

**ANÁLISIS DE PRESIÓN Y DERIVADA DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS  
HETEROGENEOS FRACTALES**



**PRESENTADO POR:**

**LORENA LOPEZ MORALES  
KAREN TATIANA GOMEZ CORONADO**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS  
Neiva, Huila  
Octubre de 2014**

**ANÁLISIS DE PRESIÓN Y DERIVADA DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS  
HETEROGENEOS FRACTALES**



**PRESENTADO POR:**

**LORENA LOPEZ MORALES  
KAREN TATIANA GOMEZ CORONADO**

**Proyecto de Grado presentado como requisito para optar  
al título de Ingeniero de Petróleos**

**Director: FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO  
Doctor en Ingeniería de Petróleos**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS  
Neiva, Huila  
Octubre de 2014**

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

---

---

---

**Firma del presidente del jurado**

---

**Firma del jurado**

---

**Firma del jurado**

## DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado principalmente al gestor de la vida, mi **Dios**, el cual ha hecho posible la culminación de cada meta en mi vida y que hoy me da la satisfacción de escalar un peldaño más en este sendero que recorro día a día de su mano y solo gracias a su inmenso amor.

A mis padres **José Jaime** y **María Fadi** por ser el motor que impulsa mi vida, por ser los seres que infundaron en mí, con su infinito amor, cada enseñanza, cada lección, cada reprensión, para ir formando paso a paso unos cimientos fuertes que me sostuvieran ante cualquier adversidad y me permitieran seguir adelante en miras de un futuro mejor. Papito gracias por tu alegría, entusiasmo, curiosidad y en general por ese hermoso carisma y forma de ser que te caracterizan y te hacen un hombre tan especial, amable y querido en nuestra hermosa familia. Mamita gracias por la dedicación a nuestra familia, por levantarte día a día y luchar incansablemente para que todos estemos bien y sacarnos adelante, gracias por ser la mujer tenaz que eres, llena de fortaleza y con un inmenso corazón.

A mi hermanito **Julián**, al cual siempre he admirado por su inteligencia y constancia, por ser un hombre luchador, aventurero, aguerrido y que a pesar de cada golpe que le ha dado la vida, lo he visto levantarse con la cabeza en alto y de la mano de Dios, como un ave fénix, tu fortaleza es de aplaudir.

A **Juan Diego**, una de las mejores personas que he conocido en mi vida y la cual ocupa un enorme espacio en mi corazón, gracias por todas tus enseñanzas, por haber sido mi compañero de aventuras, alegrías, tristezas, problemas y por siempre haber estado ahí para darme todo de sí, gracias por tu grandísimo amor por tu apoyo incondicional y por siempre enseñarme a ser una mejor persona.

A mis tíos **Mariela**, **Luz Marina**, **Hernan**, **Jaime** y **Mercedes** por ser personas que siempre han confiado en mí y han estado para apoyarme en las adversidades y darme alientos en todo momento. Que Dios los bendiga.

A mi compañera de tesis, **Karen Tatiana**, por ser una persona tan dedicada, amable, inteligente y comprometida con esta meta que hoy logramos juntas. Yo sé que Dios tiene preparadas cosas muy buenas para ti.

A mis excelentes profesores, que aportaron todos sus conocimientos, dedicación y amor para hacer de mí la profesional que soy hoy.

A mi excelente profesor y Director de tesis **Freddy Humberto Escobar Macualo** por su atención, colaboración y siempre tener una cara amable y dispuesta para ayudarnos en la consecución de este logro.

A mis compañeros de estudio y a todas aquellas personas que han caminado conmigo en este corto camino de la vida. Que Dios derrame sus bendiciones sobre todos.

***Lorena López Morales.***

Quiero agradecer a Dios por regalarme la fuerza y constancia para realizar cada proyecto que emprendo de su mano, por permitirme gozar de la compañía y vida de mi familia en el logro de esta meta, de la cual todos son partícipes.

A mi madre, **María Vianey Coronado**, por guiarme en la vida con amor y ternura, por todos y cada uno de sus sacrificios en este largo camino, por su paciencia y apoyo constante en cada momento de dificultad, pero sobre todo por permitirme contar con su presencia. A mi padre **Jairo Gómez**, por su respaldo en este proyecto, por su apoyo continuo y compromiso total.

A mi hermana, **Adriana Gómez** por su compañía continua, por enseñarme con cariño la nobleza de la hermandad, por cada palabra de aliento y sus valiosas muestras de cariño.

A **Jonathan Quintero**, por darme la fuerza para reinventarme ante cada obstáculo, por ser mi mejor amigo y regalarme su amor, a través de cada palabra, abrazo y por cada aventura que vivimos.

A mi compañera de tesis **Lorena Morales**, por su amistad, disciplina y compromiso con el desarrollo de este proyecto, por hacer de este trabajo, uno lleno de risas y sueños por cumplir.

A cada uno de los profesores que han contribuido en mi formación personal y profesional, a nuestro director de tesis, **Freddy Escobar Macualo**, por su apoyo permanente y paciencia en el adelanto de este trabajo.

*Karen Tatiana Gómez Coronado*

## RESUMEN

Los yacimientos naturalmente fracturados han recibido considerable atención en las últimas décadas, debido a que cada vez se hace más necesario tener una buena caracterización de dichos yacimientos y de esta manera tener mejores aciertos en la manera de producirlos. Generalmente los YNF se encuentran representados por el modelo de dos escalas fractura/ matriz (Warren and Root) en el cual se asume que las redes de fracturas equivalen a un medio homogéneo de geometría Euclidiana. Sin embargo se ha demostrado que dichas redes de fracturas son elementos fractales, por lo cual deben buscarse alternativas para yacimientos con múltiples escalas y una red de fracturas no euclidiana. La geometría fractal es un buen candidato para la representación de tales sistemas.

Se han planteado varios modelos y soluciones basados en el análisis de la presión transitoria como lo son los modelos de Chang y Yortsos, Olarewaju, Beier, entre otros, con los que se encontró que el cambio de presión es una función de la ley de potencia en donde el exponente está relacionado con la dimensión fractal, que es la herramienta principal de la geometría fractal.

En esta oportunidad se pretende encontrar ecuaciones analizando la presión y la derivada de la presión adimensional que permitan encontrar parámetros que puedan proporcionar la caracterización de los yacimientos heterogéneos fractales como lo son la permeabilidad de las fracturas  $k_f$ , la dimensión fractal  $D_f$ , el índice de conductividad  $\theta$ , y otros parámetros característicos de los YNF tales como el parametro de flujo interporoso  $\lambda$  y el coeficiente de almacenamiento  $\omega$ .

## ABSTRACT

Naturally fractured reservoirs have received considerable attention in the recent decades because is becoming fundamental a good characterization of these deposits and their for having a better successes in the way of producing them. Generally the NFR are represented by two scale model: fracture / matrix (Warren and Root) in which it is assumed that the fracture network is equivalent to an homogeneous Euclidean geometry medium. However it has been shown that these fracture networks are fractal elements, which must be sought alternatives for reservoirs with multiple scales and a network of non-Euclidean fractures. Fractal geometry is a good candidate for representing such systems.

Several models and solutions based on the analysis of transitory pressure have been planted such as the models of Chang and Yortsos, Olarewaju, Beier, among others, with which it was found that the change in pressure is a function of the power law where the exponent is related to the fractal dimension, which is the main tool of fractal geometry.

In this occasion it is intended to find equations analyzing the pressure and derivative of the dimensionless pressure that allows to find parameters that may provide characterization of heterogeneous reservoirs fractals such as fractures permeability  $k_f$ , the fractal dimension  $D_f$ , the rate of conductivity  $\theta$ , and other characteristic parameters of NFR such as interporosity flow parameter,  $\lambda$  and storage coefficient,  $\omega$ .



## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCION .....	14
CAPITULO 1: REVISION BIBLIOGRAFICA.....	16
1.1 CARACTERISTICAS DE LOS YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS .....	17
1.1.1. Porosidad.....	17
1.1.1.1. Porosidad Primaria .....	17
1.1.1.2. Porosidad Secundaria .....	17
1.1.2. Permeabilidad .....	18
1.1.2.1. Permeabilidad Primaria .....	18
1.1.2.2. Permeabilidad secundaria .....	18
1.1.3. Propiedades básicas de la interacción fluido – roca.....	19
1.1.3.1. Coeficiente de flujo interporoso, $\lambda$ .....	19
1.1.3.2. Parámetro de almacenamiento, $\omega$ .....	19
1.2. CLASIFICACION DE LOS YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS .....	19
1.2.1. Clasificación según su capacidad de almacenamiento.....	19
1.3. REDES DE FRACTURAS .....	20
1.4. GEOMETRIA FRACTAL .....	20
1.4.1. Características de los fractales .....	21
1.4.1.1. Dimensión fractal .....	21
1.4.1.3. Autosimilaridad .....	24
1.5. MODELOS DE FLUJO EN YNF.....	25
CAPITULO 2: MODELO MATEMATICO.....	28
2.1. DESCRIPCION DEL MODELO.....	29
2.1.1. Flujo en redes de fracturas: .....	29
CAPITULO 3: ANÁLISIS DE PRESIÓN Y DERIVADA DE PRESIÓN PARA YACIMIENTOS HETEROGENEOS FRACTALES.....	32
3.1. REGIMENES DE FLUJO.....	32
3.2. ANALISIS DE LA PRESIÓN Y LA DERIVADA DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL.....	33
3.3. DIMENSION FRACTAL ( $D_f$ ).....	37

3.3.1.	Generación de la correlación para el cálculo de la dimensión fractal, $D_f$ ...	37
3.3.1.1.	Determinación de $D_f$ mediante la pendiente del segundo flujo radial.	39
3.4.	INDICE DE CONDUCTIVIDAD ( $\theta$ ).....	43
3.4.1.	Generación de las correlaciones para el cálculo del índice de conductividad, $\theta$ .....	43
3.4.1.1.	Determinación de $\theta$ mediante la pendiente del segundo flujo radial...	46
3.4.1.2.	Determinación de $\theta$ mediante ecuación propuesta por Chang y Yortsos (1990) .....	46
3.5.	PERMEABILIDAD DE LAS FRACTURAS ( $k_f$ ).....	47
3.5.1.	Generación de la correlación para el cálculo de la permeabilidad de las fracturas ( $k_f$ ) .....	51
3.6.	COEFICIENTE DE ALMACENAMIENTO ADIMENSIONAL ( $\omega$ ) .....	53
3.6.1.	Generación de correlaciones para el coeficiente de almacenamiento de las fracturas, $\omega$ .....	53
3.6.1.1.	Determinación de $\omega$ mediante $(t_D * P_D')_{min}$ y $(t_D * P_D')_{máx}$ .....	57
3.7.	PARÁMETRO DE FLUJO INTERPOROSO ( $\lambda$ ) .....	58
3.7.1.	Generación de las correlaciones para el parámetro de flujo interporoso matriz-fractura, $\lambda$ .....	58
3.7.1.1.	Determinación de $\lambda$ mediante $t_{min}$ .....	60
3.8.	DAÑO ( $s$ ) .....	62
3.8.1.	Generación de las correlaciones para daño .....	62
3.8.1.1.	Generación de la ecuación para el cálculo del daño ( $s$ ).....	66
CAPITULO 4: APLICACIONES .....		71
4.1.	EJEMPLO SINTETICO N° 1.....	71
4.2.	EJEMPLO SINTETICO N° 2.....	78
4.3.	EJEMPLO SINTETICO N° 3.....	85
4.4.	EJEMPLO SINTÉTICO N° 4.....	93
CONCLUSIONES .....		101
RECOMENDACIONES.....		103
NOMENCLATURA .....		104
BIBLIOGRAFIA .....		106
ANEXOS .....		108

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1.</b> Sistema de fracturas.....	16
<b>Figura 1.2.</b> Porosidad primaria .....	17
<b>Figura 1.3.</b> Porosidad Secundaria .....	17
<b>Figura 1.4.</b> Permeabilidad .....	18
<b>Figura 1.5.</b> Sistema de clasificación de yacimientos naturalmente fracturados .....	20
<b>Figura 1.6.</b> Fractales naturales. A. Flor romanesco broccoli B. Rama de helecho.....	21
<b>Figura 1.7.</b> Caja dividida en celdas de mayor tamaño .....	23
<b>Figura 1.8.</b> Caja dividida en celdas de menor tamaño .....	23
<b>Figura 1.9.</b> Figura fractal copo de nieve .....	25
<b>Figura 1.10.</b> Longitud curva de Koch (Fractal copo de nieve) .....	25
<b>Figura 2.1.</b> Diferencia de comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un YNF fractal y un YNF no fractal .....	28
<b>Figura 2.2.</b> Representación del medio poroso.....	29
<b>Figura 2.3.</b> Flujo a través de una carcasa diferencial.....	29
<b>Figura 3.1.</b> Comportamiento de un yacimiento heterogéneo fractal con $Df = 1$ , $\theta = 0.2$ , $\omega = 1 \times 10^{-3}$ , $\lambda = 1 \times 10^{-9}$ .....	35
<b>Figura 3.2.</b> Puntos característicos para un yacimiento heterogéneo fractal con $Df = 1.5$ , $\theta = 0.1$ , $\omega = 5 \times 10^{-2}$ , $\lambda = 1 \times 10^{-6}$ .....	36
<b>Figura 3.3.</b> Influencia de la dimensión fractal $Df$ sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento heterogéneo fractal con $\theta = 0.05$ , $\omega = 1 \times 10^{-3}$ , $\lambda = 1 \times 10^{-9}$ .....	38
<b>Figura 3.4.</b> Influencia de la dimensión fractal $Df$ sobre la respuesta de la presión adimensional en un yacimiento heterogéneo fractal con $\theta = 0.05$ , $\omega = 1 \times 10^{-3}$ , $\lambda = 1 \times 10^{-9}$ .....	40
<b>Figura 3.5.</b> Influencia del índice de conductividad $\theta$ sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento heterogéneo fractal con $Df = 2$ , $\omega = 3 \times 10^{-1}$ , $\lambda = 1 \times 10^{-4}$ .....	44
<b>Figura 3.6.</b> Influencia del índice de conductividad $\theta$ sobre la respuesta de la presión adimensional en un yacimiento heterogéneo fractal con $Df = 2$ , $\omega = 3 \times 10^{-1}$ , $\lambda = 1 \times 10^{-4}$ .....	45
<b>Figura 3.7.</b> Influencia de la dimensión fractal sobre el valor de permeabilidad de la red de fracturas.....	49
<b>Figura 3.8 .</b> Influencia del índice de conductividad sobre el valor de permeabilidad de la red de fracturas.....	50
<b>Figura 3.9</b> Efecto del coeficiente de las fracturas $\omega$ sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un YNF fractal con $\theta = 0.45$ , $Df = 1.5$ y $\lambda = 1 \times 10^{-6}$ .....	55
<b>Figura 3.10.</b> Efecto del coeficiente de almacenamiento de las fracturas $\omega$ sobre la respuesta de la presión adimensional en un YNF fractal con $\theta = 0.45$ , $Df = 1.5$ y $\lambda = 1 \times 10^{-6}$ .....	56

<b>Figura 3.11.</b> Efecto del parámetro de flujo interporoso matriz-fractura $\lambda$ sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un YNF fractal con $Df = 1.3$ , $\theta = 0.25$ y $\omega = 1 \times 10^{-2}$ .....	59
<b>Figura 3.12.</b> Efecto del Parámetro de flujo interporoso matriz-fractura $\lambda$ sobre la respuesta de la presión adimensional en un YNF fractal con $Df=1.3$ , $\theta=0.25$ y $\omega=1 \times 10^{-2}$ .....	61
<b>Figura 3.13.</b> Efecto de daño $s$ sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un YNF fractal con $Df=1.7$ , $\theta=0.35$ , $\omega=2 \times 10^{-2}$ y $\lambda=4.6 \times 10^{-6}$ .....	63
<b>Figura 3.14</b> Efecto del daño $s$ sobre la respuesta de la presión adimensional en un YNF fractal con $Df=1.7$ , $\theta=0.35$ , $\omega=2 \times 10^{-2}$ y $\lambda=4.6 \times 10^{-6}$ .....	64
<b>Figura 3.15.</b> Efecto del daño $s$ sobre la respuesta de la presión adimensional en un YNF fractal con $Df=1$ , $\theta=0.55$ , $\omega=1 \times 10^{-3}$ y $\lambda=1 \times 10^{-9}$ .....	65
<b>Figura 3.16.</b> Efecto del daño sobre YNF no fractales para $s= 0$ , $s=7$ y $s=-7$ .....	67
<b>Figura 3.17.</b> Efecto del daño sobre YNF no fractales para $s= 0$ , $s=14$ y $s= -9$ .....	67
<b>Figura 3.18.</b> Efecto del daño sobre YNF fractales para $s= 0$ , $s=7$ y $s= -5$ .....	68
<b>Figura 3.19.</b> Efecto del daño sobre YNF fractales para $s= 0$ , $s=14$ y $s= -10$ .....	68
<b>Figura 4.1</b> Gráfica $\Delta P$ , $t^* \Delta P'$ vs $t$ , obtenida para el ejemplo sintético N°1.....	73
<b>Figura 4.2</b> Gráfica $\Delta P$ , $t^* \Delta P'$ vs $t$ , obtenida para el ejemplo sintético N°2.....	80
<b>Figura 4.3.</b> Gráfica $\Delta P$ , $t^* \Delta P'$ vs $t$ , obtenida para el ejemplo sintético N°3.....	87
<b>Figura 4.4.</b> Gráfica $\Delta P$ , $t^* \Delta P'$ vs $t$ , obtenida para el ejemplo sintético N°4.....	95

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.1.</b> Dimensión de objetos clásicos de la geometría .....	24
<b>Tabla 3.1.</b> Coeficientes para la correlación 3.1 .....	39
<b>Tabla 3.2.</b> Criterios para encontrar la ecuación de <b>Df</b> según la pendiente.....	41
<b>Tabla 3.3.</b> Criterio de la menor diferencia para para el cálculo de <b>Df</b> .....	41
<b>Tabla 3.4.</b> Coeficientes para la correlación 3.2.....	46
<b>Tabla 3.5.</b> Coeficientes para la correlación 3.19.....	53
<b>Tabla 3.6</b> Coeficientes para la correlación.....	57
<b>Tabla 4.1.</b> Datos característicos para el ejemplo 1.....	72
<b>Tabla 4.2.</b> Resumen de los parámetros calculados en el ejercicio 1 .....	78
<b>Tabla 4.3.</b> Datos característicos para el ejemplo 2.....	79
<b>Tabla 4.4.</b> Resumen de los parámetros calculados en el ejercicio 2 .....	85
<b>Tabla 4.5.</b> Datos característicos para el ejemplo 3.....	86
<b>Tabla 4.6</b> Resumen de los parámetros calculados en el ejemplos 3 .....	93
<b>Tabla 4.7.</b> Datos característicos para el ejemplo 4.....	94
<b>Tabla 4.8</b> Resumen de los parámetros calculados en el ejercicio 4 .....	100

## INTRODUCCION

Los yacimiento naturalmente fracturados son conocidos como de porosidad dual debido a que consideran que la formación está compuesta de dos medios, una roca matriz que constituye la porosidad primaria y por lo tanto tiene la mayor capacidad de almacenaje y una red de fracturas que actúa como un medio conductivo y posee una alta capacidad de flujo.

Muchos de los yacimientos de petróleo y gas de gran importancia a nivel mundial se han encontrado en formaciones naturalmente fracturadas. Los estudios que se han realizado en su mayoría han supuesto que propiedades como la permeabilidad entre otras permanecen constantes en toda la vida productiva del yacimiento. Sin embargo, esto no siempre es cierto, y es aún más evidente en los yacimientos naturalmente fracturados.

Dichos yacimientos se han presentado como un reto creciente para la ingeniería debido al enfrentamiento de condiciones complejas que difieren de las condiciones comunes encontradas en la mayoría de los yacimientos, al exhibir dos medios con porosidad, permeabilidad y una descripción del flujo de fluidos distintos entre otras características que se desvían de lo normalmente analizado.

Para la evaluación de este tipo de yacimientos se han propuesto diversos modelos de interpretación de pruebas de presión cuyo objetivo es proporcionar las dos propiedades básicas de la interacción fluido – roca. Los primeros en plantear un modelo analítico que describiera el flujo radial en un yacimiento naturalmente fracturado fueron Barenblatt y Zheltov (1960)

Más adelante Warren y Root(1963), asumen una red ortogonal de fracturas uniformemente distribuidas y presentan una solución aproximada, caracterizando los yacimientos con dos parámetros conocidos como el coeficiente de flujo interporoso  $\lambda$  que relaciona la permeabilidad de la matriz con la permeabilidad de la fractura y el coeficiente de almacenamiento  $\omega$ .

Muchos más autores propusieron diferentes modelos que representaron el comportamiento del flujo de fluidos y caracterizaron los yacimientos naturalmente fracturados, sin embargo fue a través del tiempo que las investigaciones y las evidencias llevaron a demostrar que las fracturas son elementos fractales, es decir son objetos geométricos cuya estructura básica, irregular, se repite a diferentes escalas y se caracterizan por tener propiedades como la dimensión fractal, la cual proporciona una descripción de cuanto espacio se llena con el conjunto de fracturas. Los yacimientos que presentan estas características son denominados yacimientos fractales.

Chang y Yortsos (1990) plantearon un modelo para describir el comportamiento de las presiones transitorias en yacimientos que tienen diferentes escalas, mala conectividad de la fractura y distribución espacial desordenada, es decir un sistema constituido por una red de fracturas fractales incrustadas en una matriz euclidiana. Para esto, propusieron una modificación de la ecuación de difusividad considerando un flujo monofásico en un objeto fractal (red de fracturas) tanto en sistemas donde solo participan las redes de fracturas como en sistemas donde participan la matriz y las redes de fracturas.

Estos autores consideraron la ubicación y distribución de las redes de fracturas en el yacimiento mediante el planteamiento del parámetro  $Df$  que brinda dicha caracterización, además de considerar la conductividad que se presenta entre las redes de fracturas mediante el índice de conductividad,  $\theta$

En este trabajo se busca desarrollar una solución analítica basada en el análisis de la presión y la derivada de la presión adimensional para el cálculo de dichos parámetros fractales, mediante el uso del modelo de los autores anteriormente mencionados en el que se tiene en cuenta la participación de la red de fracturas y la matriz para un flujo monofásico no estacionario.

## CAPITULO 1: REVISION BIBLIOGRAFICA

Los yacimientos naturalmente fracturados (YNF) se definen como aquellos yacimientos de hidrocarburos cuya producción está influenciada por la presencia de fracturas, las cuales tienen un efecto significativo sobre las características que definen el flujo de fluidos a través de este. Los yacimientos naturalmente fracturados han recibido considerable atención en las últimas décadas, debido a que si bien casi todos los yacimientos de hidrocarburos son afectados de alguna manera por las fracturas naturales, los efectos de las fracturas a menudo se conocen en forma imprecisa y en gran medida se subestiman.



**Figura 1.1.** Sistema de fracturas

Ignorar la presencia de las fracturas implica incurrir en la falta de una caracterización temprana de las facturas naturales, tal omisión puede limitar severamente las opciones de desarrollo de campos petroleros.

La presencia de fracturas naturales en un yacimiento puede tener efectos positivos, como maximizar la capacidad de flujo de petróleo, aunque también los efectos pueden ser negativos, cuando se presenta canalización de agua o gas hacia los pozos. Es por esto que el estudio de los YNF se ha venido ampliando con el transcurso del tiempo, la principal razón, es la necesidad de una mayor exactitud en la descripción del yacimiento específicamente de los medios que lo componen.

Este tipo de yacimientos pueden ser representados a través de dos subsistemas: la matriz y las fracturas; cada uno de éstos posee propiedades petrofísicas diferentes, lo cual hace que el comportamiento de este tipo de yacimientos sea distinto al comportamiento que presentan los yacimientos homogéneos.

La correcta evaluación de las propiedades de cada subsistema y la integración adecuada de éstas, para la formulación del modelo que mejor se adapte a las condiciones reales de flujo en el yacimiento, es un factor crítico en la ingeniería de los YNF.



## 1.1 CARACTERISTICAS DE LOS YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

### 1.1.1. Porosidad

En los YNF puede haber dos tipos de porosidad, dependiendo del momento en que esta se originó.

#### 1.1.1.1. Porosidad Primaria

La porosidad primaria o intergranular es la porosidad que se origina durante el proceso de depositación del material que da origen a la roca. El volumen del espacio de poros determina la capacidad de almacenamiento del yacimiento.



Figura 1.2. Porosidad primaria

#### 1.1.1.2. Porosidad Secundaria

También conocida como porosidad inducida, este tipo de porosidad es generada por la acción de procesos geomecánicos que fueron desarrollados sobre la roca después de la depositación de los sedimentos; este tipo de porosidad no tiene relación directa con la forma o distribución de las partículas sedimentarias.

De manera general, se puede decir que la porosidad secundaria es debida a la solución, recristalización, apertura y dolomitización de las fracturas.

En los YNF se presentan ambos tipo de porosidades. La porosidad primaria corresponde a la porosidad del subsistema matriz, mientras que la porosidad secundaria corresponderá a la porosidad de las fracturas.

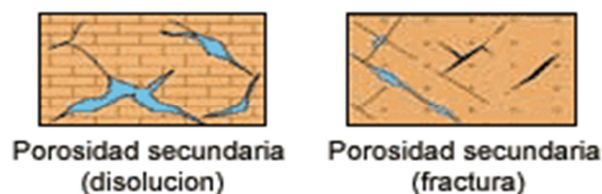


Figura 1.3. Porosidad Secundaria

## 1.1.2. Permeabilidad

La permeabilidad es una propiedad del medio poroso con la que se mide la capacidad y habilidad de la formación para transportar los fluidos que en ésta se hallan.

La permeabilidad de la roca,  $\kappa$ , es una propiedad muy importante del medio poroso, ya que ésta controla la dirección preferencial por la que tendrá lugar el flujo de los fluidos a través del yacimiento.

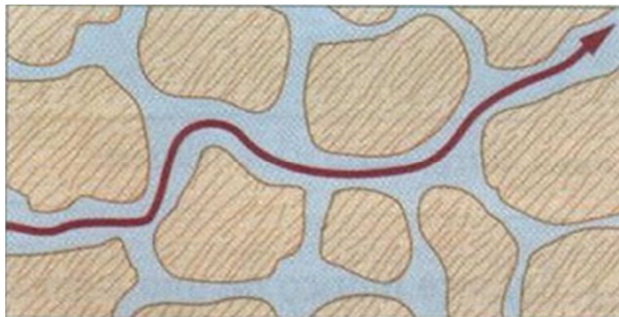


Figura 1.4. Permeabilidad

### 1.1.2.1. Permeabilidad Primaria

Este tipo de permeabilidad es intrínseca al proceso de formación de la roca y corresponde a la permeabilidad que presenta el subsistema matriz, por lo que también recibe el nombre de permeabilidad de matriz.

### 1.1.2.2. Permeabilidad secundaria

Este tipo de permeabilidad se originó por acción de los esfuerzos que formaron las fracturas, las cuales son consideradas como canales de flujo. Esta permeabilidad presenta generalmente una gran magnitud, del orden de los cientos a miles de milidarcys. Representa la capacidad de la fractura para permitir el desplazamiento de los fluidos, por lo cual es llamada permeabilidad de fractura.

Cualquier cambio en la dirección del flujo ocasionará un valor diferente de la permeabilidad total, es decir, las condiciones de la permeabilidad de la matriz y de las fracturas son diferentes para cada dirección en la que el flujo sea medido. Lo anterior explica porque la mayoría de los YNF son considerados anisotrópicos, es decir, presentan permeabilidad direccional a través de éstos.

La gran mayoría de los YNF son heterogéneos, es decir, hay variaciones macroscópicas en las propiedades de la formación. La idea que las fracturas son canales de flujo homogéneos, es una concepción bastante ideal que no tiene aplicación válida en la realidad.

### 1.1.3. Propiedades básicas de la interacción fluido – roca.

#### 1.1.3.1. Coeficiente de flujo interporoso, $\lambda$

El Coeficiente de flujo interporoso  $\lambda$  es una medida directamente proporcional a la relación entre la permeabilidad de la matriz y la permeabilidad de la fractura,

$$\lambda \propto r_w^2 \left( \frac{k_m}{k_f} \right) \quad (1.1)$$

Cuando  $\lambda = 1$ , significa que la permeabilidad de la matriz  $k_m$  es igual a la permeabilidad de la fractura  $k_f$ , luego el sistema se comporta como homogéneo y sin fractura. Normalmente  $k_m < k_f$  y  $\lambda < 1$ . Entre más pequeño sea el valor de  $\lambda$ , se deduce que la permeabilidad de la fractura es mucho mayor que la permeabilidad de la matriz, luego la capacidad de flujo del sistema se debe casi en su totalidad a la presencia de fracturas. El valor del coeficiente de flujo  $\lambda$ , determina que tan temprano aparece la depresión en una gráfica de derivada de presión. Entre más pequeño es el valor de  $\lambda$ , la depresión aparece más tarde en el tiempo.

#### 1.1.3.2. Parámetro de almacenamiento, $\omega$

Se define como la relación entre el almacenamiento de fluidos que tiene lugar en la fractura y la capacidad de almacenamiento total del sistema.

$$\omega = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_{ma}} \quad (1.2)$$

Cuando  $\omega = 0.5$ , significa que la capacidad de flujo de la matriz es igual a la capacidad de flujo de la fractura, luego el sistema se comporta como homogéneo y sin influencia de canales de flujo preferencial y de alta permeabilidad. El potencial de flujo debido a las fracturas aumenta proporcionalmente con el valor de  $\omega$ . El parámetro de almacenamiento  $\omega$  define el tamaño de la depresión de la curva de la derivada de presión. Entre más pequeño es el valor de  $\omega$ , más pronunciada es la depresión de la derivada.

## 1.2. CLASIFICACION DE LOS YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

### 1.2.1. Clasificación según su capacidad de almacenamiento

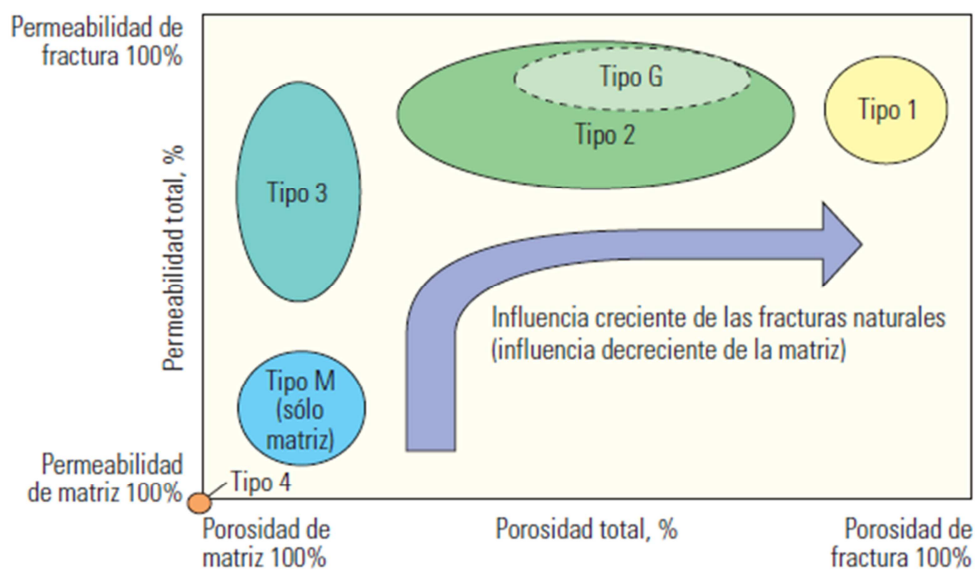
La capacidad de almacenamiento en un yacimiento está dada por el producto entre la porosidad y la saturación de los fluidos presentes en la roca, representando que tanto fluido puede acumular el yacimiento. Según esta clasificación existen tres tipos de YNF.

- **Yacimiento tipo A:** En este tipo de yacimientos la capacidad de almacenamiento de la matriz es mucho mayor en relación con la de las fracturas.
- **Yacimiento tipo B:** Estos yacimientos poseen una capacidad de almacenamiento prácticamente igual para la matriz y para las fracturas.
- **Yacimiento tipo C:** En los yacimientos Tipo C, la capacidad de almacenamiento es debida fundamentalmente a las fracturas, ya que la porosidad de la matriz es despreciable

### 1.3. REDES DE FRACTURAS

Las fracturas son definidas como una discontinuidad que resulta de esfuerzos que exceden la resistencia a la ruptura de una roca. Estas pueden producirse por deformación de la roca o por algún proceso físico-químico.

El conocimiento de los tipos de fracturas mejora la simulación del flujo de fluidos a través de las fracturas, porque los diversos tipos de fracturas conducen el fluido en forma diferente.



**Figura 1.5.** Sistema de clasificación de yacimientos naturalmente fracturados

### 1.4. GEOMETRIA FRACTAL

La complejidad de los YNF radica en que estos pueden presentar variación en relación a la morfología de las fracturas que lo constituyen, e incluso puede haber variación en la relación de la capacidad de almacenamiento entre matriz y fracturas; inclusive, la variación en la distribución de los patrones de fracturamiento de la roca conlleva a que

los YNF presenten una alta complejidad para la caracterización de los procesos de flujo que ocurren en el yacimiento.

Estas variaciones y discontinuidades ocasionan considerables dificultades en la descripción de la estructura interna y del flujo de fluidos dentro de este tipo de yacimientos generando la necesidad de identificar y analizar parámetros fractales para la comprensión del sistema de red de fracturas fractales.

En este tipo de yacimientos naturalmente fracturados se observa como guardan similitudes en su configuración debido a la gran variabilidad en las escalas y en la densidad de las fracturas, características que son inducidas por el proceso de fracturamiento en relación con la fragilidad inicial del material, por lo cual deben buscarse alternativas para yacimientos con múltiples escalas y una red de fracturas no euclidiana. La geometría fractal es un candidato natural para la representación de tales sistemas debido a que la evidencia apunta a que los procesos de fracturamiento pueden conducir a la creación de objetos fractales.

#### **1.4.1. Características de los fractales**

La expresión fractal viene del latín fractus, que significa fracturado, roto, irregular y se define como un objeto geométrico cuya estructura básica, se repite a diferentes escalas y con diferente orientación, este término fue propuesto por el matemático Benoît Mandelbrot (1975).

##### **1.4.1.1. Dimensión fractal**

La concepción de dimensión que se usa normalmente es la euclidiana clásica, en la que una dimensión representa una recta, dos dimensiones forman un plano y tres dimensiones forman un objeto con volumen.

La teoría fractal puede ser considerada como una herramienta válida y útil para el estudio de fenómenos dinámicos en el cuerpo humano o en la naturaleza y nos permite una aproximación más acorde con la complejidad y la ausencia de linealidad existente en dichos procesos



**Figura 1.6.** Fractales naturales. A. Flor romanesco broccoli B. Rama de helecho

Mandelbrot (1975) surgiere que la dimensión de un fractal se debe usar como un exponente al medir su tamaño. El resultado es que no se puede considerar estrictamente que los fractales existen en una, dos o un número entero de dimensiones sino que se han de manejar matemáticamente como si tuvieran dimensión fraccionaria.

Según una definición establecida por Mandelbrot en 1975: “un fractal es el conjunto de formas generadas normalmente por procesos matemáticos repetitivos que se caracterizan por: 1. Tener el mismo aspecto a cualquier escala de observación, 2. Tener longitud infinita, 3. No ser diferenciables, 4. Tener dimensión fraccional o fractal.”

Se ha demostrado que los fractales tienen la capacidad de permitir una descripción y un modelo matemático apropiado para algunos patrones fragmentados o irregulares presentes en las formas de la naturaleza. En lo que se refiere a la dimensión fractal, esta se refieren a como el objeto geométrico llena el espacio en el que está inmerso; es decir en un yacimiento naturalmente fracturado fractal la dimensión fractal proporciona una descripción de cuánto espacio se llena con el conjunto de fracturas, ofreciendo una noción de la rugosidad de la misma.

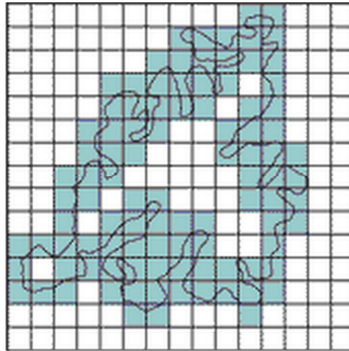
Existen varios métodos para el cálculo de la dimensión fractal, entre ellos se encuentran: conteo de cajas (*box counting*), método del compás (*Compass o ruler method*), variogramas entre otros.

Una de las maneras más empleadas para el cálculo de la dimensión fractal es mediante el método de conteo de cajas (*box counting*), el cual es ampliamente usado para determinar la dimensión fractal de muchos fenómenos tales como: imágenes digitales de líneas de costa, fotografías de vegetación, patrones de fracturas determinados de imágenes remotas, entre muchos otros. Este método puede ser aplicado a un conjunto de puntos, características lineales, áreas y volúmenes.

Antes de ser aplicado en investigación fractal, fue usado para determinar de una manera rápida el área de características cartográficas irregulares según Klinkenberg (1994).

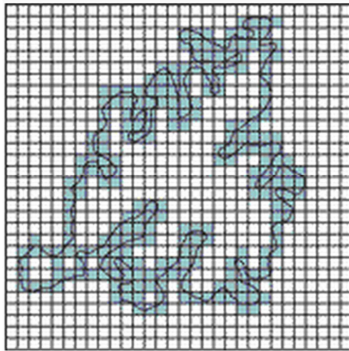
Su implementación puede ser concebida de la siguiente manera:

1. Se cubre la característica de interés con una sola caja.
2. La caja es dividida en cuadrantes de lado  $r$  y se cuenta el número de celdas  $N(r)$  que cubren algún sector de la figura.



**Figura 1.7.** Caja dividida en celdas de mayor tamaño

3. Enseguida, se repite la medición para distintos tamaños de  $r$ , de cajas.



**Figura 1.8.** Caja dividida en celdas de menor tamaño

4. Este procedimiento se repite hasta que el tamaño de la caja sea igual a la resolución de los datos, contando siempre el número de celdas que están ocupadas por algún sector de la figura.
5. Luego se hace una gráfica  $\text{Log}(N(r))$  vs.  $\text{Log}(1/r)$ . Se calcula la pendiente de esta gráfica, la cual representa la dimensión fractal  $D_f$ , los puntos se sitúan a lo largo de una línea recta de pendiente positiva. Es decir ajustan a una función del tipo:

$$\text{Ln } N(r) = D \times \text{Ln} (1/r) + C \quad (1.3)$$

Despejando  $N(r)$ , se obtiene una ley potencial en donde la dimensión fractal es un exponente  $-D$ :

$$N(r) = \text{Cte} \times r^{-D} \quad (1.4)$$

#### 1.4.1.2. Definición matemática de la dimensión fractal:

Esta definición matemática es la que se conoce como la dimensión de Hausdorff-Besicovitch y se encarga de las mediciones de los objetos, la cual está dada de la siguiente manera: se debe obtener la medida según un patrón seleccionado, de manera que para la obtención de la longitud de una línea se debe cubrir dicha longitud con segmentos de rectas de longitud conocida, y la longitud resultante es la sumatoria del número de veces en que el patrón de medida ocupa la totalidad de la superficie, si la medida se hace con un patrón de dimensionalidad mayor la magnitud de la longitud se hace infinita, de igual manera si se midiera con un patrón de dimensionalidad menor a la del objeto el resultado sería cero; es decir, solo se puede medir el objeto con un patrón de igual dimensionalidad para obtener un resultado satisfactorio. De igual manera se realizan las mediciones para áreas y volúmenes, teniendo en cuenta la correspondiente dimensión para cada caso, es decir, 2 y 3 respectivamente.

**Tabla 1.1.** Dimensión de objetos clásicos de la geometría

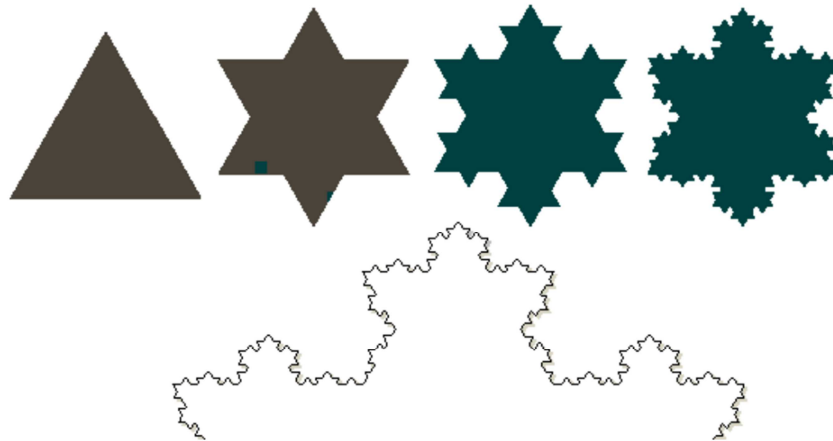
Objeto	Dimensión Euclidiana	Dimensión Fractal
Puntos aislados	0	0
Línea	1	$0 < D_f < 1$
Superficie Suave	2	$1 < D_f < 2$
Sólidos Típicos	3	$2 < D_f < 3$

#### 1.4.1.3. Autosimilaridad

Normalmente los fractales son autosemejantes, es decir, tienen la propiedad de que una pequeña sección de un fractal puede ser vista como una réplica a menor escala de todo el fractal. Los objetos naturales son o deben de ser más bien estadísticamente auto-similares, más que auto-similares. Esta propiedad de que los objetos pueden parecer estadísticamente similares, mientras que al mismo tiempo exhiben alguna variabilidad en los detalles a diferentes escalas, es la característica central de los fractales en la naturaleza.

A continuación se muestra un ejemplo de un fractal, también conocido como “copo de nieve”, curva que se obtiene tomando un triángulo equilátero y colocando sucesivos triángulos, cada vez de menor tamaño, en el tercio medio de los lados cada vez más pequeños. Para este caso, dimensión fractal de 1,2618.





**Figura 1.9.** Figura fractal copo de nieve

Iteración	N	s	Longitud Total
	1	1	$1 \times 1$
	4	$1/3$	$4 \times 1/3 = 4/3$
	$4^2$	$1/3^2$	$4^2 \times 1/3^2 = 4^2/3^2$
	$4^3$	$1/3^3$	$4^3 \times 1/3^3 = 4^3/3^3$
	$4^4$	$1/3^4$	$4^4 \times 1/3^4 = 4^4/3^4$
	$4^n$	$1/3^n$	$4^n \times 1/3^n = 4^n/3^n$

**Figura 1.10.** Longitud curva de Koch (Fractal copo de nieve)

En teoría, el resultado es una figura de superficie finita pero con un perímetro de longitud infinita, y con un número infinito de vértices. En el lenguaje matemático del cálculo, dicha curva no se puede diferenciar.

### 1.5. MODELOS DE FLUJO EN YNF

El estudio y definición de los procesos de flujo que tienen lugar en los YNF es un gran desafío, ya que el modelamiento de la interacción que tiene lugar entre los fluidos y los dos subsistemas que los componen no es una labor sencilla. La interacción compleja de los mecanismos que hacen posible la transferencia de masa entre la matriz y las fracturas dificulta el desarrollo de un modelo matemático simple que se ajuste a la realidad del fenómeno de flujo.

El modelo tradicional para describir el comportamiento de los YNF, fue desarrollado por Barenblatt (1960), se denominó “Modelo de Doble Porosidad” y puede ser resumido de la siguiente manera:

- Existen dos regiones dentro del yacimiento, cada una con diferente porosidad y permeabilidad. Una de las regiones está constituida por las fracturas, las cuales presentan una alta conductividad, siendo las responsables del transporte de los fluidos desde el yacimiento hacia el pozo.
- La otra región se halla conformada por la matriz; ésta tiene baja conductividad y se encarga de alimentar con fluido a las fracturas, actuando como una fuente o almacén de fluidos uniformemente distribuida.

Warrent and Root (1963), desarrollaron la ecuación de difusividad o transmisión de fluidos para los YNF, considerando un modelo físico de doble porosidad, como el descrito por Barenblatt (1960). Este modelo establece que las fracturas constituyen una red de canales de flujo paralelo al eje principal de permeabilidad; por su parte el subsistema de matriz se encuentra constituido por bloques homogéneos e isotrópicos.

Este trabajo constituyó la primera solución completa de línea fuente para la ecuación de difusividad aplicada a yacimientos de doble porosidad. Desde ese momento, y teniendo en cuenta las múltiples fallas que presentaban los modelos, se han reformulado sus principios teóricos para tratar de establecer un modelo que refleje la realidad del proceso de flujo que sucede en los YNF.

Reconociendo la necesidad de una mayor extensión en los modelos propuestos, Abdassah y Ershaghi (1986) propusieron recientemente un modelo de triple porosidad que considera un medio o región adicional dejando a un lado el modelo convencional de doble porosidad en donde solo existen la matriz y fracturas. Si bien este enfoque gradual puede ser adecuado en algunos casos, es menos aplicable a los sistemas que presentan un gran número de diferentes escalas o medios, pobre conectividad de fractura, y la distribución espacial desordenada.

Debido a la incertidumbre en la historia geológica, tectónica y mecanoquímica, no es apropiado atribuir propiedades fractales a cada yacimiento fracturado. No obstante, la omnipresencia de la geometría fractal, incluso a los yacimientos no fracturados, es lo suficientemente convincente como para motivar un estudio en esta dirección. Estructuras fractales similares son probables que surjan también en las operaciones de acidificación.

Los modelos fractales más simples asumen un procedimiento de escalamiento de ley de potencia donde el exponente está relacionado con la dimensión fractal, que es la herramienta principal de la geometría fractal. Esta proporciona una descripción de cuánto espacio se llena con el conjunto de fracturas, y proporciona mucha información acerca de las propiedades geométricas de dicho conjunto. Por lo tanto, este parámetro fractal describe variaciones a lo largo de un rango de escalas y si se puede estimar, las propiedades del yacimiento, como la porosidad y la permeabilidad pueden definirse correctamente.

Chang y Yortsos (1990) aplican un modelo fractal para el análisis de presiones transitorias. Este modelo describe un sistema naturalmente fracturado que tiene diferentes escalas, mala conectividad de la fractura y la distribución espacial de una manera desordenada.

Acuña et. Al (1995) aplico este modelo para analizar pruebas de presión transitoria y observo que el cambio en la presión del pozo es una función de ley de potencia con respecto al tiempo, donde se puede obtener el fracton o dimensión espectral. Este parámetro es una función tanto de la dimensión fractal como del índice de conductividad, que está relacionada con la topología de la red de fracturas.

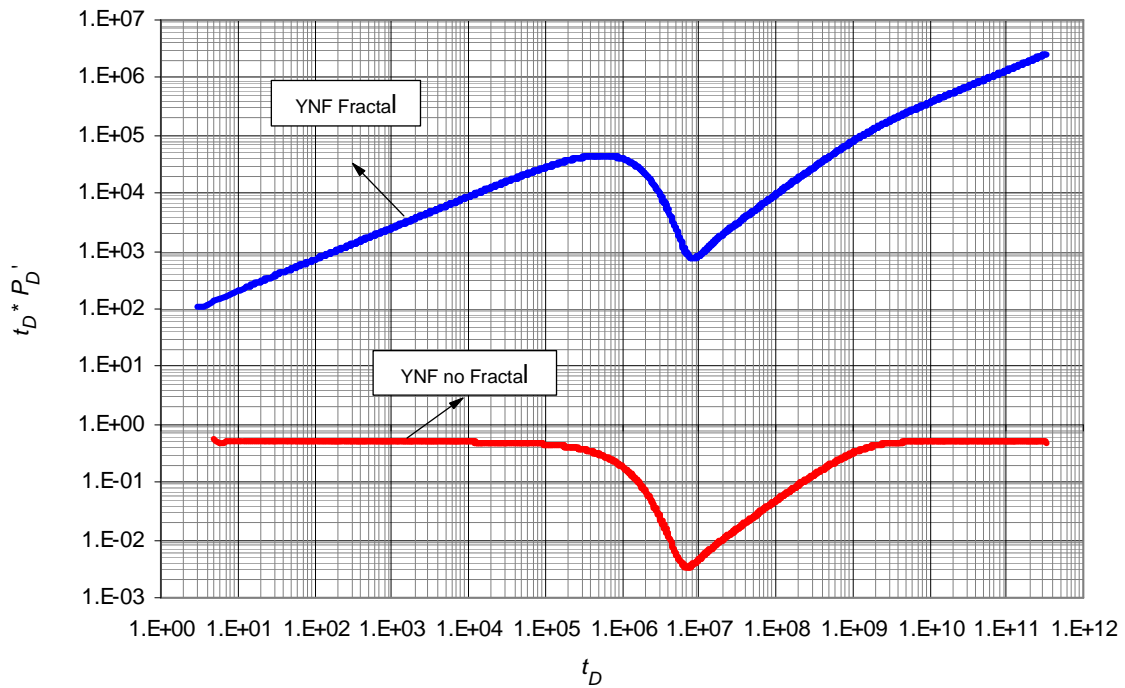
Olarewaju (1996) también examinó la respuesta de la presión transitoria de los yacimientos naturalmente fracturados mediante el uso de un modelo fractal, pero en lugar de asumir una función de transferencia de estado pseudoestable entre la matriz y el sistema de fracturas, utilizó un supuesto flujo interporoso transitorio.

Beier (1994) extendió el modelo fractal de Chang y Yortsos al considerar un pozo hidráulicamente fracturado. También observó un comportamiento de ley de potencia durante los periodos de flujo radial y lineal.

Vista la necesidad de una descripción y mejor caracterización de los yacimientos naturalmente fracturados fractales, se buscó en este trabajo de grado y con base en el modelo de Chang y Yortsos (1990), desarrollar una solución analítica teniendo en cuenta el análisis del comportamiento de la presión y la derivada de la presión adimensional que permitieran evaluar los parámetros característicos de este tipo de yacimientos: el parámetro de flujo interporoso  $\lambda$ , el coeficiente de almacenamiento  $\omega$  la permeabilidad de las fracturas  $k_f$ , la dimensión fractal  $D_f$  y el índice de conductividad  $\theta$ .

## CAPITULO 2: MODELO MATEMATICO

El comportamiento de la derivada de la presión adimensional de un yacimiento heterogéneo fractal presenta notables diferencias a el comportamiento de un yacimiento naturalmente fracturado, ya que en los yacimientos heterogéneos fractales se exhibe un comportamiento de ley de potencia con variaciones de pendientes en los regímenes de flujo radiales que distan de la trayectoria de la derivada de los YNF en donde normalmente se presentaría un comportamiento de un régimen de flujo radial con pendientes de valor cero tanto en tiempos tempranos como tardíos. En la figura 2.1 se puede apreciar dicha diferencia.

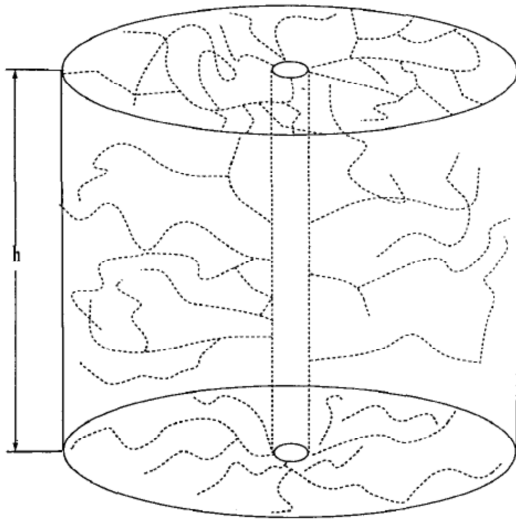


**Figura 2.1.** Diferencia de comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un YNF fractal y un YNF no fractal

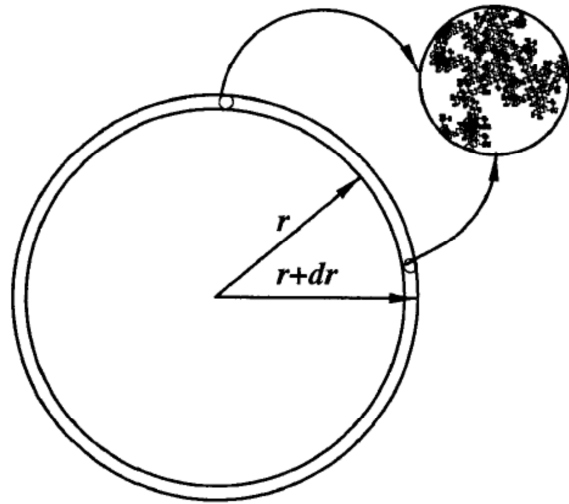
Estas anomalías o diferencias en el comportamiento de la derivada son producto de características fractales del yacimiento que están directamente relacionadas a la dimensión fractal y el índice de conductividad. Al descubrirse que los yacimientos naturalmente fracturados tenían este comportamiento fractal en sus redes de fracturas, se plantearon diferentes modelos que buscan exponer el comportamiento del flujo de fluidos dentro del yacimiento, entre ellos se encuentra el modelo de Chang y Yortsos (1990) en el cual se presenta una formulación para una red de fracturas fractales incrustadas en una matriz euclidiana en donde el flujo monofásico en el objeto fractal se describe por una

modificación apropiada de la ecuación de difusividad, posteriormente se analiza la respuesta del transiente de presión del sistema cuando la red de fracturas y la matriz participan.

## 2.1. DESCRIPCIÓN DEL MODELO



**Figura 2.2.** Representación del medio poroso



**Figura 2.3.** Flujo a través de una carcasa diferencial

La Figura. 2.2 es un esquema simple del medio poroso. La red de líneas punteadas representa una red de fracturas fractales y el espacio restante está ocupado por la matriz euclidiana, este esquema corresponde a una simetría cilíndrica ( $d = 2$ ).

En la Figura 2.3  $r$  denota la distancia euclidiana desde el origen del pozo hasta la carcasa diferencial.

### 2.1.1. Flujo en redes de fracturas:

Para describir el flujo de un fluido ligeramente compresible monofásico, se presume que el almacenamiento de flujo en el fractal se produce en los sitios de volumen  $V_s$  (asumiendo el mismo para cada sitio), y densidad  $n(r)$ , tal que  $n(r)dr$  es el número de sitios en la carcasa euclidiana cerrados por  $r$  y  $r+dr$  (Figura 2.3). Se denota la tasa de flujo volumétrico que cruza la cascara como  $Q_r$ . A partir de un balance de masa diferencial se produce:

$$V_s n(r) (\partial \rho / \partial t) + (\partial \rho Q_r / \partial r) = 0 \quad (2.1)$$

Para un fluido ligeramente compresible, la aproximación estándar conduce a:

$$V_s n(r) c_f (\partial p / \partial t) + (\partial p Q_r / \partial r) = 0 \quad (2.2)$$

**Densidad de sitio,  $n(r)$**

$$n(r) = ar^{D-1} \quad (2.3)$$

**Caudal,  $Q_r$**

$$Q_r = -(aV_s m / \mu) [r^{D-\theta-1} (\partial p / \partial r)] \quad (2.4)$$

**Ecuacion de difusividad**

Ahora se puede obtener la ecuación que describe el flujo de un fluido ligeramente compresible en una red fractal en términos de  $Df$ ,  $\theta$ , y  $m$ . Mediante la combinación de las ecuaciones 2.2, 2.3, y 2.4, se obtiene:

$$c_f (\partial p / \partial t) = (m / \mu) (1 / r^{D-1}) (\partial / \partial r) [r^\beta (\partial p / \partial r)] \quad (2.5)$$

Donde  $\beta = Df - \theta - 1$

La ecuación 2.5 es una generalización no local para cualquier  $Df$  de la tradicional ecuación de difusividad utilizada habitualmente en las pruebas de pozo, así que también abarca los casos de geometría euclidiana. ( $Df=1, 2$ , y  $3$ ;  $\theta=0$ ).

Condiciones de frontera apropiadas se pueden desarrollar fácilmente. Para  $Q$ , se tiene

$$(aV_s m / \mu) [r^\beta (\partial p / \partial r)]_{r=r_w} = Q \quad (2.6)$$

Mientras que en presencia del almacenamiento del pozo

$$(aV_s m / \mu) [r^\beta (\partial p / \partial r)]_{r=r_w} = Q + [C (dp_w / dt)] \quad (2.7)$$

Para una notación adimensional, se define el radio característico, el tiempo, y la presión

$$r^* = r_w \quad (2.8a)$$

$$t^* = c_f \mu r_w^{\theta+2} / m \quad (2.8b)$$

$$p^* = Q \mu r_w^{1+\beta} / aV_s m \quad (2.8c)$$

Introduciendo las variables adimensionales

$$P_D = (p_i - p) / p^* \quad (2.9a)$$

$$t_D = t / t^* \quad (2.9b)$$

$$r_D = r / r^* \quad (2.9c)$$

Se obtiene

$$r_D^\beta (\partial p_D / \partial t_D) = [(\beta / r_D) (\partial p_D / \partial r_D)] + (\partial^2 p_D / \partial^2 r_D) \quad (2.10)$$

Con la condición de frontera en el pozo

$$[C_D (dp_{wD} / dt_D)] - [r_D^\beta (\partial p_D / \partial r_D)]_{r_D=1} = 1 \quad (2.11)$$

La solución numérica del modelo matemático, según Chang y Yortsos (1990) la presión del fondo del pozo adimensional está dada por:

$$\tilde{p}_{D(z)} = \frac{K_\nu(\zeta) + s\Theta\zeta K_{\nu-1}(\zeta)}{z \left\{ C_D z \left[ K_\nu(\zeta) + s\Theta\zeta K_{\nu-1}(\zeta) \right] + \Theta\zeta K_{\nu-1}(\zeta) \right\}} \quad (2.12)$$

Donde  $K_\nu$  es una función modificada de Bessel y los demás parámetros están definidos por:

$$\nu = 1 - \delta \quad (2.13)$$

$$\zeta = \left[ \frac{2}{(2+\theta)} \right] \sqrt{z} \quad (2.14)$$

$$\Theta = \frac{(2+\theta)}{2} \quad (2.15)$$

### **CAPITULO 3: ANÁLISIS DE PRESIÓN Y DERIVADA DE PRESIÓN PARA YACIMIENTOS HETEROGENEOS FRACTALES**

Las pruebas de presión transitoria son comúnmente utilizadas para registrar el cambio de presión en el fondo del pozo, una vez se ha efectuado un cambio en el caudal de producción en superficie. La alteración en el perfil de la distribución de la presión transmitida a lo largo del yacimiento genera una variación en la producción obtenida en superficie.

Se conoce la dependencia de las propiedades petrofísicas de las rocas en la curva del comportamiento de la presión contra el tiempo, razón por la cual el análisis de estas curvas, tiene por objetivo encontrar toda la información contenida en ellas, incluso se cree que esta constituye la herramienta que mayor información proporciona acerca de la caracterización del yacimiento, es decir, de factores como: Dimensión fractal, índice de conductividad, permeabilidad de las fracturas, coeficiente de almacenamiento adimensional, parámetro de flujo interporoso y daño.

En una prueba de presión se pueden diferenciar varias etapas y patrones de flujo, los cuales están definidos por las diferentes propiedades que presenta el yacimiento. Debido a esto, es de vital importancia definir la geometría o patrón de comportamiento típico de los flujos que existen en determinado periodo de tiempo para la posterior selección y aplicación adecuada de las correlaciones generadas.

En la Figura 3.1 se pueden observar los distintos regímenes de flujos característicos de un gráfico del cambio de la presión adimensional y de la derivada de la presión adimensional en función del tiempo adimensional para un yacimiento naturalmente fracturado.

#### **3.1. REGIMENES DE FLUJO**

En yacimientos naturalmente fracturados fractales las vías de aporte del fluido hacia el pozo lo constituye toda la configuración fractal de la red de fracturas en primera medida y finalmente la matriz.

De la curva de la derivada de la presión se observa a tiempos tempranos una línea recta de pendiente constante que identifica el comportamiento del régimen de flujo radial temprano, en el cual se da el aporte de fluidos por parte de las fracturas con geometría fractal hacia el pozo. De igual manera, se identifica en el perfil de la caída de presión una porción de línea recta de igual pendiente a la mostrada en la curva de la derivada de la presión.



Sin embargo en ocasiones se puede presentar un comportamiento en el cual se identifica que la capacidad de aporte de la red de las fracturas no es significativa o con una duración muy corta, que hace difícil la identificación de este tipo de flujo.

Este régimen de flujo a tiempos tempranos, también puede ser fácilmente enmascarado por los efectos de almacenamiento, que para efectos teóricos del desarrollo del presente trabajo, no fueron considerados. No obstante, se sabe que para casos reales, las pruebas de presión están asociadas a efectos significativos del almacenamiento de fluidos en el pozo. En razón a lo anterior, se debe tener en cuenta su efecto o el tiempo de enmascaramiento, el cual está relacionado directamente con la severidad del almacenamiento en la cara del pozo.

La zona de transición resulta fácilmente reconocible en ambas curvas. En la de derivada de presión se presenta como una depresión (forma de U), mientras que en la de caída de presión se identifica como una porción de línea recta horizontal. Esta zona generalmente es alcanzada cuando el potencial de aporte de fluidos por parte de la red de fracturas fractales agota su presión para iniciar a dar continuidad con la afluencia de fluidos por parte de la matriz hacia el pozo.

A medida que continúa el avance el transiente de presión, se hace más notable la participación del medio poroso de la matriz para el aporte de fluidos durante el régimen de flujo del radial tardío en donde el sistema que domina es la matriz. Es decir, entre el periodo de transición o en la disminución en la tasa de declinación de la presión, se genera un segmento lineal aparentemente paralelo a la sección lineal que representa el flujo radial dominado por la red de fracturas a tiempos tempranos, no obstante, luego de múltiples estudios en el tema se ha demostrado que el valor de las derivadas con cercanas pero distintas.

### **3.2. ANALISIS DE LA PRESIÓN Y LA DERIVADA DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL**

El análisis de la presión y derivada de presión adimensional vs. el tiempo adimensional para los yacimientos heterogéneos fractales se llevó a cabo mediante la siguiente serie de pasos:

1. Para el inicio de este análisis, se comenzó con la implementación de las ecuaciones del modelo de Chang y Yortsos (1990) en donde se tiene en cuenta tanto la participación de las redes de fracturas como de la matriz, para el respectivo desarrollo del software *non Newtonian Fractal Reservoirs* en el que se generaron curvas base en gráficas log-log de la presión y derivada de presión adimensionales versus tiempo adimensional, sin tener en cuenta el almacenamiento y variando los

valores de la dimensión fractal  $Df$ , el índice de conductividad  $\theta$ , el parámetro de flujo interporoso  $\lambda$ , y el coeficiente de almacenamiento  $\omega$ .

Esta variación se realizó cambiando cada uno de los parámetros anteriormente mencionados por vez, mientras se dejaban las demás variables constantes. Las variaciones de cada uno de los parámetros se realizaron con los rangos mostrados a continuación:

Dimensión fractal,  $Df$ : valores entre 1 y 2

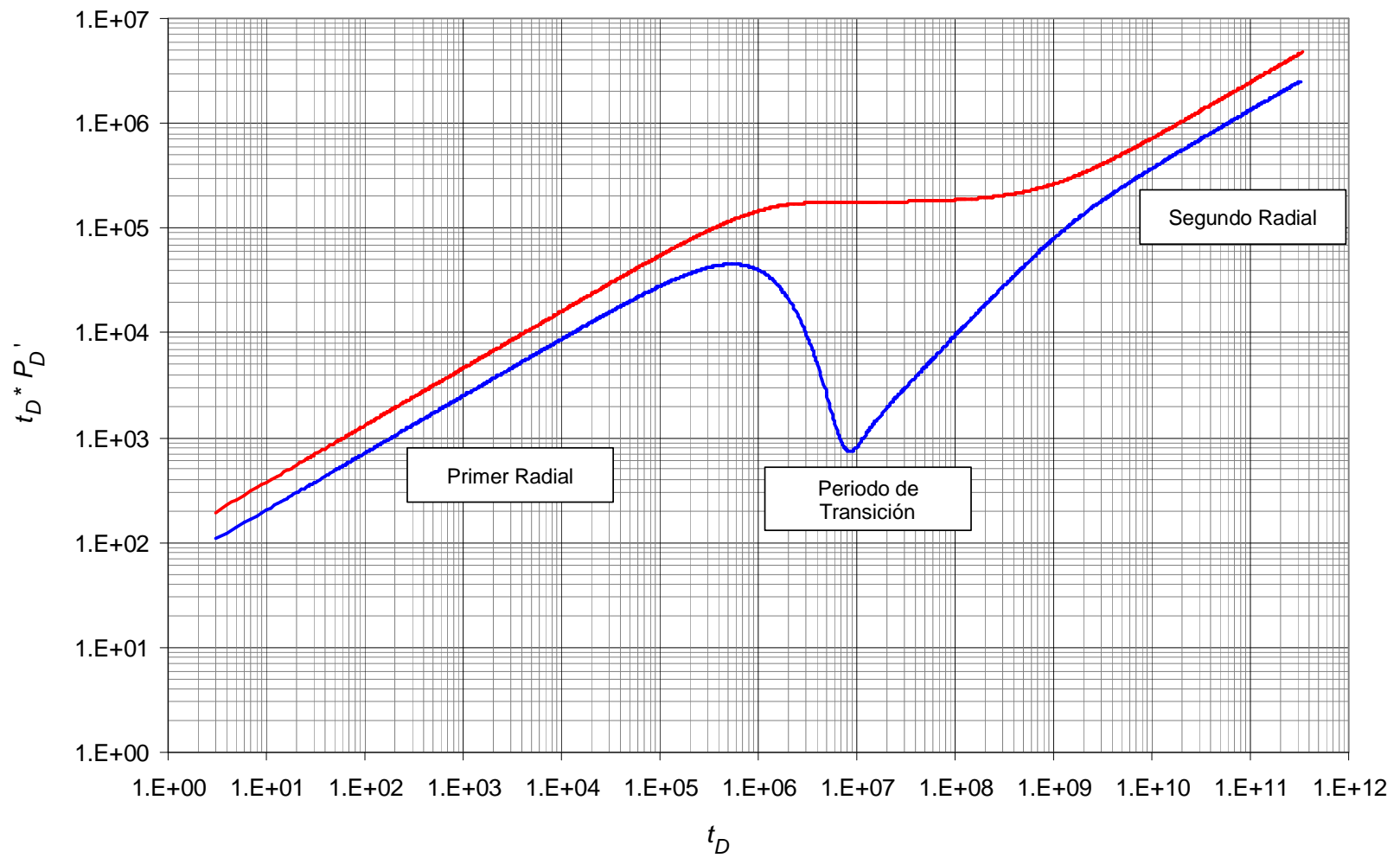
Índice de conductividad,  $\theta$ : valores entre 0.05 y 0.8

Parámetro de flujo interporoso,  $\lambda$ : valores entre  $1 \times 10^{-9}$  y  $1 \times 10^{-4}$

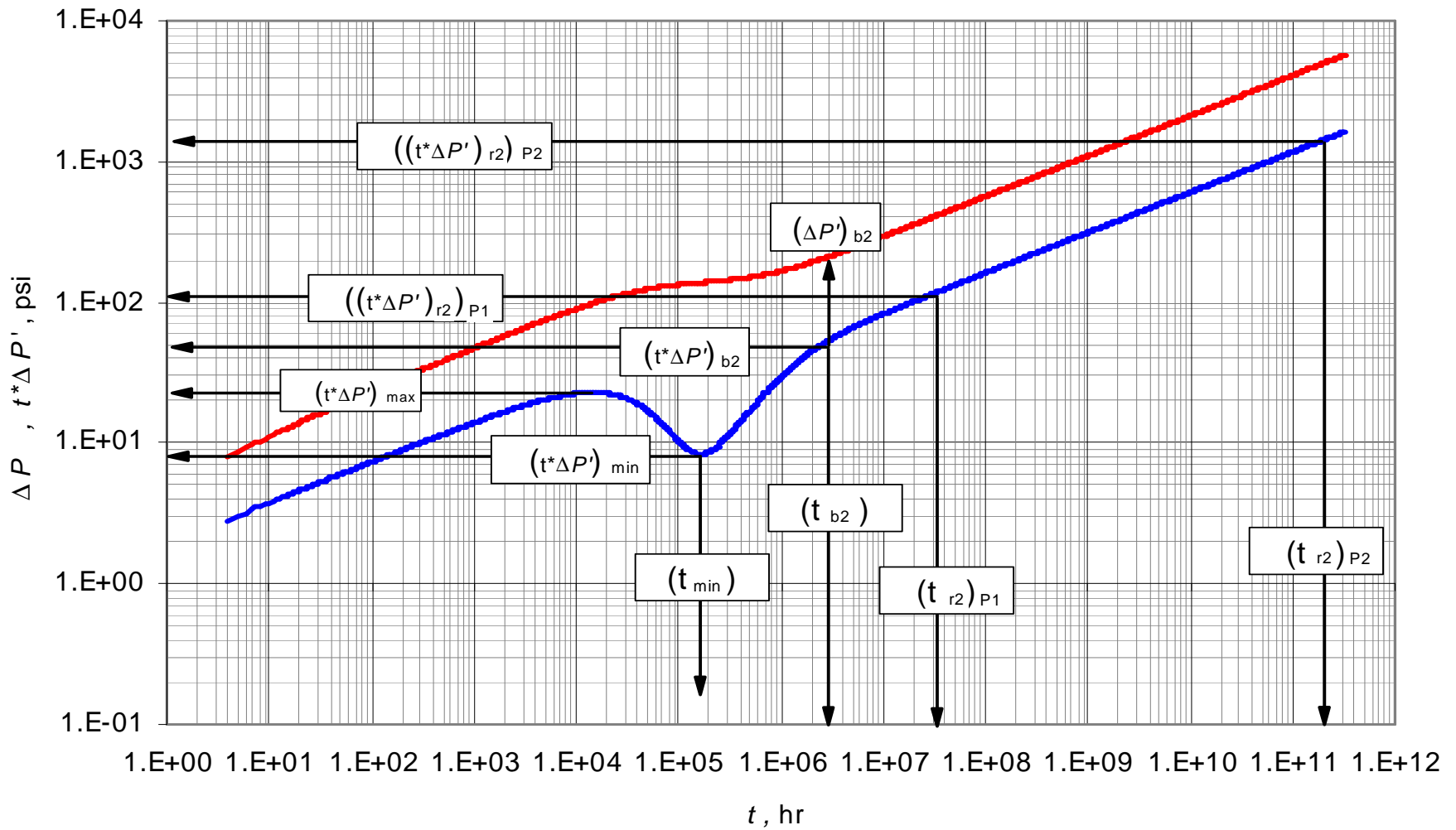
Coefficiente de almacenamiento,  $\omega$ : valores entre  $1 \times 10^{-3}$  y  $5 \times 10^{-1}$

Posterior a la graficación se lleva a cabo la observación y análisis de las tendencias de las curvas, ubicando sobre ellas los puntos característicos de un yacimiento heterogéneo fractal. Figura 3.2

Después de la ubicación de dichos puntos, se procede a correlacionar el efecto que genera la variación de los parámetros a calcular con los valores leídos de los puntos característicos empleando varios tipos de regresiones con ayuda de los programas TableCurve 2D y TableCurve 3D para así obtener finalmente las ecuaciones sintéticas que son el objetivo de este trabajo.



**Figura 3.1.** Comportamiento de un yacimiento heterogéneo fractal con  $Df=1$ ,  $\theta = 0.2$ ,  $\omega = 1 \times 10^{-3}$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-9}$



**Figura 3.2.** Puntos característicos para un yacimiento heterogéneo fractal con  $Df=1.5$ ,  $\theta=0.1$ ,  $\omega=5 \times 10^{-2}$ ,  $\lambda=1 \times 10^{-6}$

### 3.3. DIMENSION FRACTAL ( $D_f$ )

#### 3.3.1. Generación de la correlación para el cálculo de la dimensión fractal, $D_f$

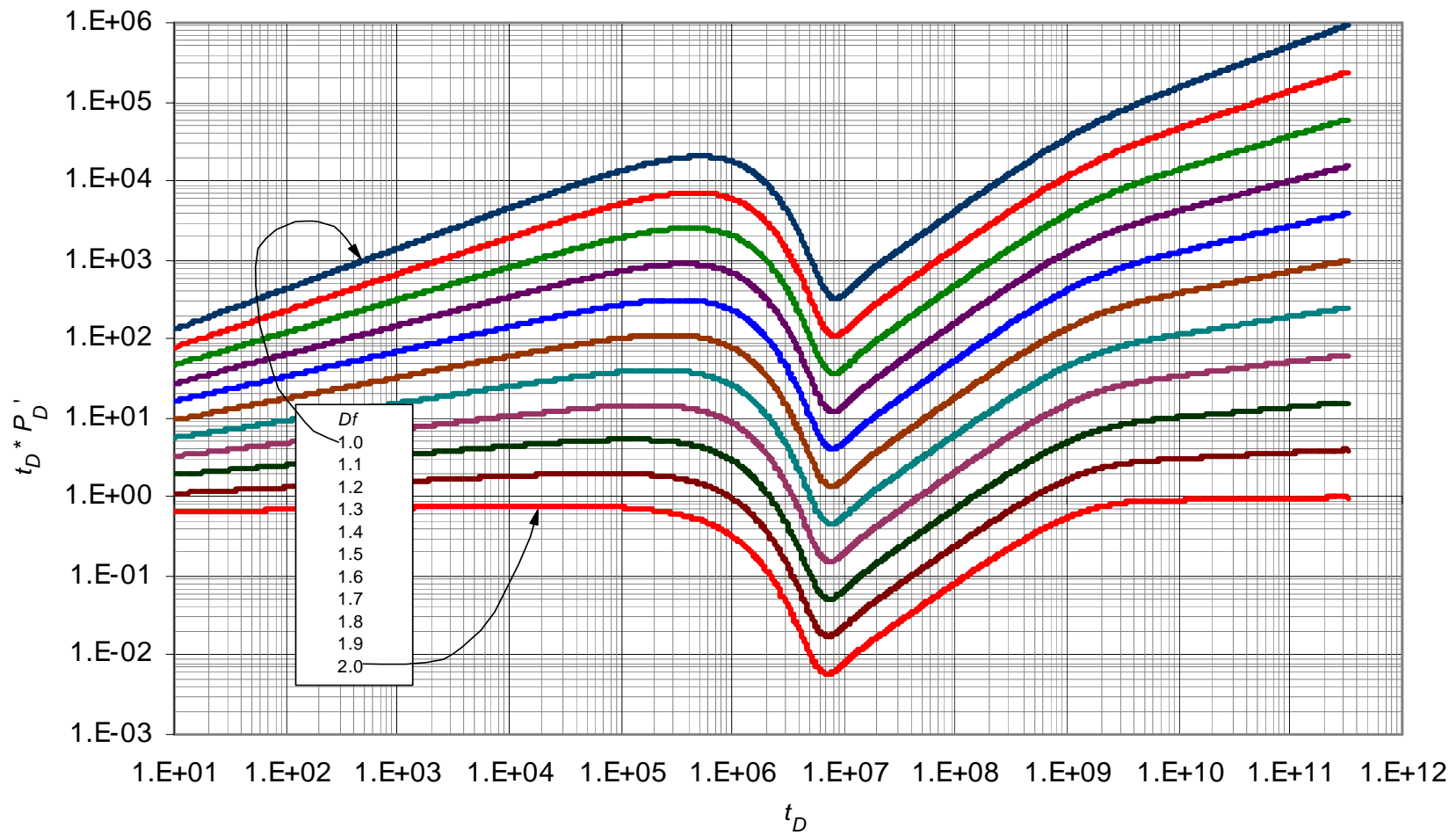
Se emplearon gráficas log-log ya que estas son ordenadas en el espacio, con comportamientos típicos y zonas de coincidencia determinantes. Éstas poseen ejes  $P_D$ ,  $t_D * P_D'$  vs.  $t_D$  en las cuales se varían los valores de dimensión fractal entre 1 y 2 y los demás parámetros  $\theta$ ,  $\lambda$  y  $\omega$  permanecen constantes. A continuación se pueden observar dos curvas base representativas de la variación anteriormente mencionada tanto de la presión adimensional como de la derivada de la presión adimensional, en las que se realizan las lecturas de los puntos característicos que se emplean para la obtención de las correlaciones para el cálculo de la dimensión fractal (Figura 3.3 y Figura 3.4).

En la Figura 3.3 y Figura 3.4 se puede observar el efecto de la dimensión fractal sobre el comportamiento de la presión y la derivada de la presión de un yacimiento heterogéneo fractal para valores constantes de  $\theta=0.05$ ,  $\lambda=1 \times 10^{-9}$  y  $\omega=1 \times 10^{-3}$ . Las gráficas para los demás valores de la dimensión fractal, se encuentran en el ANEXO A.

Básicamente lo que se puede apreciar en la Figura 3.3 es que la dimensión fractal  $D_f$ , modifica el valor de las pendientes tanto del radial temprano como del radial tardío observándose que la pendiente aumenta a medida que  $D_f$  disminuye por lo cual el máximo valor de la pendiente se obtiene cuando  $D_f=1$ , y el menor valor de  $m$  es cuando  $D_f=2$ , se observa además que este parámetro fractal influye en el desplazamiento de las curvas de una manera descendente a medida que incrementa la dimensión fractal.

La dimensión fractal  $D_f$  es directamente proporcional al índices de fracturas o intensidad de fracturamiento presentada en un área determinada, es decir que entre mayor es la dimensión fractal mayor será el número de fracturas existente en el área analizada.

En la Figura 3.4 se puede apreciar también al igual que en la derivada de la presión adimensional un comportamiento de ley de potencia que suele ser el principal indicador de que el yacimiento es fractal, se aprecia un claro cambio de las pendientes de las curvas además de notarse una sección horizontal en el medio de las dos pendientes que representa el momento de la transición.



**Figura 3.3.** Influencia de la dimensión fractal  $Df$  sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento heterogéneo fractal con  $\theta = 0.05$ ,  $\omega = 1 \times 10^{-3}$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-9}$

### 3.3.1.1. Determinación de $Df$ mediante la pendiente del segundo flujo radial

Analizando las pendientes del segundo radial de cada una de las curvas pertenecientes a la gráfica de la derivada de la presión y relacionándolas se obtuvo la siguiente correlación:

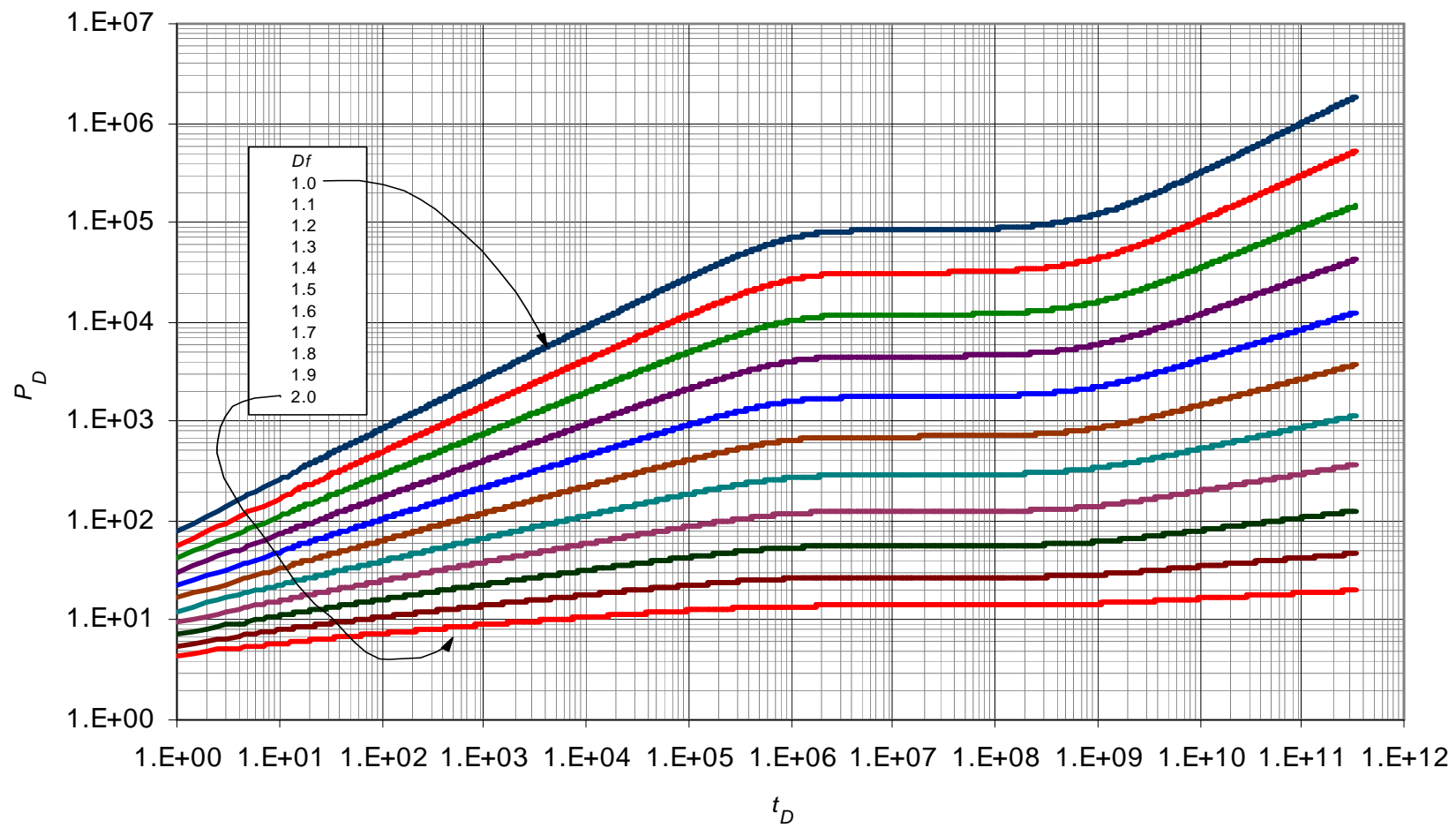
$$Df = \frac{A + (C \times m) + (E \times (m)^2)}{1 + (B \times m) + (D \times (m)^2) + (F \times (m)^3)} \quad (3.1)$$

Donde  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  y  $F$  son constantes que se muestran en la siguiente tabla

**Tabla 3.1.** Coeficientes para la correlación 3.1

No. Conjunto de constantes	1	2	3	4	5
$A$	2.04942768	2.24975732	2.44983132	2.64993941	2.799850153
$B$	-3.33318545	-1.541209	-1.43189364	-1.34789006	-1.29644716
$C$	-8.79656412	-5.68356814	-5.93532474	-6.2192272	-6.42826815
$D$	0.13847047	0.02454796	0.0140922	0.00164203	0.001461292
$E$	6.74690488	3.43348909	3.48485751	3.56829279	3.626993927
$F$	-0.01223411	-0.00331232	-0.00254157	-0.00196032	-0.0031127

La correlación anterior muestra un  $r^2=1$  y se presentan errores menores a 10%.en pruebas sintéticas.



**Figura 3.4.** Influencia de la dimensión fractal  $D_f$  sobre la respuesta de la presión adimensional en un yacimiento heterogéneo fractal con  $\theta = 0.05$ ,  $\omega = 1 \times 10^{-3}$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-9}$



Debido a que la correlación 3.1 puede usarse con varios conjuntos de constantes (Tabla 3.1), se hace necesario emplear un criterio de selección que permita escoger el conjunto de constantes más adecuado para cada caso.

Para este propósito de selección se emplea el valor de la pendiente calculada con dos puntos sobre la línea del segundo radial, y se siguen los pasos a continuación mencionados:

Según sea el valor de la pendiente se escoge uno de los dos criterios:

**Tabla 3.2.** Criterios para encontrar la ecuación de *Df* según la pendiente

Valor de la pendiente	Criterio a aplicar
$m < 0.29$	Menor Diferencia
$0.29 \leq m < 0.44$	Conjunto 3
$m \geq 0.44$	Menor diferencia

**Criterio de Menor Diferencia:**

1. Para el criterio de menor diferencia, se emplea la Tabla 3.3 en la que se deben ubicar los rangos dentro de los que se encuentre contenido el valor de la pendiente, posteriormente se deben realizar unas restas entre la pendiente y todos los límites (superior, medio e inferior) de los rangos en donde clasifíco la pendiente y observar cual es el límite que al ser restado tiene el menor resultado o menor diferencia con dicha pendiente.

**Tabla 3.3.** Criterio de la menor diferencia para para el cálculo de *Df*.

RANGO	LÍMITES			No. CONJUNTO DE CONSTANTES		
	INFERIOR	MEDIO	SUPERIOR	Cercana Medio	Cercana Superior	Cercana Inferior
1	0.52	0.58	0.64	4.5		5
2	0.37	0.455	0.54	4.5	2	5
3	0.27	0.365	0.46	4.3	1	4
4	0.17	0.28	0.39	2.1	2	1
5	0.02	0.125	0.23	1	1	

2. Una vez escogido el límite de menor diferencia, se observa en la parte derecha de la Tabla 3.3 el número que está recomendado en la columna que esta nombrada con el mismo límite que se escogió y en la misma fila del rango escogido. En algunas casillas se encuentran recomendados dos conjuntos de constantes pero preferiblemente debe usarse el primer número de izquierda a derecha.

3. Con ese número recomendado se dirige hacia la Tabla 3.1 en donde hay varios conjuntos de constantes numerados del 1 al 5 y se escoge el conjunto que corresponda con el número recomendado en la Tabla 3.3, posteriormente se reemplazan todas las constantes y el valor de la pendiente en la correlación 3.1 y se obtiene el valor de *Df*.

### **Conjunto 3**

Para este criterio, se deben emplear las constantes nombradas con el número 3 que se encuentran en la Tabla 3.1, posteriormente se reemplazan dichas constantes junto con el valor de la pendiente en la correlación 3.1 y se obtiene el valor de la dimensión fractal *Df*.

### 3.4. INDICE DE CONDUCTIVIDAD ( $\theta$ )

El índice de conductividad es un parámetro fractal que representa la conectividad entre las redes de fracturas, este parámetro varía entre 0 y 1, siendo cero el caso en donde todas las fracturas se encuentran conectadas, mientras que un valor de 1 significa que las redes fracturas están totalmente aisladas.

#### 3.4.1. Generación de las correlaciones para el cálculo del índice de conductividad, $\theta$

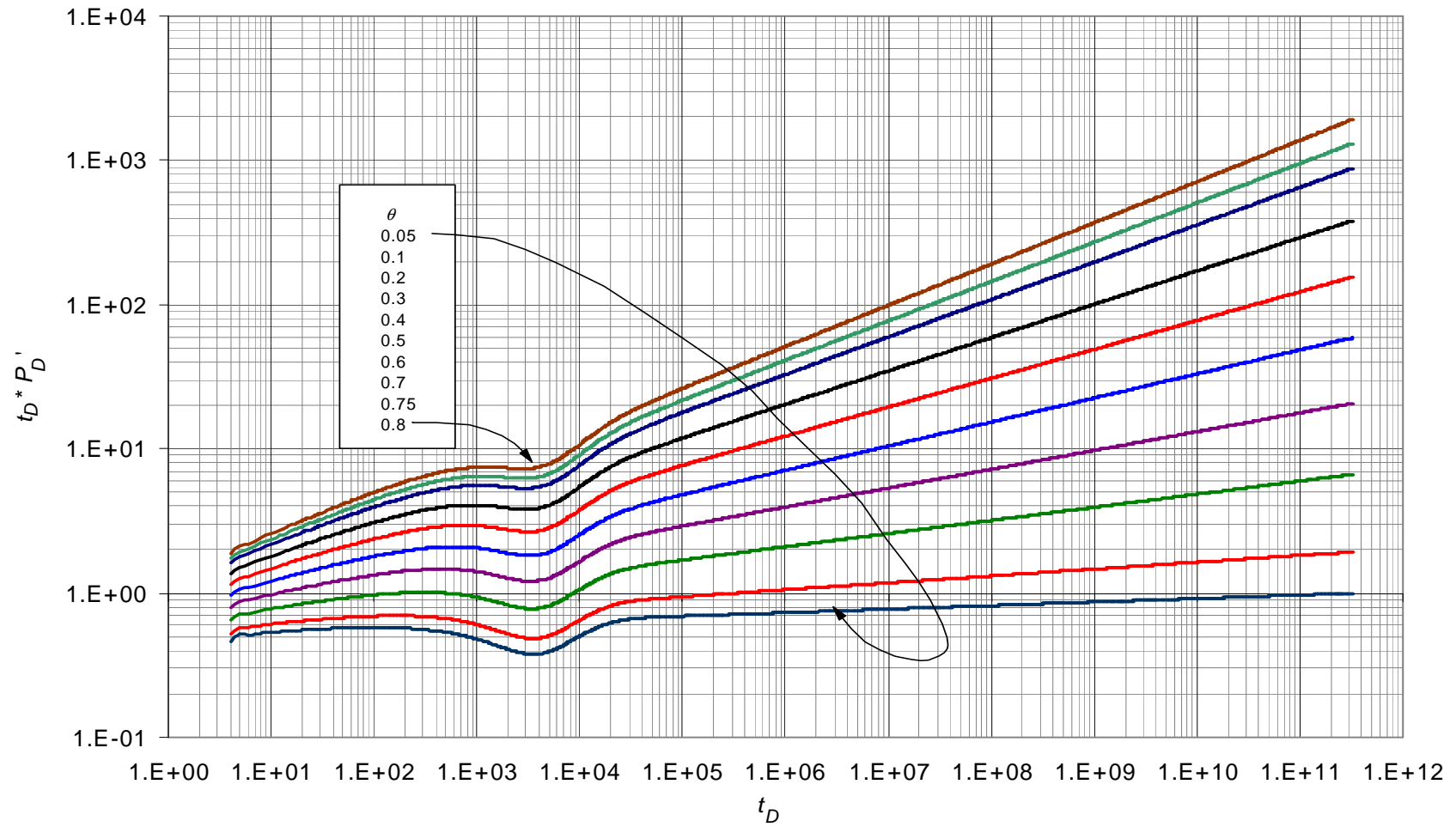
Para el estudio del índice de conductividad,  $\theta$ , se emplearon al igual que con la dimensión fractal gráficas log -log con ejes  $P_D, t_D * P_D'$  vs.  $t_D$  en las cuales se varían los valores de theta entre 0.05 y 0.8 y los demás parámetros  $Df, \lambda$  y  $\omega$  permanecen constantes.

A continuación se muestran las gráficas base del efecto que genera la variación de  $\theta$  sobre el comportamiento de la presión adimensional y del comportamiento de la derivada de la presión adimensional usadas para la lectura de los puntos característicos (Figura 3.5 y Figura 3.6).

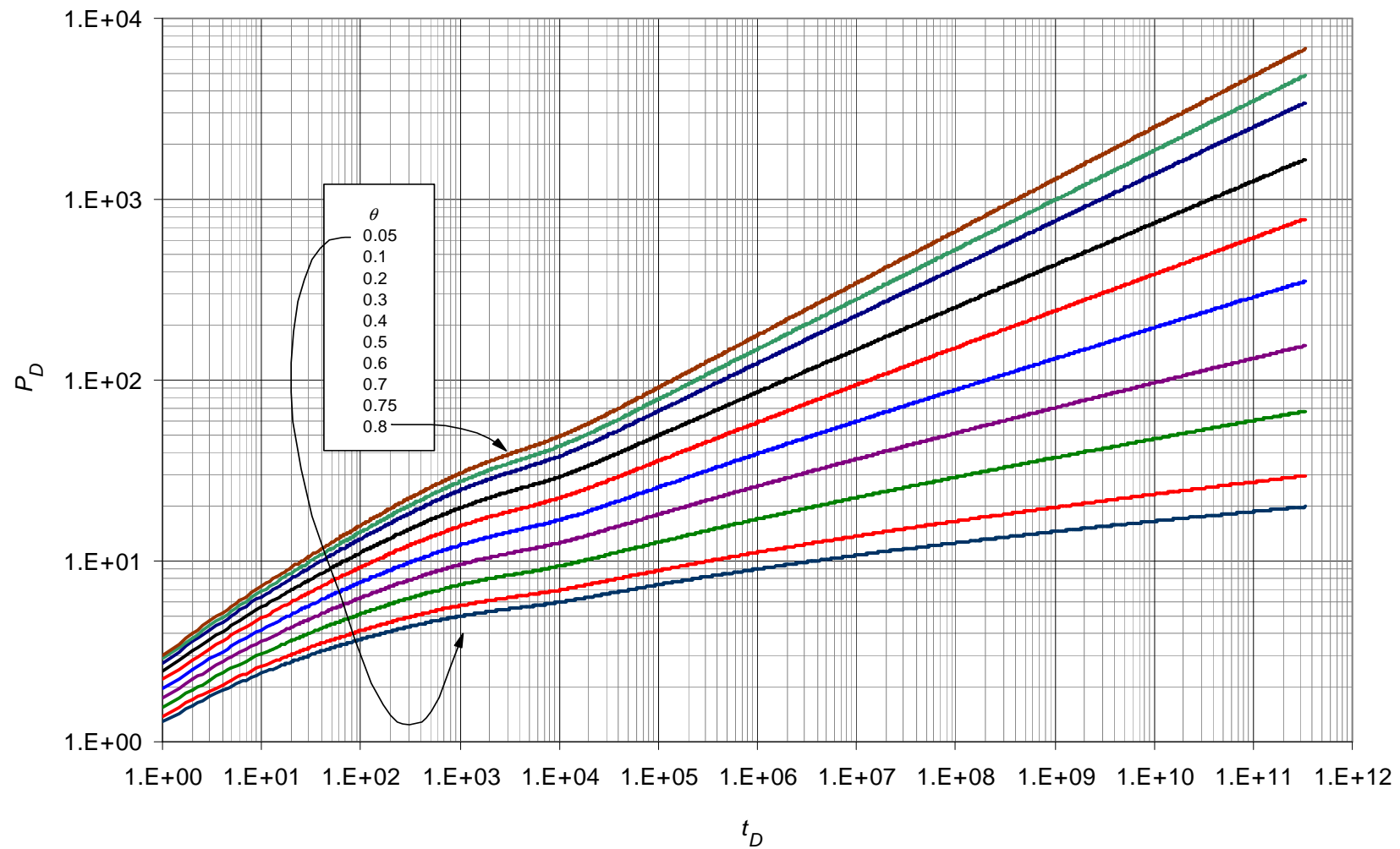
En la Figura 3.5 y Figura 3.6 se puede observar el efecto del índice de conductividad sobre el comportamiento de la presión y la derivada de la presión de un yacimiento heterogéneo fractal para valores constantes de  $Df=2, \lambda =1 \times 10^{-4}$  y  $\omega =3 \times 10^{-1}$ . Las gráficas para los demás valores del índice de conductividad, se encuentran en el ANEXO B.

Analizando la Figura 3.5 se observa que al igual que en la dimensión fractal, el índice de conductividad muestra su efecto alterando los valores de las pendientes del radial temprano y del radial tardío, observándose que la pendiente aumenta a medida que  $\theta$  aumenta por lo cual el máximo valor de la pendiente se obtiene cuando  $\theta = 0.8$  y el menor valor de  $m$  es cuando  $\theta = 0.05$  se observa además que este parámetro fractal también influye en el desplazamiento de las curvas de una manera descendente a medida que desciende el índice de conductividad,  $\theta$ .

En la Figura 3.6 se puede apreciar también al igual que en la derivada de la presión adimensional un comportamiento de ley de potencia, se aprecia un claro cambio de las pendientes de las curvas, la zona de transición no puede observarse tan claramente ya que el valor de  $\omega$  empleado fue un valor muy grande por lo que en la presión adimensional esta zona no es tan notoria como lo es en la Figura 3.4 para la presión adimensional de  $Df$ .



**Figura 3.5.** Influencia del índice de conductividad  $\theta$  sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento heterogéneo fractal con  $Df = 2$ ,  $\omega = 3 \times 10^{-1}$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$



**Figura 3.6.** Influencia del índice de conductividad  $\theta$  sobre la respuesta de la presión adimensional en un yacimiento heterogéneo fractal con  $Df = 2$ ,  $\omega = 3 \times 10^{-1}$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$

El índice de conductividad,  $\theta$  y la dimensión fractal  $Df$  tienen influencia sobre el valor de la pendiente, por lo cual se puede observar que cuando  $Df$  llega a su valor máximo y  $\theta$  a su valor mínimo se presenta el caso base es decir, cuando el yacimiento es naturalmente fracturado homogéneo y los radiales tienen pendiente cero.

### 3.4.1.1. Determinación de $\theta$ mediante la pendiente del segundo flujo radial

Analizando las coordenadas de los puntos ubicados en el segundo radial de cada una de las curvas pertenecientes a la gráfica de la derivada de la presión y sacando su correspondiente pendiente para las diferentes variaciones de los parámetros constantes ( $Df$ ,  $\lambda$  y  $\omega$ ) se obtuvo la siguiente correlación:

$$\theta = \frac{A + (B \times Df) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times Df) + (F \times m)} \quad (3.2)$$

Donde  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  y  $E$  son constantes que se muestran en la siguiente tabla y que dependen del valor de  $Df$  obtenido con la correlación 3.1:

**Tabla 3.4.** Coeficientes para la correlación 3.2

Rangos de aplicación					
	$1 \leq Df < 1.3$	$1.3 \leq Df < 1.5$	$1.5 \leq Df < 1.7$	$1.7 \leq Df < 1.9$	$1.9 \leq Df < 2$
$A$	-2.26550513	-1.96948721	-1.73492605	-1.52575789	-1.15248778
$B$	1.18994348	1.02788916	0.89545061	0.77314003	0.580259
$C$	1.8343446	1.48917423	1.28362582	1.24781779	0.99201051
$D$	0.60219964	0.8765221	1.10187657	1.11562589	1.60822203
$E$	0.0148759	-0.06519897	-0.11927866	-0.14988095	-0.21859737
$F$	-0.89998567	-0.74649258	-0.58980289	-0.47481201	-0.14162367

Para la correlación anterior se observa un  $r^2$  entre 0.999878649 y 0.9999497819

### 3.4.1.2. Determinación de $\theta$ mediante ecuación propuesta por Chang y Yortsos (1990)

Los autores Chang y Yortsos (1990) propusieron la siguiente ecuación de la pendiente para el radial tardío, de la cual se despejó el índice de conductividad  $\theta$ , quedando de la siguiente manera:

$$m = 1 - \delta \quad (3.3)$$

Donde

$$\delta = \frac{Df}{\theta + 2} \quad (3.4)$$

$$\theta = \frac{-Df}{m-1} - 2 \quad (3.5)$$

Donde  $Df$  es la dimensión fractal y  $m$  la pendiente del radial tardío.

### 3.5. PERMEABILIDAD DE LAS FRACTURAS ( $k_f$ )

Se realizó un análisis de la siguiente expresión de permeabilidad propuesta en el modelo matemático de Chang y Yortsos (1991)

$$k_{f(r)} = \left( \frac{aV_s}{G} \right) \times mr^{Df-d-\theta} \quad (3.6)$$

En donde:

$$aV_s = 2\pi h\phi_f \quad (3.7)$$

$$G = 2\pi h \quad (3.8)$$

$$m = \frac{k_f}{\phi_f} \quad (3.9)$$

Reemplazando se obtiene:

$$k_{f(r)} = \left( \frac{2\pi h\phi_f}{2\pi h} \right) \times \frac{k_f}{\phi_f} r^{Df-d-\theta}$$

$$k_{f(r)} = k_f r^{Df-d-\theta} \quad (3.10)$$

En donde  $r^{Df-d-\theta}$  se considera un factor de corrección que multiplica la permeabilidad de las fracturas.

En la expresión anterior se variaron los parámetros fractales para 4 casos específicos:

- Variando  $Df$  entre 1 y 2 y dejando un valor constante de  $\theta = 0$  (red de fracturas totalmente conectadas).
- Variando  $Df$  entre 1 y 2 y dejando un valor constante de  $\theta = 1$  (red de fracturas totalmente aisladas).
- Variando  $\theta$  entre 0 y 1 y dejando un valor constante de  $Df= 1$ (mínima densidad de fracturas).
- Variando  $\theta$  entre 0 y 1 y dejando un valor constante de  $Df= 2$ (máxima densidad de fracturas).

Estas variaciones se encuentran representadas en las Figuras 3.7 y 3.8

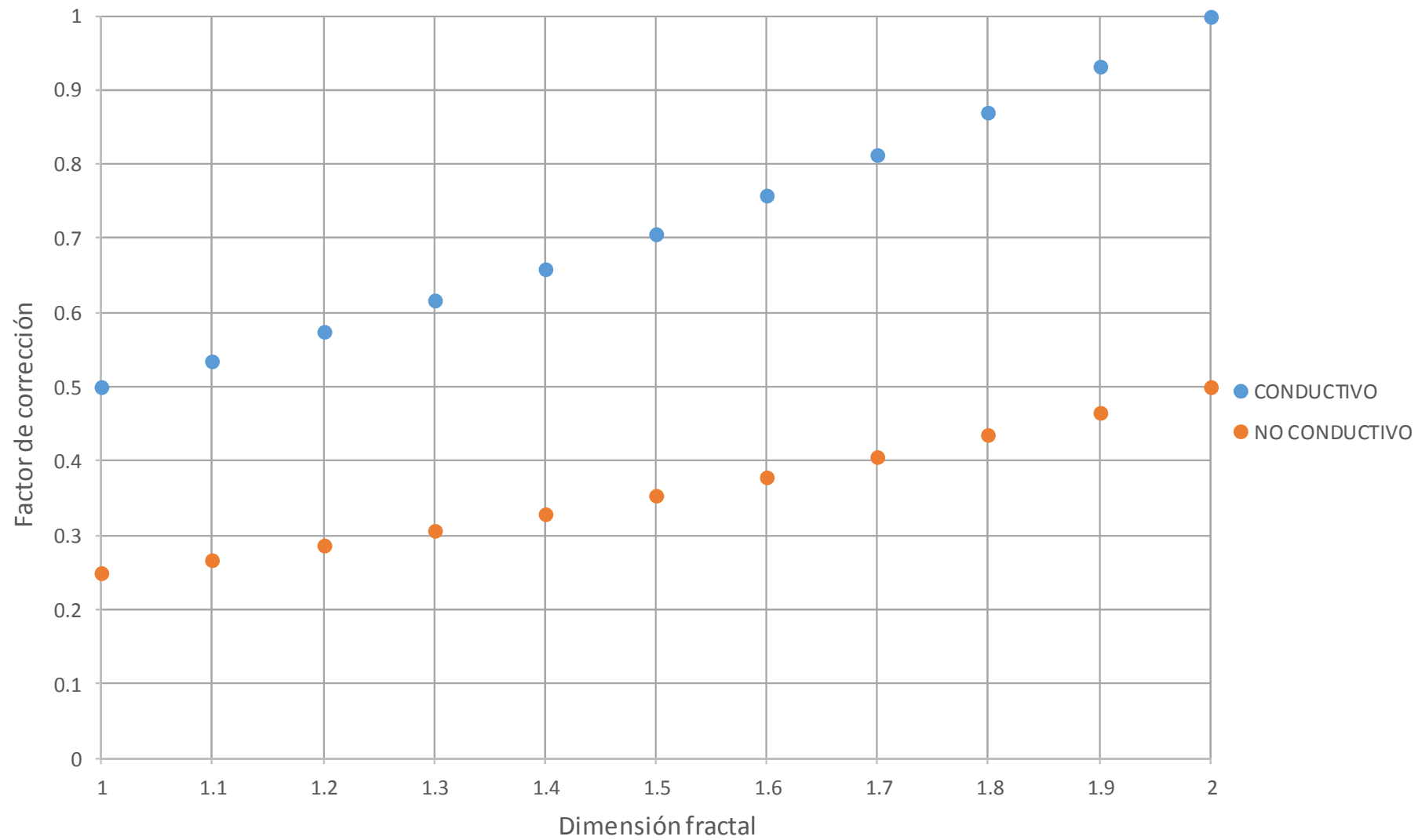
En la Figura 3.7 se puede observar como en ambos casos aumenta la permeabilidad a medida que se incrementa la dimensión fractal, esto es debido a que mayor  $Df$  mayor es la intensidad de fracturamiento en un área específica, sin embargo se notan unos valores más altos de permeabilidad para el caso conductivo es decir para cuando  $\theta = 0$  ya que las fracturas se encuentran totalmente conectadas.

Para el caso en el que el medio de fracturas no es conductivo debido a que no se encuentran conectadas ( $\theta = 1$ ) la permeabilidad se reduce aproximadamente en un 50%

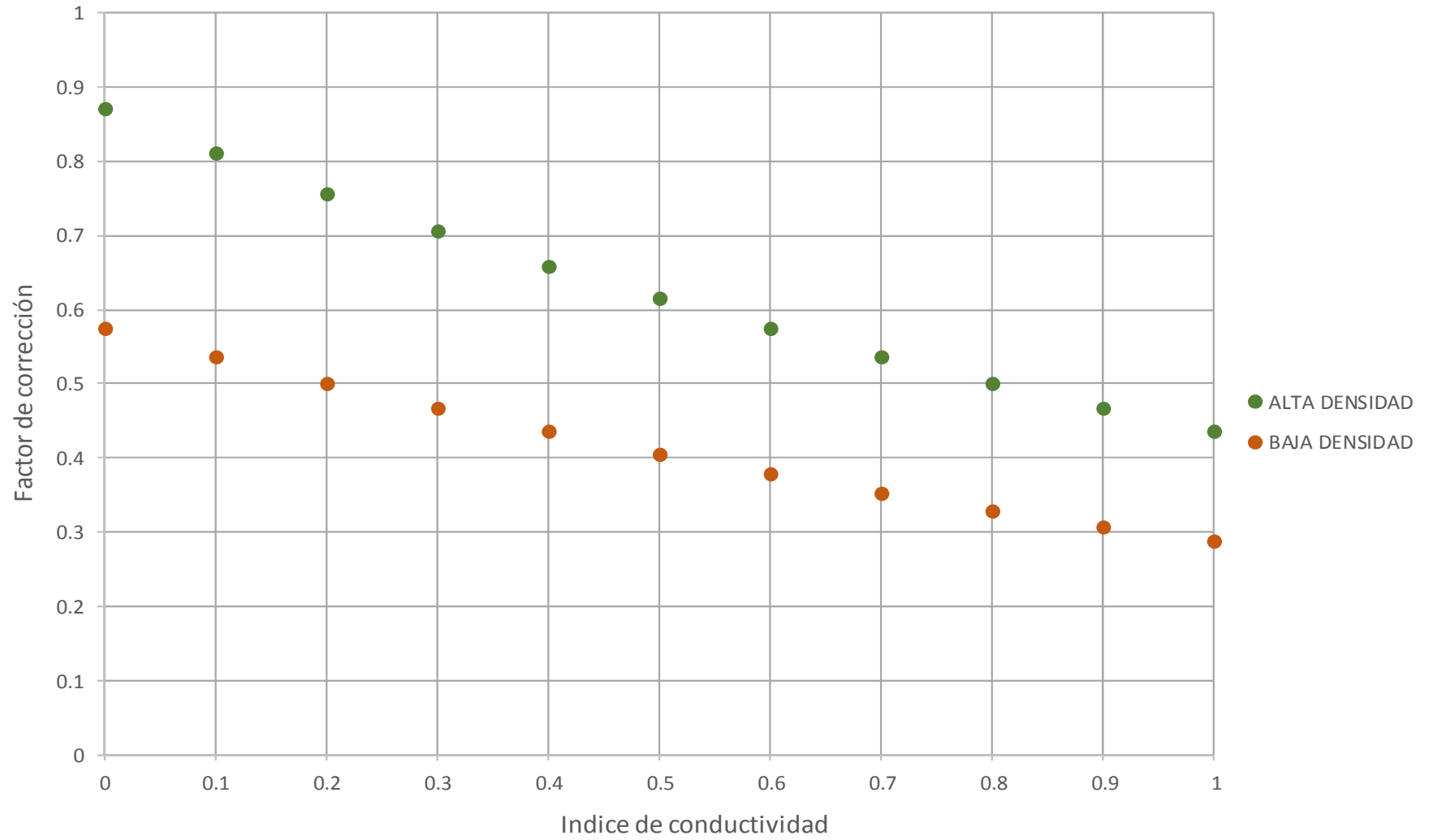
En la Figura 3.8 se aprecia un comportamiento contrario al que se presenta en la Figura 3.7, debido a que a medida que aumenta el índice de conductividad el factor de corrección se hace menor, por lo cual la permeabilidad también disminuye. En el caso en el que hay mayor densidad de fracturas ( $Df=2$ ) se presentan unos valores de permeabilidad más altos y en el caso en que se tiene una menor densidad de fracturas ( $Df=1$ ) se aprecia una reducción de los valores de permeabilidad aproximadamente en un 30%.

Cabe aclarar que los porcentajes en los que se reduce la permeabilidad (50% y 30%) para cada grafica no son valores definitivos, son válidos solamente para este caso de estudio ya que esta cantidad depende del radio de poro que se encuentra incluido en el factor de corrección mostrado anteriormente. A medida que este varía, también lo hará el factor de corrección y con ellos la permeabilidad y los porcentajes de reducción.





**Figura 3.7.** Influencia de la dimensión fractal sobre el valor de permeabilidad de la red de fracturas



**Figura 3.8 .** Influencia del índice de conductividad sobre el valor de permeabilidad de la red de fracturas

### 3.5.1. Generación de la correlación para el cálculo de la permeabilidad de las fracturas ( $k_f$ )

La correlación de la permeabilidad de las fracturas fue obtenida a partir del comportamiento de ley de potencia del radial tardío que se presenta en la derivada de la presión adimensional, el cual por defecto presenta una ecuación que tiene la siguiente forma:

$$y = bx^m \quad (3.11)$$

Donde

$$y = (t_D * P_D')$$

$$x = t_D$$

$b$  = intercepto del radial tardío con el eje  $y$

$m$  = pendiente del radial tardío

De acuerdo con Chang y Yortsos (1990) las variables adimensionales están definidas así:

#### Presión adimensional

$$P_D = \frac{aV_s(m)(\Delta P)}{141.2qB\mu r_w^{1-\beta}} \quad (3.12)$$

Dónde:

$$\beta = 1 - (Df - \theta - 1) \quad (3.13)$$

Reemplazando  $aV_s$  y  $m$  en la Ecuación 3.12 se obtiene:

$$P_D = \frac{(2\pi h\phi_f) \left( \frac{k_f}{\phi_f} \right) (\Delta P)}{141.2qB\mu r_w^{1-\beta}}$$

$$P_D = \frac{0.0445hk_f(\Delta P)}{qB\mu r_w^{1-\beta}} \quad (3.14)$$

#### Derivada de la presión adimensional

Derivando y multiplicando por el tiempo a la Ecuación 3.14

$$t_D * P_D' = \frac{0.0445hk_f(t * P')}{qB\mu r_w^{1-\beta}} \quad (3.15)$$

**Tiempo adimensional**

$$t_D = \frac{0.0002637t(m)}{c_f \mu r_w^{\theta+2}} \quad (3.16)$$

Reemplazando la Ecuación 3.7 y 3.9 en la Ecuación

$$t_D = \frac{0.0002637tk_f}{c_f \mu r_w^{\theta+2} \phi_f} \quad (3.17)$$

Al obtener las variables adimensionales se reemplazan las Ecuaciones (3.15) y (3.17) en la Ecuación (3.11) y se procede a despejar la permeabilidad  $k_f$ .

$$\frac{0.0445hk_f(t * P')}{qB\mu r_w^{1-\beta}} = b \times \left[ \frac{0.0002637tk_f}{c_f \mu r_w^{\theta+2} \phi_f} \right]^m$$

Despejando  $k_f$  se obtiene:

$$\frac{0.0445hk_f(t * P')}{qB\mu r_w^{1-\beta}} = b \times \left[ \frac{0.0002637tk_f}{c_f \mu r_w^{\theta+2} \phi_f} \right]^m$$

$$\frac{(0.0445h(t * P'))(c_f r_w^{\theta+2} \phi_f)^m}{(bqBr_w^{1-\beta})(0.0002637t)^m} \frac{\mu^m}{\mu} = \frac{k_f^m}{k_f}$$

$$k_f^{m-1} = \mu^{m-1} \frac{(0.0445h(t * P'))(c_f r_w^{\theta+2} \phi_f)^m}{(bqBr_w^{1-\beta})(0.0002637t)^m}$$

$$k_f = \mu \left[ \frac{(0.0445h(t * P'))(c_f r_w^{\theta+2} \phi_f)^m}{(bqBr_w^{1-\beta})(0.0002637t)^m} \right]^{\frac{1}{m-1}} \quad (3.18)$$

Donde  $b$  está definido por la siguiente correlación, obtenida al relacionar  $Df$ ,  $\theta$  y  $b$  de las diferentes variaciones realizadas de estos parámetros.

$$b = \frac{A + (B \times Df) + (C \times \theta) + (D \times \theta^2)}{1 + (E \times Df) + (F \times \theta)} \quad (3.19)$$

Según sea el valor de  $Df$  obtenido debe aplicarse el conjunto de constantes a la correlación 3.19

**Tabla 3.5.** Coeficientes para la correlación 3.19

Rangos de aplicación					
	$1 \leq Df < 1.3$	$1.3 \leq Df < 1.5$	$1.5 \leq Df < 1.7$	$1.7 \leq Df < 1.9$	$1.9 \leq Df < 2$
<i>A</i>	1.482110404	0.955542559	0.838392191	0.703963482	0.406726714
<i>B</i>	-0.82859549	-0.63253775	-0.48565012	-0.3736336	-0.25851864
<i>C</i>	0.162089754	-0.34057856	-0.23702588	-0.18979038	-0.22748716
<i>D</i>	-0.96409836	-0.68836841	-0.50278852	-0.36858054	-0.26926113
<i>E</i>	-0.35837478	-0.64454501	-0.56378211	-0.52274181	-0.60824891
<i>F</i>	-0.70491282	-0.62924399	-0.53620842	-0.45732725	-0.31652

En general la correlación para el cálculo de la permeabilidad de las fracturas  $k_f$  (3.18) presenta errores menores al 10%.

### 3.6. COEFICIENTE DE ALMACENAMIENTO ADIMENSIONAL ( $\omega$ )

#### 3.6.1. Generación de correlaciones para el coeficiente de almacenamiento de las fracturas, $\omega$

Para el análisis y estudio del coeficiente de almacenamiento adimensional  $\omega$  se utilizarán gráficas log-log de ejes  $P_D$ ,  $t_D * P_D'$  vs.  $t_D$ , en ellas se varió dicho parámetro desde  $1 \times 10^{-3}$  hasta 1. A continuación, se encuentra una gráfica que muestra el efecto de la variación de los valores del coeficiente de almacenamiento de las fracturas sobre el comportamiento de la presión adimensional y el comportamiento de la derivada de presión adimensional para  $\theta=0.45$ ,  $Df=1.5$  y  $\lambda=1 \times 10^{-6}$  como valores constantes.

Basicamente la afectación que causa la variación del coeficiente de almacenamiento sobre la derivada de la presión, es el tamaño de los periodos de transición (tamaño de las depresiones).

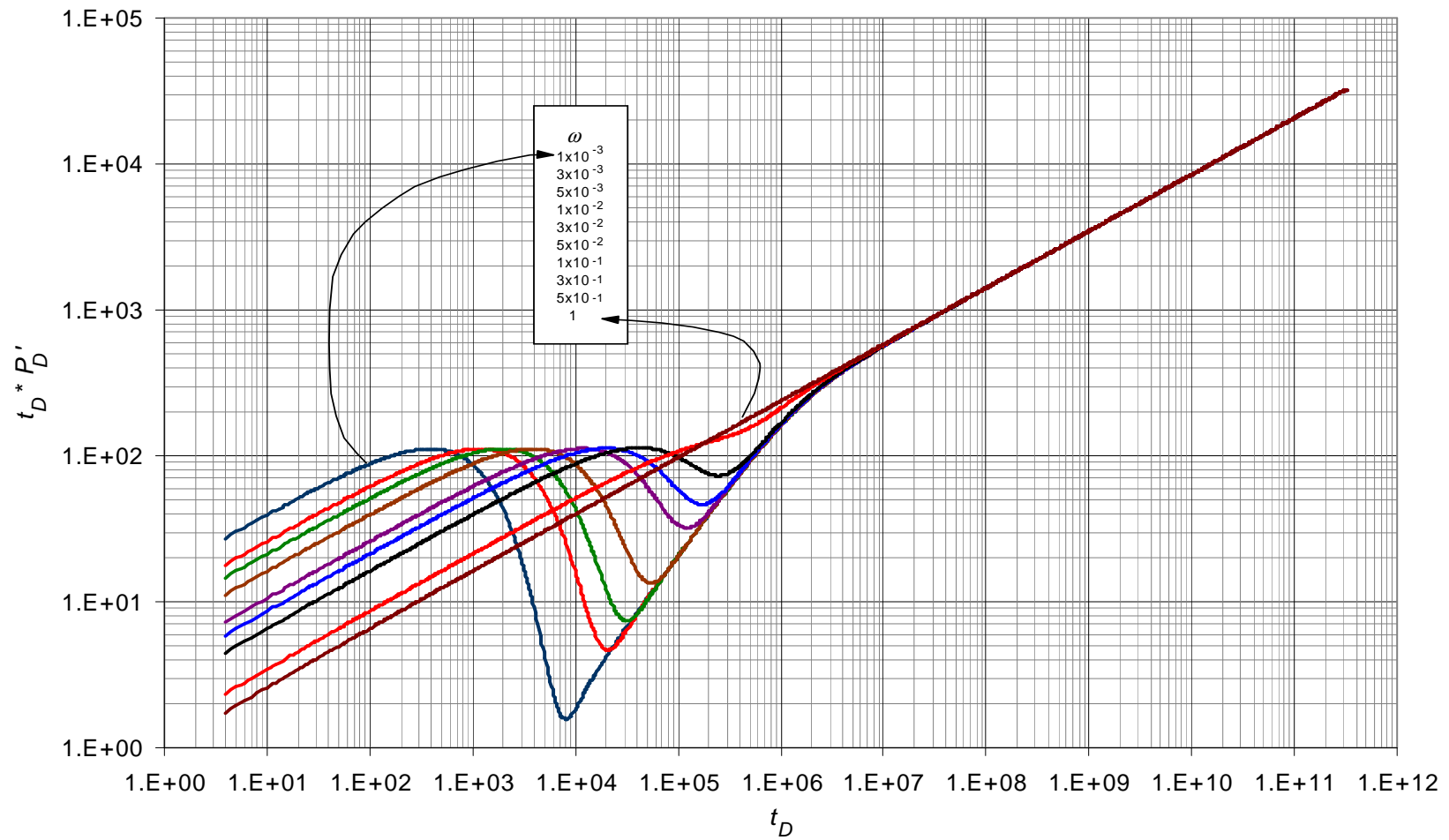
Al observar la Figura 3.9 como era de esperarse, se puede apreciar que para este rango de  $\omega$  en los periodos de flujo transitorio como la derivada de la presión en el punto mínimo disminuye a medida que el coeficiente de almacenamiento adimensional  $\omega$  aumenta, hasta el punto de no hacerse visible la depresión cuando  $\omega=1$ , correspondiendo al caso base, es decir, a un yacimiento homogéneo.

En otras palabras, cuando los valores de  $\omega$  disminuye, las depresiones en la curva de la derivada de presión se hacen más pronunciadas, por lo cual el valor de la derivada en el punto mínimo se hace muy cercana a  $(t_D * P_D')_{\min}=0$ . En lo que respecta al comportamiento de la pendiente presentado durante el radial tardío, se observa que todas las curvas convergen a la misma línea recta, lo cual indica y confirma que el coeficiente

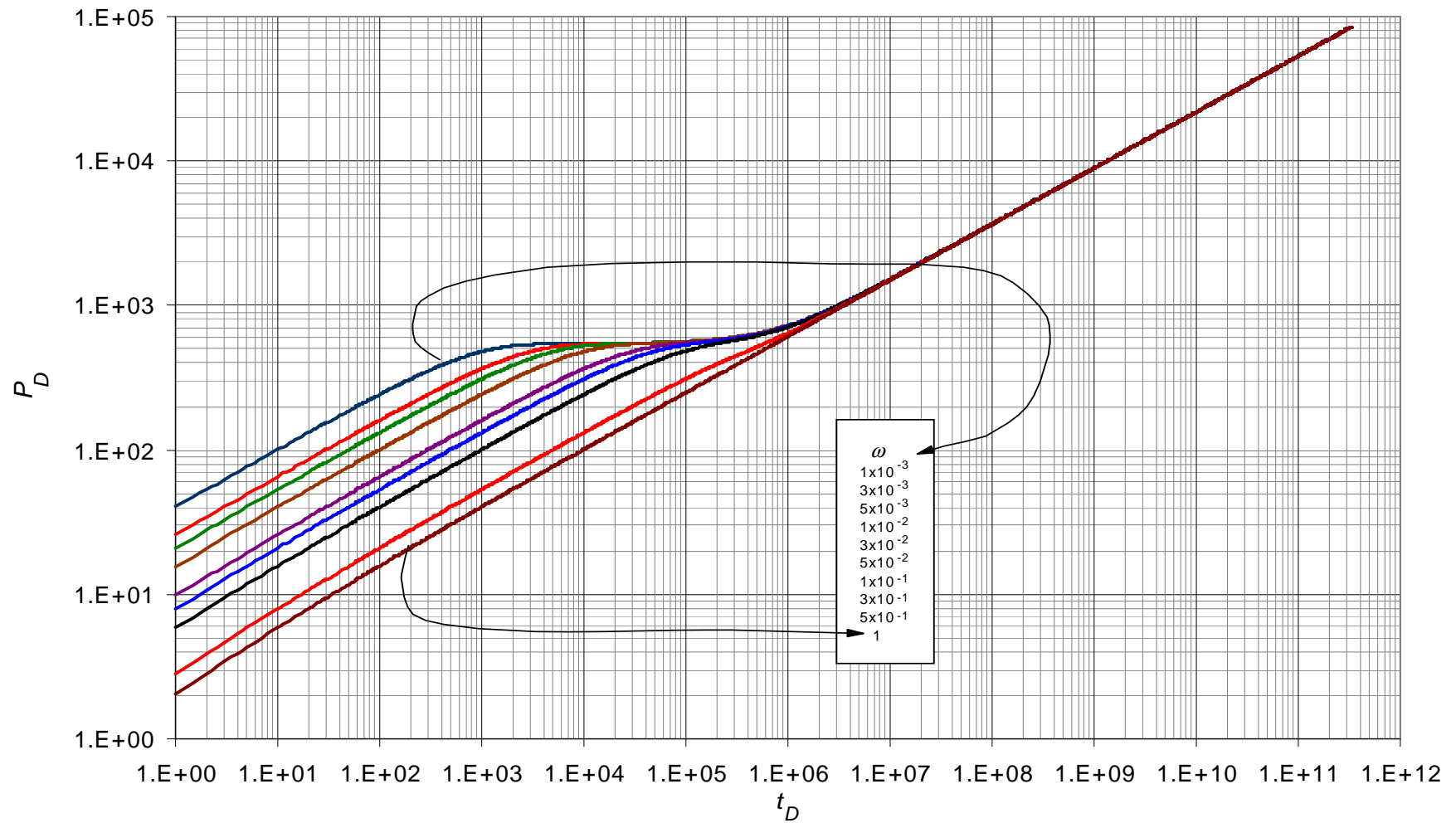
de almacenamiento adimensional no afecta la pendiente a tiempos tardíos. Un caso similar ocurre con el valor de la derivada en el punto máximo, el cual no se desplaza a medida que se varía  $\omega$ , razón por la cual se confirma la no-afectación del valor de coeficiente de almacenamiento adimensional en el valor de la derivada en el punto máximo  $(t_D * P_D')_{\text{máx}}$  de la deflexión presentada durante el tiempo de transición.

En la Figura 3.10 se puede apreciar el mismo efecto que genera la variación de los parámetros de flujo interporoso sobre el comportamiento de los cambios de la presión. Cuando el coeficiente de almacenamiento  $\omega$  disminuye, se generan y se pueden identificar de mejor manera los cambios de pendiente en la declinación de la presión como consecuencia de las transiciones típicas generadas por la influencia de los diferentes medios o sistemas porosos que afectan el flujo de los fluidos en este tipo YNF fractales.

Las gráficas para los demás valores del coeficiente de almacenamiento  $\omega$ , se encuentran en el ANEXO C.



**Figura 3.9** Efecto del coeficiente de las fracturas  $\omega$  sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un YNF fractal con  $\theta=0.45$ ,  $Df=1.5$  y  $\lambda=1 \times 10^{-6}$



**Figura 3.10.** Efecto del coeficiente de almacenamiento de las fracturas  $\omega$  sobre la respuesta de la presión adimensional en un YNF fractal con  $\theta=0.45$ ,  $Df=1.5$  y  $\lambda=1 \times 10^{-6}$



### 3.6.1.1. Determinación de $\omega$ mediante $(t_D * P_D')_{min}$ y $(t_D * P_D')_{máx}$

Analizando las coordenadas del punto mínimo en la gráfica de la derivada de la presión en el periodo de transición previo al segundo flujo radial y la derivada en el punto máximo se obtuvo la siguiente correlación:

$$\omega = \frac{A + \left( C \times \frac{(t_D * P_D')_{max}}{(t_D * P_D')_{min}} \right) + \left( E \times \left( \frac{(t_D * P_D')_{max}}{(t_D * P_D')_{min}} \right)^2 \right)}{1 + \left( B \times \frac{(t_D * P_D')_{max}}{(t_D * P_D')_{min}} \right) + \left( D \times \left( \frac{(t_D * P_D')_{max}}{(t_D * P_D')_{min}} \right)^2 \right) + \left( F \times \left( \frac{(t_D * P_D')_{max}}{(t_D * P_D')_{min}} \right)^3 \right)} \quad (3.20)$$

Donde  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  y  $E$  corresponden a las constantes, mostradas en la siguiente tabla:

**Tabla 3.6** Coeficientes para la correlación

Rangos de Aplicación Universal	
$A$	-0,20610179
$B$	-1,45839236
$C$	-0,03408232
$D$	-0,55369927
$E$	0,000151803
$F$	0,002876531

La correlación anterior de  $\omega$  tiene un  $r^2$  entre 0.99998 y 1

En cuanto a la influencia que este parámetro ejerce sobre el comportamiento del cambio de la presión adimensional, se puede observar en la Figura 3.10 que este coeficiente de almacenamiento no afecta mayormente en el cambio de la declinación de la presión. A tiempos intermedios y tardíos se puede decir que no hay un cambio apreciable, no obstante a tiempos tempranos existe cierta modificación en el comportamiento de la curva pero son poco diferenciables que hace muy impráctico correlacionar esta variación con el cambio del valor del coeficiente de almacenamiento  $\omega$ .

### 3.7. PARÁMETRO DE FLUJO INTERPOROSO ( $\lambda$ )

#### 3.7.1. Generación de las correlaciones para el parámetro de flujo interporoso matriz-fractura, $\lambda$

Para el análisis del comportamiento de la variación del parámetro de flujo interporoso  $\lambda$ , se emplearon gráficas en escala log-log debido a que en esta resulta sencilla la determinación de zonas de coincidencia y la identificación de comportamientos típicos.

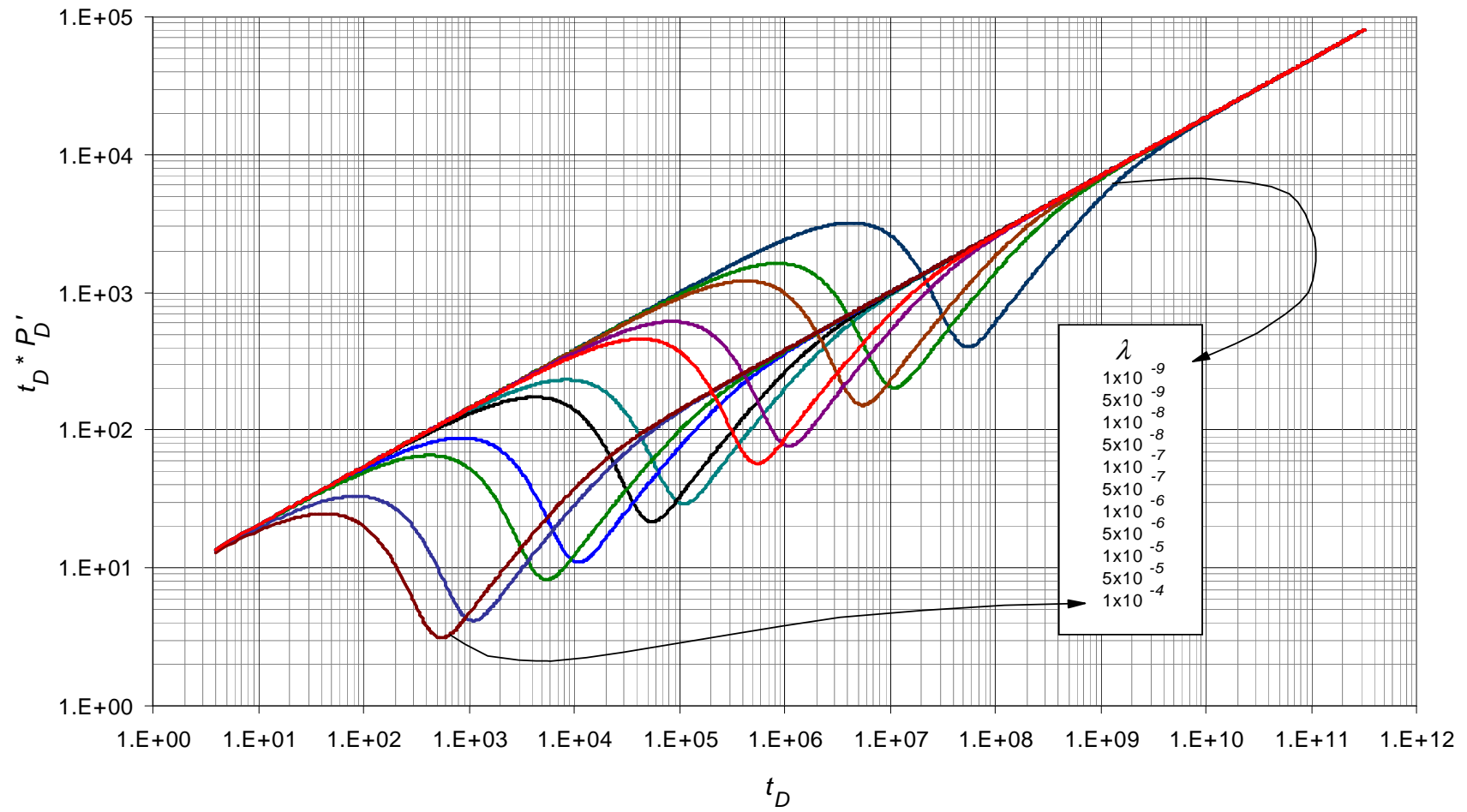
La  $P_D$  y  $t_D * P_D'$  son ubicados en el eje de las ordenadas mientras que en las abscisas está ubicado  $t_D$ , los valores del parámetro del flujo interporoso matriz-fractura se encuentra variando entre  $1 \times 10^{-4}$  y  $1 \times 10^{-9}$ . A continuación, se muestra una gráfica base del comportamiento de la presión adimensional y otra del comportamiento de la derivada de la presión adimensional usada para la identificación y lectura de los puntos característicos. (Figura 3.11 y Figura 3.12).

En las figuras anteriormente mencionadas se puede observar el efecto del parámetro de flujo interporoso matriz-fractura  $\lambda$  sobre el comportamiento de la presión y la derivada de la presión de un yacimiento naturalmente fracturado fractal (YNF fractal) para los valores de  $Df=1.3$ ,  $\theta=0.25$  y  $\omega=1 \times 10^{-2}$ . Las demás variaciones de los valores del parámetro de flujo interporoso matriz-fractura se pueden revisar en el ANEXO D.

El efecto generado por la variación del parámetro de flujo interporoso se ve reflejado principalmente en la rapidez con la cual se da la transición del aporte de fluidos entre la matriz-fractura en una prueba de presión. En la Figura 3.11 podemos observar como se ven afectados los puntos máximo y mínimo, además del tiempo de aparición del radial tardío,

es decir, afecta básicamente la aparición del periodo de transición (zona en donde se observa la depresión en la curva de la derivada de presión y la continuidad de una línea horizontal en la curva de la presión).

En general se observa que a medida que  $\lambda$  disminuye su valor, la presencia de la zona de transición se hace más tardío, además, los valores de la derivada máxima y mínima aumentan al igual que el tiempo de aparición de cada uno. Además se encontró que el parámetro de flujo interporoso matriz-fractura es independiente de la presión.



**Figura 3.11.** Efecto del parámetro de flujo interporoso matriz-fractura  $\lambda$  sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un YNF fractal con  $Df = 1.3$ ,  $\theta = 0.25$  y  $\omega = 1 \times 10^{-2}$

En la Figura 3.12 se aprecia que cuando  $\lambda$  disminuye, se identifica de mejor manera los cambios en el tiempo de aparición de la zona de transición, además se observan las distintas variaciones en la declinación de la presión como consecuencias de la influencia de los diferentes medios o sistemas porosos que afectan el flujo de los fluidos en este tipo YNF fractales.

Adicionalmente se encontró que el inicio del flujo radial tardío converge sobre el mismo conjunto de puntos para los diferentes valores de  $\lambda$ , es decir, la recta de este régimen de flujo varía en su longitud, pero en general la ubicación de esta es la misma (no se presenta un desplazamiento paralelo a lo largo del tiempo), en razón a lo anterior, la expresión utilizada para el cálculo del parámetro de flujo interporoso  $\lambda$ , no es función de ningún valor coordenado sobre la línea tardía.

A continuación se describe la correlación para el cálculo de  $\lambda$ :

### 3.7.1.1. Determinación de $\lambda$ mediante $t_{min}$

Al analizar las coordenadas del punto mínimo en la gráfica de la derivada de la presión durante en el periodo de transición previa al flujo del radial tardío se encontró que este parámetro puede ser fácilmente estimado de los gráficos semilog usando la relación presentada por Tiab y Escobar (1993):

$$\lambda = \frac{3792 \times (\phi c_t)_t \times \mu \times r_w^2}{k_f \times \Delta t_{inf}} \left[ \omega \ln \left( \frac{1}{\omega} \right) \right] \quad (3.21)$$

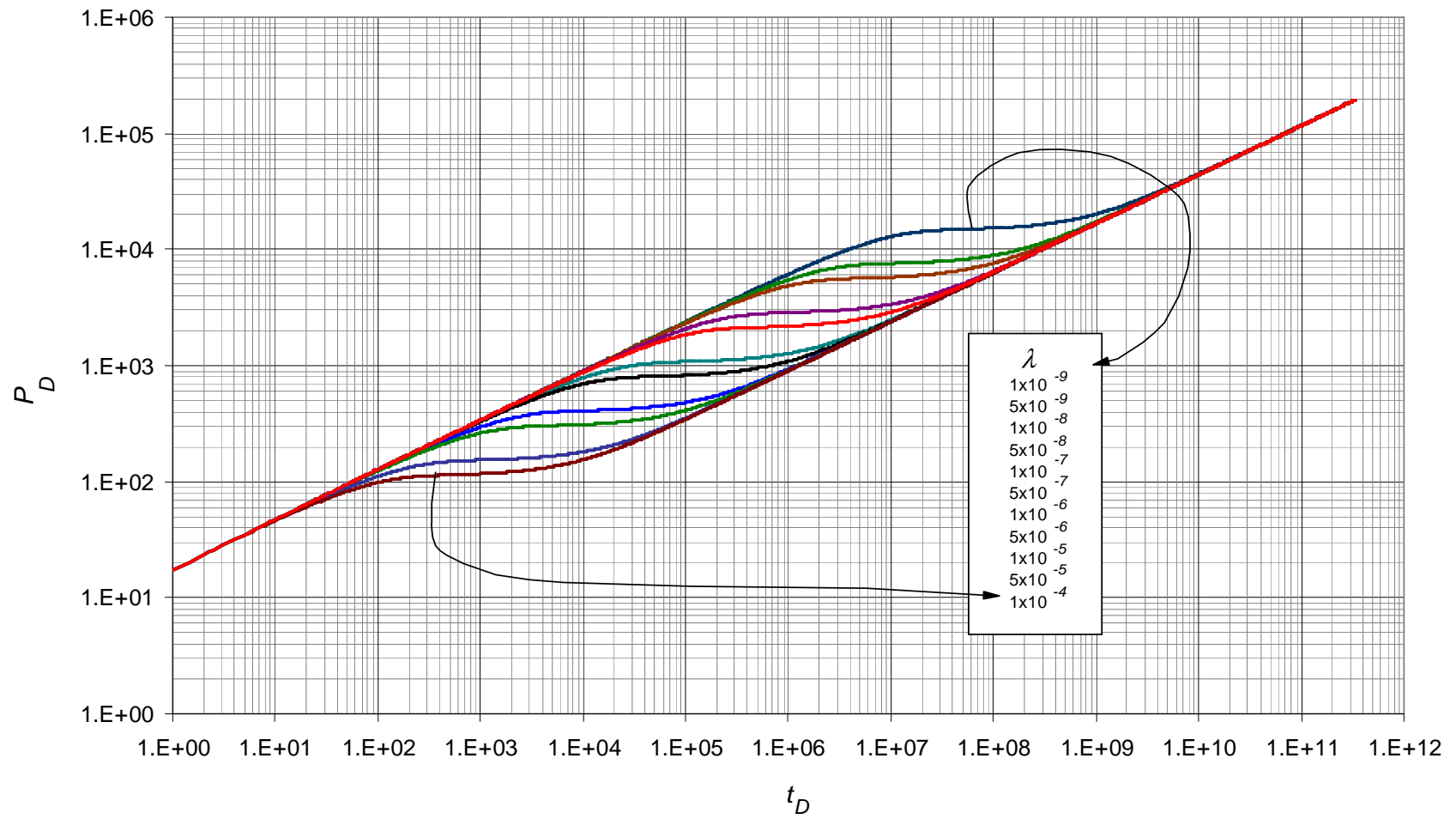
Donde  $\Delta t_{inf} = t_{min}$ , correspondiente al valor del tiempo en el cual tiene lugar la inflexión.

Dónde:

$$C_{total} = C_f + C_{ma}$$

$$\phi_{total} = \phi_f + \phi_{ma}$$

En general se encontró que la expresión anterior resulta aplicable en todo el grado de variación de  $\lambda$ .



**Figura 3.12.** Efecto del Parámetro de flujo interporoso matriz-fractura  $\lambda$  sobre la respuesta de la presión adimensional en un YNF fractal con  $Df=1.3$ ,  $\theta=0.25$  y  $\omega=1 \times 10^{-2}$

### 3.8. DAÑO ( $s$ )

#### 3.8.1. Generación de las correlaciones para daño

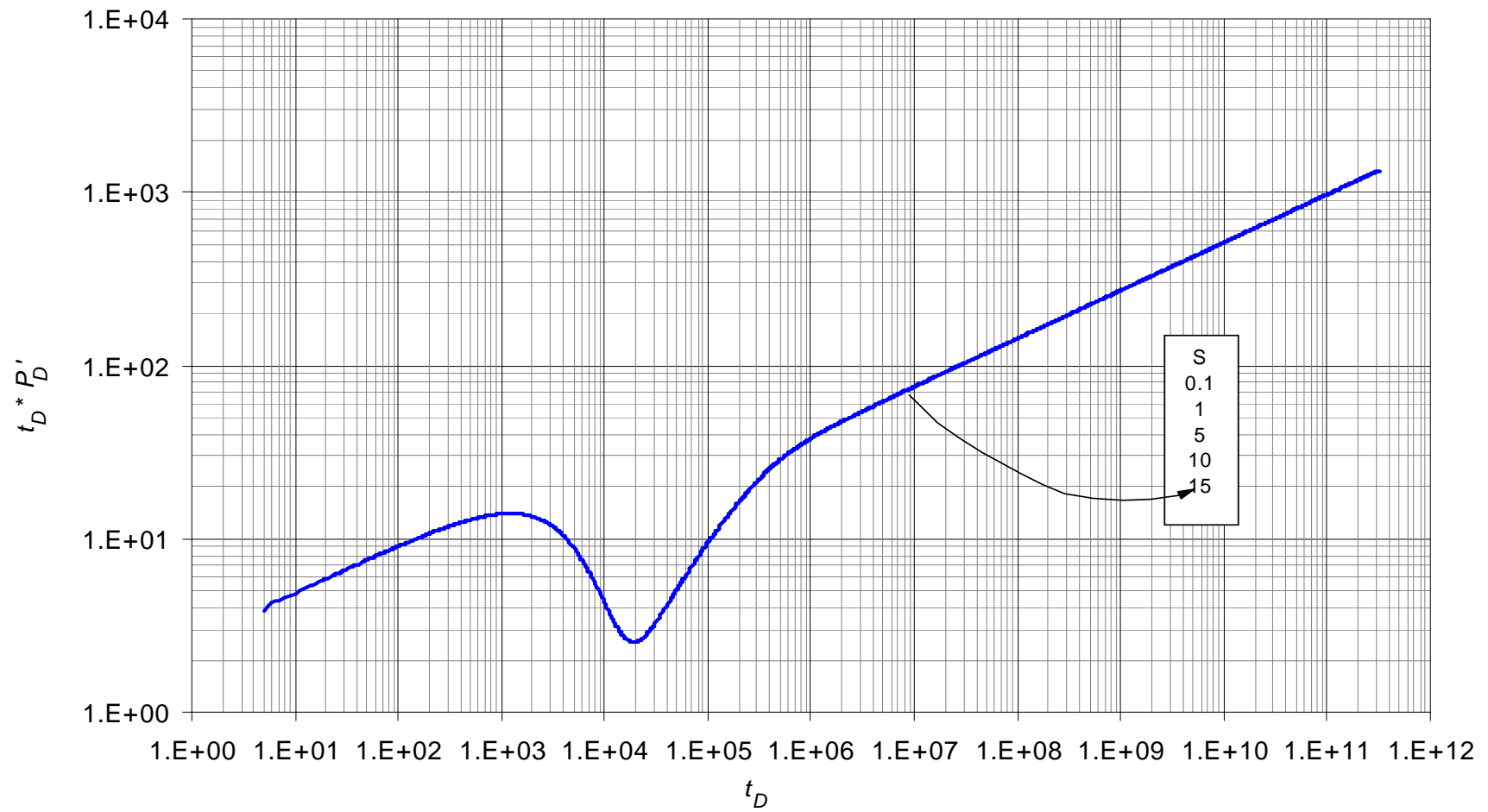
Para el análisis del efecto del daño  $s$ , sobre la curva del comportamiento de la derivada de presión y la curva de la presión adimensional, se realizaron diferentes variaciones en los valores de dicho parámetro, para lo cual se emplearon gráficas en escala log-log con el objetivo de facilitar la determinación rápida y efectiva de los diferentes patrones típicos.

A continuación se podrá observar el efecto de la variación de daños positivos, para una prueba sintética simulada con los siguientes valores de  $Df=1.7$ ,  $\theta=0.35$ ,  $\omega=2\times 10^{-2}$  y  $\lambda=4.6\times 10^{-6}$ , como se muestra en la Figura 3.13, esta grafica describe de igual forma, el comportamiento de la curva de la derivada adimensional ante las variaciones de los valores del daño negativos desde -0.1 hasta -15. De acuerdo a lo descrito previamente, se encuentra que en general los cambios en el skin, no afectan de ninguna manera la forma de la curva de la derivada de la presión adimensional.

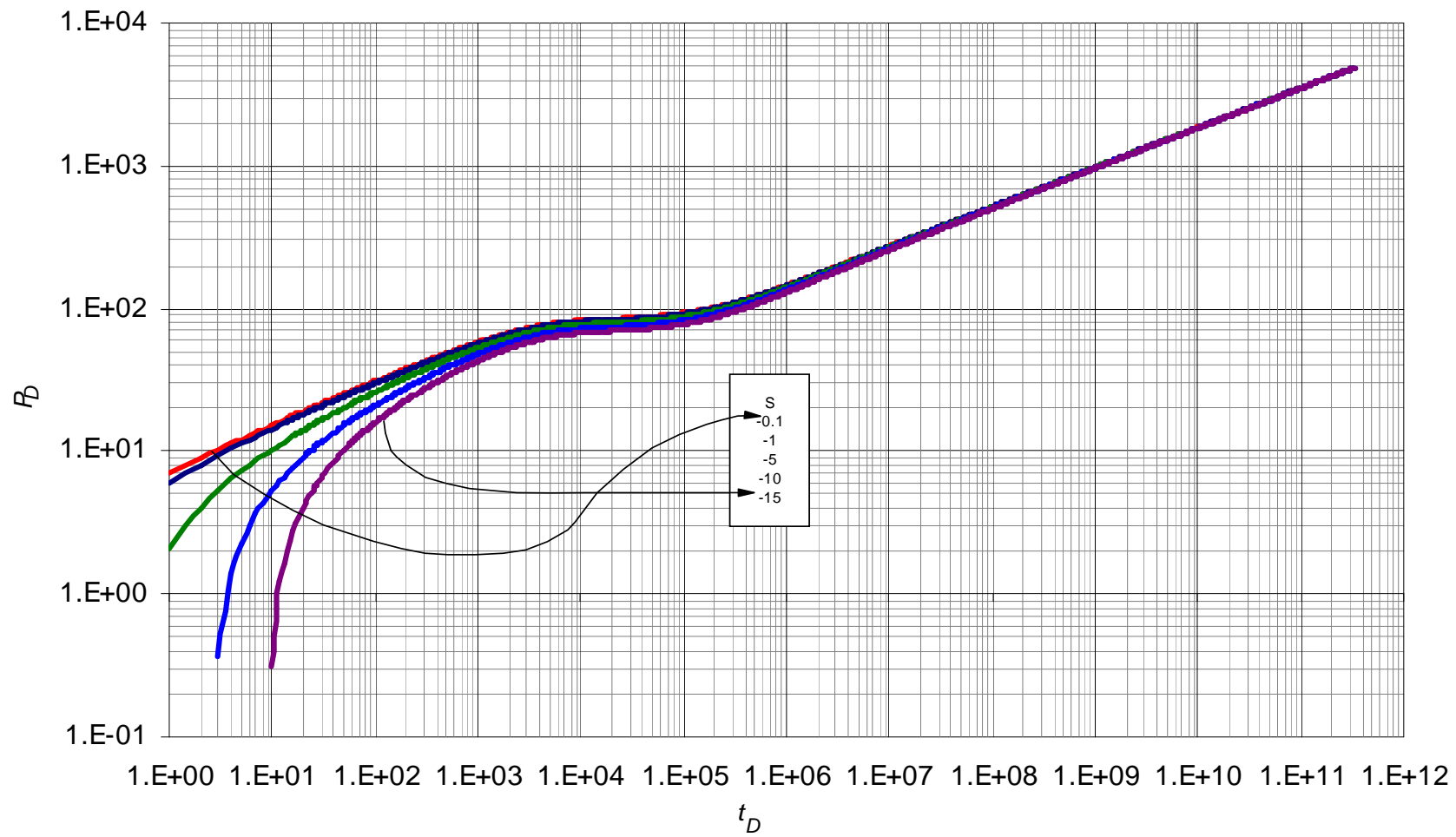
En la Figura 3.15 se encuentra el efecto sobre la curva de la presión adimensional ante los cambios de daños positivos, de tal forma que a medida que el daño aumenta, se incrementa la separación entre las curvas de la derivada y la presión.

Mientras tanto, ante cambios de daños negativos, desde -0.1 hasta -15, se encuentra un incremento en la deformación de la línea a tiempos tempranos en la curva de la presión adimensional, tal como se muestra en la Figura 3.14 en la cual se observa como a medida que el tiempo adimensional aumenta, las curvas convergen en una misma ubicación de la línea, en donde la pendiente permanece constante.

Es importante aclarar que los comportamientos simulados, corresponde a aquellos en donde el efecto de almacenamiento es 0, en razón a lo anterior, se debe tener claro que la lectura de cualquier tipo de punto coordinado característico en la zona de variación (tiempos tempranos), se puede enmascarar por completo en caso de tener efectos de almacenamiento, situación que ocurre más comúnmente, por lo cual resultaría poco práctico la determinación de una correlación que relacionará esos datos.

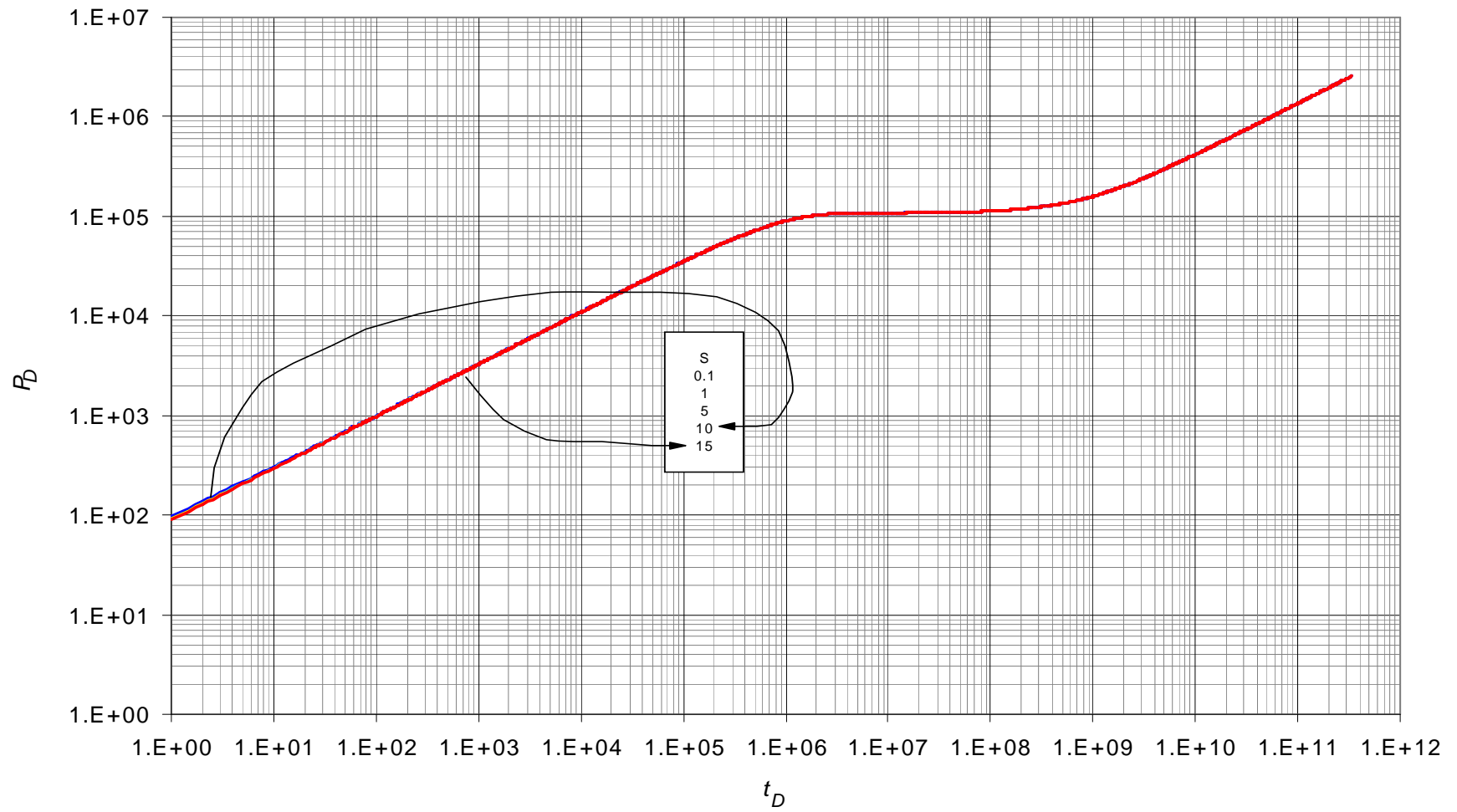


**Figura 3.13.** Efecto de daño  $s$  sobre la respuesta de la derivada de la presión adimensional en un YNF fractal con  $Df=1.7$ ,  $\theta=0.35$ ,  $\omega=2 \times 10^{-2}$  y  $\lambda=4.6 \times 10^{-6}$



**Figura 3.14** Efecto del daño  $s$  sobre la respuesta de la presión adimensional en un YNF fractal con  $Df=1.7$ ,  $\theta=0.35$ ,  $\omega=2 \times 10^{-2}$  y  $\lambda=4.6 \times 10^{-6}$

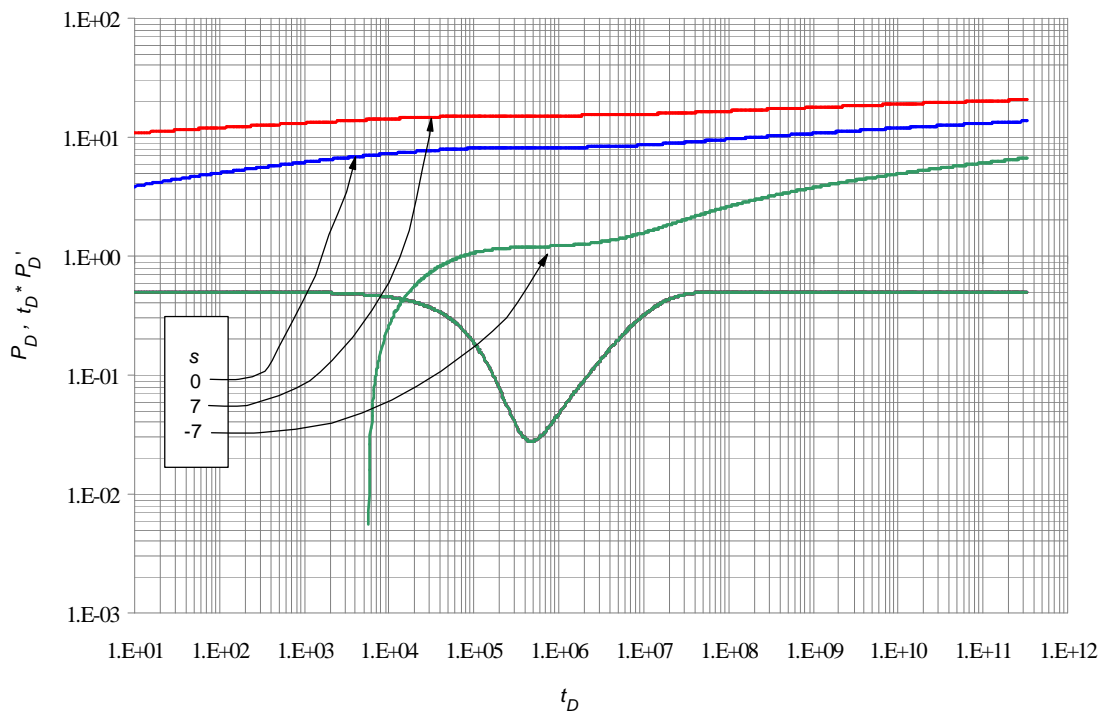




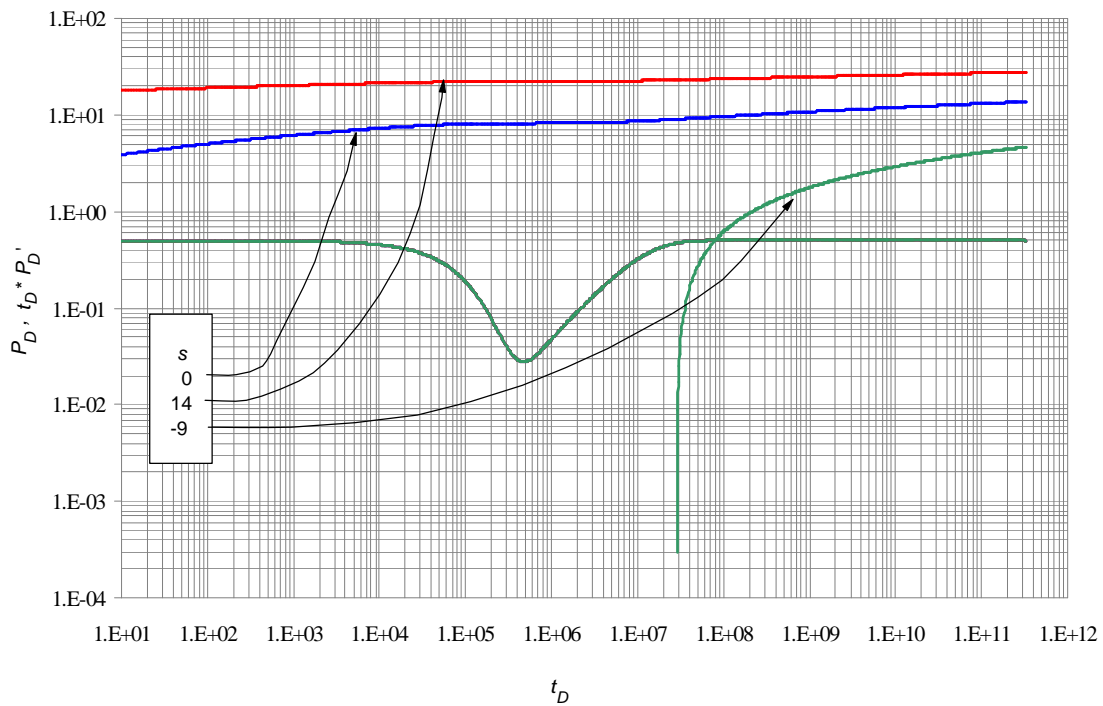
**Figura 3.15.** Efecto del daño  $s$  sobre la respuesta de la presión adimensional en un YNF fractal con  $Df=1$ ,  $\theta=0.55$ ,  $\omega=1 \times 10^{-3}$  y  $\lambda=1 \times 10^{-9}$

A continuación se presenta un análisis del efecto del factor de daño skin, sobre los dos casos posibles de presentarse en yacimientos naturalmente fracturados.

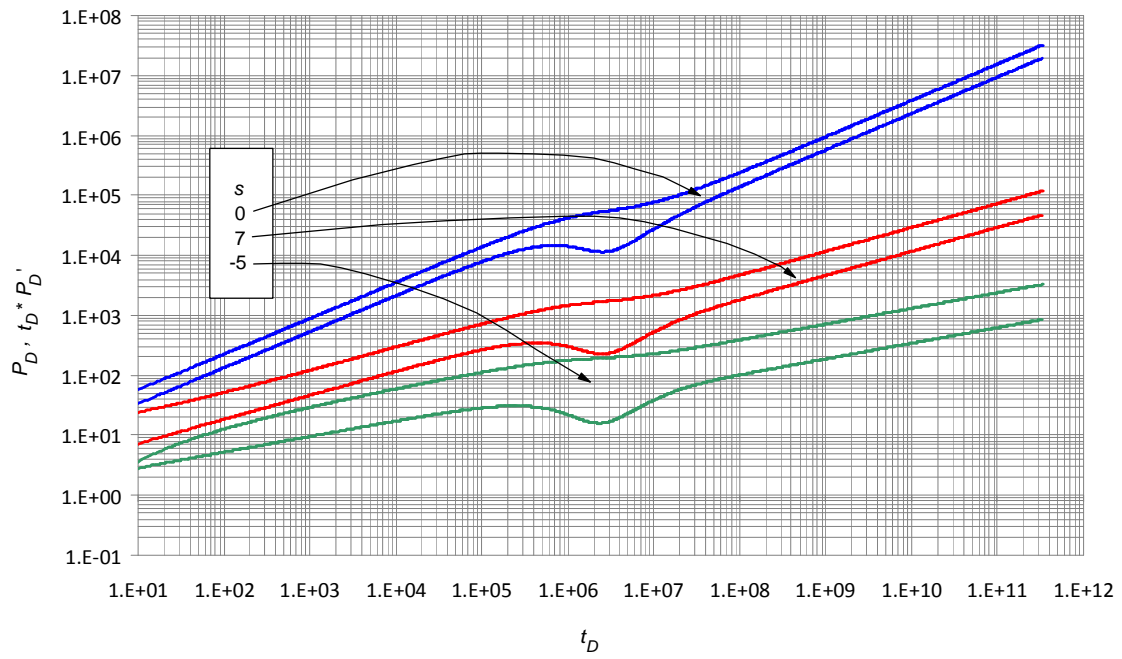
- Para el caso de un YNF no fractal (Caso Euclidiano): En las Figuras 3.16 y 3.17, se muestra el efecto sobre las pruebas de presión de pozo ante variaciones de daño negativos, para lo cual se evidencian cambios bruscos en la curva de la presión a tiempos tempranos, de manera que al tener un escenario de un pozo más estimulado, se retrasa considerablemente la aparición de la deformación. Además se encuentra que a medida que se incrementa la distancia entre las curvas de la derivada y presión adimensional, aumenta el daño, tal como se describe en las Figuras 3.16 y 3.17, las cuales fueron obtenidas a partir de  $Df=2$ ,  $\theta=0$ ,  $\omega=1\times 10^{-2}$  y  $\lambda=1\times 10^{-7}$  y los daños descritos en la convención de cada figura.
- Para el caso de un YNF fractal (Caso No Euclidiano): En las Figuras 3.18 y 3.19, se muestra el efecto sobre las pruebas de presión de pozo ante variaciones del daño positivos, para las cuales no se aprecia ningún cambio en el comportamiento de las curvas de la derivada y presión adimensional. En cambio, cuando se varía el daño con valores negativos, se observa una deformación en la curva de la presión a tiempos tempranos. Las Figura 3.18 fue generada con los valores simulados  $Df=1.1$ ,  $\theta=0.8$ ,  $\omega=1\times 10^{-1}$ ,  $s=0$  y  $\lambda=1\times 10^{-7}$ ,  $Df=1.5$ ,  $\theta=0.5$ ,  $\omega=1\times 10^{-1}$ ,  $s=7$  y  $\lambda=1\times 10^{-7}$ , y,  $Df=1.7$ ,  $\theta=0.3$ ,  $\omega=1\times 10^{-1}$ ,  $s=-5$  y  $\lambda=1\times 10^{-7}$ , para las curvas azul, roja y verde respectivamente. Mientras que la Figura 3.19 fue obtenida para las mismas combinación de  $Df$ ,  $\theta$ ,  $\omega$  y  $\lambda$ , pero para los valores de  $s=0$ , 14 y -10, para las curvas azul, roja y verde respectivamente.



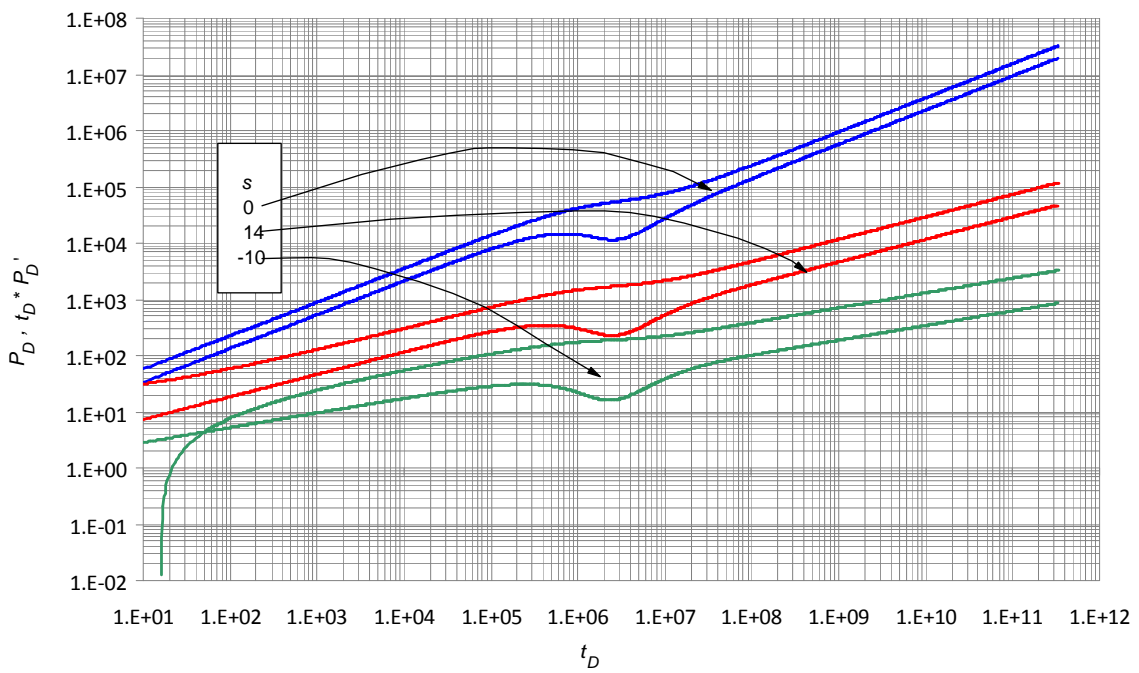
**Figura 3.16.** Efecto del daño sobre YNF no fractales para  $s = 0$ ,  $s = 7$  y  $s = -7$



**Figura 3.17.** Efecto del daño sobre YNF no fractales para  $s = 0$ ,  $s = 14$  y  $s = -9$



**Figura 3.18.** Efecto del daño sobre YNF fractales para  $s=0$ ,  $s=7$  y  $s=-5$



**Figura 3.19.** Efecto del daño sobre YNF fractales para  $s=0$ ,  $s=14$  y  $s=-10$

### 3.8.1.1. Generación de la ecuación para el cálculo del daño ( s )

Según F. Flamenco y R. Camacho (2001) la presión del fondo del pozo adimensional está dada por:

$$P_{D_{(D)}} = \frac{(2 + \theta)^{2\psi-1}}{\psi[\Gamma(1-\psi)](1-\omega)^\psi} \times t_D^\psi + s \quad (3.22)$$

Donde  $\alpha$ ,  $\psi$  está dado por la ecuación 3.20 y 3.21:

$$\alpha = \frac{(2 + \theta)^{2\psi-1}}{\psi[\Gamma(1-\psi)](1-\omega)^\psi} \quad (3.23)$$

$$\psi = \frac{1 - \beta}{d - Df - \sigma + 2\theta + 2} \quad (3.24)$$

Una vez definidas cada una de las variables, se procede a derivar la Ecuación (3.22), se tiene:

$$\frac{\partial P_{D_{(D)}}}{\partial t_D} = P_D' = a\psi t_D^{\psi-1}$$

Ahora multiplicando la expresión anterior por  $t_D$ , se obtiene:

$$t_D \times P_D' = a\psi \left( \frac{t_D^\psi}{t_D} \right) \times t_D$$

$$t_D \times P_D' = a\psi t_D^\psi \quad (3.25)$$

Dividiendo la ecuación 3.22 entre la Ec. 3.25:

$$\frac{P_{D_{(D)}}}{t_D \times P_D'} = \frac{\alpha t_D^\psi}{\alpha \psi t_D^\psi} + \frac{s}{\alpha \psi t_D^\psi}$$

$$\frac{P_{D_{(D)}}}{t_D \times P_D'} = \frac{1}{\psi} + \frac{s}{\alpha \psi t_D^\psi}$$

Despejando  $s$ :

$$\left[ \frac{P_{D(D)}}{t_D \times P'_D} - \frac{1}{\psi} \right] \times a\psi t_D^\psi = s \quad (3.26)$$

Su equivalencia en unidades dimensionales, es:

$$\left[ \frac{\Delta P}{t \times \Delta P'} - \frac{1}{\psi} \right] \times a\psi t^\psi = s \quad (3.27)$$

## CAPITULO 4: APLICACIONES

### 4.1. EJEMPLO SINTETICO N° 1

Se simulo una prueba de presión para un yacimiento heterogéneo fractal, con los siguientes datos de entrada:

Caudal,  $q = 250$  bbl/dia

Almacenamiento en el pozo,  $C = 0$  bbl/psi

Espesor de la formación,  $h = 160$  ft

Compresibilidad de la matriz,  $c_{ma} = 1 \times 10^{-6}$  psi<sup>-1</sup>

Compresibilidad de la fractura,  $c_f = 2 \times 10^{-6}$  psi<sup>-1</sup>

Radio del pozo,  $r_w = 0.21$  ft

Porosidad de la matriz,  $\phi_{ma} = 7\%$

Porosidad de la fractura,  $\phi_f = 30\%$

Viscosidad,  $\mu = 1.2$  cp

Factor volumétrico,  $B = 1.1$  bbl/STB

Índice de interacción matriz/fractura,  $\sigma = 0.1$

Los datos de la prueba de presión sintética se muestran en el ANEXO E

Calcular:

- La dimensión fractal,  $Df$  y el índice de conductividad,  $\theta$
- La permeabilidad de las fracturas,  $k_f$
- El coeficiente de almacenamiento,  $\omega$  y el parámetro de flujo interporoso,  $\lambda$
- El daño del yacimiento,  $s$

### SOLUCION

#### Calculo de la permeabilidad de las fracturas $k_f$

**Paso 1.** Generar una curva de  $\Delta P$  y  $t^* \Delta P'$  vs  $t$  con los datos de presión obtenidos en la prueba. (Figura 4.1)

**Paso 2.** Leer de la gráfica  $\Delta P$  y  $t^* \Delta P'$  vs  $t$ , los diferentes valores de los puntos característicos (Figura 4.1):

- La derivada  $(t^* \Delta P')_{r2}$  y el tiempo  $(t_{r2})$  de dos puntos del radial tardío.
- El tiempo y derivada de presión en el punto mínimo,  $t_{min}$  y  $(t^* \Delta P')_{min}$
- La derivada de presión en el punto máximo,  $(t^* \Delta P')_{max}$

- El tiempo, delta de presión y derivada de presión en el inicio del segundo flujo radial,  $t_{b2}$ ,  $\Delta P_{b2}$  y  $(t^* \Delta P')_{b2}$ .

Puntos leídos:

**Tabla 4.1.** Datos característicos para el ejemplo 1

$((t^* \Delta P')_{r2})_{P1}$	10 psi
$(t_{r2})_{P1}$	200 hr
$((t^* \Delta P')_{r2})_{P2}$	40 psi
$(t_{r2})_{P2}$	40000 hr
$t_{min}$	0.047 hr
$(t^* \Delta P')_{min}$	0.07 psi
$(t^* \Delta P')_{max}$	1.7 psi
$t_{b2}$	10 hr
$(t^* \Delta P')_{b2}$	4.5 psi
$\Delta P_{b2}$	19 psi

**Paso 3.** Calcular la pendiente del segundo radial con los dos puntos leídos anteriormente.

$$m = \frac{\text{Log}((t^* P')_{r2})_{p2} - \text{Log}((t^* P')_{r2})_{p1}}{\text{Log}(t_{r2})_{p2} - \text{Log}(t_{r2})_{p1}}$$

$$m = \frac{\text{Log}(40) - \text{Log}(10)}{\text{Log}(40000) - \text{Log}(200)}$$

$$m = 0.2616$$

**Paso 4.** Según el valor de la pendiente, emplear el criterio de selección para escoger el método por el cual se calculara  $Df$ , que se encuentra consignado en la Tabla 3.2.

Valor de la pendiente	Criterio a aplicar
$m < 0.29$	Menor Diferencia
$0.29 \leq m < 0.44$	Conjunto 3
$m \geq 0.44$	Menor diferencia



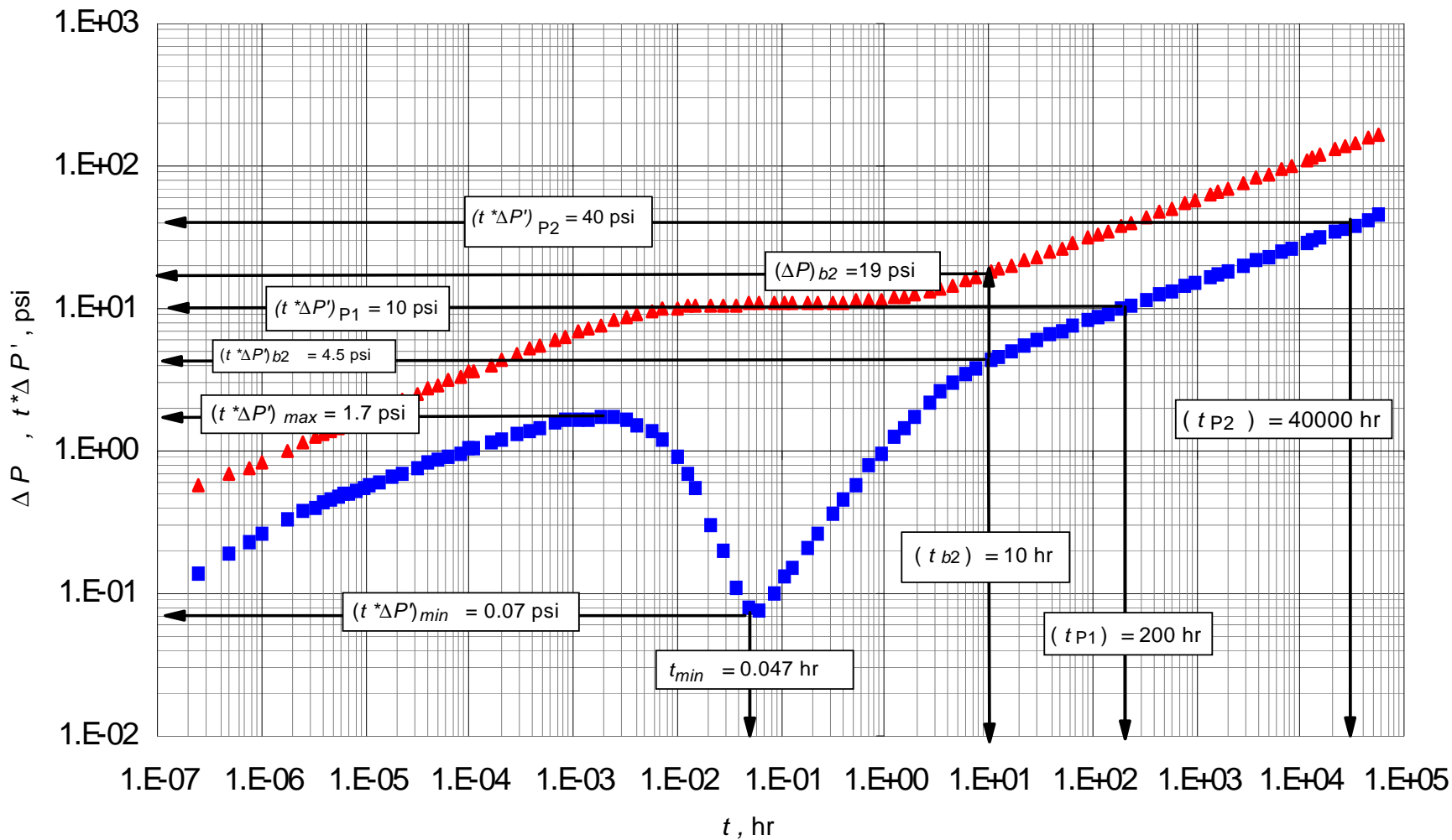


Figura 4.1 Gráfica  $\Delta P, t \cdot \Delta P'$  vs  $t$ , obtenida para el ejemplo sintético N°1

Debido a que el valor de la pendiente es menor de 0.29 se emplea el criterio de menor diferencia, que consiste en mirar en la Tabla 3.3, en que rango se encuentra contenido el valor de la pendiente y calcular con cuál de los tres límites (superior, medio o inferior) del rango tiene mayor proximidad.

RANGO	LIMITES			No. CONJUNTO DE CONSTANTES		
	INFERIOR	MEDIO	SUPERIOR	Cercana Medio	Cercana Superior	Cercana Inferior
1	0.52	0.58	0.64	4.5		5
2	0.37	0.455	0.54	4.5	2	5
3	0.27	0.365	0.46	4.3	1	4
4	0.17	0.28	0.39	2.1	2	1
5	0.02	0.125	0.23	1	1	

El valor de la pendiente se encuentra contenido en el rango 4, se realizan las restas para conocer el valor que es más cercano a la pendiente

$$0.2616 - 0.17 = 0.0916$$

$$0.28 - 0.2616 = 0.0184$$

$$0.39 - 0.2616 = 0.1284$$

Como se observa el valor de la pendiente es más cercano al valor medio, por lo cual el número del conjunto de constantes escogido para el cálculo de  $Df$  es el número 2.

**Paso 5.** Calcular el valor de  $Df$  con la correlación 3.1 y las constantes del conjunto 2.

$$Df = \frac{A + (C \times m) + (E \times m^2)}{1 + (B \times m) + (D \times m^2) + (F \times m^3)}$$

$$Df = \frac{2.249757321 + (-5.68356814 \times 0.2616) + (3.43348909 \times (0.2616)^2)}{1 + (-1.541209 \times 0.2616) + (0.024547964 \times (0.2616)^2) + (-0.00331232 \times (0.2616)^3)}$$

$$Df = 1.6674$$

**Paso 6.** Cálculo del índice de conductividad  $\theta$

Ya con el valor de  $Df$  calculado se procede a emplear la correlación 3.2 y el conjunto de constante que cumpla la condición dada, en este caso se utiliza el conjunto de constantes

3 de izquierda a derecha ya que el valor de 1.6674 cumple con la siguiente condición  $1.5 \leq Df < 1.7$

$$\theta = \frac{A + (B \times Df) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times Df) + (F \times m)}$$

$$\theta = \frac{-1.73492605 + (0.895450613 \times 1.6674) + (1.283625816 \times 0.2616) + (1.101876574 \times (0.2616)^2)}{1 + (-0.11927866 \times 1.6674) + (-0.58980289 \times 0.2616)}$$

$$\theta = 0.2620$$

**Paso 7.** Calcular la permeabilidad de las fracturas,  $k_f$  mediante la Ecuación 3.18

Para la obtención de la permeabilidad es necesario el cálculo del intercepto,  $b$  el cual es hallado con la correlación 3.19 y con el conjunto de constantes que cumpla la condición del valor de  $Df$  en este caso  $1.5 \leq Df < 1.7$  además de hacer uso del valor de la pendiente que se calculó anteriormente.

$$b = \frac{A + (B \times Df) + (C \times \theta) + (D \times \theta^2)}{1 + (E \times Df) + (F \times \theta)}$$

$$b = \frac{0.838392191 + (-0.48565012 \times 1.6674) + (-0.23702588 \times 0.2620) + (-0.50278852 \times (0.2620)^2)}{1 + (-0.56378211 \times 1.6674) + (-0.53620842 \times 0.2620)}$$

$$b = 0.84427161$$

$$k_f = \mu \times \left[ \frac{[0.0445 \times h \times (t^* P')_{r_2}] [C_f \times r_w^{\theta+2} \times \phi_f]^m}{[b \times q \times B_o \times r_w^{1-\beta}] [0.0002637 \times t_{r_2}]^m} \right]^{\frac{1}{m-1}}$$

$$k_f = 1.2cP \times \left[ \frac{[0.0445 \times 160 \text{ ft} \times 10 \text{ psi}]}{[0.8442 \times (250 \text{ STB} / \text{ dia}) \times (1.1 \text{ BY} / \text{ STB}) \times (0.21 \text{ ft})^{1-(1.6674-0.2620-1)}]} \right]^{\frac{1}{0.2616-1}} \times \left[ \frac{[2 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \times 0.21 \text{ ft}^{0.2620+2} \times 0.3]^{0.2616}}{[0.0002637 \times 200 \text{ hr}]^{0.2616}} \right]^{\frac{1}{0.2616-1}}$$

$$k_f = 337.36 \text{ mD}$$

**Paso 8.** Pasar la derivada de presión del punto máximo y mínimo anteriormente leídos a forma adimensional mediante la Ecuación 3.15 y así proceder con el cálculo de  $\lambda$  y  $\omega$ .

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\min} = \frac{0.0445 \times h \times k_f \times (t * P')_{\min}}{q \times \mu \times B_o \times r_w^{1-\beta}}$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\min} = \frac{0.0445 \times 160 \text{ ft} \times 337.36 \text{ mD} \times 0.07 \text{ psi}}{250 \text{ STB / dia} \times 1.2 \text{ cP} \times 1.1 \text{ BY / STB} \times (0.21 \text{ ft})^{1-(1.6674-0.2620-1)}}$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\min} = 1.2887$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\max} = \frac{0.0445 \times h \times k_f \times (t * P')_{\max}}{q \times \mu \times B_o \times r_w^{1-\beta}}$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\max} = \frac{0.0445 \times 160 \text{ ft} \times 337.36 \text{ mD} \times 1.7 \text{ psi}}{250 \text{ STB / dia} \times 1.2 \text{ cP} \times 1.1 \text{ BY / STB} \times (0.21 \text{ ft})^{1-(1.6674-0.2620-1)}}$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\max} = 31.2980$$

Calculo de  $\omega$  con la correlación 3.20

$$\omega = \frac{A + \left( C \times \frac{(t_D * P_D')_{\max}}{(t_D * P_D')_{\min}} \right) + \left( E \times \left( \frac{(t_D * P_D')_{\max}}{(t_D * P_D')_{\min}} \right)^2 \right)}{1 + \left( B \times \frac{(t_D * P_D')_{\max}}{(t_D * P_D')_{\min}} \right) + \left( D \times \left( \frac{(t_D * P_D')_{\max}}{(t_D * P_D')_{\min}} \right)^2 \right) + \left( F \times \left( \frac{(t_D * P_D')_{\max}}{(t_D * P_D')_{\min}} \right)^3 \right)}$$

$$\omega = \frac{0.20610179 + (0.03408232 \times 24.2864) + (0.0001518 \times (24.2864)^2)}{1 + (1.45839236 \times 24.2864) + (0.55369927 \times (24.2864)^2) + (0.00287653 \times (24.2864)^3)}$$

$$\omega = 2.9528 \times 10^{-3}$$

Calculo de  $\lambda$  con la Ecuación 3.21

$$\phi_{total} = \phi_f + \phi_{ma}$$

$$\phi_{total} = 0.3 + 0.07$$

$$\phi_{total} = 0.37$$

$$C_{total} = C_f + C_{ma}$$

$$C_{total} = (1 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}) + (2 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1})$$

$$C_{total} = 3 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{3792 \times (\phi c_i)_i \times \mu \times r_w^2}{k_f \times \Delta t_{inf}} \left[ \omega \ln \left( \frac{1}{\omega} \right) \right]$$

$$\lambda = \frac{3792 \times (0.37 \times 3 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}) \times 1.2cP \times (0.21 \text{ ft})^2}{337.36 \text{ mD} \times 0.047 \text{ hr}} \left[ 2.9528 \times 10^{-3} \ln \left( \frac{1}{2.9528 \times 10^{-3}} \right) \right]$$

$$\lambda = 2.4163 \times 10^{-7}$$

**Paso 9.** Calcular el daño del yacimiento con la Ecuación 3.27

$$\psi = \frac{1 - \beta}{d - Df - \sigma + 2\theta + 2}$$

$$\psi = \frac{1 - (1.6674 - 0.2620 - 1)}{2 - 1.6674 - 0.1 + (2 \times 0.2620) + 2}$$

$$\psi = 0.2157$$

$$\alpha = \frac{(2 + \theta)^{2\psi - 1}}{\psi \Gamma(1 - \psi)(1 - \omega) \times \psi}$$

$$\alpha = \frac{(2 + 0.2620)^{(2 \times 0.2157) - 1}}{0.2657 \Gamma(1 - 0.2657)(1 - 2.5033 \times 10^{-3}) \times 0.2657}$$

$$\alpha = 17.4011$$

$$s = \left( \frac{(\Delta P)_{b2}}{(t^* P_D')_{b2}} - \frac{1}{\psi} \right) \times \alpha \times \psi \times t_{b2}^\psi$$

$$s = \left( \frac{19 \text{ psi}}{4.5 \text{ psi}} - \frac{1}{0.2157} \right) \times 17.4011 \times 0.2157 \times (10 \text{ hr})^{0.2157}$$

$$s = -2.5525$$

**Tabla 4.2.** Resumen de los parámetros calculados en el ejercicio 1

Parámetro calculado	valor	Valor real
$Df$	1.6674	1.7
$\theta$	0.2620	0.3
$k_f$	337.33 mD	320 mD
$\omega$	$2.9528 \times 10^{-3}$	$3 \times 10^{-3}$
$\lambda$	$2.4163 \times 10^{-7}$	$1 \times 10^{-7}$
$s$	-2.5525	-5

#### 4.2. EJEMPLO SINTETICO N° 2

Se simulo una prueba de presión para un yacimiento heterogéneo fractal, con los siguientes datos de entrada:

Caudal,  $q = 320$  bbl/dia

Almacenamiento en el pozo,  $C = 0$  bbl/psi

Espesor de la formación,  $h = 205$  ft

Compresibilidad de la matriz,  $c_{ma} = 1 \times 10^{-6}$  psi<sup>-1</sup>

Compresibilidad de la fractura,  $c_f = 2 \times 10^{-6}$  psi<sup>-1</sup>

Radio del pozo,  $r_w = 0.25$  ft

Porosidad de la matriz,  $\phi_{ma} = 3\%$

Porosidad de la fractura,  $\phi_f = 27\%$

Viscosidad,  $\mu = 1.3$  cp

Factor volumétrico,  $B = 1.2$  bbl/STB

Índice de interacción matriz/fractura,  $\sigma = 0.1$

Los datos de la prueba de presión sintética se muestran en el ANEXO E

Calcular:

- La dimensión fractal,  $Df$  y el índice de conductividad,  $\theta$
- La permeabilidad de las fracturas,  $k_f$
- El coeficiente de almacenamiento,  $\omega$  y el parámetro de flujo interporoso,  $\lambda$
- El daño del yacimiento,  $s$

## SOLUCION

### Calculo de la permeabilidad de las fracturas $k_f$

**Paso 1.** Generar una curva de  $\Delta P$  y  $t^*\Delta P'$  vs  $t$  con los datos de presión obtenidos en la prueba. (Figura 4.2)

**Paso 2.** Leer de la gráfica  $\Delta P$  y  $t^*\Delta P'$  vs  $t$ , los diferentes valores de los puntos característicos (Figura 4.2):

- La derivada  $(t^*\Delta P')_{r2}$  y el tiempo  $(t_{r2})$  de dos puntos del radial tardío.
- El tiempo y derivada de presión en el punto mínimo,  $t_{min}$  y  $(t^*\Delta P')_{min}$
- La derivada de presión en el punto máximo,  $(t^*\Delta P')_{max}$
- El tiempo, delta de presión y derivada de presión en el inicio del segundo flujo radial,  $t_{b2}$ ,  $\Delta P_{b2}$  y  $(t^*\Delta P')_{b2}$ .

Puntos leídos:

**Tabla 4.3.** Datos característicos para el ejemplo 2

$((t^*\Delta P')_{r2})_{P1}$	10000 psi
$(t_{r2})_{P1}$	400 hr
$((t^*\Delta P')_{r2})_{P2}$	100000 psi
$(t_{r2})_{P2}$	20000 hr
$t_{min}$	0.18 hr
$(t^*\Delta P')_{min}$	40 psi
$(t^*\Delta P')_{max}$	210 psi
$t_{b2}$	10 hr
$(t^*\Delta P')_{b2}$	1000
$\Delta P_{b2}$	2000

**Paso 3.** Calcular la pendiente del segundo radial con los dos puntos leídos anteriormente.

$$m = \frac{\text{Log}((t^*P')_{r2})_{p2} - \text{Log}((t^*P')_{r2})_{p1}}{\text{Log}(t_{r2})_{p2} - \text{Log}(t_{r2})_{p1}}$$

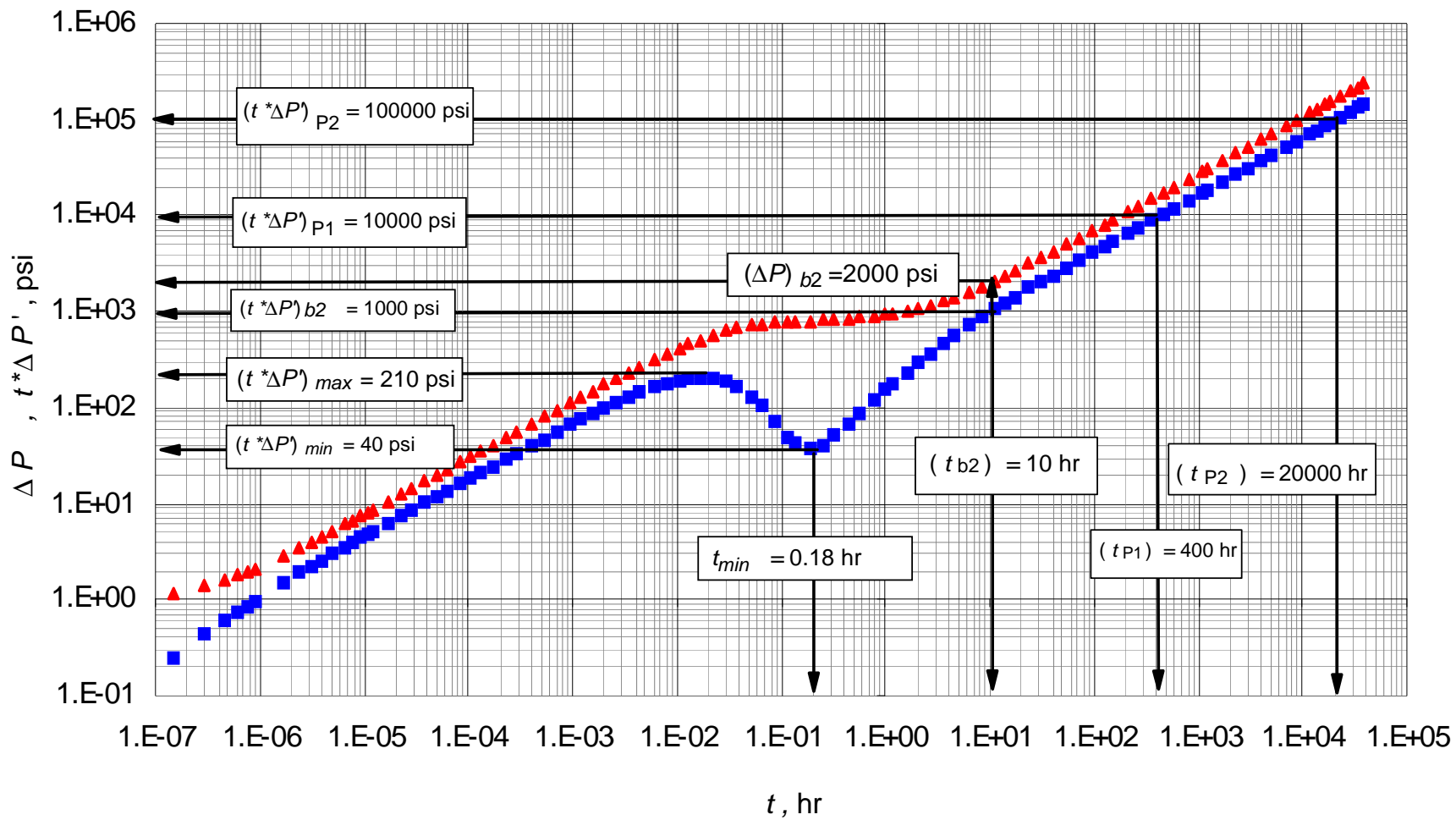


Figura 4.2 Gráfica  $\Delta P, t * \Delta P'$  vs  $t$ , obtenida para el ejemplo sintético N°2



$$m = \frac{\text{Log}(100000) - \text{Log}(10000)}{\text{Log}(20000) - \text{Log}(400)}$$

$$m = 0.5886$$

**Paso 4.** Según el valor de la pendiente, emplear el criterio de selección para escoger el método por el cual se calculara *Df*, que se encuentra consignado en la Tabla 3.2.

Condición	Criterio a aplicar
$m < 0.29$	Menor Diferencia
$0.29 \leq m < 0.44$	Ecuación 3
$m \geq 0.44$	Menor diferencia

Debido a que el valor de la pendiente es mayor de 0.44 se emplea el criterio de menor diferencia, que consiste en mirar en la Tabla 3.3, en que rango se encuentra contenido el valor de la pendiente y calcular con cuál de los tres límites (superior, medio o inferior) del rango tiene mayor proximidad.

RANGO	LIMITES			No. CONJUNTO DE CONSTANTES		
	INFERIOR	MEDIO	SUPERIOR	Cercana Medio	Cercana Superior	Cercana Inferior
1	0.52	0.58	0.64	4.5		5
2	0.37	0.455	0.54	4.5	2	5
3	0.27	0.365	0.46	4.3	1	4
4	0.17	0.28	0.39	2.1	2	1
5	0.02	0.125	0.23	1	1	

El valor de la pendiente se encuentra contenido en el rango 1, se realizan las restas para conocer el valor que es más cercano a la pendiente

$$0.5886 - 0.52 = 0.0686$$

$$0.5886 - 0.58 = 0.0086$$

$$0.64 - 0.5886 = 0.0514$$

Como se observa el valor de la pendiente es más cercano al valor medio, por lo cual el número del conjunto de constantes escogido para el cálculo de *Df* es el número 4.

**Paso 5.** Calcular el valor de  $Df$  con la correlación 3.1 y las constantes del conjunto 4

$$Df = \frac{A+(C \times m)+(E \times m^2)}{1+(B \times m)+(D \times m^2)+(F \times m^3)}$$

$$Df = \frac{2.64993941+(-6.2192272 \times 0.5886)+(3.56829279 \times (0.5886)^2)}{1+(1.34789006 \times 0.5886)+(0.00164203 \times (0.5886)^2)+(0.00196032 \times (0.5886)^3)}$$

$$Df = 1.0906$$

**Paso 6.** Cálculo del índice de conductividad  $\theta$

Ya con el valor de  $Df$  calculado se procede a emplear la correlación 3.2 y el conjunto de constante que cumpla la condición dada de  $Df$ , en este caso se utiliza el conjunto de constantes número 1 de izquierda a derecha ya que el valor de 1.0906 cumple con la siguiente condición  $1 \leq Df < 1.3$

$$\theta = \frac{A+(B \times Df)+(C \times m)+(D \times m^2)}{1+(E \times Df)+(F \times m)}$$

$$\theta = \frac{-2.26550513+(1.18994348 \times 1.0906)+(1.834344603 \times 0.5886)+(0.602199642 \times (0.5886)^2)}{1+(0.0148759 \times 1.0906)+(-0.89998567 \times 0.5886)}$$

$$\theta = 0.6590$$

**Paso 7.** Calcular la permeabilidad de las fracturas,  $k_f$  mediante la Ecuación 3.18

Para la obtención de la permeabilidad es necesario el cálculo del intercepto,  $b$ , el cual es hallado con la correlación 3.19 y con el conjunto de constantes que cumpla la condición del valor de  $Df$  en este caso  $1 \leq Df < 1.3$  además de hacer uso del valor de la pendiente que se calculó anteriormente.

$$b = \frac{A+(B \times Df)+(C \times \theta)+(D \times \theta^2)}{1+(E \times Df)+(F \times \theta)}$$

$$b = \frac{1.482110404+(-0.82859549 \times 1.0906)+(0.162089754 \times 0.6590)+(-0.96409836 \times (0.6590)^2)}{1+(-0.35837478 \times 1.0906)+(-0.70491282 \times 0.6590)}$$

$$b = 1.8433$$

$$k_f = \mu \times \left[ \frac{[0.0445 \times h \times (t^* P')_{r_2}] [C_f \times r_w^{\theta+2} \times \phi_f]^m}{[b \times q \times B_o \times r_w^{1-\beta}] [0.0002637 \times t_{r_2}]^m} \right]^{\frac{1}{m-1}}$$

$$k_f = 1.3cP \times \left[ \frac{[0.0445 \times 205 \text{ ft} \times 10000 \text{ psi}]}{[1.8433 \times (320 \text{ STB} / \text{dia}) \times (1.2 \text{ BY} / \text{STB}) \times (0.25 \text{ ft})^{1-(1.0906-0.6590-1)}]} \right]^{\frac{1}{0.5886-1}} \times$$

$$\left[ \frac{[2 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \times (0.25 \text{ ft})^{0.6590+2} \times 0.27]^{0.5886}}{[0.0002637 \times 400 \text{ hr}]^{0.5886}} \right]^{\frac{1}{0.5886-1}}$$

$$k_f = 353.42 \text{ mD}$$

**Paso 8.** Pasar la derivada de presión del punto máximo y mínimo anteriormente leídos a forma adimensional mediante la Ecuación 3.15 y así proceder con el cálculo de  $\lambda$  y  $\omega$

$$\left( t_D^* P_D' \right)_{\min} = \frac{0.0445 \times h \times k_f \times (t^* P')_{\min}}{q \times \mu \times B_o \times r_w^{1-\beta}}$$

$$\left( t_D^* P_D' \right)_{\min} = \frac{0.0445 \times 205 \text{ ft} \times 353.42 \text{ mD} \times 40 \text{ psi}}{320 \text{ STB} / \text{dia} \times 1.3cP \times 1.2 \text{ BY} / \text{STB} \times (0.25 \text{ ft})^{1-(1.0906-0.6590-1)}}$$

$$\left( t_D^* P_D' \right)_{\min} = 2255.3304$$

$$\left( t_D^* P_D' \right)_{\max} = \frac{0.0445 \times h \times k_f \times (t^* P')_{\max}}{q \times \mu \times B_o \times r_w^{1-\beta}}$$

$$\left( t_D^* P_D' \right)_{\max} = \frac{0.0445 \times 205 \text{ ft} \times 353.42 \text{ mD} \times 210 \text{ psi}}{320 \text{ STB} / \text{dia} \times 1.3cP \times 1.2 \text{ BY} / \text{STB} \times (0.25 \text{ ft})^{1-(1.0906-0.6590-1)}}$$

$$\left( t_D^* P_D' \right)_{\max} = 11929.4550$$

Calculo de  $\omega$  mediante la correlación 3.20

$$\omega = \frac{A + \left( C \times \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right) + \left( E \times \left( \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right)^2 \right)}{1 + \left( B \times \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right) + \left( D \times \left( \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right)^2 \right) + \left( F \times \left( \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right)^3 \right)}$$

$$\omega = \frac{0.20610179 + (0.03408232 \times 5.2894) + (0.0001518 \times (5.2894)^2)}{1 + (1.45839236 \times 5.2894) + (0.55369927 \times (5.2894)^2) + (0.00287653 \times (5.2894)^3)}$$

$$\omega = 1.7545 \times 10^{-2}$$

Calculo de  $\lambda$  con la Ecuación 3.21

$$\phi_t = \phi_{ma} + \phi_f$$

$$\phi_t = 0.03 + 0.27 = 0.3$$

$$c_t = c_{ma} + c_f$$

$$c_t = 1 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-6} = 3 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{3792 \times (\phi c_t)_t \times \mu \times r_w^2}{k_f \times \Delta t_{\text{inf}}} \left[ \omega \ln \left( \frac{1}{\omega} \right) \right]$$

$$\lambda = \frac{3792 \times (0.30 \times (3 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1})) \times 1.3cP \times (0.25 \text{ ft})^2}{353.42 \text{ mD} \times 0.18 \text{ hr}} \left[ 1.7545 \times 10^{-2} \ln \left( \frac{1}{1.7545 \times 10^{-2}} \right) \right]$$

$$\lambda = 3.0919 \times 10^{-7}$$

**Paso 9.** Calcular el daño del yacimiento mediante la Ecuación 3.27

$$\psi = \frac{1 - \beta}{d - Df - \sigma + 2\theta + 2}$$

$$\psi = \frac{1 - (1.0906 - 0.6590 - 1)}{2 - 1.0906 - 0.1 + (2 \times 0.6590) + 2}$$

$$\psi = 0.3799$$

$$\alpha = \frac{(2 + \theta)^{2\psi - 1}}{\psi \Gamma(1 - \psi)(1 - \omega) \times \psi}$$

$$\alpha = \frac{(2 + 0.6590)^{(2 \times 0.3799) - 1}}{0.3799 \Gamma(1 - 0.3799)(1 - 1.2368 \times 10^{-2}) \times 0.3799}$$

$$\alpha = 5.6530$$

$$s = \left( \frac{(\Delta P)_{b2}}{(t * P'_D)_{b2}} - \frac{1}{\psi} \right) \times \alpha \times \psi \times t_{b2}^\psi$$

$$s = \left( \frac{1020 \text{ psi}}{2000 \text{ psi}} - \frac{1}{0.3799} \right) \times 5.6530 \times 0.3799 \times (10 \text{ hr})^{0.3799}$$

$$s = -3.2701$$

**Tabla 4.4.** Resumen de los parámetros calculados en el ejercicio 2

Parámetro calculado	valor
<i>Df</i>	1.0906
<i>θ</i>	0.6590
<i>k<sub>f</sub></i>	353.42 mD
<i>ω</i>	1.2368 × 10 <sup>-2</sup>
<i>λ</i>	2.3680 × 10 <sup>-7</sup>
<i>S</i>	-3.2701

### 4.3. EJEMPLO SINTETICO N° 3

Se simuló una prueba de presión para un yacimiento naturalmente fracturado fractal con los siguientes datos:

Caudal,  $q = 240$  STB/día

Almacenamiento en el pozo,  $C = 0$  bbl/psi

Espesor de la formación,  $h = 165$  ft

Compresibilidad de la fractura,  $c_f = 3.5 \times 10^{-6}$  psi<sup>-1</sup>

Compresibilidad de la matriz,  $c_{ma} = 1 \times 10^{-6}$  psi<sup>-1</sup>

Radio del pozo,  $r_w = 0.5$  ft

Porosidad de la fractura,  $\phi_f = 24\%$

Porosidad de la matriz,  $\phi_{ma} = 3\%$

Viscosidad,  $\mu = 1,6$  cp  
 Factor volumétrico,  $B = 1.18$  bbl/STB  
 índice de interacción matriz-fractura,  $\sigma = 0,1$

Los datos de la prueba de presión sintética se muestran en el ANEXO E.

Calcular:

- La Permeabilidad de la red de fracturas fractales  $k_f$
- El parametro de flujo interporoso matriz-fractura  $\lambda$
- El coeficiente de almacenamiento en fracturas  $\omega$

### SOLUCION

#### Calculo de la permeabilidad de las fracturas $k_f$

**Paso 1.** Generar una curva de  $\Delta P$  y  $t^*\Delta P'$  vs  $t$  con los datos de presión obtenidos en la prueba. (Figura 4.3)

**Paso 2.** Leer de la gráfica  $\Delta P$  y  $t^*\Delta P'$  vs  $t$ , los diferentes valores de los puntos característicos (Figura 4.3):

- La derivada  $(t^*\Delta P')_{r2}$  y el tiempo  $(t_{r2})$  de dos puntos del radial tardío.
- El tiempo y derivada de presión en el punto mínimo,  $t_{min}$  y  $(t^*\Delta P')_{min}$
- La derivada de presión en el punto máximo,  $(t^*\Delta P')_{max}$
- El tiempo, delta de presión y derivada de presión en el inicio del segundo flujo radial,  $t_{b2}$ ,  $\Delta P_{b2}$  y  $(t^*\Delta P')_{b2}$ .

Puntos leídos:

**Tabla 4.5.** Datos característicos para el ejemplo 3

$((t^*\Delta P')_{r2})_{P1}$	30 psi
$(t_{r2})_{P1}$	10 hr
$((t^*\Delta P')_{r2})_{P2}$	420 psi
$(t_{r2})_{P2}$	10000 hr
$t_{min}$	0.003 hr
$(t^*\Delta P')_{min}$	0.38 psi
$(t^*\Delta P')_{max}$	6.8 hr
$t_{b2}$	8.5 hr
$\Delta P_{b2}$	90 psi
$(t^*\Delta P')_{b2}$	28.7 psi

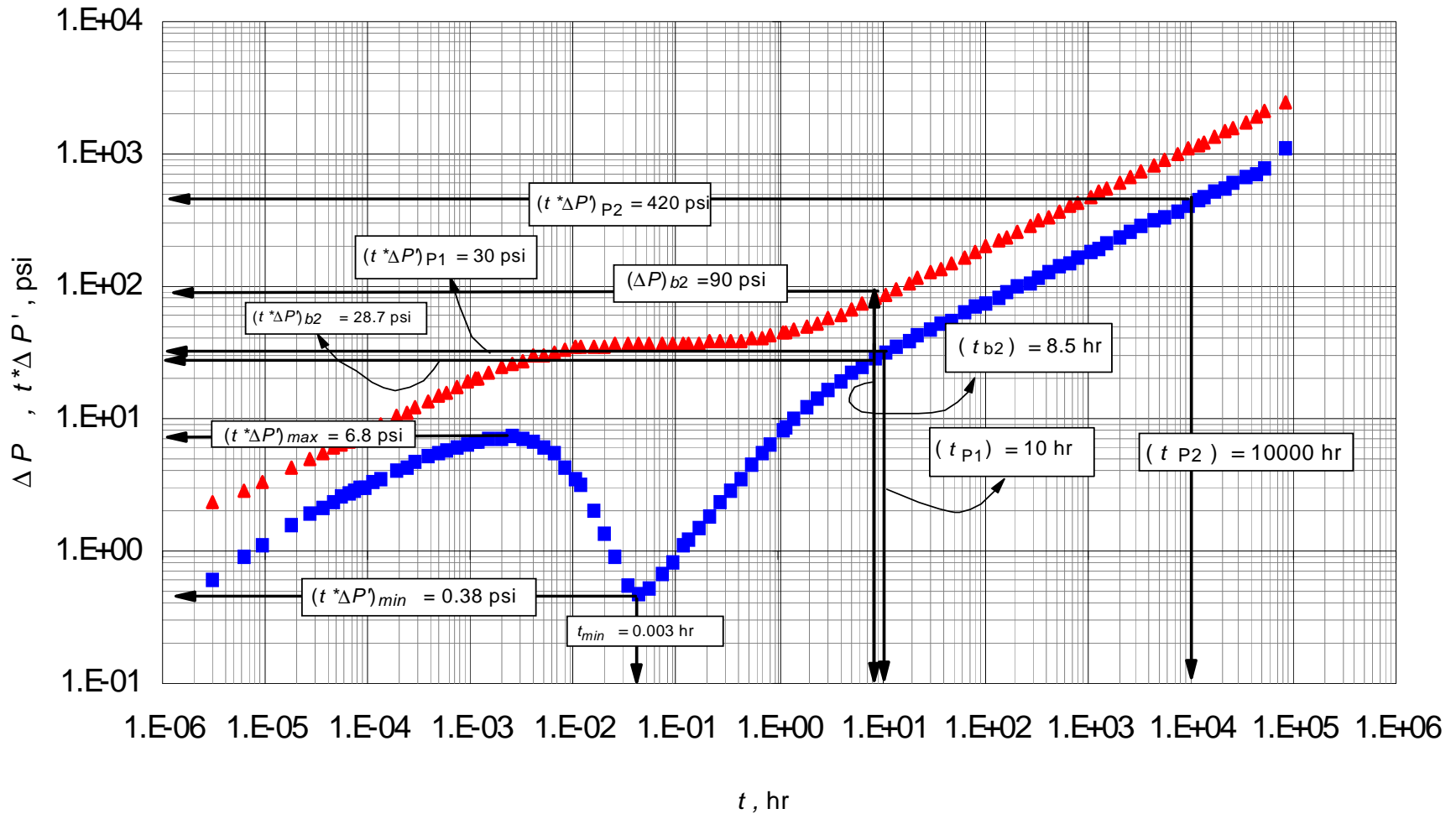


Figura 4.3. Gráfica  $\Delta P, t \cdot \Delta P'$  vs  $t$ , obtenida para el ejemplo sintético N°3

**Paso 3.** Calcular la pendiente del segundo radial con los dos puntos leídos anteriormente.

$$m = \frac{\text{Log}((t^*P')_{r_2})_{p_2} - \text{Log}((t^*P')_{r_2})_{p_1}}{\text{Log}(t_{r_2})_{p_2} - \text{Log}(t_{r_2})_{p_1}}$$

$$m = \frac{(\text{Log}(420) - \text{Log}(30))}{(\text{Log}(10000) - \text{Log}(10))}$$

$$m = 0.3820$$

**Paso 4.** Según el valor de la pendiente, emplear el criterio de selección para escoger el método por el cual se calculará **Df**, que se encuentra consignado en la Tabla 3.2.

Condición	Criterio a aplicar
$m < 0.29$	Menor Diferencia
$0.29 \leq m < 0.44$	Conjunto 3
$m \geq 0.44$	Menor diferencia

Debido a que el valor de la pendiente es mayor de 0.29 y menor a 0.44 se emplea como criterio para el cálculo de **Df** el conjunto de constantes No. 3.

**Paso 5.** Calcular el valor de **Df** con la correlación 3.1 y el conjunto de constantes No. 3.

$$Df = \frac{A + (C \times m) + (E \times m^2)}{1 + (B \times m) + (D \times m^2) + (F \times m^3)}$$

$$Df = \frac{(2.449831321 + (-5.93532474 \times m) + (3.484857505 \times m^2))}{(1 + (-1.4318936 \times m) + (0.014092204 \times m^2) + (-0.00254157 \times m^3))}$$

$$Df = \frac{(2.449831321 + (-5.93532474 \times 0.3820) + (3.484857505 \times 0.3820^2))}{(1 + (-1.4318936 \times 0.3820) + (0.014092204 \times 0.3820^2) + (-0.00254157 \times 0.3820^3))}$$

$$Df = 1,5189$$

**Paso 6.** Cálculo del índice de conductividad  $\theta$  mediante la correlación 3.2

Una vez se calcula el valor de **Df**, se procede a emplear la correlación 3.2 junto con el conjunto de constantes elegido a partir de la condición dada de **Df**, en este caso se utiliza



el conjunto de constantes No. 3 ya que el valor de 1.5189 cumple con la siguiente condición  $1.5 \leq Df < 1.7$

$$\theta = \frac{A + (B \times Df) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times Df) + (F \times m)}$$

$$\theta = \frac{(-1.73492605 + (0.89545061 \times Df) + (1.28362582 \times m) + (1.10187657 \times m^2))}{(1 + (-0.11927866 \times Df) + (-0.58980289 \times m))}$$

$$\theta = \frac{(-1.73492605 + (0.89545061 \times 1.5189) + (1.28362582 \times 0.3820) + (1.10187657 \times 0.3820^2))}{(1 + (-0.11927866 \times 1.5189) + (-0.58980289 \times 0.3820))}$$

$$\theta = 0,4658$$

**Paso 7.** Calcular la permeabilidad de las fracturas,  $k_f$  mediante la Ecuación 3.18

Para el cálculo de la permeabilidad es necesario hallar el intercepto  $b$  y hacer uso del valor de la pendiente que se calculó anteriormente, para el cálculo de  $b$  se utiliza la correlación 3.19 con el conjunto de constantes que sugiera la condición de  $Df$

En este caso como esta es igual a 1,5189 entonces clasifica en la variación de  $1.5 \leq Df < 1.7$ .

$$b = \frac{A + (B \times Df) + (C \times \theta) + (D \times \theta^2)}{1 + (E \times Df) + (F \times \theta)}$$

$$b = \frac{0.838392191 + (-0.48565012 \times Df) + (-0.23702588 \times \theta) + (-0.50278852 \times \theta^2)}{1 + (-0.56378211 \times Df) + (-0.53620842 \times \theta)}$$

$$b = \frac{0.838392191 + (-0.48565012 \times 1.5189) + (-0.23702588 \times 0.4658) + (-0.50278852 \times 0.4658^2)}{1 + (-0.56378211 \times 1.5189) + (-0.53620842 \times 0.4658)}$$

$$b = 1.1194$$

$$k_f = \mu \times \left[ \frac{[0.0445 \times h \times (t^* P')_{r_2}] [C_f \times r_w^{\theta+2} \times \phi_f]^m}{[b \times q \times B_o \times r_w^{1-\beta}] [0.0002637 \times t_{r_2}]^m} \right]^{\frac{1}{m-1}}$$

$$k_f = (1.6cP) \times \left[ \frac{[0.0445 \times 165 \text{ ft} \times 30 \text{ psi}]}{[1.1194 \times (240 \text{ STB} / \text{ dia}) \times (1.18 \text{ BY} / \text{ STB}) \times (0.5 \text{ ft})^{1-(1.5189-0.4658-1)}]} \right]^{\frac{1}{0.3820-1}} \times \left[ \frac{[3.5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \times 0.5 \text{ ft}^{0.4658+2} \times 0.24]^{0.3820}}{[0.0002637 \times 10 \text{ hr}]^{0.3820}} \right]^{\frac{1}{0.3820-1}}$$

$$k_f = 415.9302 \text{ mD}$$

**Paso 8.** Pasar la derivada de presión del punto máximo y mínimo anteriormente leídos a forma adimensional con la Ecuación 3.15 y así proceder con el cálculo de  $\lambda$  y  $\omega$ .

$$\left( t_D * P_D' \right)_{\min} = \frac{0.0445 \times h \times k_f \times (t * P')_{\min}}{q \times \mu \times B_o \times r_w^{1-\beta}}$$

$$\left( t_D * P_D' \right)_{\min} = \frac{0.0445 \times 165 \text{ ft} \times 415.9302 \text{ mD} \times 0.38 \text{ psi}}{240 \text{ STB} / \text{ dia} \times 1.6cP \times 1.18 \text{ BY} / \text{ STB} \times (0.5 \text{ ft})^{1-(1.5189-0.4658-1)}}$$

$$\left( t_D * P_D' \right)_{\min} = 4.9372$$

$$\left( t_D * P_D' \right)_{\max} = \frac{0.0445 \times h \times k_f \times (t * P')_{\max}}{q \times \mu \times B_o \times r_w^{1-\beta}}$$

$$\left( t_D * P_D' \right)_{\max} = \frac{0.0445 \times 165 \text{ ft} \times 415.9302 \text{ mD} \times 6.8 \text{ psi}}{240 \text{ STB} / \text{ dia} \times 1.6cP \times 1.18 \text{ BY} / \text{ STB} \times (0.5 \text{ ft})^{1-(1.5189-0.4658-1)}}$$

$$\left( t_D * P_D' \right)_{\max} = 88.8732$$

Calculo de  $\omega$  con correlación 3.20

$$\omega = \frac{A + (C \times R) + (E \times (R)^2)}{1 + (B \times R) + (D \times (R)^2) + (F \times (R)^3)}$$

$$\text{Donde } R = \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}}$$

$$R = \frac{88.8732}{4.9372}$$

$$R = 17.8947$$

$$\omega = \frac{A + \left( C \times \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right) + \left( E \times \left( \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right)^2 \right)}{1 + \left( B \times \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right) + \left( D \times \left( \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right)^2 \right) + \left( F \times \left( \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right)^3 \right)}$$

$$\omega = \frac{0.20610179 + (0.03408232 \times 17.8947) + (0.0001518 \times (17.8947)^2)}{1 + (1.45839236 \times 17.8947) + (0.55369927 \times 17.8947^2) + (0.00287653 \times (17.8947)^3)}$$

$$\omega = 4.127 \times 10^{-3}$$

Calculo de  $\lambda$  Mediante Ecuación 3.21

Para la determinación del parametro de flujo interporoso  $\lambda$  se debe calcular la porosidad y compresibilidad total del sistema matriz-fractura.

$$C_f = 3.5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$C_{ma} = 1 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$C_{total} = C_f + C_{ma}$$

$$C_{total} = (3.5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}) + (1 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1})$$

$$C_{total} = (4.5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1})$$

$$\phi_f = 0.24$$

$$\phi_{ma} = 0.03$$

$$\phi_{total} = \phi_f + \phi_{ma}$$

$$\phi_{total} = 0.24 + 0.03$$

$$\phi_{total} = 0.27$$

$$\lambda = \frac{3792 \times (\phi c_i)_i \times \mu \times r_w^2}{k_f \times \Delta t_{\text{inf}}} \left[ \omega \ln \left( \frac{1}{\omega} \right) \right]$$

Donde  $\Delta t_{\text{inf}} = t_{\text{min}}$

$$\lambda = \frac{3792 \times (0.27) \times (4.5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}) \times 1.6 \text{ cP} \times (0.5 \text{ ft})^2}{415.9302 \text{ mD} \times 0.003 \text{ hr}} \left[ 4.127 \times 10^{-3} \ln \left( \frac{1}{4.127 \times 10^{-3}} \right) \right]$$

$$\lambda = 3.335 \times 10^{-6}$$

**Paso 9.** Calcular el daño del yacimiento mediante Ecuación 3.27

$$\psi = \frac{1 - \beta}{d - Df - \sigma + 2\theta + 2}$$

$$\psi = \frac{1 - (1.5189 - 0.4658 - 1)}{2 - 1.5189 - 0.1 + (2 \times 0.4658) + 2}$$

$$\psi = 0.2858$$

$$\alpha = \frac{(2 + \theta)^{2\psi - 1}}{\psi \Gamma(1 - \psi)(1 - \omega) \times \psi}$$

$$\alpha = \frac{(2 + 0.4658)^{(2 \times 0.2858) - 1}}{0.2858 \Gamma(1 - 0.2858)(1 - (4.127 \times 10^{-3})) \times 0.2858}$$

$$\alpha = 9.75$$

$$s = \left( \frac{(\Delta P)_{b2}}{(t^* P_D')_{b2}} - \frac{1}{\psi} \right) \times \alpha \times \psi \times t_{b2}^\psi$$

$$s = \left( \frac{90 \text{ psi}}{28.7 \text{ psi}} - \frac{1}{0.2858} \right) \times 9.75 \times 0.2858 \times (8.5 \text{ hr})^{0.2858}$$

$$s = -1.8640$$

**Tabla 4.6** Resumen de los parámetros calculados en el ejemplos 3

Parámetro calculado	Valor	Valor Real
$Df$	1.5189	1.5
$\theta$	0.4658	0.4
$Kf$	415.9302 mD	400 mD
$\lambda$	$4.127 \times 10^{-3}$	$4 \times 10^{-3}$
$\omega$	$3.335 \times 10^{-6}$	$2.6 \times 10^{-6}$
$s$	-1.8640	-5

#### 4.4. EJEMPLO SINTÉTICO N° 4

Se simuló una prueba de presión para un yacimiento naturalmente fracturado fractal con los siguientes datos:

Caudal,  $q = 370$  STB/día

Almacenamiento en el pozo,  $C = 0$  bbl/psi

Espesor de la formación,  $h = 60$  ft

Compresibilidad de la fractura,  $c_f = 2.0 \times 10^{-6}$  psi<sup>-1</sup>

Compresibilidad de la matriz,  $c_{ma} = 1.5 \times 10^{-6}$  psi<sup>-1</sup>

Radio del pozo,  $r_w = 0.38$  ft

Porosidad de la fractura,  $\phi_f = 17\%$

Porosidad de la matriz,  $\phi_{ma} = 2\%$

Viscosidad,  $\mu = 1.35$  cp

Factor volumétrico,  $B = 1.23$  bbl/STB

índice de interacción matriz-fractura,  $\sigma = 0.1$

Los datos de la prueba de presión sintética se muestran en el ANEXO E.

Calcular:

- La Permeabilidad de la red de fracturas fractales  $k_f$
- El parametro de flujo interporoso matriz-fractura  $\lambda$
- El coeficiente de almacenamiento en fracturas  $\omega$

#### SOLUCION

##### Calculo de la permeabilidad de las fracturas $k_f$

**Paso 1.** Generar una curva de  $\Delta P$  y  $t^* \Delta P'$  vs  $t$  con los datos de presión obtenidos en la prueba. (Figura 4.4)

**Paso 2.** Leer de la gráfica  $\Delta P$  y  $t^* \Delta P'$  vs  $t$ , los diferentes valores de los puntos característicos (Figura 4.4):

- La derivada  $(t^*\Delta P')_{r2}$  y el tiempo  $(t_{r2})$  de dos puntos del radial tardío.
- El tiempo y derivada de presión en el punto mínimo,  $t_{min}$  y  $(t^*\Delta P')_{min}$
- La derivada de presión en el punto máximo,  $(t^*\Delta P')_{max}$
- El tiempo, delta de presión y derivada de presión en el inicio del segundo flujo radial,  $t_{b2}$ ,  $\Delta P_{b2}$  y  $(t^*\Delta P')_{b2}$ .

Puntos leídos:

**Tabla 4.7.** Datos característicos para el ejemplo 4

$((t^*\Delta P')_{r2})_{P1}$	55000 psi
$(t_{r2})_{P1}$	10000 hr
$((t^*\Delta P')_{r2})_{P2}$	166000 psi
$(t_{r2})_{P2}$	94700 hr
$t_{min}$	25 hr
$(t^*\Delta P')_{min}$	1646 psi
$(t^*\Delta P')_{max}$	2630 hr
$t_{b2}$	420 hr
$\Delta P_{b2}$	25650 psi
$((t^*\Delta P')_{b2})$	10900 psi

**Paso 3.** Calcular la pendiente del segundo radial con los dos puntos leídos anteriormente.

$$m = \frac{\text{Log}((t^*P')_{r2})_{p2} - \text{Log}((t^*P')_{r2})_{p1}}{\text{Log}(t_{r2})_{p2} - \text{Log}(t_{r2})_{p1}}$$

$$m = \frac{(\text{Log}(166000) - \text{Log}(55000))}{(\text{Log}(94700) - \text{Log}(10000))}$$

$$m = 0.4914$$

**Paso 4.** Según el valor de la pendiente, emplear el criterio de selección para escoger el método por el cual se calcula  $Df$ , que se encuentra consignado en la Tabla 3.2.

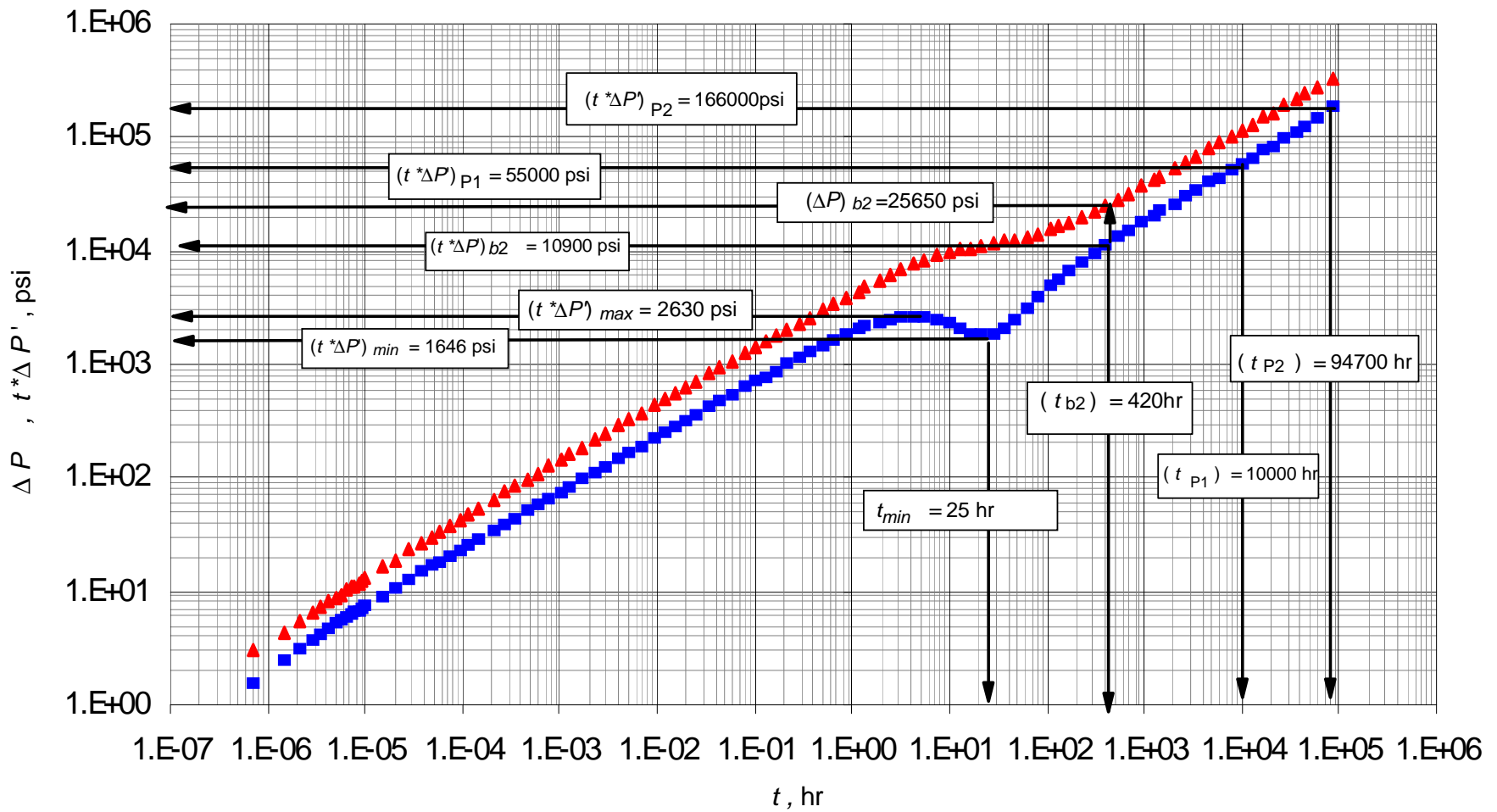


Figura 4.4. Gráfica  $\Delta P, t \cdot \Delta P'$  vs  $t$ , obtenida para el ejemplo sintético N°4

Condición	Criterio a aplicar
$m < 0.29$	Menor Diferencia
$0.29 \leq m < 0.44$	Ecuación 3
$m \geq 0.44$	Menor diferencia

Debido a que el valor de la pendiente es mayor de 0.44, se emplea como criterio para el cálculo de  $Df$  la utilización de la menor diferencia de esta con respecto a los límites Inferior, Medio y Superior de los rangos en los cuales está contenido el valor de  $m$ .

Como  $m=0.4914$ , entonces se encuentra contenido en el rango No. 2, ahora se calculan las distancias con respecto a cada valor extremo y medio del mismo, así:

$$\text{Valor Inferior: } |0.37 - 0.4914| = 0.1214$$

$$\text{Valor Medio: } |0.455 - 0.4914| = 0.0364$$

$$\text{Valor Superior: } |0.54 - 0.4914| = 0.0486$$

De acuerdo a lo recomendado por el criterio para la variación en el rango No. 2, cuando se está más próximo al valor medio se sugiere utilizar el conjunto de constantes No. 5.

**Paso 5.** Calcular el valor de  $Df$  con el conjunto de constantes seleccionado utilizando la correlación 3.1.

$$Df = \frac{A + (C \times m) + (E \times m^2)}{1 + (B \times m) + (D \times m^2) + (F \times m^3)}$$

$$Df = \frac{(2.79985015 + (-6.42826815 \times m) + (3.62699393 \times m^2))}{(1 + (-1.29644716 \times m) + (0.00146129 \times m^2) + (-0.0031127 \times m^3))}$$

$$Df = \frac{(2.79985015 + (-6.42826815 \times 0.4914) + (3.62699393 \times 0.4914^2))}{(1 + (-1.29644716 \times 0.4914) + (0.00146129 \times 0.4914^2) + (-0.0031127 \times 0.4914^3))}$$

$$Df = 1.4242$$

**Paso 6.** Cálculo del índice de conductividad  $\theta$  mediante el uso de la correlación 3.2

Una vez se calcula el valor de  $Df$ , se procede a emplear el conjunto de constantes que cumpla la condición dada, en este caso se el conjunto No. 2 ya que el valor de 1.4242 cumple con la siguiente condición  $1.3 \leq Df < 1.5$

$$\theta = \frac{A + (B \times Df) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times Df) + (F \times m)}$$



$$\theta = \frac{(-1.96948721 + (1.027889159 \times Df) + (1.489174231 \times m) + (0.876522102 \times m^2))}{(1 + (-0.06519897 \times Df) + (-0.74649258 \times m))}$$

$$\theta = \frac{(-1.96948721 + (1.027889159 \times 1.4242) + (1.489174231 \times 0.4914) + (0.876522102 \times 0.4914^2))}{(1 + (-0.06519897 \times 1.4242) + (-0.74649258 \times 0.4914))}$$

$$\theta = 0.8102$$

**Paso 7.** Calcular la permeabilidad de las fracturas,  $k_f$  con la correlación 3.18

Para el cálculo de la permeabilidad es necesario hallar el intercepto  $b$  y hacer uso del valor de la pendiente que se calculó anteriormente.

Para realizar el cálculo del intercepto  $b$ , se debe elegir el conjunto de constantes de acuerdo al valor de  $Df$ , como este es igual a 1.4242 entonces clasifica en la variación de  $1.3 \leq Df < 1.5$ .

$$b = \frac{A + (B \times Df) + (C \times \theta) + (D \times \theta^2)}{1 + (E \times Df) + (F \times \theta)}$$

$$b = \frac{0.955542559 + (-0.63253775 \times Df) + (-0.34057856 \times \theta) + (-0.68836841 \times \theta^2)}{1 + (-0.64454501 \times Df) + (-0.62924399 \times \theta)}$$

$$b = \frac{0.955542559 + (-0.63253775 \times 1.4242) + (-0.34057856 \times 0.8102) + (-0.68836841 \times 0.8102^2)}{1 + (-0.64454501 \times 1.4242) + (-0.62924399 \times 0.8102)}$$

$$b = 1.5735$$

$$k_f = \mu \times \left[ \frac{[0.0445 \times h \times (t^* P')_{r_2}] [C_f \times r_w^{\theta+2} \times \phi_f]^m}{[b \times q \times B_o \times r_w^{1-\beta}] [0.0002637 \times t_{r_2}]^m} \right]^{\frac{1}{m-1}}$$

$$k_f = (1.35cP) \times \left[ \frac{[0.0445 \times 60 \text{ ft} \times 55000 \text{ psi}]}{[1.5735 \times (370 \text{ STB} / \text{dia}) \times (1.23 \text{ BY} / \text{STB}) \times (0.38 \text{ ft})^{1-(1.4242-0.8102-1)}]} \right]^{\frac{1}{0.4914-1}} \times \left[ \frac{[2 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \times 0.38 \text{ ft}^{0.8102+2} \times 0.17]^{0.4914}}{[0.0002637 \times 10000 \text{ hr}]^{0.4914}} \right]^{\frac{1}{0.4914-1}}$$

$$k_f = 148.9384 \text{ mD}$$

**Paso 8.** Pasar la derivada de presión del punto máximo y mínimo anteriormente leídos a forma adimensional mediante la Ecuación 3.15 y así proceder con el cálculo de  $\lambda$  y  $\omega$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\min} = \frac{0.0445 \times h \times k_f \times (t * P')_{\min}}{q \times \mu \times B_o \times r_w^{1-\beta}}$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\min} = \frac{0.0445 \times 60 \text{ ft} \times 148.9384 \text{ mD} \times 1646 \text{ psi}}{370 \text{ STB / dia} \times 1.35 \text{ cP} \times 1.23 \text{ BY / STB} \times (0.38 \text{ ft})^{1-(1.4242-0.8102-1)}}$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\min} = 4073.1199$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\max} = \frac{0.0445 \times h \times k_f \times (t * P')_{\max}}{q \times \mu \times B_o \times r_w^{1-\beta}}$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\max} = \frac{0.0445 \times 60 \text{ ft} \times 148.9384 \text{ mD} \times 2630 \text{ psi}}{370 \text{ STB / dia} \times 1.35 \text{ cP} \times 1.23 \text{ BY / STB} \times (0.38 \text{ ft})^{1-(1.4242-0.8102-1)}}$$

$$\left(t_D * P_D'\right)_{\max} = 6508.0834$$

Calculo de  $\omega$  a partir de la Correlación 3.20

$$\omega = \frac{A + (C \times R) + (E \times (R)^2)}{1 + (B \times R) + (D \times (R)^2) + (F \times (R)^3)}$$

$$\text{Donde } R = \frac{(t_D * P_D')_{\max}}{(t_D * P_D')_{\min}}$$

$$R = \frac{6508.0834}{4073.1199}$$

$$R = 1.5978$$

$$\omega = \frac{A + \left( C \times \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right) + \left( E \times \left( \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right)^2 \right)}{1 + \left( B \times \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right) + \left( D \times \left( \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right)^2 \right) + \left( F \times \left( \frac{(t_D * P'_D)_{\max}}{(t_D * P'_D)_{\min}} \right)^3 \right)}$$

$$\omega = \frac{0.20610179 + (0.03408232 \times 1.5978) + (0.0001518 \times (1.5978)^2)}{1 + (1.45839236 \times 1.5978) + (0.55369927 \times 1.5978^2) + (0.00287653 \times (1.5978)^3)}$$

$$\omega = 9.523 \times 10^{-2}$$

Calculo de  $\lambda$  mediante Ecuación 3.21

Para la determinación del parametro de flujo interporoso  $\lambda$  se debe calcular la porosidad y compresibilidad total del sistema matriz-fractura.

$$C_f = 2 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$C_{ma} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$C_{ma} = 1.5 * 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$C_{total} = C_f + C_{ma}$$

$$C_{total} = (2 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}) + (1.5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1})$$

$$C_{total} = (3.5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1})$$

$$\phi_f = 0.17$$

$$\phi_{ma} = 0.02$$

$$\phi_{total} = \phi_f + \phi_{ma}$$

$$\phi_{total} = 0.17 + 0.02$$

$$\phi_{total} = 0.19$$

$$\lambda = \frac{3792 \times (\phi_c)_t \times \mu \times r_w^2}{k_f \times \Delta t_{\text{inf}}} \left[ \omega \ln \left( \frac{1}{\omega} \right) \right]$$

Donde  $\Delta t_{\text{inf}} = t_{\text{min}}$

$$\lambda = \frac{3792 \times (0.19) \times (3.5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}) \times 1.35 \text{ cP} \times (0.38 \text{ ft})^2}{148.9384 \text{ mD} \times 25 \text{ hr}} \left[ 9.523 \times 10^{-2} \ln \left( \frac{1}{9.523 \times 10^{-2}} \right) \right]$$

$$\lambda = 2.640 \times 10^{-8}$$

**Paso 9.** Calcular el daño del yacimiento con la Ecuación 3.27

$$\psi = \frac{1 - \beta}{d - Df - \sigma + 2\theta + 2}$$

$$\psi = \frac{1 - (1.4242 - 0.8102 - 1)}{2 - 1.4242 - 0.1 + (2 \times 0.8102) + 2}$$

$$\psi = 0.3384$$

$$a = \frac{(2 + \theta)^{2\psi - 1}}{\psi \Gamma(1 - \psi)(1 - \omega) \times \psi}$$

$$a = \frac{(2 + 0.8102)^{(2 \times 0.3384) - 1}}{0.3384 \Gamma(1 - 0.3384)(1 - (9.523 \times 10^{-2})) \times 0.3384}$$

$$a = 6.83$$

$$s = \left( \frac{(\Delta P)_{b2}}{(t * P'_D)_{b2}} - \frac{1}{\psi} \right) \times a \times \psi \times t_{b2}^\psi$$

$$s = \left( \frac{25650 \text{ psi}}{10900 \text{ psi}} - \frac{1}{0.3384} \right) \times 6.83 \times 0.3384 \times (420 \text{ hr})^{0.3384}$$

$$s = -10.7414$$

**Tabla 4.8** Resumen de los parámetros calculados en el ejercicio 4

Parámetro calculado	Valor	Valor Real
$Df$	1.4242	1.4
$\theta$	0.8102	0.75
$Kf$	148.9384 mD	160 mD
$\omega$	$9.523 \times 10^{-2}$	$8 \times 10^{-2}$
$\lambda$	$2.640 \times 10^{-8}$	$7 \times 10^{-9}$
$s$	-10.7414	-7

## CONCLUSIONES

- Con el desarrollo de este trabajo se presentan nuevas correlaciones para la caracterización de yacimientos naturalmente fracturados fractales a partir de pruebas de presión mediante la identificación de los regímenes de flujo radial temprano y tardío, de tal manera que se puedan estimar parámetros de la configuración de la red de fracturas como lo son la dimensión fractal,  $D_f$  y el índice de conductividad,  $\theta$ , la permeabilidad de las fracturas  $k_f$ , el coeficiente de almacenamiento adimensional  $\omega$  y el parámetro de flujo interporoso  $\lambda$ .
- Se encontró que la respuesta de presión en este tipo de yacimientos Naturalmente Fracturados Fractales sigue el comportamiento de ley de potencia en función del tiempo para los regímenes correspondientes al flujo radial (temprano y tardío). Es precisamente del último flujo, del cual se soportó todo el desarrollo numérico para el cálculo de la permeabilidad de la red de fracturas, a partir de la correlación de los parámetros que afectaban de manera directa el valor de la pendiente, es decir,  $D_f$  y  $\theta$ .
- El desarrollo del presente trabajo de grado demuestra la importancia y necesidad de avanzar en la implementación de nuevas tecnologías y/o modelos para entender los mecanismos de interacción roca-fluidos, que capturen la complejidad del medio en sus propiedades mecánicas y petrofísicas como la presencia de bloque de matriz, fractura, distribución de fracturas a diferentes escalas, para la completa caracterización del yacimiento, a partir de una nueva herramienta, la geometría fractal.
- De acuerdo a la relación de la dimensión fractal y la densidad de fracturas se puede concluir que dicha dimensión aumenta a medida que incrementa la densidad de fracturas, es decir, cuanto más compleja sea la red de fracturas mayor será la dimensión fractal, razón por la cual, la dimensión fractal es un indicador de que tanto espacio ocupa un objeto (red de fracturas) en un área determinada.
- Para analizar y lograr una mejor interpretación del aspecto dimensional de la geometría fractal, es decir, en caso de tener objetos continuos, se presenta que la dimensión euclidiana coincide con la fractal. No obstante, para casos reales, las dimensiones resultan diferenciables, lo anterior, debido a que cuando se realiza una amplificación a una escala microscópica, se encuentran discontinuidades o espacios vacíos (poros) que implica que las dimensiones anteriormente mencionadas no coincidan.

- Es importante aclarar que en el presente trabajo se realizó un análisis del valor de la dimensión fractal para variaciones desde 1 hasta 2, es decir, el objeto de estudio correspondió al análisis de mediciones areales (superficies suaves) de la configuración de la red de fracturas fractales internas de un yacimiento, que fue simulada a partir de ejemplos sintéticos.
- Se encontró una dependencia entre el valor del índice de conductividad de la red de fracturas  $\theta$  y la dimensión fractal  $Df$ , no obstante, no se conoce con precisión el tipo de relación entre ellos. Para nuestro caso se correlaciono para la determinación del índice de conductividad, los valor de Dimensión fractal  $Df$  y la pendiente del radial tardío  $m$ .
- Según el análisis realizado con la permeabilidad de las fracturas se establecio una estrecha dependencia de este parámetro con la dimensión fractal y el índice de conductividad. Se pudo apreciar que la condición más favorable para tener una mejor permeabilidad en el yacimiento es cuando se tiene la dimensión fractal más alta y el índice de conductividad más bajo es decir  $Df=2$  y  $\theta=0$  (condiciones del caso euclidiano) ya que la densidad de fracturas se hace máximo y se encuentran conectadas en su totalidad. El caso más desfavorable para la permeabilidad es cuando se tiene una dimensión fractal baja y un índice de conductividad alto debido a que la densidad de fracturas se hace mínimo y además de eso se encuentran aisladas. De acuerdo a esto se concluye que un yacimiento fractal posee una permeabilidad menor en comparación a un yacimiento naturalmente fracturado no fractal es decir un yacimiento con condiciones euclidianas.
- En general se encontró que el daño afecta de manera principal el comportamiento de la presión en YNF euclidianos en lugar de los YNF fractales, en donde se aprecia una deformación de la curva a tiempos tempranos, para variaciones de daños negativos, es decir, para la condición de estimulación del pozo.
- Se comprueba la validez de la correlación del cálculo del parámetro de flujo interporoso  $\lambda$ , desarrollada por Tiab y Escobar en el 1993 para pozos naturalmente fracturados fractales. Dicha expresión arroja valores muy cercanos a los datos simulados.

Con respecto al estudio de pruebas de sensibilidad se llegó a las siguientes conclusiones:

1. El cálculo del parámetro de dimensión fractal,  $Df$  resulta ser el más influyente para los cálculos próximos a desarrollar.
2. El cálculo del índice de conductividad de la red de fracturas,  $\theta$  es demasiado sensible a cambios infinitesimales del valor de  $Df$ , lo anterior obedece a que este parámetro tiene un reducido intervalo de variación desde 0 (Caso base) hasta 0.8.

## RECOMENDACIONES

- Para la obtención de buenos resultados y minimizar los porcentajes de error en los cálculos de todos los parámetros, es necesario que sea escogido correctamente el conjunto de constantes que se reemplazara en la correlación 3.1 correspondiente a la dimensión fractal  $Df$ , debido a que todas las demás correlaciones y ecuaciones dependen directa o indirectamente de este parámetro fractal, por lo que una acumulación de error en  $Df$  puede llevar a resultados de  $\theta$ ,  $\omega$ ,  $\lambda$ , permeabilidad y daño que distan mucho de los valores reales. Esta buena elección depende de que se calcule de forma correcta la pendiente y que se aplique el criterio adecuado según sea el valor de  $m$
- Debe tenerse especial cuidado en la lectura de los puntos característicos empleados para cada correlación, ya que una mala lectura genera resultados erróneos de los parámetros calculados.
- La pendiente debe ser calculada solamente con dos puntos que se encuentren en el radial tardío, debe realizarse una buena identificación del momento en que inicia este régimen de flujo, el cual se encuentra posterior a la pendiente unitaria que se ubicada en la transición.
- Para mejores resultados en la implementación de la ecuación del daño se recomienda usar el punto de inicio del segundo radial.
- En caso de que se obtenga una dimensión fractal mayor a 2 absténgase de emplear la metodología y las correlaciones aquí presentadas ya que se estaría incurriendo en un error conceptual.

## NOMENCLATURA

$a$	Parámetro de densidad de sitio
$B$	Factor de volumen de formación del aceite, rb/STB
$C$	Coefficiente de almacenamiento, bbl/psi
$c_f$	Compresibilidad de la fractura, 1/psi
$c_{ma}$	Compresibilidad de la matriz, 1/psi
$c_i$	Compresibilidad total, 1/psi
$d$	Dimensión euclidiana
$h$	Espesor de la formación, ft
$k_f$	Permeabilidad de las fracturas, mD
$K_v$	Función modificada de Bessel
$m$	Pendiente del radial tardío, parámetro de la red de fracturas ( $k_f/\phi_f$ )
$P$	Presión, psi
$P_D$	Presión adimensional
$q$	Rata de flujo, STB/día
$r_w$	Radio del pozo, ft
$s$	Daño (skin factor)
$t$	Tiempo, hr
$t_D$	Tiempo adimensional
$t_D^*P_D'$	Derivada de presión adimensional
$t^*P'$	Derivada de presión, psi
$V_s$	Volumen por sitio

### Griego

$\alpha$	Variable definida por la Ec. 3.20
$\beta$	$Df-\theta-1$
$\Delta$	Cambio
$\Gamma$	Función Gamma
$\delta$	Variable definida por la Ec. 3.4
$\sigma$	Índice de interacción matriz- fractura
$\psi$	Variable definida por la Ec 3.21
$\nu$	Variable definida por la Ec 2.13
$\zeta$	Variable definida por la Ec. 2.14
$\Theta$	Variable definida por la Ec. 2.15
$\phi_f$	Porosidad de la fractura, fracción
$\phi_{ma}$	Porosidad de la fractura, fracción
$\phi_t$	Porosidad total, fracción
$\lambda$	Parámetro de flujo interporoso
$\theta$	Índice de conductividad de la red de fracturas
$\mu$	Viscosidad del aceite, cp



$\omega$  Coeficiente adimensional de almacenaje de un yacimiento naturalmente fracturado

**Sufijos**

$b_2$  Comienzo del segundo radial

$D$  Adimensional

$min$  Mínimo

$max$  Máximo

$f$  Fractura

$ma$  Matriz

$r_2$  Radial tardío

$P_1$  Punto inicial

$P_2$  Punto final

$z$  Variable de Laplace

## BIBLIOGRAFIA

- Abdassah, D. and Ershaghi, I.: “*Triple-Porosity Systems for Representing Naturally Fractured Reservoirs*,” *SPEFE* (April 1986) 113; *Trans.*, AIME, 281.
- Acuña, J.A., Ershaghi, I., and Yortsos, Y.C.: “Practical Application of Fractal Pressure-Transient Analysis in Naturally Fractured Reservoirs,” *SPE Formation Evaluation*, (Sept. 1995) 173-179.
- Barenblatt, G.I., Zheltov, I.P., y Kochina, I.N.: “*Basic Concepts in the Theory of Seepage of Homogenous Liquid in Fissured Rocks*”, *PMM, Sov. Appl. Math. Mech.* 24-5,1960.
- Beier, R.A.: “Pressure-Transient Model for a Vertically Fractured Well in a Fractal Reservoir,” *SPE Formation Evaluation*, (June 1994) 122.
- Chang, J., and Yortsos, Y.C.: “*Pressure Transient Analysis of Fractal Reservoirs*,” *SPE Formation Evaluation*, 289 (March 1990) 31.
- Cruz. M Sandra Milena “*Aplicación del análisis fractal a los yacimientos naturalmente fracturados (YNF): ejemplo en la formación rosablanca del valle medio del magdalena*”. Universidad Industrial de Santander, escuela de geología Bucaramanga. 2005.
- Escobar, F.H., 2005. “*Análisis Moderno de Pruebas de Presión*”. Editorial Universidad Surcolombiana. ISBN 958-8154-81-2. Abr. 2005.
- Klimkemberg Brian. “*A review of methods used to determine the fractal dimension of linear features*”. *Mathematical Geology*. Vol.26, N°.1. 1994. p.23-46.
- Mandelbrot Benoît B. “*Les objets fractals: forme, hasard et dimension*”. Nouvelle bibliothèque scientifique. 119 (1975)
- Nelson RA: “*Evaluating Fractured Reservoirs:Introduction*,” *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*, 2a ed Woburn, Massachusetts, EUA: GulfProfessional Publishing (2001).
- Olarewaju, J.S.: “*Modeling Fractured Reservoirs With Stochastic Fractals*,” SPE 36207 presented at the 7th Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference held in Abu Dhabi, 13-16 October 1996.

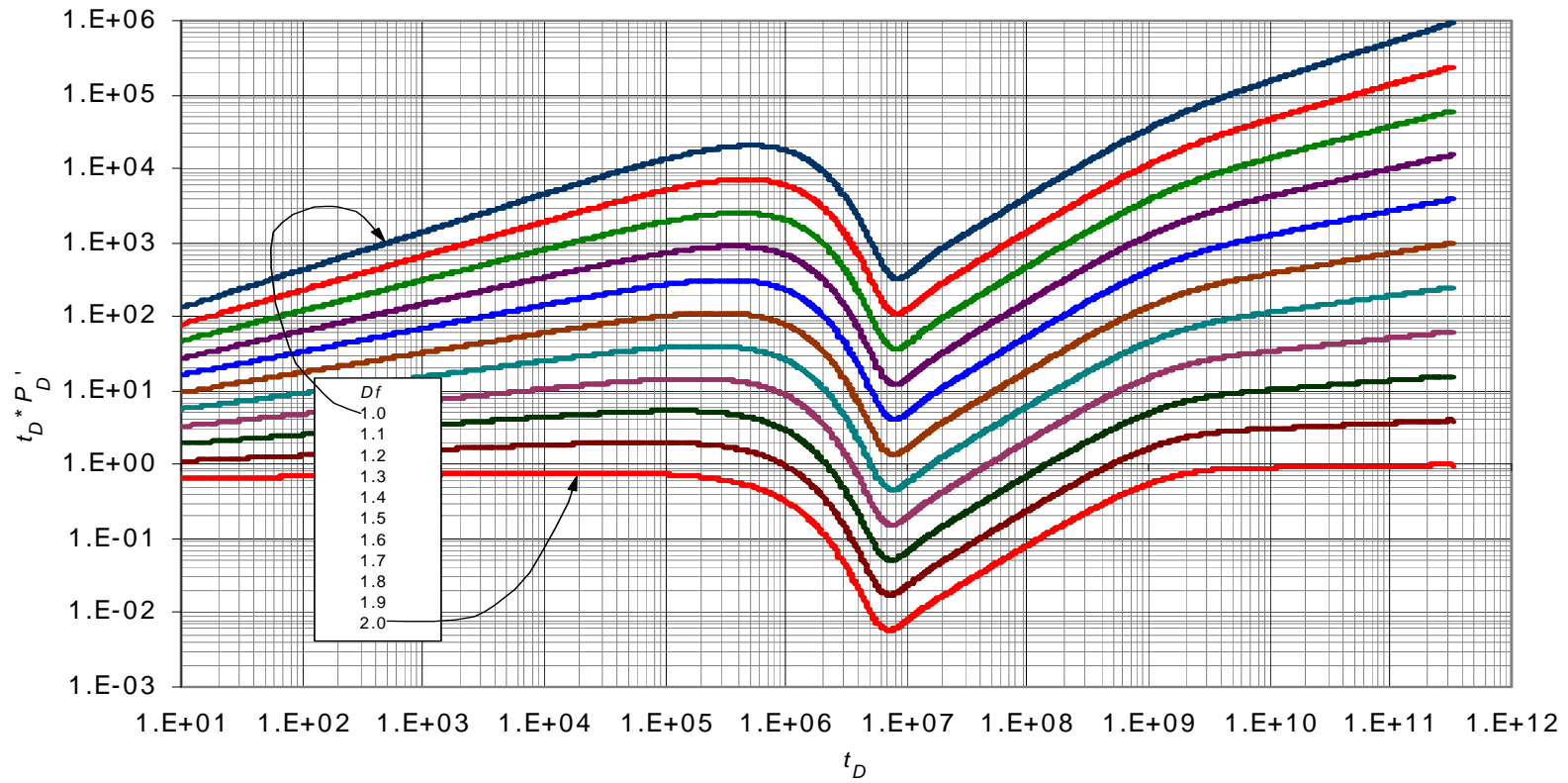
- O'Shaughnessy, B. and Procaccia, I.: "Analytical Solutions for Diffusion on Fractal Objects," *Phys. Rev. Lett.* (Feb. 1985) 54, No. 5, 455-58.
- Warren, J.E. y Root, P.J.: "The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs", *SPEJ*, 245-255, Septiembre, 1963.

Consultas en la web:

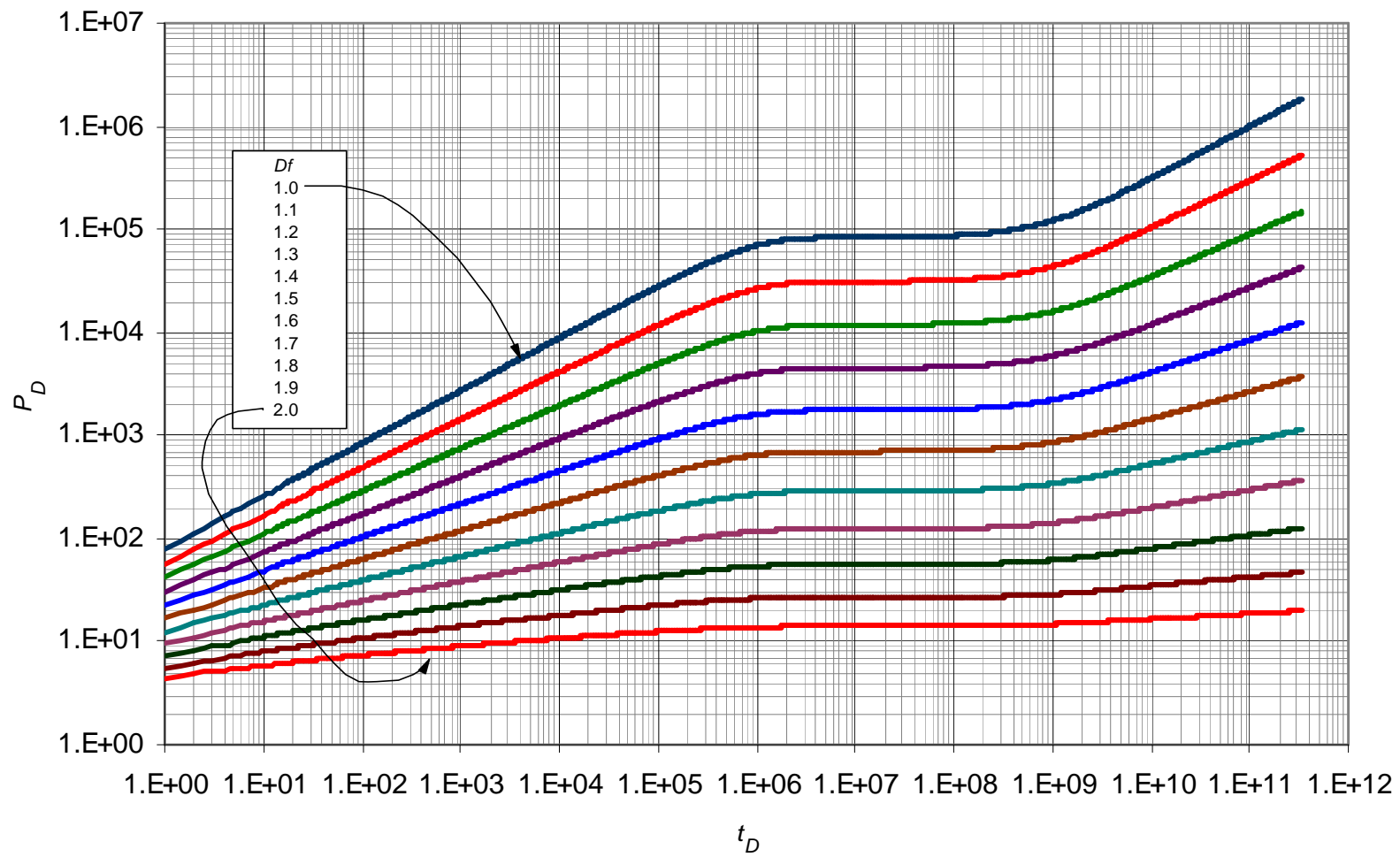
- Cortés Ruiz Jesica Alheli. 2013. "Modelo fractal de pruebas de presión para reservorios de hidrocarburos". Instituto Politécnico Nacional. Disponible en: <http://www.bibliosepi.esimez.ipn.mx/sistemas/2013/Modelo%20fractal%20de%20pruebas%20de%20presion%20para%20reservorios%20de%20hidrocarburos.pdf>
- Fractales en la red. Disponible en <http://www.dmae.upm.es/cursosfractalesindex.htm>
- "Generalidades de los yacimientos naturalmente fracturados" (2005). Disponible en: <http://nfrexperts.blogspot.com/>
- Gutierrez, P y Hott, E "Introduccion al mundo fractal : matemática". Medio Matematico. 2004. Disponible en la red <http://www.sectormatematica.cl/fractales/fractales.pdf>
- "La naturaleza de los yacimientos naturalmente fracturados". Disponible en: [https://slb.com/~media/Files/resources/oilfield\\_review/spanish06/aut06/naturally\\_fract\\_reservoirs.pdf](https://slb.com/~media/Files/resources/oilfield_review/spanish06/aut06/naturally_fract_reservoirs.pdf)
- Spinadel, Vera W de. 2003. "Geometría fractal y geometría euclidiana". Universidad de Antioquia, Disponible en: <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/5945/5355>
- Reyes Jesús A 2002, "Metodología para la determinación del tensores de permeabilidad en yacimientos naturalmente fracturado". Disponible en: [http://saber.ucv.ve/xmlui/bitstream/123456789/218/1/TRABAJO%20ESPECIAL%20DE%20GRADO\\_JESUS%20REYES.pdf](http://saber.ucv.ve/xmlui/bitstream/123456789/218/1/TRABAJO%20ESPECIAL%20DE%20GRADO_JESUS%20REYES.pdf)
- Padilla Roberto and Toledo Ricardo 2013, "Evaluación de yacimientos naturalmente fracturados y retos por resolver" Disponible en: <http://132.248.9.34/hevila/Ingenieriapetrolera/2013/vol53/no3/1.pdf>

## ANEXOS

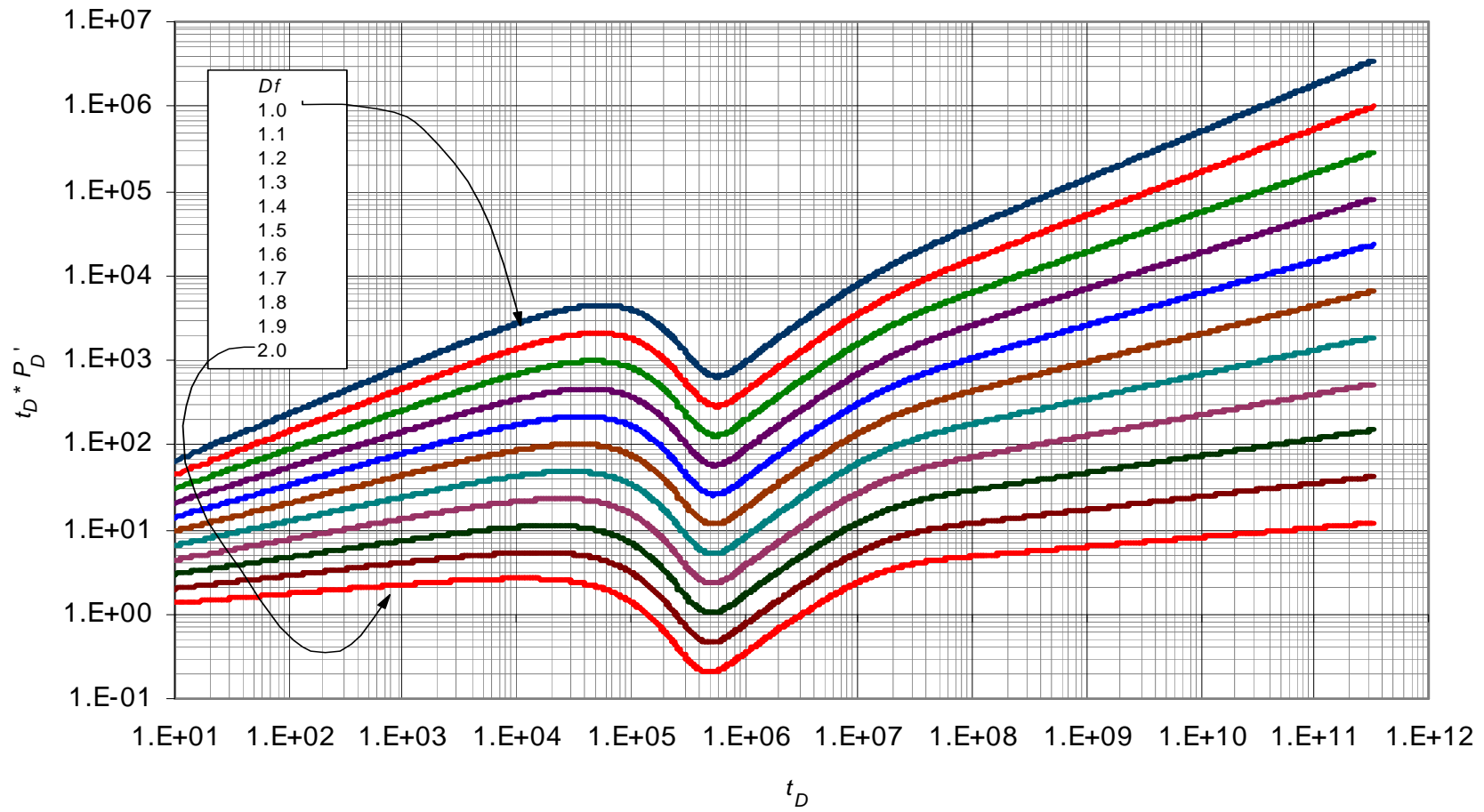
**ANEXO A:** Gráficas base del comportamiento de la presión adimensional y de la derivada de la presión adimensional usadas para la lectura de los puntos característicos en el parámetro  $Df$ .



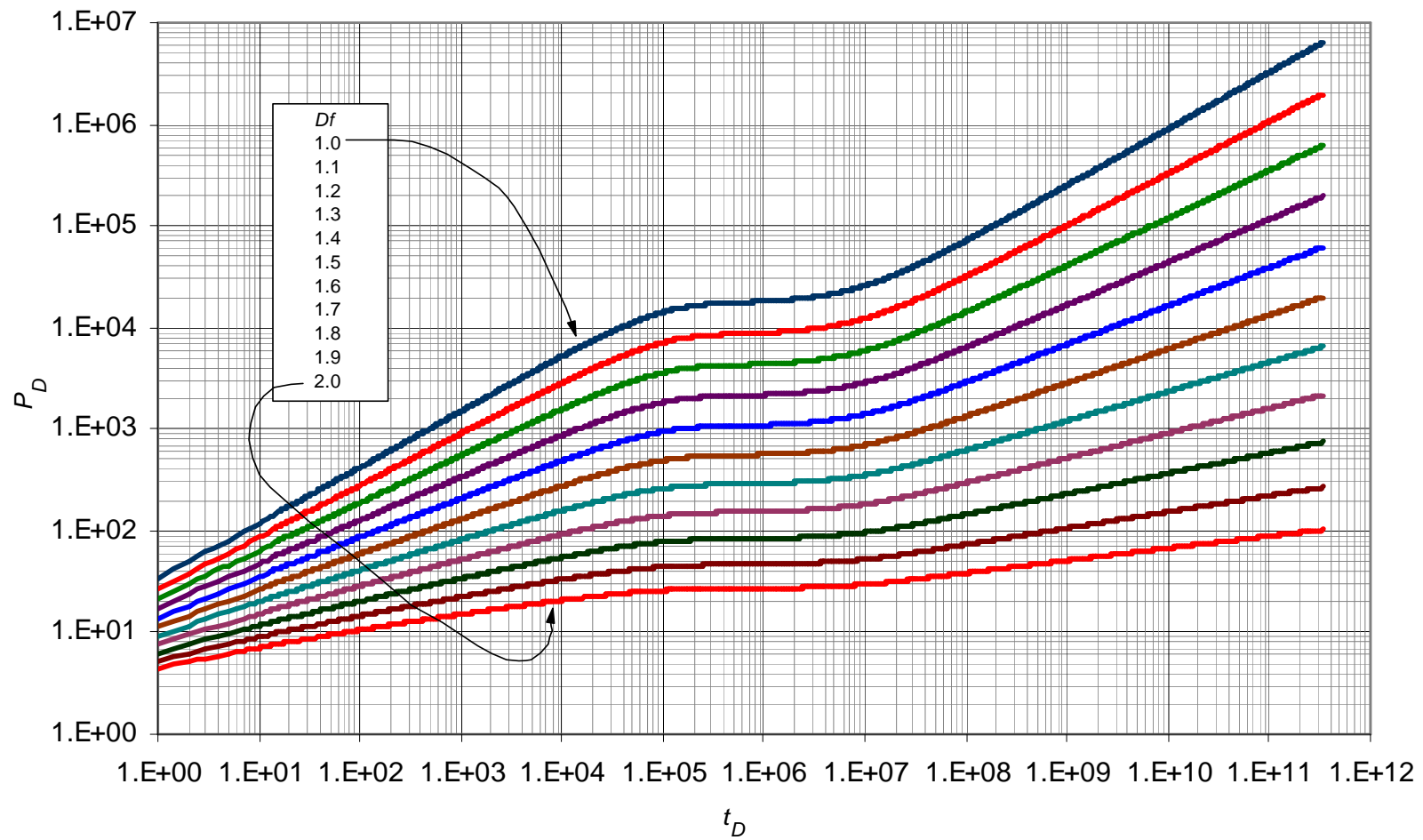
**Figura 0.1.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta=0.05$ ,  $\lambda=1 \times 10^{-9}$  y  $\omega=1 \times 10^{-3}$



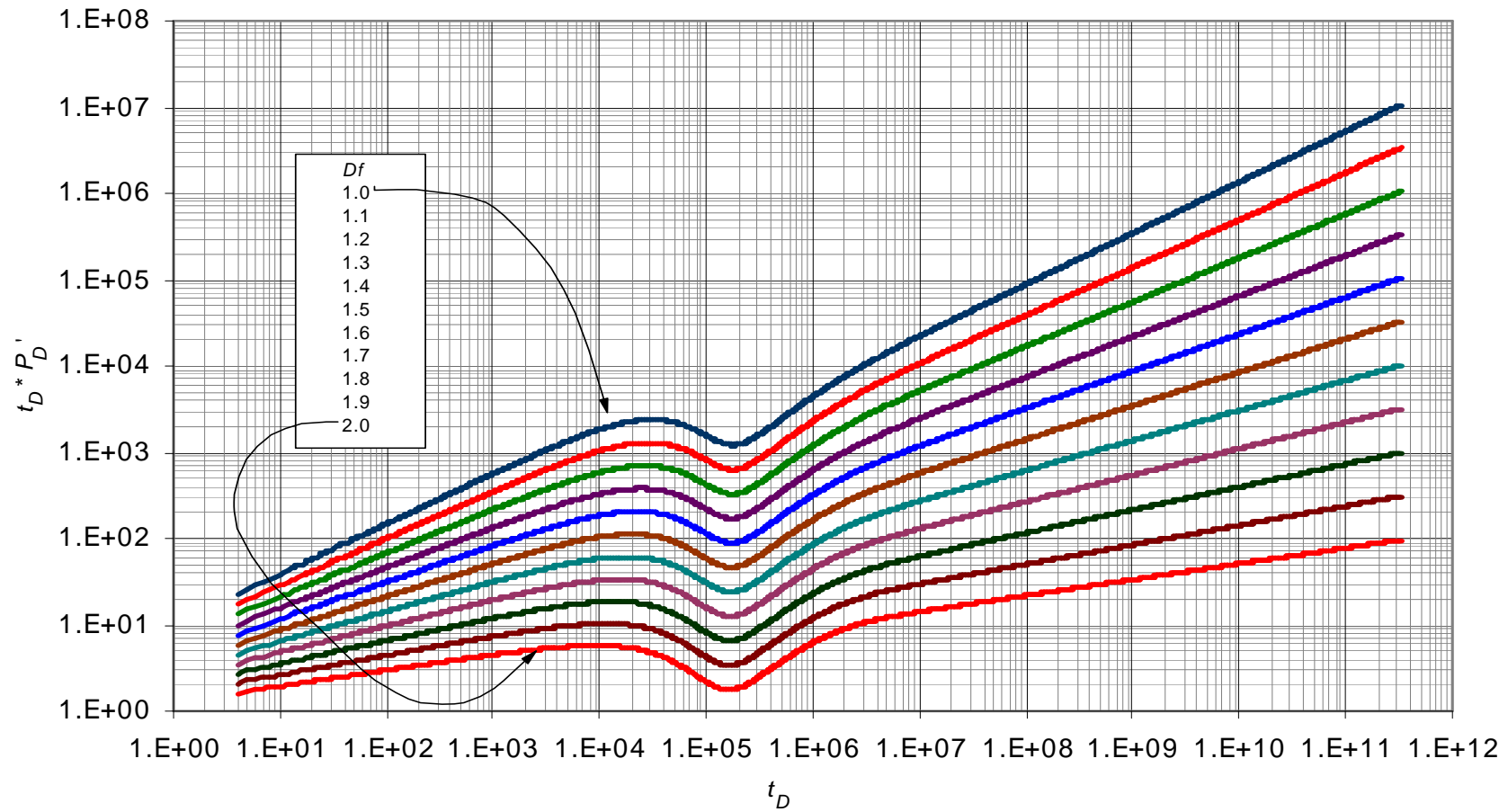
**Figura 0.2.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta=0.05$ ,  $\lambda=1 \times 10^{-9}$  y  $\omega=1 \times 10^{-3}$



**Figura 0.3.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta = 0.25$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-7}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-2}$

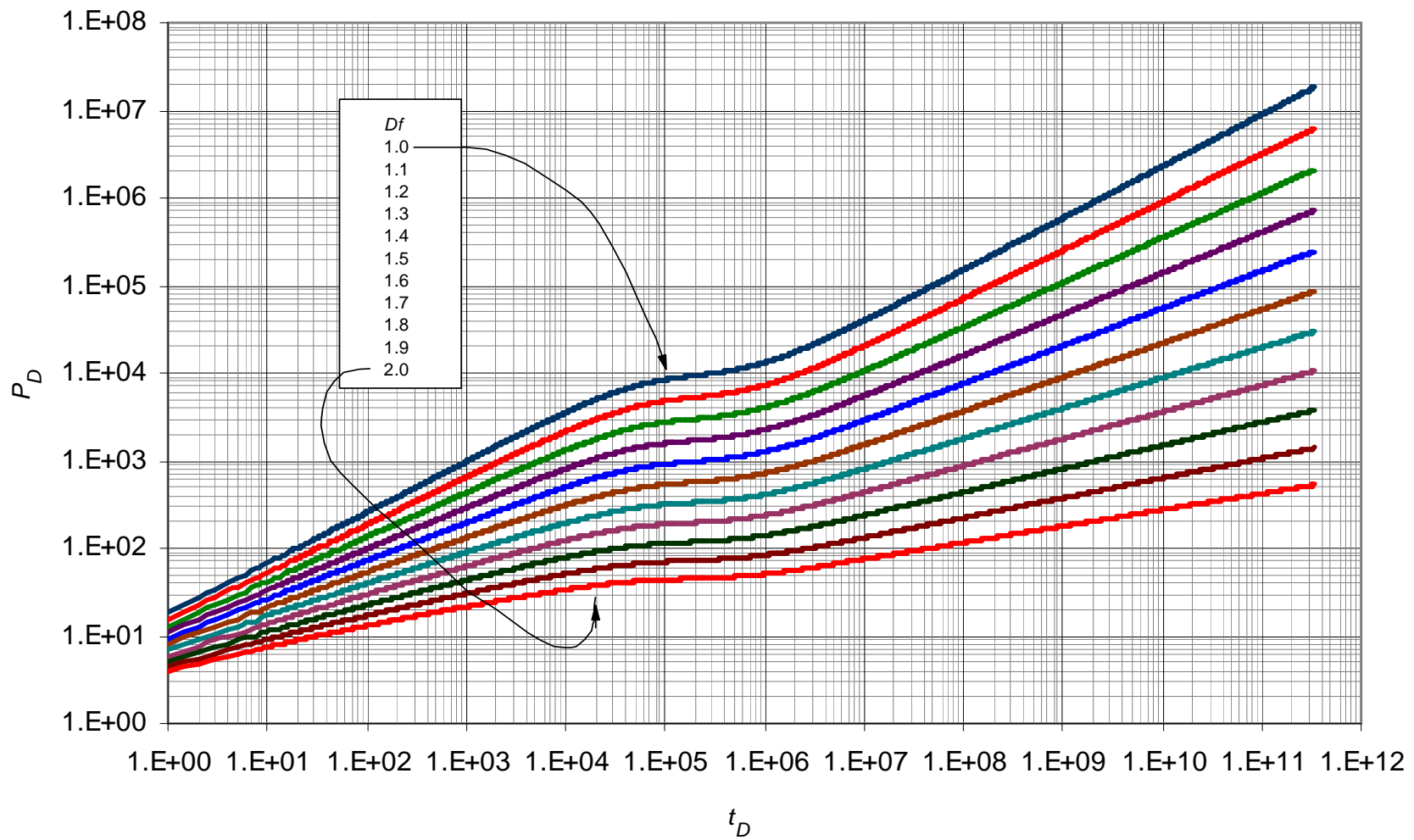


**Figura 0.4.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta = 0.25$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-7}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-2}$

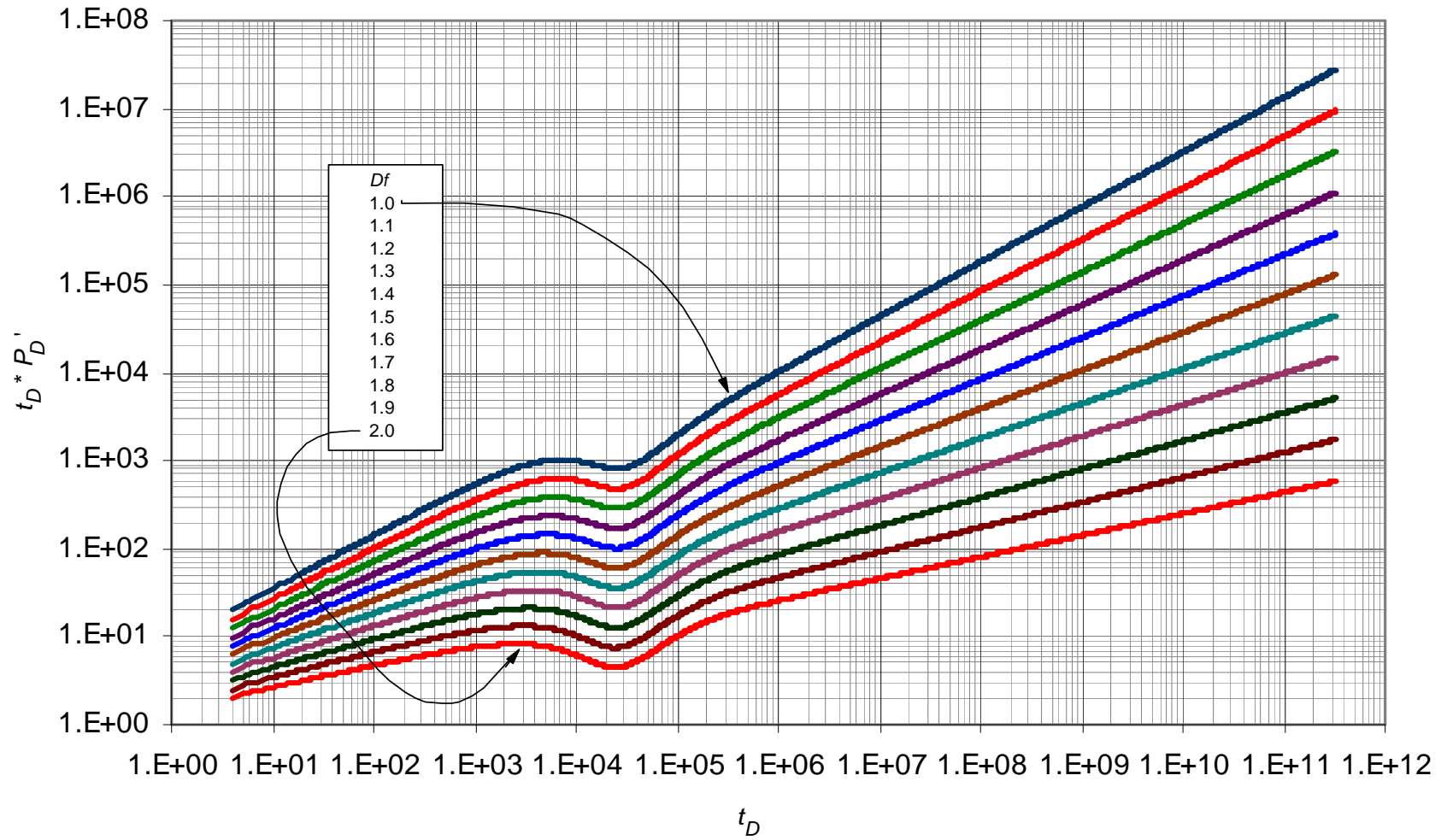


**Figura 0.5.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta = 0.45$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-6}$  y  $\omega = 5 \times 10^{-2}$

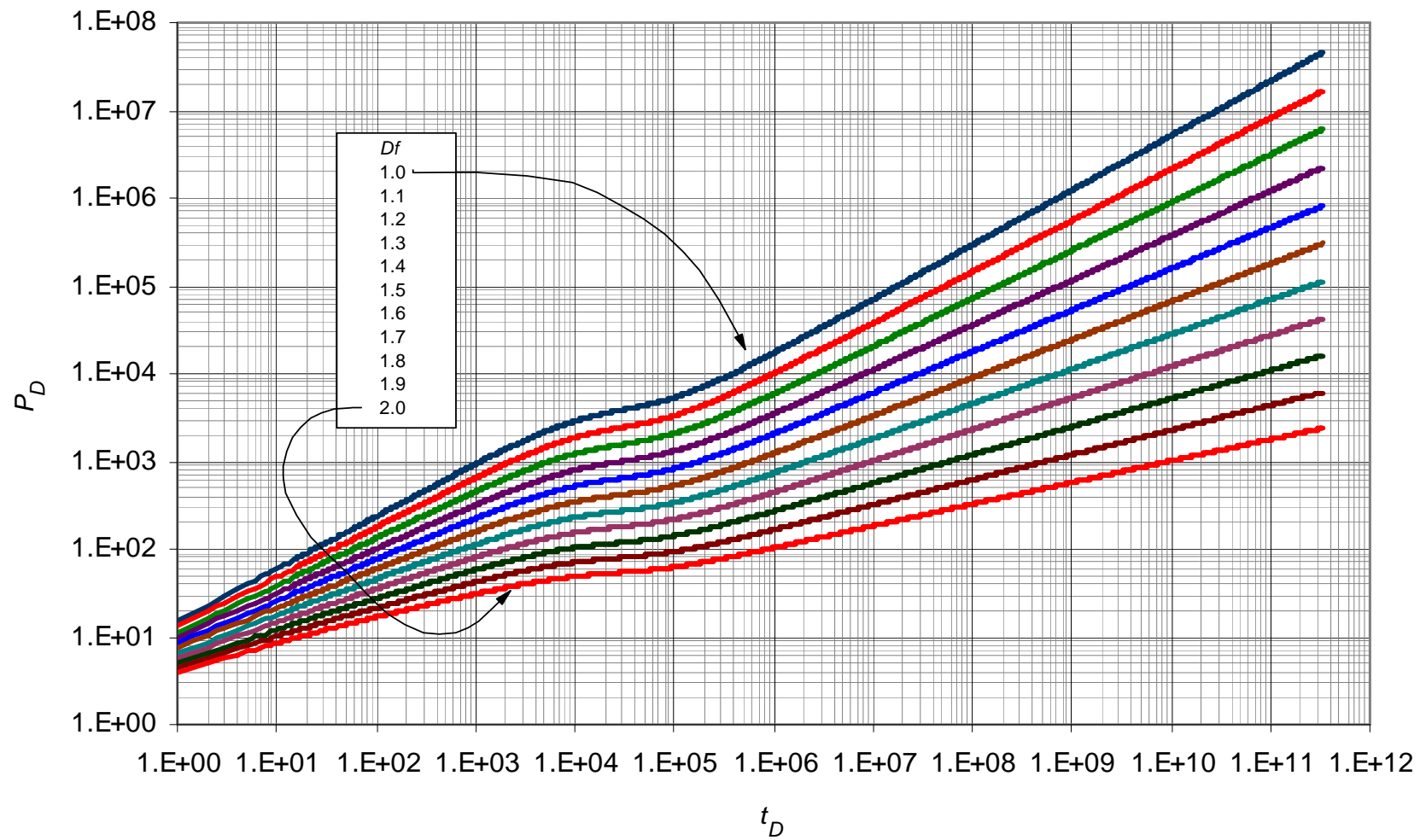




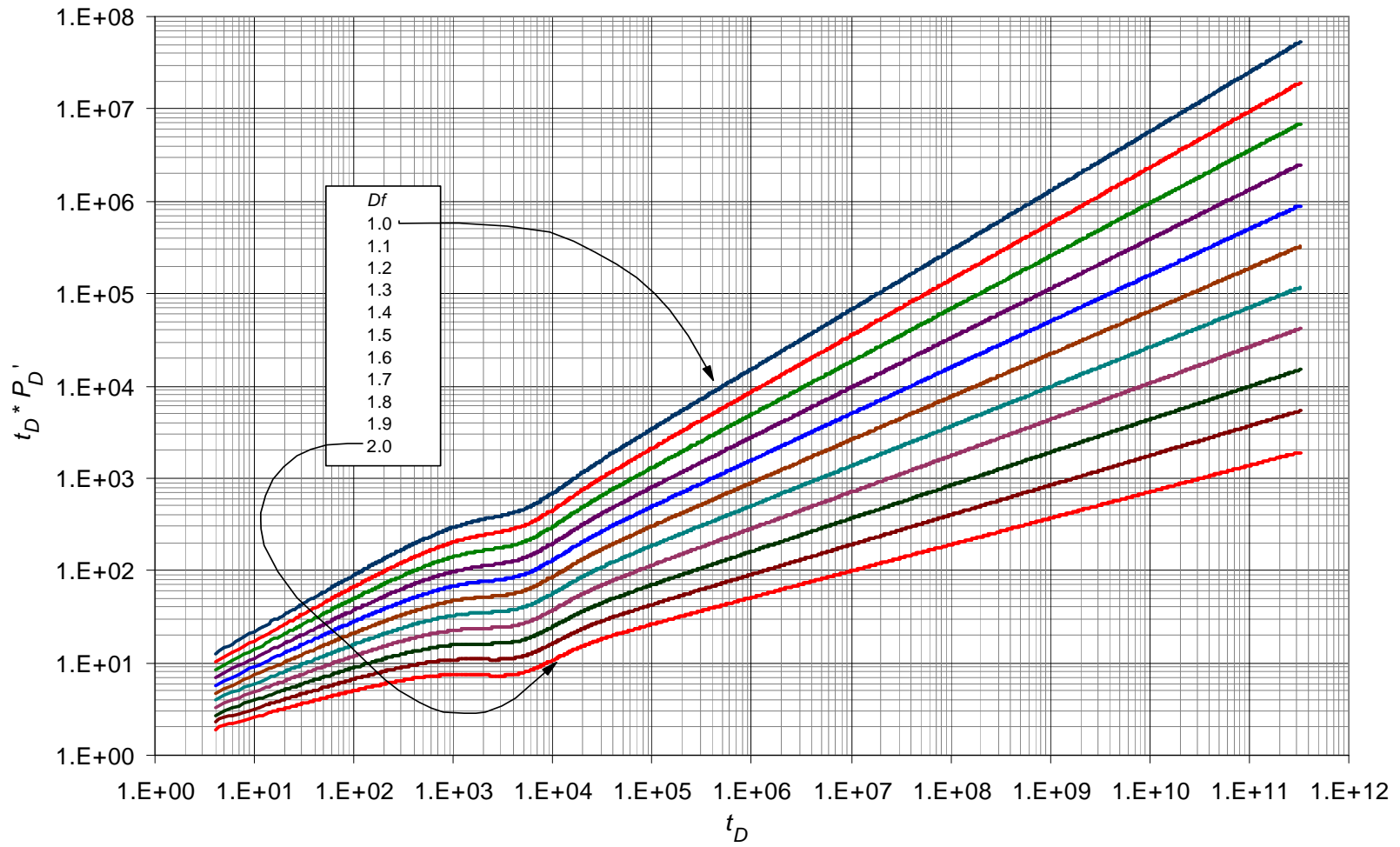
**Figura 0.6.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta = 0.45$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-6}$  y  $\omega = 5 \times 10^{-2}$



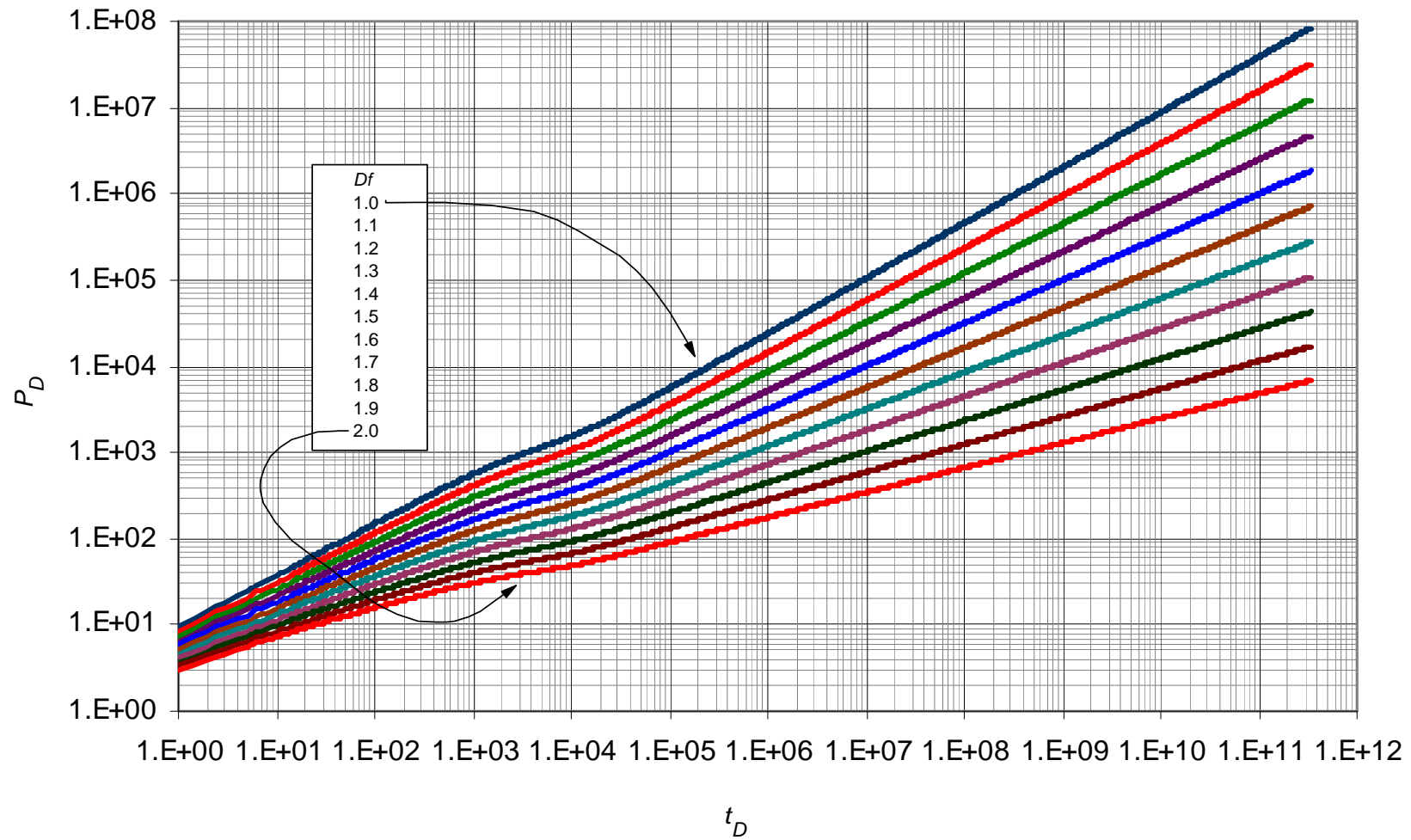
**Figura 0.7.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta = 0.65$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-5}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-1}$



**Figura 0.8.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta = 0.65$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-5}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-1}$

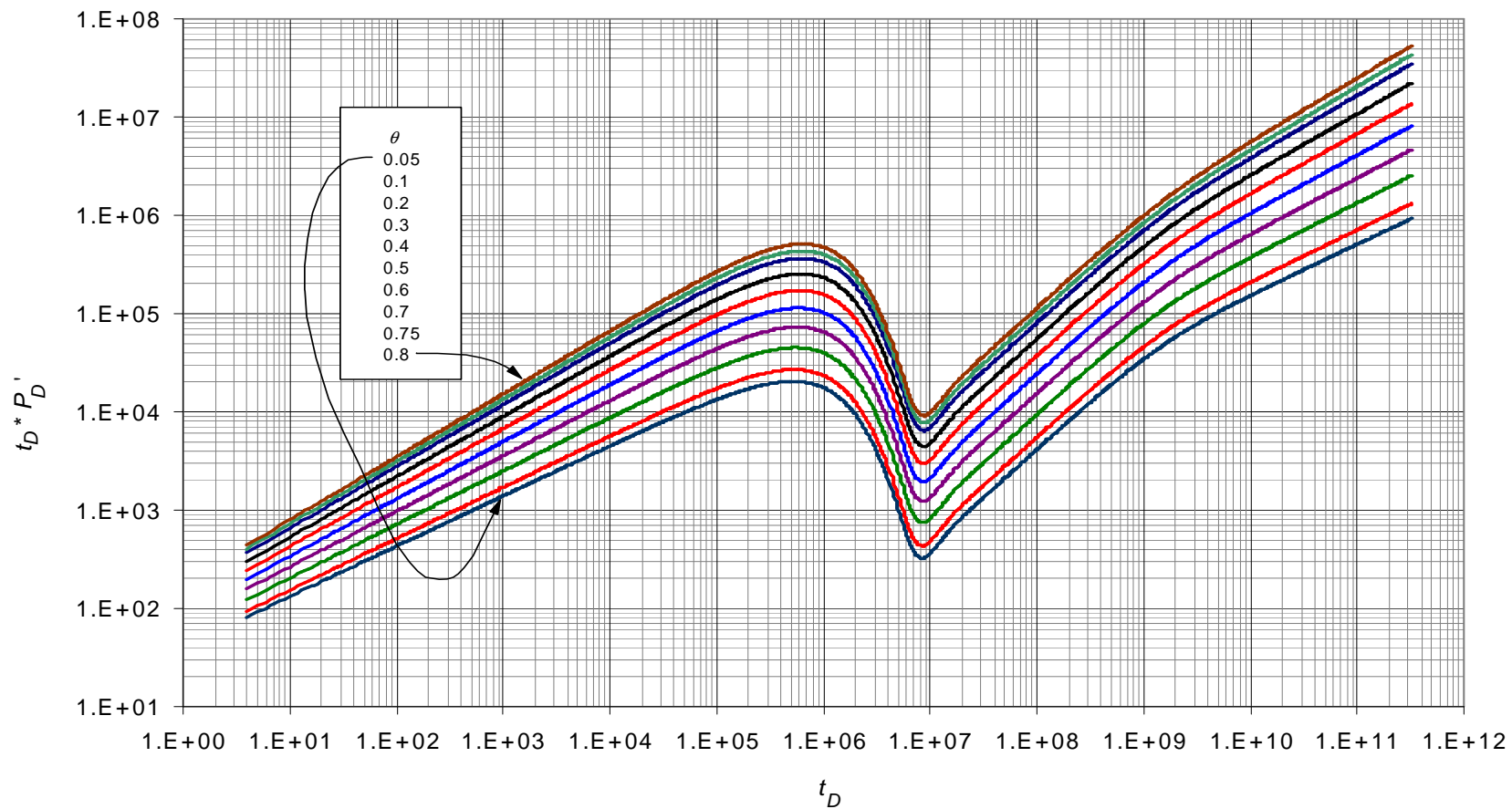


**Figura 0.9.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta = 0.8$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$  y  $\omega = 3 \times 10^{-1}$

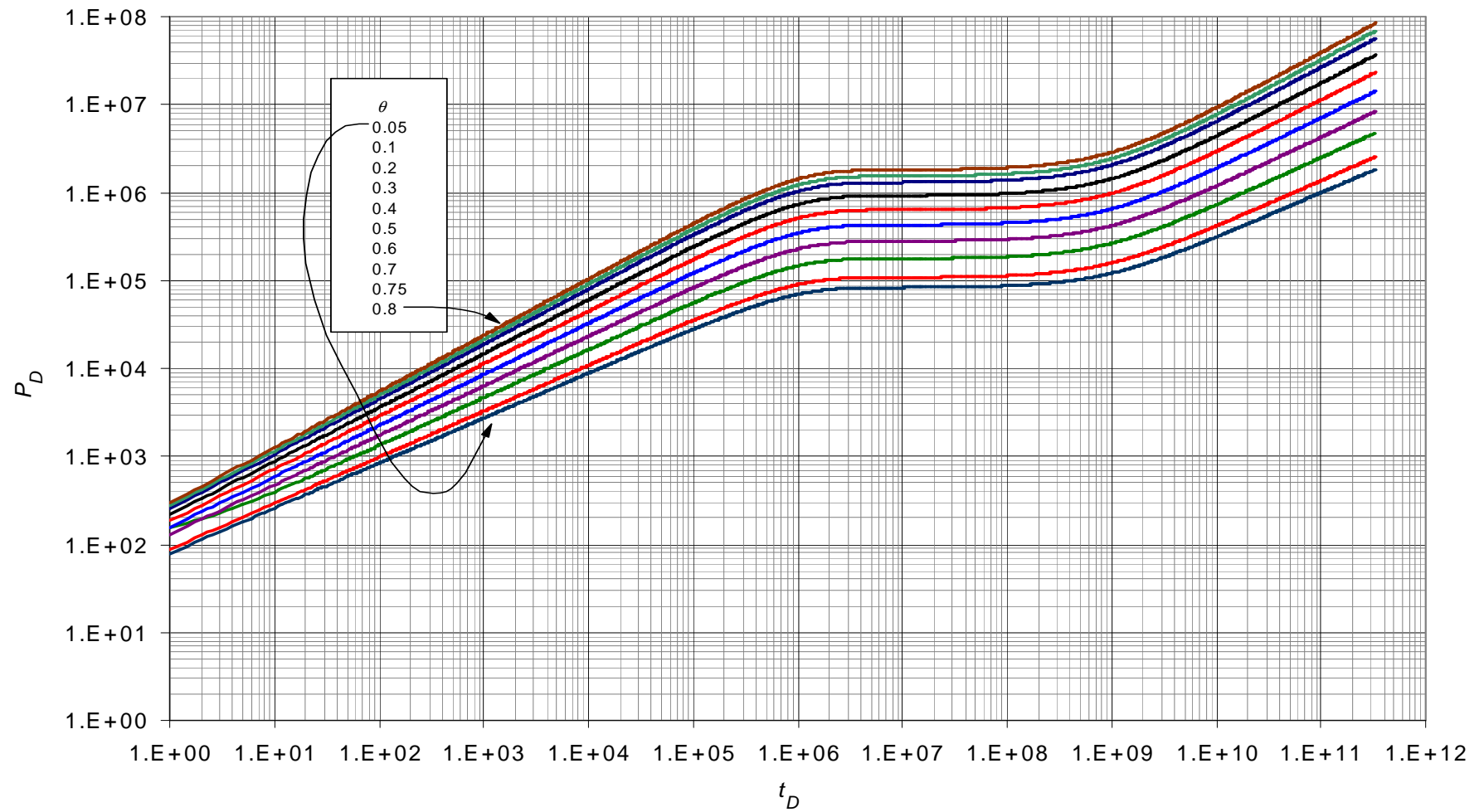


**Figura 0.10.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \leq Df \leq 2$  con parámetros constantes  $\theta = 0.8$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$  y  $\omega = 3 \times 10^{-1}$

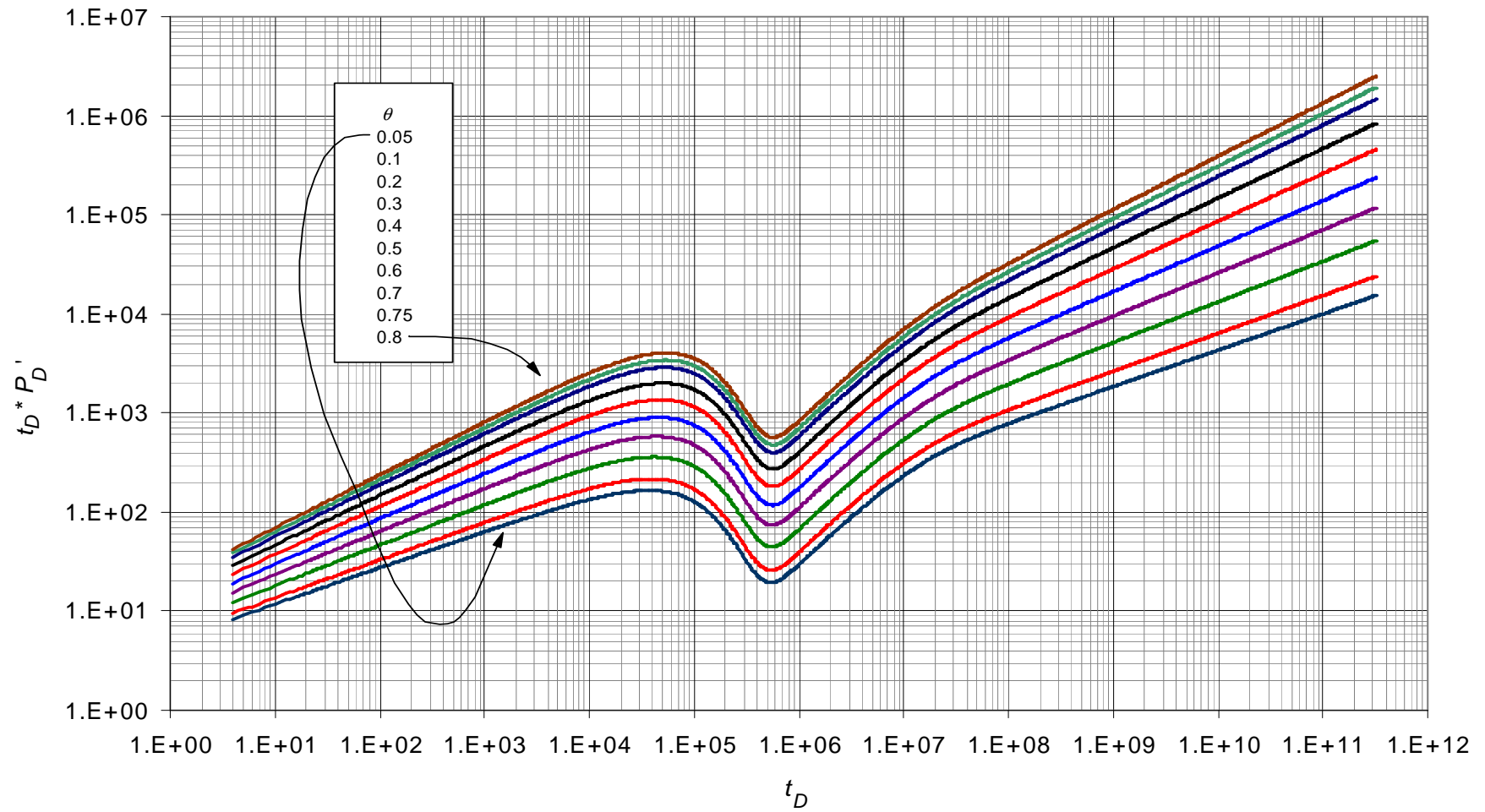
**ANEXO B:** Gráficas base del comportamiento de la presión adimensional y de la derivada de la presión adimensional usadas para la lectura de los puntos característicos en el parámetro  $\theta$



**Figura 0.11.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 1$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-9}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-3}$

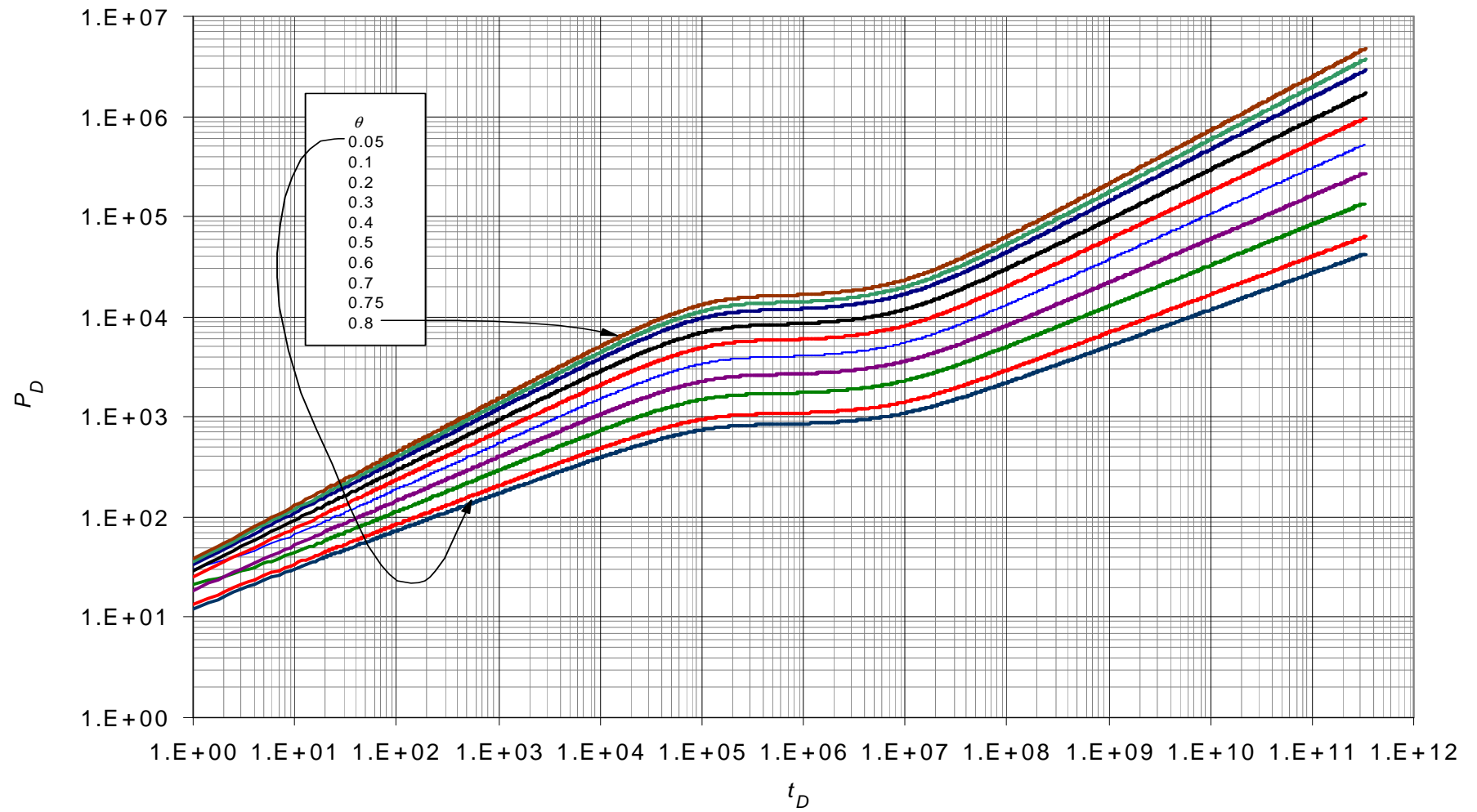


**Figura 0.12.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 1$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-9}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-3}$

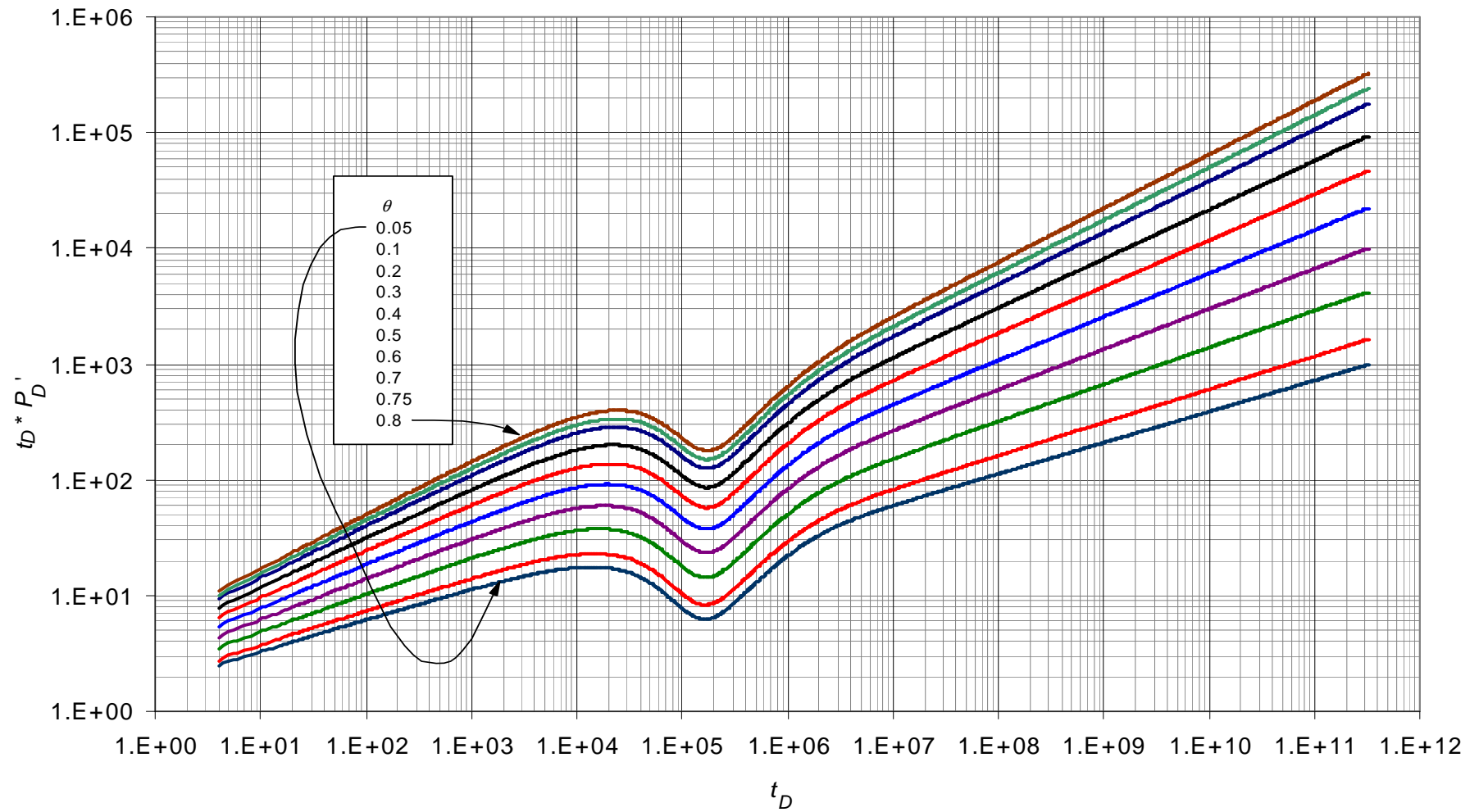


**Figura 0.13.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 1.3$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-7}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-2}$

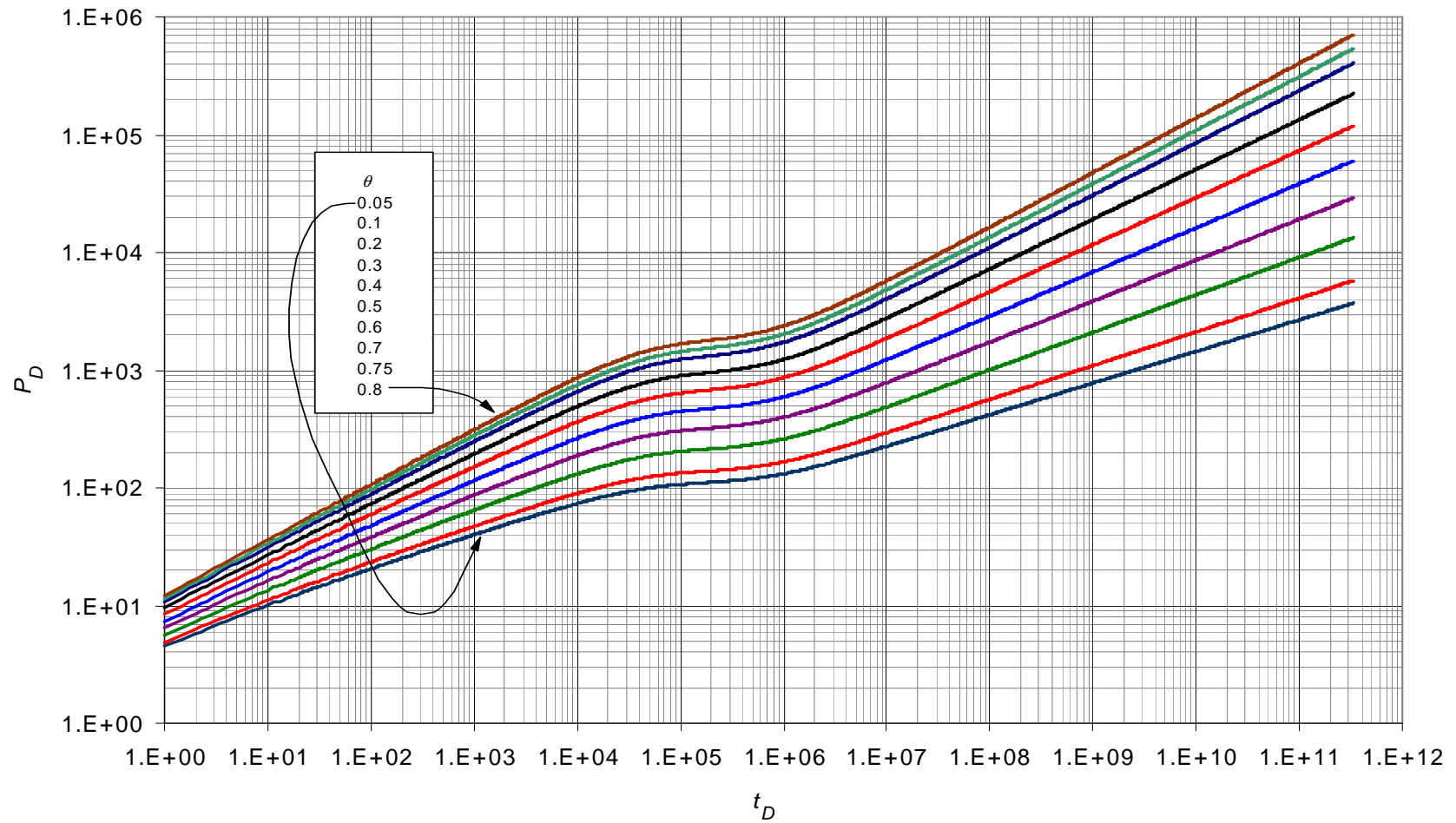




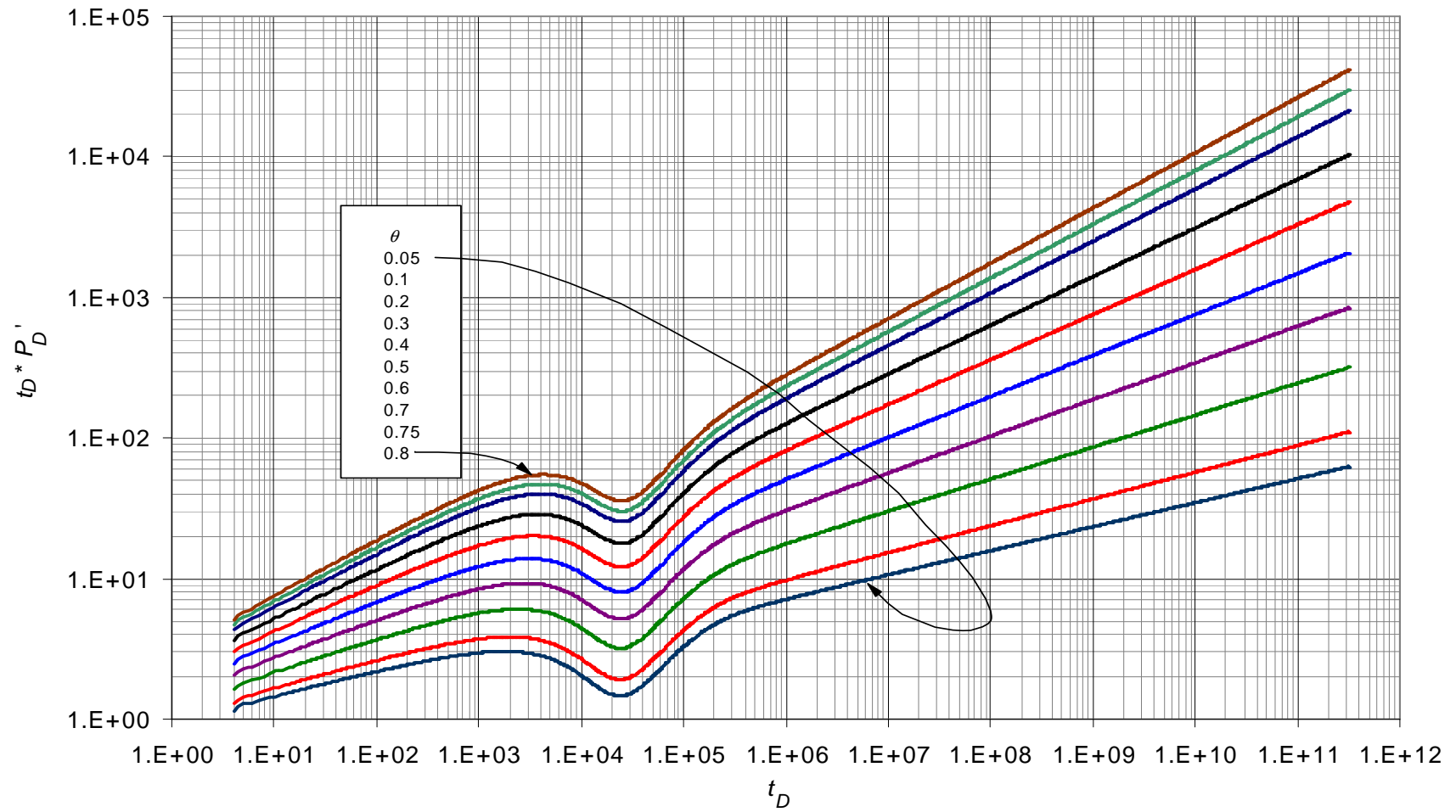
**Figura 0.14.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 1.3$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-7}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-2}$



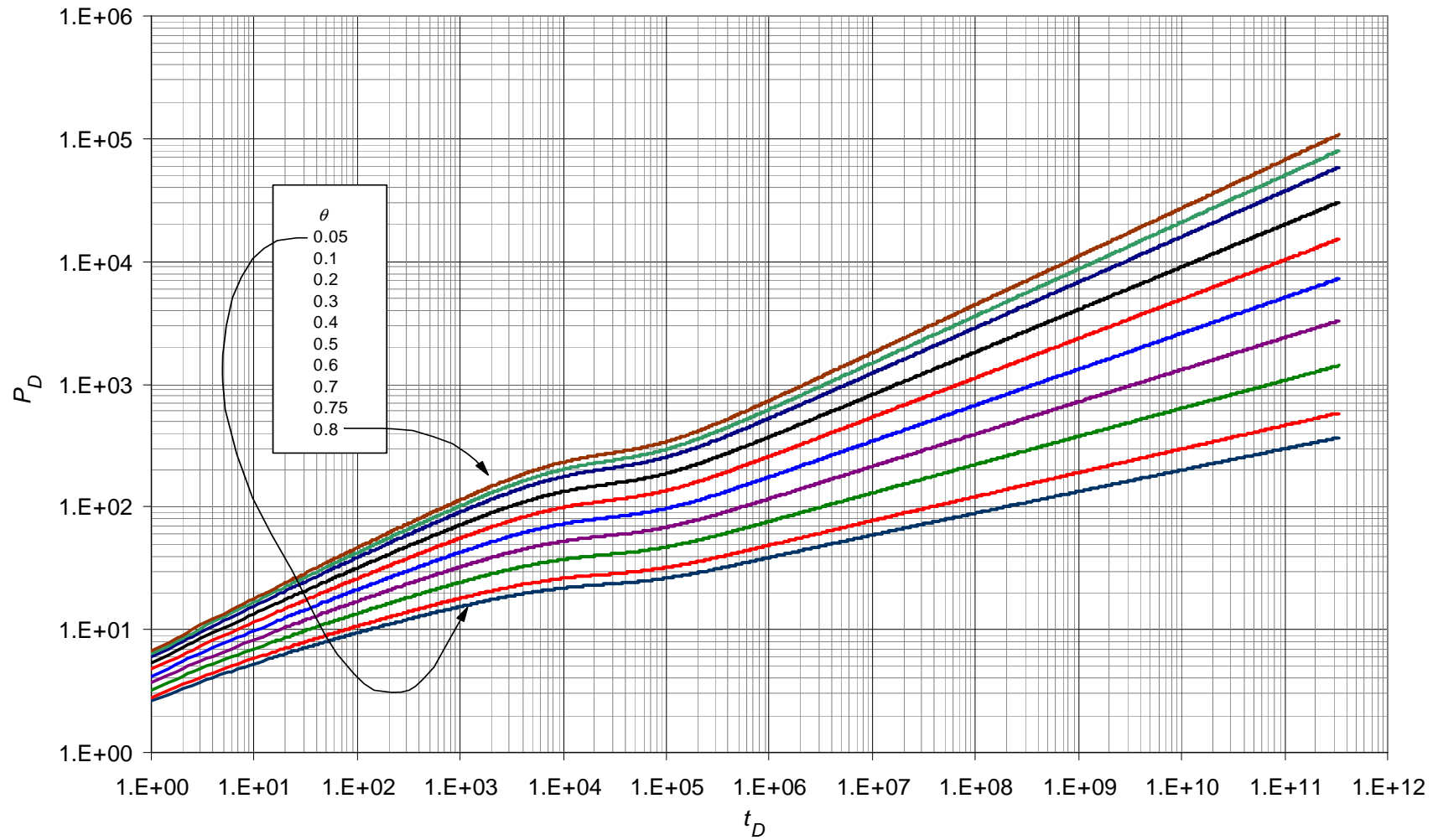
**Figura 0.15.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 1.5$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-6}$  y  $\omega = 5 \times 10^{-2}$



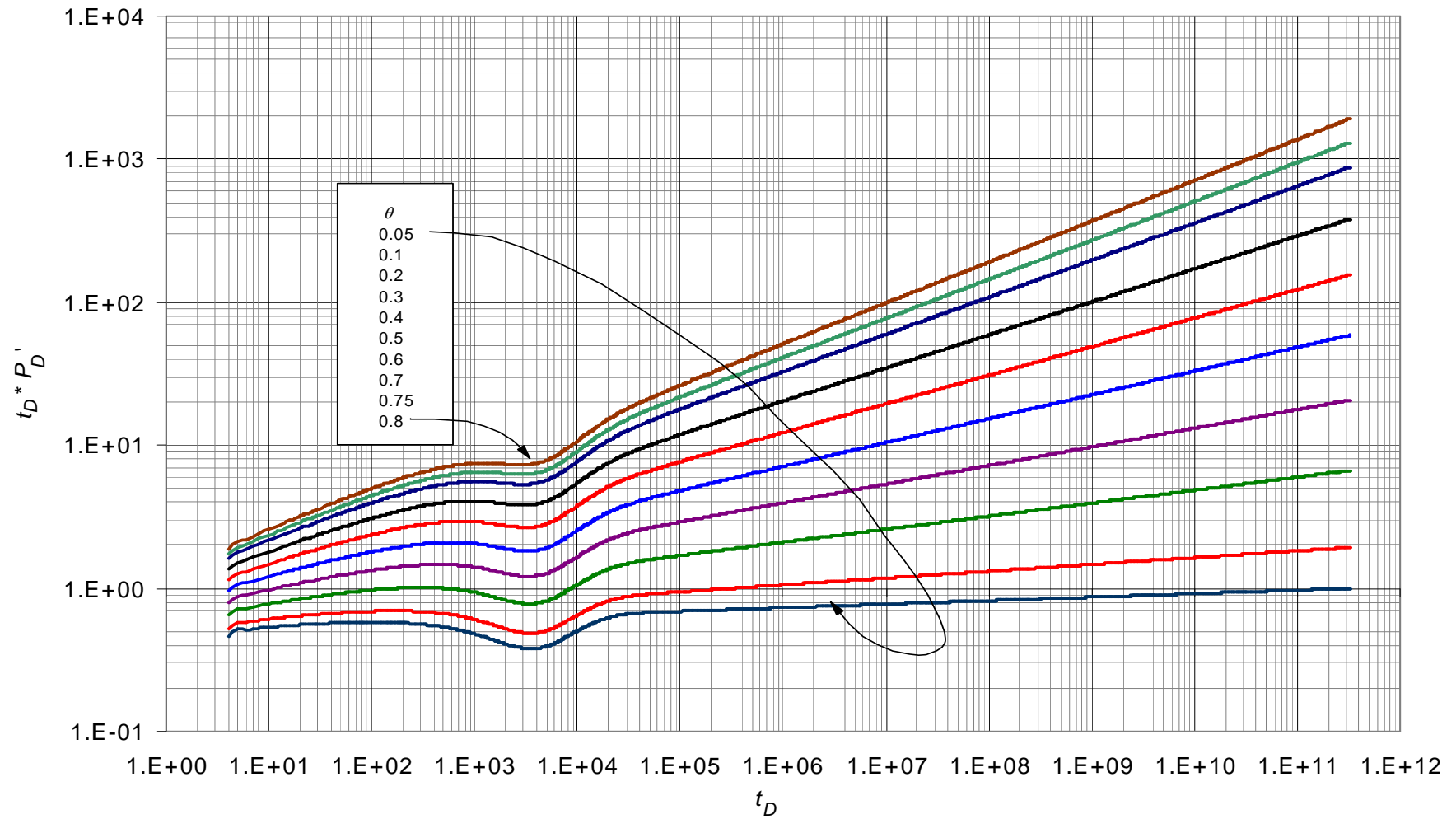
**Figura 0.16.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 1.5$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-6}$  y  $\omega = 5 \times 10^{-2}$



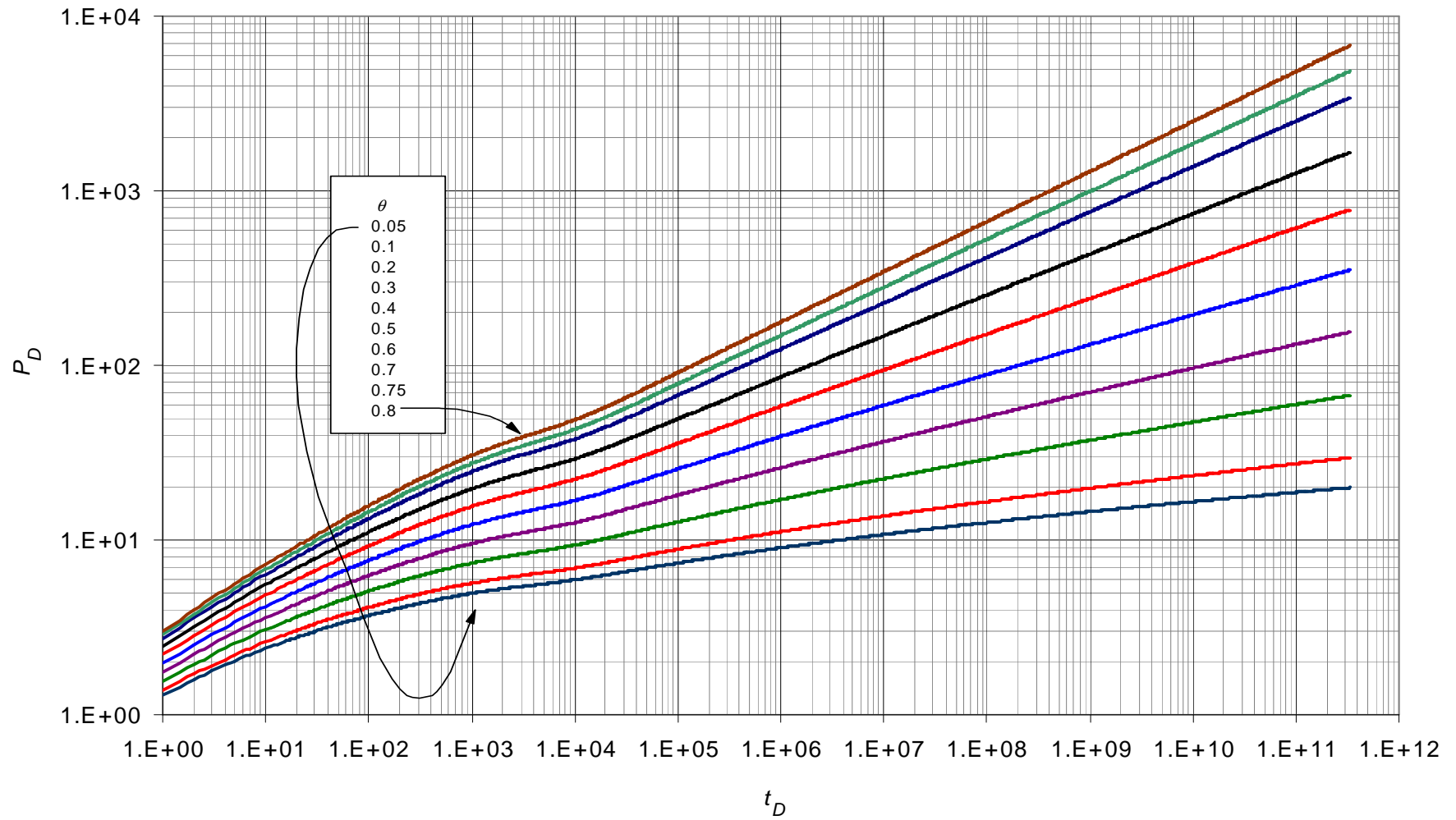
**Figura 0.17.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 1.7$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-5}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-1}$



**Figura 0.18.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 1.7$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-5}$  y  $\omega = 1 \times 10^{-1}$

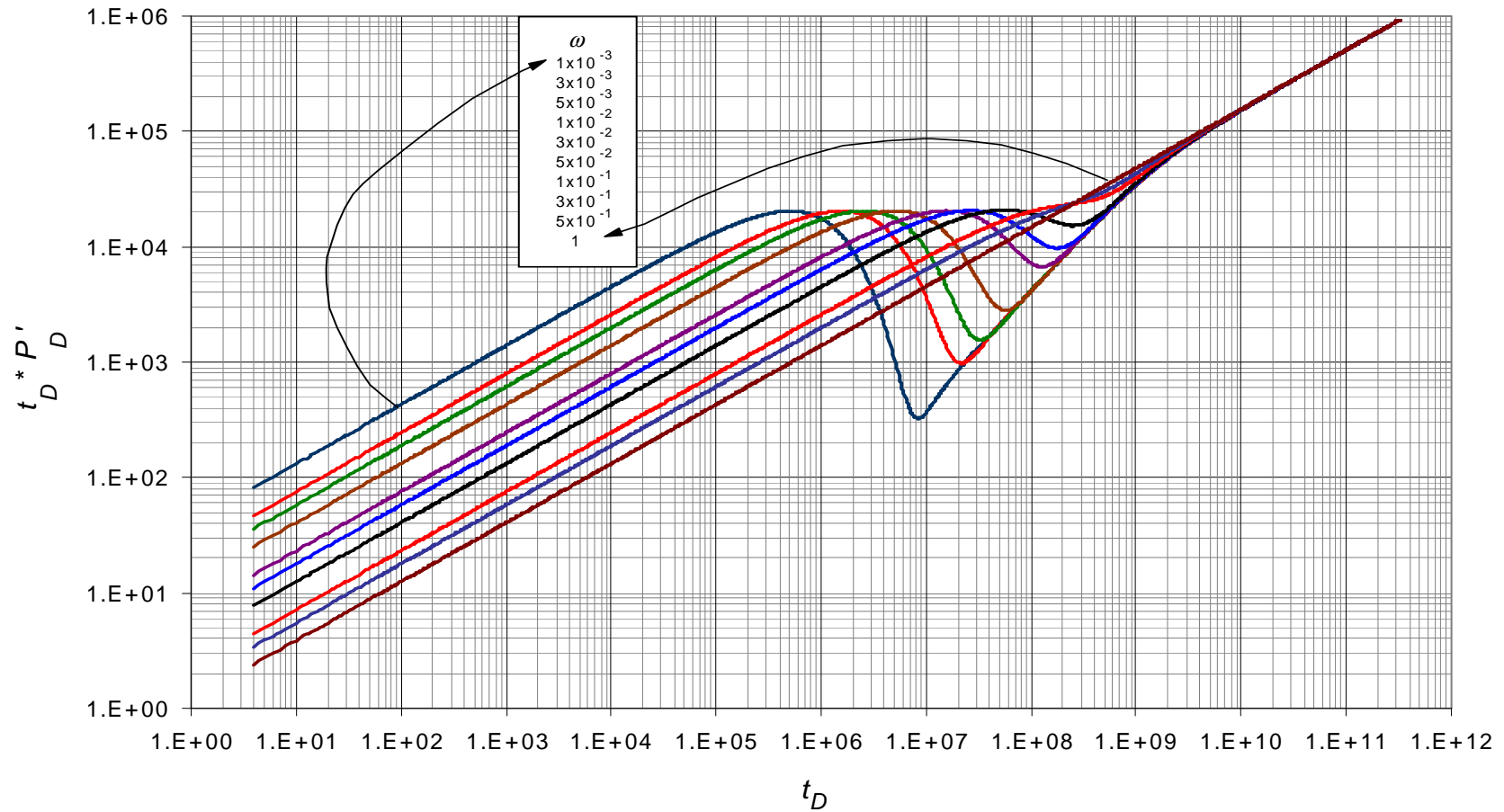


**Figura 0.19.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 2$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$  y  $\omega = 3 \times 10^{-1}$



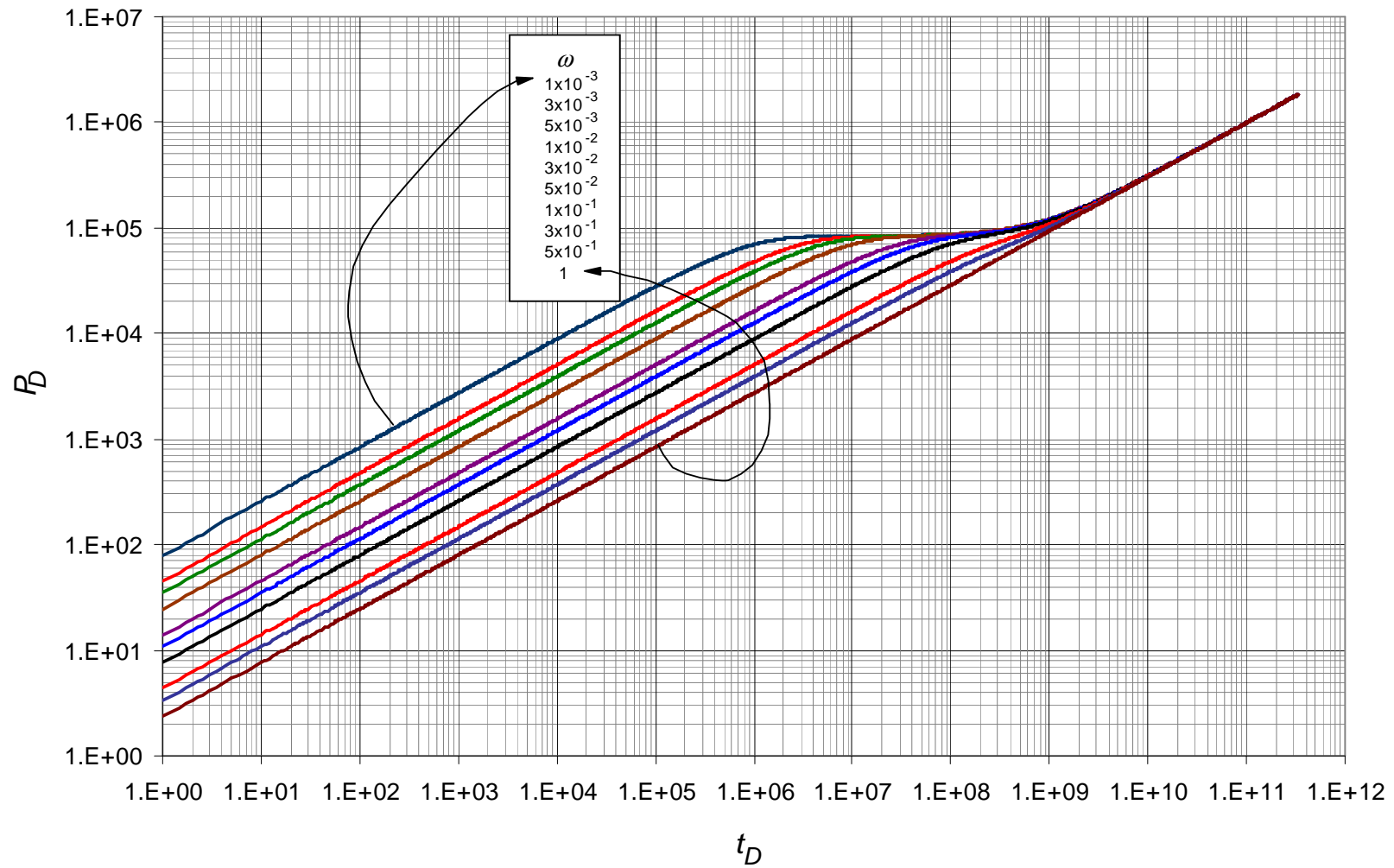
**Figura 0.20.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $0.05 \leq \theta \leq 0.8$  con parámetros constantes  $Df = 2$ ,  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$  y  $\omega = 3 \times 10^{-1}$

**ANEXO C:** Gráficas base del comportamiento de la presión adimensional y de la derivada de la presión adimensional usadas para la lectura de los puntos característicos en el parámetro  $\omega$ .

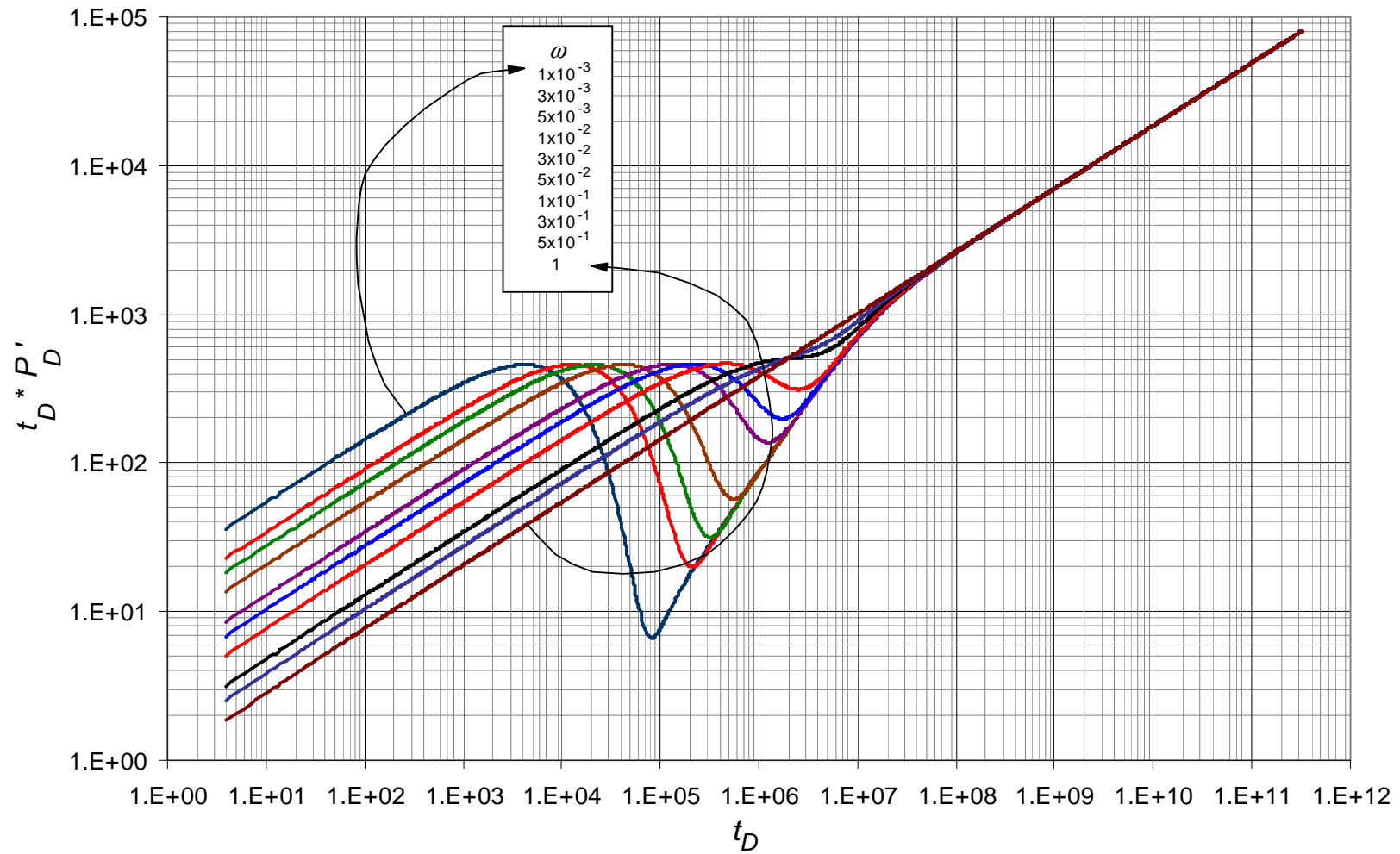


**Figura 0.21.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta=0.05$ ,  $Df=1$  y  $\lambda=1 \times 10^{-9}$

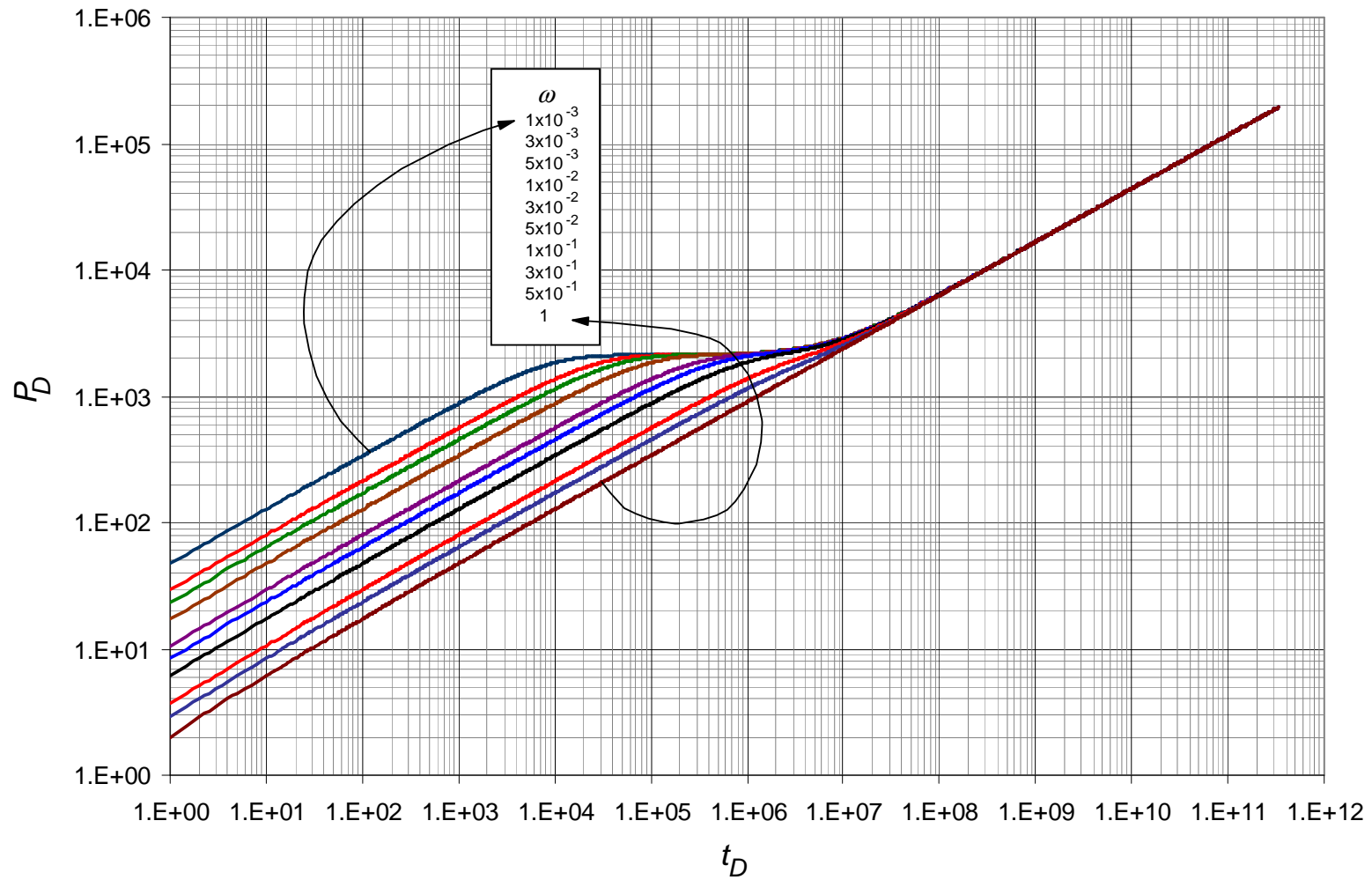




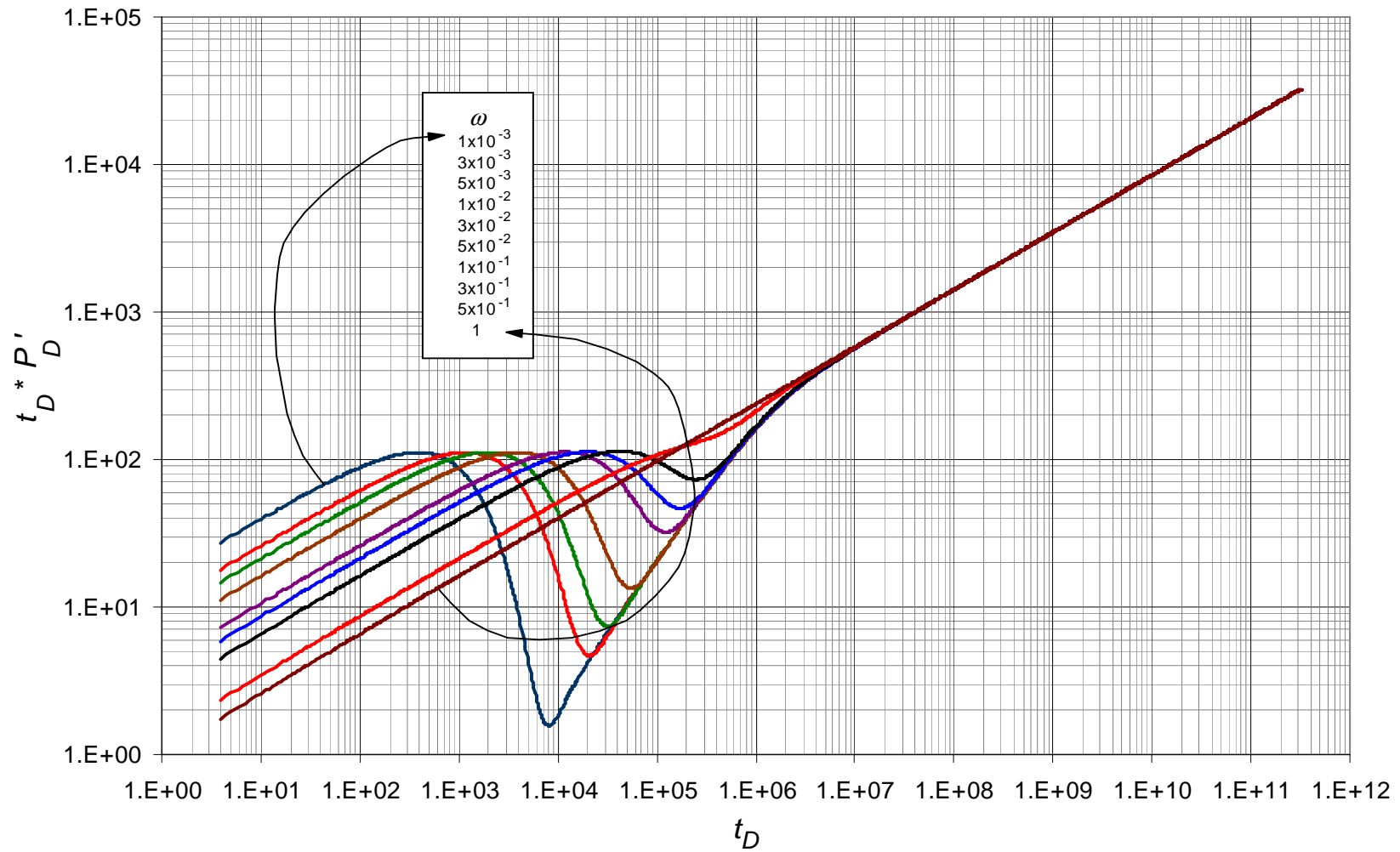
**Figura 0.22.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta = 0.05$ ,  $Df = 1$  y  $\lambda = 1 \times 10^{-9}$



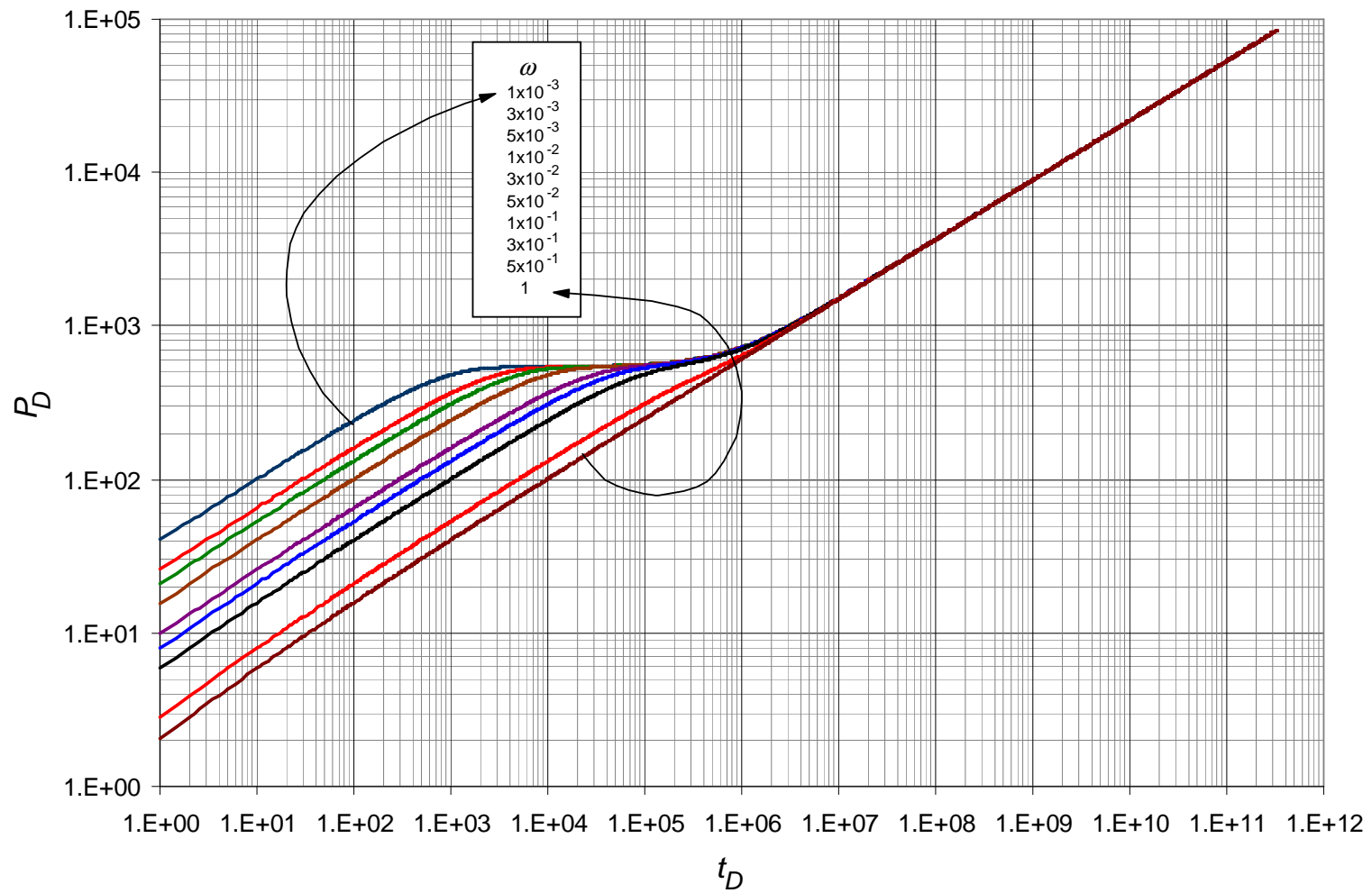
**Figura 0.23.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta=0.25$ ,  $Df=1.3$  y  $\lambda=1 \times 10^{-7}$



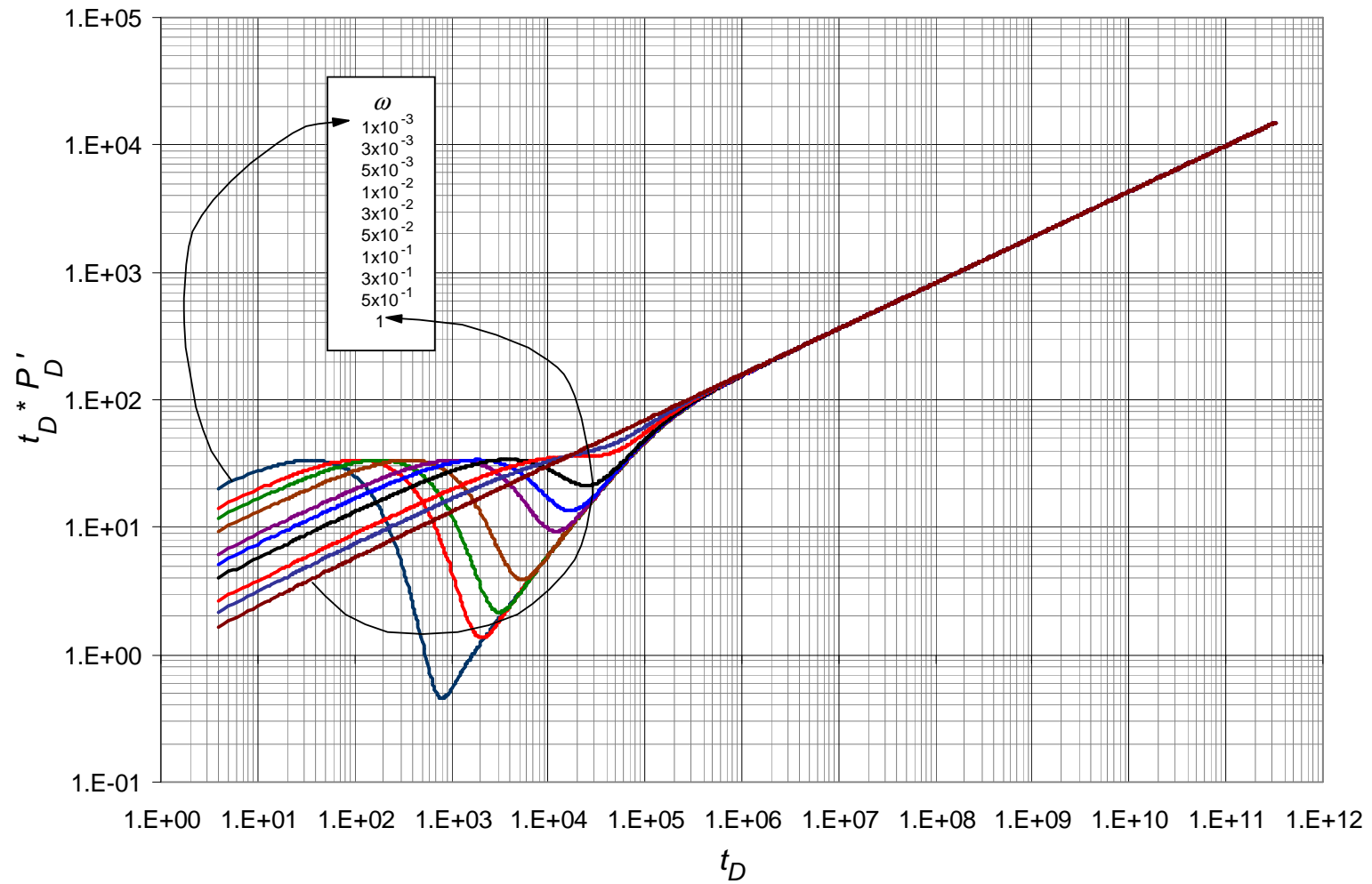
**Figura 0.24.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta = 0.25$ ,  $Df = 1.3$  y  $\lambda = 1 \times 10^{-7}$



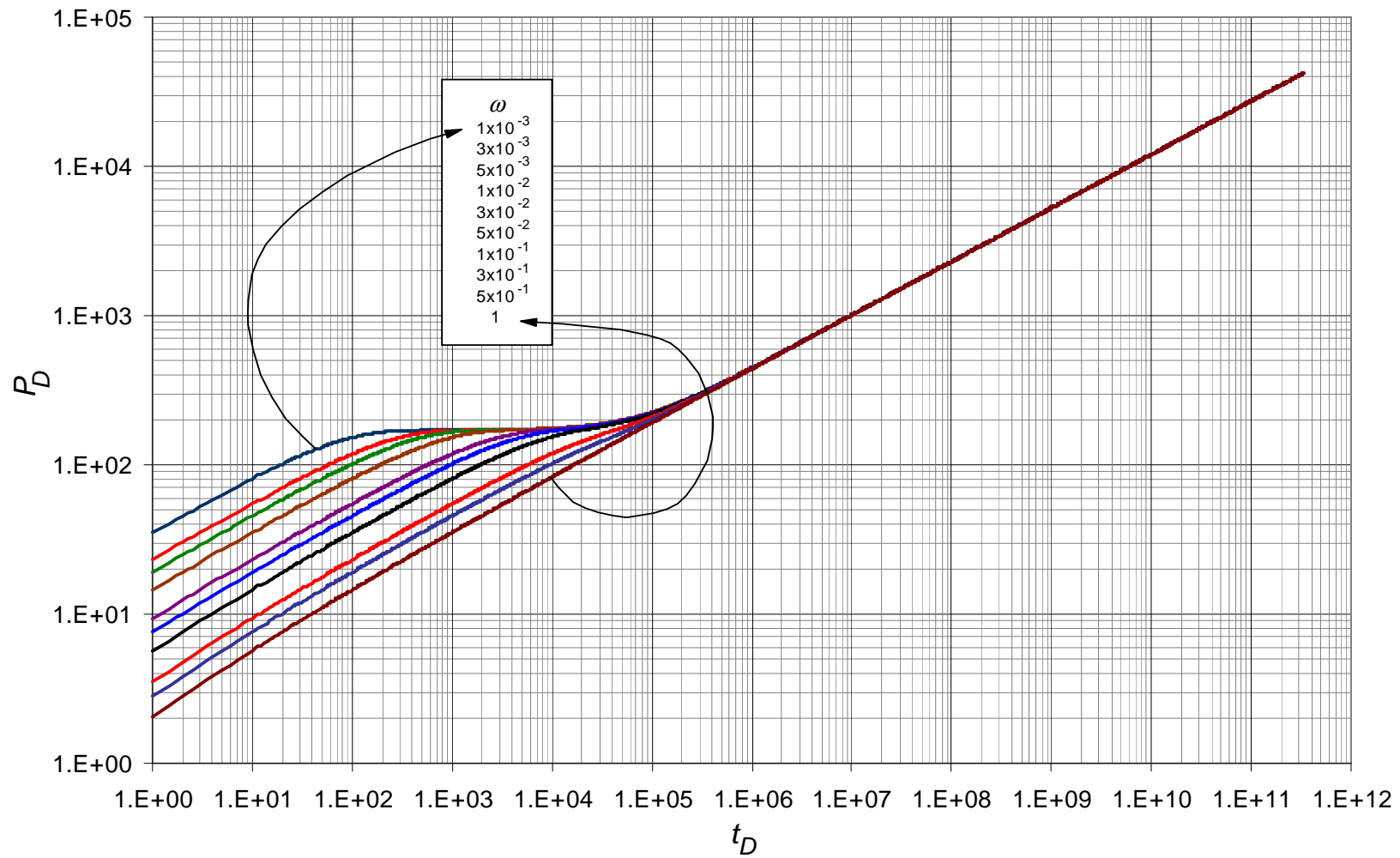
**Figura 0.25.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta=0.45$ ,  $Df=1.5$  y  $\lambda=1 \times 10^{-6}$



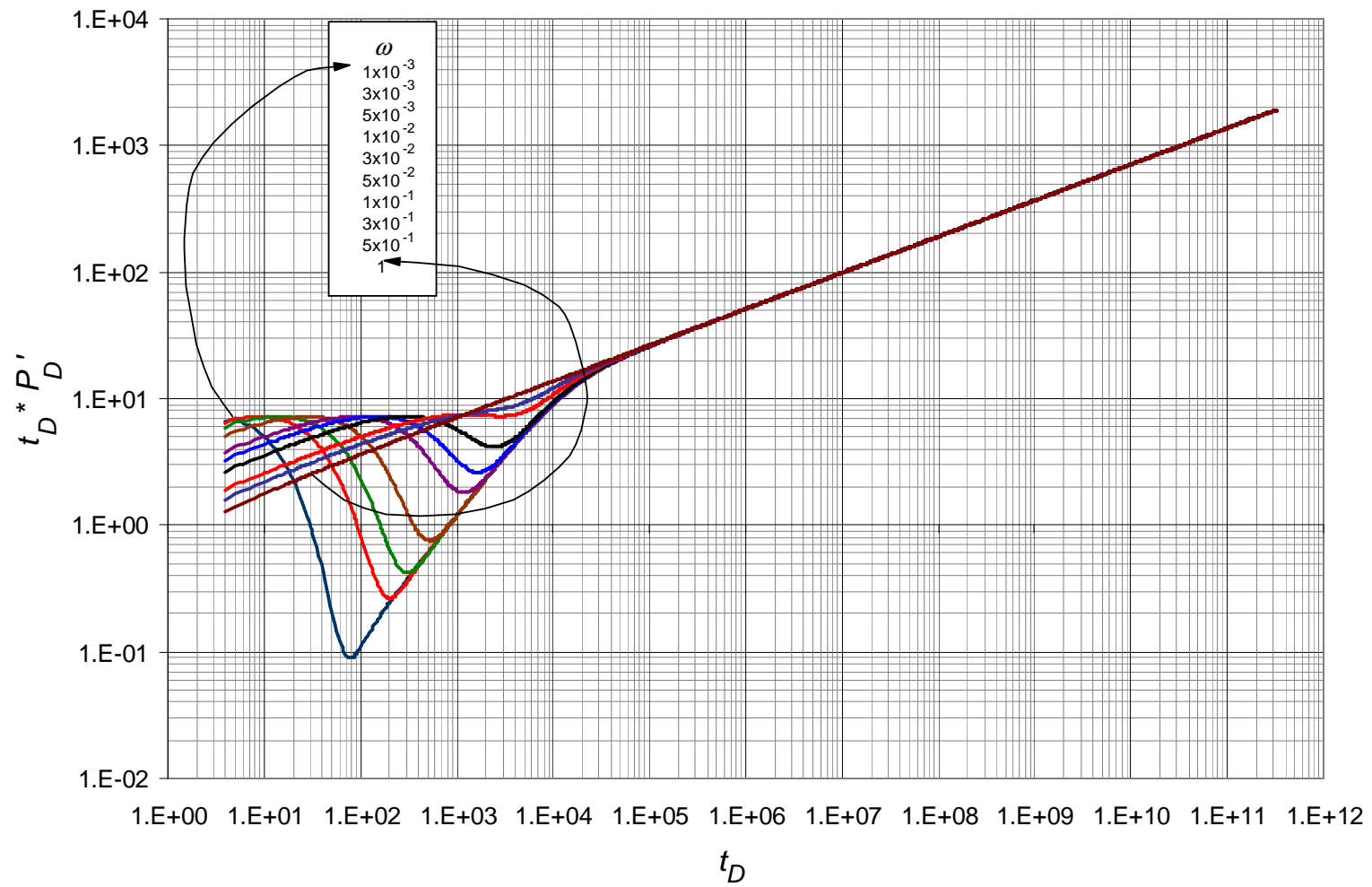
**Figura 0.26.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta = 0.45$ ,  $Df = 1.5$  y  $\lambda = 1 \times 10^{-6}$



**Figura 0.27.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta=0.65$ ,  $Df=1.7$  y  $\lambda=1 \times 10^{-5}$

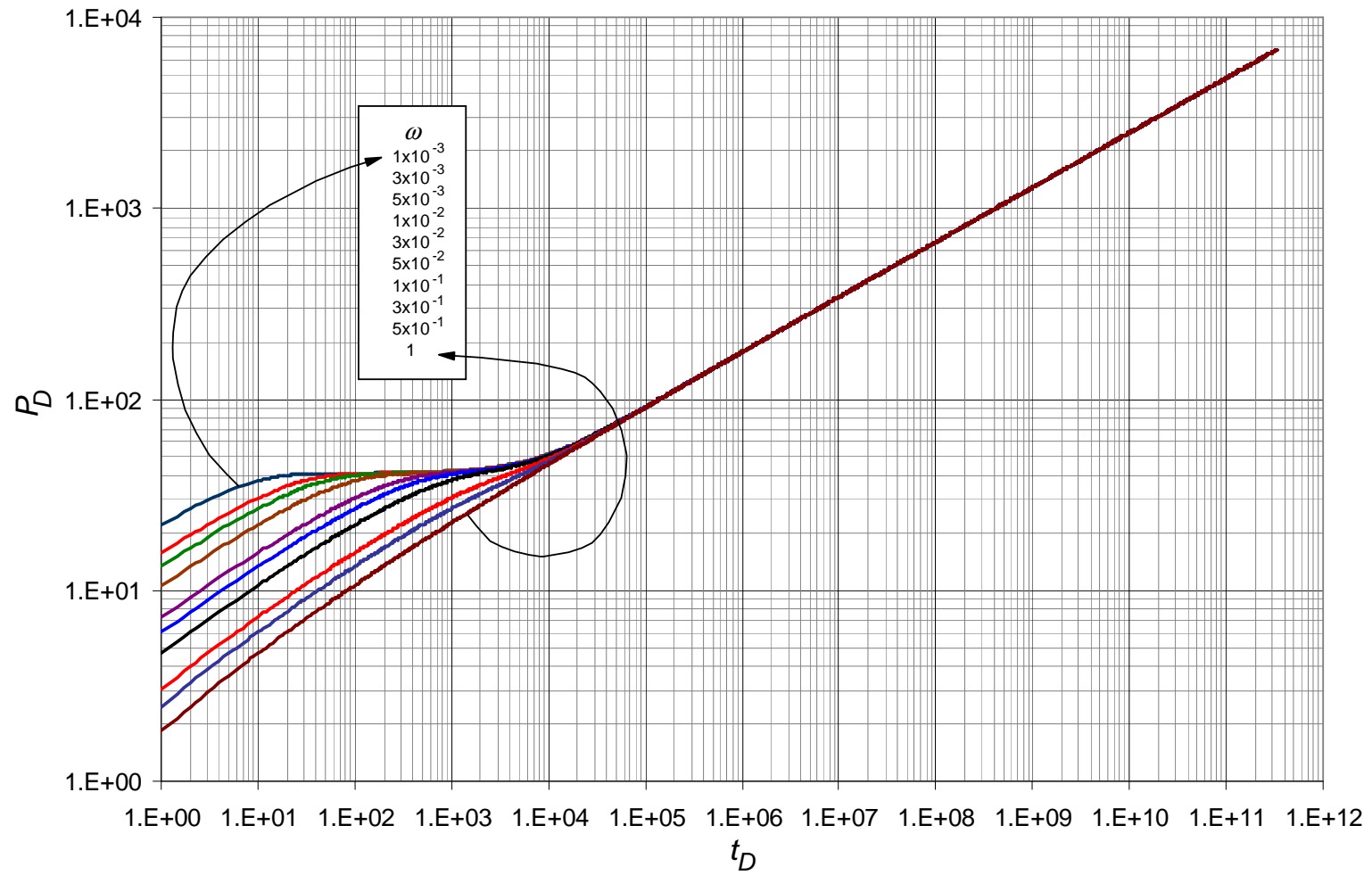


**Figura 0.28.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta = 0.65$ ,  $Df = 1.7$  y  $\lambda = 1 \times 10^{-5}$



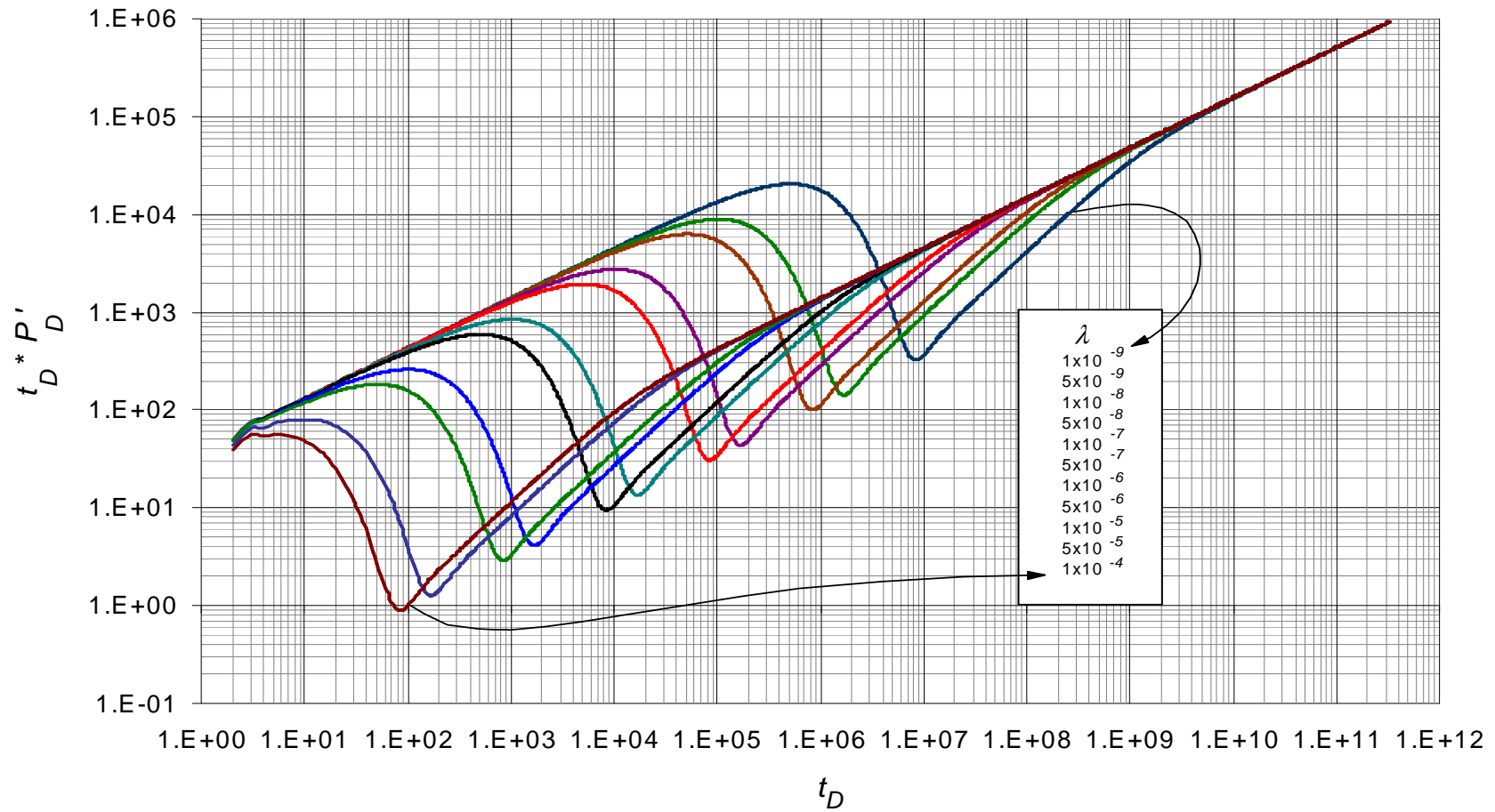
**Figura 0.29.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta = 0.8$ ,  $Df = 2$  y  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$



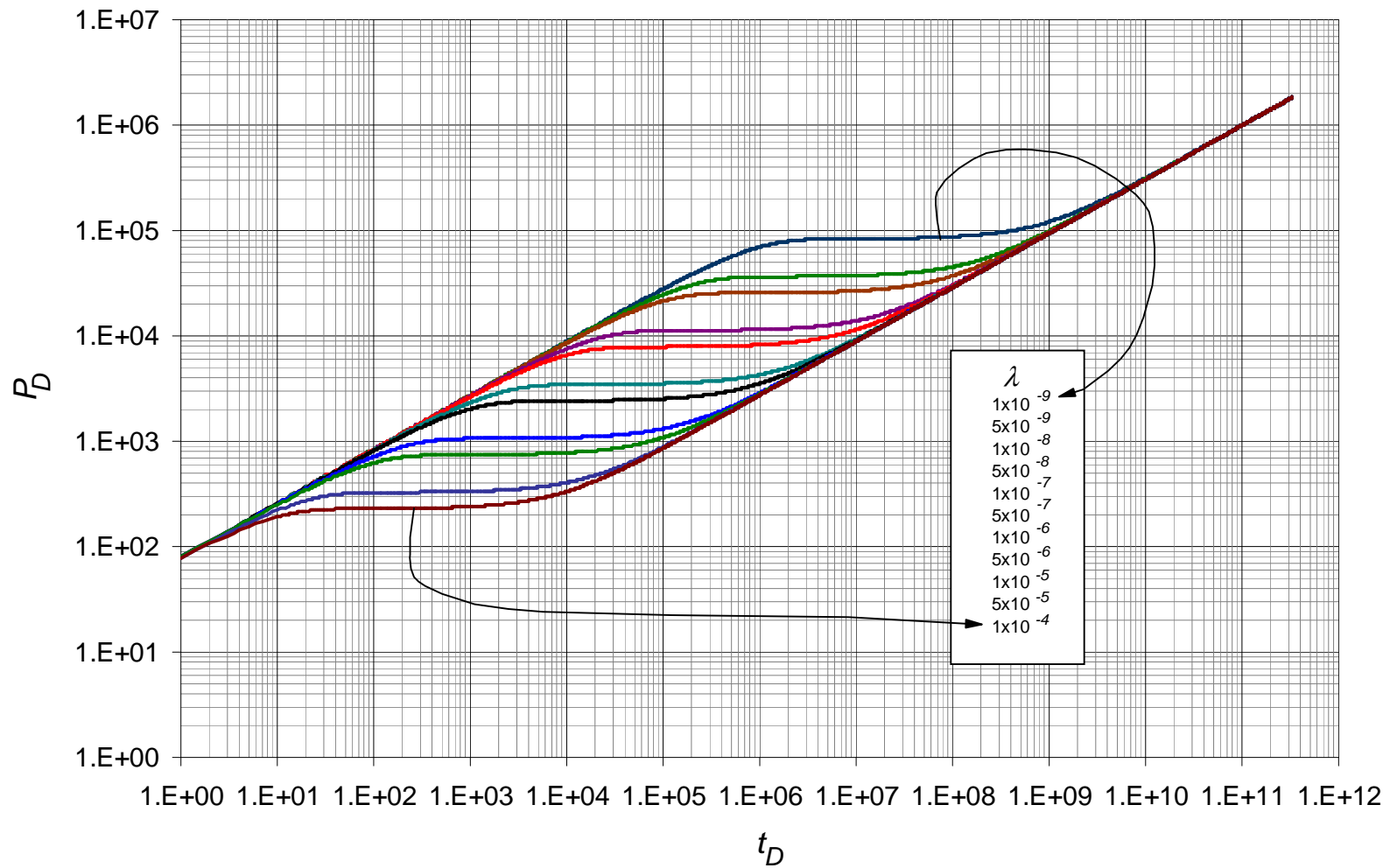


**Figura0.30.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-3} \leq \omega \leq 1$  con parámetros constantes  $\theta = 0.8$ ,  $Df = 2$  y  $\lambda = 1 \times 10^{-4}$

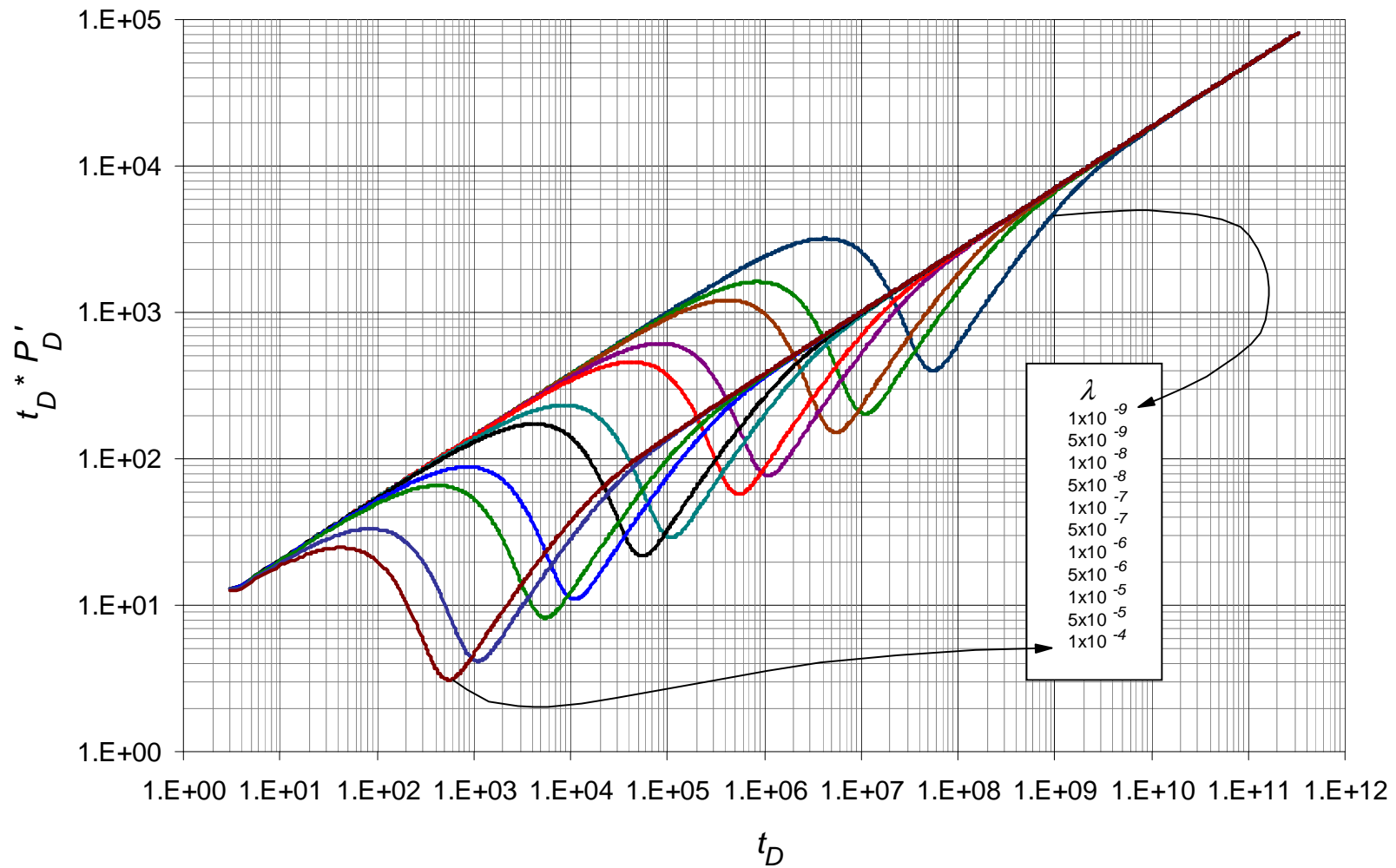
**ANEXO D:** Gráficas base del comportamiento de la presión adimensional y de la derivada de la presión adimensional usadas para la lectura de los puntos característicos en el parámetro  $\lambda$



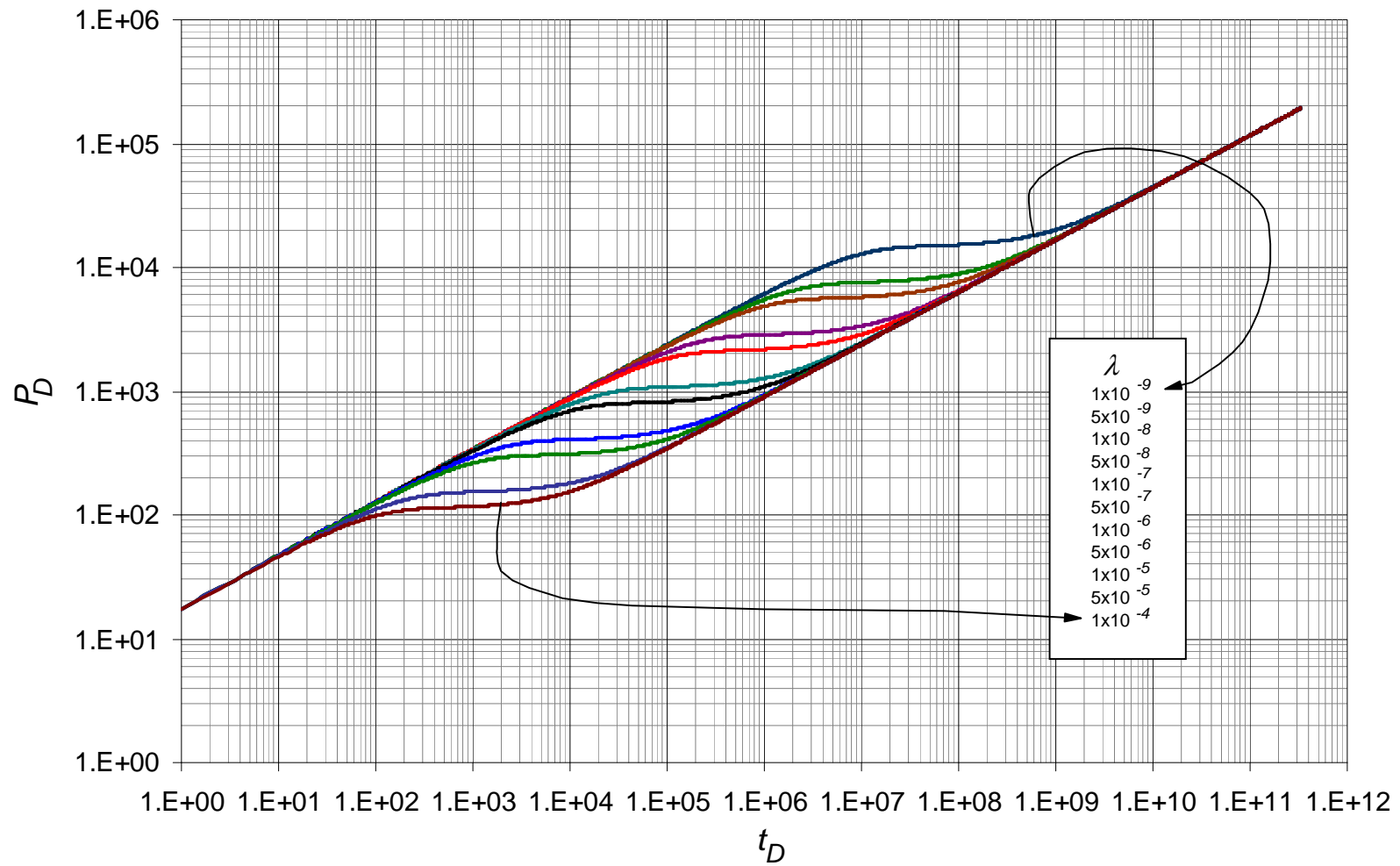
**Figura 0.31.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.05$ ,  $Df = 1$  y  $\omega = 1 \times 10^{-3}$



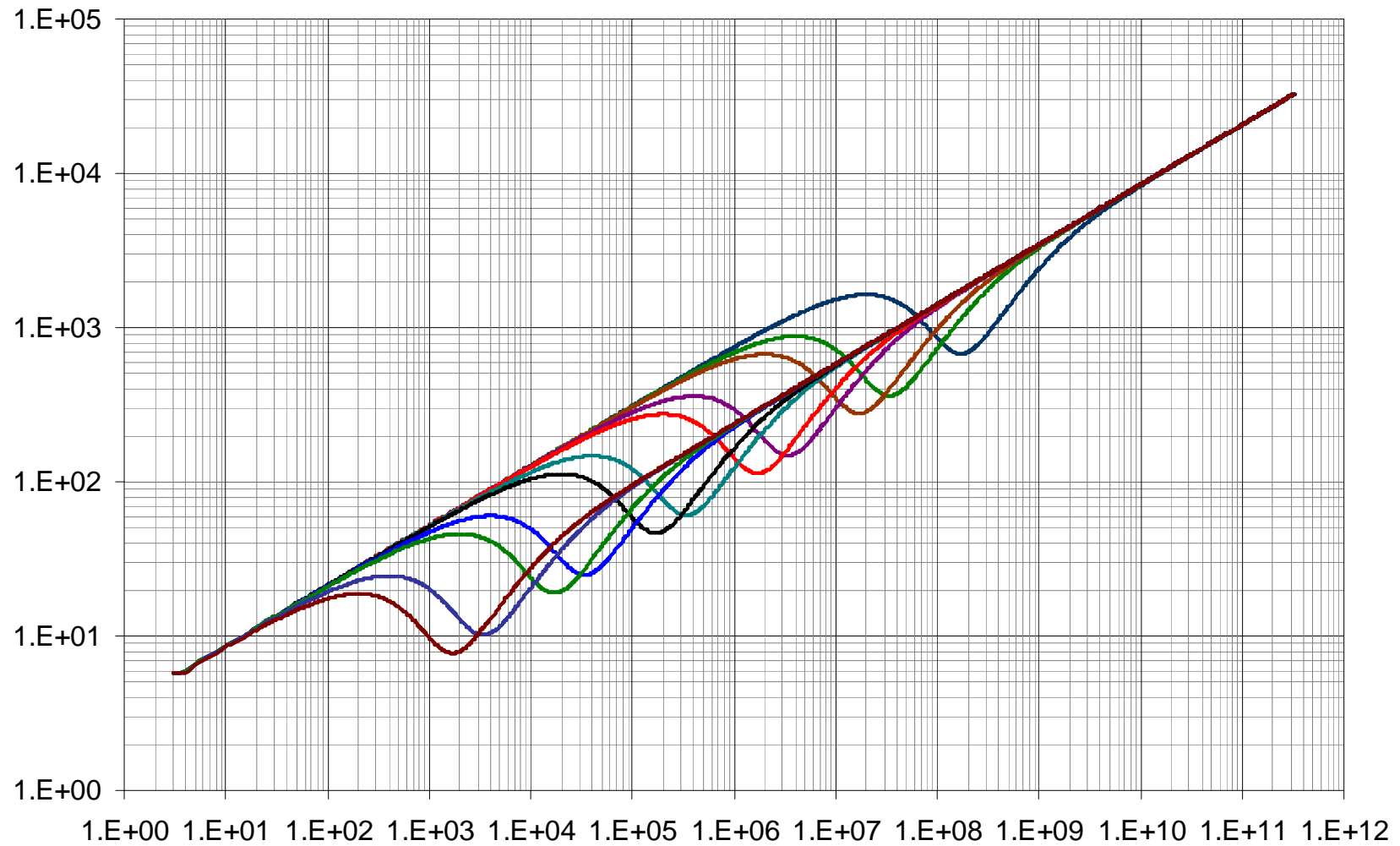
**Figura 0.32.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.05$ ,  $Df = 1$  y  $\omega = 1 \times 10^{-3}$



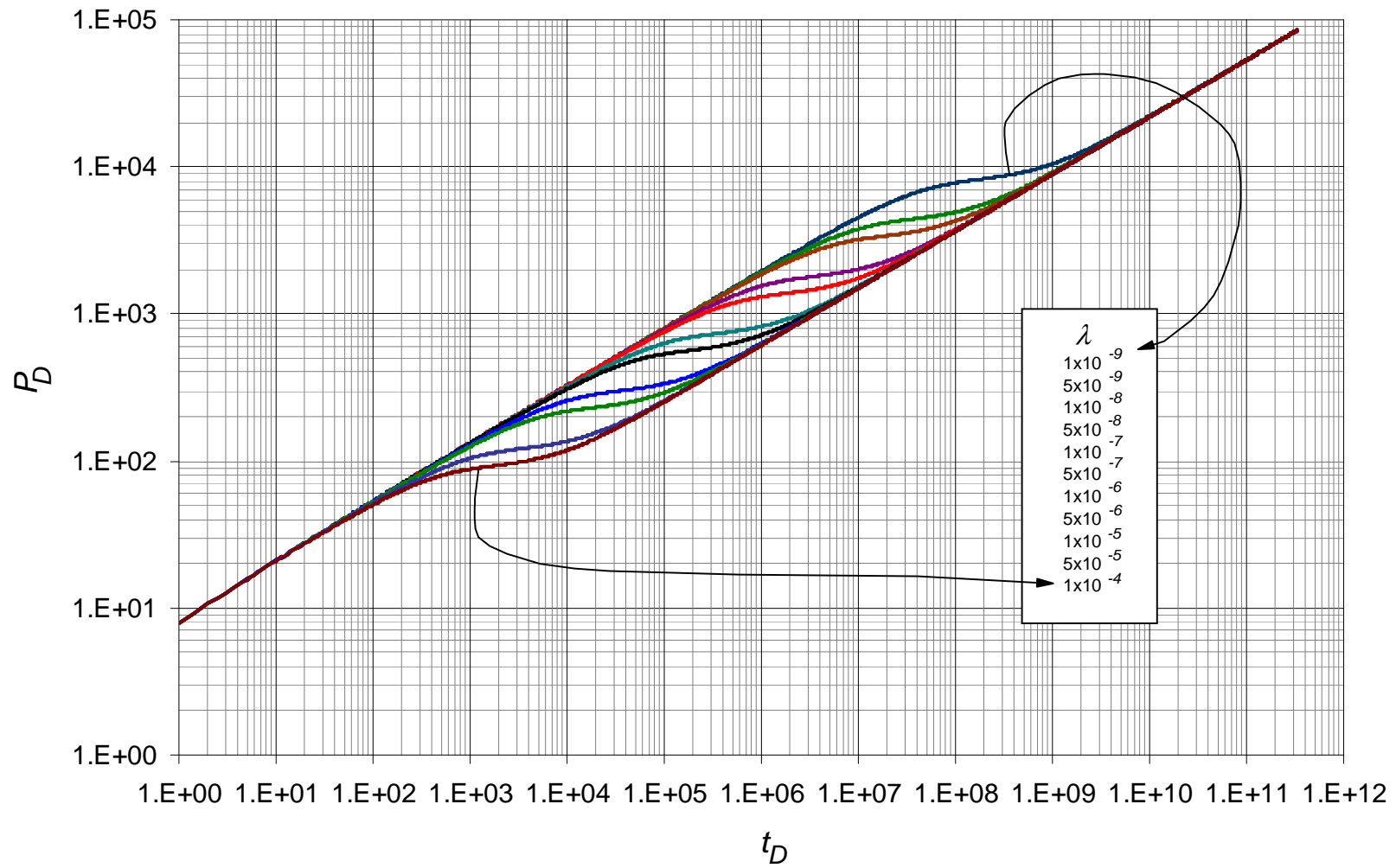
**Figura 0.33.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.25$ ,  $Df = 1.3$  y  $\omega = 1 \times 10^{-2}$



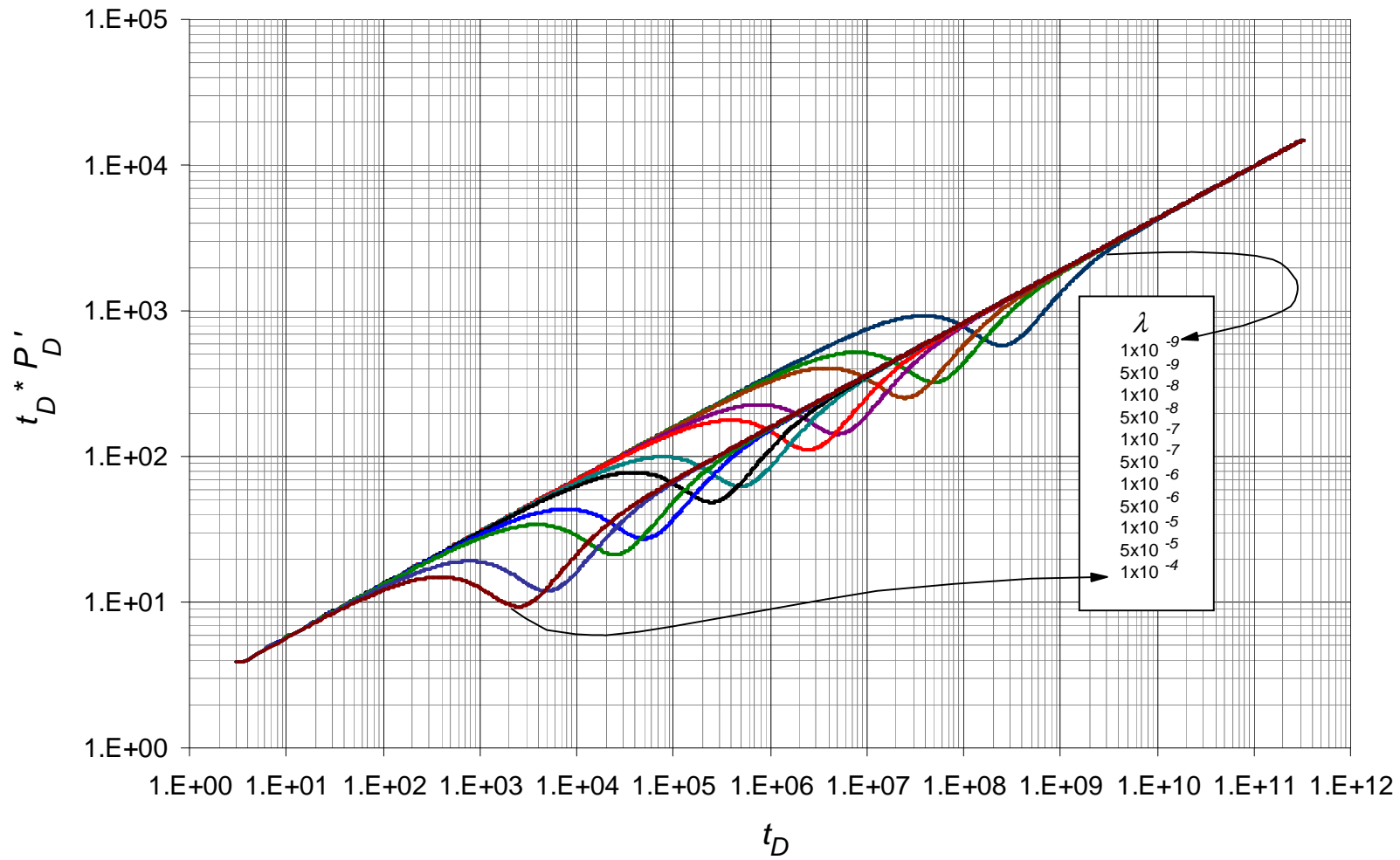
**Figura 0.34.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.25$ ,  $Df = 1.3$  y  $\omega = 1 \times 10^{-2}$



**Figura 0.35.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.45$ ,  $Df = 1.5$  y  $\omega = 5 \times 10^{-2}$

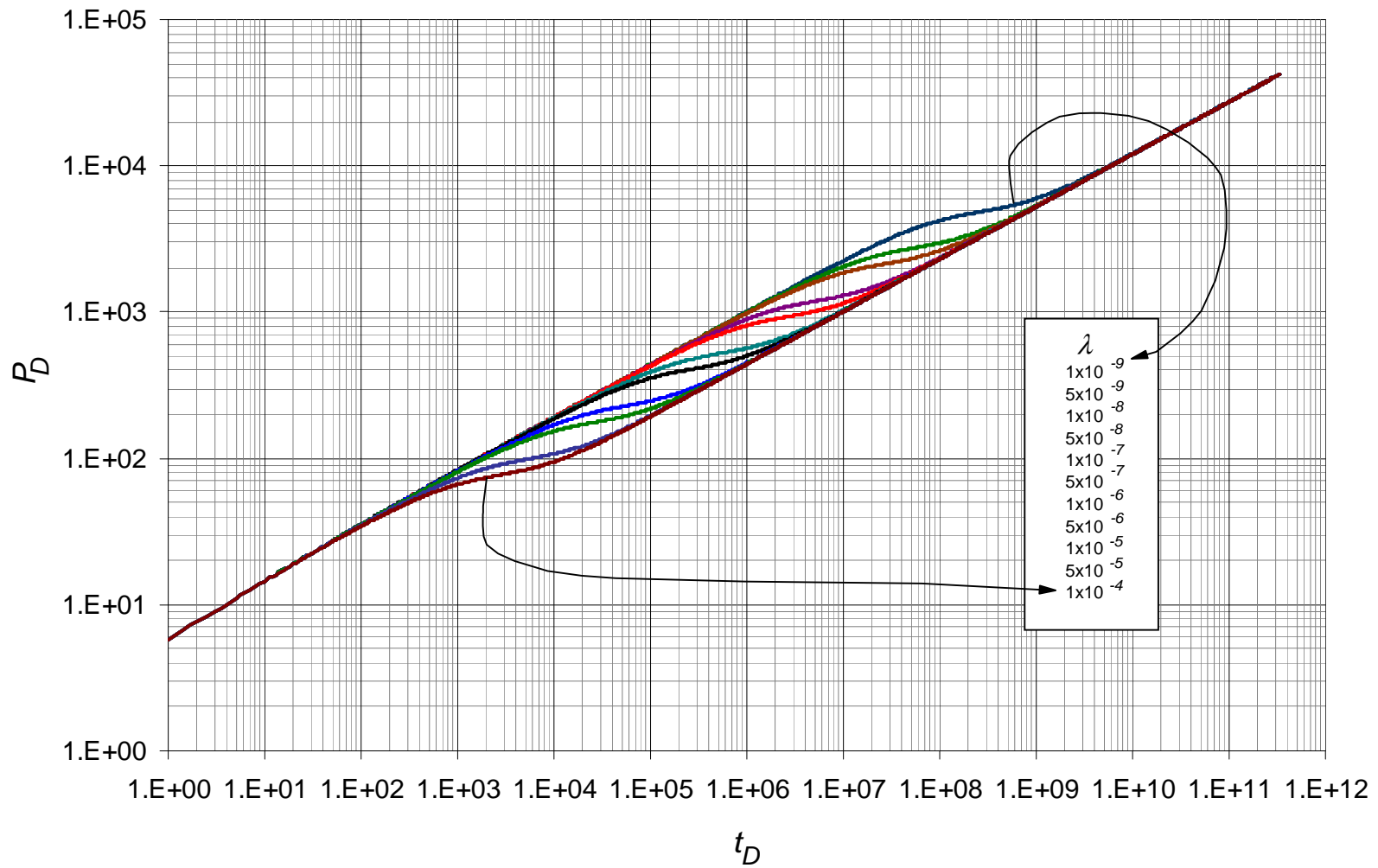


**Figura 0.36.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.45$ ,  $Df = 1.5$  y  $\omega = 5 \times 10^{-2}$

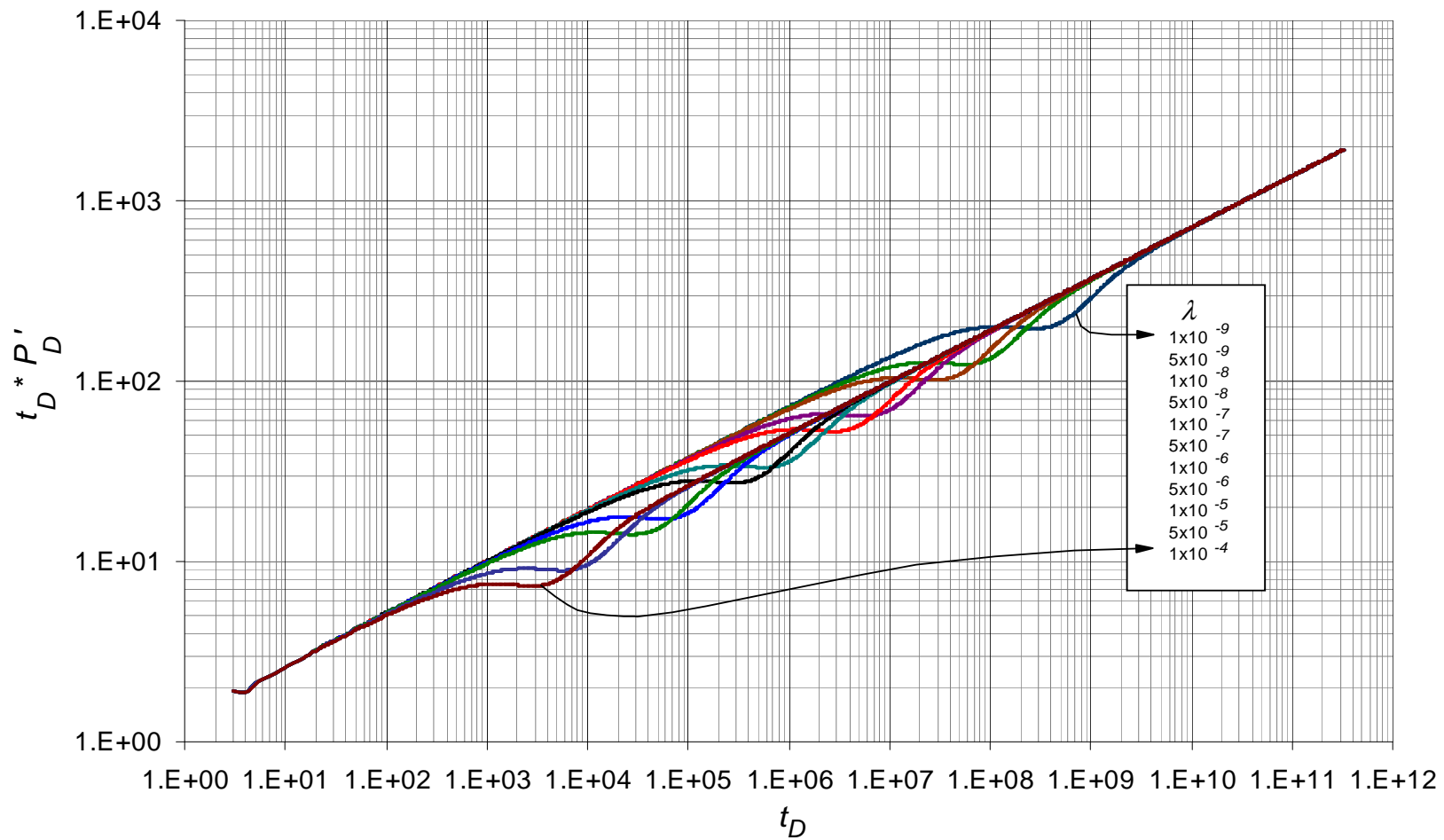


**Figura 0.37.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.65$ ,  $Df=1.7$  y  $\omega=1 \times 10^{-1}$

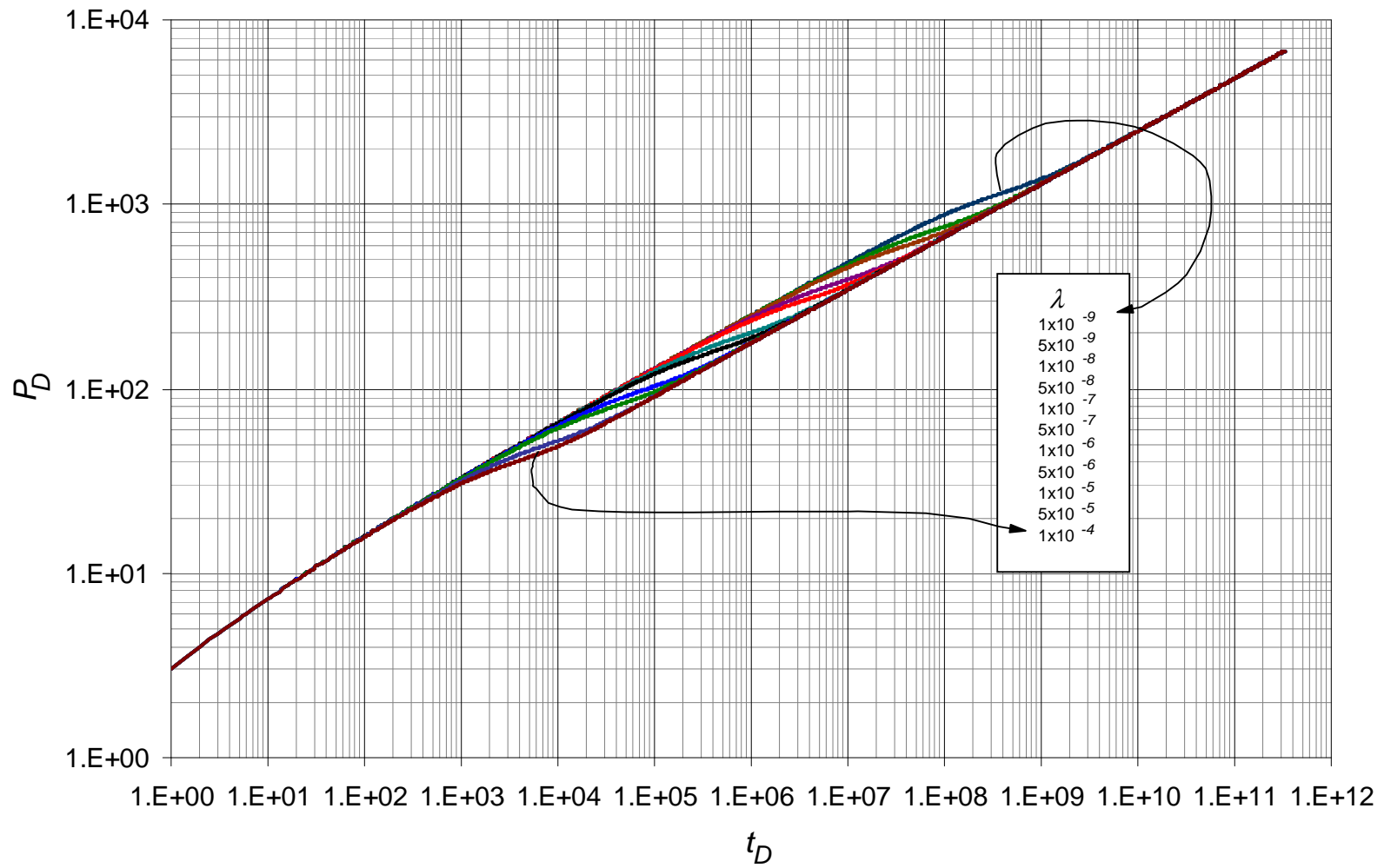




**Figura 0.38.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.65$ ,  $Df=1.7$  y  $\omega=1 \times 10^{-1}$



**Figura 0.39.** Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.8$ ,  $Df = 2$  y  $\omega = 3 \times 10^{-1}$



**Figura 0.40.** Comportamiento de la presión adimensional para valores  $1 \times 10^{-9} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-4}$  con parámetros constantes  $\theta = 0.8$ ,  $Df = 2$  y  $\omega = 3 \times 10^{-1}$

**ANEXO E:** Data de las pruebas de presión usados para en los ejemplos sintéticos

• **EJEMPLO SINTETICO N° 1:**

<b>t(hr)</b>	<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b><math>t * P'</math> (psi)</b>
0	0.40906844	0
2.50E-07	0.57295839	0.13639794
5.00E-07	0.68381117	0.19468781
7.50E-07	0.76999654	0.22975098
1.00E-06	0.84150123	0.26374791
1.75E-06	1.00657688	0.32746542
2.50E-06	1.13058285	0.37485527
3.25E-06	1.23162457	0.40489685
4.00E-06	1.31773561	0.42965785
4.75E-06	1.3932533	0.45365571
5.50E-06	1.46081066	0.47141246
6.25E-06	1.52213724	0.48995282
7.00E-06	1.5784357	0.50551807
8.00E-06	1.64715522	0.52517936
9.50E-06	1.73949862	0.54760829
1.10E-05	1.82185696	0.57484155
1.35E-05	1.9426315	0.60799362
1.80E-05	2.12409052	0.65283538
2.25E-05	2.27484787	0.69409918
3.15E-05	2.5197766	0.76165176
4.05E-05	2.71739146	0.81749479
4.95E-05	2.88473715	0.86072756
6.45E-05	3.11914534	0.91902167
8.25E-05	3.35179912	0.96480474
0.0001005	3.549078	1.0273035
0.0001125	3.66627323	1.05153902
0.0001605	4.05748077	1.14585479
0.0002085	4.36774339	1.22542257
0.0002805	4.74320112	1.31214182
0.00037649	5.14123992	1.39226137
0.00047249	5.46580608	1.4534175
0.00066449	5.98096803	1.55210086
0.00085649	6.38482136	1.62787599
0.00114448	6.86456766	1.67161282
0.00143248	7.24680762	1.69562457
0.00181647	7.65771468	1.71247602
0.00248846	8.20403743	1.70297866
0.00325644	8.66176516	1.64159409
0.00421643	9.08174536	1.53865021
0.0057524	9.54359624	1.36033037

<b>t(hr)</b>	<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b><math>t * P'</math> (psi)</b>
0.00728837	9.85119417	1.18221582
0.00997633	10.1849587	0.91146039
0.01304827	10.3963662	0.69258486
0.01535223	10.4917228	0.55111675
0.02149613	10.6213434	0.30460503
0.02764002	10.6731824	0.19756994
0.03685586	10.7051804	0.10968634
0.04914364	10.7247905	0.07997142
0.06143143	10.7390427	0.07753297
0.086007	10.7661805	0.10096626
0.11058257	10.7938153	0.13000804
0.13106221	10.8170617	0.15442762
0.18021336	10.8728999	0.21179864
0.2293645	10.9284138	0.26756533
0.31128307	11.0200121	0.35838577
0.40958536	11.1284423	0.46367686
0.52427136	11.2529896	0.58272554
0.72087593	11.4618239	0.77686877
0.9174805	11.6650137	0.96061819
1.24515478	11.9918172	1.23873202
1.54006164	12.2740333	1.46916932
1.93327078	12.6340117	1.74730326
2.68692163	13.2768029	2.20551834
3.47333991	13.8895041	2.5914975
4.58743248	14.672233	3.0419327
6.16026904	15.6403758	3.50907004
7.73310561	16.4841839	3.88978385
10.747709	17.8515099	4.37863173
12.8448244	18.662132	4.65408825
16.252637	19.8068944	5.05089766
22.5439833	21.5410895	5.55939334
28.8353295	22.9580184	5.96591705
38.7966277	24.8011401	6.492883
51.3793203	26.6898303	6.9897987
65.0105705	28.3865083	7.431151
90.1759555	30.9312243	8.1351992
115.341341	32.9971355	8.73003649
142.603841	34.8895324	9.20645403
192.934611	37.7756075	9.90920635
243.265381	40.1498427	10.5510823

<b>t(hr)</b>	<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b><math>t \cdot P'</math> (psi)</b>
335.538459	43.6926374	11.5197312
436.2	46.812826	12.333451
570.415386	50.2328497	13.2307893
771.738466	54.3855	14.3047149
973.061547	57.799891	15.2392583
1342.15386	62.8927039	16.4965781
1644.13848	66.3339191	17.3765789
2080.33849	70.5592553	18.5640742
2885.63081	76.8833815	20.1977911
3690.92313	82.0094278	21.5470535
4965.9693	88.6434593	23.3291576
6576.55394	95.4150545	25.0312849
8321.35397	101.482488	26.5955997
11542.5233	110.563276	28.8647565
12884.6771	113.794325	29.9457397
15837.4156	120.110917	31.6769376
21474.4619	130.075993	34.0521094
27379.9389	138.614672	36.4200848
34359.139	147.099309	38.6212019
46170.093	158.920122	41.28839
57981.0471	168.675938	45.6186805
83750.4013	185.70148	58.855092

• EJEMPLO SINTETICO N° 2:

t(hr)	$\Delta P$ (psi)	$t * P'$ (psi)
0	0.87777622	0
1.50E-07	1.14293899	0.25360382
3.00E-07	1.3730369	0.44490359
4.50E-07	1.5801892	0.60743451
6.00E-07	1.77074219	0.7419627
7.50E-07	1.94852782	0.8585242
9.00E-07	2.1160767	0.98461919
1.65E-06	2.84896409	1.49333201
2.40E-06	3.47122573	1.90755968
3.15E-06	4.02522551	2.25275375
3.90E-06	4.53139904	2.56934339
4.95E-06	5.18126335	2.97500444
6.45E-06	6.02313491	3.49189688
7.95E-06	6.79088746	3.94908618
9.45E-06	7.50308166	4.38905249
1.09E-05	8.17151168	4.79468957
1.21E-05	8.68024917	5.09674742
1.69E-05	10.5395927	6.24234889
2.29E-05	12.5854062	7.50586111
2.89E-05	14.4231465	8.57891567
3.85E-05	17.0677767	10.1823571
5.05E-05	20.0197801	11.9699803
6.25E-05	22.6963143	13.554846
8.17E-05	26.5752253	15.841187
0.00010573	30.9299808	18.5007304
0.00012732	34.5113667	20.5677394
0.00017291	41.3327378	24.6633692
0.0002305	48.9569207	29.1578602
0.00029288	56.3655724	33.5065954
0.00040805	68.4870885	40.6564949
0.00052323	79.2290068	46.9087402
0.00070559	94.3544456	55.7304648
0.00093593	111.212705	65.4564003
0.00118547	127.522312	74.4049111
0.00153099	147.743293	85.3756496
0.00199168	171.673777	97.8631205
0.00260594	199.79434	112.640268
0.00352732	236.376252	130.157972
0.00444871	268.221283	144.280032
0.00613791	318.116757	164.861942
0.00798068	363.731049	181.060721
0.0104377	414.575944	193.56758

t(hr)	$\Delta P$ (psi)	$t * P'$ (psi)
0.01289473	457.109223	201.07128
0.01658026	509.570105	204.682549
0.02210857	570.152041	202.692033
0.02947964	628.268047	186.780266
0.03685071	669.357941	167.048653
0.05159285	721.085205	131.431931
0.066335	750.087181	102.804431
0.08844821	773.371922	70.9177978
0.1179325	788.399646	49.9105793
0.14004572	794.90946	41.5093615
0.19164322	805.029071	36.5705444
0.2506118	814.28342	41.4357483
0.32432252	825.362222	51.0771604
0.44225967	843.050528	68.9032476
0.56019682	860.71871	86.7490101
0.76658683	891.400165	117.129236
1.00246113	925.993625	150.875327
1.15971067	948.771203	172.550155
1.61180308	1013.03724	232.760318
2.08355168	1078.27562	291.824024
2.7518622	1167.75446	370.74977
3.69535941	1288.74548	471.873255
4.63885661	1404.16253	564.519981
6.44722625	1612.03919	724.784041
8.33422066	1813.39956	873.848464
11.0074628	2077.10747	1055.80422
13.8379544	2334.68364	1227.87946
17.6119432	2651.52139	1435.28158
23.9019246	3129.73313	1746.87681
31.4499022	3645.00971	2068.06515
40.2558761	4189.34524	2406.20327
55.3518314	5024.44648	2922.4509
70.4477867	5773.31037	3379.62656
95.6077122	6891.99662	4056.47917
125.799623	8088.1068	4806.90601
148.443556	8910.41836	5285.38463
206.311384	10808.4756	6430.79217
266.695205	12570.0741	7499.42235
352.238952	14808.9297	8859.6114
473.006594	17622.355	10536.8896
593.774237	20155.2903	12046.6537
825.245551	24484.5026	14629.4074
1066.78084	28499.3337	17144.3644

<b>t(hr)</b>	<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b><math>t * P'</math> (psi)</b>
1247.9323	31270.6547	18770.4647
1731.00287	37952.8996	22743.9795
2214.07344	43906.7245	26341.3543
2978.93517	52341.1846	31464.6427
3945.07631	61815.5393	37082.3895
4991.72921	71061.2257	42595.395
6924.01149	86261.5329	51787.817
8856.29376	99803.671	60045.1492
11915.7407	118986.855	71466.7154
13525.9759	128266.944	77121.5516
16102.3523	142226.422	85555.564
18678.7287	155300.629	93368.5594
23187.3873	176528.53	106180.477
28340.14	198817.813	119195.562
33492.8928	219505.47	133384.187
38645.6455	238930.477	148215.133
50239.3392	279119.5	184720.131

• EJEMPLO SINTETICO N°3

t(hr)	$\Delta P(\text{psi})$	$t^*P'(\text{psi})$
0	1.68342629	0
3.07E-06	2.38479849	0.60307493
6.13E-06	2.88903283	0.89661883
9.20E-06	3.29656311	1.10230727
1.84E-05	4.22733869	1.60840237
2.76E-05	4.9306771	1.92550173
3.68E-05	5.51096992	2.16857371
4.60E-05	6.01188575	2.36060341
5.52E-05	6.45644843	2.55131234
6.44E-05	6.85849058	2.70216318
7.36E-05	7.22706166	2.83949558
8.28E-05	7.56845006	2.98084322
9.20E-05	7.88722703	3.07559499
0.00011036	8.46993599	3.32044137
0.00013488	9.15899358	3.5662476
0.00018393	10.3287666	3.98286344
0.00023298	11.3113782	4.35482112
0.00028816	12.2662172	4.67579955
0.00038626	13.6982827	5.10845997
0.00048435	14.8996245	5.46955695
0.00058245	15.9410276	5.80600418
0.00071734	17.184343	6.14358821
0.00091353	18.7142114	6.48999169
0.00110972	20.0086543	6.70829218
0.00120782	20.5883929	6.84822764
0.00152664	22.2356837	7.08631028
0.00201712	24.2576516	7.19317456
0.00250761	25.8581363	7.22586956
0.00314524	27.5110989	7.09457429
0.00412621	29.4205212	6.58883619
0.00510719	30.8197439	6.13441619
0.00638245	32.1420879	5.47849831
0.00834439	33.489387	4.35553049
0.01030634	34.336673	3.55705283
0.0114835	34.6947941	3.18379437
0.01560358	35.4462917	2.05481252
0.01991986	35.808892	1.35563917
0.02502091	36.0146721	0.88757333
0.03365347	36.1746303	0.5547027
0.04228602	36.2669137	0.47968078
0.05484246	36.3779092	0.51876135
0.07210757	36.5265407	0.65626567
0.08937267	36.676977	0.81305307

t(hr)	$\Delta P(\text{psi})$	$t^*P'(\text{psi})$
0.11919422	36.9387033	1.08512084
0.13488977	37.0764158	1.22538078
0.16628087	37.3508335	1.5027642
0.2070893	37.7050535	1.8550104
0.2698715	38.2442238	2.38206102
0.33265371	38.7765837	2.89792351
0.41427057	39.4588632	3.54548421
0.53983498	40.487789	4.49358603
0.66539938	41.4926494	5.40756715
0.82863311	42.7647224	6.51568974
1.07976192	44.6506048	8.08136566
1.12998768	45.0179438	8.39444408
1.40622937	46.9831715	9.92125322
1.85826123	50.0131253	12.131202
2.41074461	53.4407874	14.480501
2.963228	56.6080812	16.4279933
4.017969	62.0628298	19.5348316
5.12293576	67.1186487	22.213234
6.42880558	72.434471	24.7858117
8.63873911	80.2462455	28.2558246
10.8486726	86.9964373	31.2419336
13.6613153	94.5150403	34.4345405
18.0811824	104.657949	38.4728548
22.5010494	113.395476	41.8001352
29.7335592	125.673772	46.6030427
38.5732933	138.402919	51.7538669
47.4130274	149.440233	55.878086
64.2888835	167.405424	62.720334
81.9683517	183.311293	69.1427467
102.862269	199.562873	75.2130971
135.006756	220.956924	82.8034912
167.151244	239.37016	90.1991856
205.724629	258.751464	97.8886613
270.013605	286.538773	107.631084
334.30258	310.446493	117.093205
411.449351	335.605363	127.059683
540.027302	371.668562	139.67424
668.605253	402.69158	152.00182
822.898794	435.334391	164.437041
1080.05469	482.120378	180.580343
1260.06383	510.841302	193.051467
1542.93532	551.190957	208.36344
2108.6783	619.761268	233.613045



<b>t(hr)</b>	<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b><math>t * P'</math> (psi)</b>
2674.42129	677.590086	256.010194
3394.45781	741.017291	280.005681
4525.94378	825.50233	311.838367
5657.42975	897.60861	338.0246
7406.08988	993.073852	374.803192
9669.06181	1097.57188	412.747415
11932.0337	1187.68804	447.089485
13166.3821	1232.37691	466.347198
17280.8765	1364.75489	513.516872
21395.3709	1478.61364	557.358866
26332.7642	1598.40409	604.932293
34561.7531	1770.07914	661.12725
42790.742	1917.73706	710.40409
52665.5286	2073.08725	790.380633
83935.6862	2469.16224	1113.38694

• EJEMPLO SINTETICO N°4

t(hr)	$\Delta P(\text{psi})$	$t * P'(\text{psi})$
0	1.39491184	0
7.17E-07	3.07979244	1.49832578
1.43E-06	4.36750845	2.37926095
2.15E-06	5.45023895	3.0800759
2.87E-06	6.40224109	3.65821569
3.59E-06	7.26153194	4.14979581
4.30E-06	8.05066397	4.61598878
5.02E-06	8.7843142	5.02417588
5.74E-06	9.47266705	5.40611543
6.46E-06	10.1231311	5.73250065
7.17E-06	10.7412949	6.02500219
7.89E-06	11.3314969	6.34753187
8.61E-06	11.897185	6.68267839
9.32E-06	12.441153	7.00194476
1.00E-05	12.9657022	7.25354258
1.51E-05	16.224361	8.91567191
2.01E-05	18.9862699	10.4315219
2.87E-05	23.0222139	12.5146475
3.87E-05	27.0277352	14.556021
4.88E-05	30.5403994	16.2468399
5.88E-05	33.7056885	17.912482
7.32E-05	37.7877834	19.9350338
9.32E-05	42.8744764	22.4190242
0.00011333	47.432118	24.6043896
0.0001162	48.0487114	24.9264669
0.00014776	54.3795927	28.1145373
0.00020801	64.7892385	33.4729878
0.00027113	74.1525887	38.0836425
0.00034573	83.8830276	42.7963544
0.00047197	98.170375	50.0836008
0.00059821	110.615489	56.123542
0.00078184	126.529768	63.9789135
0.00103432	145.563436	73.6062805
0.00126385	160.895243	80.7789219
0.00172291	187.777717	94.3244981
0.00227379	215.574678	108.055637
0.00291647	243.950945	122.030031
0.00401822	285.976189	142.910859
0.00511996	322.439643	160.893431
0.00695621	375.22225	187.376655
0.0091597	429.863865	215.070454
0.01173044	485.683077	242.140581
0.01503568	548.921934	272.518088
0.01944267	623.019703	308.230939

t(hr)	$\Delta P(\text{psi})$	$t * P'(\text{psi})$
0.0256859	714.523431	354.894458
0.03449987	826.0248	408.862569
0.04331384	923.643672	455.947439
0.06020729	1085.47975	536.215532
0.07783523	1230.83561	609.180496
0.10280815	1410.00792	692.31895
0.12631207	1558.81138	763.222501
0.16156796	1756.93457	857.080365
0.21738978	2028.4044	987.856465
0.28790155	2322.24608	1120.31519
0.3642893	2599.0984	1243.25871
0.50531284	3035.57187	1436.0603
0.64633639	3406.91232	1590.70642
0.86962366	3907.50695	1784.85555
1.15167075	4437.24475	1989.10035
1.36320606	4781.74722	2089.46256
1.88029239	5492.44035	2294.20129
2.44438656	6120.01018	2434.22742
3.19651212	6797.20787	2537.15334
4.32470047	7586.04336	2572.33001
5.45288881	8192.96855	2532.86394
7.52123411	9007.12927	2401.92051
9.7776108	9622.17349	2242.36775
12.7861131	10188.0993	2008.42946
16.1706781	10629.8487	1835.43711
20.6834315	11051.9842	1750.46976
27.8286243	11543.684	1805.45458
36.8541311	12046.6519	2043.06923
46.6317634	12539.3526	2379.73754
64.6827769	13396.0205	3078.02907
82.7337904	14213.8723	3761.23452
111.314562	15445.8361	4726.01827
135.38258	16429.5326	5471.45987
171.484607	17823.4588	6470.85744
234.663154	20063.3564	7985.21101
306.867208	22374.4214	9412.12038
397.122276	24978.0611	10956.1832
541.530384	28662.7699	13022.5892
685.938492	31922.1928	14778.9099
938.652681	36927.2313	17393.8605
1227.4689	41903.1187	20118.0069
1444.08106	45266.8415	21747.4294
2021.71349	53175.7914	25731.7141
2599.34592	60019.8171	29244.6015

<b>t(hr)</b>	<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b><math>t * P'</math> (psi)</b>
3465.79457	68985.043	33814.9095
4621.05944	79329.4366	38888.2515
5776.3243	88433.4025	43352.3446
8086.85403	104208.799	51309.0876
10397.3838	117824.631	58387.2335
12707.9135	129975.363	64360.2533
16943.8847	149629.489	74003.2538
21179.8558	166910.973	82426.5431
27726.3567	190461.039	94145.2187
36198.2991	217057.765	107614.98
44670.2414	240637.404	118249.722
60073.7729	278275.746	141395.778
84719.4234	329400.233	186362.126