

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL Y SU
DERIVADA EN FUNCIÓN DE TIEMPO ADIMENSIONAL EN YACIMIENTOS
NO CONVENCIONALES DE HIDROCARBUROS - GAS SHALE**



PRESENTADO POR:

**LINA MARCELA MONTENEGRO GARZA
KARLA MARIA BERNAL VARGAS**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS
2014**

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL Y SU
DERIVADA EN FUNCIÓN DE TIEMPO ADIMENSIONAL EN YACIMIENTOS
NO CONVENCIONALES DE HIDROCARBUROS - GAS SHALE**



**LINA MARCELA MONTENEGRO GARZA
KARLA MARIA BERNAL VARGAS**

**Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero de Petróleos**

**Director: FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO
Doctor en Ingeniería de Petróleos**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS
2014**

Nota de Aceptación

Director del proyecto

Firma del jurado

Firma del jurado

Neiva, Mayo de 2014

DEDICATORIA

Este trabajo como fruto del esfuerzo y la dedicación constante de muchos años, está dedicado principalmente al ser que llena mi corazón de alegría, mi vida de bendiciones y mis días de fortaleza y lucha continúa para no desfallecer ante los obstáculos. A ti que guías mi vida y me conduces por el mejor camino. Gracias Dios. Sin tu presencia en mi vida y mi corazón, no sería quien soy hoy.

A mis padres Antonio Montenegro y Sory Esther Garza, a quienes les debo la vida, a los que a pesar de las adversidades siempre han estado ahí, y quienes con su cariño, paciencia y comprensión me han apoyado en cada decisión tomada. A mi hermano Diego Montenegro, por su compañía y apoyo incondicional. A mis abuelos, quienes con su ternura, delicadeza y nobleza llenan mi vida de felicidad.

Por ultimo quiero dedicar este trabajo a otras personas quienes han contribuido en mi formación como persona y profesional, a mi director Freddy Escobar Macualo por el apoyo constante y por permitirnos tener el honor de trabajar con él, al profesor Jaime Rojas por sus enseñanzas, por la formación y el apoyo que me brindo durante mi carrera y por supuesto a mi compañera de tesis por su amistad, constancia y compromiso con el desarrollo de este proyecto.

Lina Marcela Montenegro G

Este trabajo de grado se lo dedico principalmente a Dios que ha llenado mi corazon y mi vida de oportunidades bendiciones y fortaleza para desarrollar cada meta que me propongo en el camino, y me ha permitido culminar satisfactoriamente este proyecto fruto del esfuerzo y el trabajo continuo.

A mis padres Mario Bernal y Victoria Vargas, que además de darme la vida son quienes siempre me han mostrado su apoyo incondicional en cada paso que emprendo, han sido mi soporte en los momentos dificiles y su dedicación hacia a mi me han permitido formarme en la persona que hoy soy, siempre guiandome en el camino de la mano de Dios. A mis hermanas Margarita Bernal y Lili Bernal que además de ser mis compañeras en la vida, son mis defensoras frente a las adversidades hacen parte de mis alegrías y me regalan constantemente su apoyo.

Agradecer tambien a mi profesor y director Freddy Escobar Macualo por el apoyo constante, su dedicación y sobre todo por habernos contagiado su amor por la investigación y compartido con nosotros algo de su numeroso conocimiento, lo que hace que sea un honor el haber podido trabajar con él.

Finalmente, quiero dedicar este trabajo a otras personas que contribuyeron en mi formación como persona y profesional, a mis dos grandes compañeros Raul y Juan Rojas con quienes además de compartir clases y muchas horas de estudio, formamos una entrañable amistad que se ha mantenido durante años, a mi compañerita de tesis y amiga quien desde el día que emprendimos este proyecto siempre ha sido constante paciente y comprometida.

Por último a todos mis profesores que siempre mostraron su entusiasmo a la academia y me brindaron los conocimientos que he adquirido hasta el día de hoy.

Karla María Bernal V.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	12
ABSTRACT	13
INTRODUCCIÓN	14
OBJETIVOS	15
1. ANTECEDENTES TEÓRICOS	16
1.1. Gas Shale.....	16
1.1.1. Geología de los Shale.....	18
1.1.3. Mecanismo de almacenamiento	20
1.1.4. Propiedades de los yacimientos de gas shale	22
1.1.5. Mínimas características promedio necesarias para tener un Shale Productivo.....	23
1.2. Fracturamiento Hidráulico	24
2. PRESIÓN DEL YACIMIENTO Y PRESIÓN TRANSITORIA EN EL YACIMIENTO	26
2.1. Características de presión transitoria y tipos de flujo encontrados en la prueba de presión de un caso base.....	26
2.2. Presión de flujo variable.....	29
2.3. Análisis del régimen de flujo en pozos horizontales fracturados.....	29
2.3.1. Régimen de flujo ⁽¹⁷⁾	30
2.4. Elementos del volumen del yacimiento estimulado (SRV)	32
3. ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL Y SU DERIVADA EN FUNCIÓN DE TIEMPO ADIMENSIONAL EN YACIMIENTOS NO CONVENCIONALES DE HIDROCARBUROS - GAS SHALE	35
3.1. Generación de los datos de la prueba	35
3.2. Modelo matemático.....	37
3.3. Flujos característicos	40
3.3.1. Análisis del Flujo Lineal.....	40
3.3.2. Análisis del Flujo Multilineal	46
3.3.2.1. Modelo Uniforme.....	46
3.3.2.2. Modelo Lineal	47
3.3.2.3. Modelo Exponencial	49
3.3.3. Análisis de Estado Pseudoestable.....	50
3.3.3.1. Modelo Uniforme.....	52
3.3.3.2. Modelo Lineal	53
3.3.3.3. Modelo Exponencial	55
3.3.4. Puntos de Intersección	57
3.3.4.1. Modelo Uniforme.....	59
3.3.4.1.1. Intersección flujo lineal y pseudoestable (t_{LPSSU_i})	59
3.3.4.2. Modelo Lineal	60
3.3.4.2.1. Intersección flujo lineal y pseudoestable (t_{LPSSL_i}).....	60
3.3.4.2.2. Intersección Flujo Multilineal y Pseudoestable (t_{MLPSSL_i})	60
3.3.4.3. Modelo Exponencial	61
3.3.4.3.1. Intersección Flujo Lineal y Pseudoestable (t_{LPSE_i})	61
3.3.4.3.2. Intersección Flujo Multilineal y Pseudoestable (t_{MLPSE_i})	62

4. APLICACIONES CONCEPTO DE VOLÚMEN DE YACIMIENTO ESTIMULADO.....	63
4.1. Ejemplo modelo uniforme.....	63
4.2. Ejemplo modelo lineal	68
4.3. Ejemplo modelo exponencial	74
RECOMENDACIONES	87
BIBLIOGRAFIA	88
ANEXOS	90
Apéndice A: Ecuaciones gobernantes para pozos de petróleo	90
1. Flujo Lineal	90
2. Flujo Multilineal	91
2.1. Modelo Lineal	91
2.2. Modelo Exponencial	92
3. Estado Pseudoestable	93
3.1. Modelo Uniforme.....	93
3.2. Modelo Lineal	93
3.3. Modelo Exponencial	94

Lista de Figuras

Figura 1. Clasificación de yacimientos.....	16
Figura 2. Reservas de Gas Shale en el mundo.....	18
Figura 3. Fotografía de un afloramiento de roca calcárea en shale, perteniente al período Ordovicio temprano. Slemmestad, Noruega.....	19
Figura 4. Distribución del gas en el shale.....	20
Figura 5. Isoterma de Langmuir típica mostrando la relación con el V_L	22
Figura 6. Características del Gas shale.....	23
Figura 7. Diagrama típico de fracturamiento hidráulico.....	25
Figura 8. Regímenes de flujo típicos para pozos horizontales de gas shale con fracturas hidráulicas.....	27
Figura 9. Respuestas de la caída de presión y de la derivada.....	28
Figura 10. Gráfica generalizada en el análisis del comportamiento del recíproco del caudal en pozos horizontales con fracturamiento.....	31
Figura 11. Elementos del volumen del yacimiento estimulado (SRV).....	32
Figura 12. Comportamiento de la permeabilidad utilizando los modelos de permeabilidad inducida.....	33
Figura 13. Datos de entrada. Programa hydKvar. Simulador Spe_163843.....	35
Figura 14. Comportamiento de los tres casos de variación de permeabilidad en el volumen del yacimiento estimulado.....	36
Figura 15. Efectos de la variación de la longitud del volumen del yacimiento estimulado adimensional (y_D^*) en el flujo lineal para un caso uniforme, considerando la permeabilidad mínima adimensional constante ($k_D^*=0.15$).....	41
Figura 16. Efectos de la variación de la longitud del volumen del yacimiento estimulado adimensional (y_D^*) en el flujo lineal para un caso lineal, dejando la permeabilidad mínima dimensional constante ($k_D^*=0.1$).....	42
Figura 17. Efectos de la variación de la longitud del volumen del yacimiento estimulado adimensional (y_D^*) en el flujo lineal para un caso exponencial, considerando la permeabilidad mínima adimensional constante ($k_D^*=0.1$).....	43
Figura 18. Ausencia del flujo multilíneo para un caso uniforme, con efectos de la variación de la permeabilidad en el volumen del yacimiento estimulado (k_D^*) a y_D constante.....	46
Figura 19. Comportamiento del flujo multilíneo en el modelo lineal, con efectos de la variación de la permeabilidad en el volumen del yacimiento estimulado (k_D^*) a y_D constante.....	47
Figura 20. Comportamiento del flujo multilíneo en un caso exponencial, con efectos de la variación de la permeabilidad en el volumen del yacimiento estimulado (k_D) a y_D constante.....	49
Figura 21. Efecto de la variación de la longitud de yacimiento estimulado.....	52
Figura 22. Comportamiento del estado pseudoestable en el modelo lineal con k_D constante y con efecto de la variación de la longitud de yacimiento estimulado.....	54
Figura 23. Efecto de la variación de la longitud de yacimiento estimulado y_D para un modelo exponencial con k_D constante.....	55

Figura 24. Puntos de intersección característicos entre los principales régimen de flujo que se presentan en los modelos de variación de la permeabilidad utilizando el concepto de volúmen de yacimiento estimulado.....	58
Figura 25. Gráfico log-log del recíproco del caudal y su derivada del ejemplo del modelo uniforme de la variación de la permeabilidad en yacimientos no convencionales usando el concepto de permeabilidad inducida.....	64
Figura 26 .Gráfico log-log del recíproco del caudal y su derivada del ejemplo del modelo lineal de la variación de la permeabilidad en yacimientos no convencionales usando el concepto de permeabilidad inducida.....	69
Figura 27. Gráfico log-log del recíproco del caudal y su derivada del ejemplo del modelo exponencial de la variación de la permeabilidad en yacimientos no convencionales usando el concepto de permeabilidad inducida	75
Figura.28. Gráfica recíproco del caudal y su derivada, según datos digitalizados Pozo 5. Caso Real	82

Lista de Tablas

Tabla 1. Características, mínimas de los shale productivos.....	24
Tabla 2. Valores de alfa para ecuación general de estado pseudoestable	57
Tabla 3. Datos de entrada en los modelos simulados	63
Tabla 4. Puntos característicos de los flujos característicos del modelo uniforme, tomados de la Figura 25	65
Tabla 5. Resultados ecuaciones del modelo uniforme.....	68
Tabla 6. Puntos característicos de los flujos característicos del modelo lineal, tomados de la Figura 26	68
Tabla 7. Resultados ecuaciones del modelo lineal.....	74
Tabla 8. Puntos característicos de los flujos propios del modelo exponencial, tomados de la Figura 27	74
Tabla 9. Resultados ecuaciones del modelo exponencial	80
Tabla 10. Información del yacimiento y del pozo 5, caso de ejemplo.....	81
Tabla 11. Datos reales del modelo exponencial que mejor se ajusta al pozo 5 de ejemplo	83
Tabla 12. Puntos característicos de los flujos propios del modelo exponencial, tomados de la Figura.28.	83
Tabla 13. Resultados modelo exponencial real y el calculado para el comportamiento de la permeabilidad del pozo 5 de ejemplo	85

Nomenclatura

x_e	Extensión lateral del yacimiento, ft
x_f	Longitud de Fractura, ft
c_t	Compresibilidad, 1/psi
h	Espesor de la formación, ft
k°	Permeabilidad máxima inducida, md
k^*	Permeabilidad mínima inducida, md
$1/q$	Recíproco del caudal, Dia/mscf
$1/q_D$	Recíproco del caudal adimensional en el pozo
P_i	Presión inicial del yacimiento, psia
P_{wf}	Presión de fondo fluyente, psi
P	Presión, psi
t	Tiempo de prueba, hr
t_D^*1/q_D'	Derivada del recíproco del caudal adimensional
t_{LPSSi}	Tiempo de intersección del flujo lineal y el flujo pseudoestable
t_{MLPSSi}	Tiempo de intersección del flujo Multilineal y el flujo pseudoestable
$t^*(1/q)'$	Derivada del recíproco del caudal, csf/dia

Griego

ϕ	Porosidad, fracción
ρ	Densidad, lbm/ft ³
μ	Viscosidad, cp

Sufijos

B_i	Comienzo, intercepto
D	Adimensional
L	Lineal
MLL	Multilineal
PSS	Pseudoestable

RESUMEN

Este estudio presenta el análisis de pruebas de caudal en yacimientos no convencionales de gas shale con pozos horizontales hidráulicamente fracturados que fluyen a presión constante, utilizando el concepto de permeabilidad inducida o volumen de yacimiento estimulado recientemente introducido a la literatura, para evaluar la distribución de la permeabilidad generada por procesos artificiales de fracturamiento y su no uniformidad en distancia con el plano principal de fractura.

Utilizando modelos matemáticos en términos adimensionales, se diseñó un programa computacional que simula los tres modelos lineal, exponencial y uniforme que se analizan para el comportamiento de la permeabilidad en este tipo de yacimientos.

Con los datos generados del recíproco del caudal y su derivada adimensional se evaluaron los regímenes de flujos característicos de cada modelo y permitió identificar particularidades del comportamiento como la aparición o no, de un nuevo flujo multilíneo importante en la evaluación de la permeabilidad mínima inducida.

Las soluciones analíticas del cálculo de la permeabilidad inducida en sus dos extremos k^o y k^* y la longitud de fractura x_f directamente relacionado con la extensión lateral del yacimiento x_e , se obtuvieron mediante la derivada del recíproco del caudal adimensional con la cual se identificaron los puntos de intersección, líneas y pendientes características de cada régimen de flujo.

Por último las ecuaciones propuestas se verificaron mediante datos sintéticos de cada modelo y un ejemplo real tomado de la literatura para el modelo exponencial únicamente.

ABSTRACT

This study presents a transient rate analysis for hydraulically fractured horizontal wells flowing under constant pressure, in unconventional reservoirs (shale gas) with rectangular shape using the concept of induced permeability and volume of reservoir stimulated recently introduced in the literature, to assess the distribution of artificial generated permeability fracturing processes and nonuniformity distance to the main plane of fracture.

A computer program was designed, using mathematical models in dimensionless terms, to simulate the three models, linear, exponential and uniform to analyze the behavior of this type permeability reservoir.

Using the data generated from the reciprocal dimensionless flow and the resulting flow regime characteristic of each model was evaluated and allowed the identification of behavioral characteristics such as the presence or absence of a major new multilinear flow evaluation of low permeability induced .

Analytical solutions for calculating the permeability induced at both ends (k^0, k^*), and fracture length (x_f) directly related to the lateral extent of x_e reservoir were obtained by the derivative of the reciprocal of the dimensionless flow rate with which identified the points of intersection, and slopes characteristic lines of each flow regime.

Finally, the proposed equations were verified by synthetic data for each model and a real example taken from the literature for the only exponential model.

INTRODUCCIÓN

La continua tarea de encontrar nuevos yacimientos que permitan incrementar el volumen actual de reservas de hidrocarburo, implica la evaluación del comportamiento de las propiedades del yacimiento y de los fluidos mediante pruebas de producción y de presión. En el análisis de pruebas de presión realizadas en varias cuencas productoras de gas se han encontrado comportamientos de flujos característicos dependiente de la distancia del plano principal de fractura. Incluso presencia de flujos transitorios, debido a que el radio de propagación de las ondas de presión del pozo no llega al límite del yacimiento. Esto implica que la evaluación de parámetros como la longitud del yacimiento puede ser sobreestimada o subestimada dependiendo del régimen de flujo utilizado para su respectivo cálculo.

En cuanto al análisis de pozos que han sido hidráulicamente fracturados y la respectiva evaluación de parámetros como permeabilidad, longitud de la fractura o del yacimiento y daño, en el caso de la permeabilidad los modelos convencionales, consideran que no existe ningún tipo de variación entre la permeabilidad antes y después ocasionada por el fracturamiento, por lo cual aunque este conduzca a la alteración de la permeabilidad alrededor del plano principal de fractura, la permeabilidad es considerada constante.

En la simulación de yacimientos es evidente que la capacidad de flujo de un yacimiento se incrementa a medida que se acerca a la fractura, debido al diferencial de presión ocasionado por el fracturamiento, lo que implica a su vez un efecto de variación en el comportamiento de permeabilidad alrededor de las fracturas ocasionadas en el espaciamiento del pozo. Sin embargo debido a que esta variación no ha sido direccionada por modelos estandarizados, mediante el desarrollo del siguiente proyecto, se considera el efecto usando el concepto de relación de estimulación, que presenta como la permeabilidad en la zona cercana a la fractura es comparada con la permeabilidad mínima alcanzada en la frontera. Mediante el análisis de los regímenes de flujo representativos en pozos de Gas Shale y considerando los efectos promedios del plano de fractura, la variación de permeabilidad será caracterizada por una función lineal o exponencial dependiendo de la distancia a la fractura, de las pruebas de presión de pozos o del análisis de datos de producción.

La diferencia de estos modelos es evidente no solo en las curvas de declinación de producción o de modelos simulados que generen el comportamiento de la derivada, sino también en el índice de productividad. Estas diferencias en datos de producción se hacen aún más evidentes en flujos transitorios o periodos dominados por la frontera.

A continuación se presenta mediante soluciones analíticas, la construcción de nuevas ecuaciones para el cálculo de permeabilidad, longitud de la fractura y daño, a partir del análisis gráfico de curvas que describen el comportamiento del recíproco del caudal y de su derivada adimensional según sea el caso de permeabilidad inducida (uniforme, exponencial o lineal).

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

- Encontrar soluciones analíticas y ecuaciones para la determinación de la longitud de fractura y la permeabilidad, en pozos fracturados de Gas Shale considerando el análisis gráfico del comportamiento del recíproco del caudal y su derivada.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar un programa de computador, que simule una prueba de presión con el recíproco de caudal variable y su derivada contra tiempo adimensional.
- Realizar corridas en el simulador para generar las curvas del recíproco del caudal y su derivada vs tiempo adimensional en función del comportamiento de la permeabilidad inducida (lineal, uniforme y exponencial), propio de este tipo de yacimientos.
- Determinar las ecuaciones y soluciones analíticas de la longitud de fractura (x_f) y la permeabilidad (k) en yacimientos de Gas Shale, a partir de las gráficas generadas por el simulador.
- Establecer diferencias y analizar el comportamiento al considerar el modelo de permeabilidad uniforme, con respecto a los modelos planteados en el simulador (lineal y exponencial), teniendo en cuenta la inducción en la alteración de la permeabilidad alrededor de la fractura.

1. ANTECEDENTES TEÓRICOS

La búsqueda constante por aumentar las reservas de petróleo se ha convertido en una de las actividades más difíciles, puesto que el ritmo actual de la demanda energética del mundo va en constante crecimiento y el ritmo de descubrimientos de las nuevas reservas en los grandes países productores de petróleo declina rápidamente a través del tiempo. Es por esto que el mundo tiene la urgente necesidad de hallar nuevas fuentes energéticas que abastezcan dicha demanda.

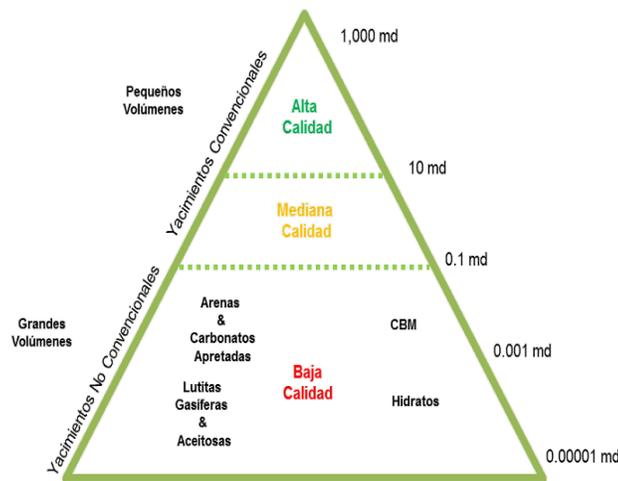
Por tal motivo, se ha direccionado la vista hacia el descubrimiento de yacimientos de gas en formaciones no convencionales, categorizándose como la más grande solución para el crecimiento a nivel mundial de reservas. Actualmente los avances tecnológicos en las nuevas técnicas de exploración, perforación, fracturamiento hidráulico y la perforación horizontal, han permitido un mejor acceso a los recursos de gas no convencionales a precios competitivos.

La mayor parte de la producción de gas en yacimientos no convencionales está localizada en los Estados Unidos y Canadá debido a los grandes avances tecnológicos que el país ha tenido, su facilidad por explorar y explotar estos recursos se ha mejorado considerablemente, mientras que en el resto del mundo este recurso no ha sido explotado.

En total, los recursos extraídos de fuentes no convencionales pueden añadir entre 60 y 200 % de las reservas mundiales actuales de gas. Aunque en las etapas de desarrollo de estos yacimientos se haya observado que los no convencionales declinan cinco veces más rápido que los yacimientos convencionales. Según “profesor Paul Stevens de Chatham House.”⁽¹⁶⁾

1.1. Gas Shale.

Figura 1. Clasificación de yacimientos.



Fuente: Ecopetrol 2011

Según el Ministerio de Minas y Energía, los yacimientos no convencionales se definen como “formaciones rocosas de baja permeabilidad primaria” a la que se le debe realizar necesariamente un proceso de estimulación para mejorar las condiciones de movilidad y recobro de hidrocarburos.

Los yacimientos no convencionales típicos incluyen, entre otros, las arenas y carbonatos apretados, gas de metano asociado a mantos de carbón, gas y petróleos de lutitas y arenas bituminosas.

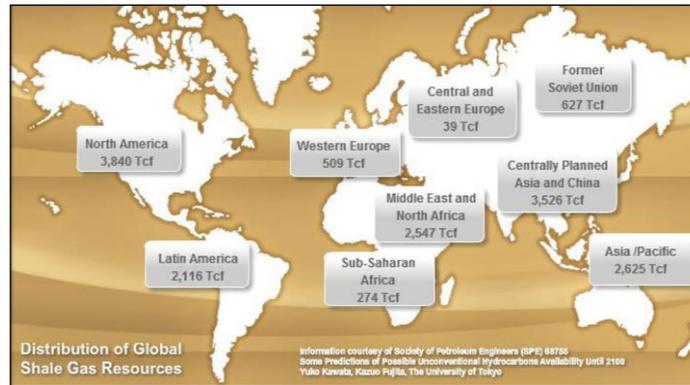
Características de los shale.

- Los pequeños diámetros de poro que oscilan entre 1 y 10 nm explican el por qué los shales se consideran frecuentemente impermeables. La permeabilidad puede oscilar entre 10^{-6} y 10^{-12} Darcy, pero se encuentra por lo general en el orden de los nanodarcys (10^{-9} Darcy).
- Son consideradas rocas madre de petróleo maduras en el rango termogénico de del gas (>106 °C), donde las altas presiones y temperaturas han transformado el petróleo en gas natural, rico en materia orgánica del 0.5 % al 25 %.
- La porosidad total de los Shale disminuye debido a la compactación (profundidad), al igual que sucede con otras rocas.⁽⁴⁾

El Gas Shale es considerado una fuente de combustible fósil no convencional, debido a que representa el gas proveniente de una roca sedimentaria clástica que contienen menos del 50 % en peso de materia orgánica, denominada shale. Esta roca está integrada por partículas de tamaño arcilla y limo, a este grupo pertenece cualquier limolita, arcillolita o lodolita fósil, caracterizada por su baja permeabilidad y su alto contenido orgánico. El metano se genera a partir de la transformación de esta materia orgánica por bacterias (gas bio-génico) y geoquímicos (gas termo-génico) durante los procesos de enterramiento. El gas se almacena por múltiples mecanismos, incluyendo el gas libre en los nano-poros y el gas adsorbido en las superficies internas de la materia orgánica.

El potencial de la combinación de gas adsorbido y gas libre presente en las formaciones de shale es alto y representa un incremento cada vez más notable en su producción siendo pionero los Estados Unidos con su introducción al campo Barnett Shale en Texas durante la década de los 90. Esto condujo a un aumento de la explotación del mismo para suministro de gas natural del país desde 1 % en el 2000 hasta el 25 % hoy en día y se cree que en las próximas dos décadas represente el 50 %.

Figura 2. Reservas de Gas Shale en el mundo



Fuente: <http://www.halliburton.com/ps/default.aspx?navid=1519&pageid=3892>

Con estos ejemplos del potencial energético de este tipo de yacimientos, se hace necesario para Colombia evaluar y determinar la prospectiva del mismo en las cuencas sedimentarias del país, determinación de reservas, evaluación de los mecanismos y tecnologías de explotación, pero para esto necesita reconocer de manera amplia las características y comportamientos básicos de este tipo de yacimientos.

El análisis de reservas de gas en shale es complejo, debido a su baja permeabilidad, altas tasas de producción inicial seguida de una declinación considerable y pequeñas áreas de drenaje por pozo.

Por eso es importante hacer un análisis preciso con curvas de declinación para así poder tener una buena aproximación de lo que se podrá extraer de un yacimiento de este tipo.

Una de las primeras variables cuando se evalúa la viabilidad económica de cualquier reservorio de gas shale es el volumen de hidrocarburos in-situ, el cual va a depender de la porosidad, de la cantidad de materia orgánica presente que pueda almacenar el gas por absorción dentro de la roca, de la presión de yacimiento y la madurez térmica. Esto es la base para la determinación de reservas específicamente en reservorios de baja permeabilidad, cuando el flujo está en régimen transitorio por largos periodos de tiempo, algunas veces meses, inclusive años.

Estos sistemas de yacimiento de gas no poseen un contacto gas/agua, y recorren una gran área geográfica. El reto en estas acumulaciones no es encontrar el gas, sino encontrar las áreas que producen gas comercialmente. Este desafío puede ser difícil debido a la heterogeneidad de áreas, a los registros sísmicos, y los datos de pruebas de pozos que se obtengan para caracterizar el yacimiento.

1.1.1. Geología de los Shale

Composición del shale

Los shale pertenecen al grupo de la caolinita, grupo de la montmorillonita, illita, que se forman en el campo sedimentario y están compuestos por restos de cuarzo, feldespato y

mica y otros componentes adicionales como son la hematita, limonita, calcita, dolomita, yeso y los sulfuros. Su color es variable y dependen del contenido de materia orgánica, algunos de los colores que presentan son: gris, verde, rojo, café, negro, donde estas últimas son particularmente ricas en sustancias orgánicas.⁽¹⁾

Figura 3. Fotografía de un afloramiento de roca calcárea en shale, perteneciente al período Ordovicio temprano. Slemmestad, Noruega



Fuente:http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/ef/Limestone_on_shale.jpg/800pxLimestone_on_shale.jpg

Algunas propiedades básicas de este tipo de formaciones como la de porosidad y presión capilar, son importantes para estimar las características de almacenamiento de la matriz, aunque por lo general la porosidad de la matriz es baja (menos del 2 % del volumen del yacimiento). La porosidad de la fractura también es considerada un componente importante de almacenamiento de gas en los shale, puesto que almacena un 10 % o más del volumen total almacenado.

1.1.2. Caracterización del yacimiento

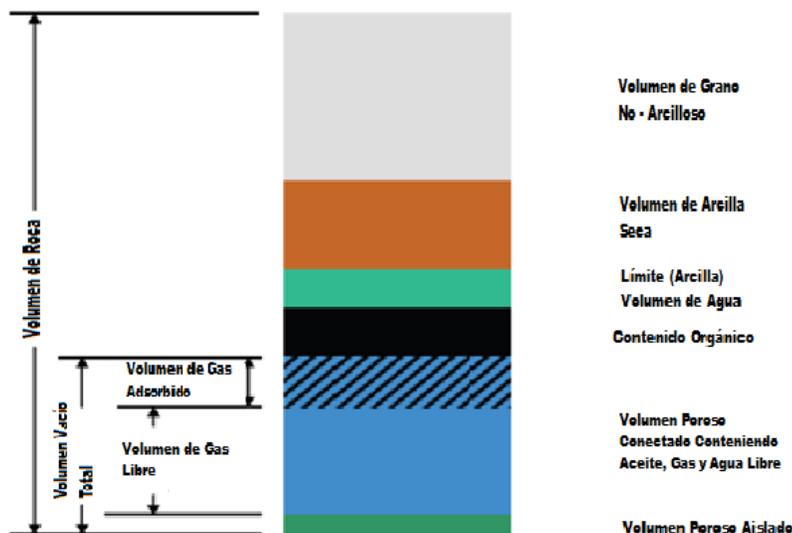
Para caracterizar un yacimiento se debe realizar un estudio integrado considerando las características geológicas, la distribución espacial de las propiedades roca-fluido del yacimiento mediante la ayuda de la geostatística y los registros petrofísicos para cuantificar las propiedades rocas fluidos presentes en la formación tales como permeabilidad, porosidad, presión capilar entre otros, por actualmense se crear direfentes tipos de simuladores numéricos que integran datos básicos obtenidos a partir de registros y pruebas de pozo con el fin de cuantificar y evaluar el comportamiento y los efectos de las variaciones en los parámetros claves del yacimiento, la incorporación de componentes únicos, como la dirección de la permeabilidad, las contribuciones de gas libre y gas adsorbido, y la evaluación de los efectos de las estrategias de desarrollo diferentes así como el espaciamiento, el patrón, y el diseño de las fracturas de estimulación.

1.1.3. Mecanismo de almacenamiento

Como ya se había mencionado el gas contenido en los shale, se encuentra de dos formas, ya sea como gas libre o como gas adsorbido, el gas libre es el que se encuentra almacenado en el espacio poroso de la red de fracturas y el gas adsorbido es el almacenado dentro de la matriz de shale por adsorción. A medida que la presión se reduce en el yacimiento, el gas es desorbido o liberado de la superficie de la matriz. La cantidad de gas adsorbido puede ser mayor que la de gas libre. La estimación del gas original requiere de un cálculo volumétrico usando el volumen de roca, porosidad, saturación de fluidos, presión y uso de la isoterma de Langmuir para estimar el volumen de gas adsorbido.

Recientes estudios estratigráficos claramente han demostrado que los shale no suelen ser estratigráficamente homogéneos, y que su variabilidad estratigráfica se puede explicar utilizando principios bien establecidos en la secuencia. Aunque los poros de estas rocas son microscópicos, la gran extensión y espesor de este tipo de formaciones hace que el fluido en ellos retenido posea un gran volumen en conjunto, resultando su recuperación económicamente interesante bajo ciertas condiciones de precio y mercado. Así, la perforación y la posterior fractura de estas rocas tienen el objetivo de crear artificialmente el reservorio⁽²⁾, debido a que el contenido de gas adsorbido es generalmente menor de 350 pies cúbicos por tonelada y contiene un volumen mucho mayor de gas libre en el medio poroso.

Figura 4. Distribución del gas en el shale



Por lo tanto: Para la evaluación del volumen del gas in situ en yacimientos de gas shale, se deben involucrar:

- 1) Componente volumétrico G_f : Gas libre, almacenado en los poros (Gas – convencional)

- 2) Componente adsorbido G_a : Gas almacenado en los micro y mesoporos. (Gas de la Matriz.)
- 3) Componente volumétrico G_{so} : Presencia de Gas Disuelto en hidrocarburo líquido,
- 4) Componente volumétrico G_{sw} : Presencia de Gas disuelto en agua de formación.

Es decir gas total in situ es:

$$G_{st} = G_f + G_a + G_{so} + G_{sw}$$

En yacimientos de gas shale es habitual reportar el gas in situ en términos de scf/ton, la adopción de la nomenclatura (CBM) metano en mantos de carbón.

En los cálculos estándar actuales de la industria, G_{so} y G_{sw} no se aplican (GRI, 1997). El gas en solución en hidrocarburos y agua móvil, y el gas adsorbido dentro de la materia orgánica se combinan en el análisis de la isoterma de adsorción; por lo tanto, la ecuación se reduce a:

$$G_{st} = G_f + G_a$$

G_f : Gas libre, almacenado en los poros (Gas – convencional) y se define como:

$$G_f = 32.0378 \frac{\phi(1 - S_w) - \phi_a}{\rho_b B_g}$$

Componente adsorbido G_a : Gas almacenado en los micro y mesoporos es capaz de almacenar cantidades significativas de gas (Gas de la Matriz). Para el gas adsorbido se debe utilizar la isoterma de Langmuir. La isoterma de adsorción de Langmuir asume que el gas se adhiere a la superficie del shale y la cubre como una sola capa (monocapa).

$$G_a = V_L \frac{P}{P + P_L}$$

Dónde:

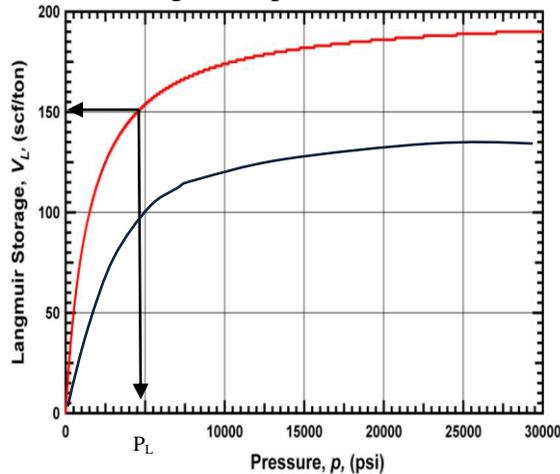
V_L : Volumen de Langmuir

P : Presión a la que se quiere evaluar el gas adsorbido

P_L : Presión de langmuir

Volumen de Langmuir V_L

Figura 5. Isoterma de Langmuir típica mostrando la relación con el V_L



Fuente: Study of flow regimes in multiply-fractured horizontal wells in Shale Gas reservoir systems.

Este es la máxima cantidad de gas que puede ser adsorbida en una pieza de shale a presión infinita (Figura 5). Este valor es asintóticamente aproximado por la isoterma a medida que la presión incrementa.

Presión de Langmuir P_L

Este parámetro afecta la forma de la isoterma. La presión de Langmuir es la presión a la cual el volumen de Langmuir puede ser adsorbido.

La Figura 5 ilustra el comportamiento de la isoterma de adsorción de un shale con alto y bajo contenido de gas medido en (scf/ton) a una presión determinada en psi.

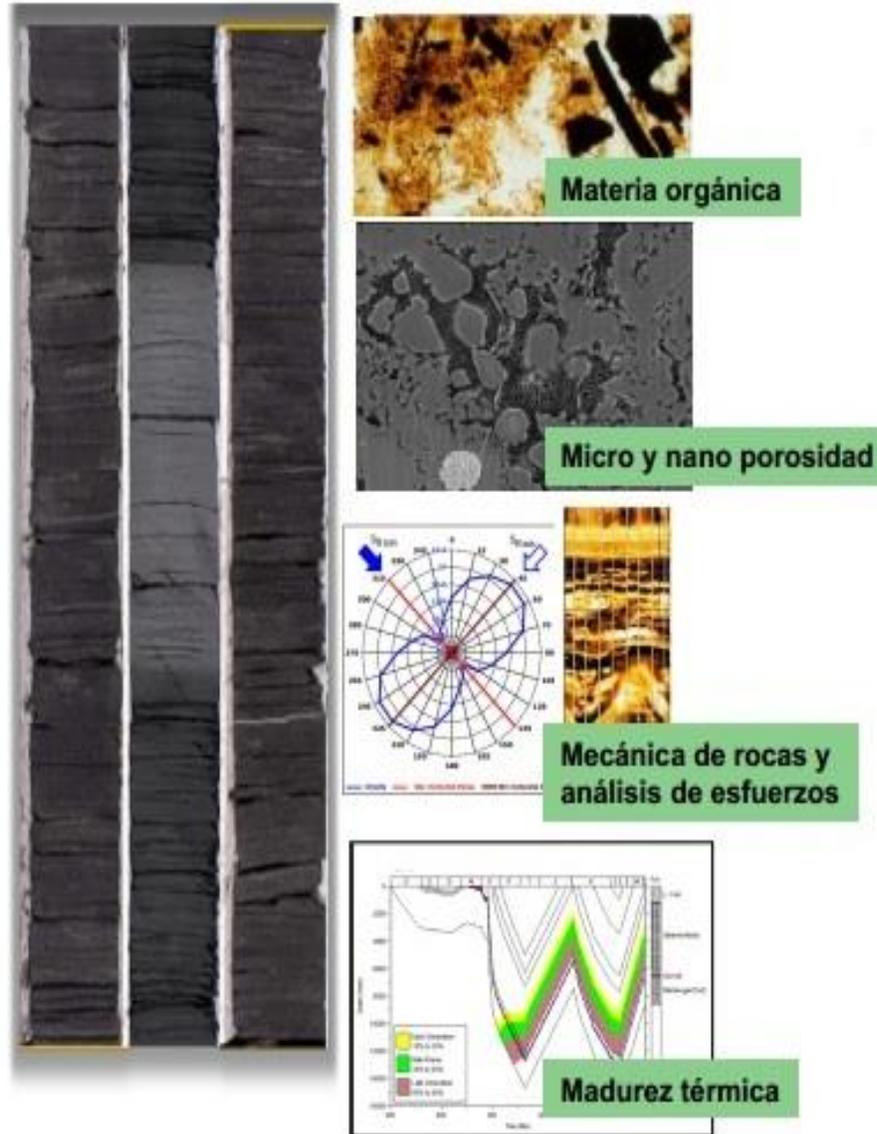
1.1.4. Propiedades de los yacimientos de gas shale

Para una producción eficiente de este tipo de yacimientos, es importante entender los mecanismos de flujo y los parámetros o propiedades que controlan a los fluidos y a la roca, y que tienen un impacto significativo en el desarrollo a un tiempo determinado de producción de estos recursos.

Como primer primer paso se debe tener claro el funcionamiento de estos tipo de yacimientos no convencionales, debido a que la viabilidad del proyecto mejora conforme se agrega un buen número de datos necesarios para argumentar buenas estimaciones con los procesos de simulación y el incremento de la producción en un futuro cercano. Por eso es que se evalúan las propiedades más críticas en un escenario previo para realizar proyecciones acerca de las condiciones óptimas y especificaciones técnicas de los equipos.

Dentro de estas propiedades se evalúan las siguientes características mínimas necesarias para tener un Shale Productivo.

Figura 6. Características del Gas shale



Fuente: Sociedad geologica PEMEX

1.1.5. Mínimas características promedio necesarias para tener un Shale Productivo

Para considerar un play no convencional de gas shale se deben cumplir al menos con las siguientes características:

Tabla 1. Características, mínimas de los shale productivos

Litología y roca fuente	Una combinación que mejora la producibilidad de gas o aceite.
Espesor productor	>100 ft (30.5 m), pero puede ser menor a 100 ft dependiendo de las características.
Fragilidad	La baja ductilidad, está indicada por la baja relación de Poisson y un alto valor del módulo de Young. Esto es un indicador del potencial de fractura.
Contenido de arcilla	Moderado (<40 %), con una baja mezcla de componentes en una capa.
Limitado por encima y por debajo	Las formaciones adyacentes contienen la energía de la fractura hidráulica entre el shale.
Contenido orgánico total (COT)	Alto > 3 %
Maduración termal	0.8-2.0 (Gas), 0.8-1.0 (Aceite)
Contenido de hidrógeno	Bajo
Kerógeno	Tipo II y III
Rangos de madurez de aceite	% Ro > 0.9, TMAX > 440

Fuentes: Shale Gas & Shale Oil: Solutions for your Shale Gas and Liquid-Rich Challenge

1.2. Fracturamiento Hidráulico

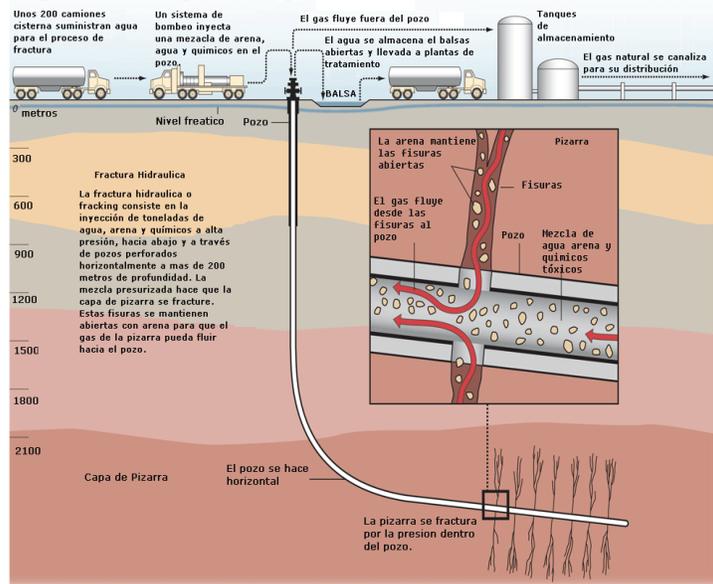
La producción de estos yacimientos requiere de largos pozos horizontales con múltiples tratamientos de fracturamiento hidráulico (fracking) para crear extensas redes de fracturas artificiales alrededor del pozo. La longitud lateral es hasta 10.000 pies (3.000 m), para crear zonas de máxima superficie en contacto con el pozo.

En las cercanías del pozo se presenta un largo periodo de flujo transitorio (lineal). Se tiene un factor de recobro entre 5-20 %. La tasa de flujo (q_g) declina rápidamente con el tiempo, a diferencia de los yacimientos de gas convencional.

El agua presente en estos yacimientos es inmóvil, así que la producción de agua es casi siempre atribuida a la producción de los fluidos utilizados en el fracturamiento y completamiento.

Para obtener la propagación y el crecimiento de la fractura, se debe garantizar que la tasa de bombeo sea superior a la tasa de pérdida de fluido en la fractura, para esto se inyecta un fluido al pozo, a una tasa y presión que supera la capacidad de admisión matricial de la formación expuesta, que originan un incremento de presión y posteriormente la ruptura de la roca.

Figura 7. Diagrama típico de fracturamiento hidráulico



Fuente: http://www.eia.gov/energy_in_brief/article/about_shale_gas.cfm

En la mayoría de los casos la fractura es vertical, debido a que la fractura de una roca se realiza perpendicularmente al mínimo esfuerzo.

Realizando una breve descripción del proceso general que se tiene en fracturamiento, se inicia con la inyección solamente de un fluido fracturante, una vez la fractura comienza abrirse, es necesario que el material soportante ingrese a cada una de las fracturas para obtener éxito en el procedimiento, ya que con ello se obtendrá una excelente conductividad de los fluidos en el interior de la fractura.

Finalmente, para concluir el proceso de tratamiento por fracturamiento en un pozo, se bombea un volumen de fluido con el objeto de realizar la limpieza del exceso del material soportante del pozo.

La importancia radica en que el fracturamiento incrementa el índice de productividad de un pozo productor o el índice de inyectividad en un pozo inyector, por lo cual optimiza la recuperación de reservas y el control de producción en los yacimientos de hidrocarburos, tanto de petróleo como de gas. Además incluyen otro tipo de aplicaciones como aumentar el gasto de aceite y/o gas de pozos que han sido dañados, conectar fracturas naturales con el pozo, disminuir la caída de presión alrededor del pozo, para minimizar problemas con el depósito de parafinas y asfaltenos, o aumentar el área de drenaje o la cantidad de formación en contacto con el pozo.

El flujo transitorio a tiempos de producción largos podría generarse y estar controlado en algunos casos, por la geometría del yacimiento y en otros, por las propiedades naturales del yacimiento, como por ejemplo, la anisotropía del yacimiento, capas o canales de alta permeabilidad y yacimientos naturalmente fracturados.⁽¹⁰⁾

2. PRESIÓN DEL YACIMIENTO Y PRESIÓN TRANSITORIA EN EL YACIMIENTO

Entender el comportamiento transitorio de la presión es importante para proporcionar una visión del rendimiento de la producción de un pozo a largo plazo, y además estimar los parámetros del yacimiento y la fractura teniendo en cuenta que debido a la baja permeabilidad que posee la matriz se requiere de un periodo significativo de tiempo para un pozo productor en regímenes transitorios de flujo. De esta manera la respuesta de la presión transitoria debe analizarse en términos de pseudopresión y es controlada por una combinación específica de propiedades del yacimiento y la configuración del pozo, entre los cuales se involucran la permeabilidad de la matriz, la conductividad de las fracturas hidráulicas, el espaciamiento del clúster, y el tamaño / aumento de la permeabilidad en la zona estimulada.

2.1. Características de presión transitoria y tipos de flujo encontrados en la prueba de presión de un caso base

Teniendo en cuenta que la caída de la pseudopresión se calcula mediante:

$$\Delta m_p = m_{pi} - m_p$$

Con base en la presión de fondo simulada se calcula primero la pseudopresión y ambas respuestas pseudopresión y función de derivada, se grafican en función del tiempo en un gráfico log-log para la posterior identificación de los regímenes de flujo. Larsen y Hegre (1991 y 1994) estudiaron el comportamiento transitorio de la presión de un pozo horizontal con fracturas transversales y proporcionaron la descripción de los regímenes de flujo de presión transitoria con sus correspondientes soluciones analíticas. De acuerdo a pruebas realizadas para pozos tomados como casos bases se ha podido apreciar cinco flujos típicos para pozos horizontales de gas shale con fracturas hidráulicas y la respuesta de la presión transitoria.

El primer tipo de flujo que se encuentra es el flujo lineal o fractura radial (LF/RF). Este se caracteriza por ser un régimen corto, que solo dura alrededor de una hora y porque la respuesta de la derivada es plana. Durante este régimen de flujo, el flujo de gas en la fractura es convergente radialmente dentro del pozo horizontal mientras el gas fluye dentro de la fractura linealmente en la formación.

Seguido de este régimen de flujo se observa ahora un flujo bilineal (BLF), donde la pendiente de la derivada cambia a $1/4$. Su duración oscila entre 1 y 30 horas, es decir más de un día. En este caso es interesante notar que el flujo bilineal está presente durante un período de tiempo relativamente considerable. Teniendo en cuenta que la conductividad de la fractura se define en función de la permeabilidad, el ancho y la longitud de la fractura, además de la permeabilidad de la formación.

La longitud, altura y ancho de la fractura creada describe la geometría de fractura que controla la producción posterior a un tratamiento de fracturamiento en un pozo. La

conductividad adimensional de la fractura, está definida por la siguiente ecuación, en forma adimensional⁽⁵⁾, y es simplemente el producto del ancho de la fractura por la permeabilidad. La conductividad de la fractura adimensional se define como:

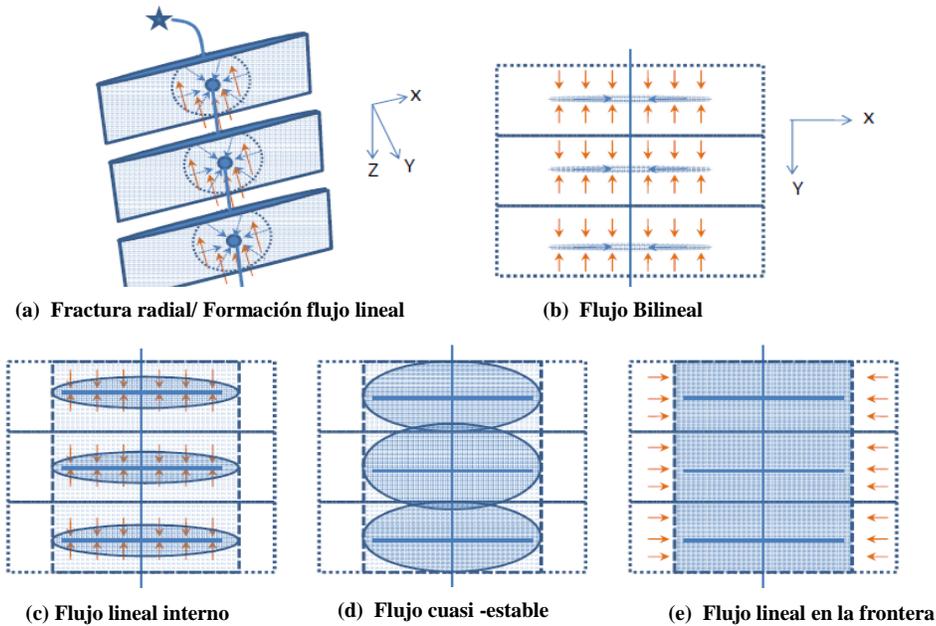
$$C_{FD} = \frac{k_f w_f}{k_m x_f}$$

Después del BLF, se produce un flujo lineal interno (ILF) con una pendiente de 0.5 de derivada hasta 4×10^3 horas. Este flujo se caracteriza por que va hacia la fractura linealmente al interior del yacimiento estimulado, tal como se muestra en la Figura 8.

A su vez es posible apreciar como el LF es seguido ahora por un régimen único de flujo llamado flujo cuasi –estable (QSF). Este régimen de flujo se caracteriza por que en el gráfico de la derivada, se identifica una línea con una pendiente de 0.88, con una duración desde 4×10^3 hrs hasta 5×10^4 hrs.

Durante este régimen de flujo, la interferencia de presión entre fracturas domina mientras empieza el flujo a lo largo de la barrera entre el interior y el exterior del yacimiento pero es insignificante. Este también podría ser descrito como un estado de flujo pseudo-estable aproximado, con el cual el interior del yacimiento es depletado con contribución limitada desde la parte exterior del yacimiento. Esta puede ser la razón de porque la pendiente de la derivada no es igual a uno pero sin embargo se aproxima a este valor.

Figura 8. Regímenes de flujo típicos para pozos horizontales de gas shale con fracturas hidráulicas



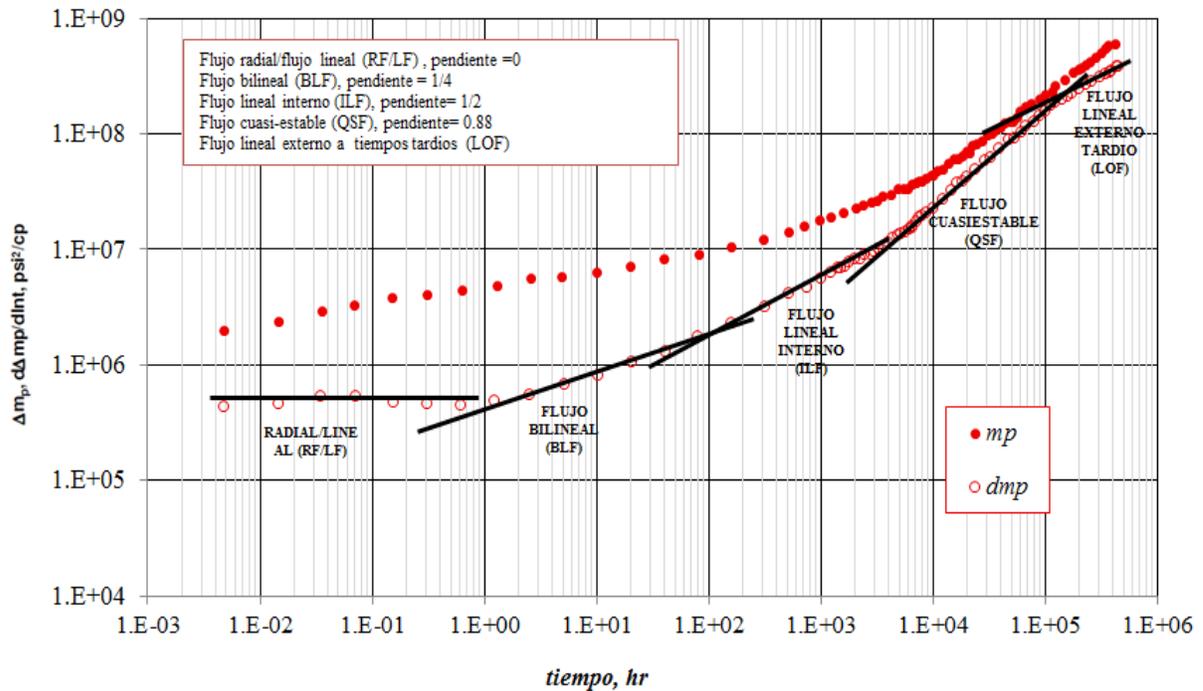
Fuente: Maxwell, S.C., tomado de “Imaging Seismic Deformation Induced by Hydraulic Fracture Complexity”

Finalmente el último régimen de flujo que se identificó fue el flujo lineal externo a tiempo tardío (LOLF) con pendiente de 0.5 como respuesta a la derivada, durante el cual un flujo lineal domina desde la parte exterior del yacimiento hasta la parte interior mientras la parte interior del yacimiento ha sido depletada. Existe una larga transición entre este flujo lineal tardío y el previo estado cuasi estable de flujo, debido a que este empieza aproximadamente alrededor de las 2×10^5 hr.

A partir de este tipo de análisis se confirma la interpretación común que para yacimientos de *shale*, el drenaje de la parte exterior del yacimiento es limitado, mientras que el mayor drenaje, es decir la mayor cantidad de volumen aportado de un yacimiento horizontal fracturado viene dado de la parte interior de las fracturas hidráulicas, el cual también ha sido denominado volumen de yacimiento estimulado.

A continuación se describe el comportamiento de la pseudopresión y pseudo-derivada con respecto al tiempo y sus respectivos tipos de regímenes de flujo para el caso base.

Figura 9. Respuestas de la caída de presión y de la derivada



Fuente: Álvarez Blanca; Fracturamiento hidráulico multietapas. Noviembre de 2011. Mexico.

Es importante tener en cuenta que para que este tipo de pozos (pozos horizontales de gas shale con múltiples fracturas transversales) sean considerados económicamente viables requieran de una gran longitud lateral horizontal que intercepte múltiples fracturas hidráulicas.

2.2. Presión de flujo variable

Un caso adicional de presión de flujo variable también se puede considerar al interpretar el gráfico de la raíz cuadrada del tiempo. El eje estándar Y de la tasa recíproca es simplemente sustituir con la presión normalizada para notar los cambios en la presión de flujo durante la parte del flujo lineal de los datos.

La pendiente de la línea recta (m), se utiliza para calcular (k), así:

$$x_f \sqrt{k} = f_{cp} \frac{200.8T}{mh} \sqrt{\frac{1}{(\phi\mu c_t)_i}}$$

Como se dijo anteriormente, la observación ha sido que la mayoría de los pozos no convencionales producen una alta declinación para maximizar el recobro. Debido a esta práctica común, el enfoque del pronóstico en el módulo de presión variable utiliza una disminución hiperbólica con la suposición de una presión constante para la duración del pronóstico.

2.3. Análisis del régimen de flujo en pozos horizontales fracturados

El fracturamiento multietapas en pozos horizontales, ha demostrado ser una forma efectiva de desarrollar yacimientos no convencionales. Se han desarrollado varios modelos analíticos, semi-analíticos y empíricos para estudiar el comportamiento de la presión y el gasto del fracturamiento multietapas en pozos horizontales y en sistemas de baja permeabilidad.

Van Kruysdik y Dullaert⁽¹⁹⁾ desarrollaron un “elemento solución,” para entender la respuesta de la presión transitoria, de un fracturamiento multietapas en pozos horizontales (FMPH). Larsen y Hegre⁽¹²⁾ introdujeron métodos para generar información acerca de la presión transitoria sintética, que se tiene en el FMPH con fracturas de conductividad finita en yacimientos ilimitados. Raghavan et al.⁽¹⁴⁾ y otros, introdujeron un nuevo modelo para analizar el comportamiento de la presión transitoria, y realizaron un debate exhaustivo acerca de las variables que influyen en el comportamiento de producción de pozos horizontales con fracturamiento multietapas (FMPH).

Larsen y Hegre^(8,11) realizaron una investigación exhaustiva del comportamiento de la presión transitoria de pozos horizontales, con fracturas horizontales y verticales; y también, presentaron métodos para determinar la productividad de pozos horizontales con fracturas múltiples, tanto transversales como longitudinales. Hegre⁽¹³⁾, investigó el efecto del tamaño de la malla y de la conductividad de la fractura en el comportamiento de la presión transitoria en pozos horizontales a través de un estudio detallado de simulación del yacimiento. Chen y Raghavan⁽³⁾ diseñaron un riguroso y estable algoritmo, para mejorar la eficiencia del FMPH en sistemas anisotrópicos cerrados o semi infinitos, homogéneos o naturalmente fracturados, y discutieron acerca de los regímenes de flujo correspondientes con gráficas log-log de la presión contra la derivada de la presión.

Malallah et al ⁽¹³⁾ aplica la técnica⁽¹⁸⁾ del uso del recíproco del caudal y la derivada del recíproco del caudal, síntesis directa de Tiab para determinar las propiedades de fractura y yacimiento de pozos de petróleo verticales con infinita conductividad, fracturas hidráulicas, baja presión de fondo de pozo constante de yacimientos finitos. Freeman et al.⁽⁶⁾ y otros construyeron un simulador numérico de multi propósito para investigar los mecanismos de producción de yacimientos de gas de baja permeabilidad y de lutitas gasíferas, con lo que examinaron regímenes de flujo con gráficas especializadas de funciones de gasto y presión.

Para el análisis de los régimen de flujo en yacimientos no convencionales (gas shale), considerando la permeabilidad inducida, se tomará como ejemplo un caso base estudiado del cual no se entrará a detallar su desarrollo, ya que no hace parte de los objetivos del trabajo, pero si se quiere mostrar que tipo de flujos normalmente presentan los pozos horizontales con fracturamiento multietapas (FMPH), con el fin de establecer posteriores comparaciones con ejemplos en los cuales se disminuya la incertidumbre de ciertas variables. Para esto se cita una representación gráfica log-log de la derivada del recíproco del caudal. En el análisis comparativo se observarán distintos régimen de flujo para pozos con las mismas características ya anteriormente mencionadas (FMPH), pero en yacimientos no convencionales y además teniendo en cuenta el comportamiento de la permeabilidad inducida lo cual si es fundamental para la posterior interpretación y caracterización del caso base citado en este proyecto de grado.

Para observar el comportamiento de los flujos que generalmente se encuentran en estos yacimientos, se mencionan a continuación las suposiciones que fueron establecidas para este ejemplo:

1. Producción a presión de fondo constante.
2. El flujo que viene del yacimiento, fluye solamente a través de las fracturas hidráulicas. El periodo de flujo transitorio puede durar más tiempo del esperado.
3. Permeabilidad uniforme.

A partir estas suposiciones se citan los régimen de flujo que generalmente se presentan en pozos horizontales con fracturamiento multietapas (FMPH) en no convencionales (caso de comparación).

El régimen de flujo CFL, del FMPH puede confundirse con facilidad como la frontera del yacimiento, y la mala interpretación dará estimaciones incorrectas de las propiedades del yacimiento y de la fractura, y también un mal pronóstico de la producción a largo plazo. Para estudiar los regímenes de flujo e investigar los efectos de la intervención se empleó un modelo de simulación del yacimiento.

2.3.1. Régimen de flujo ⁽¹⁷⁾

a) Flujo Bilineal o Lineal: En primer lugar, el fluido fluye directamente a las fracturas de una manera lineal. El régimen de flujo que predomina dependerá de dos parámetros

fundamentales la conductividad y longitud de la fractura, además cada una de las fracturas se comporta independientemente a otras fracturas.

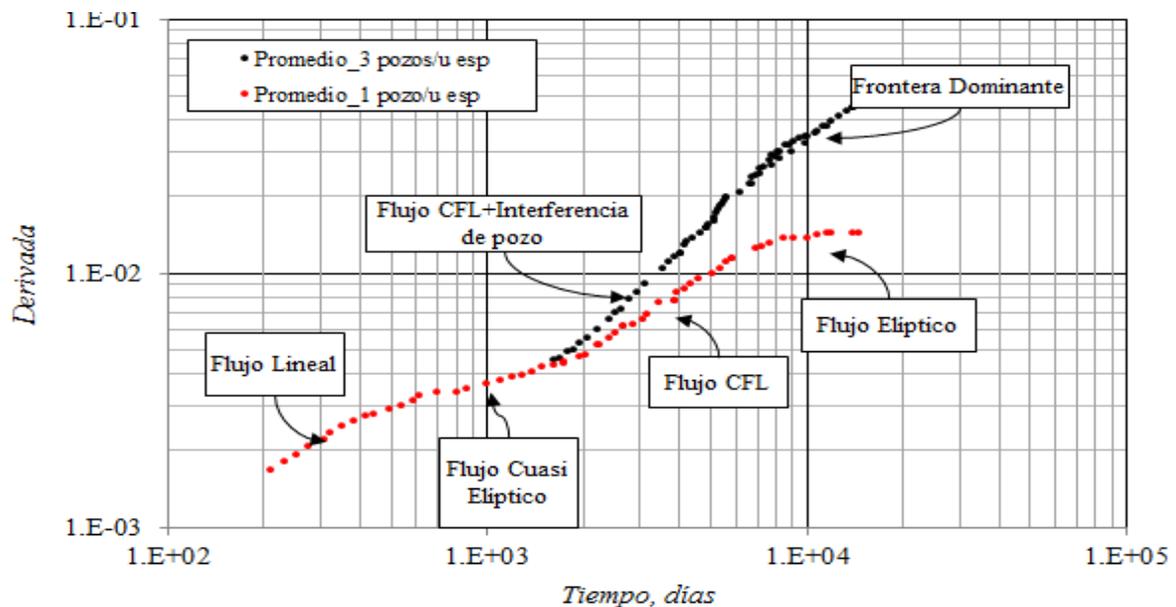
b) Flujo elíptico: Durante este periodo, el flujo viaja a través de las fracturas. La existencia de este periodo dependerá principalmente de la longitud de la fractura y del espaciamiento entre cada una de ellas. Aquí las fracturas no se comunican y la producción de las fracturas es independiente a las otras.

c) CFL: Durante este periodo, las fracturas interactúan y el sistema se caracteriza por tener flujo lineal desde la formación hasta las fracturas. El concepto del flujo CFL, fue originalmente propuesto por Van Kruysdijk y Dullaert. 1989.

d) Flujo pseudorradial /elíptico: En este periodo, el flujo a través del sistema completo de pozo – fracturas, es radial (o elíptico), y el flujo a través de la zona más externa es el más dominante. Este patrón de flujo es similar al comportamiento a largo plazo del pozo vertical fracturado.

e) Flujo dominante en la frontera: Este período de flujo ocurre cuando se toca una frontera del yacimiento. En el caso de las fronteras cerradas, el flujo eventualmente alcanzará el estado pseudo-estacionario.

Figura 10. Gráfica generalizada en el análisis del comportamiento del recíproco del caudal en pozos horizontales con fracturamiento



Fuente: Álvarez Blanca; Fracturamiento hidráulico multietapas. Noviembre de 2011. Mexico.

Cabe aclarar que los regímenes de flujo descritos anteriormente no se presentan en una sola prueba al pozo. Dependiendo de las propiedades del sistema (tales como longitud y espaciamiento de la fractura), puede que se presenten o no.

fractura, la permeabilidad se reduce hasta alcanzar un valor mínimo (k^*), debido a que la energía procedente del tratamiento de fracturamiento se disipa.

La relación de estimulación (SR) es igual a $k^0/k^* = 1/k_D^*$, lo cual muestra cuántas veces la permeabilidad se induce cerca de la cara de la fractura en comparación con la permeabilidad inducida en el límite exterior del yacimiento.

$$SR = \frac{k^0}{k^*}$$

Donde:

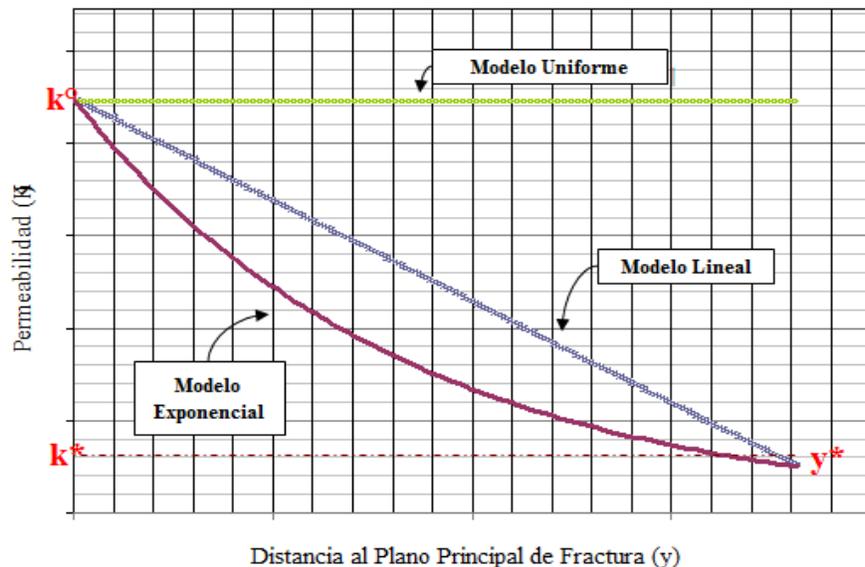
k^0 = Permeabilidad máxima dada en la cara de la fractura.

k^* = Permeabilidad mínima originada en el límite exterior del volumen del yacimiento estimulado (SRV).

Hipotéticamente si la relación anteriormente descrita es igual a uno, el comportamiento indicaría el del modelo uniforme es decir el fracturamiento no presenta una variación en la permeabilidad y por lo tanto es igual en todos los extremos.

La Figura 12. muestra que el comportamiento de la permeabilidad a medida que se aleja del plano de fractura principal, éste puede ser descrito mediante una función uniforme, lineal y exponencial.

Figura 12. Comportamiento de la permeabilidad utilizando los modelos de permeabilidad inducida



Fuentes: Analyzing Production Data From Hydraulically Fractured Wells: the Concept of Induced Permeability Field

El comportamiento de la permeabilidad descrito a lo largo del volumen del yacimiento estimulado, será tenido en cuenta para el análisis de las gráficas del recíproco del caudal y su derivada contra el tiempo adimensional que serán objeto fundamental en el desarrollo de este proyecto que tiene como finalidad determinar las ecuaciones y soluciones analíticas de la longitud de fractura (x_f) y la permeabilidad (k) en yacimientos de gas shale, a partir de las gráficas del recíproco del caudal y la derivada del recíproco del caudal, generadas por el simulador y basados en el concepto de campo de permeabilidad inducida.

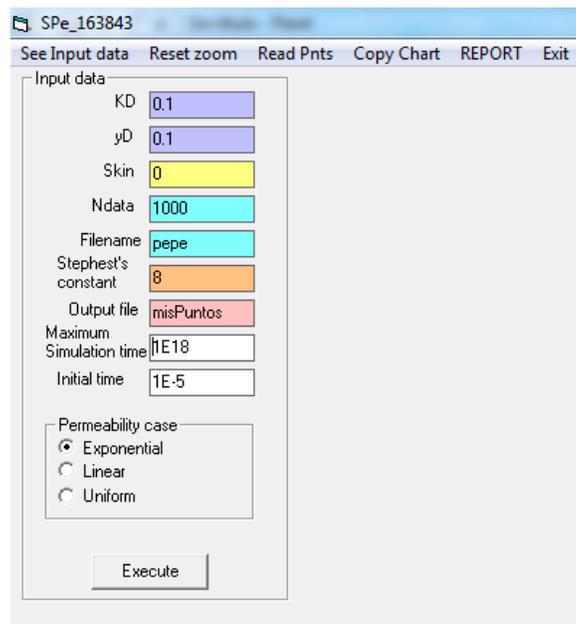
El análisis de caso de campo revela que la permeabilidad inducida debida al tratamiento de fracturamiento hidráulico puede ser propiamente representada por una función lineal o exponencial. Este comportamiento se caracteriza por la presencia de una permeabilidad máxima (k^o) y una permeabilidad mínima inducida (k^*).

3. ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL RECÍPROCO DEL CAUDAL Y SU DERIVADA EN FUNCIÓN DE TIEMPO ADIMENSIONAL EN YACIMIENTOS NO CONVENCIONALES DE HIDROCARBUROS - GAS SHALE

Para el análisis del recíproco del caudal y su derivada en función del tiempo adimensional en yacimientos de hidrocarburos no convencionales teniendo en cuenta los comportamientos de permeabilidad anteriormente descritos, se diseñó un programa que simulara mediante modelos matemáticos dichos comportamientos (recíproco del caudal y su derivada a un tiempo adimensional) de los tres casos a tratar (lineal, exponencial y uniforme) y que muestre la relación adimensional de permeabilidades ($k_D^* = k^*/k^o$ ó k_D) es decir la inversa de la relación de estimulación (1/SR), con una variación que cubre un valor de 1 a $y_D = 0$ hasta un valor de k^* en un $y_D = y_D^* = y^*/x_e$; lo que indica la variación en que se podría comportar la permeabilidad en un yacimiento fracturado y de esta manera poder determinar parámetros de yacimiento como longitud de fractura (x_f) y la permeabilidad (k) en función de la distancia del plano principal de fractura.

3.1. Generación de los datos de la prueba

Figura 13. Datos de entrada. Programa hydKvar. Simulador Spe_163843



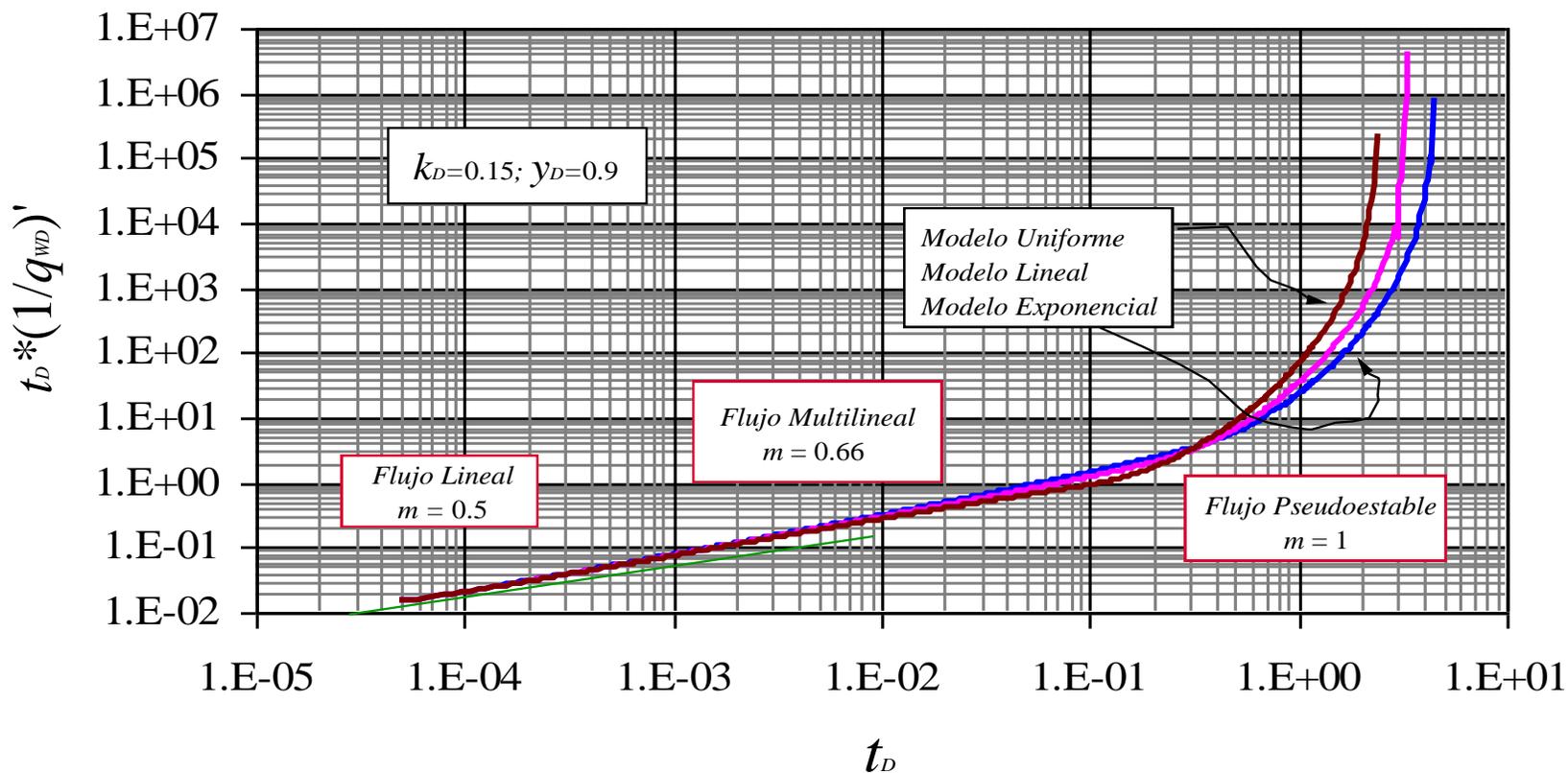
The image shows a software interface for the hydKvar simulator. The window title is 'SPe_163843'. The menu bar includes 'See Input data', 'Reset zoom', 'Read Pnts', 'Copy Chart', 'REPORT', and 'Exit'. The 'Input data' section contains the following fields and options:

- KD: 0.1
- yD: 0.1
- Skin: 0
- Ndata: 1000
- Filename: pepe
- Stephest's constant: 8
- Output file: misPuntos
- Maximum Simulation time: 1E18
- Initial time: 1E-5
- Permeability case: Exponential, Linear, Uniform

An 'Execute' button is located at the bottom of the input data section.

Para que la generación del programa permitiera extraer data sintetica del comportamiento de este tipo de yacimientos, se utilizó el modelo matemático propuesto por: Gorgonio Fuentes-Cruz, Eduardo Gildin, SPE, and Peter P. Valkó que se describirá a continuación, y el cual requiere como datos de entrada los parámetros principales de las relaciones de permeabilidad (k_D) y extensión del yacimiento (y_D) responsables directos de la variación del comportamiento del recíproco del caudal y su derivada. Para realizar el análisis de los modelos que se ajustan al cambio que sufre la permeabilidad en estos tipos de yacimientos.

Figura 14. Comportamiento de los tres casos de variación de permeabilidad en el volumen del yacimiento estimulado



3.2. Modelo matemático

Para el desarrollo del modelo matemático a evaluar en este proyecto, se tienen en cuenta los siguientes parámetros adimensionales, que fueron propuestos por Gorgonio Fuentes, en su investigación publicada por la SPE.

-Derivada de la presión adimensional con respecto al tiempo adimensional.

$$\frac{\partial}{\partial y_D} \left[k_D(y_D) \frac{\partial p_D}{\partial y_D} \right] = \frac{\partial P_D}{\partial t_D}; 0 \leq y_D \leq y_D^* \quad (1)$$

-Evaluación de la presión adimensional a $t_D=0$ a un y_D variable.

$$P_D(y_D, t_D = 0) = 0 \quad (2)$$

-Derivada de presión adimensional con respecto a la derivada de y_D , cuando $y_D = 0$.

$$\left(\frac{\partial P_D}{\partial y_D} \right)_{y_D=0} = -\pi \quad (3)$$

-Derivada de presión adimensional con respecto a la derivada de y_D , cuando $y_D = y_D^*$.

$$\left(\frac{\partial P_D}{\partial y_D} \right)_{y_D=y_D^*} = 0 \quad (4)$$

-Tiempo adimensional para pozos de gas

$$t_D = \frac{0.0002637k^0t}{\phi(\mu c_t)_i x_e^2} \quad (5)$$

-Tiempo adimensional para pozos de crudo

$$t_D = \frac{0.0002637k^0t}{\phi\mu c_t x_e^2} \quad (6)$$

-Longitud adimensional del volumen del yacimiento estimulado.

$$y_D = \frac{y}{x_e} \quad (7)$$

-Permeabilidad adimensional para un caso exponencial

$$k_D(y_D) = \frac{k(y)}{k^0} = k_D^* \left(\frac{y_D}{y_D^*} \right) = e^{(\ln k_D^*) \frac{y_D}{y_D^*}} \quad (8)$$

-Permeabilidad adimensional para un caso lineal

$$k_D(y_D) = \frac{k(y)}{k^0} = 1 + (k_D^* - 1) \left(y_D / y_D^* \right) \quad (9)$$

-Permeabilidad adimensional mínima

$$k_D^* = \frac{k^*}{k^0} \quad (10)$$

Solución de la presión en espacio Laplaciano para un caso de permeabilidad exponencial:

$$\bar{p}_{wD} = \frac{\delta\pi}{u\sqrt{u}} \left[\frac{I_1 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{\ln(\xi)} \right) K_0 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{\ln(\xi)} \sqrt{\frac{u}{k_D^*}} \right) + I_0 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{\ln(\xi)} \sqrt{\frac{u}{k_D^*}} \right) K_1 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{\ln(\xi)} \right)}{I_0 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{\ln(\xi)} \right) K_0 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{\ln(\xi)} \sqrt{\frac{u}{k_D^*}} \right) - I_1 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{\ln(\xi)} \sqrt{\frac{u}{k_D^*}} \right) K_1 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{\ln(\xi)} \right)} \right] \quad (11)$$

(If $k^*D < 1$, $\delta = -1$ and $\xi = 1/k^*D$; if $k^*D > 1$, $\delta = 1$ and $\xi = k^*D$)

Solución de la presión correspondiente a un caso de permeabilidad lineal

$$\bar{p}_{wD} = \frac{\delta\pi}{u\sqrt{u}} \left[\frac{I_1 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{K_D^* u}}{|K_D^* - 1|} \right) K_0 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{|K_D^* - 1|} \right) + I_0 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{|K_D^* - 1|} \right) K_1 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{K_D^* u}}{|K_D^* - 1|} \right)}{I_1 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{K_D^* u}}{|K_D^* - 1|} \right) K_1 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{|K_D^* - 1|} \right) - I_0 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{u}}{|K_D^* - 1|} \right) K_1 \left(\frac{2y_D^* \sqrt{K_D^* u}}{|K_D^* - 1|} \right)} \right] \quad (12)$$

(If $k^*D < 1$, $\delta = -1$; if $k^*D > 1$, $\delta = 1$)

Para caso de permeabilidad uniforme ($k^*D = 1$)

$$\bar{p}_{wD} = \frac{\pi}{u\sqrt{u}} \coth(y_D^* \sqrt{u}) \quad (13)$$

Solución para presión de fondo de pozo constante.

Para el desarrollo del proyecto se va a utilizar la solución del modelo matemático para una presión de fondo fluyendo constante, la cual parte de utilizar como condición de frontera interna:

$$P_{cpD}(y_D = 0, t_D) = 1 \quad (14)$$

Donde p_{cpD} es la pseudopresión adimensional o presión

-Pseudopresión para un pozo de gas.

$$p_{cpD} = \frac{m(p_i) - m[p(y, t)]}{m(p_i) - m(p_{wf})} \quad (15)$$

-Pseudopresión para un pozo de petróleo.

$$p_{cpD} = \frac{p_i - p(y, t)}{p_i - p_{wf}} \quad (16)$$

Usando el teorema de convolución (Van Everdingen and Hurst 1949), la tasa de producción adimensional es:

$$\bar{q}_{wD} = \frac{1}{u^2 \bar{p}_{wD}} \quad (17)$$

Donde \bar{q}_{wD} es la transformada de Laplace de la tasa de producción (a presión de fondo de pozo constante) y \bar{p}_{wD} es la presión de fondo de pozo (solución a tasa constante, ecuaciones 13-15).

Las definiciones del inverso de la tasa de producción y su derivada en forma adimensional y en unidades de campo son:

- Recíproco de caudal adimensional para pozos de gas

$$\frac{1}{q_{wD}} = \frac{n_f k^0 h [m(P_i) - m(P_{wf})]}{1424T} \frac{1}{q_g} \quad (18)$$

- Derivada del recíproco del caudal adimensional para pozos de gas

$$[t_D * (1/q_D)]' = \frac{n_f k h [\Delta m(P)]}{1424T} [t * (1/q)]' \quad (19)$$

- Recíproco de caudal adimensional para pozos de petróleo

$$\frac{1}{q_{wD}} = \frac{n_f k^0 h (P_i - P_{wf})}{141.2 B \mu} \frac{1}{q_0} \quad (20)$$

- Derivada del recíproco del caudal adimensional para pozos de aceite:

$$t_D^* (1/q)'_D = \frac{kh(P_i - P_{wf})}{141.2 \mu B} (t^* (1/q)') \quad (21)$$

Basándose en el concepto de volúmen de yacimiento estimulado, la longitud de la fractura hidráulica ($2x_f$) es igual a la extensión lateral del volumen estimulada es decir:

$$2x_f = x_e \quad (22)$$

3.3. Flujos característicos

Los flujos característicos que se presentan en el comportamiento de los modelos en que puede variar la permeabilidad en pozos hidráulicamente fracturados de yacimientos no convencionales se muestran en la Figura 14, en tiempos tempranos se observa un flujo lineal, seguido de un régimen de flujo parcialmente denominado como multilineal, el cual representa la transición entre el lineal y el siguiente estado pseudoestable que se denominará BDS, por tratarse de análisis de recíproco del caudal, es decir, a condiciones de presión de flujo constante.

El flujo multilineal, al representar la transición de los flujos extremos, hace posible identificar diferencias claras entre cada modelo permitiendo definir análisis propios entre cada uno de ellos.

3.3.1. Análisis del Flujo Lineal

La ocurrencia del flujo lineal está caracterizada por una pendiente de 0.5 en un gráfico log-log de la derivada del recíproco de caudal versus tiempo adimensional, y se observa en los tres modelos de estudio (lineal, exponencial y uniforme) a un tiempo corto identificado mediante la siguiente aproximación:

$$\frac{1}{q_D} = \pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{t_D} \quad (23)$$

Figura 15. Efectos de la variación de la longitud del volumen del yacimiento estimulado adimensional (y_D^*) en el flujo lineal para un caso uniforme, considerando la permeabilidad mínima adimensional constante ($k_D^*=0.15$).

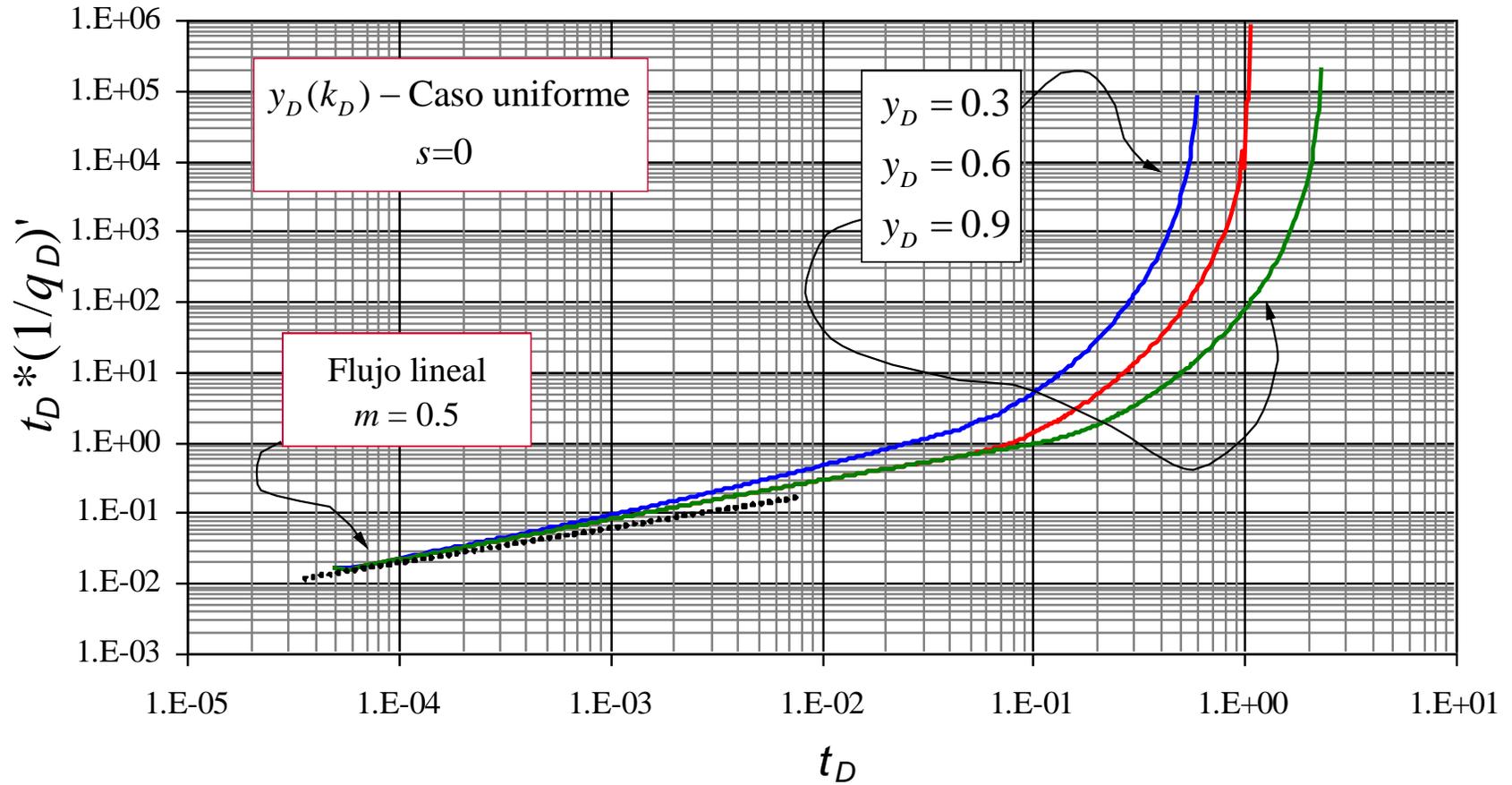


Figura 16. Efectos de la variación de la longitud del volumen del yacimiento estimulado adimensional (y_D^*) en el flujo lineal para un caso lineal, dejando la permeabilidad mínima dimensional constante ($k_D^*=0.1$).

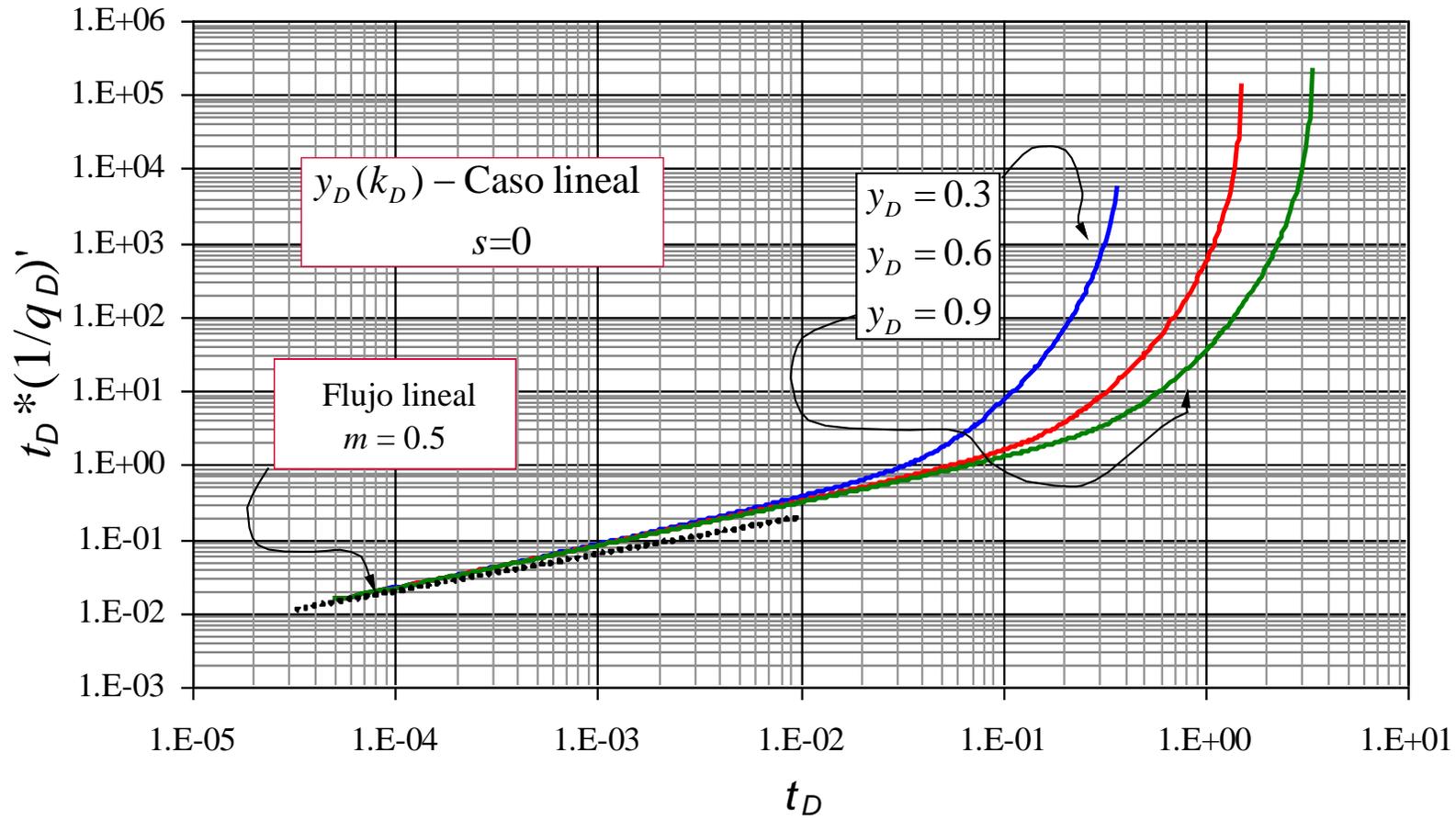
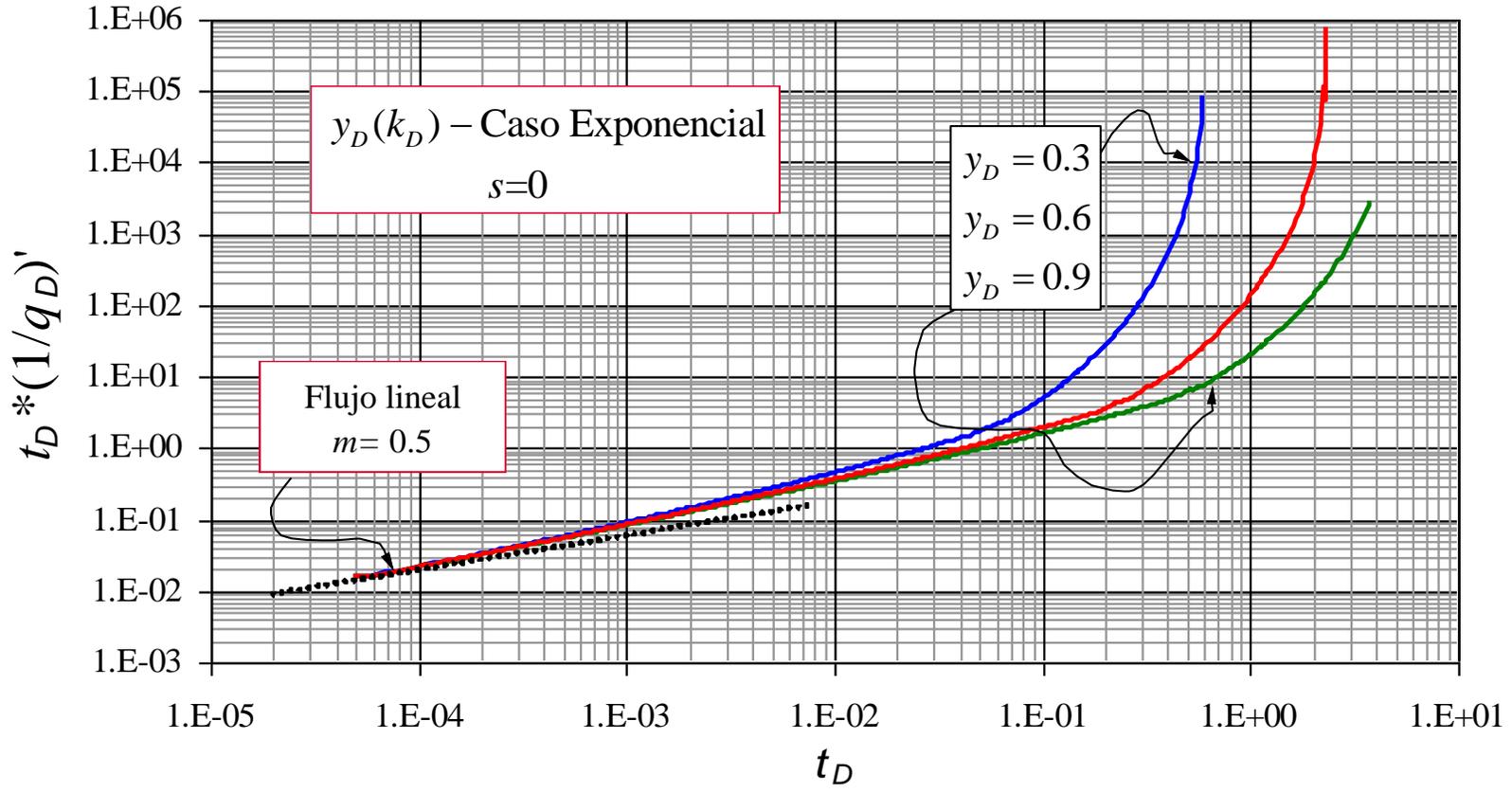


Figura 17. Efectos de la variación de la longitud del volumen del yacimiento estimulado adimensional (y_D^*) en el flujo lineal para un caso exponencial, considerando la permeabilidad mínima adimensional constante ($k_D^*=0.1$).



Este tipo de flujo se presenta en el mismo intervalo de tiempo para los diversos valores de y_D , como se observa en las Figuras 15, 16, 17 en cada uno de los tres casos, con lo cual se puede deducir que su comportamiento es independiente a la variación de la longitud adimensional del volumen del yacimiento y a la permeabilidad mínima.

Debido a esto es posible obtener una sola ecuación que gobierne el flujo lineal para los tres modelos exponencial, lineal y uniforme, de la siguiente manera:

Para pozos de gas :

Partiendo de las ecuaciones (18) y (23)

$$\frac{1}{q_{wD}} = \frac{n_f k^0 h [m(P_i) - m(P_{wf})]}{1424T} \frac{1}{q_g} \quad (24)$$

$$\frac{1}{q_{D L}} = \pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{t_{DL}} \quad (25)$$

Derivando la ecuación (23)

$$\partial \left(\frac{1}{q_D} \right)_L = \frac{1}{2} \pi^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{t_{DL}}} \quad (26)$$

Multiplicando por t_D

$$t_{DL} * \left(\frac{1}{q_D} \right)_L = \frac{1}{2} \pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{t_D} \quad (27)$$

Remplazando la ecuación (5) en la ecuación (25)

$$\frac{1}{q_{wD L}} = \pi^{3/2} \left[\frac{0.0002637k^0 t_L}{\phi \mu c_r x_e^2} \right]^{1/2} \quad (28)$$

Reemplazando la ecuación (18) en la ecuación (25)

$$\frac{n_f k^0 h [m(P_i) - m(P_{wf})]}{1424T} \frac{1}{q_g} = \pi^{3/2} \left[\frac{0.0002637k^0 t}{\phi \mu c_r x_e^2} \right]^{1/2} \quad (29)$$

Se obtiene entonces la ecuación gobernante del recíproco del caudal para el flujo lineal

$$\frac{1}{q_{g\ L}} = \frac{128.76T\sqrt{t_L}}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] x_e (k^0 \phi \mu c_i)^{1/2}} \quad (30)$$

Para la derivada se reemplaza entonces las ecuaciones (5) y (19) en la ecuación (27)

$$\frac{n_f k^0 h [m(P_i) - m(P_{wf})]}{1424T} [t_D^* (1/q_D)']_L = \frac{1}{2} \pi^{3/2} \left[\frac{0.0002637 k^0 t}{\phi \mu c_i x_e^2} \right]^{1/2} \quad (31)$$

Se obtiene la ecuación gobernante de la derivada del recíproco del caudal para el flujo lineal

$$t^* \left(\frac{1}{q_g} \right)'_L = \frac{64.38T\sqrt{t_L}}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] x_e (k^0 \phi \mu c_i)^{1/2}} \quad (32)$$

Como el flujo lineal es independiente de la permeabilidad mínima es decir en el extremo del plano principal de fractura, es posible mediante las ecuaciones (30) y/o (32) obtener la permeabilidad máxima inducida (k^0), de la siguiente manera:

$$k^0 = \frac{16579.82 t_L}{\phi \mu c_i} \left\{ \frac{T}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] x_e \frac{1}{q_{g\ L}}} \right\}^2 \quad (33)$$

$$k^0 = \frac{4144.95 t_L}{\phi \mu c_i} \left\{ \frac{T}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] x_e (t^* (1/q_g)')_L} \right\}^2 \quad (34)$$

$$x_e = \frac{64.38T\sqrt{t_L}}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] t^* \left(\frac{1}{q_g} \right)'_L (k^0 \phi \mu c_i)^{1/2}} \quad (35)$$

De la investigación realizada por Cruz-Fuentes et al. (2014) se tiene que el daño inicial se calcula mediante un punto del inverso del caudal a un nivel de estabilización del flujo a tiempo corto.

$$s_{inicial} = \frac{n_f k_{inicial}^0 h [m(P_i) - m(P_{wf})]}{1424T} \left(\frac{1}{q_{ST}} \right) \quad (36)$$

3.3.2. Análisis del Flujo Multilineal

El flujo multilineal denominado así en este trabajo por ser el régimen transitorio entre el flujo lineal y el estado pseudoestable (BDS) representa características singulares entre cada modelo (lineal, exponencial y uniforme) como lo es la pendiente que presenta en el gráfico log-log de la derivada del recíproco de caudal contra tiempo adimensional. Por ende su análisis debe hacerse de forma independiente para cada modelo.

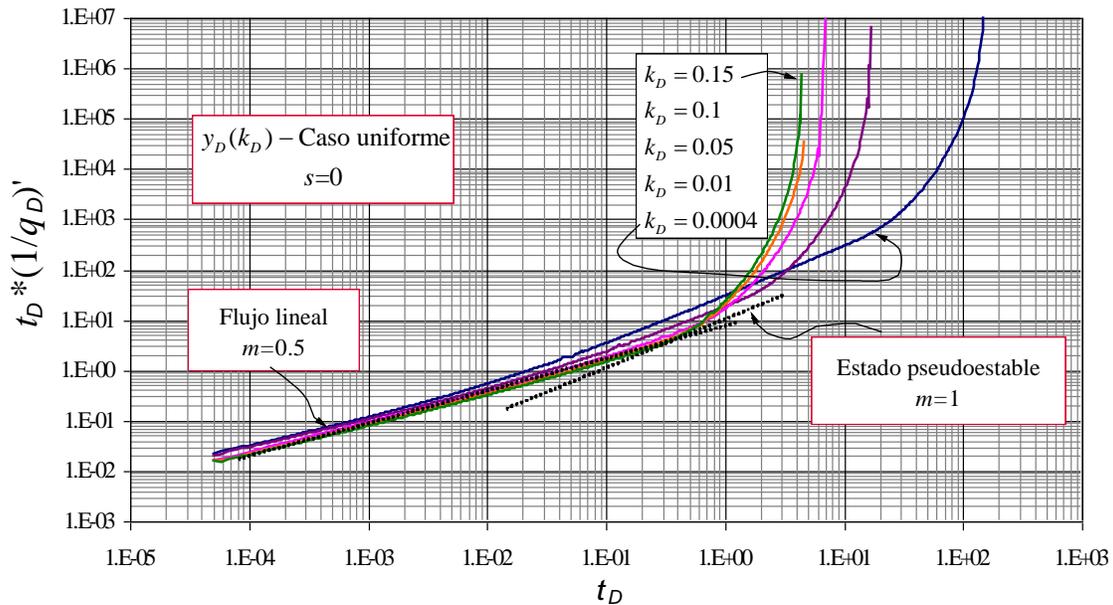
Para el análisis de este flujo se tuvo en cuenta su relación directa con (y_D), lo que indica que se utilizaron gráficas con valor de y_D constante y el más alto siendo el más representativo, pero esta vez variando la relación de permeabilidades (k_D).

3.3.2.1. Modelo Uniforme

Como es de esperarse, el comportamiento del modelo uniforme en el concepto de volumen de yacimiento estimulado, indica que el cambio de la permeabilidad a través del plano principal de fractura en el yacimiento y la extensión del mismo es nulo, por ende el régimen transitorio entre el flujo lineal y pseudoestable tampoco se hace evidente. Como se observa en la Figura.18. donde el flujo multilineal denominado así es ausente.

Es decir que en este modelo no existe ecuación propia para este régimen de flujo.

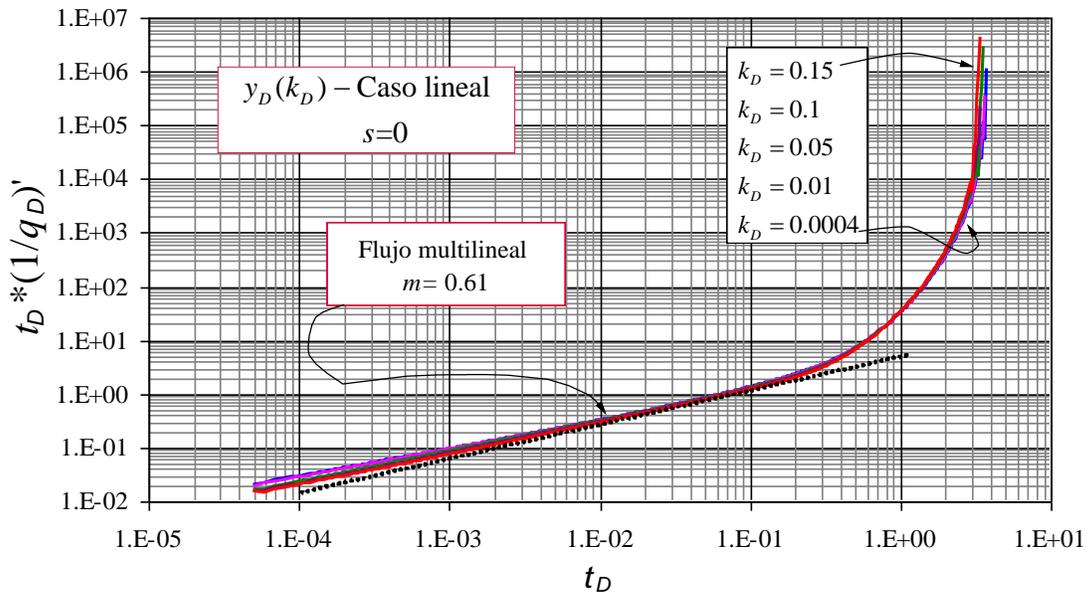
Figura 18. Ausencia del flujo multilineal para un caso uniforme, con efectos de la variación de la permeabilidad en el volumen del yacimiento estimulado (k_D^*) a y_D constante



3.3.2.2. Modelo Lineal

Para el modelo lineal se encuentra que el flujo multilíneo se presenta con una pendiente de 0.61 es decir una relación de 3.3 ciclos contra 2 en un gráfico log-log de la derivada del recíproco de caudal contra tiempo adimensional.

Figura 19. Comportamiento del flujo multilíneo en el modelo lineal, con efectos de la variación de la permeabilidad en el volumen del yacimiento estimulado (k_D^*) a y_D constante



Como se observa en la Figura 19 este ciclo es el mismo independientemente de la relación de k_D , por lo que es posible obtener la ecuación representativa de este régimen de flujo en el caso lineal basándose en la evaluación de la curva de la derivada del recíproco del caudal, usando un gráfico log-log en el tiempo más representativo del flujo, obteniéndose:

$$t_D^*(1/q_D)'_{MLL} = \frac{250}{50} (t_D)_{MLL}^{0.6135} \quad (37)$$

Dejando la ecuación en términos dimensionales, es decir reemplazando las ecuaciones (5) y (18) en (37) se tiene que:

$$\frac{n_f k_* h [m(P_i) - m(P_{wf})]}{1424T} * [t^*(1/q)'_{MLL}] = 4.8903 \left(\frac{0.0002637 k_* t_{MLL}}{\phi \mu c_{ti} x_e^2} \right)^{0.6135} \quad (38)$$

De la cual se puede calcular los siguientes parámetros:

$$k_{MLL} = \left\{ \frac{44.380384T(t)^{0.6135}}{(\phi\mu c_{ii})^{0.6135} x_e^{1.227} n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{0.3865}} \quad (39)$$

$$x_e = \left\{ \frac{44.380384T(t)^{0.6135}}{(\phi\mu c_{ii})^{0.6135} k^{0.3865} n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{1.227}} \quad (40)$$

Una vez ha sido determinada la extensión lateral del volumen del yacimiento estimulado, se calcula mediante la relación propuesta en la ecuación (22) el valor de la longitud de la fractura hidraulica (x_f).

Para el cálculo del daño s_{MLL} , primero se divide la ecuación (37) en t_D posteriormente se integra la ecuación:

$$(1/q)_{MLL} = 7.971149(t_D)_{MLL}^{0.6135} + s_{MLL} \quad (41)$$

Dividiendo la ecuación (28) en la ecuación (32)

$$\frac{(1/q)_{MLL}}{t^* (1/q)'_{MLL}} = \frac{7.971149(t_D)_{MLL}^{0.6135}}{4.8903(t_D)_{MLL}^{0.6135}} + \frac{s_{MLL}}{4.8903(t_D)_{MLL}^{0.6135}} \quad (42)$$

Se tiene entonces la ecuación del daño multilineal para un modelo lineal adimensional

$$s_{MLL} = 4.8903(t_D)_{MLL}^{0.6135} \left[\frac{(1/q_D)_{MLL}}{t_D^* (1/q_D)'_{MLL}} - 1.629991 \right] \quad (43)$$

Para el cálculo del daño s_{MLL} en términos dimensionales se reemplaza las ecuaciones (5) (18) y (19) en la ecuación (43)

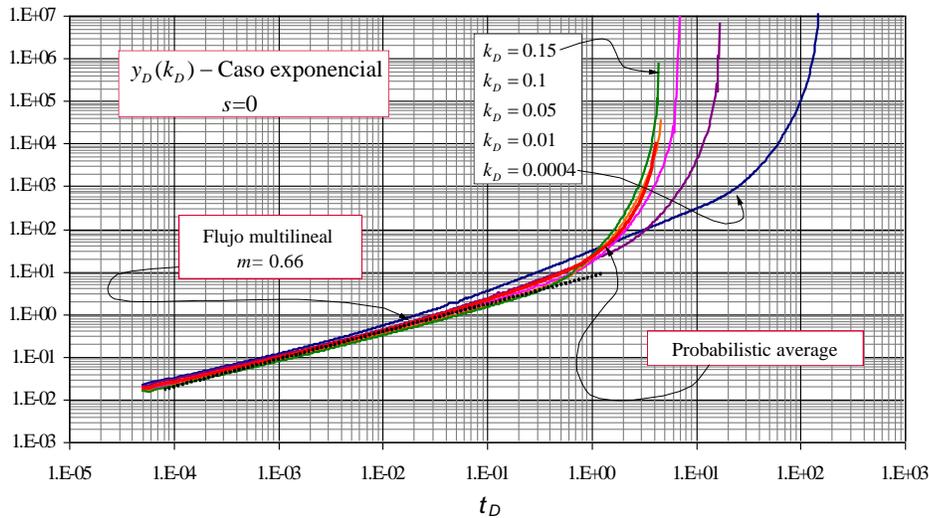
$$s_{MLL} = 0.03117 \left(\frac{kt_{MLL}}{\phi\mu c_i x_e^2} \right)^{0.6135} \left[\frac{(1/q)_{MLL}}{t^* (1/q)'_{MLL}} - 1.629991 \right] \quad (44)$$

3.3.2.3. Modelo Exponencial

Para el modelo exponencial se encuentra que el flujo multilínea presenta con una pendiente de 0.66 es decir una relación de 3 ciclos contra 2 en un gráfico log-log de la derivada del recíproco de caudal contra tiempo adimensional diferenciándose de esta manera del modelo lineal.

Como se ilustra en la Figura 20 este régimen de flujo no presenta uniformidad en la relación con k_D , por ende antes de obtener una ecuación característica se ajustaron los valores a un comportamiento más homogéneo y representativo, por tal razón se trazó un promedio probabilístico de los valores de permeabilidad, con el fin de observar más claramente el régimen de flujo y por tal obtener de esta manera una ecuación más representativa.

Figura 20. Comportamiento del flujo multilínea en un caso exponencial, con efectos de la variación de la permeabilidad en el volumen del yacimiento estimulado (k_D) a y_D constante



Basándose en la evaluación de la curva de la derivada del recíproco del caudal, usando un gráfico log-log en el tiempo más representativo del flujo multilínea, se encuentra que:

$$t_D * (1/q_D)'_{MLE} = \frac{405}{50} (t_D)_{MLE}^{0.6612} \quad (45)$$

Dejando la ecuación en términos dimensionales, se reemplaza las ecuaciones (5) y (18) en la ecuación (45) se tiene que:

$$\frac{n_f kh [m(P_i) - m(P_{wf})]}{1424T} * [t^* (1/q)'_{MLL}] = 8.1083 \left(\frac{0.0002637 kt_{MLL}}{\phi \mu c_{ii} x_e^2} \right)^{0.6612} \quad (46)$$

Ya teniendo la ecuación dimensional se puede calcular los siguientes parámetros k y/o x_e :

$$k_{MLL} = \left\{ \frac{49.66812320T(t)^{0.6612}}{(\phi\mu c_{it}x)^{0.6612} x_e^{1.3224} n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{0.3388}} \quad (47)$$

$$x_e = \left\{ \frac{49.66812320T(t)^{0.6612}}{(\phi\mu c_{it}x)^{0.6612} k^{0.3388} n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{1.3224}} \quad (48)$$

Para el cálculo del daño s_{MLE} se integra la ecuación (45):

$$(1/q)_{MLE} = 12.263007(t_D)_{MLE}^{0.6612} + s_{MLE} \quad (49)$$

Dividiendo la ecuación (49) en la ecuación (45) se tiene:

$$\frac{(1/q)_{MLE}}{t^* (1/q)'_{MLE}} = \frac{12.263007(t_D)_{MLE}^{0.6612}}{8.1083(t_D)_{MLE}^{0.6612}} + \frac{s_{MLE}}{8.1083(t_D)_{MLE}^{0.6612}} \quad (50)$$

De esta manera se tiene entonces la ecuación del daño multilineal para un modelo lineal adimensional:

$$s_{MLE} = 8.1083(t_D)_{MLE}^{0.6612} \left[\frac{(1/q_D)_{MLE}}{t_D^* (1/q_D)'_{MLE}} - 1.512402 \right] \quad (51)$$

Para el cálculo del daño s_{MLE} en términos dimensionales se reemplaza las ecuaciones (5) (18) y (19) en (51):

$$s_{MLE} = 0.03488 \left(\frac{kt_{MLE}}{\phi\mu c_{it} x_e^2} \right)^{0.6612} \left[\frac{(1/q)_{MLE}}{t^* (1/q)'_{MLE}} - 1.512402 \right] \quad (52)$$

3.3.3. Análisis de Estado Pseudoestable

Este estado se representa con una pendiente unitaria en el gráfico log-log de la derivada del recíproco del caudal en función de tiempo adimensional en cada caso (lineal, exponencial y uniforme), y representa un flujo importante debido a que permite calcular la longitud de fractura sin utilizar el valor de permeabilidad.

Para la determinación de las ecuaciones correspondientes que gobiernan el estado pseudoestable, fue necesario partir del gráfico logarítmico de $t_{DA}^*(1/q_D)$ vs t_{DA} generado a partir de una permeabilidad adimensional constante ($k_D=cte$) y una variación de longitud del yacimiento adimensional (y_D), con valores de 0.3-0.6 y 0.9, para cada uno de los casos de permeabilidad inducida.

Con el fin de obtener un comportamiento uniforme en cada uno de los casos de permeabilidad, y hacer que la variación del y_D fuera independiente al comportamiento de la permeabilidad inducida y de su respectivo caso, se realizó un ajuste en la derivada, dividiéndola entre la longitud del volumen del yacimiento estimulado adimensional para cada caso respectivamente y se graficó con respecto al tiempo adimensional en función del área (t_{DA}).

$$t_{DA} = \frac{t_D}{y_D^2} \quad (53)$$

Una vez se ajustó cada caso a un comportamiento uniforme, se leyó el punto tangente a la recta con pendiente unitaria de cada uno de los modelos, para que así, mediante la ecuación de la recta en un espacio logarítmico fuera posible determinar el intercepto.

Teniendo en cuenta que la ecuación que describe el comportamiento del estado de pseudoestable es correspondiente a la ecuación de una línea recta:

$$y = mx + b \quad (54)$$

Se reemplaza entonces las variables adimensionales correspondientes a cada uno de los ejes:

$$\left[\frac{t^*(1/q_D)'}{y_D} \right] = m(t_{DA}) + b \quad (55)$$

Ubicando logaritmo a los dos miembros de la ecuación:

$$\log \left[\frac{t^*(1/q_D)'}{y_D} \right] = \log(mt_{DA}) + \log(b) \quad (56)$$

Teniendo en cuenta que la pendiente es igual a uno ($m=1$):

$$\log(b) = \log \left[\frac{t^*(1/q_D)'}{y_D} \right] - \log(t_{DA}) \quad (57)$$

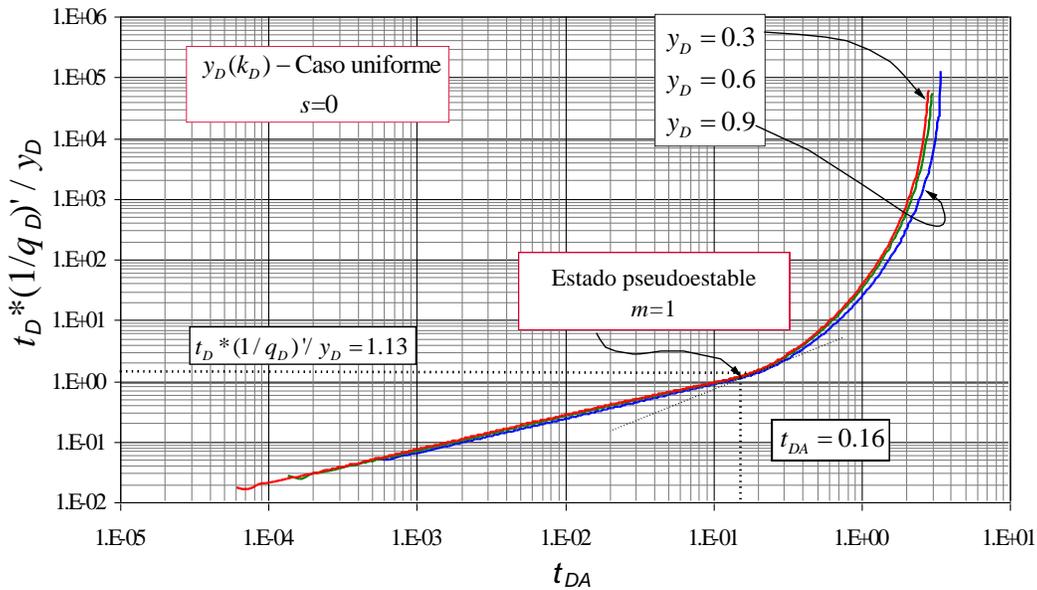
Definiendo la resta de logaritmos del punto tangente para cada caso como (a) se obtiene la ecuación general del estado pseudoestable, la cual debe ajustarse para cada modelo.

$$a = \log \left[\frac{t^*(1/q_D)'}{y_D} \right] - \log(t_{DA}) \quad (58)$$

Teniendo la ecuación (58) que describe el comportamiento de la pendiente unitaria, en cada modelo se mostrará entonces sólo el cálculo del intercepto con la ecuación final representativa para cada caso en términos adimensionales y dimensionales.

3.3.3.1. Modelo Uniforme

Figura 21. Efecto de la variación de la longitud de yacimiento estimado en el estado pseudoestable para un caso uniforme con k_D constante.



En el modelo uniforme como se observa en la Figura 21, un punto correspondiente a la pendiente unitaria que describe el estado pseudoestable:

$$a = \log[1.13] - \log[0.16] \quad (59)$$

Quitando el logaritmo a la primera parte de la ecuación (51):

$$b = 10^a$$

Se tiene:

$$b = \frac{717}{100}$$

Finalmente dejando todo en términos de π , se tiene que la ecuación del estado pseudoestable para el modelo uniforme en términos adimensional es:

$$\frac{[t^*(1/q_D)]_{PSSU}}{y_D} = \frac{57}{25} \pi \left(\frac{t_D}{y_D^2} \right)_{PSSU} \quad (60)$$

Reemplazando la ecuación (45) en la (52) se deja en términos de y_D :

$$\frac{[t^*(1/q_D)]_{PSSU}}{y_D} = \frac{57}{25} \pi \left(\frac{t_D}{y_D^2} \right)_{PSSU} \quad (61)$$

Convirtiendo a términos dimensionales, se reemplaza las ecuaciones (5), (18) y (19) en la ecuación (61):

$$\frac{n_f kh [\Delta m(P)]}{1424T} [t^*(1/q)]_{PSSU} = \frac{57}{25} \pi \frac{0.0002637 kt_{PSSU}}{\phi(\mu c_t)_i y x_e} \quad (62)$$

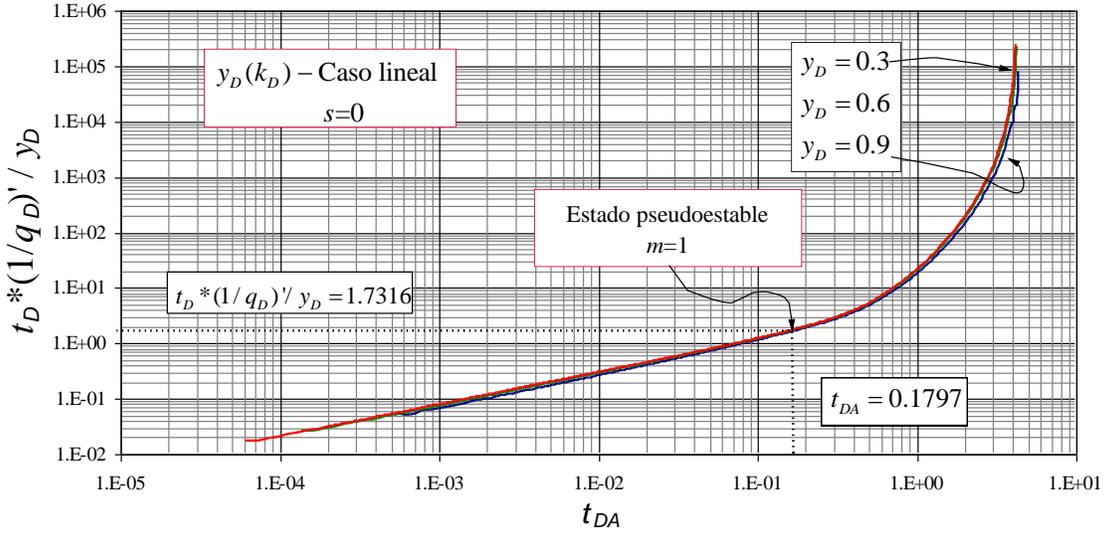
Despejando de la ecuación anterior el valor de x_e se tiene:

$$x_e = \frac{\frac{57}{25} \pi * 0.0002637 * 1424 * T}{n_f \phi h(\mu c_t)_i y [m(P_i) - m(P_{pwf})]} \frac{t_{PSSU}}{[t^*(1/q)]_{PSSU}} \quad (63)$$

3.3.3.2. Modelo Lineal

Para el modelo lineal se tomó un punto representativo del estado pseudoestable, que representa la pendiente unitaria. Este punto como se muestra en la Figura 22 fue usado para el calculo del intercepto para este modelo.

Figura 22. Comportamiento del estado pseudoestable en el modelo lineal con k_D constante y con efecto de la variación de la longitud de yacimiento estimulado



Partiendo de la ecuación base para el desarrollo del estado pseudoestable se tiene que :

$$a = \log[1.7316] - \log[0.1797] \quad (64)$$

Quitando el logaritmo a la primera parte de la ecuación:

$$b = 10^a$$

Se tiene:

$$b = 9.6311$$

Y finalmente si se deja todo en términos de π la ecuación gobernante del estado pseudoestable en el modelo lineal en términos adimensionales es:

$$\frac{[t_D^*(1/q_D)']_{PSSL}}{y_D} = \frac{153}{50} \pi(t_{DA})_{PSSL} \quad (65)$$

Reemplazando la ecuación (53) en la (65) se deja en términos de y_D :

$$\frac{[t_D^*(1/q_D)']_{PSSL}}{y_D} = \frac{153}{100} \pi\left(\frac{t_D}{y_D^2}\right)_{PSSL} \quad (66)$$

Convirtiendo a términos dimensionales, se reemplaza las ecuaciones (5) y (19) en la ecuación (66):

$$\frac{n_f kh [\Delta m(P)]}{1424T} [t^*(1/q)]'_{PSSL} = \frac{153}{100} \pi \frac{0.0002637 kt_{PSSL}}{\phi(\mu c_t)_i y x_e} \quad (67)$$

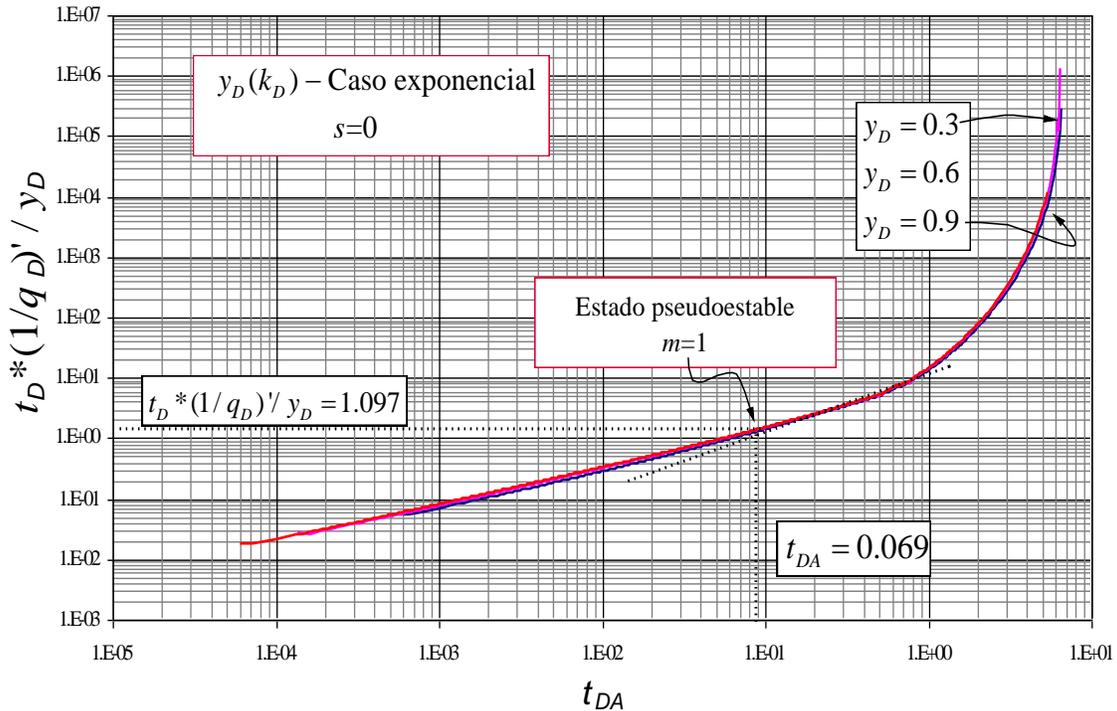
Entonces se puede obtener el valor de x_e

$$x_e = \frac{\frac{153}{100} \pi * 0.0002637 * 1424 * T}{n_f h \phi(\mu c_t)_i y [m(P_i) - m(P_{pwf})]} \frac{t_{PSSL}}{[t^*(1/q)]'_{PSSL}} \quad (68)$$

3.3.3.3. Modelo Exponencial

En el modelo exponencial Figura 23, se observa el punto correspondiente a la pendiente unitaria que describe el estado pseudoestable.

Figura 23. Efecto de la variación de la longitud de yacimiento estimulado y_D para un modelo exponencial con k_D constante.



Partiendo de la ecuación base para el desarrollo del estado pseudoestable se tiene que:

$$a = \log[1.097] - \log[0.069] \quad (69)$$

Quitando el logaritmo a la primera parte de la ecuación:

$$b = 10^a$$

Se tiene:

$$b = 15.8644$$

Y finalmente dejando todo en términos de π la ecuación gobernante del estado pseudoestable en el modelo lineal en términos adimensionales es:

$$\frac{[t_D^*(1/q_D)']_{PSSE}}{y_D} = \frac{101}{20} \pi \left(\frac{t_D}{y_D^2} \right)_{PSSE} \quad (70)$$

Reemplazando la ecuación (53) en la (70) se deja en términos de y_D :

$$\frac{[t_D^*(1/q_D)']_{PSSE}}{y_D} = \frac{101}{20} \pi \left(\frac{t_D}{y_D^2} \right)_{PSSL} \quad (71)$$

Convirtiendo a términos dimensionales, se reemplaza las ecuaciones (5) y (19) en la ecuación (71):

$$\frac{n_f kh [\Delta m(P)]}{1424T} [t^*(1/q)']_{PSSE} = \frac{101}{20} \pi \frac{0.0002637kt_{PSSE}}{\phi(\mu c_t)_i y x_e} \quad (72)$$

Entonces se puede obtener el valor de x_e

$$x_e = \frac{\frac{101}{20} \pi * 0.0002637 * 1424 * T}{n_f h \phi(\mu c_t)_i y [m(P_i) - m(P_{pwf})]} \frac{t_{PSSE}}{[t^*(1/q)']_{PSSE}} \quad (73)$$

Finalmente se describe una ecuación general para el estado pseudoestable, teniendo en cuenta que la identificación del caso de permeabilidad inducida depende del valor de la constante α , tal como se muestra a continuación:

$$\frac{[t^*(1/q_D)']}{y_D} = \alpha \pi (t_{DA}) \quad (74)$$

Donde el valor de alfa (α) depende del caso:

Tabla 2. Valores de alfa para ecuación general de estado pseudoestable

Constantes para ecuación general de estado pseudoestable	
MODELO	ALPHA(α)
Exponencial	101/20
Lineal	153/100
Uniforme	57/25

3.3.4. Puntos de Intersección

Los puntos de intersección entre los regímenes de flujo para cada uno de los casos de variación de permeabilidad inducida, permite obtener ecuaciones adicionales para el cálculo de los parámetros de permeabilidad (k) y extensión lateral del yacimiento x_e que está relacionado directamente con x_f , esto se hace con el fin de establecer comparaciones en el valor que se obtendrían si dichos parámetros fueran calculados por las ecuaciones del flujo independiente. En la Figura 24 se observa los puntos de intersección principales entre los regímenes de flujo correspondientes.

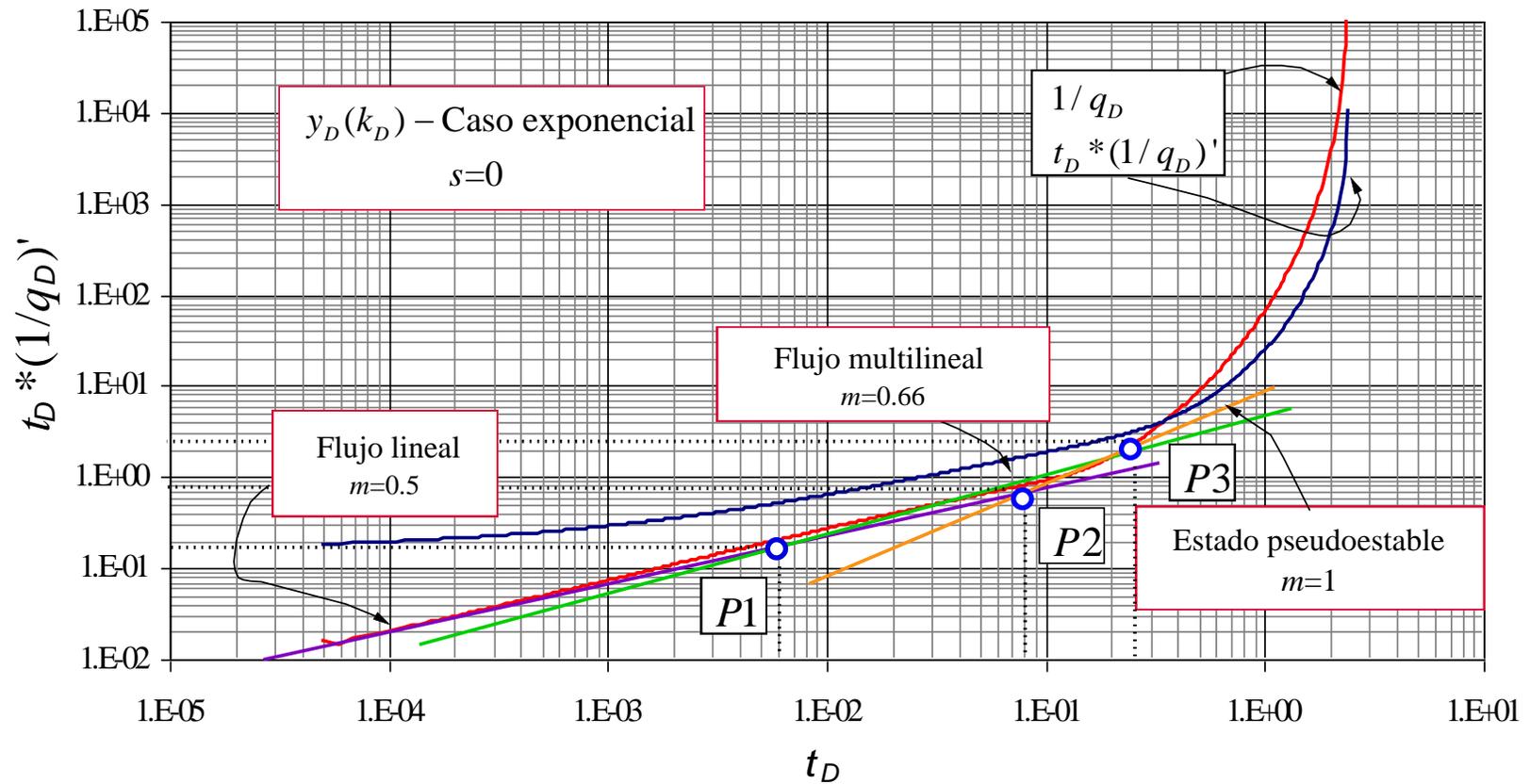
Estos puntos son los que se presentan en cada modelo (uniforme, lineal y exponencial) entre los flujos principales:

- Pseudoestable - lineal
- Pseudoestable – multilineal

El punto de intersección entre el estado pseudoestable y el lineal permiten obtener ecuación adicional para comparar el valor de la extensión lateral del yacimiento x_e y de permeabilidad k^o , es decir del máximo valor de permeabilidad inducida que se obtendría por la presencia del flujo lineal a tiempos cortos y la extensión del yacimiento.

Mientras que el punto de intersección entre el flujo multilineal y pseudoestable, daría un parámetro adicional, ya que permitiría calcular el valor de permeabilidad inducida mínima k^* .

Figura 24. Puntos de intersección característicos entre los principales régimen de flujo que se presentan en los modelos de variación de la permeabilidad utilizando el concepto de volúmen de yacimiento estimulado



3.3.4.1. Modelo Uniforme

En el modelo uniforme como se explicó con anterioridad, se presenta una ausencia del flujo multilíneo, debido a que la transición entre el flujo lineal y pseudoestable es mínima o no existe.

Lo que significa que la permeabilidad inducida durante el plano principal de fractura permanece constante $k^\circ = k^*$

Por tal razón el punto de intersección que existe entre este modelo es el del estado pseudoestable y el flujo lineal.

3.3.4.1.1. Intersección flujo lineal y pseudoestable (t_{LPSSU_i})

Igualando la ecuación general del estado pseudoestable y la ecuación del flujo lineal se tiene:

$$\frac{57}{25} \pi \left(\frac{t_D}{y_D} \right)_{LPSSU_i} = \frac{1}{2} \pi^2 \sqrt{t_{D_{LPSSU_i}}} \quad (75)$$

Reorganizando y operando la ecuación (75):

$$\sqrt{t_{D_{LPSSU_i}}} = 0.388 y_D \quad (76)$$

En términos dimensionales se reemplaza las ecuaciones (5) y la (7) en la ecuación (76):

$$\left(\frac{0.0002637 k t_{LPSSU_i}}{\phi(\mu c_t)_i x_e^2} \right)^{0.5} = 0.388 \left[\frac{y}{x_e} \right] \quad (77)$$

Reorganizando y ajustando la ecuación (77) se tiene:

$$\left(\frac{0.0002637 k t_{LPSSU_i}}{\phi(\mu c_t)_i} \right)^{0.5} = 0.388 y \quad (78)$$

Despejando la ecuación (78) finalmente se obtiene la ecuación principal para el cálculo de la permeabilidad:

$$k^\circ = \left[\frac{23.9225 y [\phi(\mu c_t)_i]^{0.5}}{t_{LPSSU_i}^{0.5}} \right]^2 \quad (79)$$

3.3.4.2. Modelo Lineal

En este modelo si se presentan los dos puntos de intersección principales para el cálculo y análisis de los parámetros objetivos del presente trabajo de grado.

3.3.4.2.1. Intersección flujo lineal y pseudoestable (t_{LPSSLi})

Igualando la ecuación del estado pseudoestable y la ecuación de flujo lineal se tiene:

$$\frac{153}{100} \pi \left(\frac{t_D}{y_D} \right)_{LPSSL_i} = \frac{1}{2} \pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{t_{D_{LPSSL_i}}} \quad (80)$$

Reorganizando y operando la ecuación (80)

$$\sqrt{t_{D_{LPSSL_i}}} = 0.28905 y_D \quad (81)$$

En términos dimensionales se reemplazan las ecuaciones (5) y (7) en la ecuación (82):

$$\left(\frac{0.0002637k^{\circ} t_{LPSSL_i}}{\phi(\mu c_i)_i x_e^2} \right)^{0.5} = 0.28905 \left(\frac{y}{x_e} \right) \quad (82)$$

Reorganizando y ajustando la ecuación (82):

$$\left(\frac{0.0002637k^{\circ} t_{LPSSL_i}}{\phi(\mu c_i)_i} \right)^{0.5} = 0.28905 y \quad (83)$$

Finalmente en terminos dimensionales se tiene la ecuación para el calculo de la permeabilidad:

$$k^{\circ} = \left[\frac{17.7999 y [\phi(\mu c_i)_i]^{0.5}}{t_{LPSSL_i}^{0.5}} \right]^2 \quad (84)$$

3.3.4.2.2. Intersección Flujo Multilineal y Pseudoestable ($t_{MLPSSLi}$)

Igualando la ecuación del estado pseudoestable y la ecuación del flujo multilineal se tiene:

$$\frac{153}{100} \pi \left(\frac{t_D}{y_D} \right)_{MLPSSL_i} = 4.8903 (t_D)_{MLPSSL_i}^{0.6135} \quad (85)$$

Reorganizando y operando la ecuación (85):

$$\left(t_{D_{MLPSSL_i}}\right)^{0.3865} = 0.5077 y_D \quad (86)$$

En términos dimensionales y teniendo en cuenta que la permeabilidad a calcular es la mínima inducida o el lumbral de permeabilidad se obtiene:

$$\left(\frac{0.0002637k^* t_{MLPSSL_i}}{\phi(\mu c_t)_i x_e^2}\right)^{0.3865} = 0.5077 \frac{y}{x_e} \quad (87)$$

Finalmente se despeja la ecuación correspondiente para el calculo de x_e y k , respectivamente:

$$x_e = \left[12.27 y \left(\frac{\phi(\mu c_t)_i}{k^* t_{MLPSSL_i}} \right)^{0.3865} \right]^{1/0.227} \quad (88)$$

$$k^* = \left[12.27 \frac{y}{x_e^{0.227}} \left(\frac{\phi(\mu c_t)_i}{t_{MLPSSL_i}} \right)^{0.3865} \right]^{1/0.3865} \quad (89)$$

3.3.4.3. Modelo Exponencial

En este modelo si se presentan los dos puntos de intersección principales para el cálculo y análisis de los parámetros k° y x_e ya que se observan los tres regímenes de flujo a evaluar.

3.3.4.3.1. Intersección Flujo Lineal y Pseudoestable (t_{LPSSe_i})

De este punto de intersección se puede reevaluar el valor de la permeabilidad máxima inducida, para lo cual se requiere igualar las ecuaciones del estado pseudoestable y del flujo lineal, se tiene que:

$$\frac{101}{20} \pi \left(\frac{t_D}{y_D} \right)_{LPSSe_i} = \frac{1}{2} \pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{t_{D_{LPSSe_i}}} \quad (90)$$

Reorganizando y operando la ecuación (90)

$$\sqrt{t_{D_{LPSSe_i}}} = 0.1755 y_D \quad (91)$$

En términos dimensionales se tiene:

$$\left(\frac{0.0002637kt_{LPSSe_i}}{\phi(\mu c_t)_i x_e^2} \right)^{0.5} = 0.1755 \left(\frac{y}{x_e} \right) \quad (92)$$

Reorganizando y ajustando se tiene :

$$\left(\frac{0.0002637kt_{LPSSU_i}}{\phi(\mu c_t)_i} \right)^{0.5} = 0.1755y \quad (93)$$

Finalmente:

$$k^\circ = \left[\frac{10.8074y [\phi(\mu c_t)_i]^{0.5}}{t_{LPSSe_i}^{0.5}} \right]^2 \quad (94)$$

3.3.4.3.2. Intersección Flujo Multilineal y Pseudoestable (t_{MLPSSe_i})

Igualando la ecuación del flujo pseudoestable y la ecuación del flujo multiliineal se tiene:

$$\frac{101}{20} \pi \left(\frac{t_D}{y_D} \right)_{MLPSSe_i} = 8.1083(t_D)_{MLPSSe_i}^{0.6612} \quad (95)$$

Reorganizando y operando la ecuación (95)

$$\left(t_{D_{MLPSSe_i}} \right)^{0.3388} = 0.5111y_D \quad (96)$$

En términos dimensionales y teniendo en cuenta que la permeabilidad a calcular es la mínima inducida o el lumbral de permeabilidad se obtiene:

$$\left(\frac{0.0002637k^* t_{MLPSSe_i}}{\phi(\mu c_t)_i x_e^2} \right)^{0.3388} = 0.5111 \frac{y}{x_e} \quad (97)$$

Finalmente se obtiene:

$$x_e = \left[8.3375y \left(\frac{\phi(\mu c_t)_i}{k^* t_{MLPSSe_i}} \right)^{0.3388} \right]^{1/0.3224} \quad (98)$$

$$k^* = \left[8.3375 \frac{y}{x_e^{0.3224}} \left(\frac{\phi(\mu c_t)_i}{t_{MLPSSe_i}} \right)^{0.3388} \right]^{1/0.3388} \quad (99)$$

4. APLICACIONES CONCEPTO DE VOLÚMEN DE YACIMIENTO ESTIMULADO

Para dar aplicabilidad a las ecuaciones obtenidas del análisis del recíproco del caudal y su derivada en cada modelo utilizando el concepto de volumen de yacimiento estimulado, se debe comprobar que el uso de las mismas se ajuste a resultados confiables, para lo cual se simularon pruebas de cada modelo utilizando los mismos datos de entrada, y de esta manera se hace el análisis de los mismos.

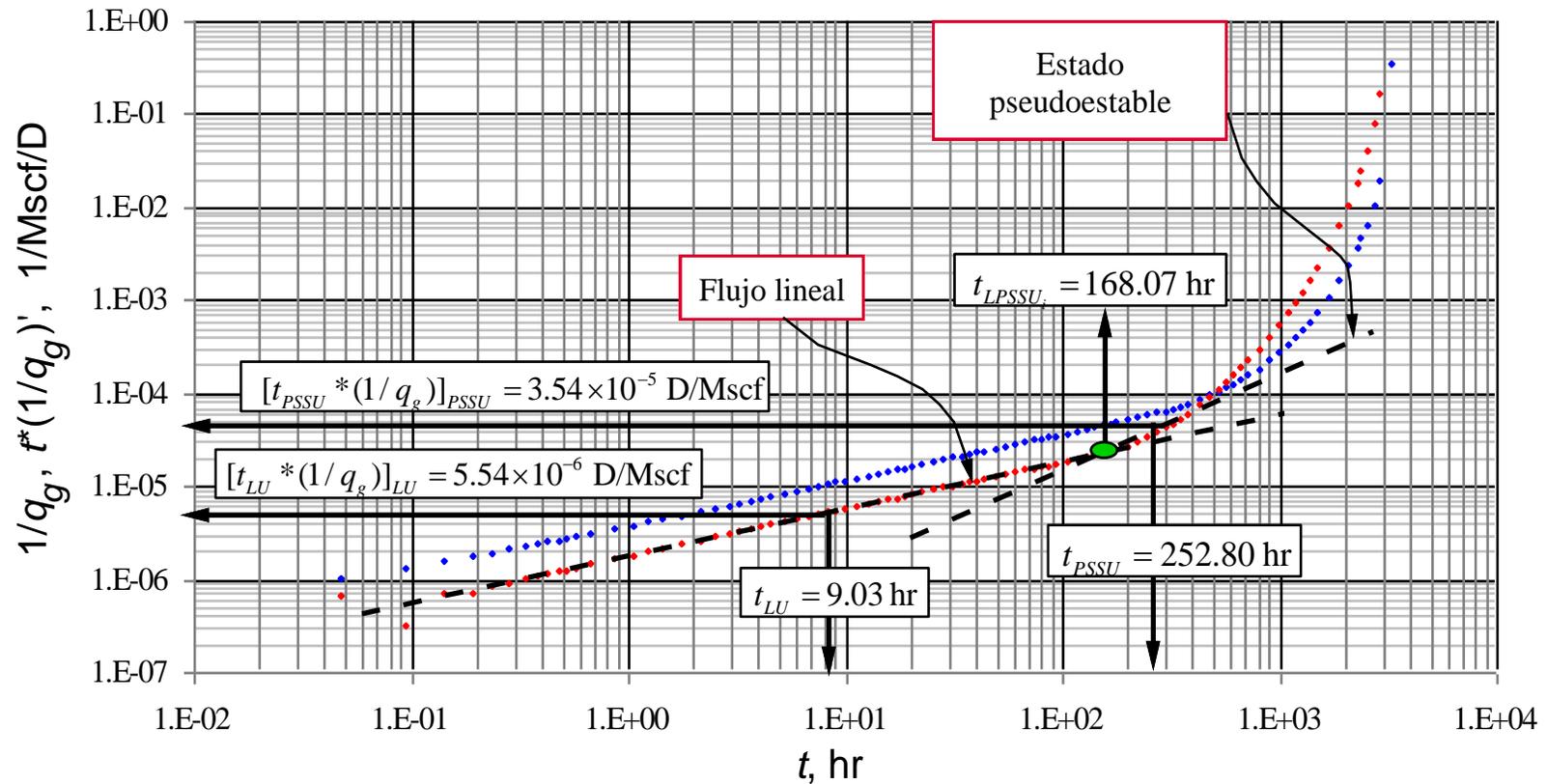
Tabla 3. Datos de entrada en los modelos simulados

TABLA DATOS DE ENTRADA DE LOS MODELOS UNIFORME-LINEAL Y EXPONENCIAL	
h (ft)	400
Φ (fracción)	0.052
C_{ti} , psi ⁻¹	1.85 x10 ⁻⁴
B_{gi} , RB(Mscf)	0.916
μ , cp	0.018
P_i , psia	3115
P_{wf} , psia	500
$m(P_i)$,psi ² /cp	5.15x10 ⁸
$m(P_{wf})$,psi ² /cp	2.08x10 ⁷
T , °R	633.5
x_e , ft	600
y , ft	300
No stages	2
VALORES REALES PARA COMPARAR	
k , (md)	0.05
x_f (ft)	300

4.1. Ejemplo modelo uniforme

Para la simulación del modelo se generó data sintética teniendo en cuenta la información suministrada en la Tabla 3. Con la cual se generó la gráfica representativa del modelo, Figura 25, donde se observa la curva característica del recíproco del caudal y su derivada, para la aplicación de las ecuaciones gobernantes del modelo.

Figura 25. Gráfico log-log del recíproco del caudal y su derivada del ejemplo del modelo uniforme de la variación de la permeabilidad en yacimientos no convencionales usando el concepto de permeabilidad inducida



Para aplicar las ecuaciones gobernantes de cada flujo en este modelo se debe extraer de la Figura 25, los puntos característicos de cada uno para que sean reemplazados en las ecuaciones según sea necesario.

Tabla 4. Puntos característicos de los flujos característicos del modelo uniforme, tomados de la Figura 25

Régimen	Tiempo (hr)	(1/q _g)1/Mscf/día	[t*(1/q _g)'] 1/Mscf/día
Flujo Lineal	9.030323549	1.1134x10 ⁻⁵	5.5375 x10 ⁻⁶
Estado Pseudoestable	252.80178	5.9819x10 ⁻⁵	3.5429 x10 ⁻⁵
Intesección flujo lineal y estado pseudoestable (t _{LPSSU} i)	168.0774881	4.79289x10 ⁻⁵	2.44718 x10 ⁻⁵

Utilizando las ecuaciones gobernantes del modelo uniforme se tiene:

- Flujo Lineal

Para el cálculo de la permeabilidad se utiliza la ecuación 34

$$k^{\circ} = \frac{4144.95 t_L}{\phi \mu c_i} \left\{ \frac{T}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] x_e \left(t^* \left(\frac{1}{q_g} \right)' \right)_L} \right\}^2$$

Con los datos leídos de la Figura 25 (Tabla 4) y la información suministrada de la tabla de datos 3, se reemplaza en la ecuación 34, se obtiene:

$$k^{\circ} = \frac{4144.95 (9.039323549 \text{ hr})_{LU}}{(0.052) (0.018 \text{ cp}) (1.85 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1})} \left\{ \frac{633.5 \text{ }^{\circ}\text{R}}{(2)(400\text{ft})[(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7)] \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}} (600 \text{ ft})(5.53746 \times 10^{-6} \frac{\text{dia}}{\text{Mscf}})} \right\}^2$$

$$k^{\circ} = 0.0502725 \text{ md}$$

De igual forma, con el flujo lineal, la ecuación 35, los datos de la Tabla 3 y el mismo punto se puede calcular x_e obteniendo:

$$x_e = \frac{64.38 T \sqrt{t_L}}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] t^* \left(\frac{1}{q_g} \right)'_L (k^{\circ} \phi \mu c_i)^{1/2}}$$

$$x_e = \frac{64.38 (633.5 \text{ } ^\circ\text{R}) \sqrt{9.030323549 \text{ hr}}}{2 (400\text{ft}) \left[(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7) \right] \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}} (5.53746 \times 10^{-6} \frac{\text{dia}}{\text{Mscf}}) (0.05 \text{ md} (0.052) (0.018 \text{ cp}) (1.85 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{psi}}))^{1/2}}$$

$$x_e = 601.6210 \text{ ft}$$

De la cual mediante la ecuación 22 se calcula la longitud de fractura x_f :

$$x_f = \frac{x_e}{2}$$

$$x_f = \frac{601.6210 \text{ ft}}{2}$$

$$x_f = 300.8105 \text{ ft}$$

Con la ecuación propuesta por Cruz-Fuentes et al. (2014) se tiene que el daño inicial se calcula mediante un punto del inverso del caudal a un nivel de estabilización del flujo a tiempo corto utilizando la ecuación 36

$$s_{inicial} = \frac{n_f k_{inicial}^{\circ} h \left[m(P_i) - m(P_{wf}) \right]}{1424T} \left(\frac{1}{q_{ST}} \right)$$

$$s_{inicial} = \frac{(2)(0.05)(400) \left[(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7) \right]}{1424(633.5)} (1.1134 \times 10^{-5})$$

$$s_{inicial} = 0.244$$

- Estado Pseudoestable

Utilizando la ecuación 63 del estado pseudoestable para el modelo lineal, se puede calcular la longitud de yacimiento, sin tener en cuenta el valor de la permeabilidad.

$$x_e = \frac{2.2813\pi * 0.0002637 * 1424 * T}{n_f \phi h (\mu c_i)_i y \left[m(P_i) - m(P_{pwf}) \right]} \frac{t_{PSSU}}{\left[t^* (1/q) \right]_{PSSU}}$$

Reemplazando los valores de la Tabla 3 y el punto leído del estado pseudoestable de la Tabla 4, se obtiene:

$$x_e = \frac{2.2813\pi * 0.0002637 * 1424 * 633.5 \text{ } ^\circ \text{ R}}{2 (0.052) (400 \text{ ft}) (0.018 \text{ cp}) (1.85 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{psi}}) (300 \text{ ft}) [(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7)] \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}} (3.5429 \times 10^{-5}) \frac{\text{dia}}{\text{Mscf}}} \frac{252.80178 \text{ hr}}{}$$

$$x_e = 592.3231201 \text{ ft}$$

La ecuación 22 permite calcular el valor de longitud de fractura (x_f):

$$x_f = \frac{x_e}{2}$$

$$x_f = \frac{592.3231201}{2} \text{ ft}$$

$$x_f = 296.1616 \text{ ft}$$

- Puntos de Intersección

Los puntos de intersección brindan ecuaciones adicionales que permiten confirmar los resultados obtenidos anteriormente.

Intersección flujo lineal y pseudoestable (t_{LPSSU_i})

En el modelo lineal solo se presentan el flujo lineal y el estado pseudoestable, y su punto de intersección permite el cálculo de k° con la ecuación (79)

$$k^\circ = \left[\frac{23.9225 y [\phi(\mu c_t)_i]^{0.5}}{t_{LPSSU_i}^{0.5}} \right]^2$$

Se reemplaza los valores para el caso simulado, pero teniendo en cuenta el valor del tiempo de intersección que se muestra en la Tabla 4, entre estos dos régimen de flujo, se tiene:

$$k^\circ = \left[\frac{23.9225(300) [(0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4})]_i^{0.5}}{(168.077488)^{0.5}} \right]^2$$

$$k^\circ = 0.053 \text{ md}$$

En la Tabla 5, se encontrará los resultados obtenidos en este modelo, mediante las ecuaciones de cada flujo que se presenta en el comportamiento de estos datos:

Tabla 5. Resultados ecuaciones del modelo uniforme

N° de ecuación	Régimen de Flujo	k^* (md)	x_f (ft)
26-27	Lineal	0.0502725	300.8105
54	Pseudoestable		296.1616
70	Interceptos t_{LPSSUi}	0.053	

4.2. Ejemplo modelo lineal

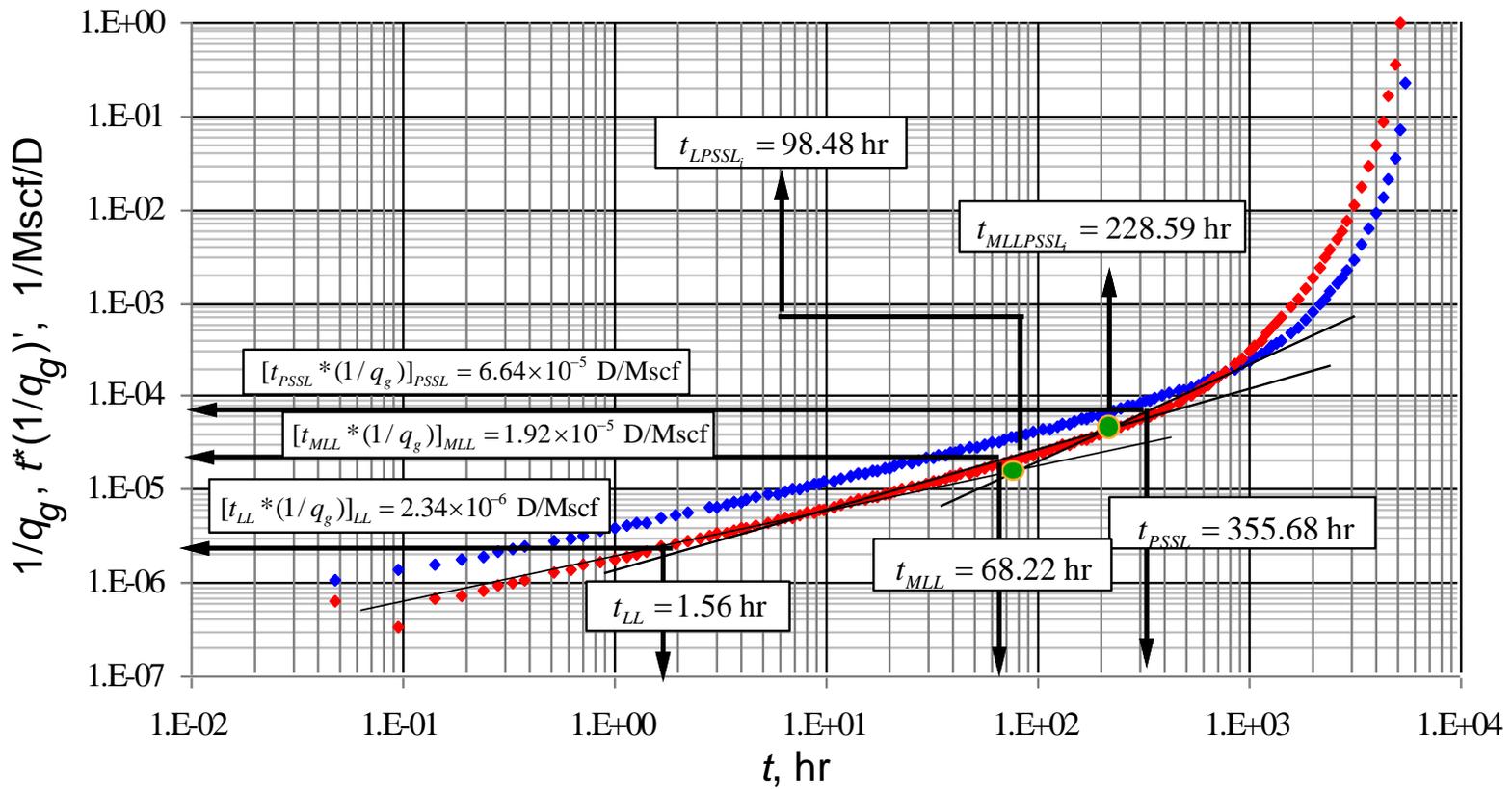
Para desarrollar el ejemplo en este modelo se utilizó la misma data de entrada de la Tabla 3, y posteriormente se aplicó las ecuaciones que gobiernan los flujos que en este modelo se presentan Figura 26 y de esta forma comprobar su veracidad.

Para aplicar las ecuaciones gobernantes de cada flujo en este modelo se debe extraer de la Figura 26, los puntos característicos de cada uno, en cualquier valor donde el flujo se vea representado para que sean reemplazados en las ecuaciones según sea necesario.

Tabla 6. Puntos característicos de los flujos característicos del modelo lineal, tomados de la Figura 26

Régimen de Flujo	Tiempo (hr)	$(1/q_g)1/Mscf/día$	$[t^*(1/q_g)^2] /Mscf/día$
Lineal	1.56021297	4.74685×10^{-6}	2.34379×10^{-6}
Multilineal	68.22385802	3.41612×10^{-5}	1.92435×10^{-5}
Pseudoestable	355.6812778	9.44737×10^{-5}	6.64326×10^{-5}
Intesección Flujo Lineal y el estado Pseudoestable (t_{LPSSLi})	98.48253379	4.213×10^{-5}	2.44263×10^{-5}
Intesección Flujo Multilineal y el estado Pseudoestable ($t_{MLLPSSLi}$)	228.5948396	7.02557×10^{-5}	4.5122×10^{-5}

Figura 26 .Gráfico log-log del recíproco del caudal y su derivada del ejemplo del modelo lineal de la variación de la permeabilidad en yacimientos no convencionales usando el concepto de permeabilidad inducida



Utilizando las ecuaciones gobernantes del modelo lineal se tiene:

- Flujo Lineal

Para utilizar la ecuación (34) y (35) propias de este régimen de flujo se leyó un punto de derivada y tiempo durante este flujo como se indica en la Figura 26 y se muestra en la Tabla 6.

Utilizando la ecuación (34):

$$k^0 = \frac{4144.95 t_L}{\phi \mu c_i} \left\{ \frac{T}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] x_e \left(t^* \left(\frac{1}{q_g} \right)' \right)_L} \right\}^2$$

Reemplazando los valores de la Tabla 3 y el punto leído en el flujo lineal, se tiene:

$$k^0 = \frac{4144.95 (1.56021297 \text{ hr})_{LL}}{(0.052) (0.018 \text{ cp}) (1.85 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{psi}})} \left\{ \frac{633.5 \text{ }^\circ \text{R}}{(2) (400 \text{ ft}) [(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7)] \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}} (600 \text{ ft}) (2.3438 \times 10^{-6} \frac{\text{dia}}{\text{Mscf}})} \right\}^2$$

$$k^0 = 0.048486 \text{ md}$$

Ahora utilizando la ecuación (35) y reemplazando los valores se obtiene el valor de x_e

$$x_e = \frac{64.38 T \sqrt{t_L}}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] t^* \left(\frac{1}{q_g} \right)'_L (k^0 \phi \mu c_i)^{1/2}}$$

$$x_e = \frac{64.38 (633.5 \text{ }^\circ \text{R}) \sqrt{1.56021297 \text{ hr}}}{2 (400 \text{ ft}) [(5.15 \times 10^8) - (5.15 \times 10^7)] \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}} (2.3438 \times 10^{-6} \frac{\text{dia}}{\text{Mscf}}) (0.05 \text{ md}) (0.052) (0.018 \text{ cp}) (1.85 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{psi}})^{1/2}}$$

$$x_e = 590.8367 \text{ ft}$$

De la cual mediante la ecuación (22) se calcula x_f

$$x_f = \frac{x_e}{2}$$

$$x_f = \frac{590.8367 \text{ ft}}{2}$$

$$x_f = 295.4183 \text{ ft}$$

Con la ecuación propuesta por Cruz-Fuentes et al. (2014) se tiene que el daño inicial se calcula mediante un punto del inverso del caudal a un nivel de estabilización del flujo a tiempo corto utilizando la ecuación 36

$$s_{inicial} = \frac{n_f k_{inicial}^{\circ} h \left[m(P_i) - m(P_{wf}) \right] \left(\frac{1}{q_{ST}} \right)}{1424T}$$

$$s_{inicial} = \frac{(2)(0.05)(400) \left[(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7) \right] (4.74685 \times 10^{-6})}{1424(633.5)}$$

$$s_{inicial} = 0.10402$$

- Flujo Multilineal

Mediante el flujo multilineal también es posible obtener estos parámetros mediante la ecuación 39 y 40:

$$k_{MLL} = \left\{ \frac{44.380384T(t)^{0.6135}}{(\phi\mu c_{ii})^{0.6135} x_e^{1.227} n_f h \left[m(P_i) - m(P_{wf}) \right] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{0.3865}}$$

$$x_e = \left\{ \frac{44.380384T(t)^{0.6135}}{(\phi\mu c_{ii})^{0.6135} k^{0.3865} n_f h \left[m(P_i) - m(P_{wf}) \right] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{1.227}}$$

Reemplazando, los valores en las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$k_{MLL} = \left\{ \frac{44.380384 (633.5) (68.26823858)^{0.6135}}{((0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4}))^{0.6135} 600^{1.227} (2)(400) \left[(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7) \right] [1.924 \times 10^{-5}]} \right\}^{\frac{1}{0.3865}}$$

$$k_{MLL} = 0.034076 \text{ md}$$

$$x_e = \left\{ \frac{44.380384(633.5)(68.26823858)^{0.6135}}{(((0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4}))^{0.6135} (0.05)^{0.3865} (2)(400) \left[(5.15 \times 10^8) + 8 \right] - (2.08 \times 10^7) \right] [1.924 \times 10^{-5}]} \right\}^{\frac{1}{1.227}}$$

$$x_e = 531.4013 \text{ ft}$$

De la cual mediante la ecuación 22 se calcula x_f

$$x_f = \frac{x_e}{2}$$

$$x_f = \frac{531.4013 \text{ ft}}{2}$$

$$x_f = 265.70065 \text{ ft}$$

Con este régimen de flujo también se calcula el daño utilizando la ecuación 44 y reemplazando los valores de la Tabla 3 y del punto leído en la Figura 26 para este régimen de flujo (Tabla 6):

$$s_{MLL} = 0.03117 \left(\frac{kt_{MLL}}{\phi \mu c_t x_e^2} \right)^{0.6135} \left[\frac{(1/q)}{t^*(1/q)'} - 1.629991 \right]$$

$$s_{MLL} = 0.03117 \left(\frac{(0.05)(68.26823858)}{(0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4})(600)^2} \right)^{0.6135} \left[\frac{(3.416 \times 10^{-5})}{(1.924 \times 10^{-5})} - 1.629991 \right]$$

Obteniendo un valor de:

$$s_{MLL} = 0.0528521$$

- Estado Pseudoestable

Con el estado pseudoestable, es posible también hallar la longitud del yacimiento y la longitud de fractura sin el cálculo de la permeabilidad utilizando la ecuación (68).

$$x_e = \frac{3.066\pi * 0.0002637 * 1424 * T}{n_f h \phi (\mu c_t)_i y \left[m(P_i) - m(P_{pwf}) \right]} \frac{t_{PSSL}}{\left[t^*(1/q)' \right]_{PSSL}}$$

Reemplazando los valores de la Tabla 3 y el punto leído durante este régimen de flujo como se observa en la Figura 26 y en la Tabla 6, se obtiene:

$$x_e = \frac{3.066\pi * 0.0002637 * 1424 * (633.5)}{(2)(400)(0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4})(300) \left[(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7) \right]} \frac{(355.68128)}{(6.643 \times 10^{-5})}$$

$$x_e = 597.2 \text{ ft}$$

De la cual mediante la ecuación (22) se calcula x_f

$$x_f = \frac{549.201644 \text{ ft}}{2}$$

$$x_f = 298.6 \text{ ft}$$

- Puntos de intersección:

Intesección Flujo Lineal y Estado Pseudoestable (t_{LPSSi})

Utilizando la ecuación (84) permite calcular el valor de la permeabilidad máxima inducida debido a su relación con el flujo lineal:

$$k = \left[\frac{17.7999y [\phi(\mu c_t)_i]^{0.5}}{t_{LPSSi}^{0.5}} \right]^2$$

Reemplazando los valores de la Tabla 3 el punto de intersección que se observa en la Figura 26 y fue tabulado en la Tabla 6, se obtiene:

$$k^\circ = \left[\frac{17.7999(300) [(0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4})_i]^{0.5}}{98.482534^{0.5}} \right]^2$$

Obteniendo un valor de permeabilidad máxima inducida de:

$$k^\circ = 0.05014 \text{ md}$$

Intersección Flujo Multilineal y Pseudoestable (t_{MLPSSi})

Este punto de intersección es importante porque permite calcular la permeabilidad mínima inducida o el umbral de permeabilidad, con la ecuación (89)

$$k^* = \left[12.27 \frac{y}{x_e^{0.227}} \left(\frac{\phi(\mu c_t)_i}{t_{MLPSSi}} \right)^{0.3865} \right]^{1/0.3865}$$

Reemplazando el punto de intercepto (t_{MLPSSi}) leído de la Figura 26 y los valores de la Tabla 3 se tiene:

$$k^* = \left[12.27 \frac{300}{600^{0.227}} \left(\frac{(0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4})_i}{228.59484} \right)^{0.3865} \right]^{1/0.3865}$$

$$k^* = 0.02979 \text{ md}$$

Tabla 7. Resultados ecuaciones del modelo lineal

N° de ecuación	Régimen de Flujo	k (md)	x _f (ft)
26-27	Lineal	$k^{\circ} = 0.048486$	295.4183
30-31	Multilineal	$k_{MLL} = 0.03407$	265.7065
59	Pseudoestable		298.6
75	Interceptos t_{LPSSUi}	$k^{\circ} = 0.05014$	
80	Interceptos $t_{MLLPSSUi}$	$k^* = 0.02979$	

4.3. Ejemplo modelo exponencial

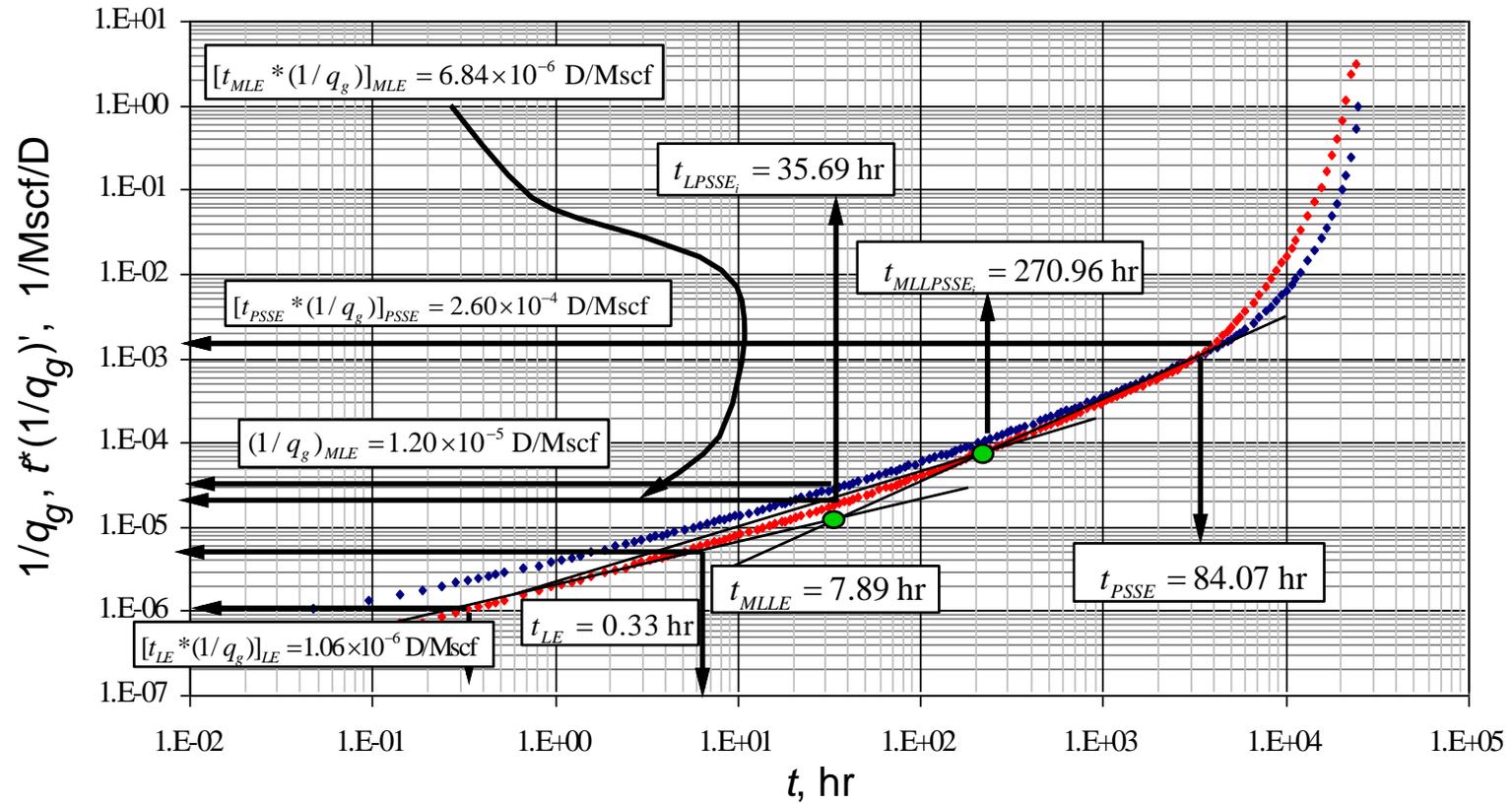
Utilizando la información sintética, generada del programa diseñado para representar la variación de la permeabilidad según cada modelo, se obtuvo de la gráfica 27, que muestra el comportamiento del recíproco del caudal y su derivada en el modelo exponencial para el caso del ejemplo de la Tabla 3.

Para aplicar las ecuaciones gobernantes de cada flujo en el modelo exponencial, se debe extraer de la Figura 27, los puntos característicos de cada régimen de flujo que se presenta para que sean reemplazados en las ecuaciones según sea necesario.

Tabla 8. Puntos característicos de los flujos propios del modelo exponencial, tomados de la Figura 27

Régimen de Flujo	Tiempo (hr)	(1/q _g) scf/día	[t*(1/q _g)'] scf/día
Lineal	0.330954266	2.3135×10^{-6}	1.06623×10^{-6}
Multilineal	7.895623208	1.20184×10^{-5}	6.85377×10^{-6}
Pseudoestable	845.8718253	3.07091×10^{-4}	2.60216×10^{-4}
Intersección Flujo Lineal y Pseudoestable (t_{LPSSLi})	35.69578157	2.97546×10^{-5}	1.89246×10^{-5}
Intersección Flujo Multilineal y Pseudoestable ($t_{MLLPSSLi}$)	270.9569857	1.22522×10^{-4}	9.79618×10^{-5}

Figura 27. Gráfico log-log del recíproco del caudal y su derivada del ejemplo del modelo exponencial de la variación de la permeabilidad en yacimientos no convencionales usando el concepto de permeabilidad inducida



- Flujo Lineal

Para utilizar la ecuación (34) y (35) propias de este régimen de flujo se leyó un punto de derivada y tiempo durante este flujo como se indica en la Figura 27.

Utilizando la ecuación (34)

$$k^0 = \frac{4144.95 t_L}{\phi \mu c_t} \left\{ \frac{T}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] x_e \left(t^* \left(\frac{1}{q_g} \right)' \right)_L} \right\}^2$$

Reemplazando los valores de la Tabla 2 y el punto leído en el flujo lineal, se tiene :

$$k^0 = \frac{4144.95 (0.330954266 \text{ hr})}{(0.052) (0.018 \text{ cp}) (1.85 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{psi}})} \left\{ \frac{633.5^\circ \text{R}}{(2) (400 \text{ ft}) [(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7)] \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}} (600 \text{ ft}) (1.06623 \times 10^{-6} \frac{\text{dia}}{\text{Mscf}})} \right\}^2$$

$$k^0 = 0.0497 \text{ md}$$

Ahora utilizando la ecuación (35) y reemplazando los valores se obtiene el valor de x_e

$$x_e = \frac{64.38 T \sqrt{t_L}}{n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] t^* \left(\frac{1}{q_g} \right)'_L (k^0 \phi \mu c_t)^{1/2}}$$

$$x_e = \frac{64.38 (633.5^\circ \text{R}) \sqrt{0.330954266 \text{ hr}}}{2 (400 \text{ ft}) [(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7)] \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}} (1.06623 \times 10^{-6} \frac{\text{dia}}{\text{Mscf}}) (0.05 \text{ md}) (0.052) (0.018 \text{ cp}) (1.85 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{psi}})^{1/2}}$$

$$x_e = 598.18 \text{ ft}$$

De la cual mediante la ecuación 22 se calcula x_f

$$x_e = \frac{x_f}{2}$$

$$x_e = \frac{598.18}{2} \text{ ft}$$

$$x_e = 299.081 \text{ ft}$$

Con la ecuación propuesta por Cruz-Fuentes et al. (2014) se tiene que el daño inicial se calcula mediante un punto del inverso del caudal a un nivel de estabilización del flujo a tiempo corto utilizando la ecuación 36

$$s_{inicial} = \frac{n_f k_{inicial}^{\circ} h [m(P_i) - m(P_{wf})]}{1424T} \left(\frac{1}{q_{ST}} \right)$$

$$s_{inicial} = \frac{(2)(0.05)(400) [(5.15 \times 10^8 - 2.08 \times 10^7)]}{1424(633.5)} (2.3135 \times 10^{-6})$$

$$s_{inicial} = 0.0507$$

- Flujo Multilineal

El flujo multilineal representa la reducción de la permeabilidad, según el tipo el modelo exponencial y se puede determinar mediante la ecuación (47)

$$k_{MLL} = \left\{ \frac{49.66812320T(t)^{0.6612}}{(\phi\mu c_{ii}x)^{0.6612} x_e^{1.3224} n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{0.3388}}$$

Reemplazando los valores de la Tabla 2 y los de la Figura 27 se obtiene :

$$k_{MLL} = \left\{ \frac{49.66812 (633.5) (7.8956232)^{0.6612}}{((0.052)(0.018) (1.85 \times 10^{-4})^{0.6612} (600)^{1.3224} (2) (400) [(5.15 \times 10^{-8}) - (2.08 \times 10^7)] [6.854 \times 10^{-6}])} \right\}^{\frac{1}{0.3388}}$$

$$k = 0.0244 \text{ md}$$

De este régimen de flujo se obtiene también el valor de x_e , utilizando la ecuación (48):

$$x_e = \left\{ \frac{49.66812320T(t)^{0.6612}}{(\phi\mu c_{ii}x)^{0.6612} k^{0.3388} n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{1.3224}}$$

Reemplazando los valores en la ecuación, se obtiene:

$$x_e = \left\{ \frac{49.66812 (633.5) (7.8956232)^{0.6612}}{((0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4})^{0.6612} (0.05)^{0.3388} (2)(400) [(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7)]) [(6.854 \times 10^{-6})]} \right\}^{\frac{1}{1.3224}}$$

$$x_e = 500.5653 \text{ ft}$$

Para el cálculo del daño s_{MLE} en términos dimensionales se utiliza la ecuación (51)

$$s_{MLE} = 0.03488 \left(\frac{kt_{MLE}}{\phi \mu c_t x_e^2} \right)^{0.6612} \left[\frac{(1/q)_{MLE}}{t^* (1/q)'_{MLE}} - 1.512402 \right]$$

Reemplazando los valores de la Tabla 3 y el punto leído en este flujo en la ecuación 51 se obtiene:

$$s_{MLE} = 0.03488 \left(\frac{(0.05)(7.8956232)}{(0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4})(600)^2} \right)^{0.6612} \left[\frac{(1.202 \times 10^{-5})}{(6.854 \times 10^{-6})} - 1.512402 \right]$$

$$s_{MLE} = 0.012$$

- Estado Pseudoestable

El estado pseudoestable permite calcular la longitud de fractura a partir del x_e sin utilizar el valor de la permeabilidad como dato de entrada.

Entonces se puede obtener el valor de x_e mediante la ecuación (64)

$$x_e = \frac{5.049 \pi * 0.0002637 * 1424 * T}{n_f h \phi (\mu c_t)_i} \frac{t_{PSSE}}{y \left[m(P_i) - m(P_{pwf}) \right] \left[t^* (1/q)' \right]_{PSSE}}$$

Reemplazando los valores de la Tabla 3 y de la Figura 27 se obtiene:

$$x_e = \frac{5.049 \pi * 0.0002637 * 1424 * (633.5)}{(2)(400)(0.052)(0.018)(1.85 \times 10^{-4})(300) [(5.15 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7)]} \frac{(845.871825)}{(2.6022 \times 10^{-4})}$$

$$x_e = 597.2062 \text{ ft}$$

De la cual mediante la ecuación 22 se calcula x_f

$$x_e = \frac{597.2062}{2} \text{ ft}$$

$$x_e = 298.6031 \text{ ft}$$

- Puntos de Intersección

Como se escribió con anterioridad los puntos de intersección son importantes de tener estos modelos tanto lineal como exponencial, debido a que indican la relación de permeabilidad que existe a través de los flujos en la longitud de yacimiento.

Intersección del flujo lineal y el pseudoestable

De este punto de intersección se puede reevaluar el valor de la permeabilidad máxima inducida, mediante la ecuación (94)

$$k^{\circ} = \left[\frac{10.8074 y [\phi(\mu c_t)_i]^{0.5}}{t_{LPSE_i}^{0.5}} \right]^2$$

Reemplazando los valores de la Tabla 3 y el punto de intercepto entre el flujo lineal y el pseudoestable leído en la Figura 27, se tiene:

$$k^{\circ} = \left[\frac{10.8074(300) \left[(0.052) \left((0.018)(1.85 \times 10^{-4}) \right)_i \right]^{0.5}}{35.69582^{0.5}} \right]^2$$

$$k^{\circ} = 0.05099 \text{ md}$$

Intersección Flujo Multilineal y Pseudoestable (t_{MLPSE_i})

Este punto de intersección es importante porque permite calcular la permeabilidad mínima inducida o el umbral de permeabilidad, con la ecuación (99)

$$k^* = \left[8.3375 \frac{y}{x_e^{0.3224}} \left(\frac{\phi(\mu c_t)_i}{t_{MLPSE_i}} \right)^{0.3388} \right]^{1/0.3388}$$

Reemplazando los valores de la Tabla 3 y el punto de intersección leído de la Figura 27 y tabulado en la Tabla 8, se tiene:

$$k^* = \left[8.3375 \frac{300}{600^{0.3224}} \left(\frac{(0.052)((0.018)(1.85E-4))_i}{270.956986} \right)^{0.3388} \right]^{1/0.3388}$$

$$k^* = 0.01555 \text{ md}$$

Tabla 9. Resultados ecuaciones del modelo exponencial

N° de ecuación	Régimen de Flujo	K° (md)	x _f (ft)
26-27	Lineal	0.0497	299.081
38-39	Multilineal	0.024	250.28262
59	Pseudoestable		298.6031
85	Interceptos t_{LPSSUi}	$k^\circ = 0.05099$	
90	Interceptos $t_{MLLPSSUi}$	$k^* = 0.01555$	

5. APLICACIÓN CASO REAL

Para dar aplicabilidad a las ecuaciones obtenidas del análisis de los flujos se intentó conseguir los datos correspondientes de un pozo con fracturamiento hidráulico horizontal y de yacimientos no convencionales, sin embargo fue imposible debido a la confiabilidad que estas pruebas tienen, y más por tratarse de este tipo de yacimientos que hasta ahora en Colombia no se desarrollan.

Por ende, para evaluar el comportamiento y la viabilidad del uso de estas ecuaciones desarrolladas en este trabajo se utilizó, la información extraída de una investigación realizada por autores como Gorgonio Fuentes-Cruz, Eduardo Gildin, SPE y Peter P.Valkó. La investigación corresponde a un pozo horizontal con múltiples fracturas artificiales y etapas, de un yacimiento de gas Shale, localizado en el campo Barnett en el condado de Tarrant y Johnson en Texas, el documento es citado en las referencias bibliográficas.⁽⁷⁾

Para obtener la información se digitalizó la información que se pudo obtener, se generaron los datos de la derivada del recíproco del caudal y posteriormente se graficaron los datos, para dar uso de las ecuaciones correspondientes.

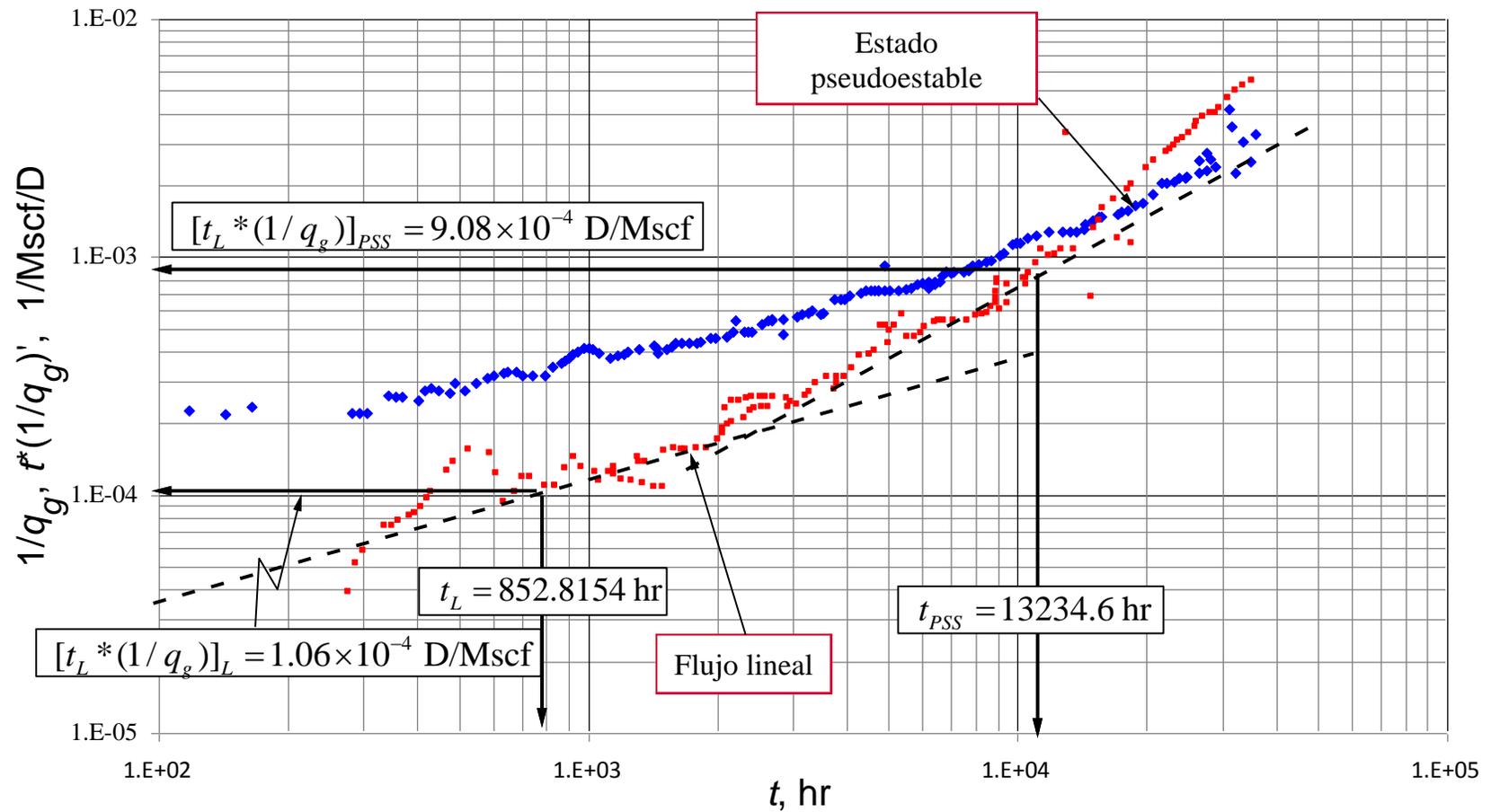
Tabla 10. Información del yacimiento y del pozo 5, caso de ejemplo

Propiedades	
h (ft)	306
Φ (fracción)	0.048
C_{ti} , psi ⁻¹	2.51x10 ⁻⁴
B_{gi} , RB(Mscf)	0.916
μ , cp	0.018
P_i , psia	3115
P_{wf} , psia	500
$m(P_i)$,psi ² /cp	6.83x10 ⁸
$m(P_{wf})$,psi ² /cp	2.08 x10 ⁷
T , °R	633.5
x_e , ft	800
y , ft	552
No stages	3

Fuente: Gorgonio Fuentes-Cruz Analyzing Production Data From Hydraulically Fractured. Wells: the Concept of Induced Permeability Field. 2013.

Se consideró que el número de planos principales de fractura es igual al número de etapas.

Figura.28. Gráfica recíproco del caudal y su derivada, según datos digitalizados Pozo 5. Caso Real



Como se puede observar en la Figura 28, correspondiente a los datos digitalizados del recíproco del caudal y generados para su derivada, los flujos que se presentan es el lineal y el estado pseudoestable únicamente, lo que lleva a pensar que el modelo que mejor se ajusta es el uniforme, es decir aquel en que la permeabilidad se mantiene constante en todo la sección del yacimiento estimulado; sin embargo, los valores reales calculados y los cuales son el punto de comparación muestran que el comportamiento de la permeabilidad en este pozo para el volumen de yacimiento estimulado se ajusta de mejor forma a un modelo exponencial con los resultados que se muestran en la Tabla 11.

Tabla 11. Datos reales del modelo exponencial que mejor se ajusta al pozo 5 de ejemplo

Variable	Modelo Exponencial
k° (md)	2.8E-3
k^* (md)	3.9E-5
x_e (ft)	800
s	0.31

Debido a que los datos con los cuales se generó la gráfica no son totalmente correctos, ya que son una aproximación de los valores reales, permiten deducir que el flujo multilíneo se vio afectado por diversos factores como la falta de datos o el ajuste de la derivada; razón por la cual no se observa y directamente el modelo exponencial no se identifica. No obstante con los dos régimen de flujo que se presentan es posible comprobar y verificar que las ecuaciones obtenidas para el modelo exponencial se ajustan a los valores reales obtenidos y por ende confirmar la utilidad de las mismas.

Para lo anterior se debe tener en cuenta que la permeabilidad mínima inducida no es posible de calcular por medio de las ecuaciones generadas, debido a que es función del flujo multilíneo y el pseudoestable como se explico con anterioridad, para los demás parámetros si se calculan de la siguiente manera:

1. Se leen los puntos de cada flujo para dar uso a las ecuaciones del modelo exponencial, como se muestran en la siguiente Tabla:

Tabla 12. Puntos característicos de los flujos propios del modelo exponencial, tomados de la Figura.28.

Régimen de Flujo	Tiempo (hr)	$(1/q_g)$ 1/Mscf/día	$[t^*(1/q_g)']$ 1/Mscf/día
Lineal	852.8154	2.07×10^{-4}	1.06×10^{-4}
Pseudoestable	13234.6	1.17×10^{-3}	9.08×10^{-4}
Intersección Flujo Lineal y Pseudoestable (t_{LPSLi})	1906		1.892×10^{-5}

2. Del flujo pseudoestable se calcula x_e , que además de ser comparado, es útil para calcular posteriormente la permeabilidad máxima inducida del flujo lineal, de la siguiente manera :

Entonces se puede obtener el valor de x_e mediante la ecuación (73)

$$x_e = \frac{5.049\pi * 0.0002637 * 1424 * T}{n_f h \phi (\mu c_t)_i} y \left[m(P_i) - m(P_{pwf}) \right] \left[t^* (1/q)' \right]_{PSSE}$$

Reemplazando los valores de la Tabla 3 y de la Figura 28 se obtiene:

$$x_e = \frac{5.049 \pi * 0.0002637 * 1424 * (633.5)}{(3)(306)(0.048)(0.018)(2.51 \times 10^{-4})(552) \left[(6.83 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7) \right]} \frac{(13234.6)}{(9.08 \times 10^{-4})}$$

$$x_e = 755.58 \text{ ft}$$

3. Del flujo lineal se calcula la permeabilidad máxima inducida

Utilizando la ecuación (34)

$$k^0 = \frac{4144.95 t_L}{\phi \mu c_t} \left\{ \frac{T}{n_f h \left[m(P_i) - m(P_{wf}) \right] x_e \left(t^* (1/q_g)' \right)_L} \right\}^2$$

Reemplazando los valores de la Tabla 10 y el punto leído en el flujo lineal, se tiene :

$$k^0 = \frac{4144.95 (852.8154 \text{ hr})}{(0.048) (0.018 \text{ cp}) (2.51 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{psi}})} \left\{ \frac{633.5^\circ \text{R}}{(2)(306 \text{ ft}) \left[(6.83 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7) \right] \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}} (800 \text{ ft}) (1.06 \times 10^{-4} \frac{\text{dia}}{\text{Mscf}})} \right\}^2$$

$$k^0 = 2.4837 \times 10^{-3} \text{ md}$$

Con la ecuación propuesta por Cruz-Fuentes et al. (2014) se tiene que el daño inicial se calcula mediante un punto del inverso del caudal a un nivel de estabilización del flujo a tiempo corto utilizando la ecuación 36

$$S_{inicial} = \frac{n_f k_{inicial}^0 h \left[m(P_i) - m(P_{wf}) \right]}{1424 T} \left(\frac{1}{q_{ST}} \right)$$

$$S_{inicial} = \frac{(3)(2.4837 \times 10^{-3})(306) \left[(6.83 \times 10^8) - (2.08 \times 10^7) \right]}{1424(633.5)} (2.07 \times 10^{-4})$$

$$S_{inicial} = 0.346$$

Como se observa los valores son relativamente cercano a los reales, pero se debe tener en cuenta las condiciones anteriormente nombradas y por las cuales existe el porcentaje de error entre ellas como se muestra en la Tabla 13.

Tabla 13. Resultados modelo exponencial real y el calculado para el comportamiento de la permeabilidad del pozo 5 de ejemplo

Variable	Modelo Exponencial Real	Modelo Exponencial Calculado	% Error
k° (md)	2.8×10^{-3}	2.48×10^{-3}	11.43
k^* (md)	3.9×10^{-5}	N-N	
x_e (ft)	800	755.58	5.56
s	0.31	0.346	11.6

CONCLUSIONES

Con el desarrollo de este trabajo se presentan nuevas ecuaciones para caracterizar formaciones de gas Shale a partir de pruebas de caudal transitorio mediante la metodología TDS para los modelos lineal, uniforme y exponencial de modo que sea posible estimar parámetros como permeabilidad (k) y extensión lateral del yacimiento (x_e). Además se probaron satisfactoriamente cada uno de los modelos con problemas sintéticos y de campo, obteniéndose resultados óptimos.

El tiempo de transición entre el flujo lineal y el flujo pseudoestable, denominado aquí arbitrariamente como multilíneo, representado por la herramienta para identificar el tipo de modelo que se ajuste a las pruebas de recíproco de caudal, a presión constante, así pues, una ausencia del mismo indica que el caso se ajusta a un modelo uniforme donde la permeabilidad es la misma desde el plano principal de fractura hasta su extremo, mientras que con una pendiente de 0.61 identificada en la gráfica log-log de la derivada del recíproco del caudal, el modelo que mejor se ajuste sería el lineal, mientras que para el modelo exponencial correspondería a una pendiente de 0.66.

La permeabilidad obtenida del flujo multilíneo, representa la medida en que la permeabilidad máxima inducida, calculada desde el flujo lineal, va disminuyendo conforme se aleja del plano principal de fractura, así pues el punto de intersección con el estado pseudoestable corresponde a la permeabilidad mínima inducida, es decir el valor de permeabilidad que tendría el volumen de yacimiento estimulado en su extremo, el mismo que durante el desarrollo de la metodología se denotó como (y).

De este régimen de flujo se debe decir que las ecuaciones obtenidas para el cálculo de x_e o x_f en su efecto, no son tan precisas como las obtenidas por los otros flujos debido a que como se mencionó con anterioridad está afectado por la consideración de permeabilidad media en el yacimiento, por ende la ecuación más acertada sería la del estado pseudoestable, como se muestran en los resultados obtenidos.

RECOMENDACIONES

- ❖ Para el cálculo de parámetros como permeabilidad (k), longitud de la fractura (x_f) y daño (s), mediante la aplicación de las ecuaciones dimensionales correspondientes a pozos de gas o petróleo, se recomienda ser muy exactos en la lectura de la derivada y el tiempo, con el fin de tener resultados más certeros, esto debido a que flujos como el lineal se observan en periodos cortos dependiendo del modelo de permeabilidad inducida.
- ❖ Es importante tener en cuenta que los objetivos de este proyecto se desarrollaron considerando una geometría de yacimiento rectangular con longitud de ($2y^*$), ancho (x_e), y espesor (h), donde la fractura de la conductividad infinita, penetraba totalmente el volumen del yacimiento estimulado, en altura (h), como en extensión lateral (x_e), lo que significa que fue considerado que dos veces la fractura hidráulica es igual a la extensión lateral del volumen estimulado ($2x_f = x_e$), para cada uno de los casos de permeabilidad inducida. Por lo cual se recomienda tener en cuenta la geometría de un yacimiento a trabajar, el tipo de fractura y por lo tanto este tipo de consideraciones.
- ❖ Por último es importante aclarar que el régimen de flujo multilíneo anteriormente descrito fue arbitrariamente nombrado por los autores. Diferenciándose para dos casos (lineal, exponencial), con dos pendientes diferentes, por lo cual una recomendación más sería realizar un estudio detallado para ver a que corresponde.

BIBLIOGRAFIA

1. Arévalo V. Jorge Alberto, “Metodología para caracterizar yacimientos de gas - convencionales y no convencionales”. México, Noviembre de 2011.
2. Blanco Y. Alberto Julio, Vivas H. Julio, “Shale Frac: Ingeniería aplicada a un reservorio no-convencional”, 2011.
3. Chen, C. and Raghavan, R.: "A Multiply-Fractured Horizontal Well in a Rectangular Drainage Region", paper SPE 37072 presented at the International Conference on Horizontal Well Technology in Calgary, Canada, 18 November 1996.
4. E. Sánchez, L. Graterol, J. Suárez, “Metodología de selección de parámetros óptimos de perforación de formaciones lutíticas para estabilidad de hoyo. parte I. *PDVSA*”.
5. Flow Regime Analysis of Multi-stage Hydraulically-Fractured Horizontal Wells with Reciprocal Rate Derivative Function: Bakken Case Study”. CSUG/SPE 137514. Hess Corporation. 2010.
6. Freeman, C.M., Moridis, G., IIK, D., and Blasingame, T.A.: "A Numerical Study of Performance for Tight Gas and Shale Gas Reservoir Systems", paper SPE 124961 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, Louisiana, USA, 4-7 October 2009.
7. Gorgonio F, Gildin Eduardo, and Valkó Peter P. “Analizing Production Data From Hydraulically Fractured Wells: The concept of induced permeability field”. Texas A&M University. February de 2013. SPE163843.
8. Hegre, T.M. and Larsen, L.: "Productivity of Multifracted Horizontal Wells", paper SPE 28845 presented at the SPE European Petroleum Conference, London, October 1994.
9. Hegre, T.M.: "Hydraulically Fractured Horizontal Well Simulation", paper SPE 35506 presented at the European 3-D.
10. Jorge A. Arévalo Villagrán, Néstor Martínez Romero, PEMEX-UNAM, Heber Cinco Ley, “Análisis del comportamiento en yacimientos de gas de baja permeabilidad – ejemplos de campo. PEMEX-UNAM, Febrero de 2005 Veracruz, México.
11. Larsen, L. and Hegre, T.M.: "Pressure Transient Analysis of Multifracted Horizontal Wells", paper SPE 28389 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, September 1994.
12. Larsen, L. and Hegre, T.M.: "Pressure Transient Behavior of Horizontal Wells with Finite-Conductivity Vertical Fractures", paper SPE 22076 presented at the International Arctic Technology Conference in Anchorage, Alaska, USA, Fig. 6 illustrates a type log of the Bakken formation. Both shale members are organic rich and are believed to have sourced 29-31 May 1991.
13. Malallah, A., Nashawi, I.A., Algharaib, M, "Constant-Pressure Analysis of Oil Wells Intercepted by Infinite- Conductivity Hydraulic Fracture using Rate and Rate-Derivative Functions", paper SPE 105046 presented at the 15th SPE Middle East Oil & Gas Show and Conference held in Bahrain International Exhibition Center, Kingdom of Bahrain, 11-14 March 2007.

14. Raghavan, R., Chen, C., and Agarwal, B.: "An Analysis of Horizontal Wells Intercepted by Multiple Fractures", paper SPE 27652 presented at the SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference held in Midland, Texas, USA, 16-18 March 1994.
15. Reservoir Modeling Conference held in Stavanger, Norway, 16-17 April 1996.
16. Rudnick Hugh, Salamunic Luka y Dattas Maurice, " La Revolución del Shale Gas" Pontificia Universidad Católica de Chile, Departamento de Ingeniería, Mayo 2011.
17. Shanqiang Luo, Lane Neal, Pathman Arulampalam, Jessica McDonough Ciosek, Hess Corporation, Flow Regime Analysis of Multi-stage Hydraulically-Fractured Horizontal Wells with Reciprocal Rate Derivative Function: Bakken Case Study. SPE CSUG/SPE 137514.2010
18. Tiab, D.: "Direct Type-curve Synthesis of Pressure Transient Tests", paper SPE 18992 presented at the SPE Rocky Mountain Low Permeability Reservoirs Symposium, Denver, Colorado, 6-8 March 1989.
19. Van Kruysdijk, C.P.J.W. and Dullaert, G.M.: "A Boundary Element Solution of the Transient Pressure Response of Multiple Fractured Horizontal Wells", paper presented at the 2nd European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, Cambridge, England, 1989.
20. Yueming Cheng, "Pressure Transient characteristics of Hydraulically fractured Horizontal Shale Gas Wells". SPE, West Virginia University.

ANEXOS

Apéndice A: Ecuaciones gobernantes para pozos de petróleo

El desarrollo de las ecuaciones gobernantes para pozos de petróleo es presentado a continuación. Este se basa en las ecuaciones adimensionales ya obtenidas para pozos de gas, sin embargo para el desarrollo matemático se tienen en cuenta las ecuaciones dimensionales respectivamente para pozos de petróleo. Las ecuaciones principales se detallan a continuación:

Tiempo adimensional para pozos de petróleo

$$t_D = \frac{0.0002637k^0 t}{\phi \mu c_t x_e^2} \quad (1)$$

Recíproco de caudal adimensional para pozos de petróleo

$$\frac{1}{q_{wD}} = \frac{n_f k^0 h (P_i - P_{wf})}{141.2 B \mu} \frac{1}{q_0} \quad (2)$$

Derivada del recíproco del caudal adimensional para pozos de aceite

$$t_D^* (1/q)'_D = \frac{n_f k h (P_i - P_{wf})}{141.2 \mu B} [t^* (1/q)'] \quad (3)$$

A continuación, se describen las ecuaciones correspondientes a cada régimen de flujo y por lo tanto a cada caso de variación de permeabilidad inducida.

1. Flujo Lineal

En términos adimensionales se tiene que la ecuación que representa este flujo es independiente del modelo de variación de permeabilidad, el comportamiento está dado por:

$$t_{DL}^* \left(\frac{1}{q_D} \right)_L = \frac{1}{2} \pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{t_D} \quad (4)$$

Dimensionando la ecuación de crudo para un flujo lineal, se tiene:

$$\frac{n_f k h (P_i - P_{wf})}{141.2 \mu B} (t^* (1/q)') = \pi^{3/2} \left[\frac{0.0002637k^0 t}{\phi \mu c_t x_e^2} \right]^{1/2} \quad (5)$$

A partir de la cual se despeja cada variable quedando:

$$x_e = \frac{12.77 \mu B}{n_f k^{0.5} h [P_i - P_{wf}]} \left[t^* \left(\frac{1}{q} \right)' \right] \left[\frac{t_L}{(\phi \mu c_i)} \right]^{0.5} \quad (6)$$

$$k = \left[\frac{12.77 \mu B}{n_f x_e h [P_i - P_{wf}]} \left[t^* \left(\frac{1}{q} \right)' \right] \left[\frac{t_L}{(\phi \mu c_i)} \right]^{0.5} \right]^2 \quad (7)$$

2. Flujo Multilineal

2.1. Modelo Lineal

La ecuación general que describe este régimen de flujo, para el modelo lineal en términos adimensionales es:

$$t_D^* (1/q_D)'_{MLL} = \frac{250}{50} (t_D)_{MLL}^{0.6135} \quad (8)$$

Dejando la ecuación en términos dimensionales, se tienen que:

$$\frac{n_f k h (P_i - P_{wf})}{141.2 \mu B} \left[t^* (1/q)' \right] = \frac{250}{50} \left(\frac{0.0002637 k t_{MLL}}{\phi \mu c_i x_e^2} \right)^{0.6135} \quad (9)$$

De la cual se puede calcular los siguientes parámetros para pozos de petróleo:

$$k = \left\{ \frac{4.4 (t_{MLL})^{0.6135}}{(\phi \mu c_i)^{0.6135} x_e^{1.227} n_f h [P_i - P_{wf}] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{0.3865}} \quad (10)$$

$$x_e = \left\{ \frac{4.4 (t_{MLL})^{0.6135}}{(\phi \mu c_i)^{0.6135} k^{0.3865} n_f h [P_i - P_{wf}] [t^* (1/q)'_{MLL}]} \right\}^{\frac{1}{1.227}} \quad (11)$$

Y la ecuación correspondiente al daño en el flujo multilineal en términos adimensionales es igual a:

$$s_{MLL} = 4.8903 (t_D)_{MLL}^{0.6135} \left[\frac{(1/q_D)_{MLL}}{t_D^* (1/q)'_{MLL}} - 1.629991 \right] \quad (12)$$

En términos dimensionales se tiene que la ecuación del daño para pozos de petróleo es igual a ecuación obtenida para pozos de gas, porque es independiente a la ecuación de la derivada adimensional. A continuación se describe la ecuación:

$$s_{MLL} = 0.03117 \left(\frac{kt_{MLL}}{\phi\mu c_i x_e^2} \right)^{0.6135} \left[\frac{(1/q)_{MLL}}{t^*(1/q)'_{MLL}} - 1.629991 \right] \quad (13)$$

2.2. Modelo Exponencial

Ecuación general que describe el comportamiento del flujo lineal en el modelo exponencial es:

$$t_D^*(1/q_D)'_{MLE} = \frac{405}{50} (t_D)_{MLE}^{0.6612} \quad (14)$$

Dejando la ecuación es términos dimensionales, se tiene:

$$\frac{n_f kh (P_i - P_{wf})}{141.2 \mu B} [t^*(1/q)'_{MLE}] = \frac{405}{50} \left(\frac{0.0002637 kt_{MLE}}{\phi\mu c_i x_e^2} \right)^{0.6612} \quad (15)$$

De la cual se puede calcular los siguientes parámetros k y/o x_e :

$$k = \left\{ \frac{4.9(t)^{0.6612}}{(\phi\mu c_i x_e)^{0.6612} x_e^{1.3224} n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] [t^*(1/q)'_{MLE}]} \right\}^{\frac{1}{0.3388}} \quad (16)$$

$$x_e = \left\{ \frac{4.9(t)^{0.6612}}{(\phi\mu c_i x_e)^{0.6612} k^{0.3388} n_f h [m(P_i) - m(P_{wf})] [t^*(1/q)'_{MLE}]} \right\}^{\frac{1}{1.3224}} \quad (17)$$

Ecuación del daño para caso exponencial en pozos de petróleo, equivalente a la ecuación de daño para pozos de gas es:

$$s_{MLE} = 0.03488 \left(\frac{kt_{MLE}}{\phi\mu c_i x_e^2} \right)^{0.6612} \left[\frac{(1/q)_{MLE}}{t^*(1/q)'_{MLE}} - 1.512402 \right] \quad (18)$$

3. Estado Pseudoestable

Para obtener las ecuaciones correspondientes a pozos de petróleo, para el estado pseudoestable al igual que en pozos de petróleo, es importante considerar que el tiempo adimensional en función del área es igual a:

$$t_{DA} = \frac{t_D}{y_D^2} \quad (19)$$

A partir de esta consideración se establecen las ecuaciones correspondientes al flujo pseudoestable para cada caso.

3.1. Modelo Uniforme

Para el modelo uniforme el valor correspondiente al punto que describe este régimen de flujo es el siguiente:

$$b = \frac{717}{100}$$

Finalmente dejando todo en términos de π , se tiene que la ecuación del estado pseudoestable para el modelo uniforme en términos adimensionales es:

$$\frac{[t^*(1/q_D)]'_{PSSU}}{y_D} = \frac{57}{25} \pi \left(\frac{t_D}{y_D^2} \right)_{PSSU} \quad (20)$$

Convirtiendo a términos dimensionales se tiene:

$$\frac{n_f kh (P_i - P_{wf})}{141.2 \mu B} [t^*(1/q)'_{PSSU}] = \frac{57}{25} \pi \frac{0.0002637 kt_{PSSU}}{\phi(\mu c_t)_i y x_e} \quad (21)$$

Despejando de la ecuación anterior el valor de x_e se tiene:

$$x_e = \frac{0.267}{n_f \phi h (\mu c_t)_i y [P_i - P_{wf}]} \frac{t_{PSSU}}{[t^*(1/q)]'_{PSSU}} \quad (22)$$

3.2. Modelo Lineal

Partiendo de la ecuación base en términos adimensionales para el desarrollo del flujo pseudoestable se tiene:

$$\frac{[t_D^*(1/q_D)]'_{PSSL}}{y_D} = 3.066 \pi \left(\frac{t_D}{y_D^2} \right)_{PSSL} \quad (23)$$

Convirtiendo a términos dimensionales:

$$\frac{n_f kh (P_i - P_{wf})}{141.2 \mu B} [t^* (1/q)'_{PSSL}] = 3.066 \pi \frac{0.0002637 kt_{PSSL}}{\phi(\mu c_t)_i y x_e} \quad (24)$$

De la cual se obtiene la siguiente ecuación para el cálculo de x_e :

$$x_e = \frac{0.358}{n_f h \phi(\mu c_t)_i y [P_i - P_{wf}]} \frac{t_{PSSL}}{[t^* (1/q)']_{PSSL}} \quad (25)$$

3.3. Modelo Exponencial

La ecuación general que describe este modelo se representa a continuación:

$$\frac{[t_D^* (1/q_D)']_{PSSE}}{y_D} = \frac{101}{20} \pi \left(\frac{t_D}{y_D^2} \right)_{PSSE} \quad (26)$$

En términos dimensionales se tiene:

$$\frac{n_f kh (P_i - P_{wf})}{141.2 \mu B} [t^* (1/q)'_{PSSE}] = \frac{101}{20} \pi \frac{0.0002637 kt_{PSSE}}{\phi(\mu c_t)_i y x_e} \quad (27)$$

Y finalmente se la ecuación para el cálculo de x_e para pozos de petróleo:

$$x_e = \frac{0.596}{n_f h \phi(\mu c_t)_i y [m(P_i) - m(P_{pwf})]} \frac{t_{PSSE}}{[t^* (1/q)']_{PSSE}} \quad (28)$$

Las constantes de alfa obtenidas para las ecuaciones generales del estado pseudoestable en pozos de gas, aplican también para pozos de petróleo debido a que representan el comportamiento general adimensional del régimen de flujo para cada modelo de variación de permeabilidad inducida.