



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, 22 de septiembre de 2017

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

HUBER ALEJANDRO PUENTES ROA, con C.C. No. 1075'232.545,

OSCAR EDUARDO CORREA CERQUERA, con C.C. No. 1075'233.260,

_____, con C.C. No. _____,

_____, con C.C. No. _____,

autor(es) de la tesis titulada ANÁLISIS DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL DE GAS EN YACIMIENTOS DE LUTITAS INVOLUCRANDO MULTIMECANISMOS

presentado y aprobado en el año 2017 como requisito para optar al título de

INGENIERIO DE PETRÓLEOS;

Autorizamos al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

Vigilada Mineducación



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores” , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: 

OSCAR EDUARDO CORREA CERQUERA

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: 

HUBER ALEJANDRO PUENTES ROA



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: ANÁLISIS DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL DE GAS EN YACIMIENTOS DE LUTITAS INVOLUCRANDO MULTIMECANISMOS.

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
CORREA CERQUERA	OSCAR EDUARDO
PUNTES ROA	HUBER ALEJANDRO

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
ESCOBAR MACUALO	FEDDY HUMBERTO

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: INGENIERO DE PETRÓLEOS

FACULTAD: INGENIERÍA

PROGRAMA O POSGRADO: INGENIERÍA DE PETRÓLEOS

CIUDAD: NEIVA AÑO DE PRESENTACIÓN: 2017 NÚMERO DE PÁGINAS: 67

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas X Fotografías___ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general X Grabados___
Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___
Tablas o Cuadros X

Vigilada mieducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: Acrobat Reader

MATERIAL ANEXO: NINGUNO

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Gas shale	shale gas
2. Adsorción	adsorption
3. Volumen de yacimiento estimulado	stimulated reservoir volume
4. Coeficiente de almacenamiento	storage coefficient
5. sensibilidad al esfuerzo	stress sensitive

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

En el presente hay pocos estudios realizados para obtener modelos de producción de los yacimientos de *Shale gas*, y muchos menos estudios que incluya en los modelos diversos mecanismos que afectan el comportamiento de la producción en la vida real, como lo son sensibilidad al esfuerzo, desorción, difusión y flujo viscoso, así como la inclusión de un comportamiento del flujo de triple porosidad, depleción dual en la zona estimulada (SRV) y doble porosidad en la no estimulada (USRV).

Basados en el modelo matemático de producción de Tian, el cual implementó varios mecanismos ya mencionados, que permiten una mayor exactitud en los resultados, procedemos a diseñar un programa en Matlab, para ejecutar lo planteado en el modelo matemático, logrando con este programa modificar parámetros fácilmente y realizar las distintas pruebas necesarias para analizar los cambios en la producción con respecto a variaciones en los parámetros.



Para identificar los cambios que generaban los parámetros en los resultados del modelo, tomamos la derivada del recíproco del caudal generada del mismo programa de Matlab e identificamos tres parámetros críticos para el modelo; el coeficiente de almacenamiento de las microfracturas en la zona USRV ω_{f2} , el coeficiente de almacenamiento por adsorción ω_d y el coeficiente interporoso desde la microfractura a la macrofractura en la SRV λ_{FF1} . Ya con estos parámetros identificados, variamos uno a uno para generar una gráfica de cada uno de ellos en donde podemos observar los cambios en la curva de la derivada del recíproco del caudal ante dichas variaciones.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

At present, there are few Works to obtain production models of *Shale gas* reservoir, and less, Works that include different mechanisms that affect the production behavior in real life, such as stress sensitive, desorption, diffusion and viscous Flow, as well as the inclusion of triple-porosity and dual-depletion Flow behavior in the SRV and double-porosity in the USRV.

Based on the mathematical model of production, Tian, which implemented several mechanisms mentioned, that allow a better accuracy in the results, then, we proceed to design a program in MATLAB to evaluate the mathematical model, achieving modified parameters easily with the program and carry out different test necessary to analyze the changes in the production with changes in the parameters.

To identify the changes generated for the parameters in the model, we take the derivate of the rate transient of the same MATLAB program and identify three critical parameters for the model, ω_{f2} , ω_d and λ_{FF1} . Now, whit these parameters identified, we changed them one by one to generate a graph of each of them to see the changes in the curves of the derivates of rate transient.



APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: JAIRO ANTONIO SEPULVEDA GAONA

Firma:

Nombre Jurado: JAVIER ANDRÉS MARTINEZ P.

Firma:

**ANÁLISIS DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL DE GAS EN YACIMIENTOS DE
LUTITAS INVOLUCRANDO MULTIMECANISMOS**



PRESENTADO POR:

**HUBER ALEJANDRO PUENTES ROA
OSCAR EDUARDO CORREA CERQUERA**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS
2017**

**ANÁLISIS DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL DE GAS EN YACIMIENTOS DE
LUTITAS INVOLUCRANDO MULTIMECANISMOS**



**HUBER ALEJANDRO PUENTES ROA
OSCAR EDUARDO CORREA CERQUERA**

**Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero de Petróleos**

**Director: FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO
Doctor en Ingeniería de Petróleos**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS
2017**

Nota de Aceptación

Director del proyecto

Firma del jurado

Firma del jurado

Neiva, Septiembre de 2017

DEDICATORIA

Este trabajo fruto de la dedicación de muchos años, está dedicado a todas las personas que han hecho parte de mi vida durante el trayecto de mi carrera, cada persona ha contribuido a su manera a que yo llegue a este momento de mi vida.

A mis padres Clara Janeth Roa y Huber Puentes Gutierrez, a quienes les debo la vida, a los que a pesar de todo siempre han estado ahí, y quienes con su cariño y me han apoyado en cada decisión tomada. A mi hermana Camila Andrea Puentes Roa, por su compañía y apoyo incondicional. A mi abuela Elizabeth Roa Sanchez, quien con su forma de ser llena mi vida de felicidad.

Por ultimo quiero dedicar este trabajo a mi director Freddy Humberto Escobar Macualo por el apoyo constante y por permitirnos tener el honor de trabajar con él y por supuesto a mi compañero de tesis por su amistad, constancia y compromiso con el desarrollo de este proyecto.

Huber Alejandro Puentes R.

A mis padres Libardo Correa Rivera y Amparo Cerquera Chavarro por todo el apoyo que he recibido durante toda mi vida de su parte, en especial a mi querida madre quien es dueña de toda mi admiración y respeto por su incansable dedicación y esfuerzo, por ser quien siempre ha confiado en mi y me ha brindado su apoyo incondicional en cada una de las decisiones que he tomado en mi vida, a quien gracias a su ejemplo y amor ha sido mi fortaleza en los momentos difíciles.

También quiero dedicar éste trabajo a quienes han contribuido en mi formación profesional durante tantos años, a mi director de tesis Freddy Humberto Escobar Macualo por permitirnos el honor de trabajar con él, por su apoyo, permanentes contribuciones y en especial por su paciencia. A mi compañero de tesis por su amistad, compromiso y responsabilidad en el desarrollo de éste proyecto y por los años compartidos de universidad.

A esa persona que es especial en mi vida por tantos momentos vividos, por sus consejos, por hacerme ver la vida de una manera diferente, por darme el impulso y las fuerzas para continuar en muchos momentos difíciles, por preocuparse por mi bienestar, mi presente y mi futuro, a ella que sabe bien quien es por la huella gigante que ha dejado en mi, esa marca de esperanza, de fé, de deseos de revivir todo lo que un día compartimos, a ella que hace tanto quiere verme realizando sueños, superando obstáculos, siendo una mejor persona, a ella con cariño especial le dedico éste final de ciclo e inicio de una nueva etapa en mi vida.

Oscar Eduardo Correa C.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	12
ABSTRACT.....	13
INTRODUCCIÓN	14
OBJETIVOS	15
1. MARCO TEÓRICO	16
1.1. Breve historia del Shale gas	16
1.2. Prospectivas globales	16
1.2.1. Shale gas en el mundo.....	17
1.2.2. Shale gas en Colombia.....	19
1.2.2.1. Cuenca del Valle Medio del Magdalena	19
1.2.2.2. Cuenca de los Llanos.....	22
1.2.2.3. Cuenca Maracaibo-Catatumbo (Venezuela, Colombia).....	23
1.3. Yacimientos no convencionales	24
1.4 Shale	24
1.5 Shale gas.....	26
1.6 Volumen estimulado del yacimiento (SRV) y volumen no estimulado del yacimiento (USRV).....	27
1.7 Adsorción y Desorción.....	28
1.7.1 Adsorción física	29
1.7.2 Adsorción química	29
1.8 Isoterma de Langmuir	30
2. ANÁLISIS DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL DE GAS EN YACIMIENTOS DE LUTITAS INVOLUCRANDO MULTI-MECANISMOS.	32
2.1. Consideraciones del modelo matemático.	32
2.2. Determinación de parámetros críticos.....	33
2.3. Análisis: curvas de las derivadas del recíproco del caudal.	37
2.3.1. Coeficiente de almacenamiento de las fracturas de la zona USRV (ω_{f2})....	37
2.3.2. Coeficiente de almacenamiento por adsorción ω_d	41
2.3.3. Coeficiente interporoso entre las macrofracturas y microfracturas (λ_{FF1}) en SRV	45
3. APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES OBTENIDAS DEL MODELO.	48
CONCLUSIONES	53
BIBLIOGRAFIA	54

ANEXOS	56
Apéndice A: Graficas reciproco del caudal y sus derivadas de parámetros modificados.	56
Apéndice B. Modelo de productividad para yacimientos de Shale gas considerando multimecanismos. Tian et al, (2014).....	59
Apendice C. Definición de variables adimensionales propuestos por Tian et al, (2014)	66
Apéndice D. Algoritmo de Stehfest para realizar numéricamente transformada inversa de Laplace.	67

Lista de figuras

Fig. 1. Representación de los recursos mundiales de Shale gas evaluados y sin evaluar.....	18
Fig. 2. Cuenca del Valle Medio del Magdalena. ARI, (2013).....	20
Fig. 3. Cuenca de los Llanos, mostrando el área prospectiva de Shale.	22
Fig. 4. Área prospectiva para la exploración de Shale en la Cuenca Maracaibo/ Catatumbo.	23
Fig. 5. Tipos de fracturas generadas, modificado de Warpinski et al (2008).	28
Fig. 6. Adsorción física.	29
Fig. 7. Isotherma de Langmuir tomada de Boyer et al (2007).....	31
Fig. 8. (a) Ilustración de un pozo horizontal multifracturado (b) Dos segmentos de matriz en la zona SRV.....	33
Fig. 9. Comparativa del modelo propuesto por Tian et al, (2014) y del programa desarrollado en esta tesis.....	34
Fig. 10. Efectos de la variación del coeficiente de almacenamiento por adsorción, ω_d , en la derivada del recíproco del caudal.....	36
Fig. 11. Efectos de la variación del coeficiente de almacenamiento entre la matriz y las microfracturas de la zona USRV, ω_{f2} , en la derivada del recíproco del caudal.....	36
Fig. 12. Derivada del recíproco del caudal adimensional vs tiempo adimensional, ante variaciones del coeficiente de interporosidad entre macrofracturas y microfracturas en la zona SRV (λ_{FF1}).	37
Fig. 13. Derivada del recíproco del caudal de gas ante variaciones del coeficiente de almacenamiento de las microfracturas en la zona USRV, ω_{f2}	38
Fig. 14. Curvas resultantes al cambiar los ejes de la derivada del recíproco del caudal con ω_{f2} variable	38
Fig. 15. Derivada del recíproco del caudal adimensional vs tiempo adimensional para variaciones del coeficiente de almacenamiento por adsorción ω_d	42
Fig. 16. Curvas resultantes al cambiar ejes de las derivadas con ω_d variable.....	42
Fig. 17. Derivada del recíproco del caudal vs tiempo adimensional ante variaciones en el coeficiente interporoso entre las macrofracturas y microfracturas en la zona SRV λ_{FF1}	45
Fig. 18. Curvas de la derivada con variación de lambda y eje y modificado	46
Fig. 19. Curva del recíproco del caudal de gas y su derivada, obtenidas de datos sintéticos. los dos tipos de flujo lineal y multi lineal con los puntos tomados para aplicar a las ecuaciones.	48
Fig. 20. Graficas del recíproco del caudal de los 7 coeficientes de almacenamiento.....	56
Fig. 21. Derivadas coeficientes de almacenamiento.....	57
Fig. 22. $1/q_D$ y derivada de coeficientes de Inter porosidad.	58

Lista de Tablas

Tabla 1. Potencial de Shale gas in situ técnicamente recuperable: Siete continentes. EIA, (2013).	17
Tabla 2. Países con mayor volumen de reservas de Shale gas técnicamente recuperables. Modificado de ARI, (2013)	18
Tabla 3. Propiedades de los yacimientos de Shale gas y recursos en el Norte de Sur América. AIE, (2013).	20
Tabla 4. Comparación yacimientos de gas convencionales y no convencionales, Castellanos, (2015)	25
Tabla 5. Valores de los parámetros de entrada del modelo, Tian et al (2014).	34
Tabla 6. Valores de los coeficientes de inter porosidad (λ) y de los coeficientes de almacenamiento (ω).....	35
Tabla 7. Muestra aleatoria de datos utilizados en el cálculo de pendiente e intercepto para ω_{f2} ... 39	
Tabla 8. Muestra aleatoria de datos utilizados en el cálculo de pendiente e intercepto para ω_d 43	
Tabla 9. Muestra aleatoria de datos utilizados en el cálculo de pendiente e intercepto para ω_{Ff1} . 46	
Tabla 10. Parámetros y valores utilizados en las ecuaciones propuestas para hallar los parámetros propuestos.....	48
Tabla 11. Resultados del ejemplo vs resultados del modelo.	52

Nomenclatura

A_{cw}	Area del pozo, m ²
x_e	Extensión lateral del yacimiento, m
x_f	Longitud de Fractura, m
C_{tF}, C_{tf1}	Compresibilidad total de macrofracturas y microfracturas en la zona SRV, 1/Mpa
C_{tm1}, C_{tm2}	Compresibilidad total de la matriz en la zona SRV, 1/Mpa
C_{tf2}	Compresibilidad total de micro fracturas en la zona USRV, 1/Mpa
C_{tm3}	Compresibilidad total de la matriz en la zona USRV zone, 1/Mpa
h	Espesor de la formación, m
k_F, k_{f1}	Permeabilidad de macrofracturas y microfracturas En la zona SRV, D
k_{m1}, k_{m2}	Permeabilidad de la matriz en la zona SRV, D
k_{f2}	Permeabilidad de microfractura en la zona USRV, D
k_m	Permeabilidad de la matriz en la zona USRV, D
P_{sc}	Presión a condiciones estandar, Mpa
P_i	Presión inicial del yacimiento, Mpa
P_{wf}	Presión de fondo fluyente, Mpa
P	Presión, Mpa
P_L	Presión de langmuir, Mpa
$1/q$	Recíproco del caudal, Dia/Mscm
$1/q_D$	Recíproco del caudal adimensional en el pozo
t	Tiempo de prueba, hr
t_D	Tiempo admensional
$t_D^*(1/q_D)'$	Derivada del recíproco del caudal adimensional
$t^*(1/q)'$	Derivada del recíproco del caudal, Dia/Mscm
T	Temperatura, K
T_{sc}	Temperatura a condiciones estandar, K
V_L	Volumen de langmuir, m ³

Griego

ϕ_F, ϕ_{f1}	Porosidad de macrofracturas y microfracturas en la Zona SRV
ϕ_{m1}, ϕ_{m2}	Porosidad de la matriz en la zona SRV
ϕ_{f2}	Porosidad de microfractura en la zona USRV
ϕ_m	Porosidad de la matriz en la zona USRV
λ_{f1F}	Coefficiente interporoso desde la microfractura a la macrofractura en la zona SRV
λ_{m2f1}	Coefficiente interporoso desde la matriz m2 a la microfractura en la zona SRV
λ_{m1F}	Coefficiente interporos desde la matriz m1 a la

λ_{mf2} macrofractura en la zona SRV
coeficiente interporos desde la matriz a la microfractura
en la zona USRV
 μ_g Viscosidad del gas , cp
 ω_j Coeficiente de almacenamiento, j= F, f1, f2, m, m1, m2, d

Sufijos

D Adimensional
 L Lineal

RESUMEN

En el presente hay pocos estudios realizados para obtener modelos de producción de los yacimientos de *Shale gas*, y muchos menos estudios que incluya en los modelos diversos mecanismos que afectan el comportamiento de la producción en la vida real, como lo son sensibilidad al esfuerzo, desorción, difusión y flujo viscoso, así como la inclusión de un comportamiento del flujo de triple porosidad, depleción dual en la zona estimulada (SRV) y doble porosidad en la no estimulada (USRV).

Basados en el modelo matemático de producción de Tian et al (2014), el cual implementó varios mecanismos ya mencionados, que permiten una mayor exactitud en los resultados, procedemos a diseñar un programa en Matlab, para ejecutar lo planteado en el modelo matemático, logrando con este programa modificar parámetros fácilmente y realizar las distintas pruebas necesarias para analizar los cambios en la producción con respecto a variaciones en los parámetros.

Para identificar los cambios que generaban los parámetros en los resultados del modelo, tomamos la derivada del recíproco del caudal generada del mismo programa de Matlab e identificamos tres parámetros críticos para el modelo; el coeficiente de almacenamiento de las microfracturas en la zona USRV ω_{F2} , el coeficiente de almacenamiento por adsorción ω_d y el coeficiente interporoso desde la microfractura a la macrofractura en la SRV λ_{FF1} . Ya con estos parámetros identificados, variamos uno a uno para generar una gráfica de cada uno de ellos en donde podemos observar los cambios en la curva de la derivada del recíproco del caudal ante dichas variaciones. Por último, con las gráficas de los tres parámetros críticos, proponemos unas ecuaciones con las cuales podremos encontrar algunos parámetros de un yacimiento de *Shale gas* a partir de los datos de una prueba de producción.

ABSTRACT

At present, there are few Works to obtain production models of *Shale gas* reservoir, and less, Works that include different mechanisms that affect the production behavior in real life, such as stress sensitive, desorption, diffusion and viscous Flow, as well as the inclusion of triple-porosity and dual-depletion Flow behavior in the SRV and double-porosity in the USRV.

Based on the mathematical model of production, Tian et al (2014), which implemented several mechanisms mentioned, that allow a better accuracy in the results, then, we proceed to design a program in MATLAB to evaluate the mathematical model, achieving modified parameters easily with the program and carry out different test necessary to analyze the changes in the production with changes in the parameters.

To identify the changes generated for the parameters in the model, we take the derivate of the rate transient of the same MATLAB program and identify three critical parameters for the model, ωf_2 , ωd and $\lambda F f_1$. Now, whit these parameters identified, we changed them one by one to generate a graph of each of them to see the changes in the curves of the derivates of rate transient. Finally, with the graphs of the three critical parameters, we propose the equations used to find the parameters of *Shale gas* reservoirs form the data of a production test.

INTRODUCCIÓN

En general, los yacimientos de gas no convencionales o yacimientos de gas naturalmente fracturados (YNF) son conocidos por tener grandes reservas de hidrocarburos in situ, una baja expectativa de recobro final, y muy baja permeabilidad, Schenk, (2002). Esas formaciones son incapaces de proporcionar una cantidad factible de gas a una tasa de producción económica y deben ser tratadas con técnicas especiales. Por medio del fracturamiento hidráulico transversal en pozos horizontales y multilaterales se obtienen mejores tasas de producción.

La evaluación de las formaciones de gas no convencional es un reto de trabajo debido a varias razones. En primer lugar, estas formaciones en general son naturalmente fracturadas y esto ocasiona problemas de interpretación como la heterogeneidad del yacimiento. Por otra parte, la permeabilidad del sistema de matriz oscila dentro de los valores de nano Darcy, generando una demanda adicional en el diseño de las pruebas las cuales a su vez requieren mucho tiempo para su realización.

Finalmente, la adsorción sobre los granos de carbono orgánico que pueden existir en la formación de *Shales*, complica la interpretación de tales formaciones. Por todas las razones mencionadas anteriormente, el mecanismo de producción de los yacimientos no convencionales de gas (YNCG) es mucho más complejo si se compara con las formaciones convencionales. En algunos casos, el análisis de yacimientos de *Shale gas* pueden ser incluso no viables, Soliman and Kabir, (2012).

Gringarten et al. (1974) sugirieron la interpretación de datos de pruebas de pozos de formaciones convencionales bajo conductividad finita e infinita. Con el fin de realizar una interpretación en formaciones no convencionales se desarrollaron una serie de métodos: los modelos analíticos, los modelos numéricos de simulación de difusión de gas real (Kappa - Sapphire, Topaze, Rubis), análisis de la línea recta (régimen de flujo) entre otros. Houze et al, (2010).

Teniendo en cuenta que los anteriores modelos desprecian multi mecanismos inherentes a la interacción entre la roca y el gas en yacimientos no convencionales de gas en formaciones de *Shale* y basándonos en los análisis gráficos de curvas que describen el comportamiento del recíproco del caudal y de su derivada adimensional identificamos regímenes de flujo para construir las ecuaciones que nos servirán para obtener distintos parámetros del yacimiento como permeabilidades, longitud de la fractura y compresibilidades.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL:

- Desarrollar expresiones (ecuaciones o correlaciones) matemáticas que permitan interpretar pruebas del recíproco del caudal y su derivada en yacimientos de *Shale* involucrando multi mecanismos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Encontrar un modelo matemático adecuado que describa el comportamiento del recíproco del caudal de gas en yacimientos de *Shale*.
- Programar el modelo matemático para la realización de las pruebas variando los diferentes parámetros para obtener patrones de comportamiento que permitan la obtención las diferentes propiedades.
- Realizar diferentes corridas para observar el comportamiento del recíproco del caudal y de esta manera identificar regímenes de flujo que permitan obtener los parámetros del yacimiento.
- Caracterizar en la mayor medida los parámetros de un yacimiento naturalmente fracturado de *Shale gas*.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. Breve historia del *Shale gas*

El primer pozo de *Shale gas* del que se tiene información se encuentra ubicado en los Estados Unidos y data de 1821, siendo éste un *Shale* somero. Posteriormente se desarrollaron otros pozos, siendo todos de baja productividad y orientados principalmente a una demanda residencial y alumbrado público. Este incipiente avance en lo que se definiría como explotación de sistemas petroleros no convencionales, fue hasta el año 1859 cuando se vería completamente opacado por lo que la historia citaría como el primer gran descubrimiento petrolero en Estados Unidos. Se trató del pozo de Edwin Drake que a pocos kilómetros de aquellos pozos y a escasos 21 m de profundidad, constituiría el nacimiento de la era petrolera de Estados Unidos, en lo que hoy llamamos hidrocarburos convencionales.

Pasarían más de 120 años para que, en 1981, una pequeña compañía petrolera, *Mitchell Energy and Development* comprometida por una disminución en sus reservas de gas natural, experimentaron para hacer posible la producción comercial de gas en la cuenca Barnett, en la parte norte-central de Texas. Fue George Mitchell quien propuso la idea de perforar más profundo en los campos de Texas para llegar a la roca de *Shale* portadora del gas natural. Durante años, los ingenieros de Mitchell experimentaron fracturas con diferentes “fluidos”, todas eran demasiado costosas, dando lugar a proyectos económicamente inviables. Recién en 1997 fue cuando intentaron una combinación mucho menos costosa: arena y agua, con la cual se consiguió una mejoría económica considerable en los proyectos de *Shale gas*, Codeseira, (2010).

Debido al éxito obtenido en la cuenca Barnett otras compañías se interesaron en explotarla, llegando a producir en el 2005 cerca de 0.5 billones de pies cúbicos de gas natural al año. Gracias a éste gran avance y a las nuevas habilidades aprendidas, algunas compañías se interesaron en explotar nuevos *plays* de *Shales* como lo son: Fayetteville, Haynesville, Marcellus, Wood Ford, e Eagle Ford entre otros *plays*, U.S. EIA, (2011). La compañía Devon Energy compra Mitchell Energy en el año 2002 y mejora la viabilidad económica de los proyectos, incrementando el caudal extraído por pozo focalizándose en la perforación horizontal, Lohoefer et al, (2006).

La masificación y los continuos avances tecnológicos aplicados a la explotación de recursos no convencionales, trayendo consigo la disminución en los costos de producción han logrado hacer que estos recursos sean de gran importancia en la economía mundial por el incremento en las reservas de hidrocarburos y la disminución de los costos de los combustibles en los países productores.

1.2. Prospectivas globales

A lo largo de la última década, el uso del gas natural como energía primaria ha aumentado en cuota y volumen, con el consecuente incremento de la producción. A futuro, se prevé

que esta tendencia continúe y se estima que la tasa de crecimiento de gas natural será mayor que la de cualquier otra energía primaria.

1.2.1. *Shale gas* en el mundo

En el pasado, la industria del petróleo y gas consideraron que el *Tight gas* y el *Shale gas* no eran económicamente viables para producir. Sin embargo, avances en perforación de pozos direccionales y estimulación del reservorio tienen incrementada la producción de *Shale gas*. El Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS por sus siglas en inglés) estima que 200 trillones de pies cúbicos de gas natural pueden ser técnicamente recuperables de estos *Shales* con un factor de recobro del 10 a 15%. Se han desarrollado tecnologías modernas en formaciones como la de *Shale* Barnett en Texas, para la explotación del *Shale gas* gracias al impulso originado por los precios altos recientes del mismo. La formación Marcellus *Shale* de la cuenca Apalachiana, en el Noreste de los Estados Unidos, potencialmente representa el más grande recurso de gas no convencional en Estados Unidos. Otras formaciones de *Shale*, tales como el *Shale* Haynesville, Straddling Texas y Louisiana, son también de interés, como algunas formaciones en Canadá. Delgado y Luna, (2012).

En general, para los 41 países evaluados en el estudio EIA / ARI, en el año 2013 se identificó un potencial de *Shale gas* in situ de 31,138 trillones de pies cúbicos. De este total, aproximadamente 6,634 trillones de pies cúbicos está considerado de potencial y técnicamente recuperable, sin incluir los Estados Unidos. La adición de los recursos de *Shale gas* de los Estados Unidos, aumenta los recursos de *Shale gas* evaluados in situ y los recursos de *Shale gas* técnicamente recuperables del mundo a 35.782 trillones de pies cúbicos y 7.795 trillones de pies cúbicos, respectivamente. Como se muestra en la Tabla. 1.

Dos tercios de los recursos de *Shale gas* evaluados y técnicamente recuperables se concentran en seis países: Estados Unidos, China, Argentina, Argelia, Canadá y México. Como se muestra en la Fig. 1., los diez países principales representan más del 80% de los recursos de *Shale gas* técnicamente recuperables y evaluados en el mundo.

Tabla 1. Potencial de *Shale gas* in situ técnicamente recuperable: Siete continentes. EIA, (2013).

Continentes	Potencial in situ Tpc	Potencial técnicamente recuperable Tpc
Norte América (Ex. EE. UU)	4.647	1.118
Australia	2.046	437
Sur América	6.390	1.431
Europa	4.895	833
África	6.664	1.361
Asia	6.495	1.403
Sub-Total	31.138	6.634
Estados Unidos	4.644	1.161
TOTAL	35.782	7.795

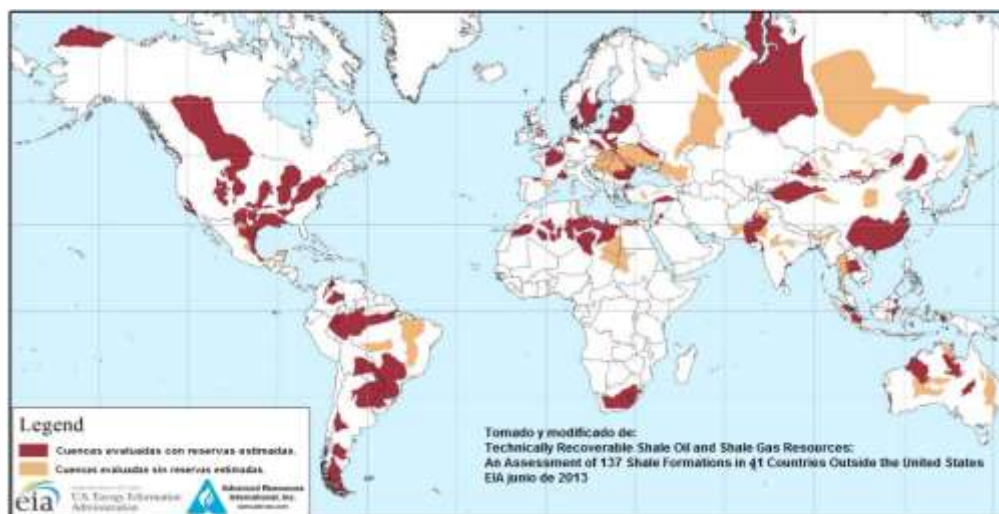


Fig. 1. Representación de los recursos mundiales de Shale gas evaluados y sin evaluar.

Es importante destacar que gran parte de este recurso existe en países con dotaciones limitadas de suministros convencionales de gas, como Sudáfrica, Jordania y Chile, o reside en países donde los recursos convencionales de hidrocarburos se han agotado en gran medida, como Europa. Existen importantes recursos adicionales de *Shale gas* en el Medio Oriente, África Central y otros países de los cuales no se cuenta con suficiente información reportada.

En la Tabla. 2. se muestran los diez países con mayor volumen de reservas de *Shale gas* técnicamente recuperable, según un estudio realizado por la EIA (Energy Information Administration) y la USGS (United States Geological Survey) en 41 países con potencial productor del mismo.

Tabla 2. Países con mayor volumen de reservas de *Shale gas* técnicamente recuperables. Modificado de ARI, (2013)

Recursos de <i>Shale gas</i> técnicamente recuperables (billones de pies cúbicos)		
1	Estados Unidos	1,161
2	China	1,115
3	Argentina	802
4	Argelia	707
5	Canadá	573
6	México	545
7	Australia	437
8	Sudáfrica	390
9	Rusia	285
10	Brasil	245
11	Otros	1.535
Total		7.795

1.2.2. *Shale gas* en Colombia

Colombia tiene un excelente potencial para el petróleo y el *Shale gas*. En particular, el potencial del *Shale* colombiano presenta un mejor panorama en comparación con los resultados de la perforación inicial de *Shales*, también como la entrada de grandes compañías de hidrocarburos (ConocoPhillips, ExxonMobil y Shell).

Las Cuencas del Valle Superior del Magdalena y Llanos Orientales ubicadas en el oeste y este de Colombia son analizadas por su potencial de *Shale gas*. Mientras que el espesor de las secuencias de *Shale* del Cretácico tardío está presente en estas cuencas, la baja madurez termal (Ro 0,5%) persiste en toda la región y las formaciones de *Shale gas* son inmaduras para la generación de gas.

Una limitación importante en la prospectividad de los *Shales* colombianos es la compleja tectónica andina que incluye numerosas fallas de empuje y extensionales, especialmente en el Piedemonte Llanero. En Colombia la Agencia Nacional de Hidrocarburos (ANH) regula la exploración y desarrollo de petróleo y gas. El contrato modelo del país para gas no convencional incluye exploración a 8 años y términos de producción a 24 años. Existen condiciones preferenciales para la inversión en *Shale gas*, incluyendo una reducción del 40% en regalías y mayores precios del petróleo.

En 2011 la Universidad Nacional de Colombia llevó a cabo una evaluación de recursos de *Shale gas* para ANH, estimando un total de 33 trillones de pies cúbicos de potencial en las regiones de la Cordillera Oriental, Llanos Orientales y Caguán-Putumayo. El estudio y la metodología no han sido revelados; Hasta el año 2012 la ANH realizó la primera subasta de bloques de *Shale gas* en Colombia. AEI, (2013).

Para la evaluación actual de EIA / ARI, las cuencas de Maracaibo-Catatumbo, Valle Medio del Magdalena y Llanos, los recursos técnicamente recuperables (RTR) de *Shale gas* en el norte de América del Sur se estiman en aproximadamente 222 trillones de pies cúbicos. En la Tabla 3. se muestra la distribución de recursos en el norte de Sur América. Colombia contiene 55 trillones de pies cúbicos de recursos de *Shale gas* técnicamente recuperables.

1.2.2.1. Cuenca del Valle Medio del Magdalena

La Cuenca del Valle Medio del Magdalena (CVMM), con una extensión bruta de 13.000 millas cuadradas, presenta un área prospectiva de 2590 millas cuadradas con un estimado de gas recuperable de 18,3 trillones de pies cúbicos. Es una cuenca intra montañosa de tendencia norte-sur situada en el centro de Colombia, entre las cordilleras oriental y central, ubicada a 150 millas al norte de Bogotá, Fig. 2. La CVMM es la cuenca de producción de petróleo y gas convencional más explorada de Colombia, con más de 40 campos de petróleo descubiertos que producen principalmente de yacimientos de arenisca terciaria. Aunque dentro de la región de los Andes, con su compleja tectónica, incluyendo numerosas fallas de empuje y extensión, el interior de la CVMM tiene una estructura más sencilla con una topografía de superficie relativamente plana.

Tabla 3. Propiedades de los yacimientos de *Shale gas* y recursos en el Norte de Sur América. AIE, (2013).

Datos básicos	Cuenca/ Área bruta		Valle Medio el Magdalena / (13.000 mi^2)		Llanos / (84.000 mi^2)		Maracaibo/Catatumbo / (23.000 mi^2)	
	Formación <i>Shale</i>		La luna/tablazo		Gacheta		La luna / Capacho	
	Era Geológica		Cretáceo superior		Cretáceo superior		Cretáceo superior	
	Ambiente deposicional		Marino		Marino		Marino	
Extensión física	Área prospectiva (mi^2)		2.390	200	1.820	7.280	4.290	5.840
	Espesor (ft)	Orgánicamente rico	1.000	1.000	600	1.000	1.000	1.000
		Neto	300	300	210	500	500	500
	Profundidad (ft)	Intervalo	3.300-16.400	3.300-10.000	13.000-16.400	5.000-15.000	5.500-15.000	6.000-15.000
Promedio		10.000	8.000	14.500	10.000	11.000	12.000	
Propiedades del Yacimiento	Presión del yacimiento		Alta sobrepresión	Alta sobrepresión	Moderada sobrepresión	Normal	Normal	Normal
	Promedio TOC (wt. %)		5.0%	5.0%	2.0%	5.0%	5.0%	5.0%
	Madurez térmica (% Ro)		0.85%	1.15%	0.85%	0.85%	1.15%	1.60%
	Contenido de Arcillas		Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo
Recursos	Fase Gas		Gas asociado	Gas Húmedo	Gas Asociado	Gas asociado	Gas húmedo	Gas seco
	Concentración GIP (Bft/mi^2)		88.0	150.3	40.4	71.8	176.1	255.7
	Estimado de GIP (Tcf)		117.8	16.8	18.2	183.0	264.4	522.6
	Estimado Recuperable (Tcf)		14.1	4.2	1.8	18.3	52.9	130.7

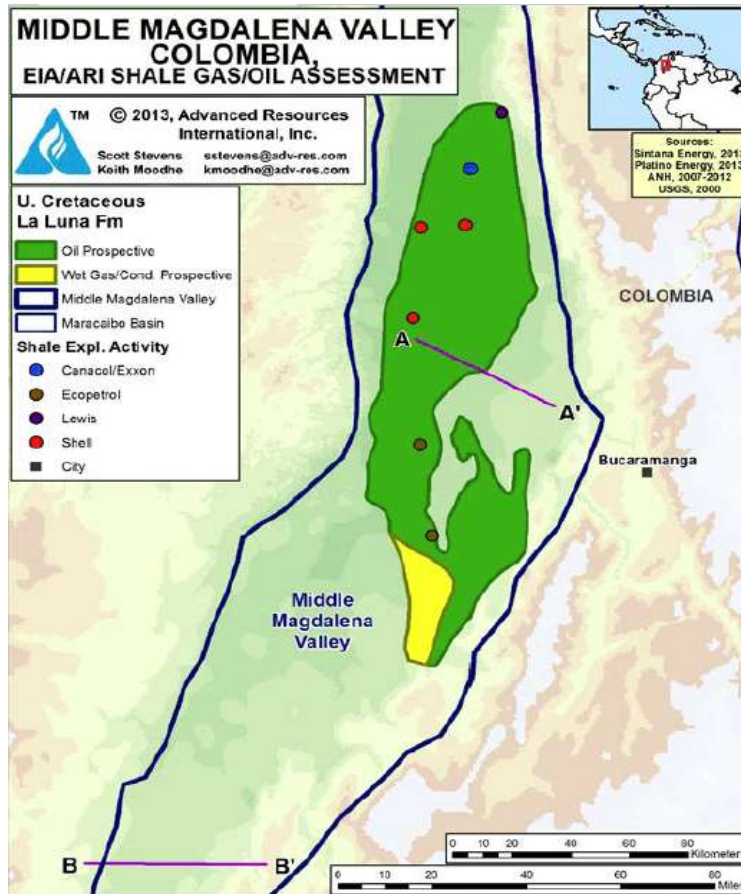


Fig. 2. Cuenca del Valle Medio del Magdalena. ARI, (2013).

Se estima que los recursos evaluados y técnicamente recuperables de *Shale gas* del cretáceo de las formaciones Luna y Tablazo de la cuenca del Magdalena Medio son de 18 trillones de pies cúbicos, siendo el estimado in situ de 135 trillones de pies cúbicos. En comparación Ecopetrol ha estimado que la CVMM tiene 29 trillones de pies cúbicos de potencial de *Shale gas*.

Varias empresas, entre ellas Ecopetrol, ConocoPhillips, ExxonMobil, Nexen y Shell, han iniciado programas de exploración de petróleo y *Shale gas* durante los últimos dos años. La actividad se ha concentrado en la cuenca del Valle Medio del Magdalena. Se planificaron más de 12 pozos de prospección vertical y horizontal para el año 2012, incluyendo varios pozos en un programa de reactivación. Ecopetrol SA, que controla cerca de un tercio de las licencias de petróleo y gas en Colombia, anunció por primera vez su programa de exploración de *Shales* a principios de 2011. El 23 de septiembre de 2012 se inició la perforación del pozo Mono Arana 1, el cual fue diseñado para probar el potencial petrolífero tanto del reservorio arenoso del Terciario en la Formación Lisama, como de los reservorios más profundos de *Shales* y carbonatos en la Formación La Luna, Formación Simití y Formación Tablazo.

El pozo fue perforado hasta una profundidad medida de 9,942 pies. Se encontraron aproximadamente 760 pies de la Formación La Luna en el pozo, con buenas muestras de crudo y gas encontradas a través de la totalidad del intervalo perforado.

Así mismo, la Formación La Luna mostró una alta sobrepresión de hasta 8146 psia. Basados en el análisis petrofísico de los registros de pozo abierto realizados a lo largo del intervalo, la parte de la Formación La Luna que fue penetrada en el pozo contiene aproximadamente 230 pies de espesor neto petrolífero, con una porosidad promedio del 14%, en los reservorios de *Shales* y carbonatos naturalmente fracturados. UPTC, (2013).

En marzo 6 de 2014, la Compañía Canacol Energy LTD emitió una actualización sobre el pozo de exploración Mono Araña 1 situado en el Contrato de E&P de VMM 2. El pozo Mono Araña 1 fue perforado y revestido a una profundidad de 9.942 ft de profundidad medida y contiene 230 ft de zona productiva neta de gas en la formación cretácica y naturalmente fracturada de La Luna, análoga a la formación Eagle Ford. Canacol, (2015).

Ecopetrol ya ha estado perforando pozos horizontales en la CVMM con objetivos diferentes a la exploración de *Shales* durante los últimos años, proporcionando una buena base para el futuro desarrollo de pozos horizontales de *Shale gas* en la cuenca.

1.2.2.2. Cuenca de los Llanos

La gran Cuenca de los Llanos, ubicada en el este de Colombia, se ha convertido recientemente en un foco de exploración de *Shale*, por tanto, es menos conocida que la Cuenca del Valle Medio del Magdalena, Fig. 3. Las rocas fuentes de *Shale* en la formación Gacheta son equivalentes a las de la formación La Luna en la CVMM y Maracaibo / Catatumbo. La Cuenca de los Llanos, orientada hacia el noreste, representa la extensión septentrional del Cinturón de las Montañas Sub-andinas.

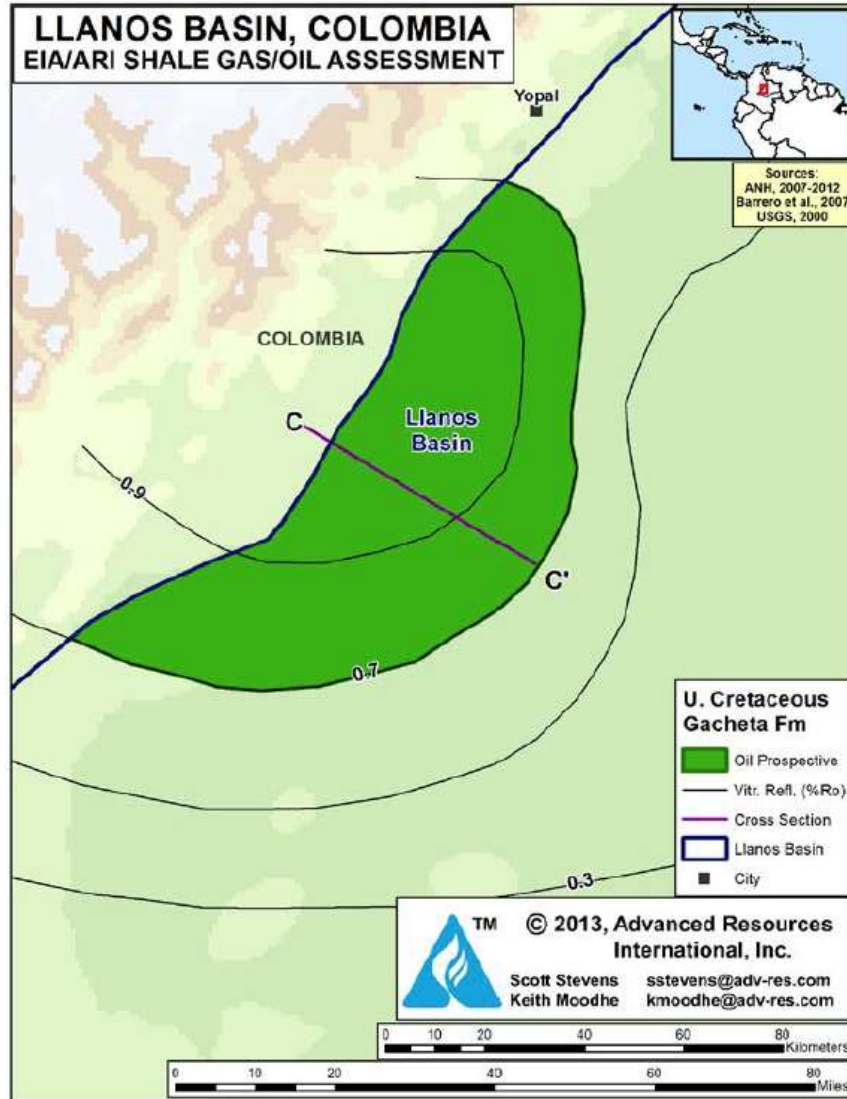


Fig. 3. Cuenca de los Llanos, mostrando el área prospectiva de Shale.

Se estima que los recursos de *Shale gas* técnicamente recuperables en la Cuenca de los Llanos son de 2 trillones de pies cúbicos *Shale gas* asociado dentro del área prospectiva, se tiene una concentración de recursos moderada de unos 40 billones de pies cúbicos por cada milla cuadrada. ARI, (2013).

1.2.2.3. Cuenca Maracaibo-Catatumbo (Venezuela, Colombia)

La cuenca de Maracaibo se extiende sobre 23,000 mi^2 en el oeste de Venezuela y el este de Colombia, La cuenca de Maracaibo / Catatumbo contiene una rica secuencia de *Shales* cretáceos de deposiciones marinas, ricos en compuestos orgánicos, que son las principales fuentes de roca para los campos convencionales prolíficos. Estos *Shales* Cretácicos, especialmente La Luna y el Gapacho, son objetivos prospectivos la exploración de petróleo y *Shale gas*. Fig.4.

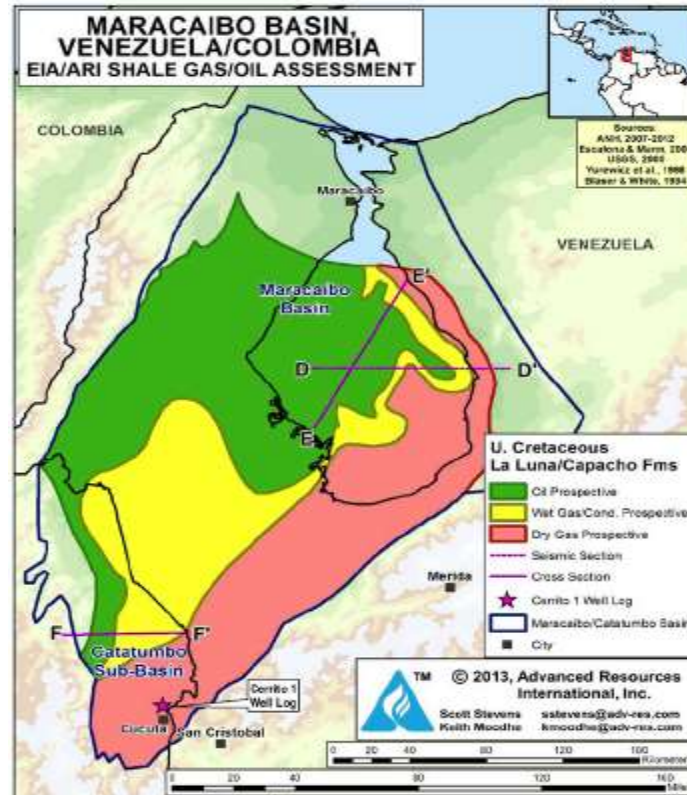


Fig. 4. Área prospectiva para la exploración de Shale en la Cuenca Maracaibo/ Catatumbo.

Se calcula que los recursos totales de gas de esquisto de las formaciones La Luna y Capacho de las cuencas de Maracaibo y Catatumbo, estimadas y técnicamente recuperables, son de 202 trillones de pies cúbicos, para un total de *Shale gas* in situ e aproximadamente 970 trillones de pies cúbicos. El *Play* tiene una alta concentración de recursos de hasta 256 billones de pies cúbicos por milla cuadrada dentro del área prospectiva de gas seco.

Una cuarta cuenca, la Cuenca de Putumayo, en el sur de Colombia, también puede contener *Shale* potencial pero no se ha realizado una evaluación al día de hoy. El Putumayo contiene *Shales* cretáceos ricos en orgánicos en el Grupo Macarena. Aunque relativamente poco profundos (3.000 pies), los *Shales* de Macarena se hacen más profundos hacia el centro de la cuenca donde pueden llegar a ser de mejor prospectividad. EIA, (2013).

1.3. Yacimientos no convencionales

Los yacimientos no convencionales, son todos aquellos que se presentan en acumulaciones regionales extensas, la mayoría de las veces independiente de las trampas estratigráficas o estructurales, además, no hay producción económicamente rentablemente sin la aplicación de estimulaciones masivas, como el fracturamiento y procesos de recuperación mejorada, MSG, (2009).

Los yacimientos no convencionales en general presentan propiedades petrofísicas limitadas (bajas permeabilidades y porosidades), además altas densidades y viscosidades mayores a 1 cp. Dentro de esta clasificación se puede encontrar, Araujo, (2013):

Para yacimientos de gas:

- a. Gas de lutitas (*Shale gas*)
- b. Gas en arenas de baja permeabilidad o compactas (*tight gas*)
- c. Gas metano del carbón (*coaled methane gas, CBM*)
- d. Hidratos de gas (*gas hydrates*)

La Tabla 4. presenta una comparación y las características entre los yacimientos convencionales y no convencionales de gas.

1.4 *Shale*

El término *Shale* hace referencia al tamaño de los granos, en la práctica, *Shale* es una roca sedimentaria de grano fino rica en orgánicos intercalada con material silíceo y carbonáceo, comúnmente friables (vertical y lateralmente) que tiene una permeabilidad de nano Darcys. Tiene una mineralogía muy diversa, que van de formaciones carbonatadas ricas en calcita, dolomita y siderita, y cantidades menores de aluminosilicatos. Por otra parte, muchos *Shales* son ricos en silicatos incluyendo cuarzo y feldespato. Los minerales de arcilla son dominantes y los carbonatos son un componente menor, OST, (2012). La composición de los *Shales* varía dependiendo de su ambiente de depositación. Su determinación, es vital para la calibración de registros y posterior evaluación cuantitativa de las propiedades del yacimiento. Pocos *plays* son arcillas puras, los más productivos tienen composiciones ricas en carbonatos y/o sílice con menos del 25% de arcillas y son típicamente la roca madre de los yacimientos convencionales, Mogollón, (2013), ya que son formaciones sedimentarias cuya materia orgánica es depositada y transformada en Kerógeno la hace una roca generadora de hidrocarburos y parte del hidrocarburo formado es retenido, ya sea por mecanismos de adsorción o dentro del medio poroso.

Tabla 4. Comparación yacimientos de gas convencionales y no convencionales, Castellanos, (2015)

Características	Convencional	No convencional
Generación del gas	El gas se forma en la roca madre generadora y posteriormente migra dentro del yacimiento hacia otra estructura	El gas se forma y queda atrapado dentro de la roca madre generadora
Estructura	Espaciamiento de fracturas aleatorio	Espaciamiento de fisuras uniforme
Mecanismo de almacenamiento de gas	Compresión	Compresión y adsorción
Mecanismo de transporte	Gradiente de presión (ley de Darcy)	Gradiente de presión (ley de Darcy) y gradiente de concentración (ley de Fick)
Comportamiento de producción	<ul style="list-style-type: none"> • Periodos transitorios mínimos seguidos por largos periodos de flujo dominados por la frontera • Los gastos de producción se encuentran directamente relacionados con la permeabilidad y la declinación de la presión. • Poca producción de agua • En su declinación se presentan valores típicos de b entre 0 y 0.5 o mayores cuando el yacimiento es estratigráfico • Factor de recuperación entre el 50 y 90% 	<ul style="list-style-type: none"> • Periodo transitorio (lineal) prolongado que puede durar años • Los gastos de producción se encuentran directamente relacionados con las características de las fracturas hidráulicas y de la permeabilidad de la matriz • En su declinación presentan valores de b iniciales de 2.0 (indicativo de flujo lineal) y una transición a < 1.0 cuando comienza a prevalecer el flujo dominado por frontera • Factor de recuperación entre 5 y 20%
Propiedades mecánicas	<ul style="list-style-type: none"> • Módulo de Young 10^5 • Compresibilidad del medio poroso 10^{-6} 	<ul style="list-style-type: none"> • Módulo de Young 10^5 • Compresibilidad del medio poroso 10^{-4}

El *Shale* se origina en un ambiente de depositación de baja energía tales como bancos de arena y las cuencas de aguas profundas, donde las partículas de arcilla de grano fino se caen por suspensión en estas aguas tranquilas. Durante la depositación de estos sedimentos de grano muy fino, puede haber también la depositación de materia orgánica derivado de algas, plantas y animales, Davis, (1992).

Dentro de las propiedades más importantes que se deben determinar ya sea por métodos convencionales como toma de núcleos o análisis de registro, se encuentran:

- Volumen de gas (OGIP)
- TOC
- Contenido de gas de desorción
- Isotermas de adsorción

- Maduración térmica Kerógeno
- Contenido de gas adsorbido
- Porosidad
- Permeabilidad
- Saturación inicial de agua
- Composición mineral
- Módulo elástico

La característica definitoria del *Shale* es que no tiene la suficiente permeabilidad para que el petróleo y el gas puedan ser extraídos con los métodos convencionales, lo cual hace necesario la aplicación de nuevas tecnologías. Las mismas consisten en inyectar agua a alta presión, a la par con la aplicación de agentes de sostén (arenas especiales), lo que permite que los hidrocarburos atrapados en la formación fluyan hacia la superficie. Para contactar con un mayor volumen de roca, a nivel mundial se realizan perforaciones de pozos horizontales.

1.5 *Shale gas*

El *Shale gas* es el gas natural producido a partir de formaciones de *Shale* que suelen funcionar como el depósito y la fuente para el gas natural. En cuanto a su composición química, el *Shale gas* es típicamente un gas seco principalmente compuesto de metano (90% o más). Las formaciones de *Shale* son formaciones ricas en compuestos orgánicos por lo cual son considerados como rocas generadoras y sellos para el gas acumulado en yacimientos convencionales de areniscas estratigráficamente asociadas y yacimientos carbonatados de gas *On-shore*, SGWP, (2005). Los granos tubulares de arcilla natural tienden a depositarse como sedimentos y posteriormente se compactan como resultado de la deposición de sedimentos adicionales. Esto resulta en una capa fina laminar de lodo que se litifica (solidifica) en la roca de *Shale* en capas finas. Los granos muy finos de arcilla y las capas laminares de sedimentos se transforman en una roca con una permeabilidad horizontal limitada y una permeabilidad vertical extremadamente limitada. Los *Shale* sin fractura tienen permeabilidades de la matriz entre 0.00001 a 0.01 mili Darcys. Esta baja permeabilidad significa que el gas atrapado en los *Shale* no se puede mover fácilmente dentro de la roca excepto sobre grandes extensiones de tiempo geológico (millones de años), MSG, (2009).

El *Shale gas* se forma gracias a la combinación de la degradación primaria termo-génica de la materia orgánica, craqueo de hidrocarburos y la degradación bio-génica. a pesar del hecho de que es difícil de extraer, el *Shale gas* es bastante limpio y seco, esto debido al craqueo térmico a través del tiempo. Al conocer datos históricos de temperatura en el yacimiento, se puede determinar si el gas será más seco para los casos de mayor madurez térmica.

El gas se almacena en el *Shale* de diferentes formas, como gas adsorbido, que se refiere al gas unido a la superficie de la roca y gas libre que se mantiene dentro de los pequeños poros en la roca o en las fracturas. A mayor contenido de gas libre las tasas de producción inicial serán más altas, esto se debe a que el gas libre ya está en el espacio de los poros y es mucho más fácil producir que el gas adsorbido. Ya que los *Shale* tienen muy baja permeabilidad de la matriz, se hace necesario la aplicación de la fracturación hidráulica para que la producción sea comercial, esto se realiza junto con la perforación horizontal para aumentar la productividad del pozo, Jafarli, (2013).

Existen cuatro tipos de medios porosos en las formaciones de *Shale gas*, la matriz con contenido orgánico, no orgánico, las fracturas naturales, y las fracturas hidráulicas. Poros de materia orgánica, que tienen dimensiones de 5 a 1000 nm, son de una gran importancia debido al hecho de que ellos tienen gases adsorbidos, así como almacenamiento de gas libre.

En comparación con los yacimientos de gas convencionales, el flujo de fluido en los yacimientos de *Shale gas* es controlado por mecanismos de flujo en todas las escalas. Los mecanismos de flujo consisten en: los efectos de flujo de gas libre, la desorción, difusión, e imbibición de succión.

1.6 Volumen estimulado del yacimiento (SRV) y volumen no estimulado del yacimiento (USRV)

El concepto de volumen de reservorio estimulado (SRV) fue desarrollado para proporcionar alguna medida cuantitativa de la efectividad de la estimulación en las formaciones de *Shale*, basada en el tamaño de la "nube" micro-sísmica. El concepto SRV se usa ahora cada vez que se tiene que discutir el rendimiento de los pozos y la eficacia de la estimulación en yacimientos no convencionales.

Basándose en este concepto (SRV) se han generado numerosos modelos de ingeniería de yacimientos para aproximar los mecanismos de producción asociados a fracturas hidráulicas complejas y para facilitar el modelado de producción y las evaluaciones de rendimiento de pozos, Cipolla and Wallace, (2014).

La Fig. 5. ilustra los distintos tipos de fracturas formadas al realizar fracturamiento, desde fracturas simples a complejas redes de fracturas. Lo deseado en los yacimientos de *Shale* muy compactos es que se formen complejas redes de fracturas ya que esto aumentaría el área de contacto fractura-superficie del *Shale* en cuanto a tamaño como en el espaciamiento. Las opciones de crear grandes redes de fracturas se incrementan al encontrarse fracturas naturales abiertas y condiciones favorables de esfuerzos tales como una pequeña diferencia en las tensiones horizontales principales.

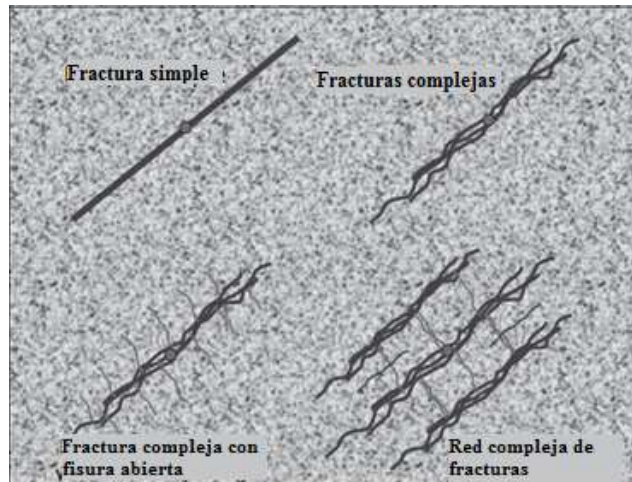


Fig. 5. Tipos de fracturas generadas, modificado de Warpinski et al (2008).

Con el concepto introducido de SRV se tiene inherente a este el concepto de volumen no estimulado del yacimiento (USRV por sus siglas en inglés), el cual no es más sino la porción del yacimiento a donde no llegan las fracturas hidráulicas, es decir, donde termina la zona estimulada, continúa la zona no estimulada.

Los yacimientos de *Shale* de ultra baja permeabilidad requieren una gran red de fracturas para maximizar el rendimiento del pozo. El mapa micro sísmico de fracturas ha mostrado que grandes redes de fracturas pueden ser generadas en muchos yacimientos de *Shale*. En yacimientos convencionales y arenas confinadas, la extensión lateral del plano de fracturas y la conductividad son claves para la eficiencia de la estimulación. Esta es la razón para usar el concepto de volumen estimulado de yacimiento (SRV) como un parámetro para correlacionar el rendimiento del pozo.

1.7 Adsorción y Desorción

El mecanismo de almacenamiento del gas natural en la matriz del *Shale* es bastante complejo. Aproximadamente el 15% del gas producido se encuentra en las fracturas naturales y en algunos espacios porosos. El restante 85% del gas está atrapado en la matriz del *Shale* por un proceso llamado adsorción. La producción del *Shale gas* adsorbido se debe al proceso de desorción, el cual ocurre con la reducción de la presión del yacimiento. Varios estudios recientes sugieren que la desorción del gas natural adsorbido puede afectar significativamente el comportamiento de la producción en los pozos de gas. Hace algún tiempo la adsorción se consideraba como un modo no convencional de almacenamiento de gas y por ende los efectos de la desorción era normalmente ignorada, pero con los estudios recientes se ha comprobado que la inclusión de este mecanismo da mayor fiabilidad de los modelos propuestos.

Se presentan dos tipos de procesos de adsorción, la adsorción física o adsorción de Van Der Waals y la adsorción química o quimisorción.

1.7.1 Adsorción física

Inicialmente el gas es almacenado mediante un proceso físico de adsorción, el gas natural es adsorbido en el material orgánico presente en los *Shales* y en algunos casos en ciertos minerales de arcillas. La adsorción física es el resultado de las fuerzas de atracción intermoleculares entre las partículas de arcilla y el gas, y es un fenómeno fácilmente reversible. Las fuerzas de atracción intermoleculares entre las partículas de *Shale* y las del gas son mayores que las del mismo gas entre ellas, entonces el gas se condensa en la superficie del sólido, aunque la presión sea menor que la presión de vapor correspondiente a la temperatura del yacimiento. Cuando la sustancia adsorbida (gas natural) permanece unida a la superficie del *Shale*, la presión parcial de la sustancia adsorbida es igual a la de la fase gaseosa en contacto. El gas natural unido a la matriz puede ser removido o desorbido por la disminución de la presión de la fase gaseosa o el incremento de la temperatura del gas adsorbido.

En la Fig. 6. observamos como las partículas de gas se adhieren a la superficie de la roca, hasta que la presión disminuya y genere una desorción.

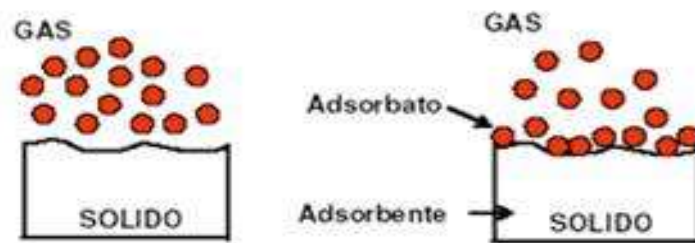


Fig. 6. Adsorción física.

1.7.2 Adsorción química

La adsorción química o adsorción activada es la interacción química entre el gas y la sustancia adsorbida. Aquí, las fuerzas de adherencia son generalmente más grandes que las encontradas en la adsorción física, y una gran cantidad de calor también es liberado. Esto significa que hay una pequeña posibilidad de que haya una adsorción química de gas natural en la matriz de *Shale*. También el proceso es normalmente irreversible y en el proceso de desorción, la sustancia inicial presenta un cambio químico, por ende, el gas natural químicamente adsorbido no puede ser producido en su composición original.

La mineralogía de los *Shale* juega un papel importante en la determinación de la cantidad de gas que es físicamente adsorbido por la superficie. Debido a que muchos de los yacimientos de *Shale gas* son de naturaleza isotérmica, la temperatura tiene poco efecto en la desorción, mientras que la presión juega un papel dominante. Este proceso de adsorción/desorción puede ser explicado mediante las isothermas de Langmuir.

Las tecnologías que estimulan los yacimientos de *Shale gas* y que los hacen económicamente rentables son la perforación de pozos horizontales y la fracturación hidráulica multietapa. La fracturación hidráulica crea caminos para la migración del gas

desde el yacimiento a la cara del pozo y simultáneamente provoca la desorción del gas natural desde la superficie de la roca. Una investigación más profunda de gas desorbido y productividades a más largos tiempos nos llevarán a aclarar el panorama y aumentar el número de pozos de *Shale gas* en producción. Das, (2012).

1.8 Isoterma de Langmuir

El metano adsorbido en la superficie del Kerógeno se encuentra en equilibrio con el metano libre presente en el *Shale*. La isoterma de Langmuir fue desarrollada para describir este equilibrio, a una temperatura constante específica. Esta relación se describe mediante dos parámetros: el volumen de Langmuir, que describe el volumen de gas a una presión infinita; la presión de Langmuir, que es la presión a la que el contenido de gas es igual a la mitad del volumen de Langmuir.

Los parámetros de Langmuir se miden de núcleos, utilizando una muestra de lutita triturada que se calienta para purgar los gases adsorbidos. La muestra se coloca posteriormente en un recipiente sellado y se somete a una presión cada vez más alta en una atmósfera de metano, a temperatura constante. La cantidad de gas sorbido a una temperatura constante y a presiones cada vez más altas se mide y se utiliza para crear la isoterma, mediante el ajuste de los resultados a la fórmula de Langmuir, ver ecuación (1).

$$G_s = \frac{V_L P}{(P + P_L)} \quad (1)$$

En donde:

G_s = Capacidad de almacenamiento de gas

P = Presión del yacimiento

V_L = Volumen de Langmuir

P_L = Presión de Langmuir

En las lutitas que siguen una curva similar, la adsorción constituye un mecanismo muy eficaz para el almacenamiento de gas a baja presión (menos de 100 psi); por el contrario, no resulta eficaz a altas presiones, ya que el gas sorbido se aproxima a su asíntota cuando la presión es superior a 2,000 psi [13.8 MPa]. Boyer et al, (2007)

En la Fig. 7. se muestra un ejemplo de una isoterma de Langmuir (azul) la cual indica la cantidad de gas adsorbido que contendrá una muestra saturada a una presión dada. La reducción de la presión hará que el metano se desorba de acuerdo con el comportamiento de la línea azul. La desorción del gas se incrementa de una manera no lineal conforme declina la presión. De este modo, en este ejemplo, una muestra a una presión de 3,500 psi [24.2 MPa] tendrá aproximadamente 74 pc/ton de metano adsorbido. Cuando la presión se reduce por primera vez a partir de este punto, la cantidad de gas desorbido es relativamente pequeña. Una vez que la presión se reduzca a 500 psi [3.4 MPa], se habrá desorbido la

mitad del gas total que podría adsorber éste *Shale*. El volumen remanente se desorberá con las 500 psi finales.

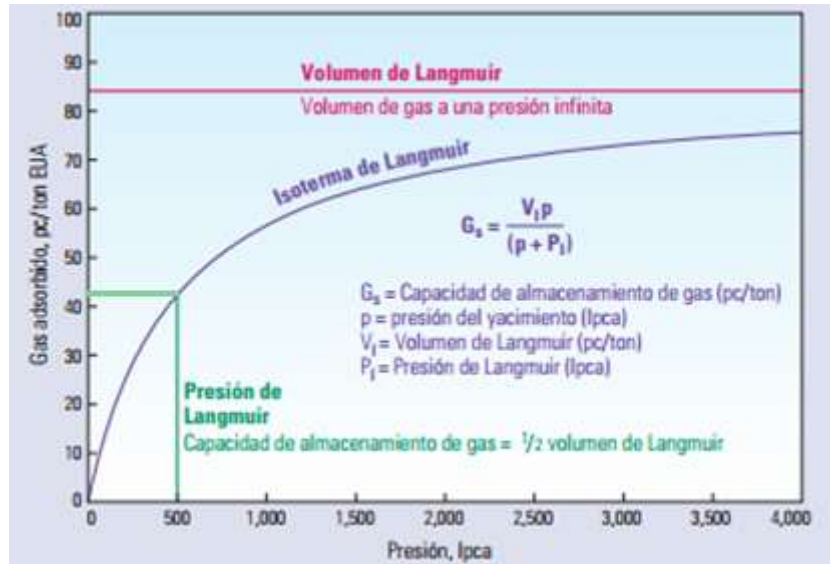


Fig. 7. Isoterma de Langmuir tomada de Boyer et al (2007).

2. ANÁLISIS DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL DE GAS EN YACIMIENTOS DE LUTITAS INVOLUCRANDO MULTI-MECANISMOS.

2.1. Consideraciones del modelo matemático.

Con el fin de desarrollar el modelo matemático, los yacimientos de *Shale gas* con fracturamiento multietapa fueron divididos en zona estimulada SRV y zona no estimulada USRV, en donde, la SRV y la USRV son simplificados como un modelo cubico de triple porosidad y un modelo de doble porosidad respectivamente. Un pozo horizontal localizado en el centro de una formación rectangular cerrada produciendo a una presión constante en cabeza de pozo. A continuación, se presentan otras consideraciones tenidas en cuenta:

- La presión inicial distribuida en el yacimiento es uniforme, lo que equivale a la presión inicial (P_i), la zona SRV contiene micro fracturas, macro fracturas y matriz, la zona USRV contiene micro fracturas y matriz, las fracturas en las diferentes zonas tienen propiedades distintas.
- Las macro fracturas son perpendiculares al pozo horizontal y distribuidas uniformemente a lo largo del pozo, las micro fracturas son perpendiculares a las macro fracturas, la longitud del yacimiento y la longitud del pozo horizontal son equivalentes, La longitud de las micro fracturas y el ancho del yacimiento son respectivamente y_f y y_e .
- Las macro-fracturas tienen conductividad finita y se supone ser penetradas completamente, teniendo en cuenta la sensibilidad al estrés en las macro-fracturas.
- El flujo es secuencial de un medio a otro. En la zona SRV, sólo se considera el flujo de las macro fracturas al pozo; El gas se depleta simultáneamente desde la matriz hacia las micro fracturas y macro fracturas con un flujo interporoso de estado pseudo-estable; El flujo entre las micro fracturas y macro fracturas es un flujo de estado inestable. En la zona USRV, el flujo desde la matriz hacia las fracturas es un flujo interporoso de estado pseudo-estable; La conexión entre la zona SRV y la zona USRV es a través de las macro fracturas en la zona SRV y micro fracturas en la zona USRV.
- El gas es ligeramente compresible y el coeficiente de compresibilidad es constante.
- La desorción y difusión del gas cumplen con la ecuación de la isoterma de Langmuir y la primera ley de difusión respectivamente.
- El impacto de la gravedad y la presión capilar son ignorados.

Se considera el depletamiento simultáneo de la matriz a las micro fracturas y macro fracturas. Para analizar el proceso de flujo de una manera conveniente, la matriz en la zona SRV se divide artificialmente en dos segmentos distintos (matiz 1 y matriz 2) que tienen diferente permeabilidad y radio de porosidad respectivamente. En la Fig. 8. (a) se muestra el pozo horizontal fracturado y las zonas estimuladas y no estimuladas del yacimiento, así

como las macrofracturas, microfracturas y la matriz. En la Fig. 8. (b) se muestra el proceso de depletamiento de la matriz hacia las microfracturas y macrofracturas en la zona SRV.

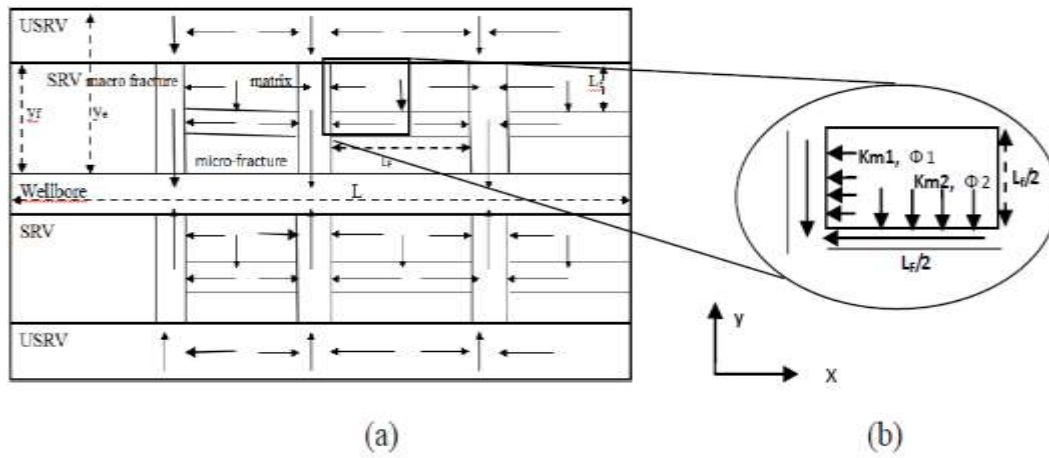


Fig. 8. (a) Ilustración de un pozo horizontal multifracturado (b) Dos segmentos de matriz en la zona SRV.

Antes de entrar en cálculos es importante conocer el significado físico de los parámetros de yacimiento en los que se centra este estudio, el coeficiente de interporosidad λ y el coeficiente de almacenamiento ω .

El coeficiente de interporosidad λ , describe el grado de comunicación entre dos sistemas porosos ya sean matriz-matriz, matriz-fractura o fractura-fractura.

El coeficiente de almacenamiento ω , es la fracción de la capacidad de almacenamiento de un sistema poroso, respecto al almacenamiento total del yacimiento.

2.2. Determinación de parámetros críticos.

Para realizar el análisis del recíproco del caudal de gas y su derivada en yacimientos no convencionales de *Shale*, se programaron las ecuaciones del modelo matemático propuesto por Tian *et al*, (2014), involucrando los mecanismos ya descritos anteriormente. Como teníamos las ecuaciones gobernantes del modelo matemático en el espacio laplaciano, se utilizó la metodología planteada por el método de Stehfest, para realizar la inversión numérica de la transformada de Laplace, dicho método se encuentra descrito en el Apéndice D. Con la intención de validar nuestro programa, tomamos los datos incluidos en el modelo propuesto y con estos datos graficamos $1/q_D$ y su derivada. Los datos utilizados se encuentran en la Tabla. 5.

Haciendo uso del software *Digitalizer*, digitalizamos la gráfica de caudal adimensional vs tiempo que en el modelo propuesto por Tian *et al*, (2014), obtienen como resultado. Se programaron las ecuaciones del modelo matemático y se graficó el caudal adimensional vs tiempo para posteriormente comparar las gráficas resultado de la digitalización y del programa y verificar su validez. En la Fig. 9. se observa la comparación del modelo y el programa, notando una gran similitud entre ellas, lo que nos permite validar el programa ejecutado en Matlab.

Tabla 5. Valores de los parámetros de entrada del modelo, Tian et al (2014).

Parámetros	Valor
Presión inicial, P_i (Mpa)	48
Presión de fondo de pozo, P_{wf} (Mpa)	25
Temperatura del yacimiento, T (K)	333
Longitud horizontal, L (m)	2000
Ancho del yacimiento, h (m)	100
Longitud de las macro fracturas, Y_F (m)	1000
Distancia de la frontera externa, y_e (m)	200
Compresibilidad total de la macro fractura en la SRV, C_{tF} (Mpa ⁻¹)	10 ⁻³
Compresibilidad total de la micro fractura en la SRV, C_{tfl} (Mpa ⁻¹)	5x10 ⁻⁴
Compresibilidad total de la matriz, C_{tm} (Mpa ⁻¹)	5x10 ⁻⁴
Compresibilidad total de la fractura en la USRV, C_{tF} (Mpa ⁻¹)	5x10 ⁻⁴
Porosidad de macro fractura en SRV, ϕ_F	0.001
Porosidad de macro fractura en SRV, ϕ_{f1}	0.005
Porosidad de la matriz en SRV, ϕ_{m1}	0.05
Porosidad de fracturas en USRV, ϕ_{f2}	0.005
Porosidad de la matriz en SRV, ϕ_{m2}	0.05
Porosidad de la matriz en USRV, ϕ_{m3}	0.05
Permeabilidad de macro fracturas en SRV, K_F (D)	10 ⁻³
Permeabilidad de micro fracturas en SRV, K_{f1} (D)	10 ⁻⁴
Permeabilidad de matriz1 en SRV, K_{m1} (D)	10 ⁻⁵
Permeabilidad de matriz2 en SRV, K_{m2} (D)	10 ⁻⁶
Permeabilidad de fractura en USRV, K_{f2} (D)	10 ⁻⁵
Permeabilidad de matriz en USRV, K_{m3} (D)	10 ⁻⁶

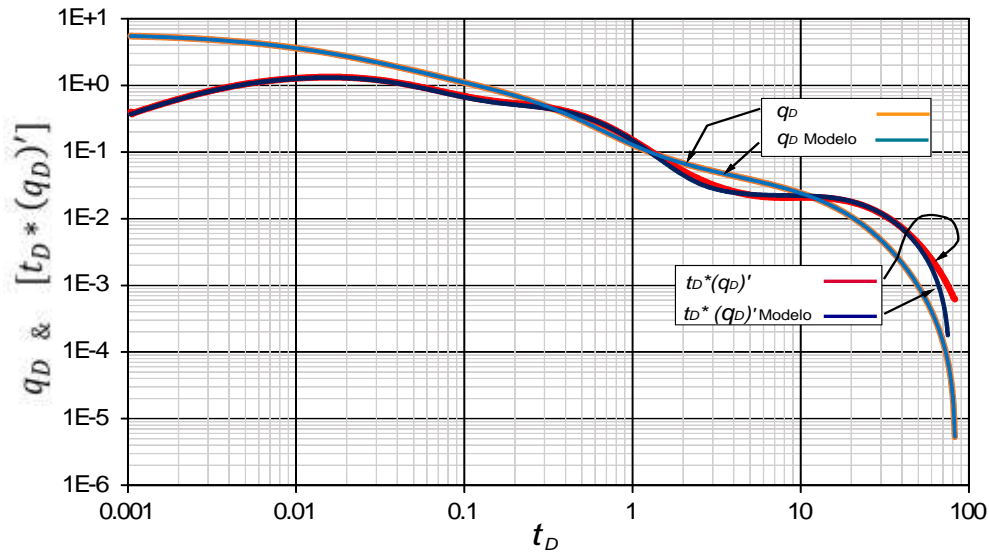


Fig. 9. Comparativa del modelo propuesto por Tian et al, (2014) y del programa desarrollado en esta tesis.

Con el programa desarrollado y validado, procedemos a hacer variaciones de los distintos coeficientes de almacenamiento y los coeficientes de interporosidad usados en el modelo para graficar $1/q_D$ y sus derivadas, esto con el propósito de identificar los parámetros que representen mayores variaciones en la curva de la derivada del recíproco de caudal de gas ante variaciones de los mismos. los parámetros y los valores están consignados en la Tabla 6.

Tabla 6. Valores de los coeficientes de interporosidad (λ) y de los coeficientes de almacenamiento (ω).

Parámetros adimensionales	Valores
Coficiente de almacenamiento por adsorción, ω_d	0.001, 0.01, 0.1, 1.0
Coficiente de almacenamiento de la matriz en USRV, ω_m	
Coficiente de almacenamiento de la matriz en SRV, ω_{m1}	
Coficiente de almacenamiento de la matriz en SRV, ω_{m2}	
Coficiente de almacenamiento de las macrofracturas en SRV, ω_F	
Coficiente de almacenamiento de las microfracturas en SRV, ω_{f1}	
Coficiente de almacenamiento de las microfracturas en USRV, ω_{f2}	
Coficiente interporoso entre la matriz y las macrofracturas en SRV, λ_{Fm1}	1, 10, 100, 1000
Coficiente interporoso entre la matriz y las microfracturas en SRV, λ_{f1m2}	
Coficiente interporoso entre la matriz y las microfracturas en USRV, λ_{f2m}	

Las ecuaciones iniciales del modelo que definen el recíproco del caudal adimensional, la derivada del recíproco del caudal adimensional y el tiempo adimensional en función del recíproco del caudal, la derivada del recíproco del caudal y el tiempo respectivamente se muestran a continuación:

$$\left[t_D * (1/q_D)' \right] = \frac{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}}}{8.589 \times 10^{-6} \times T} * \left[t * (1/q)' \right] \quad (2)$$

$$1/q_D = \frac{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}}}{8.589 \times 10^{-6} \times T} \times [1/q] \quad (3)$$

$$t_D = \frac{3.6 k_{Fi} t}{\mu \Lambda_1 A_{cw}} \quad (4)$$

En las Fig. 10. y Fig. 11. se muestran las gráficas de las derivadas del coeficiente de almacenamiento por adsorción (ω_d), y del coeficiente de almacenamiento de las

microfracturas en la zona USRV (ω_{f2}) respectivamente; éstos dos coeficientes de almacenamiento se consideraron como críticos pues generan mayores cambios en las curvas obtenidas de las derivadas respectivas, con respecto a las variaciones de los demás coeficientes de almacenamiento. Las gráficas correspondientes de $1/q_D$ y las derivadas para los demás coeficientes de almacenamiento se encuentran en el Apéndice A.

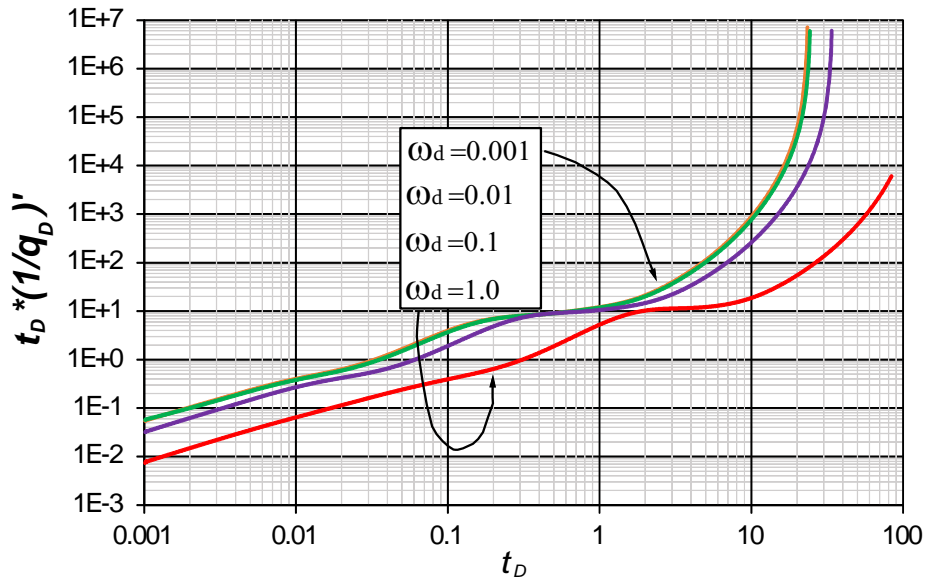


Fig. 10. Efectos de la variación del coeficiente de almacenamiento por adsorción, ω_d ; en la derivada del recíproco del caudal.

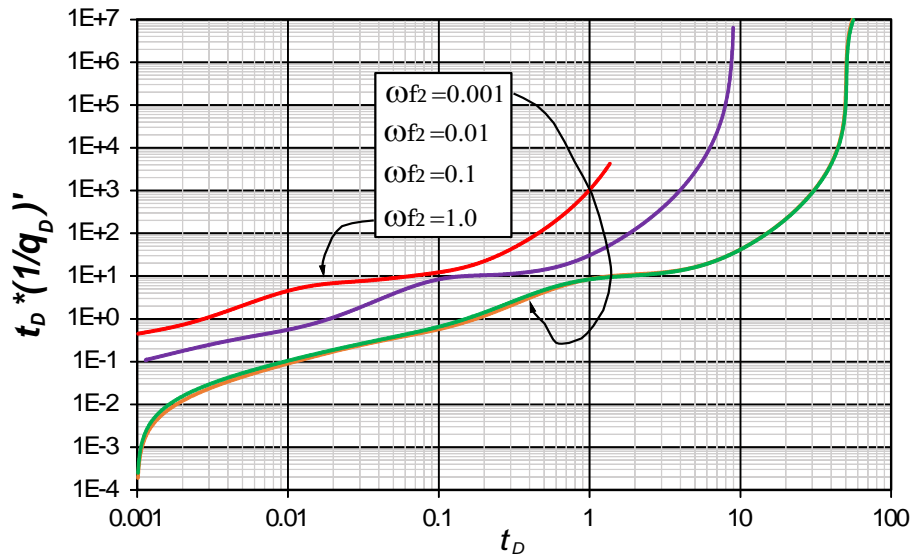


Fig. 11. Efectos de la variación del coeficiente de almacenamiento entre la matriz y las microfracturas de la zona USRV, ω_{f2} , en la derivada del recíproco del caudal.

En la Fig. 12. se encuentra la gráfica de la derivada del recíproco del caudal adimensional vs tiempo adimensional, ante variaciones del coeficiente de interporosidad entre las macrofracturas y las microfracturas en la SRV (λ_{FF1}), siendo éste el parámetro que mayor

variación genera en la curva del recíproco del caudal, con respecto a los otros coeficientes de interporosidad, por lo tanto, también es considerado un parámetro crítico. Las gráficas de $1/q_D$ y de las derivadas de los demás coeficientes de interporosidad, se encuentran en el apéndice A.

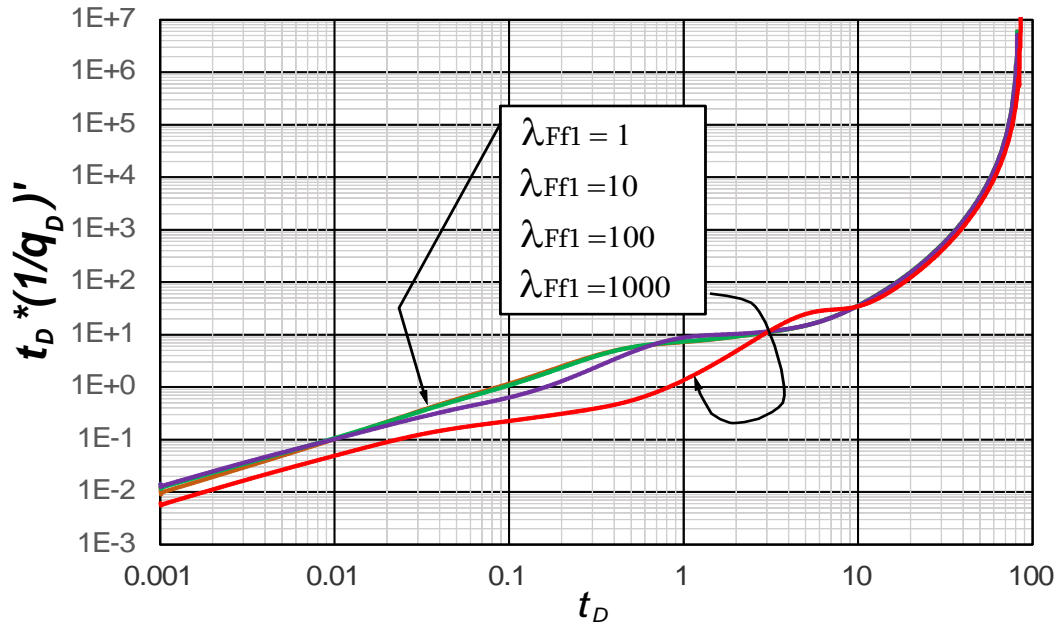


Fig. 12. Derivada del recíproco del caudal adimensional vs tiempo adimensional, ante variaciones del coeficiente de interporosidad entre macrofracturas y microfracturas en la zona SRV (λ_{FF1}).

2.3. Análisis: curvas de las derivadas del recíproco del caudal.

Basados en los 3 parámetros considerados como críticos (ω_{f2} , ω_d y λ_{FF1}), los cuales generan los mayores cambios en $1/q_D$ y por ende en sus respectivas derivadas y buscando obtener en mayor medida los cambios que se generan en la curva del recíproco del caudal a raíz de las variaciones de dichos parámetros, realizamos nuevas evaluaciones de los resultados ahora con algunos valores más para cada parámetro crítico. Con estas evaluaciones buscamos observar de una manera más detallada los cambios que presentan las curvas. A continuación, se describe en detalle el procedimiento realizado para determinar una ecuación que nos permita evaluar cada uno de los parámetros críticos, a partir de la metodología que se describirá.

2.3.1. Coeficiente de almacenamiento de las fracturas de la zona USRV (ω_{f2})

El coeficiente de almacenamiento de las microfracturas en la zona no estimulada (USRV) es uno de los parámetros que más nos modifica el $1/q_D$ y su derivada, en la Fig. 13. Tenemos las derivadas con las variaciones para $\omega_{f2} = 0.001, 0.01, 0.03, 0.1$ y 0.5 .

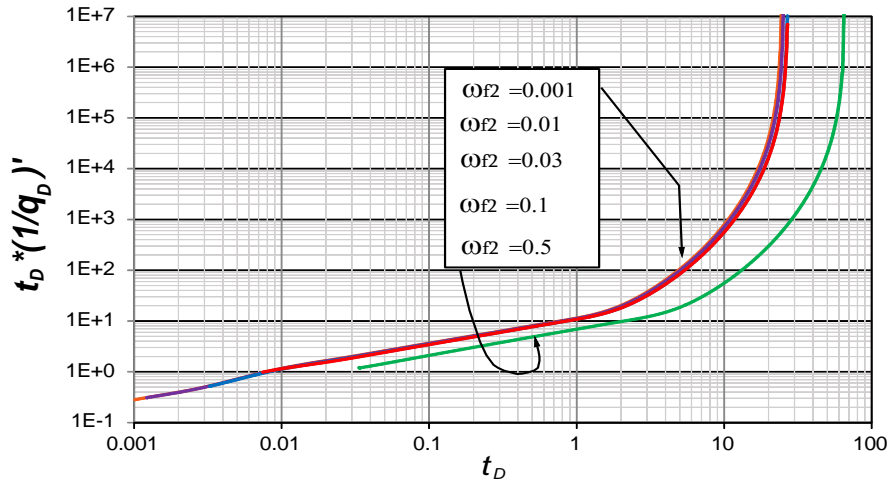


Fig. 13. Derivada del recíproco del caudal de gas ante variaciones del coeficiente de almacenamiento de las microfracturas en la zona USRV, ω_{f2} .

A la anterior gráfica se le modifican los ejes de tal forma que las curvas se superpongan en la región a la cual le observamos la tendencia que presentan las curvas. La modificación de los ejes se hace respecto al valor de ω_{f2} que cada curva presente. En la Fig. 14. se muestra el resultado de la modificación de ambos ejes y como las curvas se agrupan para tener una tendencia en la zona requerida. Se traza una línea recta sobre las curvas en la zona donde se superponen, tomando 100 datos sobre dicha línea recta y realizando una regresión logarítmica determinamos el valor de la pendiente y el intercepto obteniendo 0.5 y 0.965592536 respectivamente. En la Tabla 7. se encuentra una muestra aleatoria representativa de los puntos utilizados para calcular pendiente e intercepto.

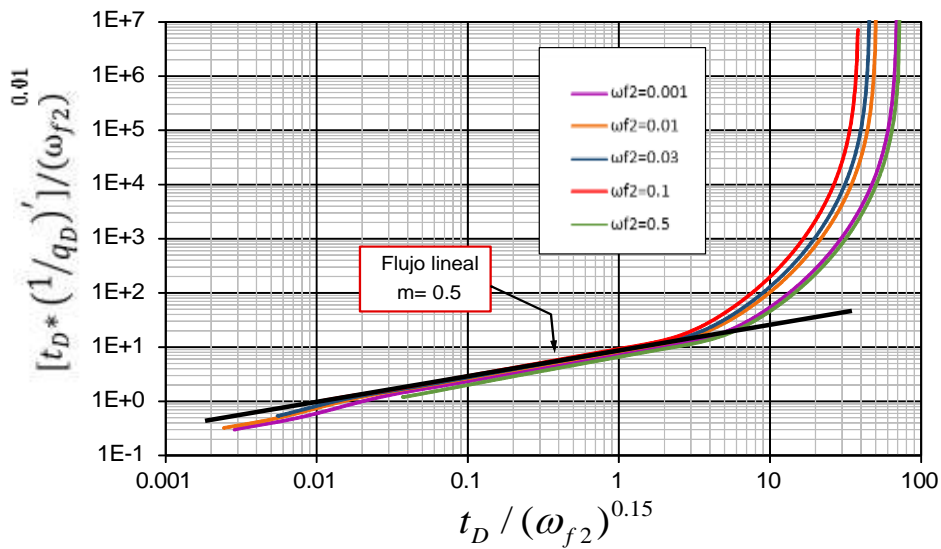


Fig. 14. Curvas resultantes al cambiar los ejes de la derivada del recíproco del caudal con ω_{f2} variable

Tabla 7. Muestra aleatoria de datos utilizados en el cálculo de pendiente e intercepto para ω_{f2} .

t_D	$t_D^*(1/q_D)'$
0.08026071	2.55460185
0.08276472	2.59501505
0.08534684	2.63603594
0.08937186	2.69870782
0.09430825	2.77359312
0.0987559	2.83932064
0.1034133	2.90650003
0.10912526	2.98675506
0.11427168	3.05718893
0.11966082	3.12917741

Como se puede ver en la Fig. 14. se tiene una tendencia lineal para tiempos tempranos, representados por la línea recta de color negro. Como resultado de la regresión logarítmica obtenemos una ecuación de la forma:

$$y = i \times x^m \quad (5)$$

De donde i es el valor del intercepto y m el valor de la pendiente, además de la Fig.14. tenemos los siguientes ejes:

Eje y

$$\left[t_D^*(1/q_D)' \right] \times \frac{1}{\omega_{f_2}^{0.01}} \quad (6)$$

Eje x

$$\frac{t_{DL}}{\omega_{f_2}^{0.15}} \quad (7)$$

Reemplazando (6), (7) y los valores de i y m en (5), se utiliza el sufijo L para indicar que hace referencia a un punto sobre la línea de pendiente 0.5, obtenemos:

$$\left[t_D^*(1/q_D)' \right]_L \times \frac{1}{\omega_{f_2}^{0.01}} = 0.965592536 \times \left(\frac{t_{DL}}{\omega_{f_2}^{0.15}} \right)^{0.5} \quad (8)$$

De (8) despejamos ω_{f2}

$$\omega_{f_2}^{0.065} = 0.966265628 \times \frac{t_{DL}^{0.5}}{\left[t_D^*(1/q_D)' \right]_L} \quad (9)$$

Teniendo la derivada del recíproco del caudal adimensional para pozos de gas:

$$\left[t_D^* (1/q_D)' \right] = \frac{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}}}{8.589 \times 10^{-6} \times T} * \left[t^* (1/q)' \right] \quad (10)$$

Tiempo adimensional en unidades de campo:

$$t_D = \frac{3.6k \times t}{\mu_g A_{cw} \Lambda_1} \quad (11)$$

Reemplazando (10) y (11) en (9)

$$\begin{aligned} \omega_{f_2}^{0.065} &= 0.966265628 \times \frac{\left[\frac{3.6k \times t}{\mu_g A_{cw} \Lambda_1} \right]^{0.5}}{\frac{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}}}{8.589 \times 10^{-6} \times T} * \left[t^* (1/q)' \right]} \\ \omega_{f_2}^{0.065} &= 0.966265628 \times \frac{8.589 \times 10^{-6} \times T \times (3.6k \times t)^{0.5}}{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}} \times (\mu_g A_{cw} \Lambda_1)^{0.5} \left[t^* (1/q)' \right]} \\ \omega_{f_2}^{0.065} &= 15.6357 \times 10^{-6} \times \frac{T \times k^{0.5} \times t^{0.5}}{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}} \times (\mu_g A_{cw} \Lambda_1)^{0.5} \left[t^* (1/q)' \right]} \\ \omega_{f_2}^{0.065} &= 15.6357 \times 10^{-6} \times \frac{T}{\sqrt{A_{cw}} \times \Delta m(P) \times \left[t^* (1/q)' \right]_L} \times \left[\frac{t_L}{k \mu_g A_{cw} \Lambda_1} \right]^{0.5} \end{aligned} \quad (12)$$

Por último, definimos:

$$Os_{k\Lambda r} = \frac{t_L}{k_f \mu_g A_{cw} \Lambda_1} \quad (13)$$

$$H_{\Delta pr} = \frac{T}{\sqrt{A_{cw}} \times \Delta m(P) \times \left[t^* (1/q)' \right]_L} \quad (14)$$

Reemplazamos (13) y (14) en (12) para tener una ecuación simplificada.

$$\omega_{f_2}^{0.065} = 15.6357 \times 10^{-6} \times H_{\Delta pr} \times Os_{k\Lambda r}^{0.5} \quad (15)$$

Sabiendo que ω_{f2} es:

$$\omega_{f2} = \frac{(\phi c_t)_{f2}}{\Lambda_2} \quad (16)$$

Donde:

$$\Lambda_2 = (\phi c_t)_{f2} + (\phi c_t)_{m3} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P} (P_L + \bar{P})^2}$$

Entonces:

$$\omega_{f2} = \frac{(\phi c_t)_{f2}}{(\phi c_t)_{f2} + (\phi c_t)_{m3} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P} (P_L + \bar{P})^2}}$$

Despejando $(\phi c_t)_{f2}$:

$$\begin{aligned} \omega_{f2} \times ((\phi c_t)_{f2} + (\phi c_t)_{m3} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P} (P_L + \bar{P})^2}) &= (\phi c_t)_{f2} \\ \omega_{f2} \times ((\phi c_t)_{m3} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P} (P_L + \bar{P})^2}) &= (\phi c_t)_{f2} - \omega_{f2} \times (\phi c_t)_{f2} \\ (\phi c_t)_{f2} \times (1 - \omega_{f2}) &= \omega_{f2} \times ((\phi c_t)_{m3} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P} (P_L + \bar{P})^2}) \\ (\phi c_t)_{f2} &= \frac{\omega_{f2} \times ((\phi c_t)_{m3} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P} (P_L + \bar{P})^2})}{(1 - \omega_{f2})} \end{aligned} \quad (17)$$

Con la ecuación (17), y con el valor hallado de ω_{f2} se obtiene el valor de la porosidad de la microfractura en la USRV.

2.3.2. Coeficiente de almacenamiento por adsorción ω_d

El coeficiente de almacenamiento por adsorción hace referencia la fracción del gas adsorbido en la matriz respecto al almacenamiento total del yacimiento. Al igual que para el ω_{f2} variamos el ω_d con valores de 0.001, 0.01, 0.03, 0.1 y 0.5 para observar el

comportamiento en la derivada al tener estas variaciones del parámetro, en la Fig. 15. se evidencian las diferentes curvas obtenidas.

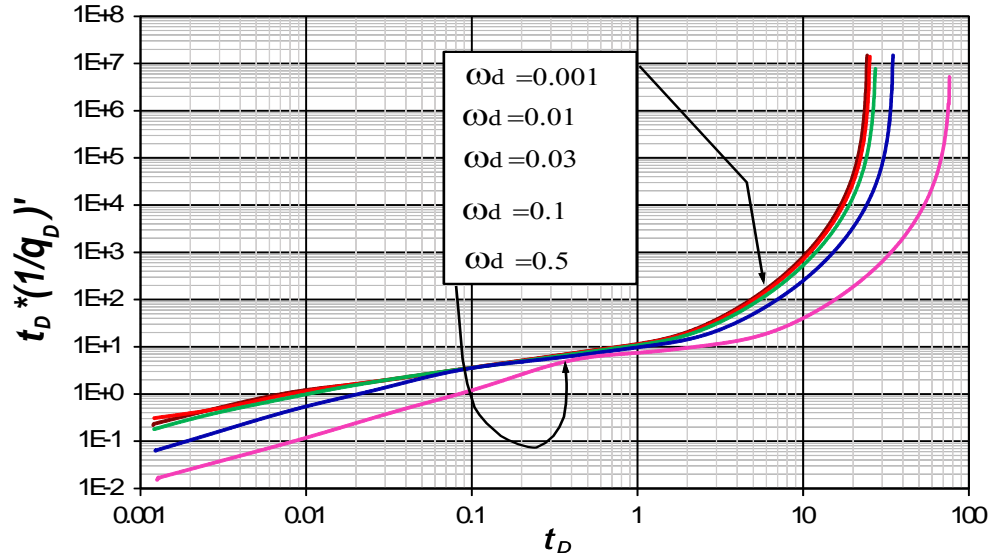


Fig. 15. Derivada del recíproco del caudal adimensional vs tiempo adimensional para variaciones del coeficiente de almacenamiento por adsorción ω_a .

Se modificaron los ejes para encontrar una tendencia en todas las curvas, la cual se evidencia en la Fig. 16. en donde se traza una línea que representa la tendencia. De igual modo que en el caso anterior de ω_2 se realizó una regresión logarítmica para obtener la pendiente de 0.5 y el intercepto con un valor de 0.905965817, la muestra aleatoria de los datos tomados se encuentra en la Tabla 8.

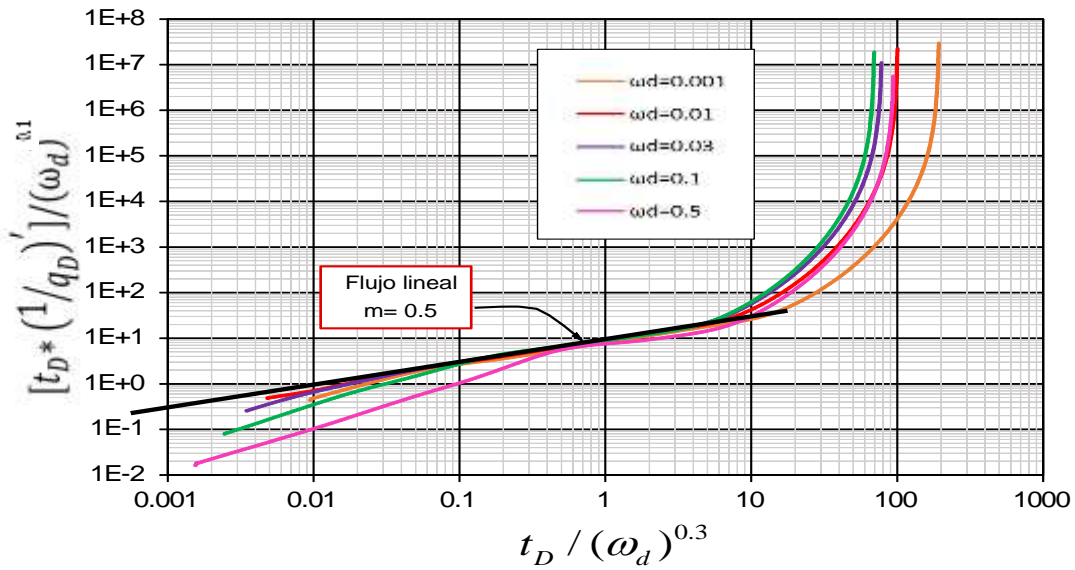


Fig. 16. Curvas resultantes al cambiar ejes de las derivadas con ω_a variable

x

Tabla 8. Muestra aleatoria de datos utilizados en el cálculo de pendiente e intercepto para ω_d .

t_D	$t_D*(1/q_D)'$
0.70463678	6.7485537
0.73222255	6.88139117
0.76675469	7.04400293
0.81534402	7.26637865
0.86037899	7.46633021
0.92195518	7.73102446
0.98793829	8.00461773
1.08331936	8.38385226
1.15196945	8.64623161

Para este caso el resultado de modificar los ejes se presenta a continuación, extraídos de la Fig. 16.

Eje y:

$$\left[t_D * (1/q_D)' \right] \times \frac{1}{\omega_d^{0.1}} \quad (18)$$

Eje x

$$\frac{t_{DL}}{\omega_d^{0.3}} \quad (19)$$

Se reemplaza (18), (19) y los valores de pendiente e intersección en (5) dando como resultado la siguiente ecuación:

$$\left[t_D * (1/q_D)' \right]_L \times \frac{1}{\omega_d^{0.1}} = 0.905965817 \times \left(\frac{t_{DL}}{\omega_d^{0.3}} \right)^{0.5} \quad (20)$$

Despejando ω_d

$$\omega_d^{0.05} = 0.905965817 \times \frac{t_{DL}^{0.5}}{\left[t_D * (1/q_D)' \right]_L} \quad (21)$$

Reemplazando (10) y (11) en (21) para dejar la ecuación en términos de caudal y tiempo.

$$\omega_d^{0.05} = 0.905965817 \times \frac{\left[\frac{3.6k \times t}{\mu_g A_{cw} \Lambda_1} \right]^{0.5}}{\frac{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}}}{8.589 \times 10^{-6} \times T} * \left[t * (1/q)' \right]}$$

$$\omega_d^{0.05} = 0.905965817 \times \frac{8.589 \times 10^{-6} \times T \times (3.6k \times t)^{0.5}}{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}} \times (\mu_g A_{cw} \Lambda_1)^{0.5} \left[t * (1/q)' \right]}$$

$$\omega_d^{0.05} = 14.76405 \times 10^{-6} \times \frac{T \times k^{0.5} \times t^{0.5}}{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}} \times (\mu_g A_{cw} \Lambda_1)^{0.5} [t^*(1/q)']}$$

$$\omega_d^{0.05} = 14.76405 \times 10^{-6} \times \frac{T}{\sqrt{A_{cw}} \times \Delta m(P) \times [t^*(1/q)']_L} \times \left[\frac{t_L}{k A_{cw} \mu_g \Lambda_1} \right]^{0.5} \quad (22)$$

Reemplazamos (13) y (14) en (22), para obtener una ecuación simplificada de ω_d

$$\omega_d^{0.05} = 14.76405 \times 10^{-6} \times H_{\Delta pr} \times Os_{k\Lambda r}^{0.5} \quad (23)$$

Sabiendo que ω_d es:

$$\omega_d = \frac{\frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P}(P_L + \bar{P})^2}}{\Lambda_1} \quad (24)$$

Donde:

$$\Lambda_1 = (\phi c_t)_F + (\phi c_t)_{f1} + (\phi c_t)_{m1} + (\phi c_t)_{m2} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P}(P_L + \bar{P})^2}$$

Entonces:

$$\omega_d = \frac{\frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P}(P_L + \bar{P})^2}}{(\phi c_t)_F + (\phi c_t)_{f1} + (\phi c_t)_{m1} + (\phi c_t)_{m2} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P}(P_L + \bar{P})^2}}$$

Dependiendo de los datos que se tengan, así mismo se puede despejar cualquiera de los siguientes, se realiza el despeje de $(\phi c_t)_F$, como ejemplo:

$$\omega_d \times ((\phi c_t)_F + (\phi c_t)_{f1} + (\phi c_t)_{m1} + (\phi c_t)_{m2} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P}(P_L + \bar{P})^2}) = \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P}(P_L + \bar{P})^2}$$

$$\omega_d \times (\phi c_t)_F = \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P}(P_L + \bar{P})^2} - \omega_d \left((\phi c_t)_{f1+m1+m2} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P}(P_L + \bar{P})^2} \right)$$

$$(\phi c_t)_F = \frac{ZP_{sc}TV_L PL}{\omega_d \times T_{sc} \overline{P}(P_L + \overline{P})^2} - \left((\phi c_t)_{f1+m1+m2} + \frac{ZP_{sc}TV_L PL}{T_{sc} \overline{P}(P_L + \overline{P})^2} \right) \quad (25)$$

Con la ecuación (25), y con el valor hallado de ω_d se obtiene el valor de la porosidad de la macrofractura. Realizando el mismo procedimiento de despeje, podríamos encontrar el valor de la porosidad de la microfractura, porosidad de la matriz 1 o la porosidad de la matriz 2 todas en la zona SRV, dependiendo de los valores conocidos del yacimiento.

2.3.3. Coeficiente interporoso entre las macrofracturas y microfracturas (λ_{FF1}) en SRV

Ahora tenemos la Fig. 17. en donde se muestra el cambio que surge en la derivada del caudal de gas vs tiempo adimensional al variar el coeficiente interporoso entre las macrofracturas y microfracturas (λ_{FF1}) en SRV, en donde los valores asignados son 10, 40, 100, 300 y 1000. A partir de esta gráfica se modifican los ejes para obtener una sola tendencia donde se agrupen o unifiquen todas curvas y poder plantear una ecuación que la describa.

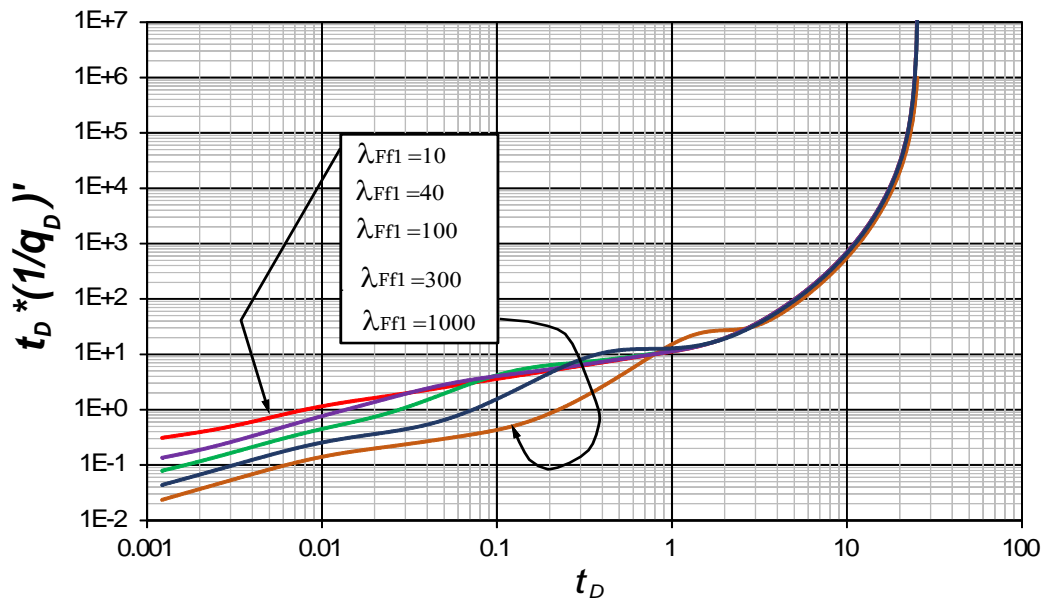


Fig. 17. Derivada del recíproco del caudal vs tiempo adimensional ante variaciones en el coeficiente interporoso entre las macrofracturas y microfracturas en la zona SRV λ_{FF1} .

Para obtener la unificación de las curvas sólo fue necesario modificar el eje y como se puede ver en la En la Fig. 18. la tendencia que encontramos en las curvas se denota por la línea recta visible en tiempos tempranos, de color negro, la cual tiene una pendiente de 0.8 y el intercepto con valor 0.77060131, éstos valores fueron calculados mediante regresión logarítmica como en los dos casos anteriores. En la tabla 9. se presenta la muestra aleatoria de datos tomados para aplicar la regresión logarítmica.

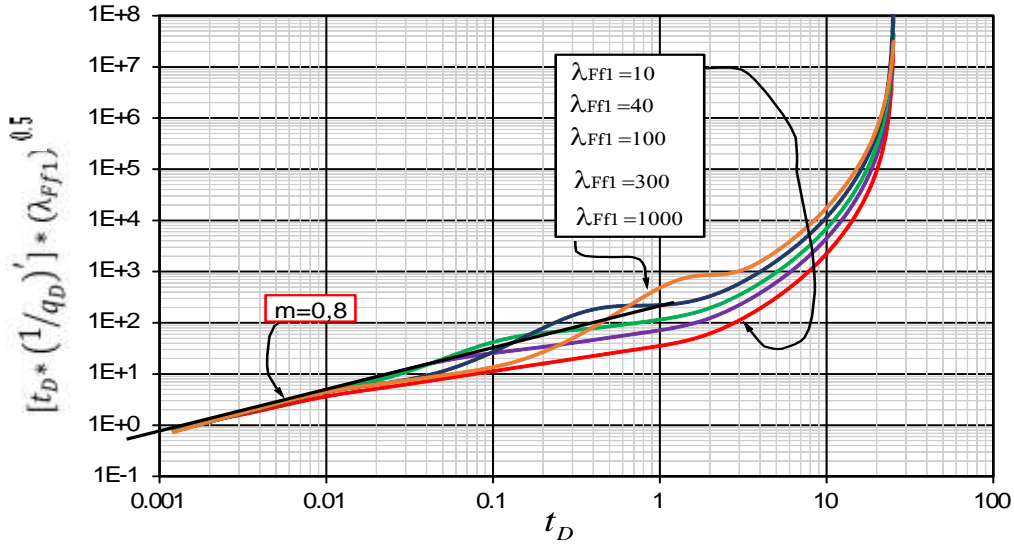


Fig. 18. Curvas de la derivada con variación de lambda y eje y modificado

Tabla 9. Muestra aleatoria de datos utilizados en el cálculo de pendiente e intercepto para ω_{FF1}

t_D	$t_D * (1/q_D)'$
0.0054178	0.08852236
0.0056299	0.09142908
0.0058503	0.09439415
0.00607933	0.09742147
0.00636604	0.10112765
0.00666627	0.10490608
0.00692724	0.10810539
0.00708871	0.11004545
0.00725394	0.11199816
0.00736622	0.11330796

Como ya se mencionó no fue necesario hacer modificaciones al eje x por lo tanto sólo quedó en término del tiempo adimensional y las modificaciones se realizaron al eje y, éste quedó como sigue:

$$\lambda_{FF1}^{0.5} \times [t_D * (1/q_D)'] \quad (26)$$

Con el fin de obtener una ecuación en términos del tiempo adimensional y la derivada del recíproco del caudal adimensional procedemos reemplazando (26) y los valores de intersección y pendiente hallados, en la ecuación (5):

$$[t_D * (1/q_D)'] \times \lambda_{FF1}^{0.5} = 0.7706013 \times t_D^{0.8} \quad (27)$$

Se despeja λ_{FF1} de (27)

$$\lambda_{Ff1}^{0.5} = 0.7706013 \times \frac{t_D^{0.8}}{\left[t_D^* (1/q_D)' \right]} \quad (28)$$

Se reemplaza (10) y (11) en (28) para dejar la ecuación en términos de caudal y tiempo.

$$\lambda_{Ff1}^{0.5} = 0.7706013 \times \frac{\left[\frac{3.6k \times t}{\mu_g A_{cw} \Lambda_1} \right]^{0.8}}{\frac{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}}}{8.589 \times 10^{-6} \times T} * \left[t^* (1/q)' \right]}$$

$$\lambda_{Ff1}^{0.5} = 0.7706013 \times \frac{8.589 \times 10^{-6} \times T \times (3.6k \times t)^{0.8}}{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}} \times (\mu_g A_{cw} \Lambda_1)^{0.8} \left[t^* (1/q)' \right]}$$

$$\lambda_{Ff1}^{0.5} = 18.4422 \times 10^{-6} \times \frac{T \times k^{0.8} \times t^{0.8}}{k \Delta m(P) \sqrt{A_{cw}} \times (\mu_g A_{cw} \Lambda_1)^{0.8} \left[t^* (1/q)' \right]}$$

$$\lambda_{Ff1}^{0.5} = 18.4422 \times 10^{-6} \times \frac{T}{k^{0.2} \sqrt{A_{cw}} \times \Delta m(P) \times \left[t^* (1/q)' \right]} \times \left[\frac{t}{A_{cw} \mu_g \Lambda_1} \right]^{0.8} \quad (29)$$

Reemplazamos (13) en (29) para obtener la ecuación de una forma simplificada

$$\lambda_{Ff1}^{0.5} = 18.4422 \times 10^{-6} \times H_{\Delta pr} \times \frac{1}{k^{0.2}} \left[\frac{t}{A_{cw} \mu_g \Lambda_1} \right]^{0.8} \quad (30)$$

Sabiendo que λ_{FF1} es:

$$\lambda_{Ff1} = \frac{12}{L_F^2} \frac{k_{f1}}{k_F} A_{cw} \quad (31)$$

Despejamos la permeabilidad de la microfracturas en la zona SRV:

$$k_{f1} = \frac{\lambda_{Ff1} \times L_F^2 \times k_F}{12 \times A_{cw}} \quad (32)$$

3. APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES OBTENIDAS DEL MODELO.

Para realizar la aplicación de las ecuaciones obtenidas usamos un ejemplo sintético, en el cual definimos un yacimiento de *Shale* gas rectangular cerrado, con un espesor de 50 m (h) y una longitud de yacimiento de 1000 m (L), en la Tabla 10. se encuentran los datos conocidos del yacimiento y propiedades del fluido (gas).

Tabla 10. Parámetros y valores utilizados en las ecuaciones propuestas para hallar los parámetros propuestos.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
T (K)	333	ϕ_F	0.0005
A_{cw} (m ²)	100000	ϕ_{f1}	0.004
C_{tm}, C_{tf}, C_{tf1} (Mpa ⁻¹)	0.0005	ϕ_{f2}	0.005
K (D)	0.0001	ϕ_{m1}	0.04
u_g (cP)	0.18	ϕ_{m2}	0.1
P_{sc} (Mpa)	0.101325	ϕ_{m3}	0.1
P_L (Mpa)	2	z	0.998
P_i (Mpa)	20	T_{sc} (K)	273
k_{f1} (D)	0.0005	V_L (m ³ /Ton)	5

Haciendo uso del modelo programado en Matlab y teniendo los datos conocidos del yacimiento y de las propiedades del gas como datos de entrada para generar los datos sintéticos del recíproco del caudal de gas, curva que posteriormente se derivada numéricamente. Se generamos 1500 puntos de los cuales se seleccionaron 100 para efectos de realizar la curva del recíproco del caudal de gas vs tiempo y la curva de la derivada del recíproco del caudal de gas vs tiempo. En la Fig. 19. tenemos las curvas obtenidas por medio de las cuales se busca obtener los valores de ω_{f2} , ω_d y λ_{FF1} , a través de la metodología propuesta en este estudio.

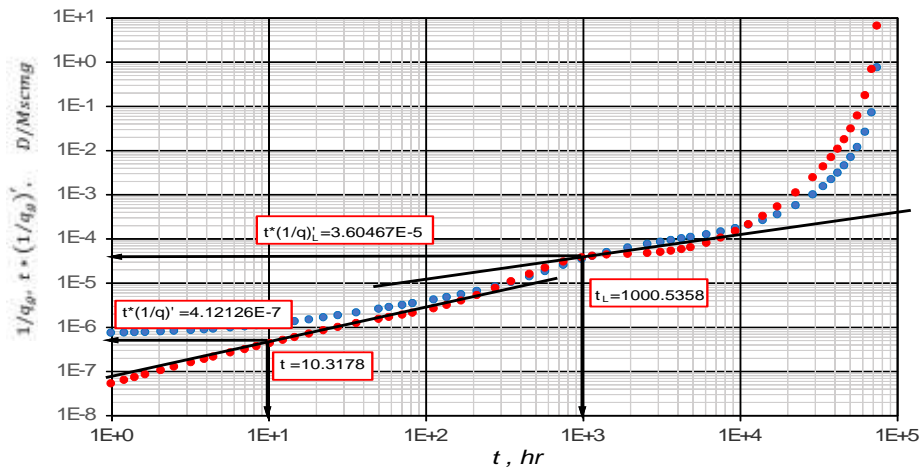


Fig. 19. Curva del recíproco del caudal de gas y su derivada, obtenidas de datos sintéticos. los dos tipos de flujo lineal y multi lineal con los puntos tomados para aplicar a las ecuaciones.

De la Fig.19. se obtienen los siguientes datos.

En la línea recta de pendiente 0.5 se lee entrando por el eje del tiempo, el valor del recíproco del caudal para dicho tiempo, así:

$$t_L = 1000.5358$$

$$t_L^*(1/q)'_L = 3.60407 \times 10^{-5}$$

En la línea recta de pendiente 0.8 para tiempos tempranos, se lee el valor del recíproco del caudal, entrando por un tiempo elegido, así la coordenada es:

$$t_{m=0.8} = 10.317827$$

$$t^*(1/q)'_{m=0.8} = 4.12127 \times 10^{-7}$$

Hallamos ω_{f2} utilizando los datos de la Tabla 10. y las coordenadas por medio de las ecuaciones (13), (14) y (15). En donde reemplazamos y tenemos:

$$Os_{k\Lambda r} = \frac{t_L}{k_f \mu_g A_{cw} \Lambda_1}$$

$$Os_{k\Lambda r} = \frac{1000.5358}{(0.0001)(0.018)(100000)(0.000183175)}$$

$$Os_{k\Lambda r} = 30345474.12$$

$$H_{\Delta pr} = \frac{T}{\sqrt{A_{cw}} \times \Delta m(P) \times [t^*(1/q)']_L}$$

$$H_{\Delta pr} = \frac{333}{(316.22)(3870)(3.60467 \times 10^{-5})}$$

$$H_{\Delta pr} = 7.5488$$

$$\omega_{f_2}^{0.065} = 15.6357 \times 10^{-6} \times H_{\Delta pr} \times Os_{k\Lambda r}^{0.5}$$

$$\omega_{f_2} = 1.3296 \times 10^{-3}$$

Para hallar ω_d utilizamos los datos de la Tabla 10. Y las coordenadas del punto de la pendiente lineal que para el caso son los mismos que usamos para ω_{f2} . Ingresamos los datos en la ecuación (23):

$$Os_{k\Lambda r} = \frac{t_L}{k_f \mu_g A_{cw} \Lambda_1}$$

$$Os_{k\Lambda r} = \frac{1000.5358}{(0.0001)(0.018)(100000)(0.000183175)} = 30345474.12$$

$$H_{\Delta pr} = \frac{T}{\sqrt{A_{cw}} \times \Delta m(P) \times [t^*(1/q)']_L}$$

$$H_{\Delta pr} = \frac{333}{(316.22)(2430)(3.60467 \times 10^{-5})} = 12.02217$$

Luego,

$$\omega_d^{0.05} = 14.76405 \times 10^{-6} \times H_{\Delta pr} \times Os_{k\Lambda r}^{0.5}$$

$$\omega_d = 0.638$$

Para calcular λ_{FF1} utilizamos los datos de la Tabla 10. y las coordenadas del punto donde la pendiente es igual a 0.8 (en tiempos tempranos) y reemplazando en la ecuación (30).

Tenemos:

$$H_{\Delta pr} = \frac{T}{\sqrt{A_{cw}} \times \Delta m(P) \times [t^*(1/q)']_L}$$

$$H_{\Delta pr} = \frac{333}{(316.22)(400)(4.12127 \times 10^{-7})} = 6387.9843$$

Entonces,

$$\lambda_{FF1}^{0.5} = 18.4422 \times 10^{-6} \times 6387.9843 \times \frac{1}{0.001^{0.2}} \left[\frac{10.31782761}{100000 \times 0.018 \times 0.000183175} \right]^{0.8}$$

$$\lambda_{FF1}^{0.5} = 11.6825115$$

$$\lambda_{FF1} = 136.481075$$

Con el valor de cada una de los parámetros encontrados y los valores de los datos de la Tabla 10. calculamos los parámetros que nos ayudarán a caracterizar el yacimiento.

Con la ecuación (17) reemplazamos los valores y obtenemos el valor de la porosidad de las microfracturas en la zona USRV, ϕ_{f2} . Como sigue:

$$(\phi_{c_t})_{f2} = \frac{\omega_{f2} \times ((\phi_{c_t})_{m3} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P} (P_L + \bar{P})^2})}{(1 - \omega_{f2})}$$

$$(\phi_{c_t})_{f2} = \frac{0.0013296 \times \left(0.1 \times 0.0005 + \frac{0.998 \times 0.101325 \times 333 \times 5 \times 2}{273 \times 20 (2 + 20)^2} \right)}{(1 - 0.0013296)}$$

$$(\phi_{c_t})_{f2} = \frac{0.0013296 \times (1.774246305 \times 10^{-4})}{(1 - 0.0013296)}$$

$$\phi_{f2} = \frac{2.36217864 \times 10^{-7}}{0.0005}$$

$$\phi_{f2} = 0.000473435$$

También podemos calcular la porosidad de las macrofracturas en la SRV (ϕ_F), utilizando la ecuación (25), reemplazando valores, tenemos:

$$(\phi_{c_t})_F = \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{\omega_d \times T_{sc} \bar{P} (P_L + \bar{P})^2} - \left((\phi_{c_t})_{f1+m1+m2} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \bar{P} (P_L + \bar{P})^2} \right)$$

$$(\phi_{c_t})_F = \frac{0.998 \times 0.101325 \times 333 \times 5 \times 2}{0.638 \times 273 \times 20 (2 + 20)^2} - \left(7.2 \times 10^{-5} + \frac{0.998 \times 0.101325 \times 333 \times 5 \times 2}{273 \times 20 (2 + 20)^2} \right)$$

$$(\phi_{c_t})_F = 1.997251261 \times 10^{-4} - 1.994246305 \times 10^{-4}$$

$$\phi_F = \frac{3.004956 \times 10^{-7}}{0.005}$$

$$\phi_F = 6.009912 \times 10^{-4}$$

Con la ecuación (32) reemplazando se obtiene la permeabilidad de las microfracturas en la zona SRV (k_{f1}):

$$k_{f1} = \frac{\lambda_{ff1} \times L_F^2 \times k_F}{12 \times A_{cw}}$$

$$k_{f1} = \frac{136.481075 \times 66.666^2 \times 0.0001}{12 \times 100000}$$

$$k_{f1} = 5.0547 \times 10^{-5}$$

En la Tabla 11. tenemos un comparativo de los valores obtenidos con la metodología aquí descrita y los datos proporcionados en el ejemplo con el fin de estimar el error.

Tabla 11. Resultados del ejemplo vs resultados del modelo.

Parámetro	Ejemplo	Calculado	Error %
ϕ_{f2}	0.0005	0.000473435	5.6
ϕ_F	0.0005	0.0006009912	16.8
$k_{f1}(D)$	0.0005	0.00050547	1.1

A pesar de que se obtienen valores de porosidad de fractura muy pequeños, el efecto de la porosidad de fractura sobre el comportamiento del yacimiento es importante, debido a su enorme contribución a la permeabilidad. De los resultados obtenidos en este ejemplo se pueden decir que son satisfactorios en cuanto al rango de valor que se esperaba, pues para porosidades de microfractura en la zona USRV y para la porosidad de microfracturas en SRV, se esperaba valores entre 0.0001 y 0.001, por lo anterior podemos decir que la metodología aquí planteada al basarse en un estudio que incluye mecanismos de interacción roca-fluido permite caracterizar de una manera más acertada los yacimientos de *Shale gas* a partir del análisis del recíproco del caudal de gas.

CONCLUSIONES

Con el desarrollo de éste trabajo se presentan tres nuevas ecuaciones que permiten caracterizar formaciones de *Shale gas* a partir de pruebas de caudal, mediante el análisis de la derivada del recíproco del caudal por medio del cual se determina λ_{ff1} , ω_{f2} y ω_d todos parámetros que incluyen mecanismos propios de la interacción fluido-roca. Por medio de un problema con datos sintético se muestra la metodología aplicada donde se prueba satisfactoriamente dicha metodología, obteniéndose resultados óptimos.

La aplicación de la metodología aquí presentada permite calcular la porosidad de las microfracturas en la zona USRV, ϕ_{f2} , porosidad de las macrofracturas en la SRV, ϕ_F , permeabilidad de microfracturas en SRV, K_{ff} , longitud de la macrofractura L_F , porosidad de la matriz de la USRV ϕ_m , y la compresibilidad de las fracturas de la USRV C_{tf2} a partir de otros parámetros de yacimiento ya conocidos como se mostró en el ejemplo sintético. Los valores de porosidad de fractura que se obtuvieron se encuentran en un rango de entre 0,0004 y 0,0007 razón por la cual se consideran satisfactorios los resultados obtenidos, basados en la teoría existente sobre los yacimientos no convencionales de *Shale gas*.

La aplicación de un modelo matemático que describe el comportamiento de los yacimientos de *Shale gas* e involucra los diversos mecanismos que intervienen en el comportamiento del flujo del gas dentro del yacimiento, permite una caracterización más exacta del yacimiento en comparación con otros modelos que no han tenido en cuenta dichos mecanismos.

También podemos concluir que el comportamiento de doble porosidad de la zona USRV tiene un efecto positivo en la producción, cuanto mayor es el valor de la permeabilidad de la matriz en la zona USRV, más evidente es el efecto positivo. La sensibilidad al estrés tiene una influencia menor en la producción durante todo el período de productividad; Además es evidente como se observa en las curvas del Anexo A. que son de menor influencia en la productividad el coeficiente de almacenamiento adimensional de la matriz y de la macrofractura en la zona SRV, mientras que variaciones del coeficiente relacionado a la zona USRV si presentan un efecto positivo en la producción.

BIBLIOGRAFIA

Anderson, D. M. et al. 2010. Analysis of Production Data from Fractured *Shale Gas* Wells. Artículo SPE 131787 presentado en la Conferencia de gas no convencional de la SPE, Pittsburgh, Pennsylvania, Estados Unidos, 23-25 febrero.

Araujo, R. Caracterización de Yacimientos No-Convencionales, Halliburton Consulting. 2013.

Boyer, C., Suarez, R., Lewis, R.E., Waters, G., and Kieschnick, J. (2007). “Producción de gas desde su origen”.

Canacol Energy LTD. 2015. “Formulario de información anual para el período terminado en diciembre 31 de 2015”. Pag 24.

Castellanos, francisco. “Caracterización dinámica de yacimientos no convencionales de gas”. universidad nacional autónoma de México. 2015.

Cipolla, C., & Wallace, J. (2014, febrero 4). Stimulated Reservoir Volume: A Misapplied Concept? Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/168596-MS.

Codeseira L. /GPE (2010): “*Shale gas*”. Documento Interno - Grupo de Planeamiento Estratégico. SEN.

Das, J. (2012, February 1). Extracting Natural Gas Through Desorption in *Shale* Reservoirs. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/0112-011-TWA.

Davis, R. Jr. Depositional Systems: An Introduction to Sedimentology and Stratigraphy. Prentice Hall. 2nd Edition. 1992.

Final Oil *Shale* and Tar Sands (OSTS), Oil *Shale* Development Background and Technology Overview. Volume 4 Appendix A. 2012.

Gringarten, A. C., Ramey, H. J., Jr., Raghavan, R., “Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture,” Soc. Pet. Eng. J., pp. 347–360, August 1974.

Jafarli, Tural. pressure- and rate- transient analysis of the simulated single and multi-fractured horizontal wells drilled in *Shale gas* reservoirs. Middle East Technical University. 2013.

Lohoefer, D., J. Athans, and R. Seale. (2006): “*New Barnett Shale horizontal completion lowers cost and improves efficiency*”– (SPE 103046).

Modern *Shale gas*, Development in The United States: A Primer (MSG), U.S. Department of Energy, Office of Fossil Energy. National Energy Technology Maboratory, 2009.

Mogollón Monroy, Luis Alberto. Conferencia: “Yacimientos no convencionales: Clasificación, características y técnicas de exploración y explotación”. “regulación de yacimientos no convencionales: perspectiva nacional e internacional”. Bogotá, 22 -24 de mayo 2013.

Olivier Houze, Eric Tauzin, Vincent Artus, Leif Larsen, “The analysis of dynamic data in *Shale gas* reservoirs – part 1”, 2010.

Schenk, Christopher J.: “Geologic Definition and Resource assessment of Continuous (Unconventional) Gas Accumulations – the U.S. Experience,” AAPG 66086 presented at the Ancient Oil-New Energy Conference, Cairo, October 27-30, 2002.

Schenk, Christopher J.: “Geologic Definition and Resource assessment of Continuous (Unconventional) Gas Accumulations – the U.S. Experience,” AAPG 66086 presented at the Ancient Oil-New Energy Conference, Cairo, October 27-30, 2002.

Schlumberger. *Shale gas* White Paper. 05-OF299. Modified from: J. K., Frantz and V. Jochen. Schlumberger Marketing Communications. October 2005.

Soliman M.Y., Kabir C.S., “Testing unconventional formations”, *Journal of Petroleum Science and Engineering* pp 92–93, 102–109, 2012.

Tian Leng, Xiao Cong, Liu Mingjing, “Productivity model for *Shale gas* reservoir with comprehensive consideration of multi-mechanism”, ENSY-D-14-00049, 2014.

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia- Seccional Sogamoso. 2013. “La Cuenca del Valle Medio del Magdalena”.

U.S. Energy Information Administration. 2011. Review of Emerging Resources: U. S. *Shale gas* and *Shale Oil Plays*. Washington D. C. Estados Unidos: U.S. EIA.

Warpinski, N.R., Mayerhofer, M.J., Vincent, M.C., Cipolla, C.L., and Lonon, E.P. 2008. Stimulating unconventional Reservoirs: Maximizing Network Growth While Optimizing Fracture Conductivity. Paper SPE 114173 presented at the SPE Unconventional Reservoirs Conference, Keystone, Colorado, USA, 10-12 February. doi: 10.2118/114173-MS.

ANEXOS

Apéndice A: Graficas recíproco del caudal y sus derivadas de parámetros modificados.

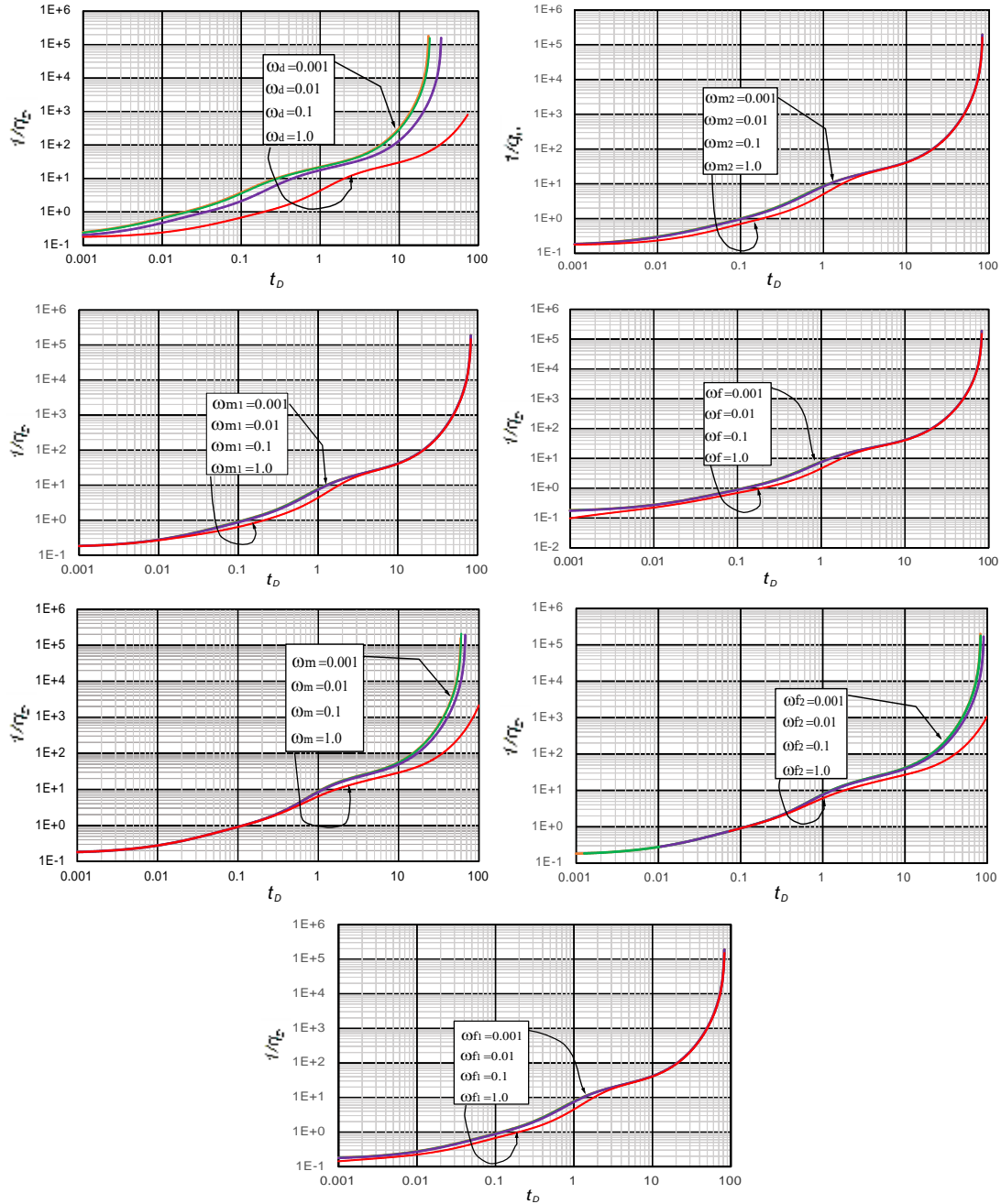


Fig. 20. Graficas del recíproco del caudal de los 7 coeficientes de almacenamiento

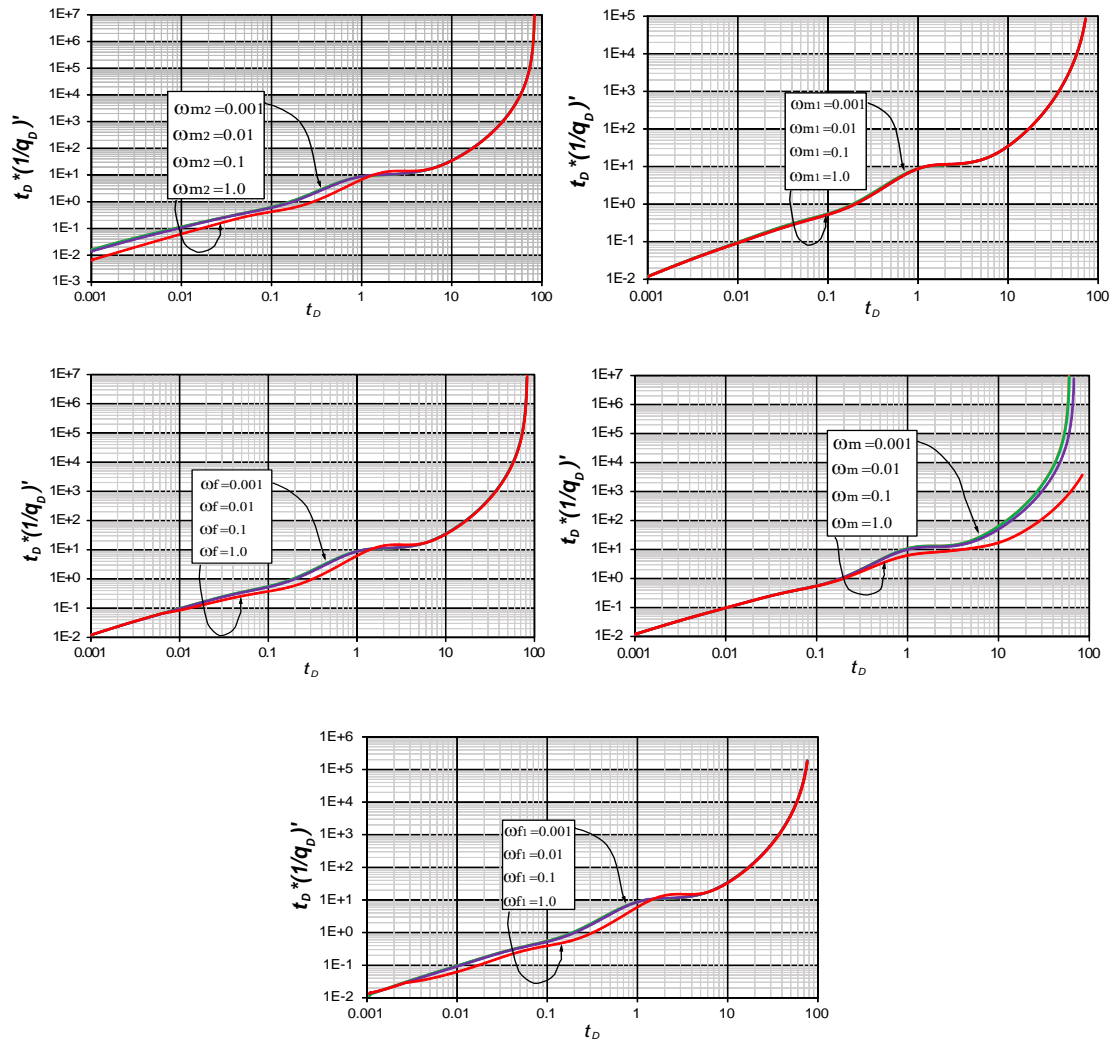


Fig. 21. Derivadas coeficientes de almacenamiento

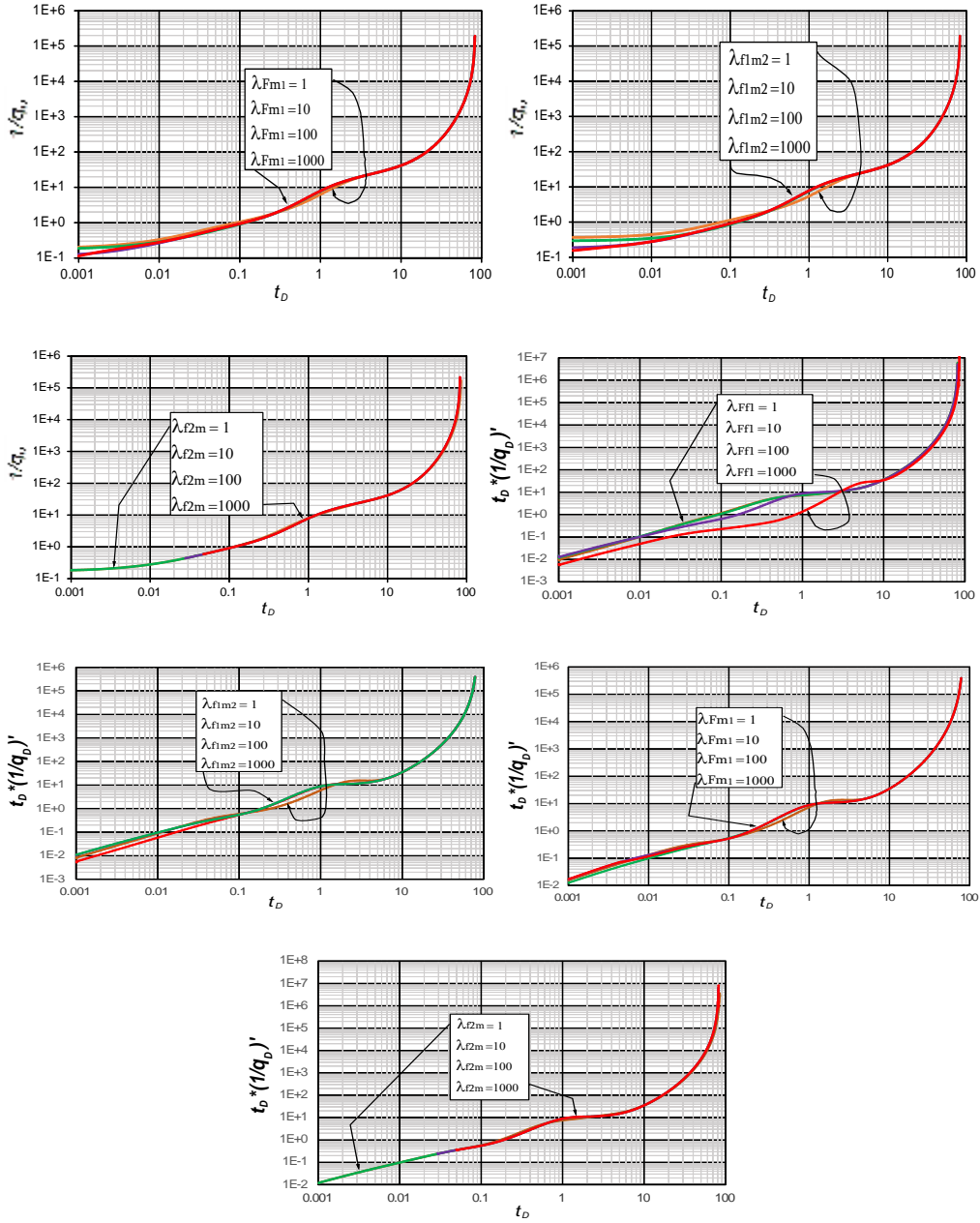


Fig. 22. $1/q_D$ y derivada de coeficientes de Inter porosidad.

Apéndice B. Modelo de productividad para yacimientos de *Shale gas* considerando multimecanismos. Tian et al, (2014).

De acuerdo con el principio de balance de masa, las ecuaciones que gobiernan respectivamente en microfracturas, matriz y macrofracturas en la zona SRV y la zona USRV considerando la adsorción, difusión, flujo viscoso y sensibilidad al estrés son las siguientes:

ZONA SRV:

Macrofractura:

$$\frac{\partial^2 \varphi_F}{\partial y^2} + \beta \left(\frac{\partial \varphi_F}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{L_F/2} \frac{k_{f1}}{k_{Fi}} e^{\beta(\varphi_i - \varphi_F)} \frac{\partial \varphi_{f1}}{\partial x} \Big|_{x=L_F/2} + 2\alpha_1 e^{\beta(\varphi_i - \varphi_F)} \frac{k_{m1}}{k_{Fi}} (\varphi_{m1} - \varphi_F) = e^{\beta(\varphi_i - \varphi_F)} \frac{(\phi \mu c_t)_F}{k_{Fi}} \frac{\partial \varphi_F}{3.6 \partial t}$$

Microfractura:

$$\frac{\partial^2 \varphi_{f1}}{\partial x^2} + 2\alpha_2 \frac{k_{m2}}{k_{f1}} (\varphi_{m2} - \varphi_F) = \frac{(\phi \mu c_t)_{f1}}{k_{f1}} \frac{\partial \varphi_{f1}}{3.6 \partial t}$$

La matriz en la zona SRV se divide en dos segmentos, el segmento denotado como matriz1 cuya permeabilidad y porosidad es igual a k_{m1} y Φ_1 se depleta en las macrofracturas y el otro segmento denotado como matriz2 cuya permeabilidad y porosidad son iguales a k_{m2} y Φ_2 se depleta en las microfracturas. Por lo tanto, las ecuaciones que gobiernan estos dos segmentos son las siguientes:

$$\text{Matriz 1: } -2\alpha_1 \frac{k_{m1}}{k_{Fi}} (\varphi_{m1} - \varphi_F) = \frac{(\phi \mu c_t)_{m1}}{k_{Fi}} \frac{\partial \varphi_{m1}}{3.6 \partial t} + \frac{\mu Z p_{sc} TV_L P_L}{T_{sc} k_{Fi} \bar{p} (p_L + p)^2} \frac{\partial \varphi_{m1}}{3.6 \partial t}$$

$$\text{Matriz 2: } -2\alpha_2 \frac{k_{m2}}{k_{f1}} (\varphi_{m2} - \varphi_{f1}) = \frac{(\phi \mu c_t)_{m2}}{k_{f1}} \frac{\partial \varphi_{m2}}{3.6 \partial t} + \frac{\mu Z p_{sc} TV_L P_L}{T_{sc} k_{Fi} \bar{p} (p_L + p)^2} \frac{\partial \varphi_{m2}}{3.6 \partial t}$$

ZONA USRV:

$$\text{Fractura: } \frac{\partial^2 \varphi_{f2}}{\partial y^2} + 2\alpha_3 \frac{k_{m3}}{k_{f2}} (\varphi_{m3} - \varphi_{f2}) = \frac{(\phi \mu c_t)_{f2}}{k_{f2}} \frac{\partial \varphi_{f2}}{3.6 \partial t}$$

$$\text{Matriz: } -2\alpha_3 \frac{k_{m3}}{k_{f2}} (\varphi_{m3} - \varphi_{f2}) = \frac{(\phi \mu c_t)_{m3}}{k_{f2}} \frac{\partial \varphi_{m3}}{3.6 \partial t} + \frac{\mu Z p_{sc} TV_L P_L}{T_{sc} k_{Fi} \bar{p} (p_L + p)^2} \frac{\partial \varphi_{m3}}{3.6 \partial t}$$

Condición inicial:

$$\begin{aligned}\varphi_F(y, 0) &= \varphi_i \\ \varphi_{f1}(x, 0) &= \varphi_{f2}(y, 0) = \varphi_i \\ \varphi_{m1}(x, 0) &= \varphi_{m2}(y, 0) = \varphi_{m3}(y, 0) = \varphi_i\end{aligned}$$

Condición de frontera interna:

$$\varphi_F(0, t) = \varphi_{wf}$$

Condición de interface:

$$\varphi_F(y_f, t) = \varphi_{f2}(y_f, t)$$

$$k_{f2} \left. \frac{\partial \varphi_{f2}}{\partial y} \right|_{y=y_f} = e^{-\beta(\varphi_i - \varphi_F)} k_{Fi} \left. \frac{\partial \varphi_F}{\partial y} \right|_{y=y_f}$$

Zona interna de microfracturas:

$$\left. \frac{\partial \varphi_{f1}}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \varphi_{f1}(L_F / 2, t) = \varphi_F$$

Condición de frontera externa:

$$\left. \frac{\partial \varphi_{f2}}{\partial y} \right|_{y=y_e} = 0$$

Para simplificar estas ecuaciones se hace uso de algunas variables adimensionales y se sustituyen estas variables adimensionales en las ecuaciones anteriores, las ecuaciones adimensionales gobernantes son las siguientes:

ZONA SRV:

Macrofractura:

$$\frac{\partial^2 \varphi_{DF}}{\partial y_D^2} - \beta_D \left(\frac{\partial \varphi_{DF}}{\partial y_D} \right)^2 - \frac{\lambda_{f1-F}}{3} e^{\beta_D \varphi_{DF}} \left. \frac{\partial \varphi_{Df1}}{\partial x_D} \right|_{x_D=1} + 2\lambda_{m1-F} e^{\beta_D \varphi_{DF}} (\varphi_{Dm1} - \varphi_{DF}) = e^{\beta_D \varphi_{DF}} \omega_F \frac{\partial \varphi_{DF}}{\partial t_D}$$

Microfractura:

$$\frac{\partial^2 \varphi_{Df1}}{\partial x_D^2} + 2\lambda_{m2-f1} \eta (\varphi_{Dm2} - \varphi_{Df1}) = \omega_{f1} \eta \frac{\partial \varphi_{Df1}}{\partial t_D}$$

Matriz 1:

$$-2\lambda_{m1-f}(\varphi_{Dm1} - \varphi_{DF}) = \omega_{m1} \frac{\partial \varphi_{Dm1}}{\partial t_D} + \omega_d \frac{\partial \varphi_{Dm1}}{\partial t_D}$$

Matriz 2:

$$-2\lambda_{m2-f1}(\varphi_{Dm2} - \varphi_{Df1}) = \omega_{m2} \frac{\partial \varphi_{Dm2}}{\partial t_D} + \omega_d \frac{\partial \varphi_{Dm2}}{\partial t_D}$$

ZONA USRV:

Fractura:
$$\frac{\partial^2 \varphi_{Df2}}{\partial y_D^2} + 2\lambda_{m3-f2}(\varphi_{Dm3} - \varphi_{Df2})\tau = \omega_{f2}\sigma\tau \frac{\partial \varphi_{Df2}}{\partial t_D}$$

Matriz:
$$-2\lambda_{m3-f2}(\varphi_{Dm3} - \varphi_{Df2}) = \omega_{m3}\sigma \frac{\partial \varphi_{Dm3}}{\partial t_D} + \omega_d \frac{\partial \varphi_{Dm3}}{\partial t_D}$$

Condición de frontera interna:

$$\varphi_{DF}(0, t_D) = 1$$

Condición de interface:

$$\varphi_{DF}(y_{Df}, t_D) = \varphi_{Df2}(y_{Df}, t_D)$$

$$k_{f2} \frac{\partial \varphi_{Df2}}{\partial y_D} \Big|_{y_D=y_f/\sqrt{A_{cw}}} = k_{Fi} e^{-\beta_D \varphi_{DF}} \frac{\partial \varphi_{DF}}{\partial y_D} \Big|_{y_D=y_f/\sqrt{A_{cw}}}$$

Zona interna de fractura:

$$\frac{\partial \varphi_{Df1}}{\partial x_D} \Big|_{x_D=0} = 0, \varphi_{Df1}(x_D = 1, t_D) = \varphi_{DF}$$

Condición de frontera externa:

$$\frac{\partial \varphi_{Df2}}{\partial y_D} \Big|_{y_D=y_e/\sqrt{A_{cw}}} = 0$$

No es difícil encontrar que la ecuación de macro-fractura es fuertemente no lineal, la tecnología de perturbación y la transformación de Presoda se aplican para linealizar esta ecuación, la fórmula es la siguiente:

$$\varphi_{DF}(y_D, t_D) = -\frac{1}{\beta_D} \ln[1 - \beta_D \zeta(y_D, t_D)]$$

Finalmente, la ecuación final que gobierna la zona SRV y la zona USRV se transforma en lo siguiente.

ZONA SRV

Macrofractura:

$$\left. \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y_D^2} - \frac{\lambda_{f1-F}}{3} \frac{\partial \varphi_{Df1}}{\partial x_D} \right|_{x_D=1} + 2\lambda_{m1-F}(\varphi_{Dm1} - \varphi_{DF}) = \omega_F \frac{\partial \zeta}{\partial t_D}$$

Microfractura:

$$\frac{\partial^2 \varphi_{Df1}}{\partial x_D^2} + 2\lambda_{m2-f1}\eta(\varphi_{Dm2} - \varphi_{Df1}) = \omega_{f1}\eta \frac{\partial \varphi_{Df1}}{\partial t_D}$$

Matriz 1:

$$-2\lambda_{m1-F}(\varphi_{Dm1} - \varphi_{DF}) = \omega_{m1} \frac{\partial \varphi_{Dm1}}{\partial t_D} + \omega_d \frac{\partial \varphi_{Dm1}}{\partial t_D}$$

Matriz 2:

$$-2\lambda_{m2-f1}(\varphi_{Dm2} - \varphi_{Df1}) = \omega_{m2} \frac{\partial \varphi_{Dm2}}{\partial t_D} + \omega_d \frac{\partial \varphi_{Dm2}}{\partial t_D}$$

ZONA USRV

Fractura:

$$\frac{\partial^2 \varphi_{Df2}}{\partial y_D^2} + 2\lambda_{m3-f2}(\varphi_{Dm3} - \varphi_{Df2})\tau = \omega_{f2}\sigma\tau \frac{\partial \varphi_{Df2}}{\partial t_D}$$

Matriz:

$$-2\lambda_{m3-f2}(\varphi_{Dm3} - \varphi_{Df2}) = \omega_{m3}\sigma \frac{\partial \varphi_{Dm3}}{\partial t_D} + \omega_d \frac{\partial \varphi_{Dm3}}{\partial t_D}$$

Condición de frontera interna:

$$\zeta = \frac{1 - e^{-\beta_D}}{\beta_D}$$

Condición de interface:

$$\zeta(y_{Df}, t_D) = \varphi_{Df2}(y_{Df}, t_D)$$

$$k_{f2} \frac{\partial \varphi_{Df2}}{\partial y_D} \Big|_{y_D=y_f/\sqrt{A_{cw}}} = k_{Fi} \frac{\partial \zeta}{\partial y_D} \Big|_{y_D=y_f/\sqrt{A_{cw}}}$$

Zona interna de la fractura:

$$\frac{\partial \varphi_{Df1}}{\partial x_D} \Big|_{x_D=0} = 0, \varphi_{Df1}(x_D = 1, t_D) = \zeta$$

Condición de frontera externa:

$$\frac{\partial \varphi_{Df2}}{\partial y_D} \Big|_{y_D=y_e/\sqrt{A_{cw}}} = 0$$

Aplicando la transformada de Laplace, las ecuaciones de difusión y las condiciones de frontera se transforman en lo siguiente:

ZONA SRV

Macrofractura:

$$\frac{d^2 \bar{\zeta}}{dy_D^2} - \frac{\lambda_{f1-F}}{3} \frac{d \bar{\varphi}_{Df1}}{dx_D} \Big|_{x_D=1} + 2\lambda_{m1-F} (\bar{\varphi}_{Dm1} - \bar{\varphi}_{DF}) = \omega_F s \bar{\zeta}$$

Microfractura:

$$\frac{d^2 \bar{\varphi}_{Df1}}{dx_D^2} + 2\lambda_{m2-f1} \eta (\bar{\varphi}_{Dm2} - \bar{\varphi}_{Df1}) = \omega_{f1} \eta s \bar{\varphi}_{Df1}$$

Matriz 1:

$$-2\lambda_{m1-F} (\bar{\varphi}_{Dm1} - \bar{\varphi}_{DF}) = (\omega_{m1} + \omega_d) s \bar{\varphi}_{Dm1}$$

Matriz 2:

$$-2\lambda_{m2-f1} (\bar{\varphi}_{Dm2} - \bar{\varphi}_{Df1}) = (\omega_{m2} + \omega_d) s \bar{\varphi}_{Dm2}$$

ZONA USRV

Fractura:

$$\frac{d^2 \bar{\varphi}_{Df2}}{dy_D^2} + 2\lambda_{m3-f2} (\bar{\varphi}_{Dm3} - \bar{\varphi}_{Df2}) \tau = \omega_{f2} \sigma \tau s \bar{\varphi}_{Df2}$$

Matriz:

$$-2\lambda_{m3-f2} (\bar{\varphi}_{Dm3} - \bar{\varphi}_{Df2}) = (\omega_{m3} \sigma + \omega_d) s \bar{\varphi}_{Dm3}$$

Condición de frontera interna:

$$\bar{\zeta} \Big|_{y_D=0} = \frac{1 - e^{-\beta_D}}{s\beta_D}$$

Condición de interface:

$$\bar{\zeta}(y_{Df}, s) = \overline{\varphi_{Df2}}(y_{Df}, s)$$

$$k_{f2} \frac{d\overline{\varphi_{Df2}}}{dy_D} \Big|_{y_D=y_f/\sqrt{A_{cw}}} = k_{Fi} \frac{d\bar{\zeta}}{dy_D} \Big|_{y_D=y_f/\sqrt{A_{cw}}}$$

Zona interna de la fractura:

$$\frac{d\overline{\varphi_{Df1}}}{dx_D} \Big|_{x_D=0} = 0, \overline{\varphi_{Df1}}(x_D = 1, s) = \bar{\zeta}$$

Condición de frontera externa:

$$\frac{d\overline{\varphi_{Df2}}}{dy_D} \Big|_{y_D=y_e/\sqrt{A_{cw}}} = 0$$

Solucionando la ecuación de la matriz en la zona SRV:

$$\overline{\varphi_{Dm1}} = \frac{2\lambda_{m1-F}}{2\lambda_{m1-F} + (\omega_{m1} + \omega_d)s} \overline{\varphi_{DF}}$$

$$\overline{\varphi_{Dm2}} = \frac{2\lambda_{m2-F}}{2\lambda_{m2-F} + (\omega_{m2} + \omega_d)s} \overline{\varphi_{Df1}}$$

Se reemplaza en la ecuación de la matriz 2 de la zona SRV resultando:

$$\frac{d^2 \overline{\varphi_{Df1}}}{dx_D^2} = f_{f1}(s) \overline{\varphi_{Df1}}$$

Donde:

$$f_{f1}(s) = \frac{2\lambda_{m2-f1}(\omega_{m2} + \omega_d)\eta s}{2\lambda_{m2-f1} + (\omega_{m2} + \omega_d)s} + \omega_{f1}\eta s$$

Aplicando condiciones de frontera:

$$\overline{\varphi_{Df1}} = \frac{\bar{\zeta}}{\cosh(\sqrt{f_{f1}(s)})} \cosh(\sqrt{f_{f1}(s)}x_D)$$

Sustituyendo en la ecuación de la macrofractura en la zona SRV:

$$\frac{d^2 \bar{\zeta}}{dy_D^2} = f_F(s) \bar{\zeta}$$

Donde:

$$f_F(s) = \frac{\lambda_{f1-F}}{3} \sqrt{f_{f1}(s)} \tanh(\sqrt{f_{f1}(s)}) + \frac{2\lambda_{m1-F}(\omega_{m1} + \omega_d)s}{2\lambda_{m1-F}(\omega_{m1} + \omega_d)s}$$

Solucionando la ecuación de la fractura en la zona SRV:

$$\frac{d^2 \overline{\varphi_{Df2}}}{dy_D^2} = f_{f2}(s) \overline{\varphi_{Df2}}$$

Donde:

$$f_{f2}(s) = \tau \frac{2\lambda_{m3-f2}(\sigma\omega_{m3} + \omega_d)s}{2\lambda_{m3-f2} + (\sigma\omega_{m3} + \omega_d)s} + \omega_{f2} \sigma \tau s$$

Aplicando condiciones de interfase:

$$\bar{\zeta} = A \cosh \sqrt{f_F(s)} y_D + B \sinh \sqrt{f_F(s)} y_D$$

Donde:

$$A = \frac{1 - e^{-\beta_D}}{s\beta_D} \quad B = \frac{b \sinh(\sqrt{f_F(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) - a \cosh(\sqrt{f_F(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) (1 - e^{-\beta_D})}{a \sinh(\sqrt{f_F(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) - b \cosh(\sqrt{f_F(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) s\beta_D}$$

Aplicando estas dos ecuaciones a la ley de Darcy obtenemos:

$$\frac{-}{q_D} = - \frac{b \sinh(\sqrt{f_F(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) - a \cosh(\sqrt{f_F(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) (1 - e^{-\beta_D})}{a \sinh(\sqrt{f_F(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) - b \cosh(\sqrt{f_F(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) s\beta_D} \sqrt{f_F(s)}$$

Donde:

$$a = \frac{k_{f2} \sqrt{f_{f2}(s)}}{k_F \sqrt{f_F(s)}} \left[\sinh(\sqrt{f_{f2}(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) - \cosh(\sqrt{f_{f2}(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) \tanh(\sqrt{f_{f2}(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) \right]$$

$$b = \left[\cosh(\sqrt{f_{f2}(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) - \sinh(\sqrt{f_{f2}(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) \tanh(\sqrt{f_{f2}(s)} y_f / \sqrt{A_{cw}}) \right]$$

Apendice C. Definición de variables adimensionales propuestos por Tian et al, (2014)

Pseudo presión adimensional

$$\varphi_D = \frac{\varphi_i - \varphi_j}{\varphi_i - \varphi_{wf}}, j = F, f1, f2, m1, m2, m3$$

Tiempo adimensional

$$t_D = \frac{3.6k_{Fi}t}{\mu\Lambda_1 A_{cw}}, \Lambda_1 = (\phi c_t)_{F+f1+m} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \overline{P}(P_L + \overline{P})^2}, m = m1 + m2$$

Factor de sensibilidad al esfuerzo adimensional

$$\beta_D = \beta(\varphi_i - \varphi_{wf})$$

Espacio adimensional

$$y_D = \frac{y}{A_{cw}}, A_{cw} = 2x_e h, x_D = \frac{x}{L_f / 2}$$

Coefficientes interporosos adimensionales

$$\lambda_{f1-F} = \frac{12}{L_F^2} \frac{k_{f1}}{k_{Fi}} A_{cw}, \lambda_{m1-F} = \frac{12}{L_F^2} \frac{k_{m1}}{k_{Fi}} A_{cw}, \lambda_{m2-f1} = \frac{12}{L_F^2} \frac{k_{m21}}{k_{Fi}} A_{cw}, \lambda_{m3-f2} = \frac{12}{L_F^2} \frac{k_{m31}}{k_{Fi}} A_{cw}$$

Radio de almacenamiento adimensional

$$\text{SRV} \quad \omega_j = \frac{(\phi c_t)_j}{\Lambda_1}, (j = F, f1, m1, m2)$$

$$\text{USRV} \quad \omega_j = \frac{(\phi c_t)_j}{\Lambda_2}, (j = f2, m3), \Lambda_2 = (\phi c_t)_{f2+m3} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \overline{P}(P_L + \overline{P})^2}$$

Radio de conductividad adimensional

$$\eta = \frac{k_{fi} / A_{cw}}{k_{f1} / (L_f / 2)^2}$$

Radio de permeabilidad de la fractura

$$\tau = k_{Fi} / k_{f2}$$

Coefficiente de Transmisibilidad

$$\sigma = \frac{(\phi c_t)_{f2+m3} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \overline{P}(P_L + \overline{P})^2}}{(\phi c_t)_{F+f1+m} + \frac{ZP_{sc} TV_L PL}{T_{sc} \overline{P}(P_L + \overline{P})^2}}$$

Apéndice D. Algoritmo de Stehfest para realizar numéricamente transformada inversa de Laplace.

La solución en el tiempo es:

$$F(t) \approx \frac{\ln 2}{t} \sum_{n=1}^N C_n \bar{F}\left(\frac{n \ln 2}{t}\right)$$

Donde el coeficiente C_n está definido como:

$$C_n = (-1)^{n+\frac{N}{2}} \sum_{k=\frac{(n+1)}{2}}^{\min\left(n, \frac{N}{2}\right)} \frac{k^{\frac{N}{2}} (2k)!}{\left(\frac{N}{2} - k\right)! k! (k-1)! (n-k)! (2k-n)!}$$

El valor de k es el valor del entero en el caso que k sea un número impar. El número de términos N en la serie es par aumentando la precisión y se recomienda un valor entre 10 y 18 para disminuir el error por truncación.