hasta ser curvada, - **tensión o compresión** -una figura puede ser estirada o comprimida hasta lograr una similitud.

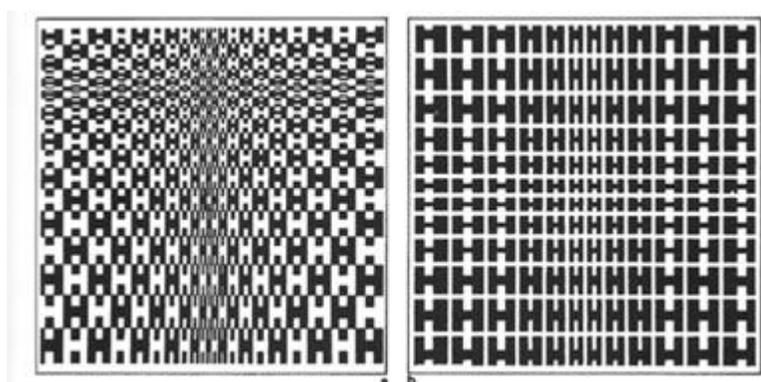


Figura 19. Imágen tomada del libro Fundamentos de diseño bi y tri de Wucius Wong

Para Acha (2001), existen dos clases de educación artística: la escolar y la profesional. La profesional siempre existió y fue cambiando con el tiempo, pasando de la personal con un

maestro único a la de varios maestros, que es la característica de las academias o escuelas superiores de arte.

Para este autor los fines escolares, que ni siquiera cuentan con más de 200 años de vida, son distintos a los profesionales y, a la vez, igualmente estéticos y educativos. Sus medios se distinguen por su grado, extensión y duración. Los principios difieren en su didáctica y en el género que se enseña. Considera la educación como sistema y que deja atrás eso de reducirla al trabajo simple de educar o enseñar que concreta la percibible relación maestro-alumno. Lo correcto está en mirar la complejidad del fenómeno sociocultural que en verdad es toda educación y que, como tal se dirige a otra complejidad, la de cada alumno.

6. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

6.1 Objetivo general

Fortalecer el pensamiento geométrico-métrico a través del diseño de una estrategia didáctica, basada en un enfoque interdisciplinar, para aplicar conceptos básicos de la teoría fractal con los docentes y estudiantes del grado 9° de la institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del Municipio de la Plata, Huila.

6.2 Objetivos Específicos

- Realizar un diagnóstico a docentes de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo de La Plata (H), sobre el estado del conocimiento y aplicación de la teoría fractal.

- Aplicar una estrategia didáctica orientada a los estudiantes de grado 9° de la I.E Luis Carlos Trujillo, basada en la teoría y la aplicación de modelos fractales.
- Evaluar los resultados de la estrategia didáctica implementada con los estudiantes de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco.
- Recomendar la inclusión de algunos temas correspondientes a la teoría fractal en las programaciones curriculares de matemáticas en el grado noveno en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco.

7. METODOLOGÍA

7.1 Tipo y enfoque de la investigación

El tipo de investigación es cualitativo y de carácter experimental, donde se vincula a docentes y estudiantes del grado 9°, en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del Municipio de la Plata-Huila, en donde a los estudiantes se les mostrará, otra forma de ver la geometría, teniendo en cuenta los recursos del medio, implementando el desarrollo de una secuencia didáctica (Ver anexo 8) y software libre (GeoGebra) para comprender de manera práctica la geometría euclidiana vinculando la fractalidad. Esta iniciativa se aplica pretendiendo fortalecer en los estudiantes el pensamiento geométrico métrico.

7.2 Universo de estudio, población y muestra

Universo: 13748 estudiantes de las Instituciones y sus sedes del Municipio de La Plata-Huila.

Población: 1047 estudiantes de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco

Muestra: 62 estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco

7.3 Estrategias Metodológicas

- ✓ Aplicación de una encuesta de tipo diagnóstico a los docentes. Se realizará una encuesta sondeo de tipo personal acerca del conocimiento de los fractales y sus aplicaciones.
- ✓ Interacción con docentes mediante Sesión de Trabajo Situado (STS). se expondrá una conferencia con docentes para dar a conocer la teoría fractal desde un enfoque interdisciplinar teniendo como base las áreas de matemáticas, ciencias, tecnología y artes.
- ✓ La interacción de los estudiantes, a través de la secuencia didáctica “Introducción al pensamiento métrico–geométrico desde la teoría fractal”. En este momento se aplicará la estrategia didáctica, a través del trabajo colaborativo entre los proponentes y docentes de la institución Educativa.
- ✓ El uso de recursos y materiales didácticos. se usará la sala de sistemas y en compañía del docente de informática, dar a conocer el software GeoGebra, con el que pretende diseñar el fractal a partir del concepto de hilorama.
- ✓ Modelación de resultados obtenidos en la simulación de modelos fractales. A partir de este momento se quiere que el estudiante plasme de forma real a través del arte, el diseño realizado con el software usando la técnica de hiloramas.

7.3 Secuencia didáctica: Introducción al pensamiento métrico–geométrico desde la teoría fractal

Esta secuencia didáctica⁷ (ver anexo 8) está diseñada para fortalecer el proceso de apropiación en la enseñanza-aprendizaje de la teoría fractal desde un enfoque interdisciplinario en la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco de la Plata Huila, para tal proceso se propone hacer una presentación general de los contenidos a docentes, con el fin de hacer la investigación a estudiantes del grado 9 de dicha institución.

8. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Una vez aplicado los instrumentos de recolección de la información, se procedió a realizar el tratamiento correspondiente para el análisis de los mismos, de tal forma que la información que arrojará será la indique las conclusiones a las cuales llega la investigación. Para este caso se aplicaron encuestas y diarios de campo.

8.1 Análisis y discusión de los resultados del diagnóstico sobre el estado del conocimiento y aplicación de la teoría fractal, realizado a los Docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H)

Para el desarrollo de este objetivo de investigación se aplicaron 4 encuestas de tipo cualitativo (ver anexo 2, 3, 4 y 5) a los administrativos y docentes de la institución Luis Carlos Trujillo Polanco. La primera a las personas que velan por el funcionamiento de la institución

⁷ Una secuencia didáctica comprende las sucesivas actividades que tienen como fin enseñar un contenido educativo.

Educativa. La segunda a los docentes de matemáticas que orientan en la educación básica y media de la misma Institución. La tercera a docentes que orientan las áreas de matemáticas, ciencias naturales, tecnología y artes. La cuarta a los estudiantes de grado noveno. El propósito de estas encuestas es conocer lo que saben o habían oído hablar sobre el tema de los fractales y sobre diversos aspectos de la matemática en la Institución Educativa L.C.T.P. Su aplicación se realizó en el periodo comprendido entre el 11 al 18 de septiembre de 2018 y sus resultados son los que a continuación se presentan.

8.1.1 Análisis y discusión de los resultados de la encuesta sobre la enseñanza de las matemáticas, realizado a los administrativos de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H)

La siguiente encuesta fue resuelta por dos (2) docentes administrativos de la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco. Se realizó el 11 de septiembre de 2018. Con esta encuesta se pretende conocer la opinión que tienen los administrativos sobre los diversos aspectos de las matemáticas, especialmente sobre la enseñanza de las matemáticas. Se hicieron un total de 7 preguntas (ver anexo 3) . A continuación, se renombran y realizan los análisis y discusiones correspondientes.

1. Importancia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas



Figura 20. Percepción de la importancia de las matemáticas por los administrativos

Con relación a la importancia de la enseñanza de las matemáticas se aprecia que el 100% de los encuestados consideran que son importantes porque desarrolla el pensamiento matemático y evoluciona el pensamiento complejo de los estudiantes lo que conlleva a dar como resultado la pertinencia de esta investigación. De estas percepciones de los directivos podemos inferir que son de vital importancia para el desarrollo del educando lo cual tiene concordancia con lo que afirma Rico (1995) , las matemáticas desarrollan en primer lugar las capacidades de razonamiento lógico, de generalizar, y hacer abstracción; en segunda instancia, se reconoce su utilidad práctica, es decir, al relacionar los objetos matemáticos con las situaciones de la vida cotidiana las matemáticas se hacen funcionales y la tercera es que junto con el lenguaje contribuyen a la formación intelectual de los individuos, estas dos áreas del conocimiento son los principales indicadores del desarrollo intelectual de los alumnos, con lo cual estamos de acuerdo en el sentido que la matemática desarrolla la capacidad intelectual de los estudiantes y por ende posibilita un mejor desenvolvimiento en la vida cotidiana.

2. Aprendizaje y aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana

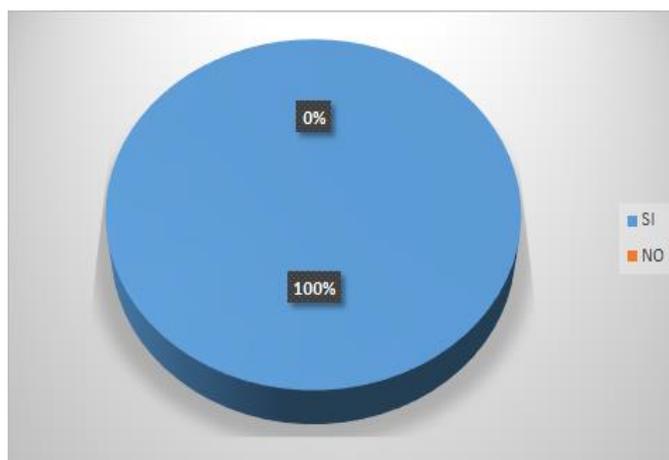


Figura 21. Porcentaje sobre la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana

La apreciación obtenida en este punto es que el 100% de los encuestados consideran que el aprendizaje y la aplicabilidad de las matemáticas son de gran importancia en el proceso educativo. Indicando que los administrativos piensan que esta área es significativa en la educación básica, ya que está inmersa en muchas actividades de la cotidianidad, “por ejemplo en la economía, la construcción, la tecnología” (palabras textuales de los encuestados), lo cual conlleva a diseñar estrategias didácticas de forma interdisciplinar para un aprendizaje significativo y que así el estudiante vea la importancia de las matemáticas en el mundo real. Para el MEN (2008) del Ecuador, “el saber Matemática, además de ser satisfactorio, es extremadamente necesario para poder interactuar con fluidez y eficacia en un mundo “matematizado”. La mayoría de las actividades cotidianas requieren de decisiones basadas en esta ciencia, como por ejemplo, escoger la mejor opción de compra de un producto, entender los gráficos de los periódicos, establecer concatenaciones lógicas de razonamiento o decidir sobre las mejores opciones de inversión, al igual que interpretar el entorno, los objetos cotidianos, obras de arte” (MEN, 2008, pág. 2)

3. Opinión sobre la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco.

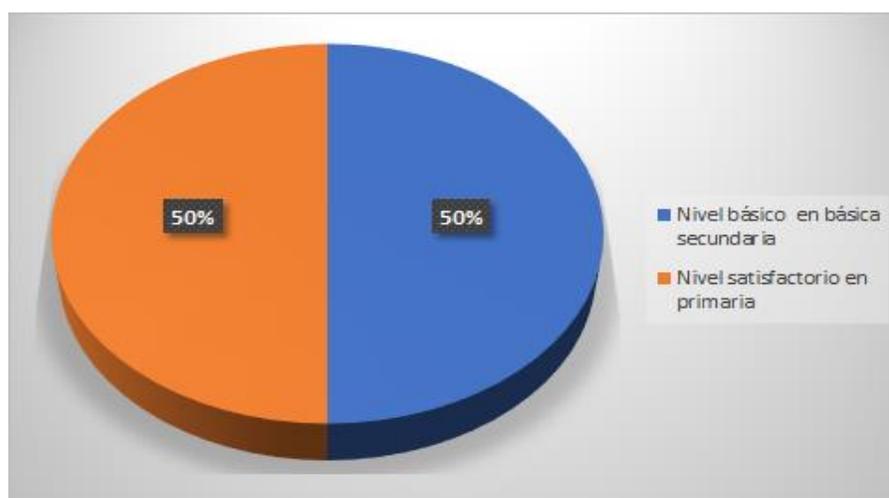


Figura 22. Porcentaje de percepción de calidad de la enseñanza en la Institución L.C.T.P

Observando el análisis de la gráfica se puede observar que un 50% de los administrativos encuestados considera que en básica primaria la matemática la orientación pedagógica es muy buena y que en el otro 50% considera que en básica secundaria las matemáticas el aprendizaje es bueno. De acuerdo a los resultados del ICSE del año 2017 en grado 5° se notó una mejoría en matemáticas y esto se debe a las buenas prácticas pedagógicas que allí se realizan.

Esto nos induce a pensar que en la primaria han tenido avances significativos en los aprendizajes obtenidos por los estudiantes y que requiere una mayor atención en secundaria orientada a buscar una conexión de los saberes y, además, utilizar nuevas estrategias que vayan en pro de mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco. Para resolver estas necesidades se propondrá por los investigadores una secuencia didáctica elaborada a través de una estrategia interdisciplinar.

4. Formación profesional pertinente para la enseñanza de las matemáticas de acuerdo a la exigencia del MEN en la institución educativa L.C.T.P

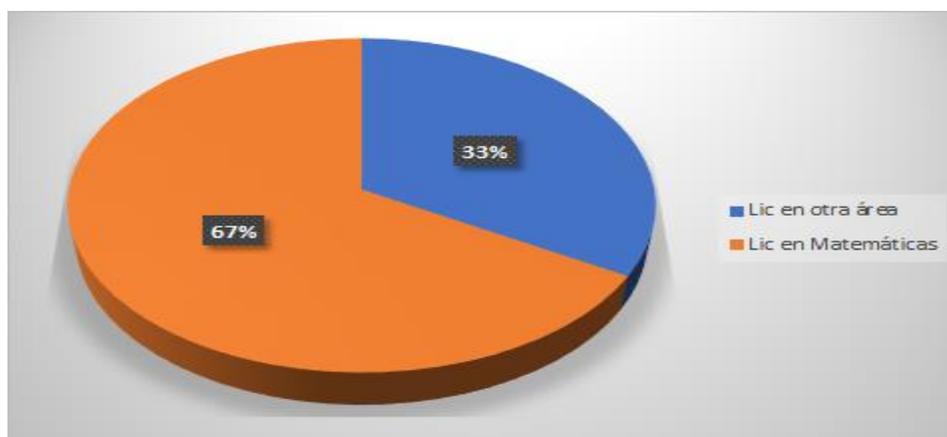


Figura 23. Porcentaje formación profesional idónea para la enseñanza de matemáticas

Como se puede observar en la gráfica los administrativos afirman que de los tres docentes que orientan matemáticas el 67% de ellos tiene titulación en matemáticas, y el otro 37% en otra área del conocimiento (administrador educativo), sin embargo, se infiere que, aunque los profesores tienen amplio conocimiento del campo de acción (área de matemáticas), les falta implementar metodologías y estrategias adaptadas a cada grupo que se orientan. Esta deducción se efectúa debido a los resultados básicos obtenidos en las pruebas saber 9° (según ISCE institucional). Para Mora (2003), las profesoras y profesores de matemáticas y de otras áreas del conocimiento científico se encuentran con frecuencia frente a exigencias didácticas cambiantes e innovadoras, lo cual requiere una mayor atención por parte de las personas que están dedicadas a la enseñanza y, sobre todo, al desarrollo de unidades de aprendizaje de forma didáctica para el tratamiento de la variedad de temas dentro y fuera de la matemática. (págs. 181-272)

5. Percepción del mejoramiento en la enseñanza de las matemáticas

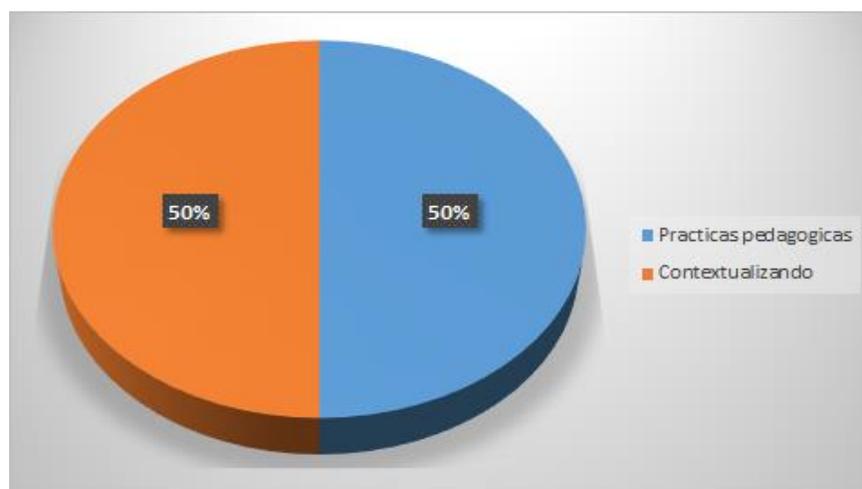


Figura 24. Porcentaje de percepción sobre mejoramiento de enseñanza de las matemáticas

De acuerdo al ítem 5, y según los encuestados se puede deducir que el 50% de los docentes deberían tener en cuenta las prácticas significativas, es decir cuando se asiste a los encuentros

regionales, “sacar provecho” de estas muestras para mejorar la práctica en el aula, mientras y el otro 50% opina que de llevar a clase situaciones problematizadoras relacionadas con la vida cotidiana. De lo anterior se puede inferir que el encuestado recomienda mejorar las planeaciones de clase con respecto a reforzar situaciones del común, donde el estudiante vea la aplicabilidad, y su uso en contexto con el fin de fortalecer el pensamiento matemático. Según (Cañas & López, 2016) una propuesta se considera práctica significativa pedagógica cuando los procesos de validación, verificación y refutación de afirmaciones matemáticas son efectivos y mostrables en el tiempo. A partir de los cuestionamientos anteriores nos motivan a presentar una estrategia didáctica que permita fortalecer los aprendizajes de las matemáticas desde una estructura interdisciplinar.

6. Espacios y recursos didácticos para aprender matemáticas en la institución Educativa.

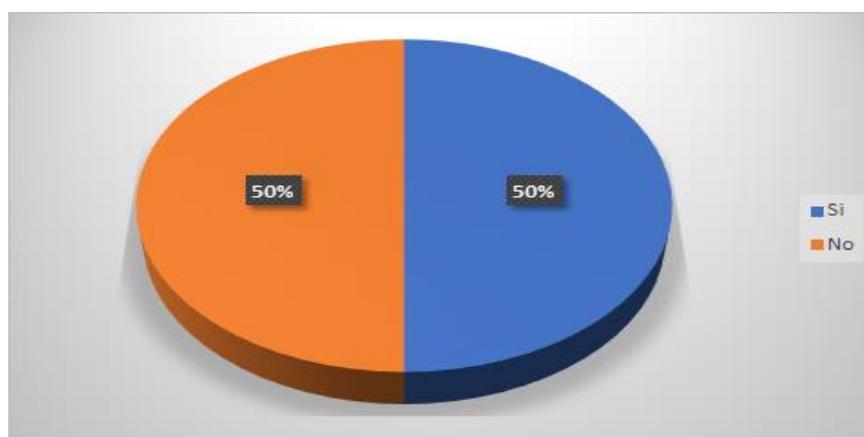


Figura 25. Porcentaje uso de espacios y recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas

Indagando a los administrativos, si la institución cuenta con los espacios y los recursos didácticos suficientes para los estudiantes, de los distintos grados, para el aprendizaje de las matemáticas, se calificó y se pudo observar de acuerdo a la gráfica anterior, un 50% considera que la institución cuenta con los espacios y recursos para el aprendizaje de las matemáticas en la

institución, mientras que el otro 50% afirma que la Institución Educativa posee solamente los espacios necesarios. Esto hace inferir que, aunque se tienen espacios para las prácticas, hacen falta otros elementos que son importantes para mejorar los procesos de enseñanza. Además, es importante para los docentes contar con recursos didácticos, pero también es primordial el uso de dichos recursos a la hora de tenerlos al alcance, con el fin de innovar en los aprendizajes de los educandos. Por otro lado consideramos que la carencia de algunos recursos (la conectividad) debilita el manejo de material educativo, en nuestro caso el uso de las tablets (tecnología), esto hace que no se pueda usar con efectividad el material pedagógico con el cual cuenta la I.E, quedando truncado algunos procesos que pueden aportar a la formación de los estudiantes. Para el Ministerio de educación y ciencia “Boe” (2007) en la construcción del conocimiento, los medios tecnológicos son herramientas esenciales para enseñar, aprender y en definitiva, para hacer Matemáticas. Estos instrumentos permiten concentrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas. En este sentido, la calculadora y las herramientas informáticas son hoy dispositivos comúnmente usados en la vida cotidiana, por tanto el trabajo de esta materia en el aula debería reflejar tal realidad. (BOE, 2007, pág. 76)

7. Necesidades pedagógicas que tienen los docentes de matemáticas para implementar el aprendizaje- enseñanza más eficientemente

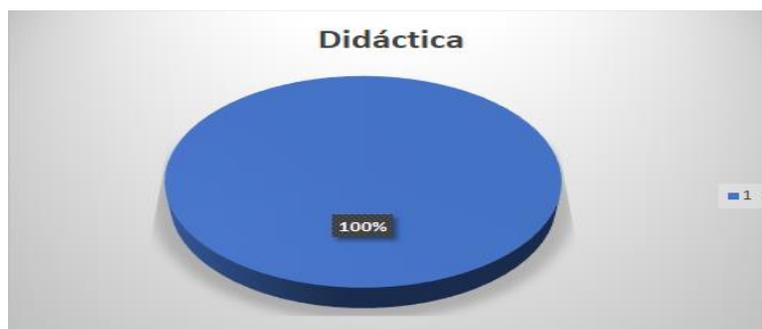


Figura 26. Porcentaje necesidades pedagógicas de los docentes de matemáticas.

La apreciación obtenida por los encuestados en este ítem es que un 100% de los docentes deberían participar en actividades de nuevas didácticas de enseñanza de las matemáticas, con las cuales ellos podrían mejorar su práctica pedagógica. Esto hace inferir en la preocupación de los administrativos en cuanto a la formación de sus dirigidos, porque a pesar que muestran buenos perfiles académicos, tienden a dirigir las matemáticas de forma tradicional. Para Ortiz (2004) utiliza la expresión *estrategia didáctica*, en lo cual presupone enfocar el cómo enseña el docente y cómo aprende el alumno, a través de un proceso donde los últimos aprenden a pensar y a participar activa, reflexiva y creadoramente. En tal sentido, las estrategias didácticas no se limitan a los métodos y las formas con los que se enseña, sino que además incluyen acciones que tienen en cuenta el repertorio de procedimientos, técnicas y habilidades que tienen los estudiantes para aprender; lo cual, como expresa el mencionado autor, es una concepción más consecuente con las tendencias actuales de la Didáctica (Ortíz, 2015, págs. 89-100).

Análisis y discusión general del instrumento

Según la perspectiva general del instrumento se observa claramente que los directivos docentes consideran en unánime decisión que la importancia en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (ver figura 20) es fundamental para abordar procesos académicos y problemas relacionados con el diario vivir (ver figura 21).

Para nosotros en calidad de investigadores es indispensable saber si los directivos docentes conocen el perfil de los docentes que orientan matemáticas. De este interrogante se evidencio que de la planta docente encargada de orientar matemáticas en secundaria en su mayoría tiene titulación

en la línea de matemáticas (ver figura 23). Esta visión permite inferir acerca de la percepción que tiene los directivos docentes sobre la enseñanza de las matemáticas (ver figura 24), en este punto las opiniones están divididas, ya que la mitad de los encuestados piensan que las prácticas pedagógicas o capacitaciones son fundamentales en el proceso de enseñanza aprendizaje, mientras que la mitad restante opina llevar al aula constantemente problemas del diario vivir. De estas observaciones realizadas por directivos se deduce que una de las principales necesidades pedagógicas de los docentes es la didáctica (ver figura 26)

8.1.2 Análisis y discusión de los resultados de la encuesta realizada a docentes que enseñan las matemáticas en la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H)

La siguiente encuesta (ver anexo 4) consta de una población de tres (3) docentes, que orientan el área de matemáticas, en la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco. Se realizó el 10 de septiembre de 2018. Con esta encuesta se pretende saber el conocimiento que tienen los docentes sobre los grupos con los cuales se desempeñan. A continuación, se renombran y realizan los análisis correspondientes.

1. Niveles de formación de los docentes que orientan matemáticas

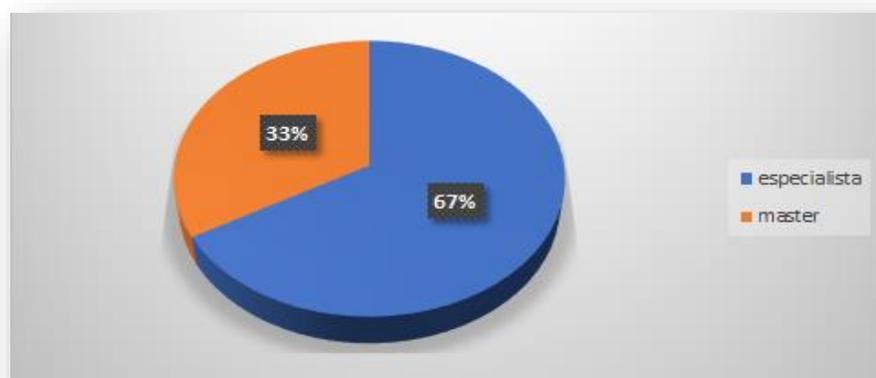


Figura 27. Porcentaje nivel de formación de docentes de matemáticas

Sin duda la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco cuenta con una planta de docentes de alto nivel académico, donde el 67% de la población tiene nivel de especialista y un 33% con título de Magister. Se puede inferir que los docentes al tener una formación posgradual, la calidad de la educación de la Institución Educativa debe empezar a mejorar notablemente, ya que se adquieren estrategias y conocimientos actualizados en el campo de acción en el cual se ha formado, esto permite desarrollar procesos de aprendizaje/enseñanza con los estudiantes de una forma didáctica, reforzando lo planteado en las bases del Plan de Desarrollo 2010-2014, el Plan Sectorial de Educación y el Plan Nacional de Formación Docente (PNFD); el Programa de Formación Profesional de Docentes y Directivos Docentes se encarga de definir, gestionar e implementar acciones y proyectos que permitan fortalecer los procesos formativos de los docentes y directivos docentes, para mejorar la calidad de la educación preescolar, básica y media (MEN,2010)

2. Titulaciones obtenidas en pregrado

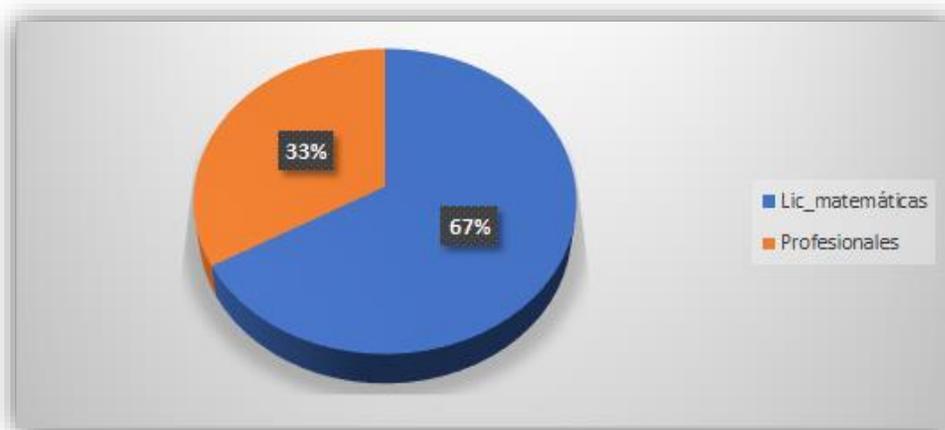


Figura 28. Porcentaje título pregrado de maestros de Matemáticas

Según la figura se puede observar que el 67% de los docentes entrevistados tienen título de pregrado en el área de matemáticas (licenciaturas en el área) y un 33% título profesional diferente al área que orienta (administrador educativo). Esto nos hace pensar que la mayoría de los encuestados tienen el perfil, pero el otro 33% está orientado el área porque les gustan las matemáticas o porque les tocó recibirla como parte de la intensidad horaria exigida en las instituciones educativas.

Nos preguntamos, ¿Cómo explicar este fenómeno que es de responsabilidad directa del sistema educativo? Creemos que la institución educativa no han tenido en cuenta las recomendaciones del ministerio de educación cuando considera “que la visión de la profesión del maestro no puede reducirse a esquemas operativos derivados del estudio de los diferentes campos de conocimiento, desarticulados entre sí, tanto en lo epistemológico como en lo disciplinar, lo pedagógico y lo didáctico, pues es a través de la interacción entre los conocimientos especializados de la educación (pedagogía y didáctica fundamentalmente), las disciplinas objeto de enseñanza, la calidad de las prácticas y la investigación, que se logra promover y concretar el aprendizaje de los estudiantes, el cual debe ser significativo, comprensivo y relevante, tratándose de la formación inicial de docentes.

Por tanto, “los programas de formación de educadores en el nivel inicial propician el fortalecimiento de las capacidades del educador para que en su desempeño profesional asegure el saber pedagógico, disciplinar, didáctico, evaluativo e investigativo de su campo de enseñanza. Su labor educativa está dirigida a la formación de sujetos educadores que centralizan su acción de enseñar a sujetos en condición de aprendizaje” (MEN, 2013, pág. 76)

3. Titulaciones obtenida en posgrados

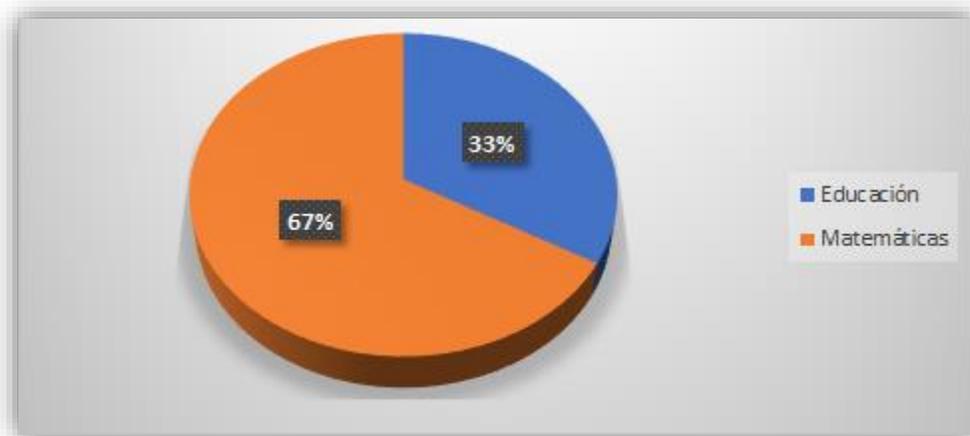


Figura 29. Porcentaje titulación de maestros afín al área de desempeño

Es relevante saber que el 67% de los docentes tienen un posgrado según referente al área de matemáticas (especializaciones en sistemas dinámicos), por otra parte se cuenta que el 33% de los docentes encuestados tienen un posgrado a nivel de educación (máster en gestión de la tecnología de la educación). Se puede inferir que los títulos posgraduales de especialización tienen coherencia con el área de desempeño, sin embargo el docente con formación en maestría tiene un periodo corto asumiendo su rol como docente en la institución, por tanto los resultados académicos de los estudiantes se verán reflejados a mediano y largo plazo. Se espera que sus conocimientos se vean influenciados en nuevas estrategias que aporten al mejoramiento académico de los educandos y los docentes. Para Rodríguez Manzo, Rivera Michelena, & Rodríguez Orozco (2006) la educación de posgrado constituye el conjunto de procesos de enseñanza-aprendizaje dirigidos a garantizar la preparación de los graduados universitarios, con el propósito de completar, actualizar y profundizar en los conocimientos y habilidades que poseen, y alcanzar un mayor nivel de

ejercicio profesional o de conocimiento y habilidades científicas, en correspondencia con los avances científico-técnicos y las necesidades de las entidades en que laboran. Su objetivo esencial es contribuir a la elevación de la eficiencia, la calidad y la productividad en el trabajo. Afirmación con la cual estamos plenamente de acuerdo.. (Rodríguez Manzo, Rivera Michelena, & Rodríguez Orozco, 2006, págs. 1-2)

4. Cursos de actualización obtenidos por los docentes de matemáticas en los últimos cinco años

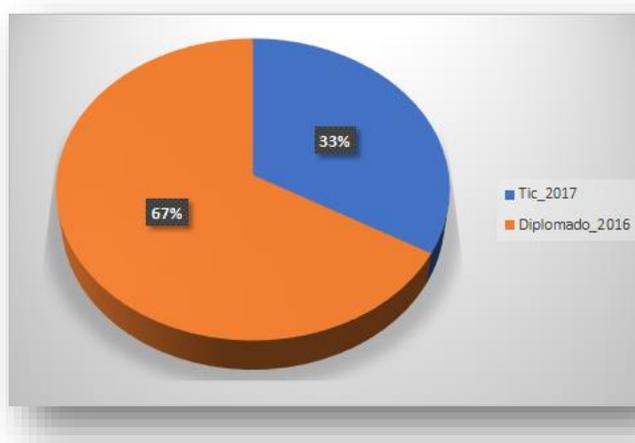


Figura 30. Porcentajes cursos de actualización de los docentes

La siguiente figura representa la participación en cursos de actualización en los últimos años, obteniendo el 67% en diplomados, y un 33% en el uso de las TIC. Los docentes hicieron diplomados en uso pedagógico de los tics, en análisis de las pruebas saber 11, Actualización en pedagogía, Fortalecimiento en equidad de género. Esto hace inferir que los docentes se preocupan por su formación con el ánimo de fortalecer los recursos pedagógicos y sus aprendizajes, con el propósito mejorar el clima de aprendizaje aula, lo cual se evidencia en el proceso de enseñanza aprendizaje.

5. Años de experiencia laboral como docente de matemáticas

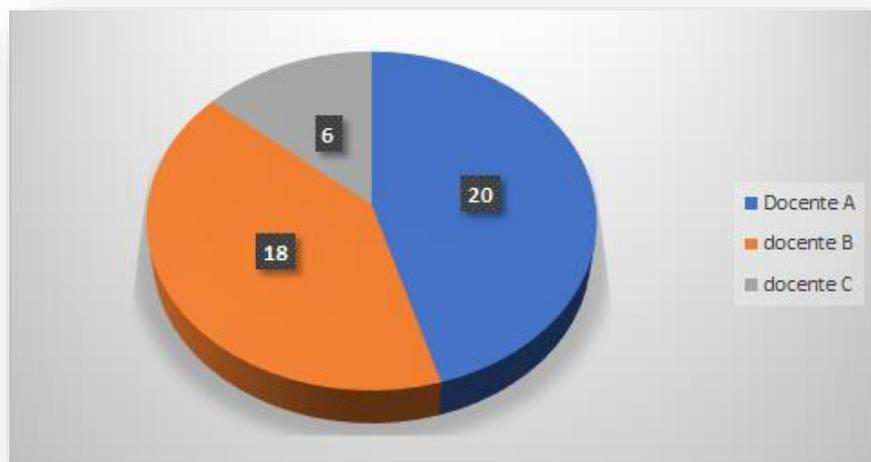


Figura 31. Años de experiencia laboral como docente de matemáticas

La I.E Luis Carlos Trujillo Polanco cuenta con docentes de alta experiencia laboral, la cual está comprendida entre 18 a 20 años, correspondiente al 67% de la población, el resto cuenta con solo 6 años de experiencia, equivalente al 33% de la población.

Podemos deducir que los docentes encuestados tienen bastante experiencia en el área de matemáticas, lo que conlleva a tener un dominio amplio de los procesos y desarrollos pedagógicos que imparten a sus estudiantes. Para el MEN (2005), la experiencia en las prácticas relacionadas con los procesos de aprendizaje/enseñanza de la disciplina y el conjunto de dominios, conocimientos y habilidades que acompañan la labor del maestro son muy importantes en el desarrollo de los estudiantes, con quienes se implementan las estrategias didácticas.

6. Instituciones Educativas donde han laborado los docentes

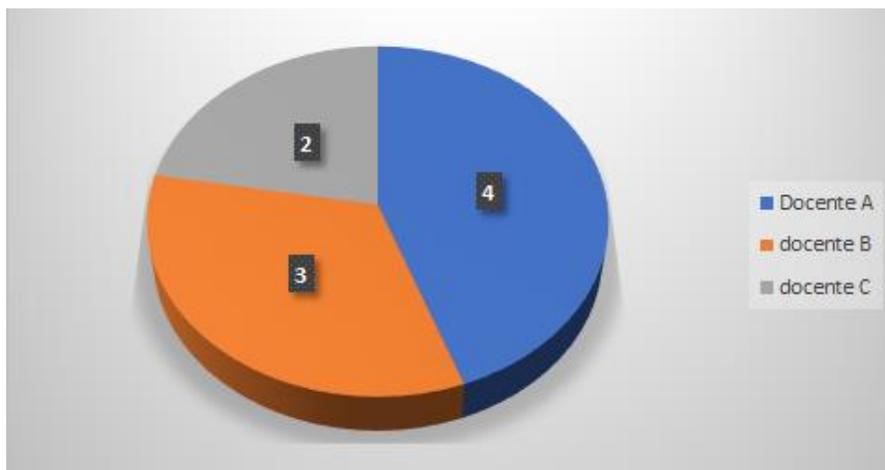


Figura 32. Instituciones educativas donde han laborado los docentes.

La siguiente figura representa el número de instituciones donde ha laborado los docentes. En total se registraron nueve (9) establecimientos educativos diferentes. De esta información se puede deducir que el Docente A representa el 45% del total de I.E donde ha laborado, el Docente B representa el 33% del total las I.E donde ha laborado y el Docente B representa el 22% del total de I.E donde ha laborado. Estos datos permiten inferir que la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco cuenta con docentes de matemáticas con alta experiencia laboral, lo cual hace más eficiente elaborar los planes de acción según las necesidades requeridas por la I.E.

7. Grados donde los docentes enseñan matemáticas

La siguiente tabla representa los grados en los cuales orientan el área de matemáticas.

¿En cuáles grados enseña usted matemáticas actualmente?	Grado que orienta
Docente A	6a, 6b, 7a, 7b, 7c
Docente B	8a, 8b, 10a, 10b, 11a, 11b.
Docente C	9a, 9b

Tabla 1. Grados en que enseña matemática los docentes de la I.E Luis Carlos.

A partir de la tabla anterior se puede evidenciar la intensidad académica en el área de matemáticas de cada docente, distribuidos de la siguiente manera: Al Docente A tiene un porcentaje de 38,46% correspondiente a los grados 6° y 7°, el Docente B muestra un 46,15% correspondiente a los grados 8°, 10° y 11° y Docente C con un 15,38% correspondiente a los grados novenos.

El área está coordinada por el docente que tiene mayor experiencia. Para la planificación se usan los espacios de semanas institucionales y reuniones ocasionales que están programadas en el proyecto de área de matemáticas. Aquí se ajustan las programaciones de acuerdo a los lineamientos del ministerio de educación nacional (DBA, estándares etc),y se realizan planes de mejoramiento de acuerdo a los resultados de pruebas internas y externas.

De la tabla se observa un desbalance en cada uno de los cursos en cuando a la asignación académica, ya que el Docente C solo tiene dos salones orientando esta área, esto se debe a otras asignaciones académicas (física en la media), debido a su perfil profesional (título de matemáticas y física). El docente B orienta 6 cursos, teniendo en cuenta que la intensidad horaria en la media es solamente de 3 horas semanales, en los otros son 4 horas. En cuanto el docente A, profesional en otra área tiene 5 cursos con intensidad de de 4 horas semanales. Esto nos hace inferir que aunque el docente A le gusta la matemática (profesional en otra área), necesariamente tendría que buscar una conexión más cercana con los otros colegas de las otras sedes, a través de la jefatura de programa, para revisar minuciosamente las programaciones y buscar estrategias, con el propósito de generar en los estudiantes expectativas positivas en cuanto al rendimiento académico, llevando a la I.E a mejorar los resultados de pruebas saber, ya que consideramos que en estos cursos es primordial el aprendizaje.

8. Conocimiento de los referentes teóricos de la calidad educativa

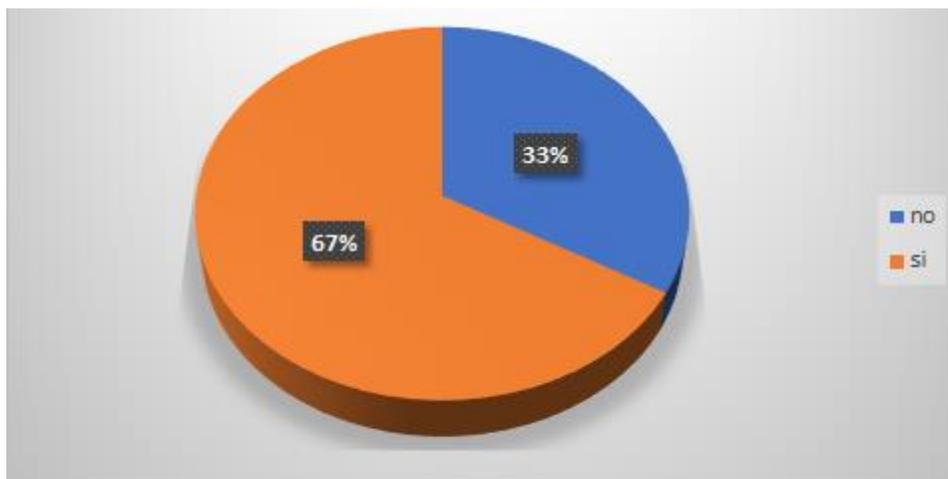


Figura 33. Porcentaje del conocimiento de referentes teóricos de calidad educativa por los docentes

Según la respuesta de los docentes, se tiene que el 67% de ellos conocen los referentes de calidad, mientras un 33% desconocen los referentes de calidad educativa.

A partir de lo anterior podemos pensar que cuando se desconocen los referentes teóricos de calidad (lineamientos curriculares, estándares, DBA..) impactan de manera positiva al proceso de planeación y aprendizaje, ya que estos referentes teóricos permiten orientar criterios nacionales e institucionales sobre los currículos, la función que tiene cada área y la forma de comprender y enseñar las matemáticas; por tanto es necesario trabajar mancomunadamente con docentes y directivos para establecer planes de mejoramiento que contribuyan a incrementar la calidad educativa de los educandos.

9. Conocimiento de las competencias básicas de aprendizaje de las matemáticas establecidas por el MEN en cada grado

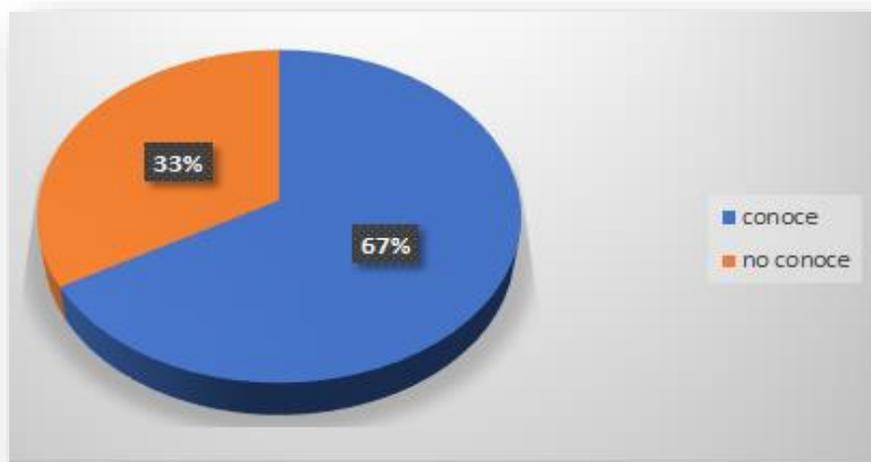


Figura 34. Porcentaje de conocimiento de las competencias matemáticas establecidas por el MEN en cada grado.

La figura nos muestra que el 67% de los docentes conocen las competencias del área de matemáticas y un 33% las desconoce o no las tiene claras. A partir de la anterior información podemos inferir que al tener un amplio conocimiento de las competencias del área la mayoría de los docentes, estarán en la capacidad de referenciar las temáticas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional, planeando y desarrollando de manera eficiente las competencias y procesos de aprendizajes. Además de identificar las dificultades que han tenido los docentes para incluir temáticas que se están evaluando en las pruebas externas. También es necesario vincular el 33% de docentes que desconocen las competencias básicas para que tomen empatía hacia los procesos de fortalecimiento curricular que se desarrollan en el área.

10 . Percepciones de los docentes sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

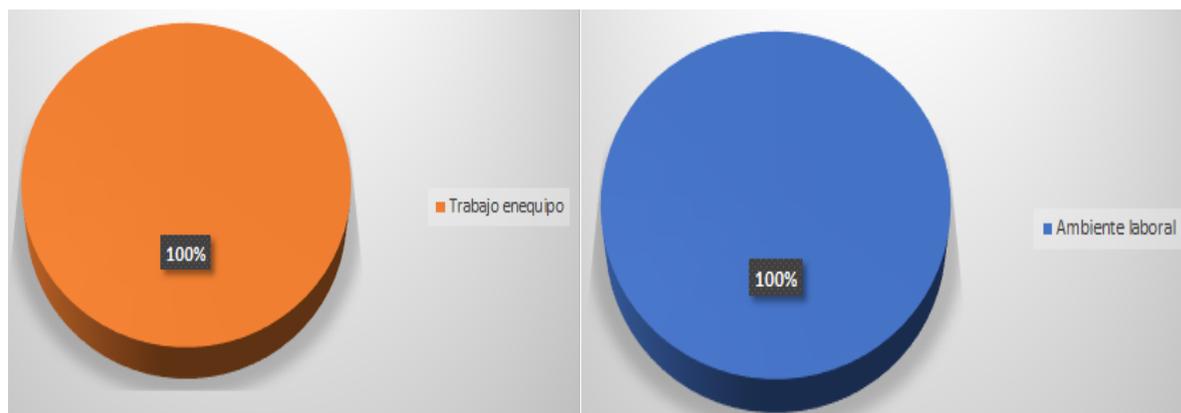


Figura 35. Porcentaje sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Según este ítem, el 100% de los docentes coinciden que el trabajo en equipo es importante para fortalecer procesos de enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, de manera paralela el 100% de los docentes coinciden que una actitud positiva puede mejorar el ambiente laboral, donde su experiencia docente puede fortalecer el proceso de enseñanza/ aprendizaje.

Podemos deducir que los docentes deben identificar las dificultades y avances de los estudiantes promoviendo la participación permanente de los estudiantes en diálogos individuales y colectivos en torno a sus procesos de aprendizaje. Además, desarrollar estrategias de aprendizaje colaborativo, o diseñar e implementar proyectos de aula contextualizados con el entorno económico y socio cultural del municipio.

11. Manera como el docente motiva, planifica y enseña las clases de matemáticas

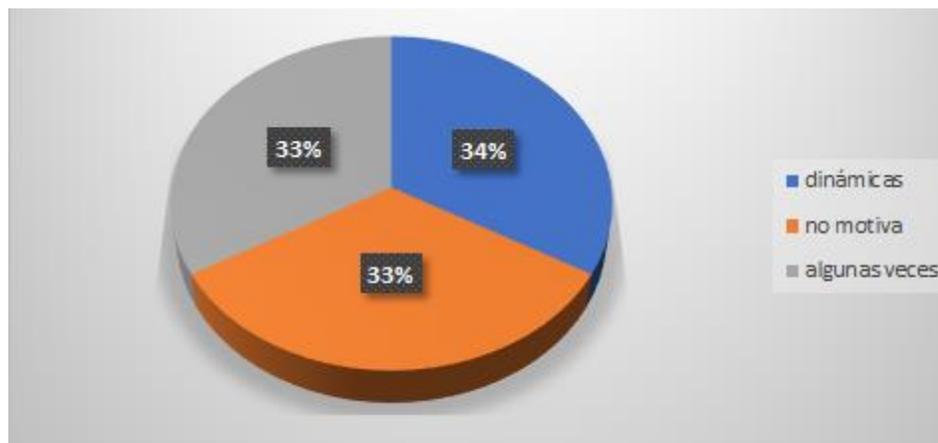


Figura 36. Porcentaje sobre la motivación, planificación y enseñanza de las matemáticas

La figura nos muestra diferentes procesos pedagógicos, entre ellos tenemos las dinámicas con un 34%, el 66% restante nos comenta que no motiva, si lo hace, es solo algunas veces.

De estas percepciones que hacen los docentes podemos inferir que la planeación y motivación es de vital importancia para el desarrollo del educando, lo cual tiene concordancia con lo que plantea Soraya & Elena (2011) cuando se refiere que en la planificación en matemática, se debe tener en cuenta las bases que fijan los aprendizajes. “Diariamente el niño se enfrenta con situaciones que despiertan su interés, y el docente consecuentemente debe matematizar las mismas, ya que el niño frecuentemente debe enfrentarse a situaciones problemáticas en las cuales los conocimientos adquiridos deben proporcionarle soluciones concretas”. (Soraya & Elena, 2011, pág. 25)

12. Formas de evaluación de las competencias específicas de matemáticas

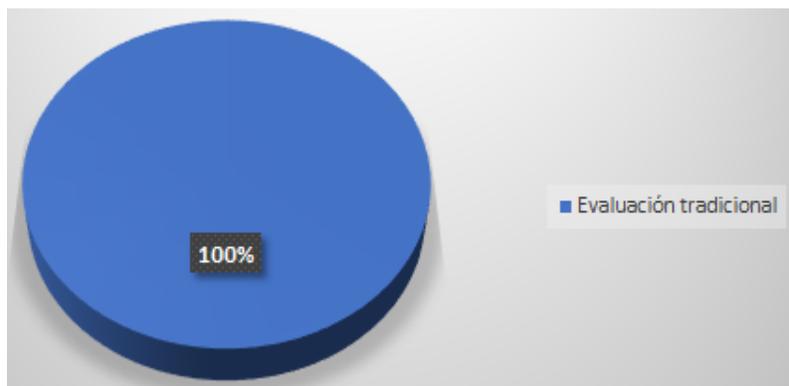


Figura 37. Formas de evaluación de las competencias en matemáticas

Esta figura nos muestra que el 100% de los docentes utilizan la evaluación escrita para comprobar aprendizajes desarrollados en el transcurso de la materia. Consideramos que no solamente se debe tener en cuenta para la parte procedimental en la evaluación sino también la actitudinal. Todos los estudiantes no aprenden de la misma manera, unos son visuales, otros auditivos, etc. Con lo cual tendríamos que tener varias formas de evaluación. Considerar la autoevaluación y coevaluación tiene gran importancia ya que el maestro puede mirar la evaluación de una forma diferente a lo que se aplicado tradicionalmente. Para Stiggins (2007) “los métodos y herramientas para evaluar deben de estar en sintonía con los propósitos para los cuales se realiza la evaluación (sumativo y formativo) y, al mismo tiempo, deben ser los adecuados para evaluar el tipo de objetivo de aprendizaje (cognitivos-de desempeño y afectivos-de disposición) y su nivel de complejidad (conocimiento, razonamiento, habilidades y generación de productos). De no ser así, las decisiones tomadas por el profesor muy probablemente estarán hechas a partir de información sesgada y no estarán sustentadas de manera adecuada” (p.61). Un posible aporte a esta afirmación planteada por Stiggins (2007), sería incluir la evaluación formativa planteada por el (MEN, 2017), donde enfatiza que el “estudiante pueda comprender su proceso y mejorar a partir de este. También

cuando el docente puede reflexionar y adecuar lo que sucede en el aula estableciendo estrategias pedagógicas y didácticas para todos los estudiantes” (p.8).

13. Metodología y estrategias didácticas usadas en clase

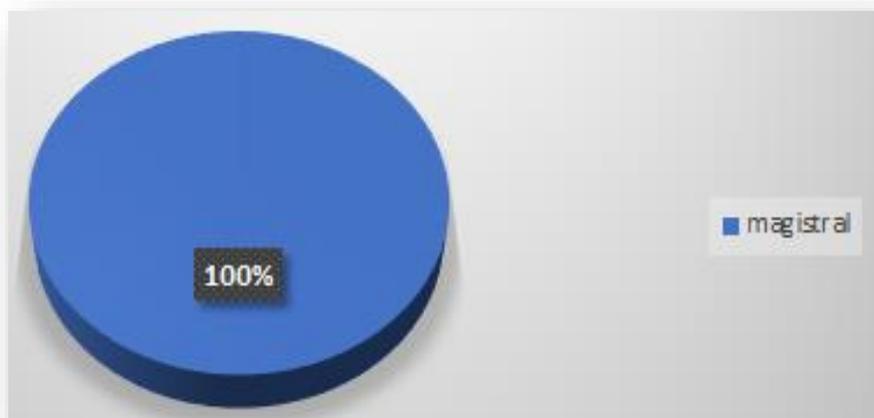


Figura 38. Porcentaje sobre metodologías y estrategias para la enseñanza de las matemáticas

Según la gráfica anterior el 100% de los docentes coinciden en que su metodología al desarrollar la clase es de tipo magistral. De lo anterior podemos deducir que los docentes carecen de estrategias metodológicas didácticas que pueden llevar al estudiante a explorar otro tipo de formas de aprender y así mismo inter- relacionarlas con estrategias nuevas. Para Montes de Oca & Machado Ramírez (2011) “la didáctica centrada en el estudiante exige la utilización de estrategias y métodos adecuados, en los que el aprendizaje se concibe cada vez más como resultado del vínculo entre lo afectivo, lo cognitivo, las interacciones sociales y la comunicación”. (pág. 475) Este pensamiento de estos autores no invita a que no solo lo mecánico se debe tener en cuenta sino también lo emocional.

14. Recursos didácticos que se emplean en la enseñanza de las matemáticas

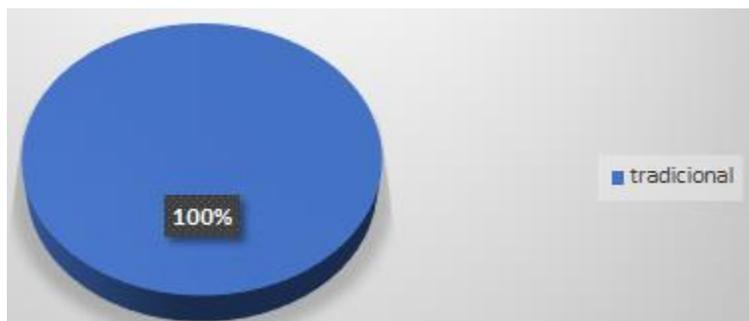


Figura 39. Uso de recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas

De la gráfica se puede observar que el 100% de los docentes coinciden en que sus recursos didácticos básicos, entre ellos relacionan talleres propuestos por textos guías, tablero y marcador. Creemos que los docentes cuando usan recursos de tipo metodológico tradicional, y simplemente se llevan materiales (fotocopias o cartillas), los estudiantes se limitan a realizar los trabajos propuestos por el profesor. Esta metodología no aporta de manera significativa el aprendizaje por competencias además de inhibir las habilidades individuales. Nos atrevemos a decir que en la actualidad muchas instituciones educativas locales y nacionales tienen este tipo de metodología.

15. Espacios y recursos necesarios para el aprendizaje-enseñanza de las matemáticas en la I.E

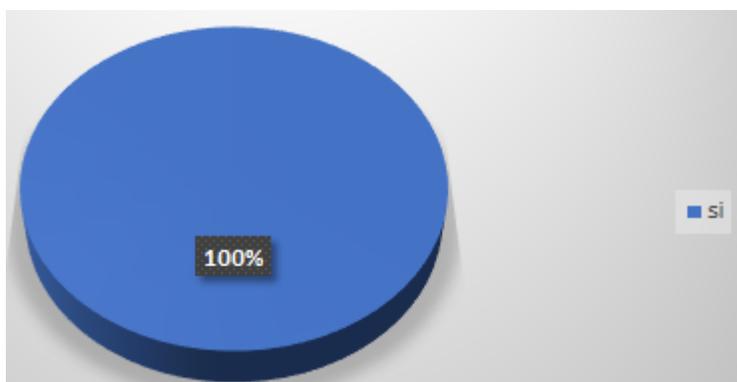


Figura 40. Porcentaje sobre espacios y recursos para la enseñanza de las matemáticas

De acuerdo al ítem, el 100% de los docentes coinciden que la I.E cuenta con recursos necesarios para el proceso de aprendizaje – enseñanza eficiente de las matemáticas. En contraste con lo que dijeron los administrativos, hay coincidencias con los docentes tales como la carencia de conectividad, capacitación en uso de equipos etc., pero que no dependen de las instituciones sino del gobierno departamental. Esto hace inferir que, aunque los docentes tienen espacios, hacen falta otros elementos prioritarios que son importantes para mejorar los procesos de enseñanza en al I.E, quedando así truncados algunos procesos que pueden aportar a la formación de los estudiantes.

16. Necesidades pedagógicas que tienen los docentes de matemáticas para implementar los procesos de aprendizaje enseñanza de forma eficiente

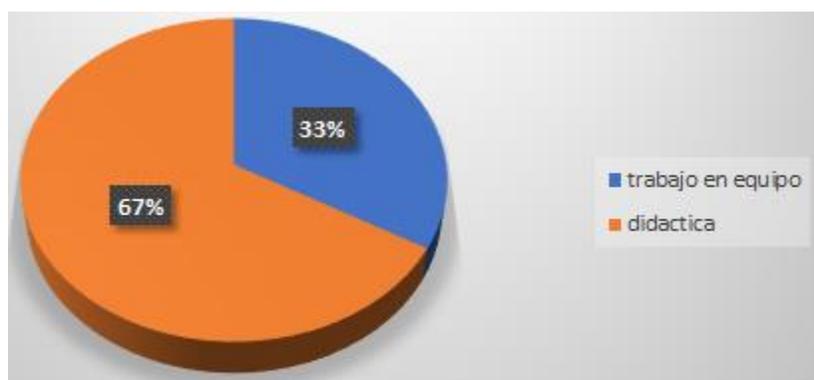


Figura 41. Necesidades pedagógicas para el aprendizaje- enseñanza de las matemáticas

En la figura anterior se puede evidenciar que el 67% de los docentes identifican que la falta de didáctica es una necesidad pedagógica que afecta el rendimiento académico de los estudiantes, mientras el 33% insiste que el trabajo en equipo es una necesidad pedagógica fundamental en el proceso enseñanza - aprendizaje.

Se puede inferir que dichas afirmaciones puedan llegar converger si se hace una sensibilización al grupo de docentes encaminada a asumir el rol como formador- innovador, de

tal manera que implemente nuevas estrategias didácticas pretendiendo llegar al estudiante de una manera apropiada y por ende fortalezca el pensamiento matemático.

17. Recomendaciones a los estudiantes, colegas y administrativos para cualificar los procesos de aprendizaje-enseñanza de las matemáticas

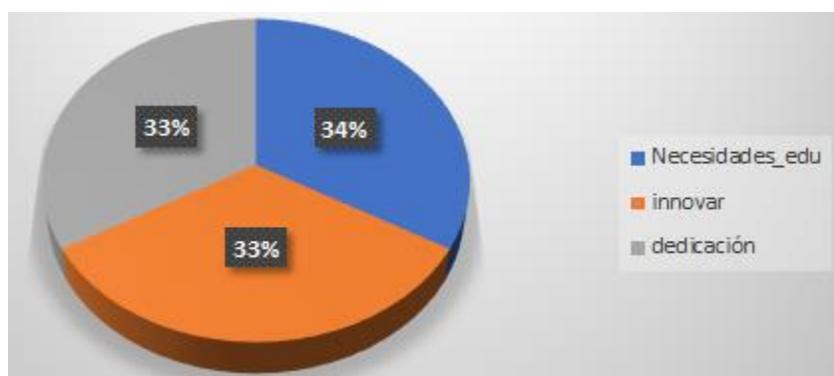


Figura 42 . Porcentaje sobre las recomendaciones del docente para la cualificación de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

A partir de la gráfica anterior se evidencian distintos puntos de vista del equipo de docentes, el 33% recomiendan la dedicación, el 33% la innovación y el 33% restante recomienda tener presente las necesidades educativas de los estudiantes. De los anteriores porcentajes podemos notar que las recomendaciones giran alrededor de la innovación, es decir los docentes están preocupados en buscar nuevas formas de transferir y aplicar conocimiento, otra refiriéndose a las necesidades educativas en cuanto a fundamentar los saberes específicos, acceder a otros saberes disciplinarios, aprender metodologías y herramientas de trabajo y dedicar más tiempo a sus planeaciones, con las que puedan desarrollar los procesos y beneficiar el aprendizaje en los estudiantes. De acuerdo con la secretaría de Educación de Medellín (2008-2011), consideran que “es necesario promover, desde distintos estamentos educativos, transformaciones en la organización de la escuela, a fin de favorecer el desarrollo de la investigación y la escritura de los docentes en los tiempos laborales y sobre los temas que se relacionan con sus necesidades

específicas”. A Partir de esta visión se recomienda abordar las necesidades educativas a través de proyectos de investigación elaborados desde modelos interdisciplinarios, donde se involucre a gran parte de la comunidad educativa.

Análisis y discusión general del instrumento

Según los análisis realizados a las figuras y tablas anteriores, se puede deducir que la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco cuenta con una planta de docentes de alto nivel académico, esto se debe a su constante actualización académica (ver figura 30). Con respecto a la experiencia laboral, se evidencia un alto tiempo de servicio como docente, tal experiencia permite saber más acerca de los referentes de calidad y las competencias que se evalúan en el área de matemáticas. Esto permite inferir acerca de los diferentes procesos pedagógicos de motivación utilizados por los docentes (ver figura 36), los cuales consisten en realizar dinámicas o simplemente no motivar, si lo hace, es solo algunas veces. Este resultado permite inferir que son clases tradicionales o magistrales, también se puede evidenciar que el método de evaluación, metodología, recursos didácticos, son en un alto porcentaje tradicionales (ver figura 39). En este punto se recomienda elaborar estrategias, tanto para evaluar como para enseñar, con el fin de motivar a los estudiantes y garantizar un clima de aula ameno. Un experto en investigación Hattie (2017), destacó que “la manera en que los alumnos aprendían, dependía en parte a la manera de proceder de los profesores en el salón de clase, es decir, el éxito del aprendizaje de los estudiantes estaba ligado a qué tan buenas eran las estrategias y métodos aplicados”. (Hattie, 2017, pág. 2)

8.1.3 Análisis y discusión de los resultados de la encuesta sobre la enseñanza de las matemáticas, realizado a los estudiantes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H)

La encuesta se realizó a 20 estudiantes, al azar de los 62 estudiantes del grado noveno de la institución educativa L.C.T.P sobre la percepción que tienen acerca de la enseñanza de las matemáticas, pero de manera especial haciendo hincapié a la geometría (ver anexo 5). Se realizaron 8 preguntas, el 17 de septiembre de 2018 y a continuación se desglosan.

1. Estado de ánimo durante la asistencia a clases de matemáticas

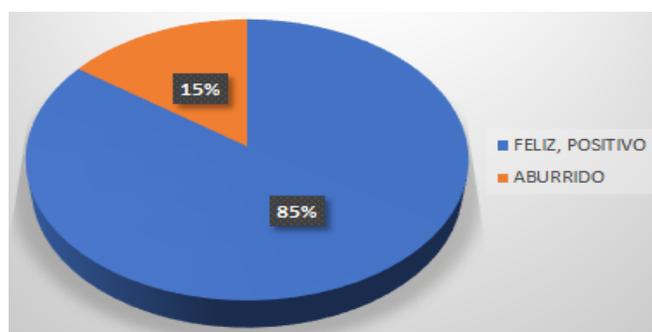


Figura 43. Porcentaje sobre el estado de ánimo de los estudiantes en clase de matemáticas

Según la figura anterior se puede deducir que el 85% de los estudiantes se siente feliz en la clase de matemáticas, mientras el 15% de la población se siente aburrido en la clase, manifestando que las clases son muy rutinarias.

A partir de la información anterior podemos decir que los diferentes tipos de emociones influyen sobre la motivación del estudiante, si la motivación es positiva, su estado de ánimo al aprender es más eficaz, de lo contrario solamente se transmiten conocimientos secos. De ahí que estamos de acuerdo con López Munguía (2008) quién referencia a Goleman cuando dice que “los empleados (en nuestro caso los estudiantes) exitosos son aquellos que no pierden el equilibrio en situaciones tensas, sino que aun en medio de una crisis se mantienen tranquilos; es decir, manejan

sus emociones, son empáticos y sensibles con sus compañeros”. Estas habilidades emocionales son algunos de los componentes de la inteligencia emocional.

2. Asignaturas de preferencia en el área de matemáticas

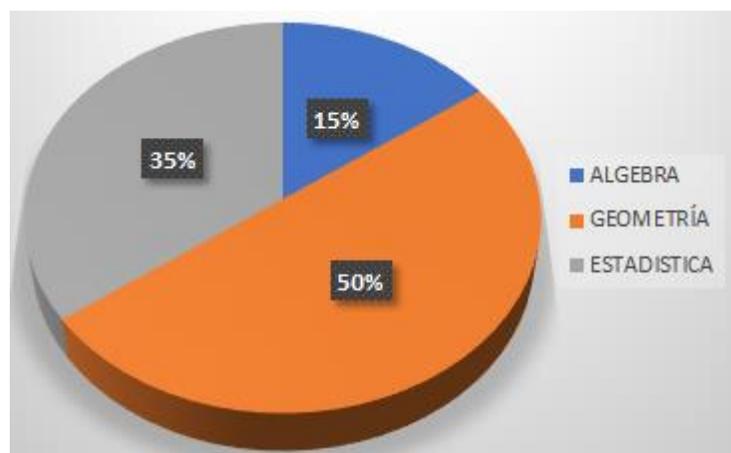


Figura 44. Porcentaje sobre preferencia en las asignaturas de matemáticas

Según la figura anterior la asignatura con mayor preferencia en el área de matemáticas es geometría con un 50%, seguida de estadística con el 35% y finalmente álgebra con el 15%. Al parecer la mayor parte de los estudiantes les agrada los temas de geometría, porque seguramente y especulando, las temáticas que se han orientado hasta el momento las han entendido. Sin embargo, el otro porcentaje fuerte hace referencia a la estadística. Esto nos hace pensar que a través de estas dos ramas de las matemáticas se pueden abordar temas relacionados con el álgebra, ya que esta área tiene un bajo nivel de preferencia. Dicha recomendación podría aumentar los índices de preferencia hacia esta área. Otra posible estrategia la proponen los teóricos Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2014), donde argumentan que el desarrollo del razonamiento algebraico elemental desde los primeros niveles educativos es un objetivo propuesto en diversas investigaciones y orientaciones curriculares. En consecuencia, es importante que el profesor de educación primaria conozca las características del razonamiento algebraico y sea capaz

de seleccionar y elaborar tareas matemáticas adecuadas que permitan la progresiva introducción del razonamiento algebraico en la escuela primaria. (págs. 1-2)

3. Gusto por la forma de enseñanza de las matemáticas

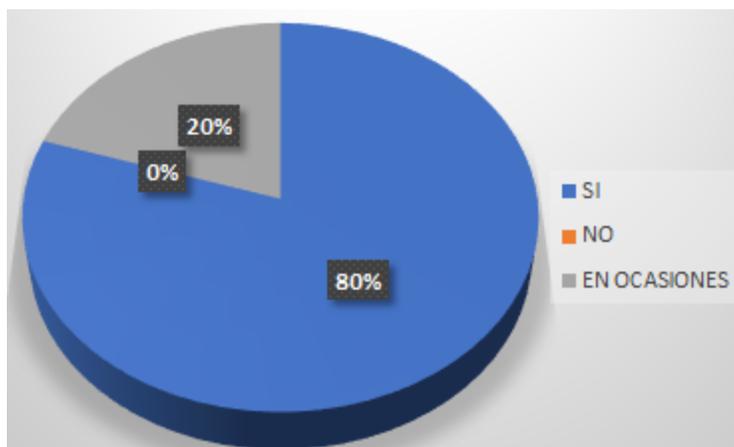


Figura 45. Porcentaje de como enseña matemáticas el docente

La figura anterior indica el nivel de gusto en la enseñanza de matemáticas; teniendo como resultado un 80% a nivel de aprobación, el 20% manifiesta que su gusto es “en ocasiones”. La anterior información manifiesta que en un alto porcentaje de la metodología usada por el docente es amena para los estudiantes; refiriéndose al gusto cómo el profesor enseña las matemáticas; indicando que a pesar de que un porcentaje menor no sienta atracción por esta, existe empatía entre el maestro y el aprendizaje de las matemáticas en la mayoría de estudiantes. Creemos que esto puede suceder como lo plantea Gómez Chacón (2000), la relación que se establece entre los afectos (emociones, actitudes y creencias) y el rendimiento es cíclica: por una parte, la experiencia que tiene el estudiante al aprender Matemáticas le provoca distintas reacciones e influye en la formación de sus creencias. Por otra, las creencias que sostiene el sujeto tienen una consecuencia directa en su comportamiento en situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender. (Alonso, S. H., Sáez, A. M., & Picos, A. P., 2004). Este aporte genera una solución al

20% de los estudiantes que sienten empatía hacia las matemáticas, ya que propone analizar efectos emocionales en el proceso de aprendizaje, y relacionarlos con sus creencias... las matemáticas son difíciles de entender.

4. Actividades que se realizan en la clase de matemáticas

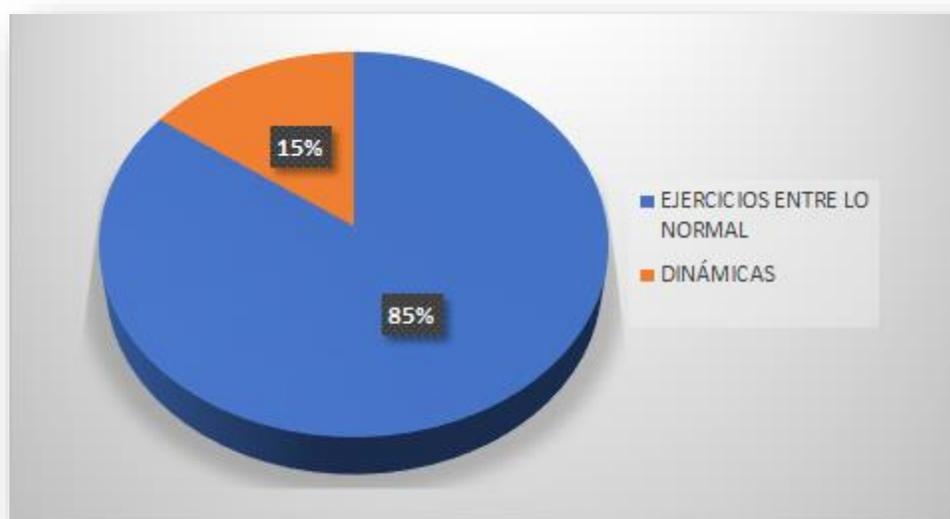


Figura 46. Porcentaje de actividades realizadas en clase de matemáticas

La figura anterior determina el análisis de actividades realizadas en matemáticas, obteniendo 85% en actividades rutinarias, mientras un 15% consideran que se realizan dinámicas. A pesar que hay varias formas de motivar al estudiante se tiene la tendencia de orientar las clases de matemáticas en forma rutinaria, es decir, que hacemos lo mismo todos los días (Saludo, explicación de las temáticas y ejercicios rutinarios). Al parecer pocos docentes realizan preparación de clase llevando los momentos establecidos en los lineamientos institucionales, pero creemos que esto se puede mejorar a medida en que nos reunamos los grupos de colegas y compartamos experiencias, con el ánimo de mejorar las prácticas pedagógicas y con ello optimizar los aprendizajes en los estudiantes.

5. Horas de clases de geometría se ven en la semana

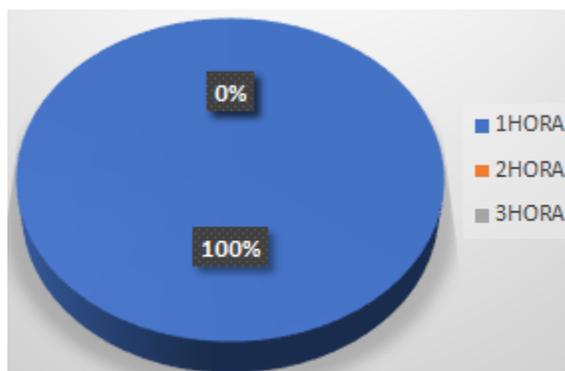


Figura 47. Porcentaje Intensidad horaria de geometría en I.E.L.C.T.P

La figura anterior indica el número de horas a la semana de geometría, obteniendo que el 100% de los estudiantes encuestados tengan una sola hora semanal. El anterior porcentaje nos hace reflexionar acerca de la intensidad semanal en geometría, y creemos que es muy poca intensidad, pues en ocasiones hay muchas actividades institucionales, las cuales mitigan la intensidad horaria, haciendo difícil recuperar tiempos horarios de clase, por tanto las temáticas orientadas tienden a olvidarse, y las que se alcanzan no quedan bien fundamentadas. Por lo tanto para tratar de minimizar el impacto es importante que el los comités de área se proponga al consejo académico institucional, incrementar la intensidad mínimo a dos horas semanales.

6. Uso de los aprendizajes de matemáticas en la vida real

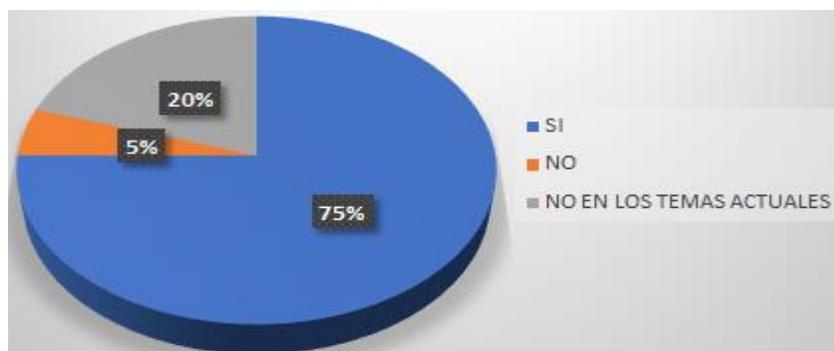


Figura 48 . Porcentaje sobre uso de las matemáticas en la vida real

Según la figura anterior tenemos que el 75% ha utilizado los aprendizajes de las matemáticas en la vida real, mientras el 20% indica que los temas actuales no están aplicando conceptos y un 5% consideran que no han aplicado dichos aprendizajes.

A partir de los resultados obtenidos podemos deducir que los estudiantes sienten que si aplican las matemáticas a contextos del diario vivir, donde pueden encontrar más sentido a las temáticas propuestas; a manera de ejemplo: ir a la tienda, medir o estimar longitudes (un metro de tela), en la plaza de mercado, hacer aproximaciones o calcular probabilidades, etc. En el desarrollo de estas actividades se debe tener presente que, al avanzar, el estudiante va encontrando más usos y aplicaciones a los aprendizajes vistos en clases; posteriormente esas prácticas se evidencian en la etapa universitaria y, finalmente cuando se enfrenta a acciones de la vida real como profesional o como individuo del común.

Para los autores (Madrid, López-Esteban, León-Mantero, & Maz-Machado, 2017) se trata de conectar las matemáticas con las necesidades de la sociedad que como se ha visto ya ocurrió en el pasado, es uno de los aspectos que en la actualidad se promueven en los sistemas educativos en relación con las matemáticas y su carácter interdisciplinario. Fomentando la importancia de conectar las matemáticas con otros conocimientos, con otros elementos del currículo y con el mundo diario, aspectos que el National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) viene proponiendo desde los años 80(NCTM, 1989, p. 32)

7. Uso de la geometría en la cotidianidad

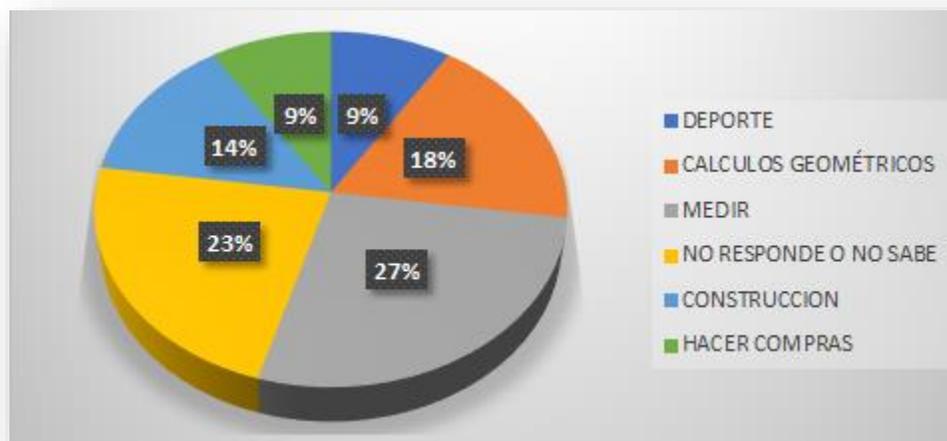


Figura 49. Porcentaje del uso de la geometría fuera del aula.

La figura anterior indica la cantidad de usos que se le pueden dar a los aprendizajes en geometría fuera del aula según los estudiantes, los resultados fueron; el 27% de los estudiantes consideran que se puede usar para medir, el 23% no responde no sabe, el 18% la puede utilizar para cálculos geométricos, el 14% en el deporte, el 9% construcción y el 9% hacer compras. Al parecer los estudiantes tienen distintos tipos de visiones sobre la aplicación de la geometría en la vida cotidiana, pero de forma muy básica, aunque algunos no tienen idea su utilización. En esta parte se hace necesario intervenir de forma inmediata con planes de mejoramiento en comités de área para subsanar los aprendizajes no aplicados. En concordancia con (Araya & Alfaro, 2010) quienes consideran que el aprendizaje de la geometría no carezca de sentido, es importante que el grupo docente se preocupe por buscar un equilibrio entre la asociación de habilidades de visualización y argumentación, pues ambas habilidades son fundamentales dentro del proceso formativo del individuo. Es decir, no se trata sólo de enseñar contenidos como una “receta” o por

cumplir con lo estipulado en el currículo. Con esta propuesta se pretende que con la enseñanza de la geometría el estudiantado aprenda a pensar lógicamente.

8. Sugerencias para que la clase de geometría sea más interesante

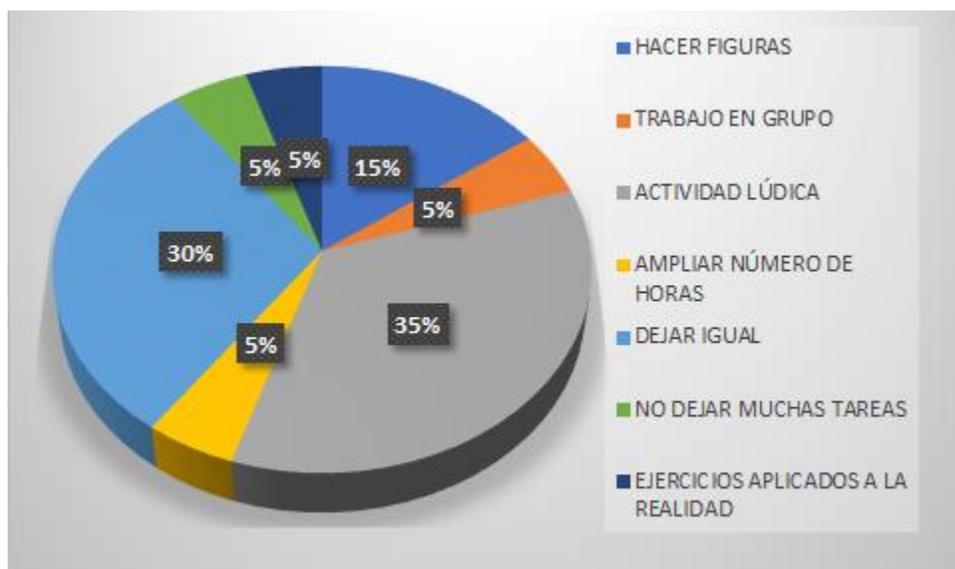


Figura 50. Porcentaje de sugerencias por parte de los estudiantes para la clase de geometría

La figura anterior expresa las sugerencias hechas por los estudiantes para la clase de geometría, teniendo como resultados que el 35% sugiere más actividades lúdicas, el 30% dejar igual, el 15% hacer figuras, el 5% trabajo en grupo, el 5% no dejar tareas, 5% ampliar horas de clase y el 5% restante hacer ejercicios aplicados a la realidad.

De la amplia gama de sugerencias propuestas por los estudiantes se recomienda tener presente en cuenta incluirlas en los procesos de actualización curricular, con el propósito de realizar planes de mejoramiento, ya que estas opiniones genera una visión general de cómo quieren ser orientados sus aprendizajes, ya que implícitamente van ligados a sus intereses. Según Watkins (2003) para que los procesos de aprendizaje sean efectivos, resulta esencial conectarlos con los

intereses y aspiraciones de los estudiantes y lograr que el aprendizaje tenga valor para ellos, que sea un fin en sí mismo (pág. 2).

Análisis y discusión general del instrumento

Según análisis general del instrumento anterior, se puede observar que el estado de ánimo habitual de los estudiantes en un alto porcentaje es "*feliz en clases de matemáticas*" (ver figura 43), esta afirmación depende de las actividades realizadas en clase (ver figura 44), las cuales, en su mayoría se limitan hacer ejercicios entre lo normal. De esta visión se puede inferir que las clases rutinarias no siempre son aburridas para los estudiantes, más bien depende de la actitud que toma el docente frente a la clase o temática abordada. Con esta reflexión no se pretende decir que las actividades lúdicas o dinámicas no sean necesarias.

Al analizar actividades realizadas y comparar asignaturas de preferencia se deduce que depende de actividades relacionadas con aplicación de contenidos en el área de matemáticas en la vida real?, al hacer la respectiva observación (ver figura 48) se evidencia que un alto porcentaje asegura haber utilizado dichos contenidos temáticos en el diario vivir, de este resultado se puede deducir que la aplicación de dichos contenidos se evidencia en las áreas de geometría y estadística, ya que son las asignaturas de mayor preferencia (ver figura 44). De lo anterior se puede concluir que el uso de actividades lúdicas y la modelación de ejercicios con problemas del diario vivir facilitan de forma más asertiva el proceso enseñanza aprendizaje. Con respecto a esta reflexión (Araya & Alfaro, 2010) consideran que la educación secundaria se ha basado en un sistema tradicional de enseñanza, donde docentes presentan la teoría, desarrollan ejemplos y aportan los ejercicios que deben ser resueltos por estudiantes. Para estos autores la geometría se presenta a

las estudiantes y los estudiantes como un conjunto de definiciones, fórmulas y teoremas totalmente alejado de su realidad y donde los ejemplos y ejercicios no poseen ninguna relación con su contexto, consecuentemente, la geometría se percibe como poco importante, ya que no es aplicable a la vida cotidiana, cuando la realidad es otra.

8.1.4 Análisis y discusión de los resultados de la encuesta sobre la enseñanza de las matemáticas, realizado a los Docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H) sobre la teoría fractal, uso y aplicaciones

La encuesta se realizó a 15 docentes de áreas de matemáticas, ciencias, tecnología y artes acerca de la enseñanza de las matemáticas y del conocimiento de la teoría fractal, uso y aplicaciones. Las preguntas fueron un total de cinco, las cuales se analizan y comentan a continuación.

1. Enseñanza de la geometría en la Institución

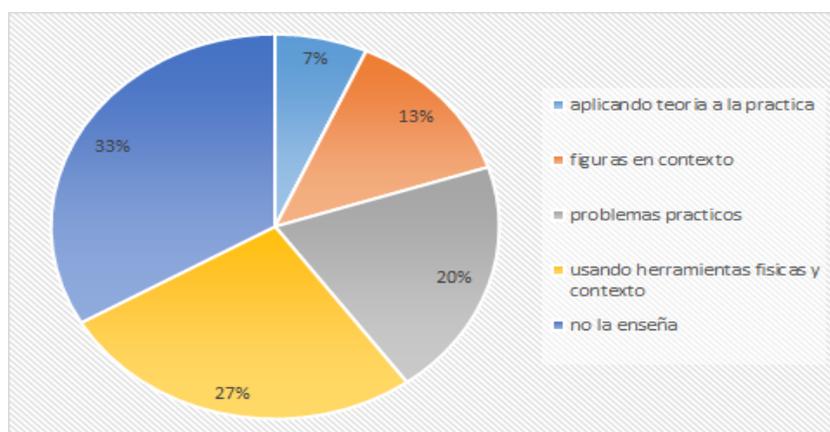


Figura 51. Porcentaje de cómo se enseña la geometría en I.E.L.C.T.P

Según la gráfica anterior el 33% de la población no enseña geometría; de los docentes que la orientan, el 27% usa herramientas físicas y del contexto, 20% problemas prácticos, 13% figuras del contexto y el 7% aplicando teoría a la práctica.

Los porcentajes anteriores nos hacen pensar que los docentes tienen varias formas de abordar la geometría, por tal razón nace la necesidad de unificar criterios de enseñanza que permitan armonizar temas relacionados con problemas del diario vivir en las planeaciones de clase, esta visión permite ilustrar los aportes de (Araya & Alfaro, 2010), las clases de geometría en la educación secundaria se han basado en un sistema tradicional de enseñanza, donde docentes presentan la teoría, desarrollan ejemplos y aportan los ejercicios que deben ser resueltos por estudiantes pero sin contexto.

2. Conocimiento de la geometría fractal

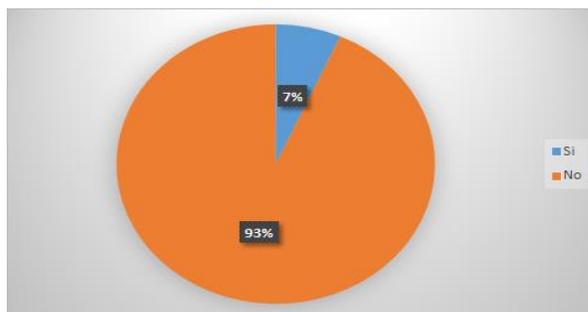


Figura 52. Porcentaje conocimiento de la Geometría Fractal por los docentes

Analizando la figura anterior, tenemos que el 93% de los docentes desconoce completamente la teoría fractal, mientras solo el 7% tiene conocimientos empíricos o básicos. Este porcentaje nos hace inferir que los docentes en su formación profesional no conocían el campo de las matemáticas discretas, por lo que se hace necesario que las universidades incluyan en sus programaciones este tipo de temáticas que permitan posteriormente ser aprovechada en los establecimientos educativos.

3. Uso de la teoría fractal en matemáticas

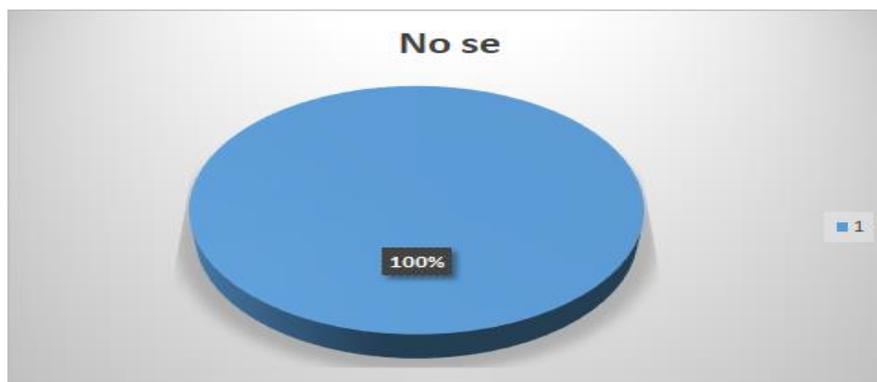


Figura 53. Porcentaje uso de la teoría fractal en matemáticas

La figura anterior ilustra que el 100% de los docentes desconocen aplicaciones y posibles usos de la teoría fractal a nivel matemático. Podemos inferir que los profesores que orientan clases en la institución carecen de estrategias pedagógicas en la enseñanza de la teoría fractal. Creemos que se debe a la falta de formación de dicha temática en la educación superior, con respecto a las licenciaturas donde se profesionalizan a los maestros. Lo que claramente plantea Grisales (2017) en su investigación es que las experiencias de exploración aplicadas a estudiantes y profesores propician nuevos aprendizajes y nuevos contextos de la perspectiva de las matemáticas, con lo que seguramente podríamos tratar de llenar las expectativas de los docentes de la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco.

4. Usos y aplicaciones en la vida práctica que tiene la geometría fractal

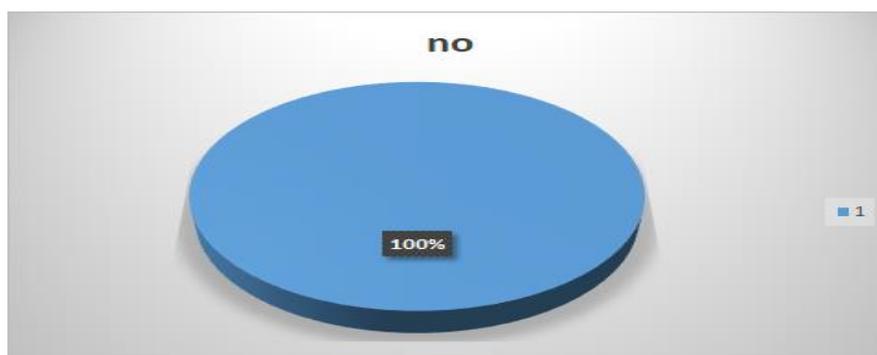


Figura 54. Porcentaje de aplicaciones de la Geometría Fractal en la cotidianidad

La figura anterior representa que el 100% de los docentes encuestados desconocen completamente el uso de la teoría fractal en contextos del diario vivir. Desafortunadamente el desconocimiento por parte de los profesores sobre la teoría fractal, impide el conocimiento de muchas aplicaciones en la vida cotidiana de esta geometría, limitándose a enseñar lo aprendido en sus carreras universitarias. Como lo consultamos en (by fractal,2018), hoy en día hay muchos avances en esta materia, tales como las comunicaciones, la informática, robótica infografía, economía etc. Solo falta explorar y abrir nuestras mentes al campo de las matemáticas discretas; lo cual buscamos con este proyecto de investigación.

5. Aplicación de la geometría fractal en otras áreas del conocimiento

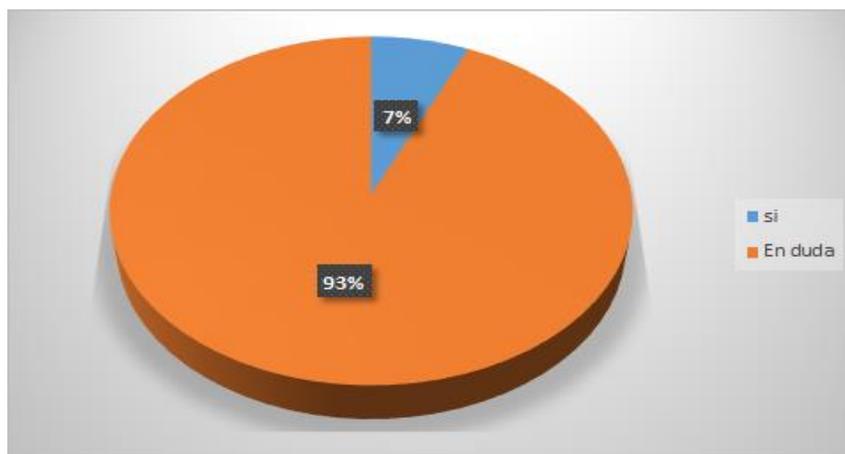


Figura 55. Porcentaje aplicación de la geometría fractal en otras áreas

Al analizar la figura anterior se puede deducir que el 93% de los docentes encuestados dudan o desconocen la aplicabilidad de la teoría fractal en las diferentes áreas de estudio, mientras un 7% de los docentes argumentan que es posible enseñar la teoría fractal en las diferentes áreas de estudio. Podemos decir que a pesar de las innumerables aplicaciones planteadas en nuestro marco teórico, es posible que los docentes por desconocimiento no puedan intuir que se pueda

experimentar procesos de enseñanza/aprendizajes de carácter interdisciplinar recurriendo a las diversas áreas del conocimiento que establece el currículo escolar; (matemáticas, ciencias naturales, tecnología y artes), no queriendo decir que solamente se pueden relacionar estas, la idea consiste en buscar la relación con la cual podemos desarrollar los proyectos, los cuales tienen como objetivo ser de motivación para nuestros estudiantes.

Análisis y discusión general de este instrumento

Según los resultados obtenidos en los cinco ítems se puede evidenciar que al contestar la pregunta uno, la cual consiste en determinar cómo enseña la geometría en el aula, se observó que la mayor parte de la población de docentes no enseñan geometría; al analizar los resultados restantes, los cuales representan a los docentes que enseñan geometría dentro de su carga académica, se puede evidenciar una serie de estrategias pedagógicas, donde la más practicada es el uso de herramientas físicas y contexto, por otra parte la menos usada es la aplicación de la teoría a la práctica (ver figura 51). Dentro de dichas estrategias practicadas por los docentes se observa claramente que el conocimiento, uso y aplicación de la teoría fractal se encuentra en un alto nivel de desconocimiento. De dicha observación se puede inferir que las estrategias utilizadas en la enseñanza de la geometría radican y se enfocan en un sistema tradicional.

8.1.5 Análisis y discusión de los resultados del diálogo sobre la teoría fractal realizada con los docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H)

Durante el diálogo con docentes sobre teoría fractal realizado el 12/09/2018 en la I.E Luis Carlos Trujillo del municipio de la Plata (H) se observó que los docentes desconocían el tema por

completo, sin embargo, se planteó la pregunta de motivación ¿Qué son los fractales?, con el fin de indagar sobre conceptos previos. El factor común giró en torno a las fracciones o fraccionarios. Al continuar con la exposición los docentes fueron notando que, aunque no tenían conceptos teóricos ni formación específica en el campo de las matemáticas discretas, no obstante, esto no fue impedimento para comprender la idea de autosimilitud.

En el momento de socialización resaltó el siguiente interrogante ¿Por qué esos temas no aparecen en algunas editoriales usadas por los docentes? Nuestra respuesta se centró en el desconocimiento de algunos autores y lectores con respecto al tema, por tal razón hemos tomado la iniciativa en sembrar la semilla del conocimiento fractal en esta Institución Educativa.

8.2 Análisis y discusión de los resultados de la secuencia didáctica aplicada a los estudiantes del grado 9° en la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H), sobre la enseñanza de las matemáticas basada en la teoría fractal.

La secuencia didáctica está comprendida en tres momentos estructurados por situaciones problemas, cada situación problema es de carácter interdisciplinar abarcando diferentes áreas del conocimiento (Matemáticas, Ciencias y Artes), con el fin de reforzar el aprendizaje de cada competencia (comunicación, razonamiento y resolución) propuesta en la matriz de referencia del área de matemáticas grado 9.

Para aplicar la secuencia didáctica se tuvieron en cuenta dos instrumentos, uno consistente en la planificación de clase la cual fue revisada y concertada con la coordinadora de la institución

educativa en la cual se está implementando la propuesta y otro los diarios de campo. Este último me permite analizar y sacar conclusiones de la propuesta.

8.2.1 Planificación de la clase

Para abordar la temática propuesta se procedió a realizar tres planificaciones para el grado noveno con cada uno de los momentos planteados, en la cual se proponen la temática, los objetivos, actividades en clase, materiales y criterios de evaluación de acuerdo al plan de aula que tiene la institución educativa.

8.2.2 Diarios de Campo

Mediante los diarios de campo cuatro (4) en total podremos tomar las notas y apuntes que se evidenciaron a través de las clases realizadas en las aulas, con los cuales nos permiten obtener conceptos, acerca de la didáctica implementada, observaciones e inferencias que se manejan por parte de los estudiantes y profesor con el objeto de reflexionar y concluir si la experiencia realizada fue o no fue exitosa.

8.2.3 Sistematización de la secuencia didáctica

Para la sistematización de la secuencia didáctica se organizaron planes de aula y diarios de campo paulatinamente y de acuerdo al orden como aparece a continuación.

8.2.3.1 Plan de Aula N° 1

INSTITUCION EDUCATIVA "LUIS CARLOS TRUJILLO POLANCO"
LA PLATA-HUILA
PLAN DE AULA

APLICACIÓN SECUENCIA DIDACTICA FRACTALES

DOCENTE: ARBEY SANCHEZ RODRIGUEZ AREA: MATEMATICAS GRADO: 9 SEDE: PRINCIPAL AÑO: 2018

UNIDAD: Métrico-Geométrico (temática a reforzar de acuerdo al plan de mejoramiento institucional)

ESTANDAR: sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras.

DBA 10: Calcula el área de superficie y el volumen de pirámides, conos y esferas. Entiende que es posible determinar el volumen o área de superficie de un cuerpo a partir de la descomposición del mismo en sólidos conocidos.

TEMA: FRACTALES Subtema: Determinar patrones de autosimilitud teniendo como referencia el triángulo de Sierpinski		TIEMPO: 4 h Fecha: semana del 17 al 21 de septiembre 2018	BIBLIOGRAFIA: Anexo introducción al pensamiento métrico geométrico desde la teoría fractal (ver momento 1). Autores ARBEY SANCHEZ RODRIGUEZ Y HAROL AUGUSTO VARGAS QUINTERO
INDICADOR DE DESEMPEÑO <ul style="list-style-type: none"> Identifica patrones de recurrencia del triángulo de Sierpinski Preguntas de investigación <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <p>¿Qué cambia y no cambia? ¿Qué hace que cambie? ¿Cómo cambia? ¿Cuánto cambia? ¿Qué es invariante?</p> </div>		CRITERIOS DE EVALUACION <ul style="list-style-type: none"> Asistencia puntual a clase. Participación en el desarrollo de las actividades propuestas. Desarrollar el momento 1 propuesto en el anexo antes mencionado Identificar posibles regularidades presentes en los fractales en el desarrollo de la actividad. Elaborar conclusiones propias al terminar la actividad del momento 1 Manejar disciplina y actitud positiva frente al área. 	
COMPONENTE DEL AREA Métrico geométrico	Competencia Comunicación		
ACTIVIDADES DENTRO DEL AULA <ul style="list-style-type: none"> Saludo Dinámica "fractales en la naturaleza" presentación power point y video introductorio Normas de convivencia dentro del salón y elaboración del cartel en común acuerdo 		RECURSOS <ul style="list-style-type: none"> Texto guía anexo introducción al pensamiento 	DESEMPEÑO TRANSVERSAL Socializar las normas de convivencia estudiantil (pacto de convivencia) -deberes

<ul style="list-style-type: none"> Participación del estudiante por parte del docente Elaboración de guías "autodirigidas" Articulación de recursos y procedimientos Resultados de actividades propuestas en el momento 1 	MÉTRICO GEOMÉTRICO desde la teoría fractal <ul style="list-style-type: none"> Proceder momento 1 Recortar, pegar, medir y clasificar Alfilerador y borrador 	Participar en la semana saludable realizando ejercicios, afiches
EVALUACION <ul style="list-style-type: none"> Realización del taller propuesto y participación dinámica en la actividad 		
CONTRIBUCIONES Pensar en su propio fractal	CONTRIBUCIONES En el grado 9to no dio la programación, en el día 23 se realiza jornada escolar	

8.2.3.2 Diario de campo N°1

En esta etapa se desarrollaron varias actividades a través del momento 1, donde el estudiante fortalecerá el componente Métrico-Geométrico, mediante la competencia matemática

comunicación, mediante conceptos y aplicaciones básicas de la geometría fractal y que se describen a continuación.

PROYECTO	“Didáctica en la enseñanza de la “fractalidad” en educación básica desde un modelo interdisciplinar Macta”
TEMA	Momento 1 (<i>matemáticas y fractales</i>)
DOCENTE	Arbey Sánchez
FECHA	Septiembre 24 del 2018
DESCRIPCIÓN GENERAL DEL AULA (lugar, N° participantes, tiempo de la sesión)	
<p>A continuación, se anotan las observaciones realizadas en la “Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco” del Municipio de la Plata, la cual se encuentra ubicada en la Calle 8 A No. 8-06 Barrio Otálora.</p> <p>La jornada de trabajo se desarrolla un espacio de aproximadamente 6 m. de largo por 5 m de ancho; los pisos son nuevos, hecho con baldosas. El recinto está pintado de blanco hueso. Los techos son bastante altos, sobre cerchas de hierro descansan las tejas, con un cielo raso en drywall. En uno de los muros hay un televisor. Se observan en los muros algunas carteleras donde se escriben los turnos de aseo y cumpleaños, trabajos creados por los estudiantes.</p> <p>En este recinto se atiende unos 32 estudiantes; de los cuales 14 pertenecen al género femenino y 18 al género masculino (sus edades oscilan entre unos 13 a 16 años. Los Estudiantes son atendidos de lunes a viernes; en un horario que inicia a la 7:30 a.m. y termina a las 4:00 p.m. Los Estudiantes son de estrato socioeconómico entre 0 y 2; hijos de los vendedores de la plaza, trabajadores informales, comerciantes y empleados de empresas pequeñas que hay el Municipio de la Plata.</p> <p>Las actividades con los estudiantes se inician a las 10:00 a.m. y finaliza a las 12:00 a.m. (se trabajó con intermedio de unos 15 minutos). Participan 30 estudiantes del grado 9B en total; además del docente Arbey Sánchez Rodríguez, Licenciado en Matemáticas y Física, quien tiene a cargo la orientación de las matemáticas en este grado.</p>	

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES (Desarrollo didáctico, comportamientos, actitudes, “universo vocabular”)	REGISTROS TEÓRICOS Y PERSONALES
Mientras los estudiantes se acomodan en los pupitres, se preguntan unos a otros “ <i>hizo la tarea que dejó el profe de geometría</i> ”, “ <i>yo no entendí</i> ” ..., (se escuchan risas de algunos niños). Uno de los jóvenes dice huele a rico, hoy es carne, “ <i>profe hoy nos deja ir a almorzar</i> ”	a. Estas actividades son semejantes a las realizadas en las clases de física de la I.E Luis Carlos con los estudiantes de décimo grado.

temprano". El docente dice, "*después del trabajo que les traigo preparado*". El docente empieza a instalar el equipo de proyección (video beam, computador). Uno de los estudiantes dice, "*vamos a ver una película*". El docente dice "*algo parecido*". **(a)** "*buenos días jóvenes, hoy vamos a trabajar en un tema nuevo, por favor se sientan y atienden las indicaciones*". Se sientan y lo van haciendo poco a poco. Cuando están atentos les dice: "*recuerden que deben cumplir las normas de convivencia, trabajadas en las direcciones de grado, respeto, buena escucha etc*". El maestro pregunta *¿Quieren ver una película?*"; la mayoría responde "*Siiii, siiii*". Entonces, mostrando unos dibujos, que se encontraban en la presentación power point dice: "*saben que son fractales? Mostró el profe una figura de una legumbre, un brócoli*" **(b)**, uno de los estudiantes dice, "*huy lo que comimos el viernes en el restaurante*". Después de transcurrido unos segundos el profesor pregunta "*¿qué observan en su estructura?*" Uno dice, "*muchas montañitas*", refiriéndose a la figura, *¿qué otras cosas ven?*, otro dice, "*la misma figura, pero más pequeña*", el docente interviene y dice "*¿son semejantes?*," pregunta, una estudiante dice "*siii*". Cuando esto pasa dice el profesor se dice que las figuras son similares(allí se introduce el concepto de similitud), se continúa mostrando otra diapositiva con otras figuras construidas con software especializado, esa figura que es pregunta uno, el profe dice esto es un fractal, saben qué personaje empezó a trabajar con esta figuras, uno dice "*quien*", en forma burlesca, el profesor se dirige a los estudiantes y dice: "*Mandelbrot, es el padre de la geometría discreta y fue el diseñador de algunos fractales raros* ", hay total silencio y se interesan por la

- b. La actividad realizada con las diapositivas nos trae a la memoria los conceptos del padre de la geometría Fractal Mandelbrot, que menciona en su libro "La geometría fractal de la Naturaleza" Mandelbrot, B. (1983). aquí se explica, importancia y lo maravilloso de los elementos que hay alrededor de la naturaleza.

temática, “y puedo hacerme uno” “dicen en voz alta” “si, los podemos diseñar con un software llamado GeoGebra usando los computadores”... “Vamos profe” dice un estudiante, el profe dice “aun no, porque deben conocer algunas cosas más de estos fractales”.

Seguidamente muestra un video donde se comenta que son los fractales, donde se usan y para qué sirven los fractales. Después de terminado el video, dice otro estudiante “ahora si vamos a la sala de informática”, “¡no! aún no”. “Vamos a desarrollar esta guía primera” (la muestra el profesor). Luego el docente pide a la monitora del área que ayude a repartir unas fotocopias individuales en cuyo texto se deja entrever “primer momento”: matemáticas y fractales

Sentados en sus respectivos asientos, el docente les dice: “Ahora vamos a escribir su nombres y apellidos, grado y fecha”; uno de ellos pregunta la fecha, luego se les pide que lean el primer párrafo, mientras tanto el docente reproduce la primera gráfica en el tablero (un brócoli). Terminando la lectura, pregunta el docente, ¿que observan?, uno de ellos dice “un triángulo,” luego un “montón de triángulos”, el docente dice lean la tabla 2 y respondan la pregunta primera del cuadro, “que cambia y que no cambia” Algunos de ellos responden “cambia los cuadros que están dentro de la figura”, otro dice “las figuras por dentro” Después de transcurridos unos minutos les pregunta nuevamente: “¿Qué hace que cambie?”, varios responden: “las divisiones que hacen”, otro dice “la división de la figura”. El docente les pide que vayan escribiendo sus conceptos en la guía, en las líneas en blanco, “si falta espacio, escriba en la parte de atrás de la hoja que está limpia”. Luego pregunta ¿cómo cambia? Varios alzan la mano para pedir la palabra, “se ve que están interesados en la

<p>temática,” el profesor dice a uno de ellos que participe: “<i>profe van apareciendo figuras semejantes pequeñas</i>”, otro dice “<i>cambian los triángulos, se vuelven más pequeños</i>”, el docente les dice “<i>son semejantes.</i>” Ellos dicen ¡<i>siiii!</i>. Ahora ¿<i>cuánto cambia</i>”? uno de ellos dice “<i>profe no entiendo</i>”, el profe dice, “<i>en la primera figura cuántos triángulos hay, en el segundo, en la tercera...</i>” “<i>aaaaa, ya</i>” responde el estudiante. Un estudiante alza la mano y pregunta <i>¿qué es invariante?</i>, “<i>va delante de nosotros,</i>” dice el compañero que se encuentra en el asiento del lado. El profe dice “<i>que no cambia y permanece constante</i>”, se apresura a escribir y dice “<i>El triángulo que divide los demás triángulos</i>” (c).</p> <p>Acto seguido, se comienza con la segunda actividad de hallar el perímetro y área de cada figura, tomando como base que viene diseñada en la secuencia, el profesor orienta las formas matemáticas, se hizo contar los lados y triángulos. Uno de ellos contó internamente “<i>profe se puede hallar de la siguiente forma, si cada triángulo tiene tres lados y son 5 triángulos, me daría 12 lados en el segundo</i>” se hizo la demostración de hallar el segundo perímetro y área por parte del profesor. Se repitió el proceso porque al principio no entendían de porque el resultado. Luego en la tercera figura se atrevieron a realizar y hallar el perímetro y área. Se comparan los resultados y se escriben en el tablero. Se pregunta <i>¿qué observa?</i> “<i>uno de ellos dice, pues los primeros (perímetros) van aumentando, las segundas (áreas) van disminuyendo. Y eso ¿porque pasa así?</i>” pregunta el estudiante impaciente, le dije: “<i>es una representación de las sucesiones</i>” (d) ((¡no estaba previsto en la guía!), con lo cual nos surge una emergencia en el aprendizaje. (e)</p> <p>A continuación, se les pide que realicen su propio fractal, teniendo en cuenta como</p>	<p>c. En este momento los estudiantes fortalecen el concepto de semejanza, el cual no tenían claro en clases anteriores. Además, que se infiere en los estudiantes el concepto de infinitud y autosimilitud. Para el caso, Luque (2013) nos orienta la forma de identificar las propiedades y características de un fractal su artículo “fractales”. También se observa que ellos mismos van construyendo sus conceptos, enfoque constructivista que sigue la institución educativa en su PEI</p> <p>d. Sin duda este tipo de eventualidades se presentan constantemente en el aula de clase, lo cual implica retomar las sugerencias de García (2012), inspirado por Edgar Morín, propone en su artículo “<i>El pensamiento complejo y la transdisciplinarietà</i>”, donde su artículo se centra en ser capaz de articular conocimientos fragmentados.</p> <p>e. Rodríguez y Aguirre (2011) afirman que la teoría de la complejidad busca analizar las cosas fragmentadas, las cosas más extrañas pero posibles y reales, buscando una explicación mediante modelos matemáticos de una emergencia.</p>
--	---

<p>referente el ejemplo anterior, uno de ellos dice “<i>donde lo hago y con que figura</i>”, otro dice “<i>hay muchas</i>”. (f)</p> <p>Cuando todos se encuentran en el salón, realizando sus construcciones, algunos estudiantes piden asesorías, un estudiante se acerca y me dice “<i>puedo hacer lo que quiera con esta figura</i>”, ¡si!, le digo. “<i>Transcurridos 15 minutos ya aparecen una serie de figuras espectaculares</i>”.</p> <p>Cuando finaliza la actividad anterior y para verificar su conocimiento, el profesor pide que realicen la cuarta iteración. “<i>¿Dónde lo hacemos?</i>” pregunta un estudiante, el docente dice: “<i>por detrás de la hoja que está en limpio. Además, deben calcular el área y perímetro de la figura 4.</i>” Juiciosamente se disponen a realizar lo propuesto, ya que pronto saldrán a almorzar., alguno de ellos dice, “<i>no tengo regla</i>”, “<i>haz con los elementos que tenga o pide prestado</i>”, contesta el docente uno de ellos saca una hoja cuadriculada y mide, procurando que le quede a la misma distancia, terminada le echan colores distinguiendo cada construcción y construyendo la sucesión. Tiempo después un estudiante dice “<i>Profe yo ya terminé</i>”, entonces recibe la guía secuencia (g). Al final los otros estudiantes van entregando y colocando las guías llenas en el escritorio del profesor. El docente les recuerda que en la tarde la jornada es normal. La actividad culminó a las 11:55 a.m.</p>	<p>f. En ese momento pensé, si ellos escogen van a realizar todos lo mismo, se decide que lo hagan por filas, el primero con la línea, la segunda con el cuadrado y así sucesivamente hasta agotar todas las figuras expuestas en la guía.</p> <p>g. Al parecer los estudiantes han logrado construir algunas figuras de tipo fractal. Posiblemente esto les permitirá reconocer o relacionar fractales cotidianos.</p>
--	---

REFLEXIBILIDAD DEL DOCENTE

<p>INTERROGANTES DE LA OBSERVACIÓN INICIAL</p>	<p>¿Comprenden plenamente los participantes de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco las maneras como los estudiantes fortalecen sus conocimientos, a través de la práctica e interacción con el medio?</p>
<p>INTERROGANTES PARA LOS DIRECTIVOS Y DOCENTES</p>	<p>¿Conocen los docentes las estrategias didácticas en el área de matemáticas que permitan a los estudiantes de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco de La Plata Huila adquirir un aprendizaje significativo?</p>

INTERROGANTES PARA LOS ESTUDIANTES	<p>¿Qué observo de diferente en la presentación de esta nueva temática?</p> <p>¿Cómo le pareció la metodología usada en proceso de solución de las actividades propuestas?</p>
INTERROGANTES PARA EL DOCENTE	<p>¿Es posible mejorar los resultados de pruebas externas (Saber), cambiando la metodología usada actualmente por secuencias didácticas?</p>

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LA EXPERIENCIA DE AULA	
ANÁLISIS DE LA RELEVANCIA Y APLICABILIDAD DEL TEMA TRATADO	<p>Los anteriores escritos del momento 1 <i>“Matemáticas y fractales”</i> posibilitan comprender y explicar como todos los estudiantes se involucran cognitiva y activamente en actividades planeadas y orientadas al aprendizaje, a través de la interacción entre ellos, preguntas, respuestas, acciones, reacciones, propuestas y creaciones.</p> <p>Así mismo, permite observar y experimentar las condiciones reales en las prácticas de aula transversalizando temas (área, perímetro, volumen, semejanza, congruencia, en especial variación y cambio...) con la teoría fractal, permitiendo a docentes y en especial a estudiantes de la Plata Huila de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco de noveno grado mejorar las prácticas de aula.</p>
ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES REALIZADAS	<p>Los docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco consideran que es un trabajo que genera curiosidad al estudiante.</p> <p>En el momento de la práctica se evidenció asombro por parte de algunos estudiantes al escuchar la palabra ¡fractal!</p> <p>Se despertó el interés de los estudiantes en la clase de geometría.</p> <p>Las clases mediante la interacción con el diario vivir permite dar sentido a las matemáticas.</p> <p>La aparición de nuevas temáticas en el proceso del desarrollo de la práctica permite al estudiante y docente evidenciar la transversalidad de diferentes procesos y disciplinas.</p>
ANÁLISIS DE LOS ACONTECIMIENTOS Y EXPRESIONES IMPORTANTES	<p><i>“uno de ellos dice, pues los primeros (perímetros) van aumentando, las segundas (áreas) van disminuyendo. Y eso ¿porque pasa así?”</i> pregunta el estudiante impaciente, le dije: <i>“es una representación de las sucesiones”</i> (¡no estaba previsto en la guía!), con lo cual nos surge una emergencia en el aprendizaje.</p>

	El anterior acontecimiento invita al docente a diseñar estrategias que involucren temas ya vistos, con el fin de no caer en la constante implícita de temática vista temática terminada, contribuyen a un aprendizaje significativo y no memorístico.
REGISTROS TEÓRICOS Y PERSONALES	Las anteriores observaciones fortalecen la iniciativa de crear un currículo interdisciplinar, de tal forma que todas las áreas del conocimiento enseñadas en la educación básica tengan un objetivo en común, para tal propósito podemos retomar a García (2012) , inspirado por Edgar Morín quien propone en su artículo “ <i>El pensamiento complejo y la transdisciplinariedad</i> ” la necesidad de dar a luz a un pensamiento complejo capaz de articular los conocimientos fragmentados en disciplinas o campos de saber que si bien nos permiten profundizar en aspectos concretos del conocimiento de la realidad.
ANÁLISIS DE LA REFLEXIBILIDAD	Para el desarrollo de este Momento 1 (<i>matemáticas y fractales</i>) se tuvo presente en despertar la motivación de los estudiantes desde la primer imagen presentada en PowerPoint (brócoli), con el propósito de generar un impacto positivo al empezar la secuencia didáctica (Introducción al pensamiento métrico – geométrico desde la teoría fractal). Al continuar con la actividad propuesta en el momento 1 se pudo evidenciar la emergencia de temas que no estaban planeados en la secuencia didáctica, esto nos lleva a pensar ¿Qué tan preparados estamos los docentes para abordar este tipo de situaciones? ¿Cómo podemos fortalecer los aprendizajes emergentes?



Figura 56. Sensibilización a estudiantes aplicación secuencia primer momento



Figura 57. Ejercicio del estudiante 1



Figura 58. Ejercicio del estudiante 2

8.2.3.3 Plan de Aula N° 2

INSTITUCION EDUCATIVA "LUIS CARLOS TRUJILLO POLANCO"
LA PLATA-HUILA

PLAN DE AULA

APLICACIÓN SECUENCIA DIDACTICA FRACTALES

DOCENTE: ARBEY SANCHEZ RODRIGUEZ AREA: MATEMATICAS GRADO: 9 SEDE: PRINCIPAL AÑO: 2018

UNIDAD: Métrico-Geométrico (temática a reforzar de acuerdo al plan de mejoramiento institucional)

ESTANDAR: sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras.

DBA 10: Calcula el área de superficie y el volumen de pirámides, conos y esferas. Entiende que es posible determinar el volumen o área de superficie de un cuerpo a partir de la descomposición del mismo en sólidos conocidos.

TEMA: FRACTALES Subtema: optimización fractal modelo nido de abeja		TIEMPO: 4 h Fecha: semana del 24 al 28 de septiembre 2018	BIBLIOGRAFIA: Anexo introducción al pensamiento métrico geométrico desde la teoría fractal (ver momento 2). Autores ARBEY SANCHEZ RODRIGUEZ Y HAROL AUGUSTO VARGAS QUINTERO
INDICADOR DE DESEMPEÑO Pregunta de investigación ¿Por qué las abejas privilegian la estructura hexagonal y no otra en la estructura de su nido? <ul style="list-style-type: none"> Identifica figuras geométricas tesselables y calcula su área teniendo presente que el perímetro es común para todas las figuras geométricas. 		CRITERIOS DE EVALUACION <ul style="list-style-type: none"> Asistencia puntual a clase. Participación en el desarrollo de las actividades propuestas. Desarrollar el momento 2 propuesto en el anexo antes mencionado Identificar posibles regularidades presentes en los fractales en el desarrollo de la actividad. Elaborar conclusiones propias al terminar la actividad del momento 2 Mantener disciplina y actitud positiva frente al área. 	
COMPONENTE DEL AREA Métrico geométrico	COMPETENCIA RAZONAMIENTO		
ACTIVIDADES DENTRO DEL AULA <ul style="list-style-type: none"> Saludo Dinámica "conoce como está estructurado un nido de abejas" presentación power point y video introductorio Normas de convivencia dentro del salón y elaboración del cartel en común acuerdo Presentación de la temática por parte del docente Saberes previos "autosimilitud" Aclaración de dudas y profundización 		RECURSOS <ul style="list-style-type: none"> Texto guía anexo introducción al pensamiento métrico geométrico desde la teoría fractal Fotocopias momento 2 	DESEMPEÑO TRANSVERSAL Socializar las normas de convivencia estudiantil (pacto de convivencia) -deberes

<ul style="list-style-type: none"> Realizar al actividad propuesta en el momento 2 	<ul style="list-style-type: none"> Papel, tijeras, lápiz regla y compas Marcador y borrador 	
EVALUACION <ul style="list-style-type: none"> Realización del taller propuesto y participación dinámica en la actividad 		
COMPROMISOS Pensar en su propio fractal	OBSERVACIONES El día 28 jornada pedagógica	

8.2.3.4. Diario de campo 2

En esta etapa se desarrollaron varias actividades a través del momento 2, donde el estudiante fortalecerá el componente Métrico-Geométrico mediante la competencia matemática

Razonamiento, mediando conceptos y aplicaciones básicas de la geometría fractal y que se describen a continuación.

PROYECTO	“Didáctica en la enseñanza de la “fractalidad” en educación básica desde un modelo interdisciplinar Macta”
TEMA	<i>Momento 2 (Fractales en las ciencias naturales)</i>
DOCENTE	Arbey Sánchez
FECHA	01 octubre 2018

DESCRIPCIÓN GENERAL DEL AULA (lugar, N° participantes, tiempo de la sesión)
<p>A continuación se anotan las observaciones realizadas en la “Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco” del Municipio de la Plata, la cual se encuentra ubicada en la Calle 8 A No. 8-06 barrio Otálora.</p> <p>La jornada de trabajo se desarrolla un espacio de aproximadamente 6 m. de largo por 5 m de ancho; los pisos son nuevos, hecho con baldosas. El recinto está pintado de blanco hueso. Los techos son bastante altos, sobre cerchas de hierro descansan las tejas, con un cielo raso en drywall. En uno de los muros hay un televisor. Se observan en los muros algunas carteleras donde se escriben los turnos de aseo y cumpleaños, trabajos creados por los estudiantes.</p> <p>En este recinto se atiende unos 32 estudiantes; pertenecientes al grado 9B, de los cuales son 14 señoritas y 18 jóvenes (sus edades oscilan entre unos 13 a 16 años). Los Estudiantes son atendidos de lunes a viernes; en un horario que inicia a la 7:30 a.m. y termina a las 4:00 p.m, de estrato socioeconómico entre 0 y 3, hijos de los vendedores de la plaza, trabajadores informales, comerciantes y empleados de empresas pequeñas que hay el Municipio de la Plata</p> <p>Las actividades con los estudiantes se inician a las 10:00 a.m. y finaliza a las 12:00 a.m. (se trabajó con intermedio de unos 15 minutos). Participaron 29 estudiantes del grado 9B en total, los otros no asistieron; además del docente Arbey Sánchez Rodríguez, Licenciado en Matemáticas y Física, quien tiene a cargo la orientación de las matemáticas en este grado.</p>

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES (Desarrollo didáctico, comportamientos, actitudes, “universo vocabular”)	REGISTROS TEÓRICOS Y PERSONALES
<p>Mientras los estudiantes se acomodan en los pupitres, se preguntan unos a otros “<i>será que vamos a continuar con lo de la vez pasada, esta como vacano</i>”, ..., (se escuchan susurros en voz baja de algunos estudiantes, “<i>tengo sueño</i>”). Uno de los estudiantes dice, “<i>profe hoy si vamos a ver más películas</i>”. El docente dice, algo mejor, “<i>van a venir las abejas a contarnos cómo hacen sus nidos</i>”. Uno de ellos en forma de chiste dice “<i>donde, donde?</i>”...(se escuchan carcajadas). (a)</p> <p>El docente dice: “<i>buenos días jóvenes, hoy vamos a trabajar en un tema nuevo, por favor se sientan y atienden las indicaciones</i>”, se escuchan ruidos de pupitres arrastrándose, murmullos y risas, se observa que se sientan con mayor rapidez que en la vez anterior. Cuando están atentos les dice: “<i>recuerden que deber cumplir las normas de convivencia, trabajadas en las direcciones de grado, respeto, buena escucha etc.</i>”</p> <p>la clase se inicia con la pregunta “<i>¿saben cómo las abejas hacen sus nidos?</i>”; uno de ellos dice “<i>mediante panales</i>”, otro se manifiesta “<i>con hexágonos</i>”. <i>¿Cómo lo sabes?</i> Pregunta el maestro, el estudiante responde, “<i>porque mi papá tenía criadero de abejas</i>”. El maestro dice “<i>perfecto, y gracias por su aporte</i>”. Después de transcurrido unos segundos el profesor pregunta “<i>¿qué pasaría si las abejas hicieran sus nidos de otra forma?</i> Uno dice, “<i>uy no sé</i>”, (b) Seguidamente el profesor muestra una nueva guía y dice “<i>vamos a desarrollar esta nueva guía que le van a permitir descubrir nuevas cosas acerca de los fractales</i>”. Pide a la monitora del área que ayude a repartir unas fotocopias individuales en cuyo texto se deja</p>	<p>a. El humor y la motivación hace parte del clima de aula, permitiendo hacer del proceso aprendizaje- enseñanza algo divertido y no monótono.</p> <p>(b) Esta actividad me recuerda a Morín (2010), cuando nos lleva a reflexionar sobre la forma de articular los conocimientos fragmentados en pensamientos complejos que nos permitan profundizar en aspectos concretos de la realidad.</p>

entrever el segundo momento *“fractales en las ciencias naturales”*.

Sentados en sus respectivos pupitres, el docente les dice: *“Ahora vamos a escribir su nombres y apellidos, grado y fecha”*; seguidamente el docente le pide a un estudiante que lea el primer párrafo. Terminando la lectura, un joven pregunta, profe, *“¿qué es optimización?”* el docente, responde *“es la forma como una especie construye su hogar de tal forma que los espacios se utilicen al máximo.”* Seguidamente el docente pone en cuestión la pregunta, *“¿Qué pasaría si las abejas construyen sus nidos en forma de triángulo equilátero?”* uno de ellos responde, *“quedaría como así la colmena”*, expresándose a través de señas, las cuales se representan como triángulos, el docente dice *“ahora van a unir con puntos la figura que aparece a la derecha del triángulo pequeño”*.

Después de transcurridos unos minutos y terminada la primera actividad se pregunta nuevamente a los estudiantes: *“¿Que figura resultó?”*, varios responden: *“un diamante”*, otro dice, *“se parece la figura de la vez pasada”*. El docente dice, *“ahora vamos a hallar el perímetro y área de la figura pequeña”* (refiriéndose al triángulo equilátero). El docente les pide que vayan escribiendo sus conceptos en la guía, en la parte de atrás que está limpia. Pasados algunos minutos el docente pregunta, *“¿Cuánto le dio el perímetro?”*, uno de ellos dice: *“36 unidades”* *“¿Cómo lo hizo?”* Preguntó el profesor *“profe sumando los lados como aparece en la tabla”... y en la raíz cuadrada”* *“¿Cómo se hace?”*, pregunta otro estudiante. El docente hace una explicación y halla el área para el primer ejercicio, posteriormente el maestro dice, *“una abeja rebelde quiere construir su nido en forma de cuadrado”*, *“Cómo creen que quedaría?”*, permanecen en silencio, sin

(c) En este momento los estudiantes fortalecen el concepto de áreas y perímetros,

embargo, uno dice “*pues como un cuadrado*”. Continúa el maestro: “*para esto unan los puntos que aparece en la guía, luego hallen el área de la figura pequeña*”. Momentos después un estudiante dice “*ya lo hice y medio 36 de perímetro y área 81*”. El docente pregunta “*¿A partir de las construcciones y resultados que podemos decir?*”, uno de ellos con tono grave dice “*que va aumentando el área.*” Otro estudiante dice, “*pero el perímetro queda el mismo*” (c).

Acto seguido, se comienza con la tercera actividad de hallar el perímetro y área del nido de abejas en forma de hexágono, un niño pregunta “*profe, ¿cuál de las tres ecuaciones usamos?*”, el maestro responde “*la que usted quiera y la parezca más fácil*”. Transcurridos 5 minutos, suena el timbre, para anunciar el cambio de clase. “*se escuchan susurros...ahora nos toca con Achury*”...(Como le dicen a la profesora de biología)... Mientras ellos trabajan en el cálculo del área de la figura forma nido de abeja, el profesor dice “*La profesora de biología tiene una reunión con la coordinadora, ella me cedió la clase*”. Seguidamente el profesor Arbey dice, “*¿buenos jóvenes como les fue con el área?*” Uno de los estudiantes pilo dice, “*eso fue fácil, me dio 93,6 el área y el perímetro 36*”. Otro estudiante dice “*a mí me dio el área 93,16, porque la hice con la segunda ecuación*”. Muy bien, dice el profe Arbey, la diferencia radica en los decimales que tomaron para calcular el área. que pueden decir entonces (preguntando al grupo), “*¿porque las abejas prefieren la última estructura?*”, un estudiante dice “*profe el hexágono tiene más área, luego las abejas tendrían más espacio para acumular sus huevitos y miel*”, perfecto dice el profe. “*¿Alguna apreciación más?*” Otro dice “*¡las abejas saben de geometría!*” (d)

A continuación se les pide que realicen una gráfica en el plano cartesiano, teniendo en

que no lo tenían claro y se confunden. Además, se infiere en los estudiantes el concepto de similitud. Para el caso, Luque (2013) nos orienta la forma de identificar las propiedades y características de un fractal.

(d) A mi parecer, en este momento se observa que los estudiantes van construyendo sus conceptos desde un enfoque constructivista, el cual sigue la institución educativa en su PEI. En su aparte de fundamentos pedagógicos dice: los conocimientos que los seres humanos aprenden se deben construir sobre lo “real”, es decir, las “realidades” e “intersubjetividades”

(e) Acha(2001) dice que en el desarrollo de la creatividad juega un papel

<p>cuenta la tabla con los resultados registrados en los tres experimentos (colmena en forma triangular, cuadrada y finalmente hexagonal) realizar una gráfica lineal que represente dicha información “donde lo hago, detrás de la hoja ”, otro dice si obvio..</p> <p>Cuando todos están realizando sus construcciones, algunos piden asesorías, se acerca y me <i>dice</i> “<i>los puntos quedaron distantes</i>”, si le digo, pero ya les orientó como corregir. Transcurridos 15 minutos ya aparecen una gráfica de función no lineal, el profe dice, como los puntos quedaron no alineados vamos a tratar de acercarlos a la función que ustedes conocen, se llama parametrizar. (e)</p> <p>Al final el grupo de estudiantes dicen “<i>Profe ya terminamos</i>”, “<i>muy bien muchachos</i>”, dice el profesor, “entonces entreguen a la monitora los trabajos realizados (f). La actividad culminó a las 3:55 p.m.</p>	<p>vital la estimulación y el desarrollo de la sensorialidad.</p> <p>(f) Al parecer los niños han logrado construir algunas figuras. Posiblemente esto les permitirá reconocer un fractal.</p>
---	--

REFLEXIBILIDAD DEL DOCENTE	
<p>INTERROGANTES DE LA OBSERVACIÓN INICIAL</p>	<p>¿Qué otros temas de ciencias se podrían anexar a esta actividad?</p> <p>¿Qué sugerencias pedagógicas, didácticas y curriculares propone para el desarrollo de esta actividad</p>
<p>INTERROGANTES PARA LOS DIRECTIVOS Y DOCENTES</p>	<p>¿De qué manera pueden contribuir a mitigar el olvido de aprendizajes adquiridos en las prácticas de aula?</p> <p>¿Cuáles son las dificultades más relevantes que se presentan en las prácticas docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco?</p>
<p>INTERROGANTES PARA LOS ESTUDIANTES</p>	<p>¿Los estudiantes de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco reconocen las diferentes estrategias didácticas implementadas por los docentes?</p>
<p>INTERROGANTES PARA EL DOCENTE</p>	<p>¿Piensa usted, que estas prácticas académicas pueden contribuir al cuidado del medio ambiente?</p>

	<p>¿Cómo reconocer la importancia de transversalizar las matemáticas discretas con aplicaciones en las ciencias naturales?</p> <p>¿Cómo influye la teoría fractal en la modelación de problemas del diario vivir?</p> <p>¿Qué otros posibles aprendizajes se pueden incluir en la práctica del momento?</p>
--	---

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LA EXPERIENCIA DE AULA	
ANÁLISIS DE LA RELEVANCIA Y APLICABILIDAD DEL TEMA TRATADO	<p>Con esta práctica se pudo evidenciar y explicar las diversas estrategias didácticas diseñadas con el fin de fortalecer el componente Métrico-Geométrico desde una perspectiva interdisciplinaria, en esta segunda parte, identificada como momento 2 “Fractales en las ciencias naturales”, pretende orientar tanto a docentes como estudiantes la interdisciplinaria desde cualquier área.</p> <p>Así mismo se pretende lograr en los estudiantes potenciar sus aprendizajes a través del uso del material interdisciplinario de acuerdo con los lineamientos de formación planteados en la maestría</p>
ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES REALIZADAS	<p>Desarrollo de las actividades programadas en el momento 2 se observó serie de procedimientos utilizados por los estudiantes ante la pregunta ¿por qué las abejas privilegian la estructura hexagonal en sus nidos y no otra?</p> <p>Para abordar este interrogante se planteó una solución enfocada en el uso de comparación, donde se le propuso al estudiante una serie de figuras geométricas, posibles para formar un panal de abejas.</p> <p>Los estudiantes debían analizar las diferentes posibilidades a través de dibujos, con dichos resultados se establecían comparaciones, las cuales sirven como premisas para determinar la estructura privilegiada de las abejas.</p>
ANÁLISIS DE LOS ACONTECIMIENTOS Y EXPRESIONES IMPORTANTES	<p>“¿qué pasaría si las abejas hicieran sus nidos de otra forma? Un estudiante dice, “<i>uy no se</i>”</p> <p>“...profe, ¿qué es optimización?” el docente, responde es la forma como una especie construye su hogar de tal forma que los espacios se utilicen al máximo.</p> <p>“...ya lo hice y medio 36 de perímetro y área 81”. El docente pregunta “¿a partir de las construcciones y resultados que podemos decir?”, un estudiante con tono grave contesta “<i>que va</i></p>

	<p><i>aumentando el área</i>". Otro estudiante responde, "<i>pero el perímetro queda el mismo</i>"</p> <p>En el proceso de aplicación y socialización del momento 2 se evidencio diversos tipos de aprendizajes representados en múltiples situaciones de emergencia o caóticas. En otras palabras se quebró el límite de lo esperado en una clase, es decir que los resultados finales de cada estudiante varían según la creatividad.</p>
REGISTROS TEÓRICOS Y PERSONALES	<p>En esta práctica los estudiantes fortalecen el concepto de áreas y perímetros; figuras geométricas como triángulo, cuadrado y hexágono. Además, se infiere en los estudiantes el concepto de similitud. Para el caso, Javier Luque (2013) nos orienta la forma de identificar las propiedades y características de un fractal.</p>
ANÁLISIS DE LA REFLEXIBILIDAD	<p>En el desarrollo del momento 2 (<i>Fractales en las ciencias naturales</i>) se puede observar la falta de creatividad en nosotros los docentes al diseñar temáticas nuevas. Observando las actividades planteadas en dicho momento se evidencio la acogida positiva en todos los estudiantes del grado 9°, sin importar factores como: tema nuevo metodología diferente.</p> <p>En este instante surge el interrogante ¿Por qué les gustó la temática? Nuestra respuesta radica en la metodología interdisciplinar, la cual se diseñó desde el área de las ciencias naturales, partiendo de la pregunta introductoria ¿Por qué las abejas privilegian la estructura hexagonal y no otra?, desde esta perspectiva se trabajó: área, perímetro, tabla de datos y gráficas en el plano cartesiano.</p>

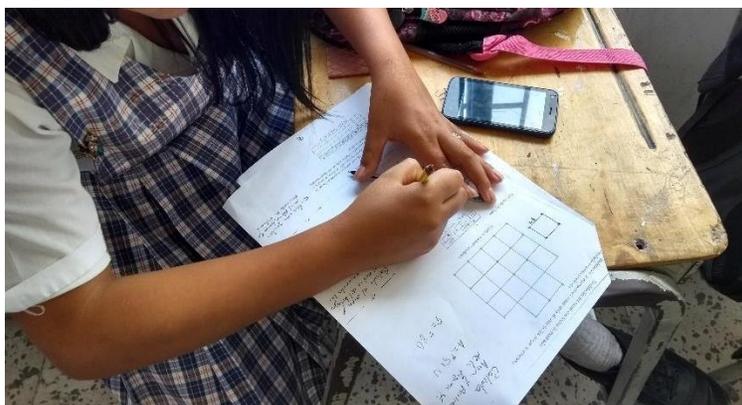


Figura 59. Ejercicio de estudiante 3



Figura 60. Ejercicio estudiante 4

8.2.3.4 Plan de Aula N° 3

INSTITUCION EDUCATIVA "LUIS CARLOS TRUJILLO POLANCO"
LA PLATA-HUILA
PLAN DE AULA

DOCENTE: ARBEY SANCHEZ RODRIGUEZ AREA: MATEMATICAS GRADO: 9 SEDE: PRINCIPAL AÑO: 2018

UNIDAD: Métrico-Geométrico (temática a reforzar de acuerdo al plan de mejoramiento institucional)

ESTANDAR: Sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras, resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

DBA 10: Calcula el área de superficie y el volumen de pirámides, conos y esferas. Entiende que es posible determinar el volumen o área de superficie de un cuerpo a partir de la descomposición del mismo en sólidos conocidos.

<p>TEMA: Arte, tecnología y fractales Subtema: modelación de fractales mediante el software GeoGebra y construcción de dichos modelos mediante la técnica artística conocida como Hiloramas.</p>		<p>TIEMPO: 4 h Fecha: semana del 01 al 05 de octubre</p>	<p>BIBLIOGRAFIA: Anexo introducción al pensamiento métrico geométrico desde la teoría fractal (ver momento 3). Autores ARBEY SANCHEZ RODRIGUEZ Y HAROL AUGUSTO VARGAS QUINTERO</p>
<p>INDICADOR DE DESEMPEÑO Resuelve actividades propuestas en el momento 3 del anexo mencionado teniendo presente la interdisciplinariedad.</p> <p>Aplica los modelos realizados en GeoGebra en hiloramas como ejemplo de interdisciplinariedad</p>		<p>CRITERIOS DE EVALUACION</p> <ul style="list-style-type: none"> Asistencia puntual a clase. Participación en el desarrollo de las actividades propuestas. Desarrollar el momento 3 propuesto en el anexo antes mencionado Identificar posibles regularidades presentes en los fractales en el desarrollo de la actividad. Elaborar conclusiones propias al terminar la actividad del momento 3 Mantener disciplina y actitud positiva frente al área. 	
<p>COMPONENTE DEL AREA</p> <p>Métrico-Geométrico</p>	<p>COMPETENCIA</p> <p>Resolución</p>		
<p>ACTIVIDADES DENTRO DEL AULA</p> <ul style="list-style-type: none"> Saludo Dinámica "diseña tu hilorama en GeoGebra" Normas de convivencia dentro del salón y elaboración del cartel en común acuerdo Presentación de la temática por parte del docente Saberes previos "curvas que se pintan solas, GeoGebra" Aclaración de dudas y profundización Realizar al actividad propuesta en el momento 3 		<p>RECURSOS</p> <ul style="list-style-type: none"> Texto guía anexo introducción al pensamiento métrico geométrico desde la teoría fractal Fotocopias momento 3 Papel, tijeras, lápiz regla y compas Computador 	<p>DESEMPEÑO TRANSVERSAL</p> <p>Socializar las normas de convivencia estudiantil (pacto de convivencia) -derechos</p>

	<ul style="list-style-type: none"> • Madera, clavos y martillo • Hilo o lana de tejer • Marcador y borrador 	
EVALUACION <ul style="list-style-type: none"> • Realización del taller propuesto y participación dinámica en la actividad 		
COMPROMISOS Consultar sobre solución de ecuaciones 2x2 Terminar de elaborar el proyecto de hiloramas con la finalidad de exponerlo en la feria de las áreas institucional.		OBSERVACIONES

8.2.3.5 Diario de campo 3. Arte, tecnología y fractales

En esta etapa se desarrollaron varias actividades a través del momento 3, donde el estudiante fortalecerá el componente Métrico-Geométrico mediante la competencia matemática resolución, apoyados en conceptos y aplicaciones básicas de la geometría fractal que se describen a continuación.

Teniendo como referencia el uso de las TIC hemos tomado como objeto de estudio el software GeoGebra en la enseñanza de la teoría fractal, ya que es de licencia gratuita y cuenta con una amplia cantidad de manuales.

PROYECTO	“Didáctica en la enseñanza de la “fractalidad” en educación básica desde un modelo interdisciplinar Macta”
TEMA	<i>Momento 3 (Arte, tecnología y fractales)</i>
DOCENTE	Arbey Sánchez
FECHA	05 octubre 2018

DESCRIPCIÓN GENERAL DEL AULA (lugar, N° participantes, tiempo de la sesión)
<p>A continuación, se anotan las observaciones realizadas en la “Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco” del Municipio de la Plata, la cual se encuentra ubicada en la Calle 8 A No. 8-06 barrio Otalora.</p> <p>La jornada de trabajo se desarrolla un espacio de aproximadamente 6 m. de largo por 5 m de ancho; los pisos son nuevos, hecho con baldosas. El recinto está pintado de blanco hueso. Los techos son bastante altos, sobre cerchas de hierro descansan las tejas, con un cielo raso en drywall o draibol. Se observan en los muros algunas carteleras donde se escriben los turnos de aseo y cumpleaños, trabajos creados por los estudiantes.</p> <p>En este recinto se atiende unos 32 estudiantes; de los cuales son 14 señoritas y 18 jóvenes (sus edades oscilan entre unos 13 a 16 años. Los Estudiantes son atendidos de lunes a viernes; en un horario que inicia a la 7:30 a.m. y termina a las 4:00 p.m. Los Estudiantes son de estrato socioeconómico entre 0 y 2, hijos de los vendedores de la plaza, trabajadores informales, comerciantes y empleados de empresas pequeñas que hay el Municipio de la Plata</p> <p>Las actividades con los estudiantes se inician a las 2:00 p.m. y finaliza a las 4:00 p.m. (se trabajó con intermedio de unos 15 minutos). Participan 31 estudiantes del grado 9 en total; además del docente Arbey Sánchez Rodríguez, Licenciado en Matemáticas y Física, quien tiene a cargo la orientación de las matemáticas en este grado y el profesor Harrison Valencia, quien orienta el área de informática, además es el encargado de instalar en software GeoGebra y explicar conceptos básicos sobre el manejo de dicho software.</p>

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES (Desarrollo didáctico, comportamientos, actitudes, “universo vocabular”)	REGISTROS TEÓRICOS Y PERSONALES
<p>Mientras los estudiantes se acomodan en los pupitres, se preguntan unos a otros <i>“hizo la tarea que dejó el profe de geometría”</i>, otro dice <i>“no había, él recogió la guía anterior”</i>..., (se escuchan comentarios de algunos estudiantes, sobre el campeonato de microfútbol). Un estudiante dice: <i>“profe hoy si usaremos los computadores”</i> El docente dice, <i>“claro hoy aplicaremos lo aprendido en los momentos anteriores”</i> el docente empieza a instalar el equipo de proyección (video beam, computador). Uno de los estudiantes dice, <i>“¿hoy si vamos a ver películas?”</i> El docente dice <i>“algo mejor, voy a mostrarles un programa con el cual puedo hacer fractales”</i>. Dice un estudiante <i>“profe, luego no vamos a usar computadores”</i>, dice</p>	<p>a. Estas actividades son semejantes a las realizadas en las clases del primer momento 1, con la diferencia en que se mediaría el uso de las TIC. En este punto habíamos logrado tener toda la atención de los estudiantes, meta</p>

el maestro “*sí, pero más rato, ahora vamos a desarrollar otra guía como la anteriores*”, un estudiante dice “*ahhh*” (ya se había acordado con el profesor de informática en la otra clase, por cuanto él tenía con otro grupo y estaba ocupada la sala). **(a)**

Después tener todo listo se comienza la clase: “*jóvenes, continuemos con la temática*”, dice el profesor.

El maestro pregunta “*¿saben ustedes que es un software?*”; uno de ellos dice: “*un programa para jugar*”, otro manifiesta “*es algo de sistemas*”. El maestro dice “*perfecto, y gracias por su aporte*”. Después de transcurrido unos segundos el profesor dice: “*les voy a enseñar a representar una figura sencilla usando un software llamado GeoGebra*”. Un estudiante pregunta insistentemente “*¿profe nos va a llevar a la sala de informática?*”, el docente dice: “*si pero en la otra hora de clase*”. Seguidamente el profesor muestra un paquete de hojas y dice: “*vamos a desarrollar esta nueva guía que le van a permitir descubrir nuevas cosas acerca de los fractales*”. Pide a la monitora del área que ayude a repartir unas fotocopias individuales en cuyo texto se deja entrever “tercer momento”: Arte, tecnología y fractales **(b)**.

Sentados en sus respectivos asientos, el docente les dice: “*Ahora vamos a escribir su nombres y apellidos, grado y fecha*”; El docente ha escrito la fecha en el tablero, luego se les pide que lean el primer párrafo, mientras tanto el docente reproduce un pantallazo del tablero digital del software GeoGebra **(c)**. Terminando la lectura, pregunta el docente, *¿qué observan?*, uno de ellos dice “*un plano cartesiano*”. Ahora observen la figura 8 que aparece en la guía, “*¿Cómo creen que se hizo la curva?*” Un estudiante dice: “*con un compás*”, el maestro responde, “*¡no!*”, precisamente se realiza con esta herramienta que le estoy

propuesta desde el comienzo de la secuencia didáctica. El entusiasmo radica en poder aplicar algo visto en matemáticas a nivel computacional, permitiendo asociar con el medio las actividades adquiridas en el aula de clase de una forma experimental.

- b. La actividad realizada nos trae a la memoria los conceptos de Núñez (2014) en la cual hace referencia en el uso de software computacionales para la representación de fractales de tipo geométrico.
- c. Markus Hohenwarter ideó un software libre (GeoGebra) que permite abordar la geometría desde una forma dinámica e interactiva, y que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático.

mostrando. Explica paso a paso cómo se hizo. “¿Cómo les parece el programa?”, dicen varios: “chévere”. Ahora les toca a ustedes, en la figura de la izquierda de la guía, completan el trazado (en este momento se desarrolla la guía el salón usual, la sala de sistemas está ocupada). Un estudiante dice: “me da permiso para ir al baño”, ve, pero no te demores. El docente dice: “lean la tabla 9 y respondan la primera pregunta del cuadro”, “¿que cambia y que no cambia? Algunos de ellos responden “cambia sus cuadritos, pero no su forma y la curva del círculo”, otro dice: “no cambia la forma pues son las mismas líneas con diferencia que no empieza en el mismo número”. Después de transcurridos unos minutos les pregunta nuevamente: “¿Qué hace que cambie?”, una niña responde: “las divisiones o cuadritos, ya que en una figura van hacer más pequeñas y en la otra más grandes”, otro dice: “la división de la figura”. El docente les pide al grupo de estudiantes del grado noveno que vayan escribiendo sus conceptos en la guía, en las líneas en blanco... “si falta espacio, escriba en la parte de atrás de la hoja que está limpia”. Luego se pregunta a sí mismo: ¿cómo cambia? Varios estudiantes alzan la mano para pedir la palabra, se ve que están interesados en la temática, el profesor dice a uno de ellos que participe y entonces lee textualmente: “profe van apareciendo figuras semejantes pequeñas”, otro comenta “cambian los cuadritos, se vuelven más pequeños, es la misma figura, sino que se ve más grande y ancha en una que en la otra”, el docente les dice: ¿son autosimilares? Ellos dicen: “siii Ahora el docente interroga?: “qué es invariante y que emerge?”, uno de ellos dice: “profe no entiendo”, el profe explica para todos: “en las dos figuras que permanece igual y que es diferente” ...”¿me hice entender?”, los estudiantes “si profe” responden?. El maestro pregunta “¿que se dedujo”, un estudiante piensa y responde “lo que emerge son los cuadritos y lo invariante

- d. En este espacio de estudio de la institución L.C.T.P se pretende lograr que los estudiantes fortalezcan conceptos de posición en el plano cartesiano y escalas. Además, que se

las líneas”, otro estudiante dice “*que al unir los puntos y las líneas forman un cuarto de un círculo*” (d).

Acto seguido, se comienza con la segunda actividad que se refiere completar varias gráficas, con el propósito de construir fractales mediante líneas, tomando como base la plantilla diseñada en la secuencia, con la cual se pretende que construyan una obra de arte mediante la técnica de hiloramas. Dando unos minutos se le pide que describa la estrategia que usó para la elaboración de la figura. Algunos se levantan del sitio y van donde sus compañeros, se observa que comentan y comparten su diseño. Poco después el orientador pregunta, “*¿alguien podría decirme como se hizo para construir la figura?*” Uno de ellos dijo “*primero que todo uní los puntos de los bordes con líneas rectas desde el primero hasta el último y así sucesivamente, luego en el círculo empecé desde los puntos del centro hacia sus lados como el de arriba y como de abajo y hacer seguidamente*”, otro dice “*lo que hice fue unir los puntos x y y para formar la figura*” refiriéndose a la segunda construcción. (d)

A continuación, se les pide a los estudiantes que realicen su propio fractal, el cual se va a tener en cuenta para realizarlo mediante el software en la sala de sistemas. Cuando todos se encuentran en el salón, realizando sus construcciones, algunos estudiantes piden asesorías; se acerca y me comenta: “*puedo hacer lo que quiera*”, “*si*”, le conteste... “*¡ojo! pero solo trazando líneas*”... (el propósito es construir el fractal mediante hiloramas). Transcurridos 10 minutos ya aparecen una serie de figuras espectaculares. Al final un estudiante comenta “*Profe yo ya termine*”, entonces recibe la guía secuencia (e). en ese momento suena el timbre para cambio de clase. Un estudiante con voz alegre y tono fuerte pregunta: “*¿ahora si nos vamos para informática?* dije “*sí*”. Salen

infiere en los estudiantes el concepto de iteración y emergencia. Para el caso, Kim (1999) explora las doctrinas de emergencia y su relación con la causalidad descendente.

- d. Rodríguez y Aguirre (2011) afirma que la teoría de la complejidad busca analizar las cosas fragmentadas, las cosas más extrañas pero posibles y reales, buscando una explicación mediante modelos matemáticos de una emergencia.
- e. El artista Wong (2018) propone modelos artísticos los cuales presentan grandes estructuras matemáticas abstractas, que permiten comprender de forma dinámica lo caótico y lo complejo. Basados en estos conceptos se quiere que los estudiantes construyan obras artísticas mediante la técnica de hiloramas, pretendiendo, desde nuestro punto de vista, representar algunos modelos en forma real.

corriendo a tomar asiento en la sala y buscar el computador (los tienen marcados), los últimos se apresuraron en salir del salón.

Cuando entramos a la sala el profesor Harrison, tenía instalado en su portátil, el software propuesto, saluda y le dice *“muchachos hoy vamos a trabajar un aplicativo”*, miran su red para que los descarguen a sus computadoras, dice el profesor de informática. Seguidamente ya instalado el profesor orienta que deben guardar los trabajos en la nube informática. Mientras abren el programa el orientador les recomienda seguir las normas de laboratorio de informática, *“no comer, no entrar a otras aplicaciones distintas a la que se están trabajando etc.”* Se observan algunas estudiantes manipulando sus celulares. Les llama la atención diciendo *“listos muchachos vamos a empezar van a abrir la aplicación GeoGebra y observen las herramientas que se encuentran en la parte superior”*, explica su funcionalidad y posteriormente permite que el profesor de matemáticas intervenga. El profesor colaborador dice, *“jóvenes vamos a reforzar la orientación del uso del programa GeoGebra y comienzan a modelar el primer ejercicio planteado que hicimos en forma manual. Desplieguen el plano cartesiano y empiecen a dibujar los puntos”*. Uno de los estudiantes dice *“profes no me quiere abrir el mío”*, el profesor de informática se acerca y le da las orientaciones pertinentes.

Pocos minutos después comienzan a distinguirse algunos avances. Una estudiante que está ubicada en la parte de atrás, se siente preocupada porque aún no empieza a correr el programa. Me acercó y ¡exclamó!, *“no entiendo”*. le explico de forma personalizada y finalmente realiza la construcción básica. Uno de los estudiantes se levanta y dice *“ya terminé”*, el profesor de informática les orienta que deben subir el trabajo a la red. Otro estudiante dice *“ahora que hacemos”*, el

- f. El objetivo se cumplió, han logrado modelar las figuras realizadas en clase mediante el software propuesto, de seguir a este ritmo posiblemente puedan construir un modelo fractal real en la clase de artes.

<p>profesor de matemáticas orienta que deben diseñar el fractal que van a realizar en clase de artes.</p> <p>Cuando finaliza la actividad anterior y para verificar su conocimiento se pide enviar el modelo a la plataforma (f). El profesor de informática les recomienda, que cuando vayan terminando los equipos deben guardarlos en los sitios correspondientes. La actividad culminó a las 11:55 a.m.</p>	
---	--

REFLEXIBILIDAD DEL DOCENTE	
INTERROGANTES DE LA OBSERVACIÓN INICIAL	<p>¿Según su área de formación docente ¿Cuáles actividades podría enseñar desde la informática?</p> <p>¿Qué posibilidades existen en aplicar conceptos de las demás áreas de estudio, al menos una vez por periodo desde la parte informática?</p>
INTERROGANTES PARA LOS DIRECTIVOS Y DOCENTES	<p>¿Qué posibilidad hay de formar un equipo de transversalidad con los docentes de ciencias, artes, tecnología y matemáticas, con el propósito de realizar una muestra pedagógica con los resultados obtenidos en esta investigación?</p> <p>¿Qué posibilidad hay de proyectar esta actividad a todos los cursos para el año lectivo 2019?</p>
INTERROGANTES PARA LOS ESTUDIANTES	<p>¿Cómo le pareció el producto final de la secuencia didáctica?</p> <p>¿Le gustaría tener otra experiencia con este tipo de actividades?</p>
INTERROGANTES PARA EL DOCENTE	<p>¿Qué dificultades obtuvo durante el proceso de aplicación de la secuencia didáctica? ¿Qué actividades pedagógicas le gustaría incluir en la secuencia didáctica?</p>

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LA EXPERIENCIA DE AULA	
ANÁLISIS DE LA RELEVANCIA Y APLICABILIDAD DEL TEMA TRATADO	<p>En el transcurso del momento 3 (<i>Arte, tecnología y fractales</i>) se evidencio un gran interés por continuar desarrollando la secuencia didáctica, hasta el punto que solo querían tener clases de matemáticas. Este tipo de actitud nos promueve a pensar en cómo podemos incluir temáticas de esta índole a los planes de aula, con la meta de institucionalizar un currículo interdisciplinar</p>

	<p>El uso de diferentes estrategias, las cuales fortalecen la competencia Resolución. Donde se propone integrar las áreas de Informática o Tecnología y Artes con matemáticas. Con el propósito de implementar un aprendizaje significativo, didáctico y práctico, dicha estrategia pretende abordar conceptos matemáticos (<i>fractales</i>), sistematizarlos o crearlos en el software GeoGebra, para el caso de esta investigación; con la meta de representarlos físicamente a través del Arte, mediante la técnica conocida como (<i>hiloramas</i>)</p>
<p>ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES REALIZADAS</p>	<p>Análisis del momento 3 (<i>Arte, tecnología y fractales</i>)</p> <p>En esta última etapa (momento 3) se observó la acogida que tuvo la secuencia didáctica, hasta llegar al punto de querer sólo clase de matemáticas, esperando con ansias la hora de entrar a la sala de sistemas, con la meta de preparar sus modelos tipo fractales en el software GeoGebra.</p> <p>En el transcurso de esta actividad se observó que al transformar construcciones realizadas con GeoGebra en <i>arte</i> rompió el paradigma de que las matemáticas son sólo números.</p>
<p>ANÁLISIS DE LOS ACONTECIMIENTOS Y EXPRESIONES IMPORTANTES</p>	<p>“¿que cambia y que no cambia?” Algunos de ellos responden “<i>cambia sus cuadritos, pero no su forma y la curva del círculo</i>”, otro dice “<i>no cambia la forma pues son las mismas líneas con diferencia que no empieza en el mismo número</i>”.</p> <p>“¿Qué hace que cambie?”, una niña responde: “<i>las divisiones o cuadritos, ya que en una figura van hacer más pequeñas y en la otra más grandes</i>”, otro dice “<i>la división de la figura</i>”.</p> <p>Estas deducciones realizadas por los estudiantes nos permiten hacer inferencias acerca de cómo evaluamos. Observemos que en este punto hacemos referencia a la evaluación formativa, es decir que se tiene en cuenta todo el proceso, con el fin de no sólo remitirnos a ver un tema, repasen, mañana o la próxima clase hay evaluación, haciendo del aprendizaje memorístico y no para la vida.</p>
<p>REGISTROS TEÓRICOS Y PERSONALES</p>	<p>Un aprendizaje llevado a la práctica, sin importar el área de estudio es más significativo para los estudiantes, ya que ellos pueden evidenciar los usos y aplicaciones presentes al contexto o diario vivir, para lograr ese objetivo retomamos a el artista Wong (2018) donde propone modelos artísticos, los cuales presentan grandes estructuras matemáticas abstractas, que permiten comprender de forma dinámica lo caótico y lo complejo</p>
<p>ANÁLISIS DE LA REFLEXIBILIDAD</p>	<p>La socialización de este último momento, el cual su objetivo era llevar a la práctica todo lo visto, nos deja un sinfín de experiencias positivas, donde todos los estudiantes de grado noveno lograron realizar su modelo fractal</p>

en el software GeoGebra, con base en ese modelo realizaron en medio físico su fractal, a través de la técnica artística conocida como hiloramas.

Lo anterior nos plantea diversas oportunidades novedosas y prácticas de abordar las temáticas programadas en los planes de área... ¿Por qué no hacer una muestra? pedagógica? Creemos que ese tipo de actividades fortalece la confianza de los estudiantes con respecto a sus trabajos...qué tal el próximo año transversalizar matemáticas y artes con la propuesta "circunferencia y mandalas"...son muchas las cosas en las que podemos reflexionar en pro de mejorar la calidad educativa y el amor hacia el estudio.



Figura 61. Modelación y construcción de fractales mediante el software GeoGebra

Con esta fase se pretende que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en el uso de las TIC mediante la interacción con el software GeoGebra. En este espacio se pretende que el estudiante relacione los conceptos aprendidos en los *momentos* anteriores con problemas del diario vivir, teniendo en cuenta la geometría fractal en sus diferentes representaciones. Con el fin de lograr un aprendizaje significativo y práctico se tomarán algunos modelos realizados, para esto utilizará una técnica denominada hiloramas. Consecuentemente se quiere que el estudiante logre reflexionar acerca de los procesos empleados en la resolución de los problemas y el planteamiento de nuevos interrogantes.

8.2.3.6 Diario de campo 4. Arte, tecnología y fractales.

En esta etapa se desarrollaron varias actividades a través del momento 3, donde el estudiante fortalecerá el componente Métrico-Geométrico; mediando conceptos y aplicaciones básicas de la geometría fractal y que se describen a continuación en el siguiente diario de campo.

PROYECTO	“Didáctica en la enseñanza de la “fractalidad” en educación básica desde un modelo interdisciplinar Macta”
TEMA	Momento 3 (<i>arte, tecnología</i>)
DOCENTE	Arbey Sánchez
FECHA	Octubre 16 de 2018

DESCRIPCIÓN GENERAL DEL AULA (lugar, N° participantes, tiempo de la sesión)
<p>A continuación, se anotan las observaciones realizadas en la “Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco” del Municipio de la Plata, la cual se encuentra ubicada en la Calle 8 A No. 8-06 Barrio Otálora.</p> <p>La jornada de trabajo se desarrolla un espacio de aproximadamente 6 m. de largo por 5 m de ancho; los pisos son nuevos, hecho con baldosas. El recinto está pintado de blanco hueso. Los techos son bastante altos, sobre cerchas de hierro descansan las tejas, con un cielo raso en drywall. Se observan en los muros algunas carteleras donde se escriben los turnos de aseo y cumpleaños, trabajos creados por los estudiantes.</p> <p>En este recinto se atiende unos 32 estudiantes; de los cuales 14 pertenecen al género femenino y 18 al género masculino (sus edades oscilan entre unos 13 a 16 años. Los Estudiantes son atendidos de lunes a viernes; en un horario que inicia a la 7:30 a.m. y termina a las 4:00 p.m. Los Estudiantes son de estrato socioeconómico entre 0 y 2; hijos de los vendedores de la plaza, trabajadores informales, comerciantes y empleados de empresas pequeñas que hay el Municipio de la Plata.</p> <p>Las actividades con los estudiantes se inician a las 2:00 p.m. y finaliza a las 4:00 p.m. Participan 32 estudiantes del grado 9 en total; además los docentes Arbey Sánchez Rodríguez Licenciado en Matemáticas y Física, quien tiene a cargo la orientación de las matemáticas en este grado y la María Denis Polonia Especialista en Lúdica y Recreación docente encargada del área de Educación Artística</p>

<p style="text-align: center;">DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES (Desarrollo didáctico, comportamientos, actitudes, “universo vocabular”)</p>	<p style="text-align: center;">REGISTROS TEÓRICOS Y PERSONALES</p>
<p>Mientras los estudiantes se acomodan en los pupitres, uno de ellos pregunta “¿<i>Qué vamos a hacer hoy?</i>” la profesora María Denis Polonia le responde, “<i>vamos a ver un video sobre hiloramas</i>”.(a) Otro estudiante pregunta “<i>Y ¿eso qué es?</i> La docente María Denis Polonia responde “<i>espere y verán</i>”. “<i>buenos días jóvenes, hoy vamos a trabajar en un tema nuevo, por favor se sientan y prestan mucha atención al video que les explicará paso a paso cómo elaborar el cuadro que vamos a hacer teniendo en cuenta lo diseñado en Tecnología a través del GeoGebra</i>”. Un estudiante que en la clase anterior no asistió pregunta: “<i>¿Y qué es GeoGebra?</i>” En ese momento el profesor Arbey interviene y dice: “<i>Es una herramienta informática que me permite realizar diseños básicos de fractales</i>” La docente María Denis dice “<i>gracias profe Arbey por la aclaración</i>”. “<i>Bueno chicos</i>”, dice la profesora María Denis, “<i>además del video les traje unas imágenes de fractales para que el concepto les quede más claro. Cualquiera duda la resolvemos al final de la proyección</i>” Terminada la proyección preguntan algunos estudiantes “<i>¿profe y puedo hacer un muñeco?</i>” otra estudiante interroga “<i>¿Tienen que ser figuras geométricas?</i>” otro estudiante dice “<i>¿Puedo hacer un corazón?</i>” . La profesora responde: “<i>De acuerdo al video la figura debe llevar figuras que sean similares y que se repitan, así no sean en el mismo tamaño</i>”. Hacia el fondo se escucha un murmullo y de pronto uno de ellos dice “<i>Profe eso parecen los mandalas que hicimos al comienzo del año</i>”. “<i>Si</i>” responde la profesora María Denis, “<i>aunque si observaron bien hay</i></p>	<p>(a) Estas actividades son semejantes a las realizadas en las clases de matemáticas de la I.E Luis Carlos con los estudiantes del grado 9.</p> <p>b. Cuando la docente realiza esta actividad y se refiere a árboles, nubes y copos hace alusión a lo propuesto por Koch (1904) cuando construye el concepto básico de objeto fractal.</p>

fractales que no son mándalas como el de las nubes que se repiten los copitos o el del árbol que sus ramas y hojas son similares, pero no es un mándala, aunque hay mándalas de árboles y de nubes". "ah ya si profe ya cogí la idea" dice otro estudiante.
(b)

La profesora María Denis continúa con el discurso: "En la clase anterior les pedí unos materiales: puntillas, MDF, lápiz, pinturas, martillo y pinceles". "Yo les traje algunos modelos si alguien los quiere aquí los tienen; el que no pueda diseñar, dibuje el diseño hecho en la clase de tecnología, para este trabajo contamos con el resto de mi clase y como luego tienen geometría con el profesor Arbey continúan delineando el dibujo clavando las puntillas a 1cm de distancia". Un estudiante dice "Profe ¿me presta un dibujo?" la docente responde "claro, venga y tome uno, para eso los traje". La docente María Denis suministra el material y en ese momento se amontonan varios estudiantes a rapar las copias "este para mí" dice uno, otro dice "No deme ese a mí" "M#r%\$ca ese era el mío" dice una chica. La maestra que está cerca les dice: "Ojo con el vocabulario mujeres como se le ocurre tratarse así". Pocos segundos después la profesora dice "Entonces manos a la obra".

Comenzaron el trabajo unos a dibujar, otros a calcar, otros a buscar en internet para mejorar el diseño que tenían. Se escucha: "esta figura me sirve para mejorar mi diseño" otro al fondo del salón comenta "yo calco el que me dio la profe" otro estudiante le dice "yo si dejo el mío, el que hice en la clase de tecno". La profesora María Denis manifiesta lo siguiente "les recomiendo no hacer líneas segmentadas sino continuas para que no les quede torcido el dibujo con las puntillas. Les tendré muy en cuenta la limpieza de la línea".

- c. La actividad realizada nos trae a la memoria los conceptos de (Estrada, 2004) quien considera que los fractales pueden ser vistos por los estudiantes de básica secundaria usando un lenguaje sencillo, para poder llamar la atención a la hora de crear un fractal.

Suena el timbre para anunciar el cambio de clase y la profesora levanta la mirada (estaba orientado el trabajo a algunos estudiantes) *“siguen trabajando con el profesor Arbey para que claven las puntillas. ¡Ojo! bien derechas siguiendo el dibujo, cuando empiezan a trazar los hilos tengan en cuenta que el tramado de cada parte sea similar al otro para que se vea bien el fractal. Si tienen alguna inquietud búsqüenme en la sala de profesores. Nos vemos”*.(c)

Cuando la profesora sale del salón, se escuchan risas y cuchicheos. El profesor Arbey dice; *“jóvenes vamos a terminar hoy de clavar las puntillas, y si es posible comenzar a tejer el fractal de acuerdo a las indicaciones realizadas por la profesora de artes”*. Nuevamente los estudiantes retoman las actividades. Se escucha un sonido de martillazos en el salón. Uno de ellos dice *“profesor, venga”*. El docente se acerca al grupo que se encuentra al pie de la puerta que mira hacia el centro del patio. Dice el estudiante más grande *“profesor, cuando comencé a clavar las puntillas estas atravesaron la tabla y quedaron muy salidas”*. El docente Arbey responde *“¿trajeron algunas más cortas?, “no” responde el estudiante. El maestro dice “bueno, se me ocurre que le ponga una nueva tabla al respaldo para que tape las puntillas del otro lado”*. *“Gracias profe”* contesta el estudiante.(d)

Transcurridos unos 20 minutos algunos se ve que han avanzado el puntillado. Se escuchan susurros, *“...(présteme unas puntillas, me faltaron para este tramo...)”*. El grupo que se ha unido en la parte de atrás se miran un poco distraídos, el docente se acerca a ellos y les pregunta *“¿jóvenes que pasa porque no avanzan?”*, uno de ellos dice *“lo que pasa es que las puntillas no me quedaron uniforme y*

d. En estos momentos emergen situaciones que posiblemente frustre al estudiante o lo desanime de seguir con la actividad. En este punto el docente debe estar preparado a dar solución mediante la estrategia pedagógica que más se le facilite.

e. En este momento los estudiantes fortalecen el concepto de similitud, infinitud y autosimilitud. Para el caso, Luque (2013) nos orienta la forma de identificar las propiedades y características de un fractal su artículo “fractales”. También se observa que ellos mismos van construyendo sus conceptos, enfoque constructivista que sigue la institución educativa en su PEI

f. Sin duda este tipo de eventualidades se presentan constantemente en el aula de clase, lo cual implica retomar las sugerencias de respecto al teselado, lo cual hace referencia a una regularidad o patrón de figuras que recubren o pavimenta completamente una superficie plana que cumple con dos requisitos:

1. Que no queden espacios.
2. Que no se superpongan las figuras

entonces cuando vaya a hacer el trazado con los hilos no me van a quedar bien". (e) El profesor observa detenidamente la figura que está realizando y dice *"le recomiendo que vuelvas a sacar las puntillas y midas nuevamente la distancia mejor"*, dice el estudiante *"profe volver a empezar, ¡no!!"* Poco tiempo después la mayoría de los estudiantes han podido terminar de encerrar las figuras. El docente Arbey les dice, *"¿ya terminaron?"*, *"siii"*, responden los estudiantes en coro. El maestro dice *"para comenzar a hilar la figura deben escoger una parte de la figura e ir tejiendo de tal forma que se vea el teselado"* (refiriéndose a la forma de entrelazar los hilos).(f)

Uno de los estudiantes dice *"al hilar, ¿puedo combinar los colores?"* *"Por supuesto"* dice el profesor Arbey. Por fuera del salón se oyen los pasos de algunos estudiantes que van hacia la sala de informática. Se escuchan silbidos y carcajadas. El docente se apresura a dar las últimas indicaciones para que el trabajo sea terminado en la casa. *"Jóvenes, como ya se va terminar la clase, les voy a recomendar ir haciendo el trabajo propuesto"*. *"Recuerden que la profesora les dijo que fueran a la sala de profes para darle más orientación. Este trabajo es para presentarlo en la feria de las áreas el próximo mes."* Suena el timbre que anuncia la salida a descanso. Los estudiantes, guardan sus trabajos en los pupitres y se afanan para salir al patio. El maestro finalmente dice *"que tengan buen día y que les rinda el trabajo"*. La actividad culminó a las 9:32 a.m.

REFLEXIBILIDAD DEL DOCENTE	
INTERROGANTES DE LA OBSERVACIÓN INICIAL	<p>¿El arte y las matemáticas tienen algo en común?</p> <p>La estrategia de transversalizar temas de matemáticas con artes ¿puede hacer que el aprendizaje sea más ameno?</p> <p>¿Se podría planear una estrategia didáctica para el año lectivo mediando temas de matemáticas y artes?</p>
INTERROGANTES PARA LOS DIRECTIVOS Y DOCENTES	<p>¿Apoyan la iniciativa de presentar los resultados obtenidos en esta experiencia?</p> <p>¿Le gustaría realizar algunos temas del plan de aula apoyándose en otras áreas del conocimiento?</p> <p>¿Qué temas de su área de conocimiento se podrían enseñar a través del arte?</p>
INTERROGANTES PARA LOS ESTUDIANTES	<p>¿Qué actividades pedagógicas novedosas encuentra en esta práctica docente?</p> <p>¿Piensa usted que esta actividad puede contribuir a desarrollar la creatividad?</p> <p>¿Le gustaría repetir esta actividad el próximo año?</p>
INTERROGANTES PARA EL DOCENTE	<p>¿Es posible fortalecer el acompañamiento entre pares?</p> <p>¿Qué ventajas proporciona el trabajo colaborativo?</p> <p>¿Cómo puede contribuir esta práctica docente al desarrollo de la creatividad?</p>

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LA EXPERIENCIA DE AULA	
ANÁLISIS DE LA RELEVANCIA Y APLICABILIDAD DEL TEMA TRATADO	<p>Sin duda la relevancia más significativa en esta práctica de aula radicó con la presencia de la docente María Denis Polanía, quien orienta la asignatura de Artes, sus orientaciones pedagógicas fortalecieron nuestra propuesta interdisciplinar, demostrando que se puede hacer equipo con un propósito en común, el cual se enfoca en mejorar las prácticas de aula.</p>
ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES REALIZADAS	<p>ando las actividades realizadas en esta práctica de aula se observa por parte de los estudiantes en saber porque dos docentes de áreas as están orientando un tema que aparentemente sólo pertenece a temáticas, esta curiosidad permite al alumno indagar de manera sobre conceptos de aplicación y resolución de problemas nte acciones del diario vivir.</p>

<p>ANÁLISIS DE LOS ACONTECIMIENTOS Y EXPRESIONES IMPORTANTES</p>	<p>Terminada la proyección preguntan algunos estudiantes “¿<i>profe y puedo hacer un muñeco?</i>” otra estudiante interroga “¿<i>Tienen que ser figuras geométricas?</i>” otro estudiante dice “¿<i>Puedo hacer un corazón?</i>”. La profesora responde: “<i>De acuerdo al video la figura debe llevar figuras que sean similares y que se repitan, así no sean en el mismo tamaño.</i>”</p> <p>“<i>profesor, cuando comencé a clavar las puntillas estas atravesaron la tabla y quedaron muy salidas</i>”. El docente Arbey responde “¿<i>trajeron algunas más cortas?</i>”, “no” responde el estudiante. El maestro dice “bueno, <i>se me ocurre que le ponga una nueva tabla al respaldo para que tape las puntillas del otro lado</i>”. “<i>Gracias profe</i>”</p> <p>Estas acciones de orientación, permiten al estudiante continuar con los procesos programados de una forma amena y agradable, generando un clima y ambiente de aula ameno para el proceso de enseñanza y aprendizaje.</p>
<p>REGISTROS TEÓRICOS Y PERSONALES</p>	<p>la práctica realizada nos trae a la memoria los conceptos de Estrada (2004) quien considera que los fractales pueden ser vistos por los estudiantes de básica secundaria usando un lenguaje sencillo, para poder llamar la atención a la hora de crear un fractal.</p> <p>en nuestro caso se transversalizan conceptos con la asignatura de artes, mediando la técnica de hiloramas. Al utilizar esta estrategia el estudiante se motiva al ver que la temática vista se puede evidenciar con la realidad.</p>
<p>ANÁLISIS DE LA REFLEXIBILIDAD</p>	<p>Sin duda este momento fue el más agradable para los estudiantes, ya que están llevando a práctica todo lo visto en transcurso de la secuencia didáctica; en estos momentos es donde la creatividad juega un papel importante en el diseño de sus hiloramas, permitiendo reflexionar si el modelo diseñado en GeoGebra es el apropiado, en el caso de no ser el indicado, debe rediseñar su fractal o simplemente se acogen con el modelo presentado por la docente María Denis Polanía.</p> <p>En este punto el estudiante hace una auto evaluación de la calidad en sus trabajos, reflexionando su proceso en cada momento de la práctica</p>

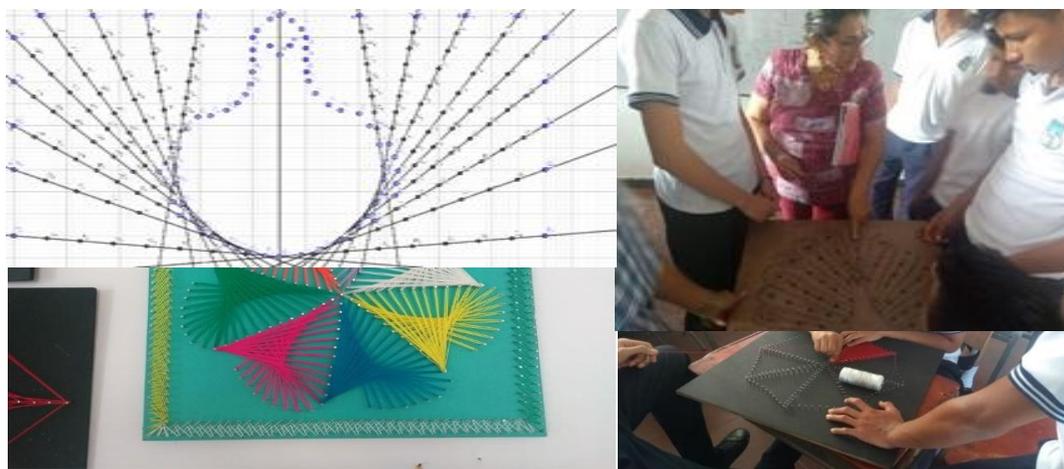


Figura 62. Elaboración de fractales

A partir del análisis de los diarios de campo anteriores podemos concluir que los estudiantes se fortalecieron en las tres competencias básicas establecidas MEN (1998, p 18-23,51) para el área de matemáticas, dichas competencias se estructuraron a través del componente geométrico métrico de la siguiente forma: en la competencia Comunicativa se tomó como modelo el siguiente aprendizaje propuesto en la matriz de referencia para grado 9° “*usar sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos y figuras*”. En dicho aprendizaje se fortaleció la localización de un objeto en un sistema de representación cartesiana mediante el uso del software GeoGebra, donde los estudiantes elaboraban sus objetos fractales en el plano cartesiano, los cuales se convirtieron en modelos de representación artística, a través de la técnica conocida como hiloramas. Esta metodología permitió a los estudiantes reconocer posibles aplicaciones y usos de coordenadas cartesianas en un contexto dado. Los resultados obtenidos se plasmaron en bellas obras de arte. En cuanto a la competencia Razonamiento se plantearon los siguientes aprendizajes según la matriz de referencia grado 9° “*argumentar formal e*

informalmente sobre propiedades de figuras planas y sólidos; hacer conjeturas y verificar propiedades de congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales.” Para dichos aprendizajes se establecieron las siguientes evidencias: comparar figuras y determinar las propiedades comunes y las que no lo son, establecer y justificar las relaciones de semejanza y congruencia entre figuras, deducir a partir de las definiciones o criterios de semejanza nuevas propiedades o relaciones entre figuras. Dentro de la práctica se observó que estos aprendizajes contribuyen a la aparición de procesos no planeados en la construcción de la secuencia didáctica; para ser más precisos, en el desarrollo del Momento 1 emergió un tema específico del componente Numérico-Variacional (sucesiones y series).

Esta emergencia permitió a los estudiantes reconocer de manera práctica temas propuestos en los planes de aula. Finalmente se logró un fortalecimiento de la competencia Resolución. Para esta competencia se tomó como referencia el aprendizaje *“establecer y utilizar diferentes procesos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes”*. Las evidencias utilizadas en este aprendizaje son: reconocer que el procedimiento para determinar el volumen y la superficie no siempre es el único, explicar la pertinencia o no de la solución de un problema de cálculo de área o volumen de acuerdo con las condiciones de la situación.

Sin duda el proyecto de investigación experimental, basado en la aplicación de la secuencia didáctica; cuya estructura comprende temas de las matemáticas discretas (fractales), abordados desde distintas áreas del conocimiento y elaborada a través de competencias y no de contenidos evidencian resultados positivos en las prácticas de aula. Sin embargo, esto no es suficiente para afirmar la apropiación de aprendizajes por competencias en una sola práctica, por lo cual se recomienda tener presente lo establecido por el MEN (2006) [...] *Las competencias matemáticas*

no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos. (p. 49). Con base en este argumento se recomienda elaborar planeaciones de contenidos teniendo como referencia el uso de las competencias matemáticas (comunicación, razonamiento y resolución), enfocadas en situaciones problémicas.

8.3 Análisis y discusión de la evaluación de la estrategia didáctica implementada con los estudiantes de grado noveno la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H)

Para el desarrollo de este objetivo de investigación se aplicaron dos instrumentos. El primero consistente en una encuesta evaluativa-cualitativa a 20 estudiantes de grado 9 de la institución Educativa L.C.T.P, tomadas al azar entre la muestra de estudio sobre la secuencia didáctica que se les aplicó. El segundo instrumento consiste en una evaluación cuantitativa de la comunidad educativa de la institución L.C.T.P., se tomaron 10 personas al azar. El propósito de estos instrumentos es conocer la efectividad de la propuesta didáctica sobre el tema de los fractales en la Institución Educativa L.C.T.P. Su aplicación se realizó en el período comprendido entre el 22 al 30 de octubre de 2018 y los resultados son las que a continuación se presentan.

8.3.1 Análisis y discusión de la evaluación cualitativa realizada por los estudiantes de grado noveno a la estrategia didáctica implementada en la Institución Educativa Luis Carlos.

La siguiente evaluación es una encuesta evaluativa-cualitativa que fue resuelta por veinte (20) estudiantes, tomados al azar entre los 62 estudiantes de la muestra de estudio de la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco. Con esta evaluación se pretende conocer la opinión que tienen los estudiantes sobre la teoría fractal aplicada a través de la secuencia didáctica. Se hicieron

un total de 6 preguntas (ver anexo 6). A continuación, se realizan los análisis y discusiones correspondientes.

1. Opiniones sobre las actividades realizadas

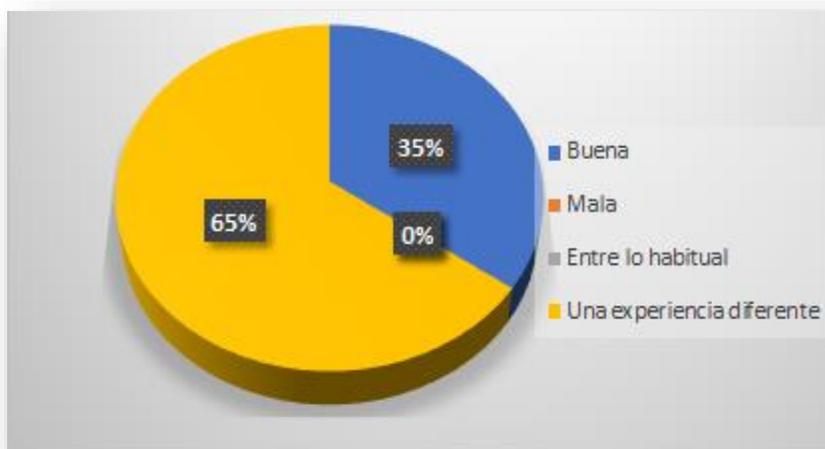


Figura 63. Porcentaje sobre la opinión sobre las actividades propuestas en la secuencia didáctica aplicada

De la figura anterior se puede deducir que de las cuatro posibles respuestas los estudiantes optan solo por dos opciones, las cuales fueron: una experiencia diferente con el 65% y buena con 35%.

Estos resultados permiten inferir que la estrategia logró un índice de aprobación bastante alto, motivando a la población docente en seguir esta metodología, de forma paralela a los estudiantes mostraron un alto porcentaje sobre los dominios de semejanza y similitud lo que impactó significativamente en su aprendizaje, dichos resultados son apoyados por Noverraz y Schneuwly (2001), donde concibe la secuencia didáctica como un conjunto de actividades escolares organizadas de manera sistemática en torno a un género textual oral o escrito, los cuales generan buenos aprendizajes.

2. Áreas donde a los estudiantes les gustó aplicar la teoría fractal, propuesta en la secuencia didáctica

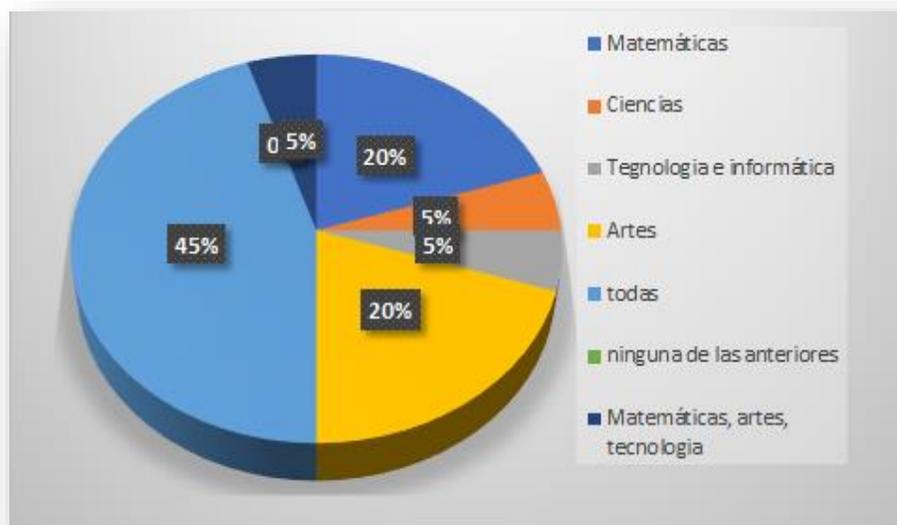


Figura 64. Porcentaje de áreas que le gusto el estudiante aplicar la teoría fractal

De la figura anterior se puede deducir que la estrategia interdisciplinar fue un éxito, ya que a la pregunta ¿Con cuál de las siguientes áreas de estudio le gustó aplicar la teoría fractal?; la respuesta con mayor preferencia fue “todas” con el 45%, seguida de artes y matemáticas con el 20%, las áreas ciencias, tecnología e informática, y la combinación de matemáticas-artes-tecnología con el 5% de preferencia cada una y finalmente la respuesta ninguna de las anteriores, con 0% de preferencia. Esto nos da entender que los estudiantes se motivaron con la secuencia didáctica, encontrando una forma diferente de interrelacionar las áreas, esto se puede notar de acuerdo a la información representada en la figura anterior, obteniendo un porcentaje alto en el cual los alumnos prefieren trabajar con todas las áreas aplicadas. Según nuestros análisis estos resultados, se deben a la aplicabilidad en su contexto real, con lo cual estamos de acuerdo con lo que dice Morín (2010), cuando nos lleva a reflexionar sobre la forma de articular los conocimientos fragmentados en pensamientos complejos, que nos permitan profundizar en aspectos concretos de la realidad.

3. Aplicación de la experiencia didáctica en otras áreas del conocimiento

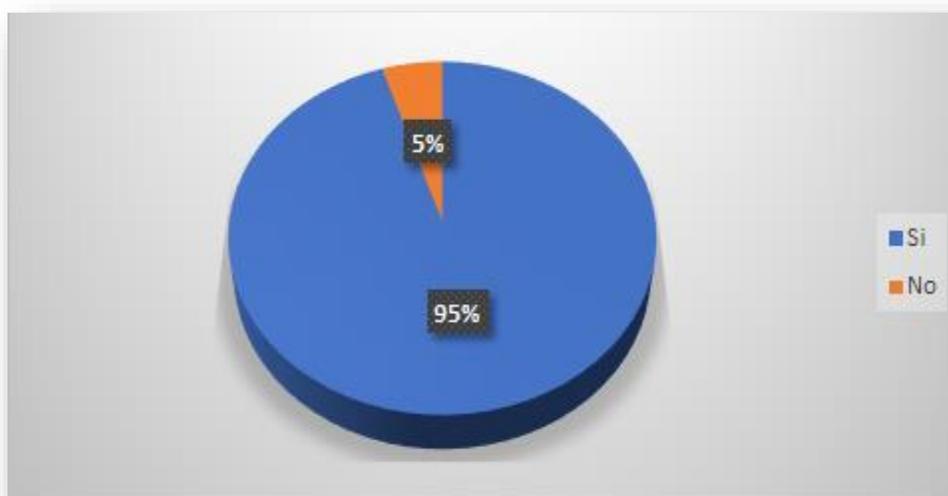


Figura 65. Porcentaje de estudiantes que le gustaría repetir la experiencia en otras áreas.

La figura anterior representa el gusto por la práctica realizada y el deseo de repetirla en otras áreas de estudio, obteniendo el 95% de aprobación por parte del grupo de estudiantes, el 5% restante prefiere seguir trabajando solo desde el área de matemáticas. Tales resultados incentivan a fortalecer las prácticas interdisciplinarias, con las cuales los estudiantes intercambian conocimientos con respecto a las áreas transversalizadas (matemáticas, ciencias, tecnología y artes), trabajando las temáticas propuestas en la secuencia didáctica motivados por las estrategias pedagógicas. Para (Álvarez, 2004), “la interdisciplinariedad se basa en la cooperación entre disciplinas conlleva interacciones reales, es decir, una verdadera reciprocidad en los intercambios y, por consiguiente, un enriquecimiento mutuo” (p.20)

4. Inclusión de la teoría fractal en las programaciones de geometría

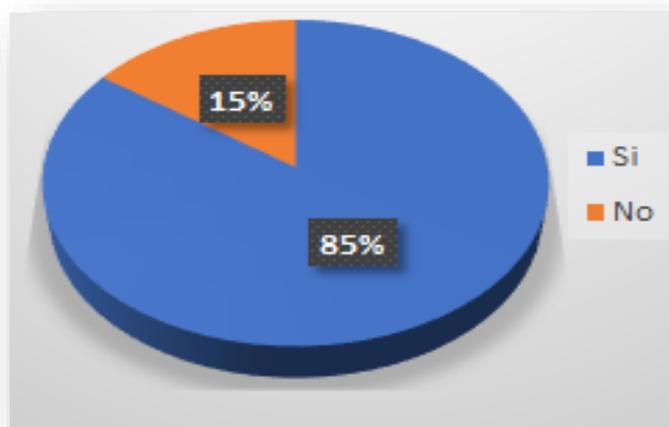


Figura 66. Porcentaje por el gusto de inclusión de la teoría fractal en las programaciones de geometría.

Al observar figura anterior evidencia que el 85% de los estudiantes desean incluir la teoría fractal, mientras el 15% piensa que no, en los comentarios insisten que se debe incluir es en matemáticas, por la cantidad de horas a la semana.

Estos argumentos representan la necesidad de incluir la teoría fractal como estrategia didáctica y de motivación para abarcar contenidos temáticos. Al aplicar la secuencia didáctica los estudiantes se sintieron motivados, además de conocer temas nuevos, aclararon los contenidos que no se habían aprendido, y alcanzaron las competencias de una forma más rápida en aplicaciones de la vida cotidiana. Según Sladogna (2000), las competencias son capacidades complejas que poseen distintos grados de integración y se manifiestan en una gran variedad de situaciones en los diversos ámbitos de la vida humana personal y social. (pág. 115)

5. Identificación de Áreas diferentes donde se aplicaría la teoría fractal

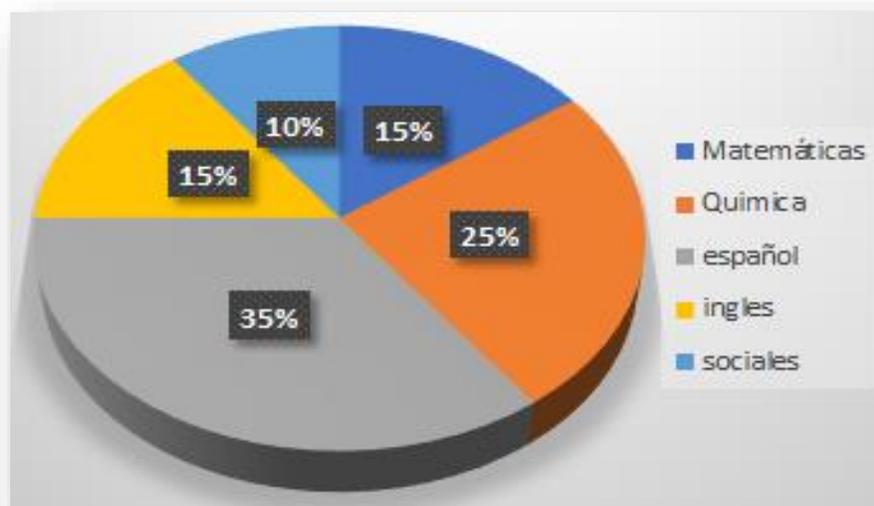


Figura 67. Porcentaje de otras áreas en que les gustaría aplicar la teoría fractal

La figura anterior representa el área en que le gustaría aplicar la teoría fractal, los resultados fueron los siguientes: el 35% desea que se aplique en español, el 25% en química, el 15% para inglés y matemáticas y el 10% restante en las ciencias sociales. Podemos inferir que la estrategia logró motivar a los estudiantes, ya que la temática se relaciona con sus intereses, esto generó un ambiente ameno y motivante sobre las actividades propuestas, en consecuencia, se sugiere explorar estas metodologías en otras áreas del conocimiento. Así mismo, con el ánimo de fortalecer el aprendizaje recomendar manejarlo de forma interdisciplinar. Volvemos a estar de acuerdo con Watkins (2003), donde propone: “los procesos de aprendizaje sean efectivos, cuando resulta de conectarlos con los intereses y aspiraciones de los estudiantes y logra que el aprendizaje tenga valor para ellos”.

6. Recomendaciones para mejorar la secuencia didáctica realizada

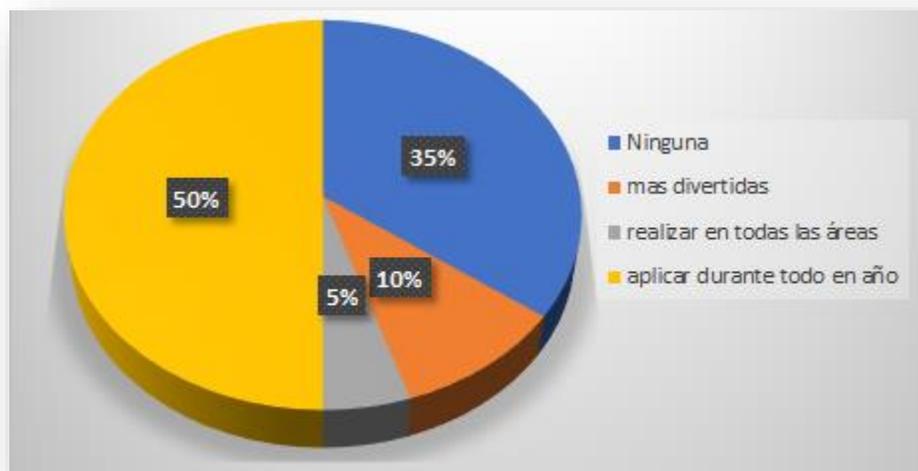


Figura 68. Porcentaje sobre las recomendaciones a la secuencia didáctica

La figura anterior representa las recomendaciones hechas por los estudiantes, los resultados son los siguientes: el 50% de los estudiantes responde que se debería aplicar durante todo el año, el 35% no hace ninguna recomendación, el 10% recomienda que “sean más divertidas” y el 5% restante recomienda aplicar en otras áreas. Podemos decir que la estrategia aplicada durante el proceso fue reconocida por la mayoría de los estudiantes positivamente, impactando de manera significativo su aprendizaje. Así mismo, el otro porcentaje importante, manifestó que la secuencia le pareció interesante. Nos sugieren implementarlas con otras áreas del conocimiento. Garantí (2006) plantea generar ambientes motivantes en las aulas que promuevan el proceso de enseñanza-aprendizaje, que favorezcan el desarrollo personal y emocional de los alumnos, y que los inspire a dar lo mejor de sí mismos; por tanto, al realizar este tipo de experiencias nos permiten generar en los estudiantes motivaciones en los cuales ellos mismos realizan sugerencias positivas para aplicarlas indistintamente en cualquier área del conocimiento.

Análisis y discusión general del instrumento

Según los resultados generales del instrumento de evaluación se puede inferir que con relación a la pregunta ¿le gustaría que se incluyera la teoría fractal en las programaciones de geometría? se obtuvo un alto nivel de preferencia en la opción “Sí” (Ver figura 65), para hacer esta respuesta efectiva se debe tener presente la pregunta ¿qué recomendaciones le haría a la secuencia didáctica?, a dicha pregunta, la mitad de la población recomienda aplicar durante todo el año. De este resultado se debe tener presente la interdisciplinariedad de más áreas de estudio, lo cual no representaría ningún inconveniente para los estudiantes (ver figura 66), la cual ratifica que a la mayoría de los estudiantes le gustaría aplicar conceptos de la teoría fractal en todas las áreas de estudio. En caso de optar por no aplicar durante todo el año, la séptima parte de la población restante prefiere no hacer ninguna recomendación (ver figura 68), es decir que se debe mantener la estructura y actividades programadas, con el propósito de ser aplicadas en el cuarto periodo.

8.3.2 Análisis y discusión de la evaluación cuantitativa efectuada por directivos y docentes de la Institución Educativa Luis Carlos a la estrategia didáctica implementada en el grado noveno.

Consiste en una encuesta evaluativa-cuantitativa (anexo 6) realizada a 10 directivos y docentes de la institución L.C.T.P., sobre la efectividad de la secuencia didáctica que se les aplicó a los estudiantes del grado noveno y sobre los trabajos presentados por ellos el 26 de octubre del año en curso en la feria de las áreas.

El análisis se realizará a partir de las siguientes tablas y gráficas.

Escala valorativa							
No	CRITERIOS	1	2	3	4	5	COMENTARIOS
1	Me permite relacionar las matemáticas con las otras áreas del conocimiento.				1	9	Muy pertinente
2	Permite verificar que los estudiantes se apropien de su propio conocimiento				4	6	En la secuencia se evidencio que se fortalecieron temas
3	Como resultado de esta experiencia, puedo visualizar que los estudiantes han mejorado en su aprendizaje (por ejemplo muestra en la feria de la ciencias institucionales)				2	8	La experiencia mostró mucho interés por parte de los estudiantes, estaban motivados
4	La experiencia propone verificar la evaluación de los esfuerzos individuales y colectivos de un grupo				3	7	La secuencia didáctica fortaleció el trabajo en equipo
5	Verifica el impacto transformador en la realidad en el aprendizaje de los estudiantes en contextos matemáticos a través de los fractales.			1	3	6	Realizaron trabajos que les llamó mucho la atención, inclusive otros grados estaban motivados en hacer la propuesta.
PUNTAJE FINAL							

**COMENTARIO FINAL
SEGÚN COMUNIDAD
EDUCATIVA**

- | | | | |
|----------|-----------|-----------|---|
| 1 | 13 | 36 | <p>1. Muy bueno el desarrollo de la propuesta, ya que permite interrelacionar varias áreas.</p> <p>2. Esta experiencia sirvió para observar el ánimo con el que los estudiantes trabajaron y recuperaron el área de artes, con índice del 95%</p> |
|----------|-----------|-----------|---|

Tabla 2. Evaluación comunidad educativa de la experiencia didáctica

Análisis y discusión general del instrumento

Con respecto a la escala valorativa anterior, se pretende visualizar de manera general el impacto obtenido del proyecto de investigación después de realizar las actividades propuestas. Dichas escalas valorativas están comprendidas entre los valores 1 a 5, donde 1 es la valoración más baja y 5 la valoración más alta.

Como se puede observar en la escala valorativa, tenemos que en los niveles de calificación 1 y 2 se obtuvo un porcentaje de calificación del 0%, mientras al observar el criterio de evaluación número cinco se obtuvo sólo una calificación de tres (3), lo cual implica que el 90% de la comunidad educativa evidenció el impacto transformador generado por la secuencia didáctica aplicando la teoría fractal, al analizar la escala valorativa con nivel de calificación cuatro (4), se observa un alto nivel de nivel de satisfacción con respecto a los criterios de evaluación; de los criterios establecidos, el de mayor valoración es el número dos (Permite verificar que los estudiantes se apropien de su propio conocimiento), obteniendo el 31% de preferencia, seguidos

de los criterios cuatro y cinco, ambos con el 23% de preferencia y finalmente los criterios tres y uno, con el 15% y 8% respectivamente. Si comparamos estos resultados con los obtenidos en la escala valorativa con nivel de calificación cinco (5), se evidencia que los resultados generales se enfocan en las escalas valorativas cuatro (4) y cinco (5), con la diferencia que en la escala valorativa nivel cinco (5) el criterio con mayor valoración es el primero (Me permite relacionar las matemáticas con las otras áreas del conocimiento), con un porcentaje del 25%, seguidamente del número tres (Como resultado de esta experiencia, puedo visualizar que los estudiantes han mejorado en su aprendizaje (por ejemplo muestra en la feria de la ciencias institucionales)), con un 22% de preferencia, luego el criterio número cuatro con el 19% y, finalmente tenemos los criterios dos y cinco, ambos con el 17% de preferencia. De estos resultados se puede deducir que en la aplicación de la secuencia didáctica la comunidad educativa evidenció en la teoría fractal una estrategia pedagógica interesante para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en temáticas relacionadas con el pensamiento métrico-geométrico. Dichos análisis ponen en práctica los aportes hechos por las Pedagogas Pulido Serrano & Romero Rincón (2015), mejorar las prácticas pedagógicas es un asunto que interesa a los maestros en su quehacer diario, ya que es en la cotidianidad cuando el maestro como sujeto reflexivo asume que su rol puede ser enriquecido y transformado, para así poder garantizar ambientes de aprendizaje cada vez más pertinentes. En este camino, la planeación se constituye en un elemento fundamental para la elaboración de las clases, al permitir delimitar los aprendizajes esperados, señalar la manera como se quieren alcanzar los recursos que se usarán y la manera como se llevará a cabo la evaluación, con lo cual estamos de acuerdo ya que estos resultados motivan a articular la teoría fractal de forma interdisciplinar en los planes de aula, con el fin de fortalecer las aplicaciones de aprendizajes, creatividad, trabajo en equipo, entre otras.

8.3.4 Análisis y discusión de los resultados de la aplicación de la secuencia didáctica en el cuarto periodo, para el área de Geometría en el grado 9° de la I.E Luis Carlos Trujillo

Polanco

Para poder dar más firmeza a la investigación sobre los resultados obtenidos usando la secuencia didáctica aplicada tuvimos en cuenta las calificaciones obtenidas por los estudiantes en la asignatura de geometría para los periodos anteriores (1,2,y 3) y el contraste el cuarto periodo cuando se aplicó la estrategia. Para esto se elaboró un instrumento de sistematización de la evaluación por competencias (ver anexo 9).

La información utilizada se encuentra registrada en Microsic (empresa de procesamiento de datos contratada por la I.E) y actas que reposan en secretaria académica. Las calificaciones obtenidas en el cuarto periodo son producto de la secuencia didáctica planteada en el proyecto de investigación (didáctica en la enseñanza de la “fractalidad” en educación básica desde un modelo interdisciplinar MACTA), en la asignatura geometría. A continuación, se presentan los gráficos correspondientes a los análisis realizados.

1. Resultados antes de aplicar el proyecto de investigación

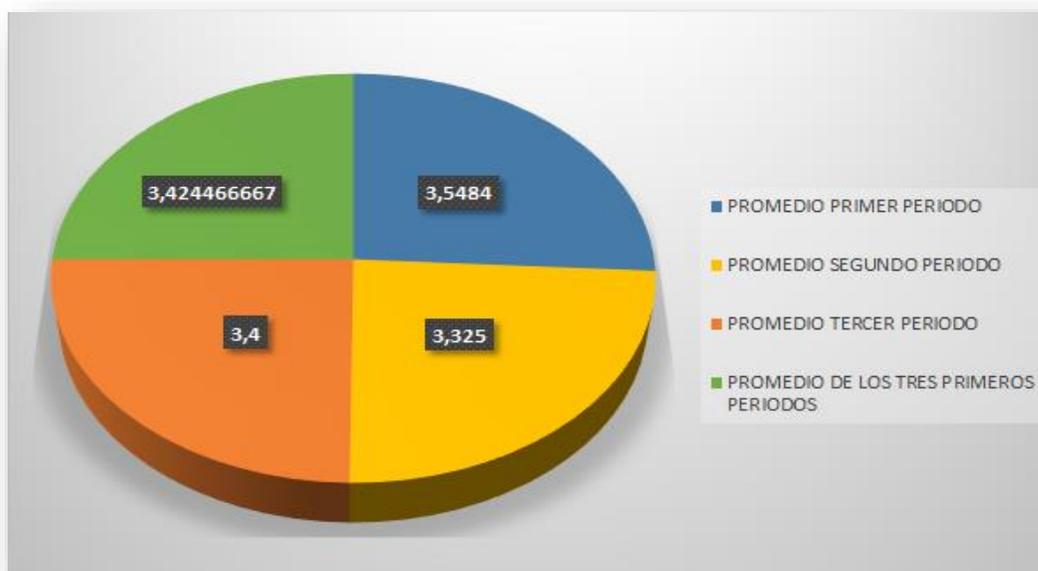


Figura 69. Promedios de las calificaciones obtenidas por los estudiantes antes de la secuencia didáctica.

Al observar el promedio en el área de geometría de los estudiantes del grado 9° en los tres primeros periodos, se puede evidenciar que el promedio más alto es 3,5484 perteneciendo al primer periodo académico, por otra parte el periodo más bajo es 3,325; el cual pertenece al segundo periodo académico, de estos datos se puede deducir que el promedio del grupo bajo en un 6,295%. Para el tercer periodo se evidencia un aumento del 2,21% lo cual no es significativo. Podemos deducir que la enseñanza de la geometría antes de la propuesta se desarrollaba de forma lineal, es decir, de forma tradicionalista, donde el estudiante recibe la información del conocimiento presentada por el docente, lo que conlleva a que los estudiantes vayan perdiendo motivación e interés por el estudio. Como consecuencia, el desempeño en pruebas externas (Saber) no supera el nivel mínimo, este fenómeno se debe al planteamiento de las preguntas, ya que estas evalúan a los estudiantes por competencias desde problemas del contexto. Para Murillo (2014) el objetivo actual

de la enseñanza de las matemáticas, es que los estudiantes puedan dar solución a situaciones del contexto y emplear los conceptos o las destrezas para desenvolverse en la vida cotidiana; aunque para la mayoría de ellos, el aprendizaje de las matemáticas implica un gran esfuerzo (p.62).

Teniendo en cuenta la situación anterior nos dimos a la tarea de proponer una secuencia didáctica con la que esperamos fortalecer conocimientos básicos relacionados con los desempeños en los cuales los estudiantes han presentado falencias en los últimos dos años. Con esta propuesta se espera mejorar resultados, ya que las estrategias usadas en procesos anteriores no han demostrado resultados relevantes.

A continuación, se presenta el gráfico correspondiente a los análisis de los resultados por competencias obtenidos del anexo 9.

2. Resultados por competencias después de aplicar el proyecto de investigación para el cuarto periodo



Figura 70 Resultados por competencias después de aplicar la secuencia didáctica en el cuarto periodo

De acuerdo con los resultados finales (ver figura 70) se puede observar que la enseñanza de la geometría mediante el uso de las matemáticas discretas (fractales), aplicada a través de una secuencia didáctica aplicada y evaluada por competencias genera mejores resultados. Como se puede observar el promedio general del grado para el cuarto periodo superó las expectativas, logrando un promedio satisfactorio de 4,44. Esto nos hace inferir que el proyecto aplicado tuvo un impacto positivo en los estudiantes, sintieron a gusto por las temáticas que allí se plantearon, además se logró una fuerte motivación que llevó a tener unos buenos resultados en rendimiento académico para el cuarto periodo. Creemos que aplicando este tipo de estrategias fortalecemos los aprendizajes de una forma asertiva llevando los conocimientos aplicados hacia un enfoque complejo e interdisciplinar.

3. Promedio del grado 9° durante el año lectivo 2018

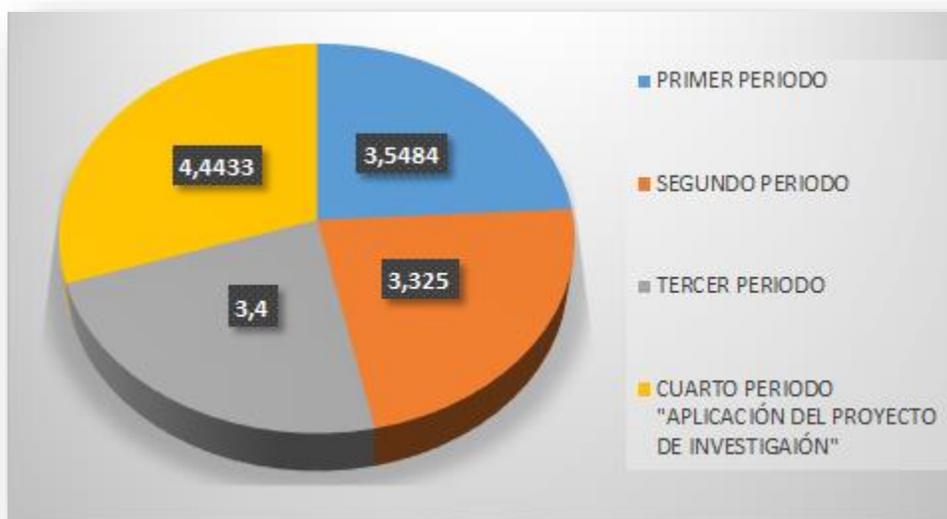


Figura 71. Plano comparativo de los resultados obtenidos durante la aplicación de la secuencia didáctica en el cuarto periodo 2018.

Del escrito anterior se puede inferir que la secuencia didáctica obtuvo un gran impacto a nivel de enseñanza aprendizaje, demostrando un rendimiento académico satisfactorio para el cuarto periodo,

logrando un aumento del 23,48% con respecto al tercer periodo. Estos resultados se lograron obtener debido a la mediación de estrategias interdisciplinarias abordadas desde la teoría fractal y situaciones problemas, tomando como ejemplo las áreas de Matemáticas, Ciencias, Tecnología y Artes, las cuales se abarcaron a través de competencias y no de contenidos. Analizando lo propuesto por en (MEN, 2006) confirma lo planteado anteriormente en los siguientes términos:

[...] Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad (p.52).

Análisis y discusión general del instrumento

Al observar los promedios de los estudiantes de 9º obtenidos en los tres primeros periodos y compararlos con el promedio del cuarto periodo se evidencia un aumento significativo y homogéneo en el grupo, estos resultados se deben a la aplicación de la secuencia didáctica planteada en esta investigación, la cual generó motivación por parte de los estudiantes a realizar una muestra pedagógica de las actividades propuestas en el proyecto de investigación en la feria de las ciencias, organizada por la I.E Luis Carlo Trujillo Polanco. De dicha muestra se obtuvo reconocimiento pedagógico a nivel institucional, logrando proyección para el año 2019 de presentar dicho proyecto como propuesta de experiencia significativa involucrando la mayor cantidad de población perteneciente a la comunidad educativa. De acuerdo con el resultado antes mencionado el MEN (1998, p.18) recomienda que “Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista”. Esta afirmación fortalece la

enseñanza de las matemáticas discretas mediando procesos interdisciplinarios apoyados por problemas relacionados con contextos del diario vivir y fenómenos naturales.

8.4 Recomendaciones de inclusión de algunos temas de la teoría fractal en las programaciones curriculares en el grado noveno en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco.

Teniendo como referencia los resultados obtenidos en la aplicación del proyecto de investigación se sustenta que la enseñanza de la teoría fractal se puede relacionar con conceptos básicos de la geometría euclidiana, este argumento se refuerza con el aporte de la investigadora Luz Adriana Cardona (2017), donde hace un paralelo entre los temas y conceptos de la teoría fractales de acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2003, p.40) , dichos aportes son acordes y pueden incluirse a los planes de aula en el área de matemáticas de la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco para grado noveno.

Por tal razón y como recomendación se sugiere la inclusión de las siguientes temáticas en los planes de área de matemáticas del grado noveno.

TEMAS	CONCEPTOS APLICADOS
Primeros fractales	Semejanza
Auto-similitud	Congruencia, proporción
Dimensión fractal	Longitudes, áreas, volúmenes, escala
Proceso iterativo	Iteración, plano cartesiano
El triángulo de Sierpinski	Triángulo, autosimilitud, área, escala, auto-semejanza

Tabla 3 Temática interdisciplinar de fractales en grado noveno de enseñanza básica, Fuente (Hernández, 1999).

Se hace necesario también que nos cuestionemos ¿Cómo implementar desde grados inferiores este nuevo concepto de fractales y que se convierta en una herramienta de apoyo para temas de geometría en los grados novenos? Es imprescindible que atreves de los comités de área de matemáticas y áreas de gestión del establecimiento educativo se plantee e impulse la necesidad de incluir temáticas básicas en estos grados, teniendo el aval de los estamentos educativos de la institución.

8.4.1 Propuestas para el plan de mejoramiento curricular según análisis diarios de campo por áreas de gestión.

Teniendo como referencia las observaciones planteadas, se puede evidenciar que el uso de estrategias pedagógicas enriquece el proceso de enseñanza aprendizaje, en especial cuando se plantea interdisciplinariedad. Para el área de matemáticas este es un punto atractor de carácter positivo, logrando incentivar al estudiante desde un comienzo a través aplicaciones basadas en problemas del diario vivir, generando un clima de aula ameno.

Las anteriores observaciones permiten comprender procesos de enseñanza aprendizaje presentes en la aplicación de Secuencia Didáctica. La estrategia planteada permitió a los estudiantes y docentes explorar diferentes procesos pedagógicos e interdisciplinarios para llegar a diversos métodos de solución e interpretación de situaciones problema, fortaleciendo las competencias de comunicación, razonamiento y resolución de problemas. Además, los docentes identificaron diferentes propuestas metodológicas al planear temas teniendo presente la interdisciplinariedad.

Como parte de los anteriores análisis se recomienda diseñar estrategias pedagógicas desde diferentes áreas del conocimiento, con el fin de ilustrar a estudiantes y a docentes que el aprendizaje debe ser interdisciplinar, de esta forma se hace más práctico y significativo, evitando frases como “*profe eso para qué sirve*”

En pro de mejorar la calidad educativa en la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco del municipio de La Plata Huila se realiza la recomendación pedagógica para aplicar secuencias didácticas desde un enfoque interdisciplinar; es decir, lograr un trabajo cooperativo de todo el cuerpo de docentes y directivos.

Para dar vida a esta recomendación pedagógica se plantea retomar la guía 34 del, (Ministerio de educación nacional de Colombia, 2008) la cual plantea una propuesta de mejoramiento enfatizada en las diferentes áreas de gestión.

Tabla 4. Propuesta de contenidos a fortalecer por áreas de gestión.

Área de gestión	Proceso	Definición	Componente a fortalecer
Directiva	Gestión estratégica	Tener las herramientas esenciales para liderar, articular y coordinar todas las acciones institucionales.	Liderazgo, articulación de planes, proyectos y acciones, estrategia pedagógica, uso de información (interna y externa) para la toma de decisiones, seguimiento y autoevaluación.

Área de gestión Académica	Seguimiento Académico	Definir los resultados de las actividades en términos de asistencia de los estudiantes, calificaciones, pertinencia de la formación recibida, promoción y recuperación de problemas de aprendizaje.	Seguimiento a los resultados académicos, a la asistencia de los estudiantes, uso pedagógico e interdisciplinar de las pruebas externas.
Área de gestión Académica	Prácticas pedagógicas	Organizar las actividades de la institución educativa para lograr que los estudiantes aprendan y desarrollen sus competencias.	Opciones didácticas para las áreas, asignaturas y proyectos transversales, estrategias para las tareas escolares, uso articulado de los recursos y los tiempos para el aprendizaje.
Administrativa y financiera	Apoyo financiero y contable	Dar soporte financiero y contable para el adecuado desarrollo de las actividades del establecimiento educativo.	presupuesto anual del fondo de Servicios Educativos, contabilidad, ingresos y gastos, control fiscal.

Tabla 4. Adaptado de la Guía para el mejoramiento institucional (MEN, 2008)

Las áreas de gestión mencionadas anteriormente contribuyen a generar herramientas e iniciativas a docentes y directivos, facilitando la implementación de diferentes propuestas pedagógicas con el fin de institucionalizarse para lograr un plan de mejoramiento eficiente. La importancia en tener presente esta propuesta para la elaboración de planes de mejoramientos institucionales se encuentra sustentada en la Guía para el mejoramiento institucional [...] *La puesta en marcha de procesos de mejoramiento escolar requiere que el equipo de gestión – conformado por diversos integrantes de la comunidad educativa y liderado por el rector o director – se organice para realizar cada una de las actividades previstas. Esta tarea tiene que ver tanto*

con la conformación de grupos de trabajo y la definición de responsables, como con el ordenamiento de las tareas y el establecimiento de tiempos y plazos para realizarlas (MEN,2008, p.33). Bajo este argumento se recomienda organizar el equipo de docentes y directivos docentes para convertir este proyecto de investigación en una experiencia significativa, lo que representa de manera implícita una estrategia de mejoramiento de la calidad educativa.

9. CONCLUSIONES

A la hora de presentar las conclusiones optamos por responder los objetivos propuestos, a partir de la información obtenida en el análisis de los datos, los diarios de campo y evaluación de los resultados obtenidos. Todos los comentarios aquí expuestos se refieren exclusivamente a los docentes y estudiantes del grado noveno de la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del municipio de la Plata (H).

A partir de los análisis de la experiencia realizada en la aplicación y conocimientos de conceptos básicos relacionados con la geometría fractal, se evidenció un alto nivel de desconocimiento de la temática por parte de los docentes de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco, donde sus ideas intuitivas acerca del tema propuesto estaban lejos de la realidad.

La mediación de la estrategia interdisciplinar permitió a los estudiantes comprender temáticas relacionadas del componente métrico geométrico (áreas, perímetros) y explicar la emergencia de aprendizajes pertenecientes al componente numérico variacional (sucesiones y series), a través de conceptos propios de la teoría fractal (similitud, infinitud y autosimilitud).

Este tipo de estrategia permite al estudiante desarrollar su creatividad mediante modelos fractales representados en un software matemático (*GeoGebra*), estos bocetos se plasmaron en el arte, mediante la técnica conocida como hiloramas.

Teniendo como referencia los resultados obtenidos en la aplicación del proyecto de investigación se sustenta que la enseñanza de la teoría fractal se puede relacionar con conceptos básicos de la geometría euclidiana.

El proyecto de investigación experimental, basado en la aplicación de la secuencia didáctica; cuya estructura comprende temas de las matemáticas discretas (fractales), abordados desde distintas áreas del conocimiento y elaborada a través de competencias, evidencian resultados positivos en las prácticas de aula. Sin embargo, esto no es suficiente para afirmar la apropiación de tales aprendizajes en una sola práctica.

De estos resultados se puede deducir que en la aplicación de la secuencia didáctica la comunidad educativa evidenció en la teoría fractal una estrategia pedagógica interesante para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en temáticas relacionadas con el pensamiento métrico-geométrico

En perspectiva general se observó claramente que los directivos docentes consideran en unánime decisión que la importancia en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediando procesos interdisciplinarios es fundamental para abordar procesos académicos y problemas relacionados con el diario vivir.

Diseñar estrategias pedagógicas desde diferentes áreas del conocimiento, con el fin de ilustrar a estudiantes y a docentes que el aprendizaje debe ser interdisciplinar, de esta forma se hace más práctico y significativo.

En pro de mejorar la calidad educativa en la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco de La Plata Huila se realiza la recomendación pedagógica de aplicar secuencias didácticas desde un enfoque interdisciplinar.

10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acha, J. (2001). Educación Artística:escolar y profesional. Recuperado el 09 de 2018
- Aguirre, R. L. (2011). Teorías de la Complejidad y ciencias sociales. Nuevas Estrategias Epistemológicas y Metodológicas. *Nómadas. Critical Journal of Social and Juridical Sciences*. Obtenido de redalyc.org/articulo.oa?id=90924279016
- Almeida, A. A. (2006). *Fractales en la formación de profesores y su práctica en el aula(trabajo de tesis)*. Universidad Pontificia Católica de Sao Pablo, Sao Pablo.
- Álvarez, R. (2004). Formación superior basada en competencias, interdisciplinariedad y trabajo autónomo del estudiante. *Revista iberoamericana de educación*, 1-33.
- Araya, R. G., & Alfaro, E. B. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista electrónica educare*, 14.
- Atlan, H. (1990). Entre el cristal y el humo. *Editorial Debate*.
- Barrero, R., & Vélez, M. (2005). La interpretación de la práctica pedagógica de una docente de matemáticas. *Acta Colombiana de Psicología*, No 14, 87-96.
- BOE. (2007). Legislación Consolidada en Educación. 76.
- By fractal*. (6 de junio de 2008). Obtenido de http://xfractal.blogspot.com/2008/06/aplicaciones-de-los-fractales_06.html
- Calderón, M. J., & Bascones, L. (18 de julio de 2018). *Superconductividad*. Obtenido de [://wp.icmm.csic.es/superconductividad/fisica-cuantica-y-transiciones/temperatura/transiciones-de-fases/](http://wp.icmm.csic.es/superconductividad/fisica-cuantica-y-transiciones/temperatura/transiciones-de-fases/)
- Cano Lopera, L. Y., & Giraldo Duque, D. A. (2016). *Uso de las herramienta geogebra y su uso en la comprensión del triángulo Sierpinski en estudiantes de grado 8*. Medellín.
- Cañas, M. J., & López, L. M. (2016). Lectura de artículos científicos sobre aplicabilidad de la matemática y verificación de resultados científicos en un contexto regional. *Taller realizado en Encuentros de experiencias significativas*, Caucasia.
- Capra, F. (2002). Las conexiones ocultas. Implicaciones sociales, medioambientales y económicas y biológicas de una nueva visión del mundo. Barcelona: Anagrama.
- Cardona, L. (2017). *Elementos de la geometría fractal como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de la media básica del C.E bachillerato en bienestar rural sede Ciató en el municipio de Pueblo Rico mediante elemento(tesis de grado)*. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira.
- Castañeda, N. Q. (2012). *Materiales y recursos para la enseñanza de las matemáticas*. Universidad de Almeira.

- Díaz, & Casallas. (2016). *Construcción del objeto fractal en un grupo de estudiantes del curso transición aritmética al álgebra en un experimento de enseñanza(tesis de grado)*. Universidad distrital Francisco Jose de Caldas, Bogotá.
- Estrada. (2004). Geometría fractal, conceptos y procedimientos para la construcción de fractales en bachillerato. *Cooperativa Editorial Magisterio*.
- Fuentes, M. Á. (2018). *Complejidad, emergencia y cambio*. Universidad Nacional de la Plata.
- Galanti, A. (2006). *Cómo generar ambientes positivos y motivantes en el aula*. Obtenido de Universidad de Palermo:
https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/vista/detalle_articulo.php?id_articulo=12454&id_libro=597
- Garbín, S. (2007). *La problemática fractal : un punto de vista cognitivo con interés didáctico. (tesis de grado)*. Universidad Simón Bolívar: Paradigma.
- García, S. N. (2012). El pensamiento Complejo y la transdisciplinariedad: fenómenos emergentes de una nueva racionalidad. (U. M. Granada, Ed.) *Facultad de Ciencias Económicas: Investigación y Reflexión*, 269-291.
- Glaserfeld, V. (1981). *Introducción al constructivismo radical. La realidad inventada ¿cómo sabemos lo que creemos saber?* Obtenido de
https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/36564975/Paul_Watzlawick_y_otros_-_1981_-_La_realidad_inventada.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1544361550&Signature=RPnP3BOPBb%2FW5NyDrd8%2BSgUUZuQ%3D&response-content-disposition=inline%3B%3B
- Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones par la formación de maestros. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 1-2.
- Gómez Chacón, I. (2000). *Matemáticas emocional: los efectos en el aprendizaje matemático*. Narcea Ediciones.
- González, J. (2009). La teoría de la Complejidad. *Dyna*, 243-245.
- Hattie, J. (2017). *Universia*. Recuperado el 2018, de <http://noticias.universia.es>:
<http://noticias.universia.es/en-portada/noticia/2015/03/09/1121115/5-estrategias-docentes-funcionan-salon-clase.html>
- Hinojosa, R. M. (1996). *Aplicación de geometría de fractales a la descripción de microestructuras metálicas. (tesis doctoral)*. Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Iniciación del Geogebra*. (2018). Obtenido de
<https://sites.google.com/site/geogebra1112/caracteristicas-de-geogebra>.
- Kim, J. (1999). Making sense of emergence. *Philosophical studies*, 3-36.

- López Munguía, O. (2008). *La inteligencia emocional y las estrategias de aprendizaje como predictores del rendimiento académico en estudiantes universitarios*. Obtenido de Cibertesis. UNMSM: <http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/615>
- López, M. J. (2016). <http://www.eafit.edu.co/ninos/otros-proyectos/a-la-medida/proyectos-matematicas/Paginas/encuentros-experiencias-siginificativas.aspx>. Recuperado el 05 de 11 de 2018
- Luke, J. (2013). Fractales. *ACTA*, 1-2.
- Madrid, M. J., López-Esteban, C., León-Mantero, C., & Maz-Machado, A. (2017). *La formación matemática de maestros en España durante el siglo XVIII*. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/12466/>
- Maldonado, C. E. (2015). Pensar la complejidad, pensar como síntesis. *Cinta de moebio*, 313-324.
- Maldonado, C. E., & Gómez, N. A. (2011). El mundo de las ciencias de la complejidad. *Editorial Universidad del Rosario*.
- Mandelbrot, B. (1983). *La geometría fractal de la naturaleza* (1 edición ed.). Barcelona: Tusquets.
- Matsumoto, K. (2015). *Fractales y algunas aplicaciones a la enseñanza (tesis de grado)*. Sao Pablo. Obtenido de [.http://eadcampus.spo.ifsp.edu.br/pluginfile.php/86509/mod_resource/content/1/TCC%20Kau%C3%AA.pdf](http://eadcampus.spo.ifsp.edu.br/pluginfile.php/86509/mod_resource/content/1/TCC%20Kau%C3%AA.pdf)
- MEN. (1998). Lineamientos del ministerio de educación Nacional en Matemáticas.
- MEN. (15 de 09 de 2007). Obtenido de Estándares Básicos de Competencias en matemáticas: <https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html>
- MEN. (16 de agosto de 2008). *Ministerio de educación del Ecuador*. Obtenido de http://web.educacion.gob.ec/_upload/10mo_ano_MATEMATICA.pdf
- MEN. (5 de Mayo de 2013). *Lineamientos de calidad para la licenciaturas en educación*. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-357233_recurso_1.pdf
- MEN. (2014). *Formación docente para la calidad educativa*. Obtenido de <https://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-propertyvalue-48472.html>
- MEN. (2017). *Colombia Aprende*. Obtenido de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/La%20evaluaci%C3%B3n%20formativa%20y%20sus%20componentes%20para%20la%20construcci%C3%B3n%20de%20una%20cultura%20de%20mejoramiento.pdf>
- Mezura, M. E., Hernández Ocaña, B., & Cetina, D. O. (2010). Nuevas Heurísticas Inspiradas en la Naturaleza. *Mecatrónica*.
- Ministerio de educación nacional de Colombia. (2008). *Guía 34 para el mejoramiento institucional de la evaluación al mejoramiento institucional*. Bogotá.

- Miranda, R. R. (1995). *La teoría de fractales: aplicación experimental e implicaciones en la metodología de las ciencias (tesis de grado)*. Universidad Autónoma de Nuevo León, Monterrey.
- Montes de Oca, R., & Machado Ramírez, E. (2011). Estrategias docentes y métodos de enseñanza-aprendizaje en la Educación Superior. *Revista Humanidades Médicas*, 475.
- Mora, C. D. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de pedagogía*, 181-272.
- Morín, E. (1996b). *Mis demonios*. Barcelona: Kairós.
- Morín, E. (1997). La necesidad de un pensamiento complejo. En: Sergio González Moena (Comp.) *Pensamiento complejo. En torno a Edgar Morín, América Latina y los Procesos educativos. Editorial Magisterio. Bogotá*, 13-22.
- Morín, E. (2010). Complejidad restringida, complejidad general. *Revista Estudios*, 81-135.
- Murillo Moreno, A. (2014). *Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación de situaciones cotidianas con fracciones (tesis de grado)*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Noverraz, D., & Schuneuwly. (2001). *Séxprimer en français: séquences didactiques pour l'oral et l'écrit*. De Boeck. vol 3.
- Núñez, S. (2014). *Didáctica para la enseñanza de la Geometría Fractal en Educación secundaria (Monografía)*. Bogotá.
- Ortiz, E. A. (2015). La evaluación del impacto científico en las investigaciones educativas a través de un estudio de caso. *Revista electrónica de investigación educativa*, 89-100.
- PEI. (2015). Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco. La Plata.
- Plata, A. M. (20 de 04 de 2018). *Economía*. Obtenido de <http://www.laplata-huila.gov.co/municipio/economia>
- Prigogine, I., & Stengers, I. (1987). *La nueva alianza*. Madrid: Alianza.
- Pulido Serrano, G., & Romero Rincón, Y. (2015). Incidencia de las rutinas de pensamiento en el fortalecimiento de habilidades científicas: Observar y preguntar en los estudiantes de grado cuarto, del colegio Rural José Celestino Mutis (trabajo de tesis). *Universidad de la Sabana*.
- Ragni, M. (9 de abril de 2009). *Monografias.com*. Obtenido de https://www.monografias.com/usuario/perfiles/marcela_ragni_vargas/monografias
- Rico, L. (1995). Didáctica de la Matemática como campo de problemas. (L. P. Editores, Ed.) *Estra*, 551-579.
- Rodríguez Manzo, L., Rivera Michelena, N., & Rodríguez Orozco, A. (2006). La educación de posgrado y su repercusión en la formación del profesional iberoamericano. *Educación Médica Superior*, 1-2.
- Rodríguez Prieto, Ortiz, Ronderos, & Correa. (2010). Diagnóstico matemático de ecocardiografías pediátricas con medidas de dimensión fractal evaluadas con armonía matemática intrínseca.

- Colombiana de Cardiología*. Obtenido de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0120563310702230>
- Rodriguez, Z., & Aguirre, L. (2011). Teorías de la complejidad y ciencias sociales. Nuevas estrategias epistemológicas y metodológicas. *Nomadas*, 30.
- Sanabria, J. R. (2006). Obtenido de Compilación realizada con fines docentes: http://colombiaaprende.edu.co/html/docentes/1596/articles-169653_archivo.doc
- Secretaria de Educación de Medellín. (2008-2011). Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-319508_archivo_pdf_Medellin.pdf
- Sladogna, M. (2000). Una mirada a la construcción de las competencias desde el sistema educativo. . *Boletín Técnico Interamericano de Formación Profesional*, 115.
- Soraya, F. C., & Elena, V. S. (2011). *Aprendizaje lúdico para el área de Matemática. (tesis de grado)*. Guayaquil: Universidad de Guayaquil.
- Von Glasersfeld, E. (1996). *Aspectos del constructivismo radical*. Barcelona: Gedisa.
- Von Neumann, J. (2004). Theory of self-reproducing automata. En: Illinois University, 1996- Theory games and economic Behavior. Princeton University Press. Goswami, 2001. *Toward a Paradigm Shift in Biology n Physicists' View of Nature*. Boston: Springer.
- Watknis. (2003). *Competencias del siglo 21*. Obtenido de http://www.fod.ac.cr/competencias21/index.php/principios-de-ensenanza-y-aprendizaje/17-principios-ensenanza/fichas#.W_dPbeK23IV
- Wong, W. (septiembre de 2018). *Fundamentos de diseño bi y tridimensional*. Obtenido de http://www.centroculturalhaedo.edu.ar/cch/actualizacion_permanente/Fundamentos%20del%20Diseno%20Bidimensional%20y%20tridimensional,%20Wucius%20Wong.pdf.
- Yulieth, P. S. (2017). *Magisterio.com-co*. Obtenido de www.magisterio.com.co/articulo/secuencias-didacticas-estructuracion-de-las-lecciones-y-su-adecuada-preparacion

ANEXO 2. Encuesta 1 a docentes

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

MAESTRÍA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

NOMBRE DEL PROYECTO: DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD”
 EN EDUCACIÓN BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA

Estimados docentes la presente investigación tiene como objetivo fortalecer el pensamiento geométrico métrico de las matemáticas en los estudiantes de básica secundaria, por tanto es muy importante conocer su opinión sobre diversos aspectos de las matemáticas, especialmente sobre la enseñanza de la geometría. Respetuosamente le solicitamos responder la siguiente encuesta con la mayor sinceridad.

INFORMACIÓN GENERAL

País: _____ Departamento: _____ Municipio: _____

sexo: _____ Profesión: _____

Nombre de la institución: _____ sede: _____

1. ¿Cómo enseña usted la geometría en su Institución Educativa?

2. ¿Conoce o ha oído acerca de la geometría fractal?
3. ¿A nivel del saber matemático ¿para qué sirve la teoría fractal?
4. ¿Sabe cuáles son sus usos y aplicaciones en la vida práctica que tiene la geometría fractal?
5. ¿Cree que esta geometría se puede aplicar en otras áreas del conocimiento?

ANEXO 3. Encuesta a administrativos

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

MAESTRÍA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

NOMBRE DEL PROYECTO: DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD”
EN EDUCACIÓN BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA

Estimados directivos la presente investigación tiene como objetivo fortalecer el pensamiento geométrico métrico de las matemáticas en los estudiantes de básica secundaria, por tanto, es muy importante conocer su opinión sobre diversos aspectos de las matemáticas, especialmente sobre la enseñanza de la geometría. Respetuosamente le solicitamos el favor de responder la siguiente encuesta con la mayor sinceridad.

Fecha: _____

Institución Educativa: _____ Cargo: _____

Cuestionamientos

1. ¿Cuáles son las percepciones, que usted tiene sobre la importancia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?

2. ¿Considera usted que el aprendizaje de las matemáticas tiene una aplicación útil en la vida cotidiana de los estudiantes? Por favor argumente su respuesta
3. ¿Qué piensa usted sobre la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de la Institución Educativa Luis Carlos?
4. ¿Considera usted que los docentes responsables de la enseñanza de la matemática tienen la formación profesional idónea, para desarrollar las competencias específicas que exige el Ministerio de Educación Nacional en esta área? Por favor argumente su respuesta
5. ¿Cómo cree que podría mejorar la enseñanza de las matemáticas?
6. ¿Considera usted que la institución cuenta con los espacios y los recursos didácticos suficientes para los estudiantes, de los distintos grados, puedan aprender las matemáticas?
7. ¿Cuáles son las necesidades pedagógicas que cree usted que tienen los docentes de matemáticas para implementar el aprendizaje-enseñanza más eficientemente?

¡Muchas gracias por sus valiosas respuestas!

ANEXO 4. Entrevista a docentes de matemáticas

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
MAESTRÍA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

NOMBRE DEL PROYECTO: DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD”
EN EDUCACIÓN BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA

La presente investigación tiene como objetivo fortalecer el pensamiento geométrico métrico de las matemáticas en los estudiantes de básica secundaria, por tanto, es muy importante conocer aspectos diversos de los docentes que enseñan Matemáticas. Respetuosamente, le solicitamos

responder la siguiente entrevista con la mayor sinceridad.

Fecha: _____

Institución Educativa: _____ Municipio: _____

cargo: _____

1. Por favor marque con una “X” los niveles de formación que ha adquirido hasta el momento: pregrado _____, postgrado _____, cursos de actualización _____.
2. Mencione el título del pregrado obtenido, la universidad donde se graduó y el año de grado.
3. Escriba el título del postgrado obtenido, y la universidad donde se graduó y el año de grado.
4. Escriba los nombres de los cursos de actualización en los cuales ha participado durante los últimos 5 (cinco) años, las respectivas instituciones que impartieron los cursos y el año en que fueron realizados.
5. ¿Cuántos años tiene de experiencia laboral como docente de matemáticas?
6. Por favor mencione las instituciones educativas y años respectivos donde ha laborado
7. ¿En cuáles grados enseña usted matemáticas actualmente?
8. ¿Cuáles son los referentes teóricos y de los lineamientos específicos que establece el MEN, con los cuales orienta la enseñanza de las matemáticas?
9. ¿Cuáles son las competencias específicas de las matemáticas que ha determinado el MEN que se deben desarrollar en los distintos grados?
10. ¿Cuáles son las percepciones positivas y negativas que tiene usted sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y su posible aplicación?
11. ¿De qué manera usted motiva, planifica y enseña en su clase?

12. ¿Cómo evalúa la adquisición de las competencias específicas de las matemáticas que alcanzan sus estudiantes?
13. ¿Cómo es su metodología y qué estrategias didácticas emplea en sus clases?
14. ¿Cuáles son los recursos didácticos que usted emplea para la enseñanza de las matemáticas?
15. ¿Considera usted que la institución educativa cuenta con los espacios y recursos necesarios para el Aprendizaje-Enseñanza de las matemáticas?
16. ¿Cuáles son las necesidades pedagógicas que tienen los docentes de matemáticas para implementar procesos de Aprendizaje-Enseñanza más eficientemente?
17. ¿Cuáles recomendaciones haría a los estudiantes, colegas y administrativos para cualificar los procesos de Aprendizaje-Enseñanza de las matemáticas?
- ¡Muchas gracias por sus valiosas respuestas!

ANEXO 5. Encuesta a estudiantes sobre la enseñanza de las matemáticas

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
MAESTRÍA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

NOMBRE DEL PROYECTO: DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD”
EN EDUCACIÓN BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA

La presente investigación tiene como objetivo fortalecer el pensamiento geométrico métrico de las matemáticas en los estudiantes de básica secundaria, por tanto, es muy importante conocer algunos aspectos sobre las Matemáticas. Querido estudiante le solicitamos el favor de responder la siguiente encuesta con la mayor sinceridad.

Institución Educativa: _____ Municipio: _____

Fecha: _____ Sexo: _____ Grado: _____

1. ¿Cuál es su estado de ánimo que frecuentemente tiene cuando asiste a la clase de matemáticas?
2. De las siguientes asignaturas cual es de su preferencia (marca con una X).
 - a) Algebra
 - b) Geometría
 - c) Estadística
3. ¿Le gusta la manera como él (la) docente enseña matemáticas en la clase?
4. ¿Cuáles actividades se realizan en la clase de matemáticas?
5. ¿Cuántas horas de clases de geometría se ven en la semana? ¿de estadística?
6. ¿Ha utilizado los aprendizajes de matemáticas en la vida real?
7. ¿Cómo se puede utilizar la geometría fuera del aula de clase?
8. ¿Qué sugerencias tiene para que la clase de geometría sea más interesante?

¡Muchas gracias por sus valiosas respuestas!

ANEXO 6. Encuesta evaluación de la estrategia didáctica por los estudiantes

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
MAESTRÍA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

NOMBRE DEL PROYECTO: DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD”
EN EDUCACIÓN BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA

Estimado estudiante es fundamental la evaluación de la experiencia que se viene desarrollando y queremos solicitarles su valoración de los resultados de la estrategia didáctica implementada en el grado 9 de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco y de conocer su opinión sobre los resultados finales presentados en esta muestra pedagógica. . Agradecemos su colaboración.

Marque con una (X) la respuesta de su preferencia.

1. ¿Como le pareció las actividades propuestas en la secuencia didáctica.
 - a) Buena
 - b) Mala
 - c) Entre lo habitual
 - d) Una experiencia diferente

2. ¿Con cuál de las siguientes áreas de estudio le gustó aplicar la teoría fractal?
 - a) Matemáticas
 - b) Ciencias
 - c) Tecnología e informática
 - d) Artes
 - e) Todas
 - f) Ninguna de las anteriores

3. ¿Le gustaría repetir la experiencia en otras áreas? .
 - a) Si
 - b) No

4. ¿Le gustaría que incluyeran la teoría fractal en las programaciones de geometría?
 - a) Si
 - b) No

5. ¿Con qué otras áreas de estudio diferente a las mencionadas anteriormente le gustaría aplicar la teoría fractal?.
6. ¿Qué recomendaciones le daría a la secuencia didáctica realizada?.

ANEXO 7. Encuesta evaluación de la estrategia didáctica por la comunidad educativa

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
MAESTRÍA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

NOMBRE DEL PROYECTO: DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD” EN EDUCACIÓN BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA

Es fundamental la evaluación de la experiencia que se viene desarrollando y queremos solicitarles su valoración respecto a los siguientes enunciados. A continuación, encontrará una serie de criterios a evaluar, los cuales debe valorarlos desde una escala cuantitativa de 1 a 5, siendo uno el menor valor, y cinco la valoración más alta del criterio. Agradecemos su evaluación.

INSTITUCION EDUCATIVA: _____ **Fecha:** _____

La experiencia didáctica:

No.	CRITERIOS	1	2	3	4	5	COMENTARIOS
1	Me permite relacionar las matemáticas con las otras áreas del conocimiento.						
2	Permite verificar que los estudiantes se apropien de su propio conocimiento						
3	Como resultado de esta experiencia, puedo visualizar que los estudiantes han mejorado en su aprendizaje (por ejemplo muestra en la feria de la ciencias institucionales)						
4	propone verificar la evaluación de los esfuerzos individuales y colectivos de un grupo						
5	Verifica el impacto transformador en la realidad en el aprendizaje de los estudiantes en contextos matemáticos a través de los fractales.						
	PUNTAJE FINAL						COMENTARIO FINAL

ESCALA				
Excelente (25-21)	Eficiente (20-16)	Limitado (15-11)	Poco apropiado (10-8)	Insatisfactorio (menos de 8)

ANEXO 8. Secuencia didáctica guía del estudiante

Momento 1

1. Matemáticas y fractales

En este momento se pretende realizar una indagación de conocimientos previos, los cuales pretenden guiar a docentes y estudiantes a la apropiación de la teoría *fractal* desde el pensamiento *geométrico-métrico*

Observar	Analizar	Socializar
 Es un triángulo	  Los triángulos (o los) son también equilateros	

Tabla 1: Modelación triángulo de sierpinsky

¿Qué cambia y no cambia?
¿Qué hace que cambie?
¿Cómo cambia?
¿Cuánto cambia?
¿Qué es invariante?

Tabla 2: preguntas indagación tomadas STS variación y cambio PTA

Contesta de manera intuitiva las preguntas de la *tabla 2*

Con base en la *tabla 1* puedes identificar los procesos que se tuvieron en cuenta para realizar la construcción de cada triángulo equilátero.

Es posible repetir este proceso con un triángulo que no sea equilátero. Argumenta tu respuesta.

tomo una expresión para la suma de los áreas de los triángulos que pueden aparecer en cada paso

- Qué sucede con el área, perímetro, número de triángulos y de segmentos que se forman en cada paso.

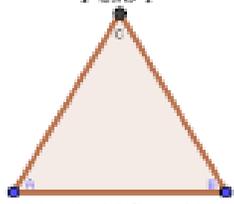
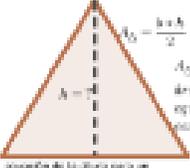
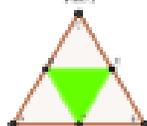
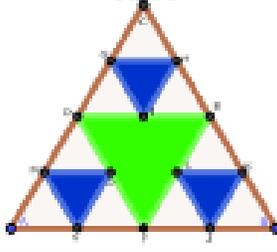
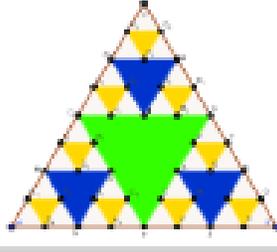
Pasos de construcción	Perímetro	Área	Número total de triángulos en cada paso	Número total de segmentos en cada paso
<p>Paso 1</p>  <p>triángulo ABC equilátero, cuyo lado es de 4 unidades</p>	<p>se define como la suma de los lados; dado que el triángulo ABC es de lado 4u (u es entendido por unidades) entonces sumamos los lados 4u + 4u + 4u = 12u</p>	 <p> $A_0 = \frac{h \times b}{2}$ $A_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2$ Es decir área del triángulo equilátero inscrito en todo. </p> <p>altura de la obra para un triángulo equilátero: $h = \frac{\sqrt{3}}{2} l$ </p> <p>entonces vemos: $h = \frac{\sqrt{3}}{2} l$ sustituyendo de valores $h = 2 \times \sqrt{3} \text{ (según el triángulo)}$ $h = 3,46410$ $A_0 = \frac{2 \times 3,46410 \times 4}{2}$ $A_0 = 13,85640 \text{ u}^2$ </p>	1	3
	?	?	?	?
<p>Paso 3</p> 	?	?	?	?
	?	?	?	?

Tabla 3: procesos de iteración en un triángulo equilátero

- Encuentra posibles regularidades en estos pasos.

- Compara las respuestas con tus compañeros.
- Realiza tu propia construcción fractal teniendo como referencia el ejemplo anterior.

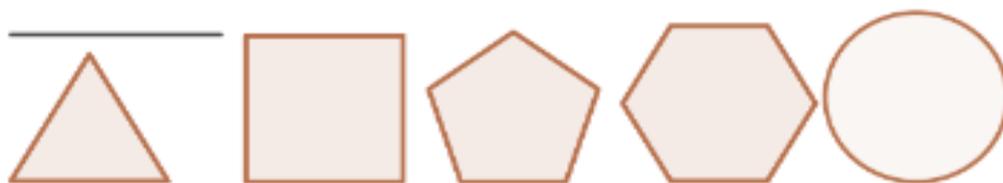


Figura 1: gráficas opcionales



Figura 2: área de trabajo

Momento 2

2. Fractales en las ciencias naturales

En este momento se pretende analizar de forma práctica e interdisciplinar la estructura de un panal de abejas, para tal objetivo se parte de la pregunta ¿Por qué las abejas privilegian una geometría hexagonal en su panal y no otra?

2.1. Modelo optimización nido de abeja

Para abordar este interrogante se utilizará ejemplos basados en la aplicación de modelos geométricos diferentes al hexágono, teniendo presente la propiedad del teselado¹)

Modelación del panal con forma de Triángulo Equilátero

A continuación se representará como sería el nido de las abejas si estuviera diseñado en forma triangular.

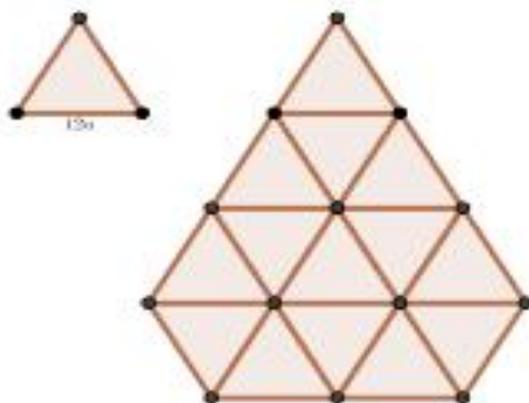


Figura 3: teselado triángulo equilátero

¹Se llama teselación, de este modo, al patrón que se sigue al recubrir una superficie. La teselación requiere evitar la superposición de figuras y asegurar que no se registren espacios en blanco en el recubrimiento. [mayor información: <http://definicion.de/teselacion/>]

Teniendo como base la *figura 3*, se procederá a calcular el perímetro y área, sabiendo que el perímetro es la suma de todos los lados ($l + l + l + l \dots = P$), para calcular el área de dicho triángulo se pueden utilizar estas dos ecuaciones

$$A_{\blacktriangle} = \frac{b \times h}{2} \tag{1}$$

$$A_{\blacktriangle} = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2 \tag{2}$$

Extracción de datos

Perímetro	Área
$l + l + l + l = P$	$A_{\blacktriangle} = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2$

Tabla 4: ecuaciones

$P = 12u + 12u + 12u = 36u$		$A_{\blacktriangle} = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2$
$P = 36u$		$= \frac{\sqrt{3}}{4} 12^2 u^2$
		$= \frac{\sqrt{3}}{4} 144u^2$
		$= 36u^2 \sqrt{3}$
		$\approx 62,35383 \dots u^2$

Modelación del panal con forma de cuadrado

A continuación se representará como sería el nido de las abejas si estuviera diseñado de forma cuadrada.

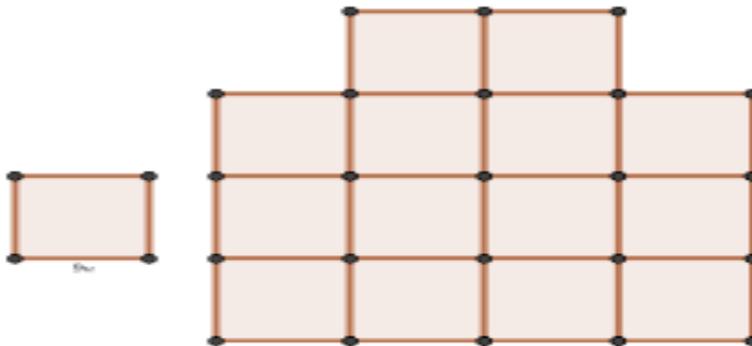


Figura 4: teselado cuadrado

Perímetro	Área
$l + l + l + l = P$	$A_{\blacksquare} = l^2$

Tabla 5: ecuaciones

Perímetro | Área



Tabla 6: calcula el perímetro y área

Modelación del panal con forma de hexagonal

A continuación se representará como sería el nido de las abejas si estuviera diseñado de forma hexagonal.

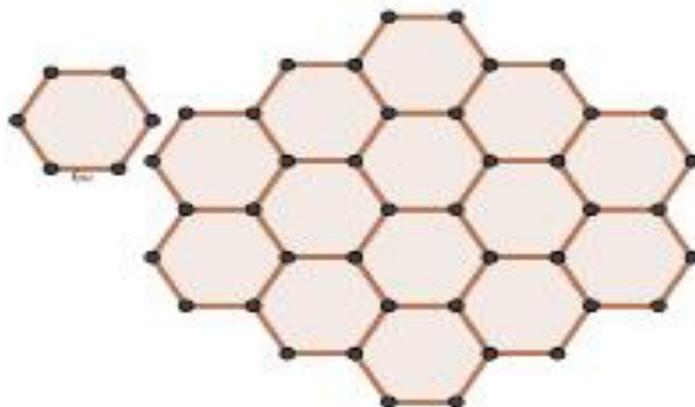


Figura 5: Cosechando hexágonos.

Para calcular el área de un hexágono se pueden utilizar varias ecuaciones, en esta lista se ilustrarán las principales:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{4} l^2 \right) \times 6 \\ A_2 &= \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} \\ A_3 &= \frac{3 \times l^2}{2 \tan 30^\circ} \simeq 2,60 \times l^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Elige la ecuación que más te agrade para calcular el perímetro y área.

Perímetro	Área

Tabla 7: calcula el perímetro y área

Análisis de resultados

Para comprender mejor el crecimiento del área según la figura geométrica utilizada en nuestro modelo nido de abeja, se ha elaborado una tabla de valores, la cual debes completar según los resultados obtenidos en los tres experimentos.

FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO	ÁREA u^2
?	?	?
?	?	?
?	?	?

Tabla 8: tabla de datos

Gráficas de resultados: *Nº Lados vs Área*

Gráfica de regresión lineal

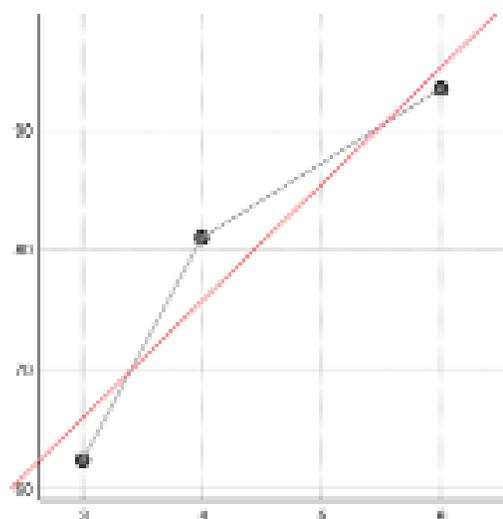


Figura 6: $y = 9,8x + 35,48$

Momento 3

3. Arte, tecnología y fractales

Esta sección pretende brindar herramientas didácticas en la enseñanza de la teoría fractal desde un enfoque artístico, con el fin de fortalecer la creatividad en los estudiantes; para tal propósito usaremos una herramienta tecnológica de licencia gratuita conocida como *GeoGebra*, con dicho software se modelarán algunos fractales clásicos con el fin de lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes mediante el uso de las TIC.

En este orden de ideas se representará de forma artística algunas modelaciones de fractales realizadas con *GeoGebra*, mediante construcciones basadas en hiloramas². Una forma intuitiva para ilustrar la creación de hiloramas, es mediante un plano cartesiano, en nuestro caso se representará en *GeoGebra*

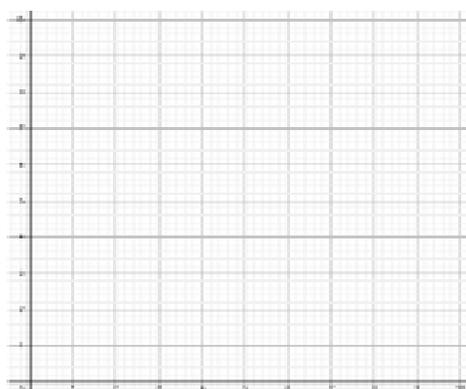


Figura 7: plano cartesiano
creación propia

²es una técnica que se caracteriza por la utilización de hilos de colores, cuerdas o alambres tensados que se enrollan alrededor de un conjunto de claves para formar figuras geométricas, abstractas u otros tipos de representaciones. Tomado de: <https://es.wikipedia.org/wiki>

- ubicar puntos a igual distancia, tanto en el eje x y y
- trazar un segmento que unan el primer punto con el último, el segundo con el penúltimo...
- ver ilustración en la *figura 8*

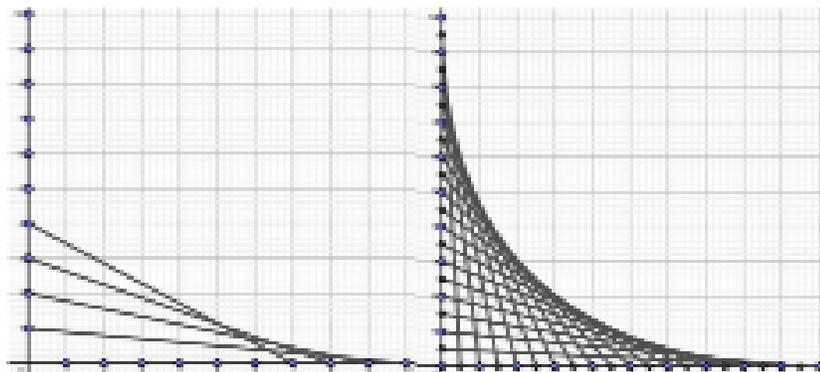


Figura 8: hilorama
creación propia

Al observar la *figura 8* ¿Qué características presentan?

<p>¿Qué cambia y no cambia? ¿Qué hace que cambie? ¿Cómo cambia? ¿Cuánto cambia? ¿Qué es invariante? ¿Qué emerge?</p>

Tabla 9: preguntas indagación tomadas STS variación y cambio PTA

Contesta de manera intuitiva las preguntas de la *tabla 9*

- Completa la siguiente la siguiente gráfica siguiendo la secuencia planteada.

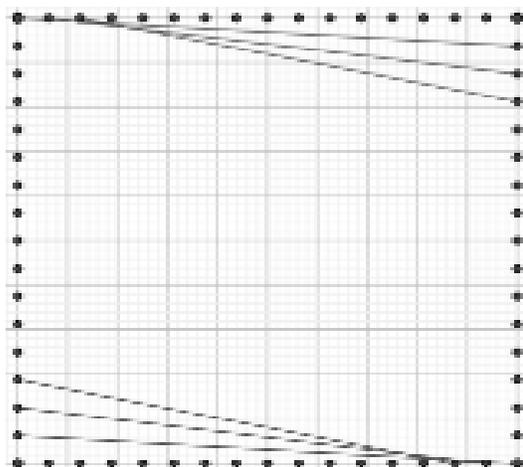


Figura 9: Crea tu hilorama

- Con la siguiente gráfica realiza un diseño propio

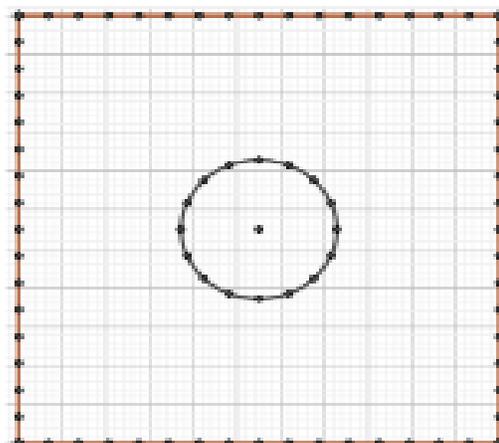


Figura 10: Elaborar a a partir de un bosquejo

Describe las estrategias utilizadas en la elaboración del hilorama anterior

- Realiza tu propia construcción en siguiente espacio

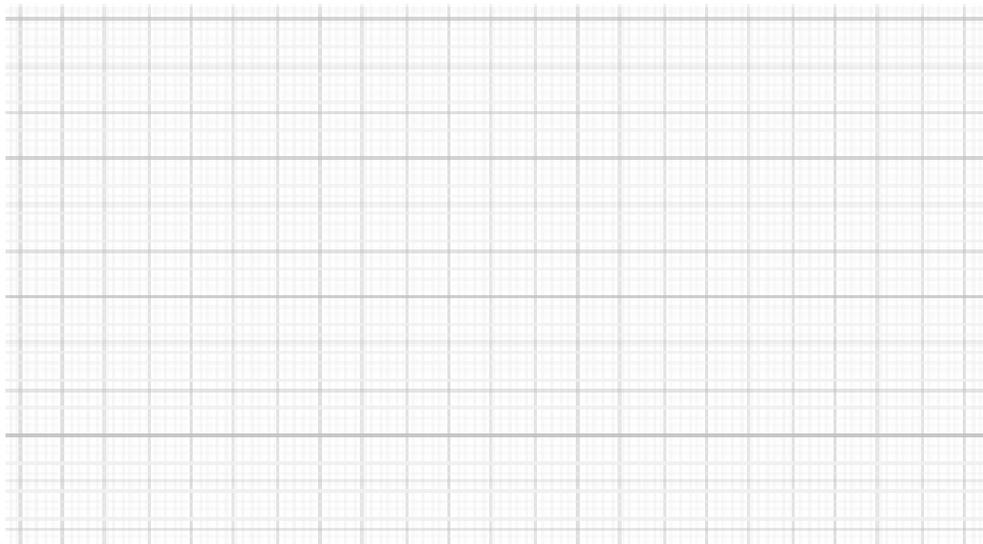


Figura 11: área de trabajo

- Realiza un comentario sobre tu construcción

ANEXO 9. Instrumento: evaluación por competencias a través de la secuencia didáctica

LA SISTEMATIZACION DE LA EVALUACION						
Tabla. Evaluacion por competencias de la secuencia didactica grado 9b						
No.	ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO	COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA			GEOMETRIA	GEOMETRIA
		COMUNICACIÓN	RAZONAMIENTO	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	PROMEDIO NOTAS 4P	NOTAS DEL 3
1	ANAYA CEBALLOS TATIANA	50	50	47	49	3,8
2	ARCINIEGAS CASTILLO JHON SNEIDER	40	50	40	43	3,0
3	BASTILLA LOPEZ JONATHAN STEVEN	40	45	43	43	2,0
4	CRUZ RIVERA DAVID	40	40	45	42	3,0
5	CUENE VALENCIA WIRNY ASTRID	48	42	46	45	3,5
6	CUSPIAN ANGUCHO LUIS MIGUEL	50	50	50	50	4,0
7	FERNANDEZ GUTIERREZ LIZETH DAYANA	46	45	50	47	3,0
8	FRANCO TAMAYO JUAN DAVID	50	50	50	50	3,6
9	LAGUNA CUCHIMBA CHIRLY VANESSA	45	50	48	48	2,0
10	LEMECHE MONTENEGRO FRANKLIN STIVEN	45	46	40	44	3,4
11	LOPEZ CASTILLO EDINSON DANÉY	48	50	48	49	3,2
12	LULIGO CASTILLO MAIDY ALEJANDRA	30	50	43	41	3,0
13	LULIGO CUCHIMBA ERIKA NATHALIA	45	50	43	46	3,2
14	MARTINEZ BUSTAMANTE FELIX DAVID	46	50	47	48	3,5
15	MOREA CUNACUE KENFER STUAR	30	45	43	39	3,0
16	OBREGON LIZCAMO VICTOR MANUEL	50	30	45	42	3,3
17	OLCUNCHE ROCHA YIRLEY CAMILA	40	45	40	42	3,0
18	ORTEGA MUÑOZ JHON JANNER	48	50	48	49	3,6
19	PATIÑO CEBALLOS LAURA JAQUELINE	30	50	35	38	2,5
20	PERDOMO MONTENEGRO ANDRES FELIPE	48	48	50	49	3,0
21	PETE VELASCO JHERLY BIVIANA	45	35	50	43	3,0
22	QUIGUAZU IBARRA DARWIN FABIAN	45	45	35	42	3,0
23	QUINTERO TUNJA VALENTINA	45	45	43	44	3,5
24	RAMIREZ GUEGUE FAIBER ESNEIDER	50	46	46	47	2,0
25	RIVERA LOSADA DAVID SANTIAGO	50	50	50	50	4,5
26	ROMERO BONILLA MARIA LEIDA	30	35	44	36	3,9
27	SON NORIEGA ANDREA VALENTINA	45	40	43	43	3,0
28	SON NORIEGA LUISA FERNANDA	45	35	46	42	3,0
29	SUAREZ SANCHEZ DIEGO FERNANDO	50	48	50	49	3,5
30	GIRALDO CORREA JUAN MANUEL	50	50	46	49	3,0
31	YARGAS HIO SHIRLY NATHALIA	45	50	45	47	3,0

LA SISTEMATIZACION DE LA EVALUACION						
evaluacion de la secuencia grado 9a						
No.	ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO	COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS A TRAVES DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA			GEOMETRIA	GEOMETRIA
		COMUNICACIÓN	RAZONAMIENTO	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	PROMEDIO NOTAS 4P	NOTAS DEL 3
1	ALVAREZ YUCO KEVIN ALEXIS	50	45	50	48	3,8
2	ANGEL GARCIA ANYI KATHERINE	30	45	40	38	3,0
3	ARIAS QUINTERO CARLOS EDUARDO	40	48	46	45	3,6
4	CAIZA ORTIZ JEAN CARLOS	45	45	41	44	3,5
5	CALDON ALVIRA ANA LIZETH	50	46	50	49	3,6
6	CAPER A MENESES EDWING FERNANDO	50	45	30	42	4,0
7	CESPEDES BELTRAN ALEXANDRA	35	40	44	40	3,5
8	CHALCO CAMPO YADIRA FERNANDA	48	50	45	48	3,7
9	CHANTRE GARZON LISSETH DAYANNA	40	45	46	44	3,3
10	DIAZ SANABRIA ADRIANA MARCELA	40	38	41	40	3,0
11	DIAZ SANABRIA MARLY FABIANA	40	46	46	44	3,0
12	DURAN IPÍA LIZETH DAYANA	30	40	45	38	3,7
13	GOMEZ PILLIMUE IVAN	35	40	45	40	3,0
14	LEAL ORTIZ YICELA	47	45	50	47	4,0
15	LEIVA MEDINA MARIA FERNANDA	44	46	46	45	3,8
16	LOSADA HERNANDEZ FREYMAN LEANDRO	42	45	40	42	3,6
17	MENDEZ MULCUE NAVELI TATIANA	40	40	38	39	3,0
18	OCHOA PETE LIZETH FERNANDA	50	46	50	49	3,5
19	PERDOMO MEDINA JULIAN ESTEBAN	40	38	40	39	3,6
20	PEREZ ROSAS LEONEL	50	45	50	48	4,0
21	PEÑA MARTINEZ YULIANA	40	42	45	42	3,5
22	QUINTERO SANCHEZ DUVAN	35	36	40	37	3,5
23	RAMIREZ QUINTERO LINDA NIKOLL	50	50	50	50	4,0
24	RAMOS GOMEZ PAULA CAROLINA	50	50	50	50	4,0
25	SOTTO GARCIA DEVLIN JULIANA	32	35	45	37	3,0
26	SUNS RAMOS DIANA PATRICIA	44	45	46	45	3,6
27	TAMAYO VALENCIA YENNY	40	42	46	43	3,5
28	TORRES GALINDEZ JULIAN STIVEN	50	46	36	44	3,3
29	TRUJILLO CEFERINO PAULA ANDREA	42	45	42	43	3,5
30	TUMIÑA HULE JIMENA	50	50	50	50	4,8
31	YASNO TORRES ISABEL SOFIA	50	46	50	49	4,0
32	ZULUAGA GONZALEZ OSCAR JULIAN	38	50	50	46	4,0

ANEXO 10: Fotografías conferencia a docentes sobre la teoría fractal



Figura 72 Conferencia a docentes sobre fractales



Figura 73 Socialización secuencia didáctica

ANEXO 11. Algunos trabajos finales de los estudiantes del grado 9°



Figura 74 Fractales aproximados



Figura 75 Fractales exactos

ANEXO 12. Acta propuesta mejoramiento Institucional por parte del proyecto investigación.



PROPUESTA AL PLAN DE MEJORAMIENTO INSTITUCIONAL SEGÚN ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA “FRACTALIDAD” EN EDUCACIÓN BÁSICA DESDE UN MODELO INTERDISCIPLINAR MACTA (Matemáticas, Ciencias, Tecnología y Artes).

DATOS GENERALES			
Nombre del Establecimiento Educativo:		Código DANE	No. Acta
Luis Carlos Trujillo Polanco		14139000194	4
Municipio	La Plata	Entidad Territorial	Huila
Nombre de los investigadores	ARBEBY SÁNCHEZ RODRÍGUEZ HAROL AUGUSTO VARGAS QUINTERO	Nombre del Directivo docente	Stella Medina Quiles
No. Sedes acompañadas	1	No. Docentes acompañados	10
Tema de la reunión	Socialización y propuesta de mejoramiento al plan de mejoramiento según áreas de gestión		
Fecha:	29 Nov / 2018	Lugar	Sede Principal
Hora de Inicio	8:00 A.M.	Hora de Finalización	10:00 A.M.

OBJETIVOS DE LA REUNIÓN
<p>Fortalecer el pensamiento geométrico-métrico a través del diseño de una estrategia didáctica, basada en un enfoque interdisciplinar, para aplicar conceptos básicos de la teoría fractal con los docentes y estudiantes del grado 9° de la institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del Municipio de la Plata, Huila.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Realizar un diagnóstico a docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H), sobre el estado del conocimiento y aplicación de la teoría fractal. ● Aplicar una estrategia didáctica orientada a los estudiantes de grado 9° de la I.E Luis Carlos Trujillo, basada en la teoría y la aplicación de modelos fractales. ● Evaluar los resultados de la estrategia didáctica implementada con los estudiantes de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco. ● Recomendar la inclusión de algunos temas correspondientes a la teoría fractal en las programaciones curriculares de matemáticas en el grado noveno en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco.

ORDEN DEL DÍA

Temas

1. Presentación del orden del día y objetivo de la reunión.
2. Balance de la implementación de las acciones y estrategias propuestas en la investigación.
3. Presentación al directivo docente del avance del uso de resultados de la investigación (fortalecimiento del pensamiento métrico geométrico) y la construcción de acciones conjuntas con el para el fortalecimiento de los aprendizajes de los estudiantes.
4. Compartir con el directivo docente las generalidades del balance que se haya llevado a cabo a partir de las acciones propuestas en la investigación.
5. Presentar al directivo resultados de las investigaciones de acuerdo a los componentes y lineamientos presentados en la guía de acompañamiento.
6. Cierre y compromisos.

DESARROLLO DE LA REUNIÓN

Temas propuestos

Teniendo como referencia los resultados obtenidos en la aplicación del proyecto de investigación se sustenta que la enseñanza de la teoría fractal se puede relacionar con conceptos básicos de la geometría euclidiana, este argumento se refuerza con el aporte de la investigadora Luz Adriana Cardona (2017), donde hace un paralelo entre los temas y conceptos de la teoría fractales de acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2003, p.40) , dichos aportes son acordes y pueden incluirse a los planes de aula en el área de matemáticas de la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco para grado noveno.

Por tal razón y como recomendación se sugiere la inclusión de las siguientes temáticas en los planes de área de matemáticas del grado noveno

TEMAS	CONCEPTOS APLICADOS
Primeros fractales	Semejanza
Autosemejanza	Congruencia, proporción, semejanza
Dimensión fractal	Longitudes, áreas, volúmenes, semejanzas, escala
Proceso iterativo	Iteración, plano cartesiano
El triángulo de Sierpinski	Triángulo, semejanza, área, escala

Se hace necesario también que nos cuestionemos ¿Cómo implementar desde grados inferiores este nuevo concepto de fractales y que se convierta en una herramienta de apoyo para temas de geometría en los grados novenos?. Es imprescindible que a través de los comités de área de matemáticas y áreas de gestión del establecimiento educativo se plantee e impulse la necesidad de incluir temáticas básicas en estos grados, teniendo en cuenta los estándares educativos de la institución.

Área de gestión	Proceso	Definición	Componente a fortalecer
Directiva	Gestión estratégica	Tener las herramientas esenciales para liderar, articular y coordinar todas las acciones institucionales.	Liderazgo, articulación de planes, proyectos y acciones, estrategia pedagógica, uso de información (interna y externa) para la toma de decisiones, seguimiento y autoevaluación.
Área de gestión Académica	Seguimiento Académico	Definir los resultados de las actividades en términos de asistencia de los estudiantes, calificaciones, pertinencia de la formación recibida, promoción y recuperación de problemas de aprendizaje.	Seguimiento a los resultados académicos, a la asistencia de los estudiantes, uso pedagógico e interdisciplinar de las pruebas externas.
Área de gestión Académica	Prácticas pedagógicas	Organizar las actividades de la institución educativa para lograr que los estudiantes aprendan y desarrollen sus competencias.	Opciones didácticas para las áreas, asignaturas y proyectos transversales, estrategias para las tareas escolares, uso articulado de los recursos y los tiempos para el aprendizaje.
Administrativa y financiera	Apoyo financiero y contable	Dar soporte financiero y contable para el adecuado desarrollo de las actividades del establecimiento educativo.	presupuesto anual del fondo de Servicios Educativos, contabilidad, ingresos y gastos, control fiscal.

<p>Las áreas de gestión mencionadas anteriormente generan herramientas a docentes y directivos la facilitando la implementación de diferentes propuestas pedagógicas, con el fin de institucionalizarse para lograr un plan de mejoramiento eficiente. La importancia en tener presente esta propuesta para la elaboración de planes de mejoramientos institucionales se encuentra sustentada en la Guía para el mejoramiento institucional [...] <i>La puesta en marcha de procesos de mejoramiento escolar requiere que el equipo de gestión – conformado por diversos integrantes de la comunidad educativa y liderado por el rector o director – se organice para realizar cada una de las actividades previstas. Esta tarea tiene que ver tanto con la conformación de grupos de trabajo y la definición de responsables, como con el ordenamiento de las tareas y el establecimiento de tiempos y plazos para realizarlas</i> (MEN,2008, p.33). Bajo este argumento se recomienda organizar el equipo de docentes y directivos docentes a convertir este proyecto de investigación en una experiencia significativa, lo que representa de manera implícita una estrategia de mejoramiento de la calidad educativa.</p>			
<p>CONCLUSIONES</p>			
<p>Al realizar un diagnóstico a docentes de la I.E Luis Carlos Trujillo de La Plata (H), sobre el estado del conocimiento y aplicación de la teoría fractal, se concluyo que:</p>			
<p>Durante la experiencia realizada en la aplicación de conceptos básicos relacionados con la geometría fractal, se evidenció desconocimiento de la temática por parte de la comunidad educativa de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo, donde sus ideas intuitivas acerca del tema propuesto estaban lejos de la realidad; muchos docentes manifestaron jamás haber oído hablar del concepto fractal y sobre sus diferentes aplicaciones en la vida cotidiana</p>			
<p>En el momento de aplicar estrategia didáctica orientada a los estudiantes de grado 9° de la I.E Luis Carlos Trujillo, basada en la teoría y la aplicación de modelos fractales, se concluye que:</p>			
<p>En la aplicación de la secuencia didáctica los estudiantes se sintieron atraídos por las estructuras geométricas generada por los fractales, mediante las cuales se mediaron procesos con el fin de fortalecer conceptos de áreas, perímetros, sucesiones, y conceptos de similitud, infinitud y autosimilitud.</p>			
<p>Este tipo de estrategia permite al estudiante desarrollar su creatividad mediante modelos fractales representados en un software matemático (<i>GeoGebra</i>), con el fin de aplicar a situaciones reales a contenidos aprendidos en el proceso, dichos contenidos se plasmaron en el arte, mediante la técnica conocida como hiloramas.</p>			
<p>Al evaluar los resultados de la estrategia didáctica implementada con los estudiantes de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco, se concluye que:</p>			
<p>Teniendo como referencia los resultados obtenidos en la aplicación del proyecto de investigación se sustenta que la enseñanza de la teoría fractal se puede relacionar con conceptos básicos de la geometría euclidiana</p>			
<p>El proyecto de investigación experimental, basado en la aplicación de la secuencia didáctica; cuya</p>			



estructura comprende temas de las matemáticas discretas (fractales), abordados desde distintas áreas del conocimiento y elaborada a través de competencias y no de contenidos evidencian resultados positivos en las prácticas de aula. Sin embargo esto no es suficiente para afirmar la apropiación de aprendizajes por competencias en una sola práctica.

De estos resultados se puede deducir que en la aplicación de la secuencia didáctica la comunidad educativa evidenció en la teoría fractal una estrategia pedagógica interesante para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en temáticas relacionadas con el pensamiento métrico-geométrico

Recomendar la inclusión de algunos temas correspondientes a la teoría fractal en las programaciones curriculares de matemáticas en el grado noveno en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco.

Diseñar estrategias pedagógicas desde diferentes áreas del conocimiento, con el fin de ilustrar a estudiantes y a docentes que el aprendizaje debe ser interdisciplinar, de esta forma se hace más práctico y significativo.

En pro de mejorar la calidad educativa en la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco de La Plata Huila se realiza la recomendación pedagógica de aplicar secuencias didácticas desde un enfoque interdisciplinar, es decir, lograr un trabajo cooperativo de todo el cuerpo de docentes y directivos docentes.

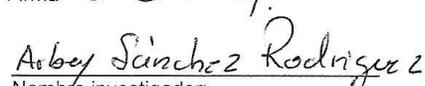
CIERRE Y COMPROMISOS		
ACCIONES A SEGUIR- COMPROMISOS	FECHA	RESPONSABLE
a. Aumento de intensidad horaria Mat.	30-11-2018	Directivos Docentes Consejo académico
b. Articular una experiencia significativa		
c. año lectivo 2019.-2020		Jefe de area Mat.
d.		
e.		

Para constancia de lo anterior, firman la presente acta los que en ella intervinieron a los 29 días del mes de 11 del año 2018

Firma


Nombre Directivo docente:
Cargo: Rectoría.

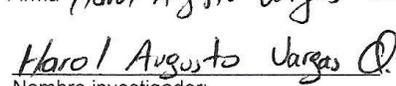
Firma


Nombre investigador:

Firma


Nombre Directivo docente:
Cargo: Coordinador.

Firma


Nombre investigador: