

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS**



**ANÁLISIS DE TRANSIENTES DE PRESIÓN EN POZOS VERTICALES  
HIDRÁULICAMENTE FRACTURADOS CON FLUIDOS  
PSEUDOPLÁSTICOS**

**PRESENTADO POR:  
DIEGO FERNANDO BONILLA GALINDO  
YUSLLY YENITH CICERY COLLAZOS**

**Neiva, Huila Noviembre de 2012**

**ANÁLISIS DE TRANSIENTES DE PRESIÓN EN POZOS VERTICALES  
HIDRÁULICAMENTE FRACTURADOS CON FLUIDOS  
PSEUDOPLÁSTICOS**

**ÁREA DE INVESTIGACIÓN: ANÁLISIS DE PRESIONES**

**PRESENTADO AL COMITÉ DE PROYECTOS DE GRADO  
DEL PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS**

**POR**

**Director:** \_\_\_\_\_  
**Dr. Freddy Humberto Escobar M.**

**Jurado:** \_\_\_\_\_  
**M.Sc Jairo Antonio Sepulveda**

**Jurado:** \_\_\_\_\_  
**Javier Andres Martinez Perez**

**©Copyright by DIEGO FERNANDO BONILLA GALINDO and YUSLLY  
YENITH CICERY COLLAZOS 2012  
All Rights Reserved**

## AGRADECIMIENTOS

Nosotros expresamos nuestra más sincera gratitud a nuestro director de tesis el Dr. Freddy Humberto Escobar Macualo, por su ayuda, participación y guianza. Nuestra sincera apreciación es extendida a nuestros profesores M.Sc Jairo Antonio Sepulveda Gaona y Javier Andrés Martínez Pérez por servir como jurados en esta tesis. Nos gustaría agradecer a todas las personas que nos ofrecieron su ayuda, guía y apoyo especialmente nuestros compañeros de semestre y nuestros profesores Ricardo Parra Pinzón, Carmen Pinzón Torres, M.Sc Luis Fernando Bonilla Camacho, Hayde Morales, Luis Humberto Orduz, Ervin Aranda Aranda, Roberto Vargas Cuervo y Guiber Olaya Marín.

Nuestro Agradecimiento es Infinito a nuestros padres, Carlos Julio Bonilla, José F. Cicery, Carmen Galindo y Yenny Mercedes Collazos, nuestros hermanos Juan Carlos Bonilla, María Mónica Bonilla y Jonathan Cicery, cuyo apoyo y aliento hicieron posible este trabajo.

Y por último pero no menos importante decimos gracias a nuestro viejo amigo y gran compañero James Vega, por su ayuda infinita durante nuestros estudios y sobre todo por ser nuestro guía, que ahora nos ayudará desde la presencia de nuestro Dios (Q.E.P.D).

## **DEDICACIÓN**

Dedicamos este trabajo a toda nuestra familia, compañeros, amigos y demás personas que hicieron posible la culminación de nuestros estudios.

## TABLA DE CONTENIDO

	<b>Página</b>
LISTA DE TABLAS .....	x
RESUMEN .....	xi
ABSTRACT .....	xii
INTRODUCCIÓN .....	13
DEFINICIÓN DEL PROBLEMA .....	15
OBJETIVOS .....	16
Objetivo General .....	16
Objetivo específico .....	16
Capítulo 1. BASES TEÓRICAS .....	17
1.1 Fluidos No Newtonianos .....	17
1.1.1 Comportamiento Independiente del Tiempo .....	17
1.1.2 Comportamiento Dependiente del Tiempo .....	19
1.1.3 Viscoelásticos .....	19
1.2 Pruebas de Pozo .....	19

1.3 Revisión Literaria .....	21
Capítulo 2. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA TDS .....	26
2.1 Corridas de simulación .....	26
2.2 Desarrollo matemático.....	34
Capítulo 3. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA TDS .....	43
3.1 Ejemplo variando el $n$ .....	43
3.2 Ejemplo práctico.....	49
3.3 Ejemplo simulado.....	53
CONCLUSIONES.....	56
RECOMENDACIONES .....	57
NOMENCLATURA.....	58
BIBLIOGRAFÍA .....	60
ANEXO 1. TABLA DE DATOS SIMULADOS DEL EJERCICIO PROPUESTO 1 .....	62
ANEXO 2. TABLA DE DATOS SIMULADOS DEL EJERCICIO PROPUESTO 2 .....	67

ANEXO 3. TABLA DE DATOS SIMULADOS DEL EJEMPLO VARIANDO

$n$  ..... 68

ANEXO 4. GRÁFICOS DE PRESIÓN Y DERIVADA DE PRESIÓN

VARIANDO  $n$  ..... 70

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Página</b>
Figura 1.1 Representación de esfuerzo de corte vs. velocidad de corte .....	17
Figura 1.2 Solución de un Polímero Pseudoplástico: Viscosidades .....	18
<i>Figura 2.1</i> Interfax del software “FractNom” .....	29
Figura 2.2 Grafico logarítmico suministrado por el software “FractNom” .....	30
Figura 2.3 data de salida suministrada por el software “FractNom” .....	30
Figura 2.4 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para $n = 0.1$ .....	31
Figura 2.5 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para $n = 0.5$ .....	32
Figura 2.6 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para $n = 0.9$ .....	32
Figura 2.7 Gráfico logarítmico de la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para los diferentes valores de $n$ .....	33
Figura 2.8 Gráfico logarítmico de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para los diferentes valores de $n$ .....	34
Figura 3.1 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para $n = 0.7$ .....	43
Figura 3.2 Gráfico logarítmico de la derivada de la presión con respecto al tiempo para el ejemplo propuesto .....	50
Figura 3.3 Gráfico de presión y de la derivada de presión .....	53

## LISTA DE TABLAS

### Página

Tabla 1.1 Parámetros obtenidos en pruebas de pozo. Escobar, 2005. “Análisis Moderno de Pruebas de Presión” .....	20
Tabla 3.1 Datos resumen para los diversos valores de $n$ desde (0.1 - 0.9).....	48
Tabla 3.2 Presión y derivada de presión para el ejemplo propuesto .....	499

## RESUMEN

Los métodos de interpretación de pruebas aceptados para fluidos newtonianos no son aceptables para fluidos no newtonianos. Además los análisis de campo indican que la relación entre la tasa de corte y la viscosidad determinada por el viscosímetro puede no tener ninguna relación en el medio poroso.

Se han propuesto diversas soluciones, como desarrollar simuladores de diferencias finitas que puedan modelar tanto el flujo ligeramente compresible en yacimientos verticales fracturados como la inyección de un polímero en un yacimiento hidráulicamente fracturado. También se han desarrollado nuevos métodos gráficos como la implementación de curvas tipo para analizar pruebas de pozo en fluidos no newtonianos en medios porosos o la evaluación de datos de pruebas de presiones mediante gráficos log-log de la presión y de la derivada de presión implementando la técnica *TDS*.

El presente proyecto busca extender la metodología *TDS* para interpretar pruebas de presión en pozos verticales con fracturas hidráulicas de conductividad infinita con flujo pseudoplástico. Se implementó la síntesis directa de Tiab (*TDS*) usando algunas características específicas halladas en la curva de presión y derivada de presión, de modo que se aplicaron e introdujeron nuevas ecuaciones para estimar la permeabilidad, longitud de fractura, área del yacimiento, conductividad de la fractura y el factor de daño.

Se obtuvo una metodología capaz de interpretar la relación de los cambios en las curvas de los transientes de presión cuando se varía el índice de ley de potencia ( $0.1 < n < 1$ ) para fluidos pseudoplásticos en pozos hidráulicamente fracturados. Se desarrolló un simulador que genera transientes de presión característico de un yacimiento con fluidos no newtonianos en pozos hidráulicamente fracturados.

## ABSTRACT

The accepted well test interpretation methods for Newtonian fluids are not acceptable for non-Newtonian fluids, besides the field analysis indicated that the relationship between the ratio of cut and the viscosity determined by the viscosity may have no relation in the porous medium.

Various solutions have been proposed, such as developing finite difference simulators that can model both slightly compressible flow in vertical fractured reservoirs such as injection of a polymer in a hydraulically fractured reservoir. We have also developed new graphical methods and the implementation of type curves for well test analysis in non-Newtonian fluids in porous media or evaluation of test data by pressures log-log graphs of pressure and pressure derivative of implementing the *TDS* technique.

This project seeks to extend the *TDS* methodology for interpreting pressure tests in hydraulically fractured vertical wells of infinite conductivity with pseudoplastic flow. Implemented direct synthesis of Tiab (*TDS*) using some specific features found in the pressure curve and pressure derivative, so that it applied and introduced new equations for estimating permeability, fracture length, area of the reservoir, conductivity fracture and the injury factor.

We obtained a methodology capable of interpreting the relationship of changes in the curves of the transient pressure when varying the power law index ( $0.1 < n < 1$ ) for pseudoplastic fluids hydraulically fractured wells. We developed a simulator that generates pressure transients characteristic of a field with non-Newtonian fluids hydraulically fractured wells.

## INTRODUCCIÓN

Los fluidos no newtonianos son muy comunes durante las operaciones de perforación, fracturamiento y recobro del petróleo. Este comportamiento no newtoniano se puede caracterizar bajo la ley de potencia en fluidos, donde el esfuerzo de corte sólo depende de la velocidad de corte y el término viscosidad aparente no es constante, como sucede en el crudo pesado y extra pesado.

Los análisis de pruebas de presión son utilizados para identificar los diferentes regímenes de flujo que se encuentran durante el tiempo de flujo en las diferentes pruebas de presión. Estas pruebas buscan evaluar las diferentes características del yacimiento como permeabilidad, daño de formación, presión actual del yacimiento, determinación de límites, longitud de fractura, conductividad de la misma, el coeficiente adimensional de almacenaje ( $\omega$ ), y el parámetro de flujo interporoso ( $\lambda$ ), mediante los puntos característicos encontrados en el gráfico log-log de la presión y derivada de presión.

El análisis de pruebas de presiones actualmente es un tema de vital importancia, ya que evalúa las propiedades del yacimiento como el tamaño, la permeabilidad por espesor de capa, presión inicial, límites del yacimiento, longitud de la fractura y conductividad de la misma, efecto de daño, entre otras variables en la forma más económica. Todo esto se aplica satisfactoriamente en fluidos donde su viscosidad y su esfuerzo de corte no son variables con respecto a la temperatura (fluido newtoniano).

Desde hace varios años ha aumentado el interés de explotar el crudo pesado y no convencional (fluido no-newtoniano) debido tanto a la disminución de la producción de los campos maduros de crudo liviano, como la dificultad de encontrar nuevos yacimientos con este tipo de fluido. En Colombia se ha venido penetrando en el mundo de los crudos pesados hasta el punto de tener un 51% de la producción total de crudo es proveniente de crudo pesado, esto es posible gracias a las significativas reservas en campos como Rubiales, Castilla, Apiay y Ombú, además de los posibles recursos aun no cuantificados, obligan a prestar especial atención a las características de esos crudos, sus limitaciones, sus costos comparativos y sus mercados.

Cuando un yacimiento contiene un fluido no newtoniano, que pueden ser por la inyección de polímero o la producción de crudo pesado, los datos de prueba no pueden ser interpretados en los modelos de flujo de fluidos newtonianos, debido a que los fluidos no newtonianos se comportan de forma diferente. Es por eso que Ikoku y Ramey (1979)<sup>5</sup> presentaron varios modelos de flujo que obedecen la ley de potencia en fluidos no newtonianos en medio poroso tanto para yacimientos circulares finitos como alargados. El resultado fue utilizado para derivar una nueva expresión para el tiempo de estabilización de flujo en ley de potencia en un medio poroso. También Escobar, Zambrano, Giraldo and Cantillo (2011)<sup>4</sup> presentaron una metodología de interpretación usando la curva logarítmica de presión y derivada de presión para fluidos no newtonianos en formaciones naturalmente fracturadas. Adicional a ello Escobar, Martínez and Montealegre (Diciembre 2010)<sup>3</sup> estudiaron la huella de la derivada de presión para entender y facilitar la interpretación de pruebas de presión.

Específicamente, se implementó la síntesis directa de *Tiab* (*TDS*) usando algunas características específicas halladas en la curva de presión y derivada de presión, como son los puntos de intersección de los regímenes de flujo lineal y pseudoestable. Con estos puntos característicos se logró introducir dos nuevas ecuaciones para estimar la longitud de la fractura y el área del yacimiento. Se busca extender la metodología *TDS* para identificar los cambios en las curvas de los transientes de presión cuando se varía el índice de ley de potencia ( $0.1 < n < 1$ ) para fluidos pseudoplásticos.

## **DEFINICIÓN DEL PROBLEMA**

Identificar cual es el mejor método numérico que nos ayude a identificar los diferentes regímenes de flujo que se encuentran durante las diferentes pruebas de presión y así con esto lograr evaluar las diferentes características del yacimiento como permeabilidad, daño de formación, presión actual del yacimiento, determinación de límites, longitud de fractura y área del yacimiento, cuando se varia el índice de ley de potencia ( $0.1 < n < 1$ ) para fluidos seudoplásticos (no-newtoniano).

## OBJETIVOS

### Objetivo General

Extender la metodología TDS para interpretar pruebas de presión en pozos verticales con fracturas hidráulicas de conductividad infinita con flujo pseudoplástico.

### Objetivo específico

Determinar las características de permeabilidad, daño de formación, presión actual del yacimiento, determinación de límites, área del yacimiento, longitud de fractura y conductividad de la misma, en transientes de presión para fluidos no-newtonianos.

Generar un software que grafique, identifique y solucione las pruebas de transientes de presión para fluidos no-newtoniano (crudo pesado).

Identificar los cambios en las curvas de los transientes de presión cuando se varia el índice de ley de potencia ( $0.1 < n < 1$ ) para fluidos pseudoplasticos.

Comprobar la aplicabilidad de las ecuaciones desarrolladas utilizadas en fluidos newtonianos para fluidos no Newtonianos como los son  $k_f w_f$  y el termino adimensional de la conductividad de fractura.

Aplicar la metodología desarrollada a casos sintéticos y de campo.

## Capítulo 1. BASES TEÓRICAS

### 1.1 Fluidos No Newtonianos

Los fluidos newtonianos llamados así porque su comportamiento sigue la ley de Newton: “El esfuerzo de corte es proporcional al gradiente de velocidad o velocidad de corte”

$$\tau_{rz} = -\mu \frac{\partial v_z}{\partial r} = \mu \dot{\gamma}$$

La constante de proporcionalidad se denomina viscosidad y por definición, todos aquellos fluidos que no siguen la anterior ecuación son “no newtonianos”.

Una primera clasificación de los fluidos no newtonianos los divide en tres categorías:

- Comportamiento independiente del Tiempo
- Comportamiento dependiente del Tiempo
- Viscoelásticos.

#### 1.1.1 Comportamiento Independiente del Tiempo

El esfuerzo de corte sólo depende de la velocidad de corte ( $\dot{\gamma}$ ). Se conocen varios modelos reológicos para representar estos fluidos, entre ellos:

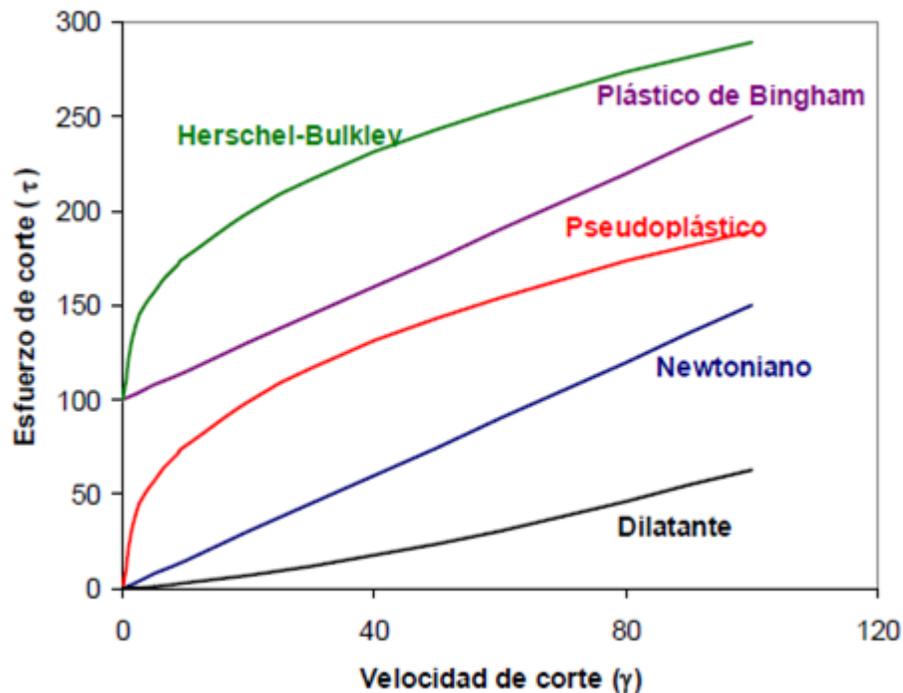


Figura 1.1 Representación de esfuerzo de corte Vs velocidad de corte Para diferentes fluidos

**Modelos de Ostwald de Waele o Ley de la Potencia:** Como se muestra en la siguiente ecuación, donde  $k$  y  $n$  son parámetros empíricos,  $k$  es el índice de consistencia y  $n$  es el índice de comportamiento de flujo. El término viscosidad aparente no es constante, ya que depende directamente de la velocidad de corte ( $\dot{\gamma}$ ).

$$\tau_{rz} = K\dot{\gamma}^n = K\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)^n = \left[K\left(\frac{dv_z}{dr}\right)^{n-1}\right]\left(-\frac{dv_z}{dr}\right) = \mu_{ap}\left(-\frac{dv_z}{dr}\right)$$

Debido a que  $n$  determina precisamente el modo en que se desarrolla el flujo, si  $n < 1$  el fluido se denomina pseudoplástico, estos fluidos fluyen más fácilmente aumentando la velocidad de deformación. Por el contrario, cuando  $n > 1$  la resistencia a fluir aumenta con un aumento de la velocidad de corte, y el fluido se denomina dilatante. Generalmente, los fluidos pseudoplásticos se comportan como newtonianos, a bajas y altos valores de  $\dot{\gamma}$ , en la figura 1.2 se puede observar que los valores de viscosidad aparente tienden a dos valores límites,  $\mu_0$  y  $\mu_\infty$ .

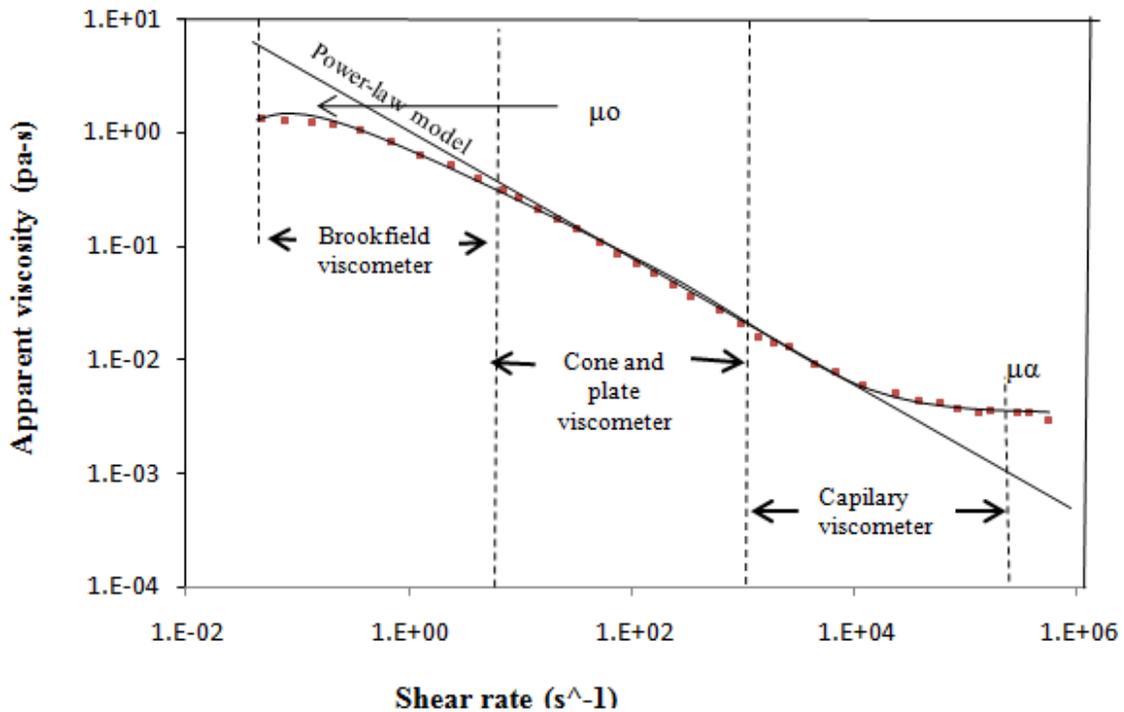


Figura 1.2 Solución de un Polímero Pseudoplástico: Viscosidades aparentes límites

En la misma figura se observan los rangos típicos de velocidades de corte que pueden medirse en los distintos equipos usados para el estudio de la reología.

### 1.1.2 Comportamiento Dependiente del Tiempo

En algunas situaciones prácticas, la viscosidad aparente depende también del tiempo durante el cual el fluido es sometido a esfuerzo, dicha respuesta se divide en:

- **Tixotropía:** la viscosidad aparente disminuye con el tiempo. Algunas sustancias que exhiben este comportamiento son las suspensiones concentradas, las arcillas, las soluciones de proteínas y ciertos alimentos.
- **Reopexia:** es el fenómeno inverso a la tixotropía, que se manifiesta en un aumento de la viscosidad aparente con el aumento de la velocidad de corte.

### 1.1.3 Viscoelásticos

Estas sustancias fluyen cuando se aplica en ellas un esfuerzo de corte, pero tienen la particularidad de recuperar parcialmente su estado inicial, presentando entonces características de los cuerpos elásticos. El comportamiento reológico de los materiales viscoelásticos durante la relajación puede modelarse mediante analogías mecánicas compuestas de resortes y amortiguadores. El resorte es considerado un elemento elástico ideal, obedece la ley de Hooke, y el amortiguador es representado por un sistema cilindro-pistón en el cual se manifiesta la parte viscosa, considerando un líquido ideal, de comportamiento newtoniano. En un sólido viscoelástico, debido a las características viscosas la tensión va disminuyendo, hacia un valor asintótico. El líquido viscoelástico se comporta de modo similar, salvo que la tensión tiende a cero con un tiempo suficiente.

## 1.2 Pruebas de Pozo

Las pruebas de pozo son una herramienta clave en la industria de los hidrocarburos. Las pruebas de pozo proveen información para establecer las características del reservorio, prediciendo el desempeño del mismo y diagnosticando el daño de formación. El análisis de pruebas de presión tiene una variedad de aplicaciones durante la vida de un yacimiento. Las pruebas de presión son fundamentales para:

- Determinar las características del yacimiento (permeabilidad, porosidad, daño presión estática, propiedades, tamaño, presión inicial, límites, tamaño y determinación de existencia de un acuífero, entre otros)
- Administración del yacimiento
- Descripción del yacimiento

Las pruebas *DST* y restauración de presión se usan principalmente en producción primaria y exploración. Las pruebas múltiples se usan más a menudo durante proyectos de recuperación secundaria y las pruebas multicapa y de permeabilidad vertical se usan en pozos productores/inyectores. Las pruebas de declinación, de restauración, de interferencia y de pulso se usan en todas las fases de producción. Las pruebas multitasa, de inyección, de interferencia y pulso se usan en las etapas primaria y secundaria. En la tabla 1 se resume todos los parámetros obtenidos en análisis de pruebas de pozo.

*Tabla 1.1 Parámetros obtenidos en pruebas de pozo. Escobar, 2005. "Análisis Moderno de Pruebas de Presión"<sup>2</sup>*

<b>Tipo de Prueba</b>	<b>Parámetro Obtenido</b>
DST	Comportamiento del yacimiento Permeabilidad Longitud de fractura Presión del yacimiento Límites del yacimiento Fronteras
Prueba de formación múltiple repetida	Perfil de presión
Prueba de declinación de presión	Comportamiento del yacimiento Permeabilidad Daño Longitud de fractura Límites del yacimiento Fronteras
Prueba de restauración de presión	Comportamiento del yacimiento Permeabilidad Daño Longitud de fractura Presión del yacimiento Fronteras
Step-rate Test	Presión de ruptura de formación Permeabilidad Daño
Prueba de abatimiento	Movilidad en varios bancos Daño Presión del yacimiento Longitud de fractura Ubicación del frente Fronteras
Pruebas de pulso e interferencia	Comunicación entre pozos Comportamiento del tipo de yacimiento Porosidad Permeabilidad interpozos Permeabilidad vertical

Pruebas Multicapa	Propiedades de capas individuales Permeabilidad horizontal Permeabilidad vertical Daño Presión de capa promedio Fronteras extremas
-------------------	---

### 1.3 Revisión Literaria

Igbokoyi and Tiab (2007)<sup>1</sup> desarrollaron nuevas curvas tipo para analizar pruebas de pozo en fluidos no newtonianos en medios porosos. La solución analítica general se basa en la ecuación de Laplace. La ecuación para las curvas tipo se desarrolló siguiendo procedimientos similares a los usados por *Bourdet et al.* Las funciones de *Bessel* involucradas en la solución final del caso no newtoniano no se pueden aproximar por la función logaritmo como en el caso newtoniano. Por lo tanto, el grupo adimensional del factor de daño y el coeficiente de almacenamiento del pozo utilizada en el caso de *Bourdet et al* no se utiliza en este estudio. En cambio, sólo el factor de daño se mantiene. El proceso no implica la coincidencia total de los datos con la curva tipo, pero proporciona un método directo de la evaluación de los datos de prueba y de la gráfica log-log de la presión y la derivada de la presión.

Las consideraciones supuestas para la obtención de las fórmulas matemáticas son:

El líquido es isotérmico, monofásico y ligeramente compresible con propiedades constantes. La formación es isotrópica y homogénea. La viscosidad efectiva se toma del estado estacionario. Existe flujo laminar y flujo radial en la cara del pozo. Se asume un comportamiento infinito. Por tanto el análisis mediante la curva tipo, se recomienda para el análisis de prueba de flujo de fluidos no-newtonianos en medios porosos.

Ikoku and Ramey J.r. (1979)<sup>5</sup> estudiaron el comportamiento de los transientes de flujo en fluidos no newtonianos, derivando una nueva ecuación diferencial parcial. La ecuación de difusividad es un caso especial de esta nueva ecuación. La nueva ecuación describe un flujo con fluido ligeramente compresible, no newtoniano y ley de potencia en un medio poroso homogéneo. Esta ecuación puede gobernar el flujo de la mayor parte de los desplazadores de aceite no newtonianos usados en los proyectos de recobro secundario y terciario, tales como soluciones de polímeros, misceláneas y surfactantes.

Con las soluciones analíticas de la nueva ecuación, se logra introducir nuevos métodos para analizar las pruebas de pozo en fluidos no newtonianos. Un ejemplo es presentado para el análisis de datos en pruebas de pozo en proyectos de inyección de polímero.

Se usan gráficos en función de presión dimensional ( $\log \Delta p$  o  $P_{wf} V_s t^{1-n/3-n}$ ) para investigar el error cuando son usadas las ecuaciones de fluidos newtonianos para modelo de flujo de fluidos no newtonianos en medio poroso.

Ikoku and Ramey (1980)<sup>6</sup> extendieron el modelo presentado por Ikoku and Ramey (1979)<sup>5</sup> para flujo de ley de potencia en fluidos no newtonianos en medio poroso para yacimientos circulares finitos. Fue estipulada una rata constaste de flujo para la cara del pozo y fueron consideradas dos condiciones de frontera: presión constante y no flujo fuera de las fronteras. El resultado fue utilizado para derivar una nueva expresión para el tiempo de estabilización en flujo de ley de potencia para un medio poroso.

El almacenamiento en la cara del pozo y los efectos del daño siempre distorsionan el comportamiento de los transientes de presión de los pozos en yacimientos de petróleo. Este trabajo de Ikoku and Ramey (1980)<sup>6</sup> considera los efectos del daño y el almacenamiento en la cara del pozo en los transientes de flujo de ley de potencia en fluidos no newtonianos en yacimientos de petróleo. Se utilizó un nuevo simulador numérico de almacenamiento en la cara del pozo para el estudio de los efectos del daño y del almacenamiento durante el transiente de flujo en fluidos de ley de potencia en yacimientos circulares e infinitamente largos. Los resultados fueron presentados a la vez en tablas y en gráficos log-log de presión adimensional vs. tiempo adimensional. Los gráficos log-log pueden usarse en curvas tipo que produce un análisis de datos a corto tiempo.

Una nueva expresión se obtuvo para la duración de los efectos del almacenamiento cuando existe daño en un yacimiento infinitamente grande. Este criterio no es válido para yacimientos circulares finitos que no tienen flujo en el exterior de la frontera. Los resultados indican que esto no es aparentemente el fin del efecto del almacenamiento para las condiciones de no flujo en el exterior de la frontera y para valores de radio externo. Una nueva relación fue derivada para el efecto del daño y el radio efectivo del pozo para flujo en ley de potencia.

Escobar, Martínez and Montealegre (2010)<sup>3</sup> estudiaron la huella de la derivada de presión para entender y facilitar la interpretación de pruebas de presión en yacimientos con fluidos no-newtonianos que obedecen a la ley de potencia. Específicamente, se implementó la síntesis directa de *Tiab* (*TDS*) usando algunas características específicas halladas en la curva de presión y derivada de presión, de modo que se introdujeron nuevas ecuaciones para estimar la permeabilidad, radio de la zona no Newtoniana y el factor de daño. La permeabilidad se puede verificar. La tecnología propuesta se verificó satisfactoriamente mediante su aplicación a un problema reportado en la literatura y a otro sintético.

También Escobar y colaboradores (Junio 2011)<sup>4</sup> presentaron una metodología de interpretación usando la curva logarítmica de presión y derivada de presión para fluidos no newtonianos en formaciones naturalmente fracturadas de modo que el coeficiente adimensional de almacenaje ( $\omega$ ), y el parámetro de flujo interporoso ( $\lambda$ ), se obtienen de puntos característicos encontrados en el gráfico log-log de la presión y derivada de presión. Las ecuaciones y correlaciones desarrolladas se verificaron satisfactoriamente mediante su

aplicación a pruebas de presión sintéticas ya que no existen datos reales reportados por la literatura. Se halló un buen ajuste entre los resultados obtenidos mediante la metodología propuesta y los valores usados para generar la simulación.

Katime-Meindl and Tiab (2001)<sup>7</sup> presentaron una técnica de interpretación para el comportamiento de la presión en fluidos no newtoniano en un yacimiento homogéneo, sin que coincida con las curvas tipo. La inclusión de un no flujo y / o una línea de presión constante también son investigadas.

La *TDS (Síntesis directa de Tiab)* se aplicó para analizar el comportamiento de la presión de un pozo situado en un yacimiento infinito y luego cerca de un límite lineal donde se consideraron y se evaluaron los efectos de almacenamiento y daño. El análisis requiere la generación de conjuntos de curvas tipo para diferentes valores de almacenamiento y daño del pozo. Se presenta un procedimiento paso a paso para el cálculo de los parámetros del yacimiento: la relación de permeabilidad / viscosidad, coeficiente de almacenamiento, daño y la distancia más cercana a la frontera sin el uso de las curvas tipo.

El modelo que es particularmente útil cuando el flujo radial temprano no puede ser observado o no está bien definido debido a diversas razones, tales como la falta de puntos, el ruido y / o interferencia de las fronteras. Los resultados obtenidos con este método son siempre verificables. Cualquier parámetro calculado es verificado por una segunda ecuación, que corresponde a otra característica que relaciona el parámetro.

Odeh and Yang (1979)<sup>10</sup> derivaron una ecuación diferencial parcial que describe el flujo de fluidos no newtonianos ligeramente compresibles en medios porosos, (solución aproximada). La cual se trabaja mediante el uso de dos métodos diferentes. Utilizando una solución en el estado inestable, desarrollaron un método para analizar datos de pruebas de inyección, con el cual se analizaron 4 pruebas de inyección. El resultado teórico fue usado para derivar la ecuación de flujo en estado estable equivalente a el transiente del radio de drene. El segundo método analiza los datos isocronales de la prueba. Los métodos aceptados para fluidos newtonianos no son aceptables para fluidos no newtonianos, además los análisis de campo indican que la relación entre la rata de corte y la viscosidad determinada por el viscosímetro puede no tener ninguna relación en el medio poroso. Esto puede ser causado por varios factores: uno de ellos es la posibilidad de que la rata de corte generada por los viscosímetros bajo condiciones de estado estable, puede no ser comparable con la rata de corte resultante a condiciones de estado inestable en medio poroso, otra posibilidad es la presencia de fracturas. Además la relación entre la rata de corte y la viscosidad es un valor obtenido mediante la integración de varios valores de permeabilidad y porosidad.

A diferencia de Odeh et al, los señores College and Ertekin (1983)<sup>9</sup> desarrollaron un simulador de diferencias finitas numéricas para modelar el flujo ligeramente compresible

en yacimientos verticales fracturados. Este generaliza la solución analítica para fluidos no newtonianos en sistemas radiales y para fluidos newtonianos en sistemas de fracturas. Este modelo usa una malla de coordenadas polares como representación.

El modelo simula la inyección de un polímero en un yacimiento hidráulicamente fracturado. Varios casos reducen la clasificación de los modelos de pruebas de pozo para inyección o producción con diversas condiciones de frontera. El modelo puede ser usado para generar curvas tipo para analizar el comportamiento de los transientes de presión debido al polímero inyectado.

La ecuación de un fluido altamente no lineal en un sistema de fracturas puede ser tratada por un simulador numérico. Este modelo se probó y se comparó con las soluciones analíticas encontrando concordancias en los casos. La generación de la curva adimensional de presión versus tiempo que parece ser la extensión natural del resultado anterior. La inyección de polímero en un yacimiento hidráulicamente fracturado es una técnica común de recobro mejorado. La ecuación de flujo resultante para fluidos altamente no lineales hace que la solución analítica no parezca probable. La pequeña malla de coordenadas polares permite generar espacios logarítmicos para el pozo y la fractura, ofreciendo un medio prometedor para el modelamiento y predicción con el máximo rendimiento.

Se debe poner atención en la compensación del incremento del ancho de fractura, como en el incremento del radio de la misma. Este modelo está limitado en forma general a un pequeño rango de la ley de potencias y conductividad de fractura, este rango es sin embargo adecuado para cubrir algunas aplicaciones de campo extremas de forma exitosa.

Vongvuthipornchai and Raghavan (1987)<sup>14</sup> examinaron el comportamiento de la caída de presión en pozos con fractura después de la inyección de un fluido no newtoniano en ley de potencia. Los resultados son presentados en forma adecuada para aplicaciones a campo. Son consideradas y examinadas las respuestas de pozos con conductividad infinita y fracturas de flujo uniforme en fluidos no newtonianos.

Aunque el objetivo principal de este trabajo es examinar el comportamiento de la caída de presión en pozos fracturados, también se examinaron las respuestas de pozos sin fractura. Los estudios realizados fueron examinados y validados por el principio de superposición. Si las soluciones dadas en la literatura son usadas, entonces serían necesarios usar los factores de corrección para analizar los datos. Los resultados de la fase de este trabajo fueron obtenidos numéricamente y pueden ser usados para analizar los datos de pozos fracturados que existen en condiciones de flujo pseudo-radial.

El esquema numérico usado ha resultado lo suficientemente robusta como para aplicar a un amplio rango de parámetros. El objetivo principal es analizar pozos fracturados y los procedimientos para el comportamiento de caídas de presión en pozos fracturados que

pueden ser similares a pozos no fracturados, proporcionando las condiciones previas de flujo pseudo-radial.

En resumen los objetivos de este artículo son:

1. Analizar las consecuencias de usar soluciones linealizadas para analizar las pruebas de presión (inyección y abatimiento)
2. Examinar la validez del principio de superposición para analizar los datos de caída de presión y presentar una correlación de factor de corrección para analizar las pruebas cuando la solución linealizada produzca resultados incorrectos
3. Presentar una nueva solución para examinar el comportamiento de la caída de presión en pozos de intersección de fracturas verticales y discutir el procedimiento para estimar la longitud de fractura.

Yong (1998)<sup>15</sup> presentó una descripción detallada del flujo de fluidos en el medio poroso considerando la variación de la torta del filtrado, efecto de invasión de los fluidos, y el principio de superposición de la presión de fractura. La tasa de pérdida de fluido está determinada por el perfil de presión realizado donde se presume la pérdida de fluido. Este trabajo incorpora el balance de masa con los principios de mecánica de fluidos y sólidos. Ofrece una técnica de proporcionalidad para determinar la permeabilidad de la formación y fractura a la resistencia del filtrado. Para determinar la caída de presión desde la cara de la fractura hasta la cara del pozo, se permitió el cómputo separado de la compresibilidad del componente de pérdida de fluido, la torta del filtrado y los fluidos no newtonianos del componente.

Se hacen comparaciones para deducir las similitudes y diferencias entre el método tradicional y el nuevo método. Se considera de manera precisa la pérdida del filtrado, permitiendo un mejor diseño de fracturamiento y particularmente atractivo para el fracturamiento de mallas llevadas a cabo en formaciones con alta permeabilidad.

## Capítulo 2. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA TDS

La metodología de *Tiab's direct synthesis technique*, (TDS) establece la solución de la ecuación de difusividad considerando el daño y almacenamiento mediante la utilización de un gráfico log-log de presión y derivada de presión versus tiempo, dicho gráfico presenta varias características únicas como:

- Tanto la curva como la derivada de la presión tiene la misma línea de pendiente unitaria durante tiempos tempranos. Esta línea corresponde al flujo de almacenamiento puro.
- La porción de flujo radial de acción infinita de la derivada de presión es una línea recta horizontal.
- La línea de pendiente unitaria a tiempos tempranos y la línea de acción infinita a tiempos tardíos de la derivada de presión, se interceptan en 0.5, por lo que el punto de intercepción puede ser usado para determinar el valor de la permeabilidad y el almacenamiento, pero estas también pueden ser calculadas con las coordenadas del punto máximo (pico) durante los tiempos tempranos.
- Para calcular el daño se debe buscar una expresión que relacione la porción de la línea de flujo radial de acción infinita de las curvas de presión y la derivada de la presión.

Este estudio se basa en analizar los puntos de intercepción entre los regímenes de flujo lineal y pseudoestable apreciados en los gráficos log- log de presión y derivada de presión con respecto al tiempo.

### 2.1 Corridas de simulación

Se buscó identificar la relación que tiene la variación del modelo de ley de potencia con respecto a los cambios que presentan los regímenes de flujo. Para ello se desarrolló un programa en código VisualBasic 6.0 "*FractNon*" para simular el comportamiento de la presión y derivada de presión para un fluido no-newtoniano en un pozo hidráulicamente fracturado con conductividad infinita. Este programa usa la solución analítica presentada por Odeh and Yang (1979)<sup>10</sup> para el flujo lineal:

$$P_{wD}(t_D) = \frac{(3-n)^{2v} t_D^v}{(1-n)\Gamma(1-v)} - \frac{1}{1-n} \quad (2.1)$$

$$v = \frac{1-n}{3-n} \quad (2.2)$$

Desarrollada para la condición inicial y de fronteras en forma adimensional están dadas por:

$$P_D(r_D, 0) = 0$$

$$\left( \frac{\partial P_D(1, t_D)}{\partial r_D} \right) = -1$$

$$P_D(\infty, t_D) \rightarrow 0$$

Puesto que la solución dada por la Ecuación 2.1 corresponde a flujo lineal, dicha solución se acopló durante el tiempo intermedio (flujo radial) usando la siguiente solución analítica que fue previamente programada por el director del GIPP. Dicha solución en el espacio Laplaciano es:

$$\bar{P}(z) = \frac{K_{\frac{1-n}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right)}{z^{3/2} K_{\frac{2}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right)} \quad (2.3)$$

Solución que es válida para las siguiente condición inicial y de fronteras:

$$P_{DNN}(r_D, 0) = 0$$

$$\left( \frac{\partial P_{DNN}(1, t_D)}{\partial r_D} \right) = -1$$

$$P_{DNN}(\infty, t_{DNN}) \rightarrow 0$$

Como un objetivo adicional, extra a lo planteado, se buscó adicionar el estado pseudoestable para que el producto estuviera más completo y poder desarrollar una ecuación de área de drenaje del pozo mediante el punto de intercepto entre el flujo lineal y la línea de estado pseudoestable. Para ello, esta solución se acopló con el simulador desarrollado en Vega (2012)<sup>13</sup> cuya solución analítica presentada por Ikoku and Ramey (1980)<sup>6</sup> es:

$$\bar{P}(z) = \frac{\left\{ K_{\frac{2}{3-n}} \left[ \frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \bullet I_{\frac{1-n}{3-n}} \left[ \frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right] + I_{\frac{2}{3-n}} \left[ \frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \bullet K_{\frac{1-n}{3-n}} \left[ \frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right] \right\}}{\left( z^{3/2} \left\{ I_{\frac{2}{(n-3)}} \left[ \frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \bullet K_{\frac{2}{(3-n)}} \left[ \frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right] - K_{\frac{2}{(3-n)}} \left[ \frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \bullet I_{\frac{2}{(n-3)}} \left[ \frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right] \right\} \right)} \quad (2.4)$$

Esta solución fue desarrollada por Ikoku and Ramey (1980)<sup>6</sup> para condición inicial iguales a las anteriores pero con condición de frontera externa cerrada:

$$p_{DNN}(r_D, 0) = 0$$

$$\left( \frac{\partial p_{DNN}(1, t_{DNN})}{\partial r_D} \right) = -1$$

$$\left( \frac{\partial p_{DNN}(r_{eD}, t_{DNN})}{\partial r_D} \right) = 0$$

Las cantidades adimensionales (Ikoku and Ramey)<sup>6</sup> están dadas por:

$$p_{DNN} = \frac{p - p_i}{\left( \frac{q}{2\pi h} \right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{1-n}}{k_r}} \quad (2.5)$$

$$r_D = r / r_w \quad (2.6)$$

$$r_{ed} = r_e / r_w \quad (2.7)$$

$$t_{DNN} = \frac{t}{G r_w^{3-n}} \quad (2.8)$$

$$G = \frac{n\phi c_i \mu_{eff}}{k_r} \left( \frac{2\pi h}{q} \right)^{1-n} \quad (2.9)$$

Con base a las soluciones analíticas del flujo lineal y del flujo radial se crea el software “*FractNon*” el cual usa valores de caudal, factor volumétrico, porosidad, longitud de fractura, espesor de la formación, permeabilidad, radio de pozo, viscosidad efectiva y el índice de ley de potencia ( $n$ ), tal como lo muestra la figura 2.1, para convertirlos a los parámetros adimensionales dados por las Ecuaciones 2.5 a 2.9 y con éstos efectuar las simulaciones. Al ejecutar el programa se genera un gráfico logarítmico de la presión y derivada de presión con respecto al tiempo en términos adimensionales para flujo lineal y radial. Este grafico presenta una zona de transición donde se genera una dispersión de los datos, la cual está ubicada en la zona aledaña al punto de intercepción entre el flujo lineal y el flujo radial como se percibe en la figura 2.2. Esto se debe al acople de los dos flujos (lineal y radial) cuyas soluciones tienen naturaleza infinita.

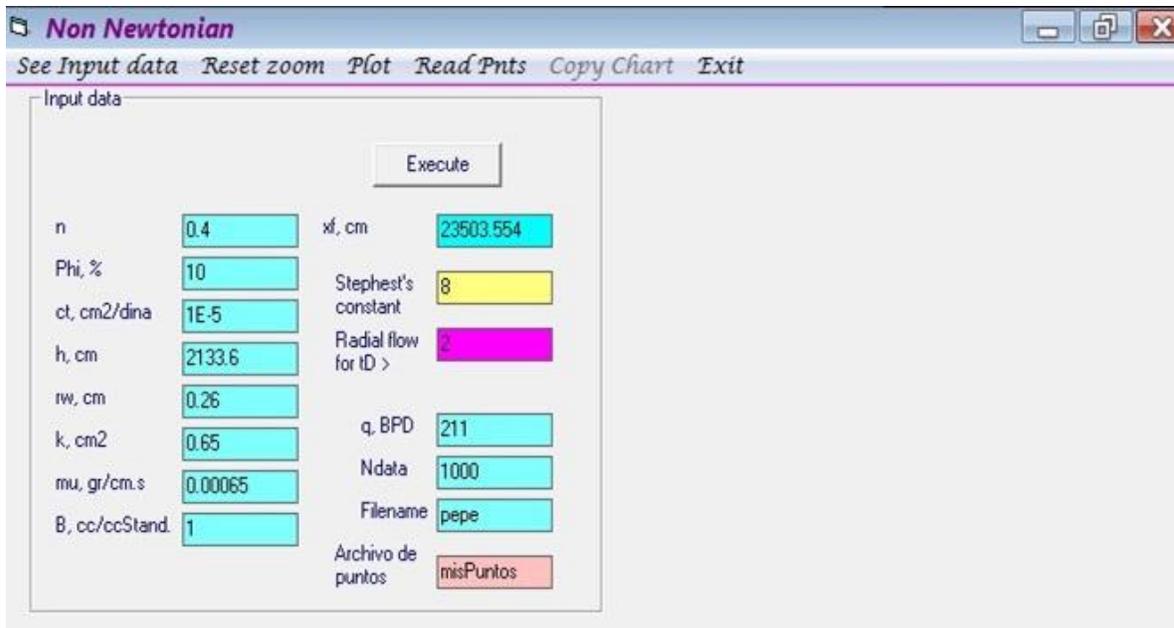


Figura 2.1 Interfax del software "FractNom"

Para disminuir la dispersión de los datos, se generaron gráficos donde se mantenía constante los datos de entrada a excepción del tiempo de inicio del flujo radial, hasta que el grafico disminuyera lo máximo posible la dispersión en esa zona transición. Este valor fue de  $t_D=2$ , como lo muestra la figura 2.2.

El software reporta los datos de salía de forma adimensional en un archivo de bloc de notas, como se identifica en la figura 2.3. Una vez obtenida la data con menor dispersión, se procede a prolongar la línea del flujo radial hasta que toque la línea del flujo lineal, donde se espera que sea el verdadero punto de inicio del flujo radial y final del flujo lineal (punto de intercepción). Luego de obtener un gráfico donde se representa el flujo lineal y radial, se procede a generar y adicionar los datos procedentes del simulador desarrollado por Vega (2012)<sup>13</sup> a fin de complementar la simulación para tiempo tardío. Se logra con esto generar un gráfico de presión y derivada de presión con respecto al tiempo en términos adimensionales que presente los tres regímenes de flujo (lineal, radial y pseudoestable) en un yacimiento vertical hidráulicamente fracturado con fluidos pseudoplásticos.

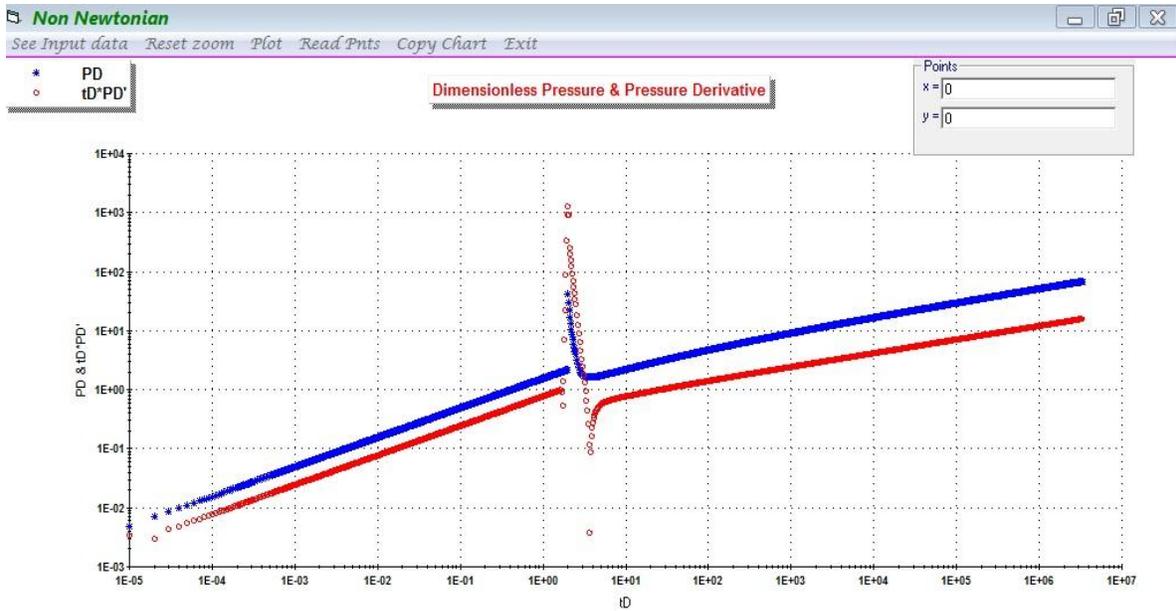


Figura 2.2 Grafico logarítmico suministrado por el software “FractNom”

safe file: Bloc de notas

Archivo Edición Formato Ver Ayuda

```

*****
*
* REPORT FOR NON-NEWTONIAN
*
*
* .oooo .oooo.
*
*****

```

TD	PD	TD*DP''	t, hr	dp, psi	t*dp'', psi
0,00001	4,89484532963905E-03	3,4179439190517E-03	0	0	0
0,00002	6,92235665089415E-03	2,92399648308581E-03	0	0	0
0,00003	8,47812080612607E-03	4,45166863271314E-03	0	0	0
0,00004	9,7896906592781E-03	4,81778242663241E-03	0	0	0
0,00005	1,09452068964203E-02	5,49793150006268E-03	0	0	0
0,00006	0,011989873427461	5,9865449870427E-03	0	0	0
0,00007	1,29505434483509E-02	6,47775355092273E-03	0	0	0
0,00008	1,38447133017883E-02	6,92150933977047E-03	0	0	0
0,00009	1,46845359889172E-02	7,34246628656374E-03	0	0	0
0,0001	1,54788600358971E-02	7,73933185271207E-03	0	0	0
0,00011	1,62343653652362E-02	8,11718380524056E-03	0	0	0
0,00012	1,69562416122521E-02	8,47810010265895E-03	0	0	0
0,00013	0,017648615821479	8,82429860908726E-03	0	0	0
0,00014	1,83148341847599E-02	9,15740801974485E-03	0	0	0
0,00015	1,89576544439532E-02	9,47882063051706E-03	0	0	0
0,00016	1,95793813185562E-02	9,78968523326134E-03	0	0	0
0,00017	2,01819643151631E-02	1,00909778090919E-02	0	0	0
0,00018	2,07670699526824E-02	1,03835313992444E-02	0	0	0
0,00019	2,13361361361587E-02	1,06680651087299E-02	0	0	0
0,0002	2,18904137928406E-02	0,010945204420353	0	0	0
0,00021	0,022430999238172	1,12154975306575E-02	0	0	0
0,00022	2,29588596760371E-02	1,14794280620189E-02	0	0	0

Figura 2.3 data de salida suministrada por el software “FractNom”

Se corre una serie de datos en el simulador FractNon con el fin de identificar las variaciones en los regímenes de flujo presentes en las gráficas de la presión y la derivada de presión con respecto al tiempo. El simulador generó diversas datas de presión y derivada de presión contra tiempo para diferentes  $n$  (0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9). Los datos de entrada utilizados en este trabajo se dan a continuación:

$h = 30$ ft	$k = 150$ md
$q = 500$ BPD	$\phi = 0.25$
$B_o = 1.1$ rb/STB	$\mu_{eff} = 10$ cp
$c_t = 0.000005$ psi <sup>-1</sup>	$r_w = 0.5$ ft
$H = 670.43513$ cp*s <sup><math>n-1</math></sup>	$x_f = 250$ ft

A continuación se presentan una serie de gráficas las cuales son el resultado de la simulación y representan el comportamiento de la presión y derivada de presión cuando se varía el coeficiente  $n$  en ley de potencia.

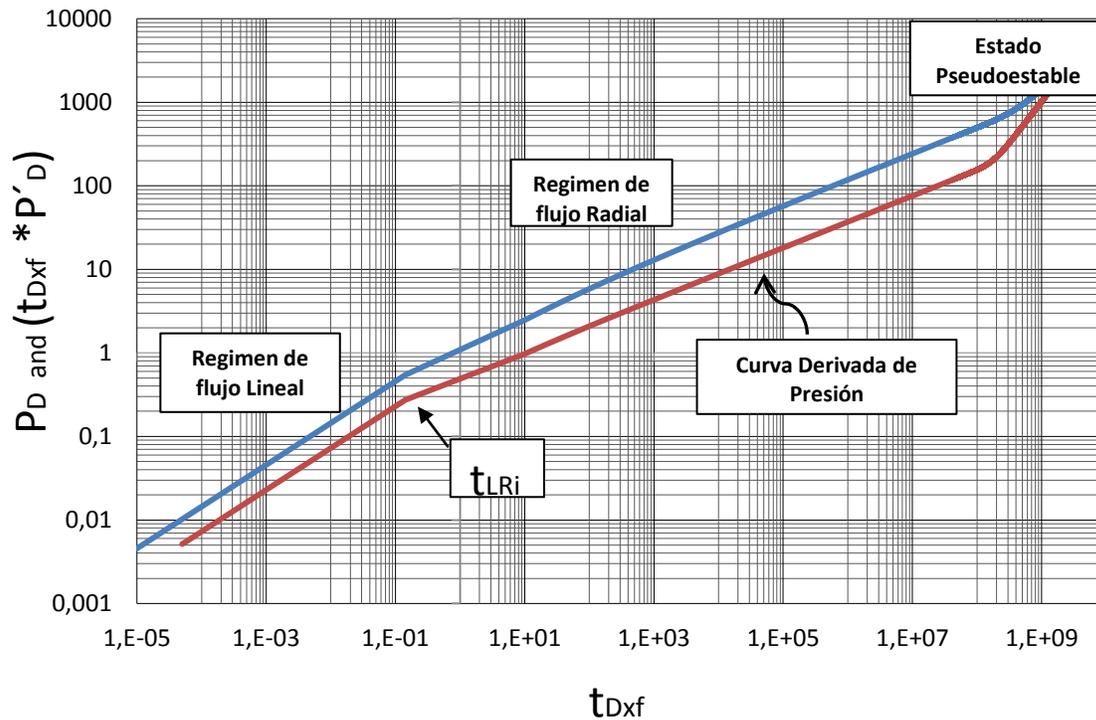


Figura 2.4 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.1$

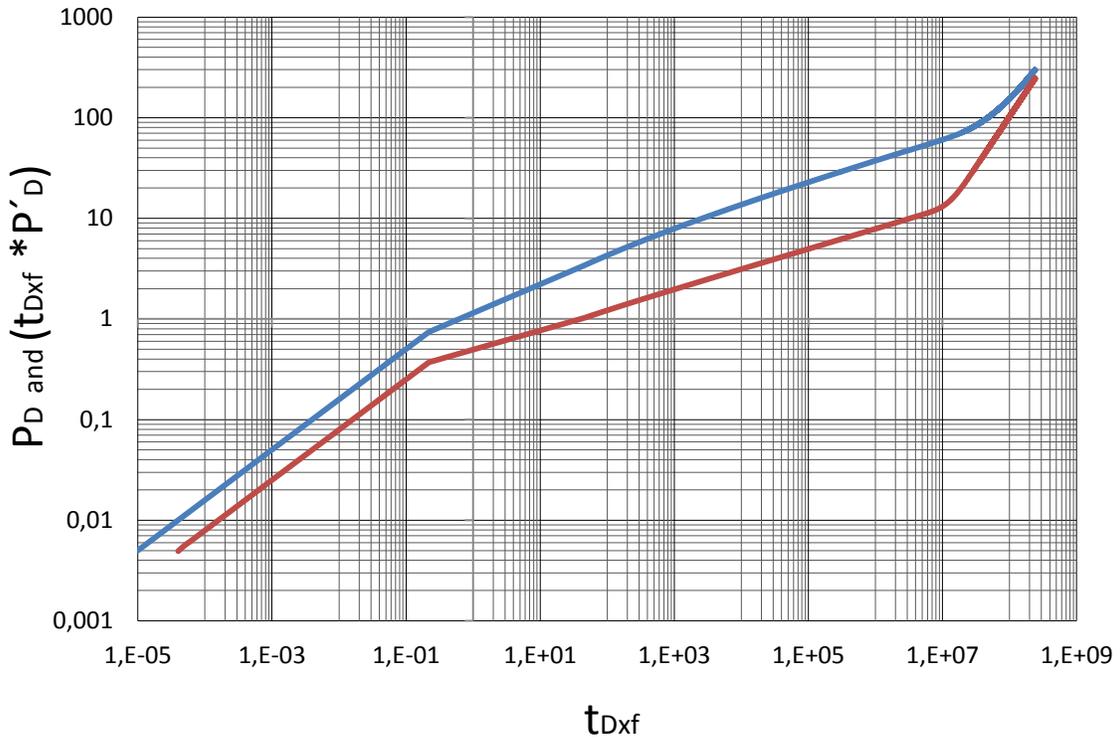


Figura 2.5 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.5$

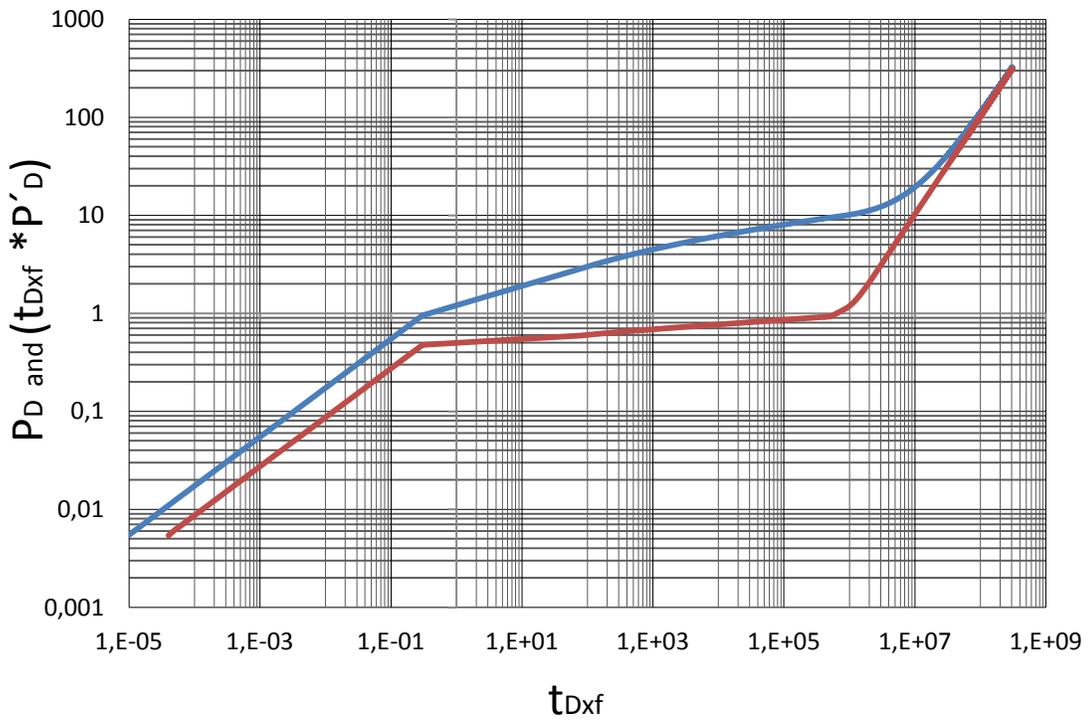


Figura 2.6 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.9$

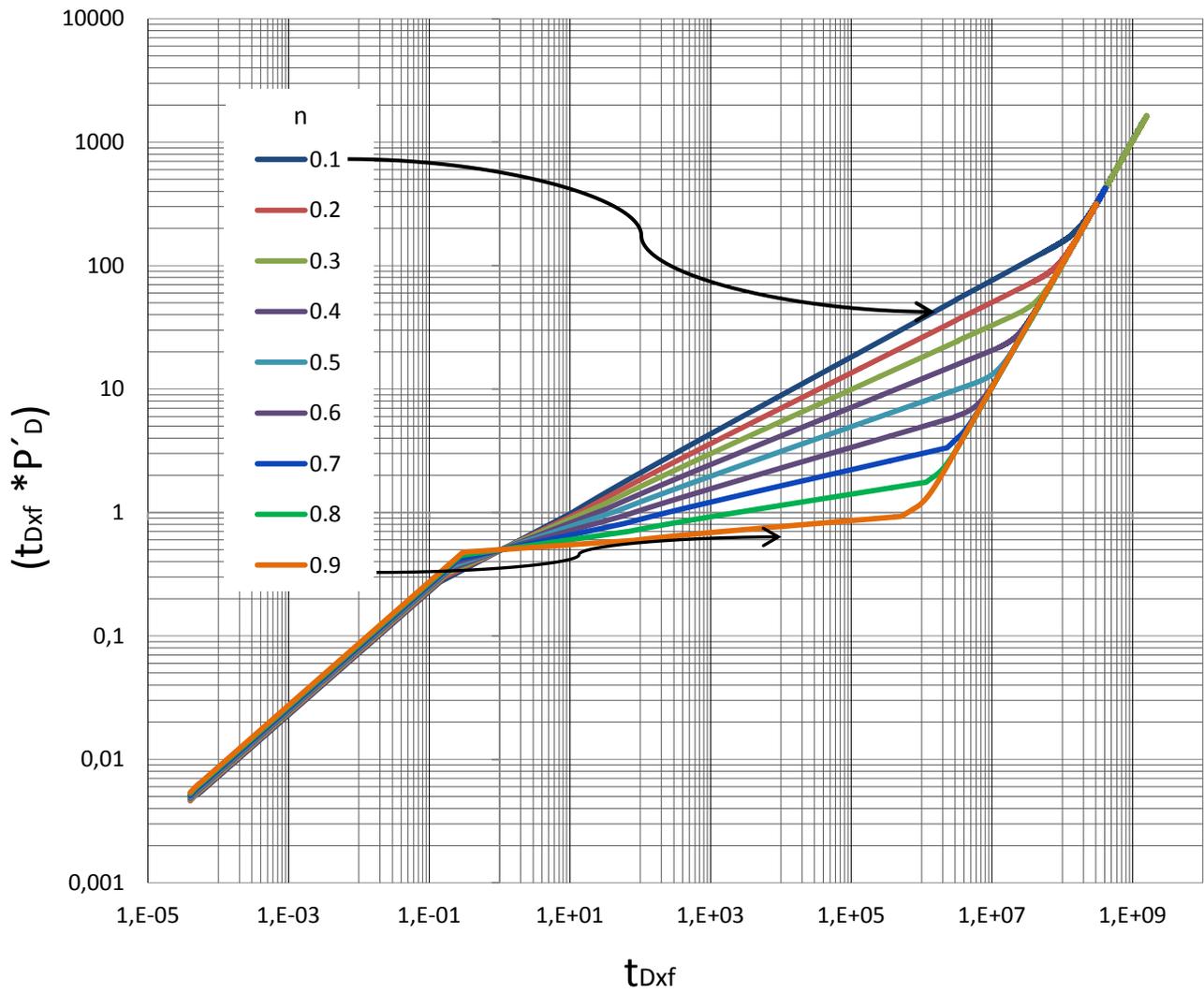


Figura 2.7 Gráfico logarítmico de la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para los diferentes valores de  $n$ .

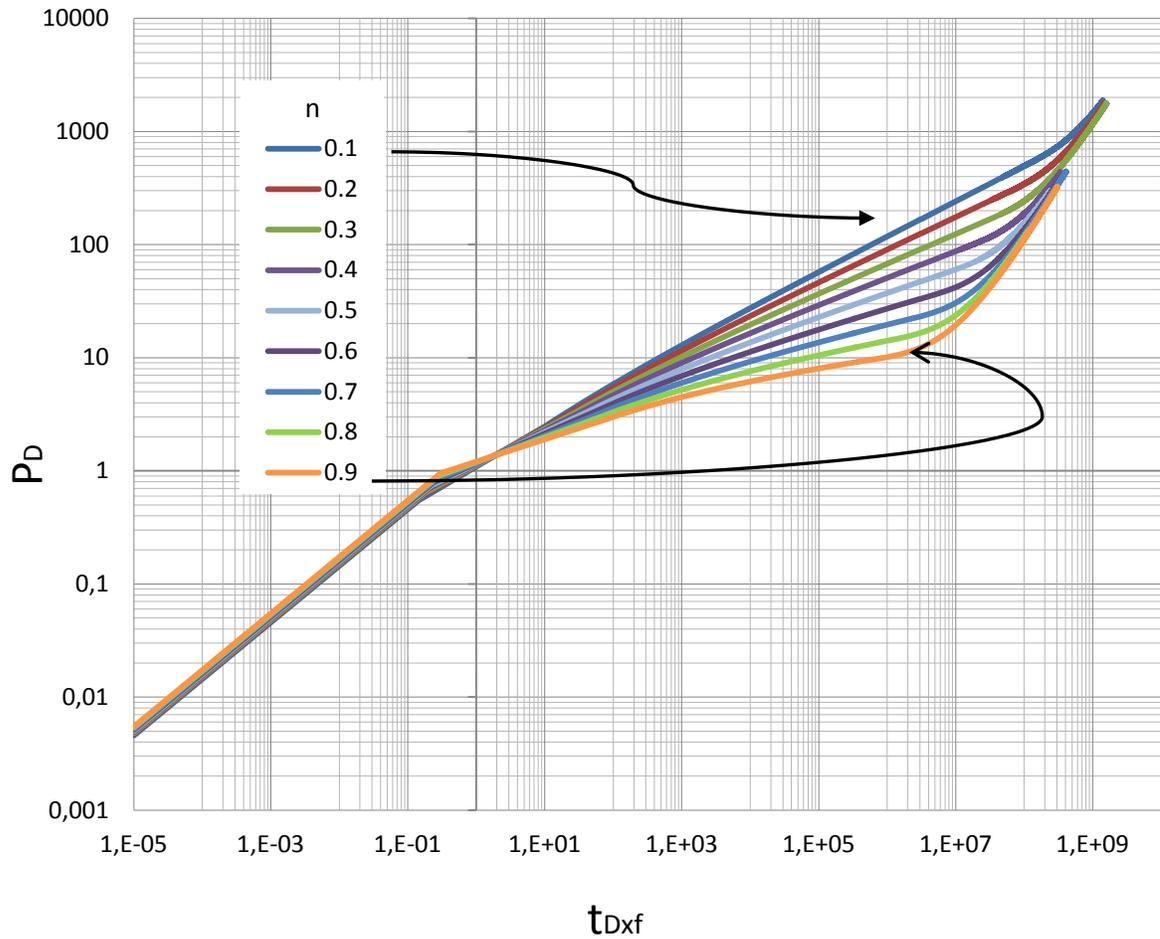


Figura 2.8 Gráfico logarítmico de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para los diferentes valores de  $n$ .

Estos gráficos muestran un aumento en la pendiente del flujo radial a medida que va disminuyendo el coeficiente  $n$  ya que tanto el flujo lineal como el flujo pseudo-estable permanecen constantes a la variación de la ley de potencia.

Ahora se procede a calcular todas las propiedades del yacimiento y del pozo, como lo son la permeabilidad, la longitud de fractura, el daño y la conductividad, para al final tratar de identificar las variaciones presentes en los diferentes gráficos con respecto al uso de esta nueva metodología. En el capítulo tres se presenta una muestra de cálculos para la data simulada en el anexo 4 (Gráficos de presión y derivada de presión variando  $n$ ).

## 2.2 Desarrollo matemático

Partiendo de la ecuación de presión adimensional y de tiempo adimensional en fractura:

$$P_D = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\pi t_{Dxf}} \quad (2.11)$$

$$t_{Dxf} = \frac{0.0002637kt}{\phi c_t \mu_{eff} x_f^2} \quad (2.12)$$

Derivando la ecuación 2.11 con respecto a  $t_D$ , se tendría:

$$P_D' = 0.5 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\pi^{0.5}}{t_{Dxf}^{0.5}} \quad (2.13)$$

Multiplicando en ambos lados por  $t_{Dxf}$  y reorganizando:

$$t_{Dxf} * P_D' = 0.5 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\pi^{0.5}}{t_{Dxf}^{0.5}} t_{Dxf} \quad (2.14)$$

$$t_{Dxf} * P_D' = 0.5 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\pi t_{Dxf}} \quad (2.15)$$

Sabiendo que la derivada de la presión y el tiempo adimensional durante flujo radial es:

$$t_D P_D' = 0.5 t_D^\alpha \quad (2.16)$$

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi c_i \mu_{eff} x_f^2} \quad (2.17)$$

Como el punto de intersección entre la recta del flujo lineal con el flujo radial poseen el mismo valor en su derivada, se puede decir que:

$$0.5t_D^\alpha = 0.5 \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\pi t_{Dxf}} \quad (2.18)$$

$$0.5t_D^\alpha = 0.5 \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}} \pi^{0.5} t_{Dxf}^{0.5} \quad (2.19)$$

$$\frac{0.5t_D^\alpha}{0.5\pi^{0.5} \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}}} = t_{Dxf}^{0.5} \quad (2.20)$$

Elevando la ecuación 2.20 al cuadrado, se tiene:

$$\left( \frac{t_D^\alpha}{\pi^{0.5} \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}}} \right)^2 = t_{Dxf} \quad (2.21)$$

Reemplazando la ecuación 2.12 en la ecuación 2.21, se llega a:

$$\left( \frac{t_D^\alpha}{\pi^{0.5} \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}}} \right)^2 = \frac{0.0002637kt_{LRi}}{\phi c_i \mu_{eff} x_f^2} \quad (2.22)$$

$$\left( \frac{t_D^\alpha}{\pi^{0.5} \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}}} \right)^2 \frac{\phi c_t \mu_{eff}}{0.0002637 k t_{LRi}} = \frac{1}{x_f^2} \quad (2.23)$$

Invirtiendo la ecuación 2.23, luego sacando raíz cuadrada en ambos lados y reemplazando la ecuación 2.17 en la ecuación 2.23, tendríamos la ecuación final sobre longitud de fractura:

$$x_f = \frac{\left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}}}{t_{D_{sf}}^\alpha} \sqrt{\frac{0.0002637 \pi t_{LRi} k}{\phi c_t \mu_{eff}}} \quad (2.24)$$

$$x_f = 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{t_{D_{sf}}^\alpha} \sqrt{\frac{t_{LRi} k}{\phi c_t \mu_{eff}}} \quad (2.25)$$

Reemplazando el tiempo adimensional:

$$x_f = 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left( \frac{0.0002637 k t_{LRi}}{\phi c_t \mu_{eff} x_f^2} \right)^\alpha} \sqrt{\frac{t_{LRi} k}{\phi c_t \mu_{eff}}} \quad (2.26)$$

Pasando  $(x_f^2)^\alpha$  a la izquierda:

$$\frac{x_f}{(x_f^2)^\alpha} = 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{0.0002637kt_{LRi}}{\phi c_i \mu_{eff}}\right)^\alpha} \sqrt{\frac{t_{LRi}k}{\phi c_i \mu_{eff}}} \quad (2.27)$$

Reemplazando  $\alpha$ :

$$\frac{x_f}{(x_f)^{2\left(\frac{1-n}{3-n}\right)}} = 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{0.0002637kt_{LRi}}{\phi c_i \mu_{eff}}\right)^\alpha} \sqrt{\frac{t_{LRi}k}{\phi c_i \mu_{eff}}} \quad (2.28)$$

Pasando  $x_f^{(2-2n/3-n)}$  al numerador:

$$x_f x_f^{-\left(\frac{2-2n}{3-n}\right)} = 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{0.0002637kt_{LRi}}{\phi c_i \mu_{eff}}\right)^\alpha} \sqrt{\frac{t_{LRi}k}{\phi c_i \mu_{eff}}} \quad (2.29)$$

Combinando  $x_f x_f^{-(2-2n/3-n)}$  se tiene:

$$x_f^{\left(\frac{1+n}{3-n}\right)} = 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{0.0002637kt_{LRi}}{\phi c_i \mu_{eff}}\right)^\alpha} \sqrt{\frac{t_{LRi}k}{\phi c_i \mu_{eff}}} \quad (2.30)$$

Despejando  $x_f$ .

$$x_f = \left[ 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left( \frac{0.0002637kt_{LRi}}{\phi c_i \mu_{eff}} \right)^\alpha} \sqrt{\frac{t_{LRi} k}{\phi c_i \mu_{eff}}} \right]^{\frac{3-n}{1+n}} \quad (2.31)$$

Dónde:

$$\alpha = \frac{1-n}{3-n}$$

$P$  y  $t$  son evaluados en el punto de intersección de los flujos lineal y Radial,  $t_{LRi}$ .

Otra forma para calcular la longitud de la fractura es utilizando el punto de intersección entre el flujo lineal y el pseudo-estable, los cuales están regidos por las siguientes ecuaciones, respectivamente:

$$t_{Dxf} * P_D' = 0.5 \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\pi t_{Dxf}} \quad (2.32)$$

$$t_{Dxf} * P_D' = 2\pi t_{DA} \quad (2.33)$$

Igualando las ecuaciones 2.32 con 2.33, despejando  $t_{DA}$  y dejando en función de  $t_{Dxf}$ , se tiene:

$$0.5 \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\pi t_{Dxf}} = 2\pi t_{DA} \quad (2.34)$$

Despejando  $t_{DA}$ :

$$t_{DA} = \frac{0.5}{2\pi} \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\pi t_{Dxf}} \quad (2.35)$$

Por conveniencia  $\pi = \pi^{0.5} \cdot \pi^{0.5}$ :

$$t_{DA} = \frac{0.5}{2(\pi^{0.5} * \pi^{0.5})} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \pi^{0.5} \sqrt{t_{Dxf}} \quad (2.36)$$

Simplificando:

$$t_{DA} = 0.141047 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{t_{Dxf}} \quad (2.37)$$

Sabiendo que:

$$t_{DA} = \frac{0.0002637kt}{\phi c_t \mu_{eff} A} \quad (2.38)$$

Ahora se procede a reemplazar  $t_{DA}$  en la ecuación 2.37 para despejar el área de drenaje:

$$\frac{0.0002637kt}{\phi c_t \mu_{eff} A} = 0.141047 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{t_{Dxf}} \quad (2.39)$$

Despejando  $1/A$ :

$$\frac{1}{A} = \frac{534.87826 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{t_{Dxf}} \phi c_t \mu_{eff}}{kt_{LPi}} \quad (2.40)$$

Invirtiendo la ecuación:

$$A = \frac{kt_{LPi}}{534.87826 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} (t_{Dxf})^{0.5} \phi c_i \mu_{eff}} \quad (2.41)$$

Introduciendo el tiempo adimensional en la ecuación 2.41:

$$A = \frac{kt_{LPi}}{534.87826 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \left(\frac{0.0002637kt_{LPi}}{\phi c_i \mu_{eff} x_f^2}\right)^{0.5} \phi c_i \mu_{eff}} \quad (2.42)$$

Rescribiendo:

$$A = \frac{kt_{LPi}}{534.87826 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \left(\frac{0.0002637^{0.5} t_{LPi}^{0.5} k^{0.5}}{\phi^{0.5} c_i^{0.5} \mu_{eff}^{0.5} x_f}\right) \phi c_i \mu_{eff}} \quad (2.43)$$

Simplificando:

$$A = \frac{kt_{LPi}}{534.87826 * 0.0002637^{0.5} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \left(\frac{t_{LPi}^{0.5} k^{0.5}}{x_f}\right) \sqrt{\phi c_i \mu_{eff}}} \quad (2.44)$$

Pasando  $t_{LPi}^{0.5}$  al numerador y simplificando:

$$A = \frac{\sqrt{kt_{LPi}}}{8.685803 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\sqrt{\phi c_t \mu_{eff}}}{x_f}} \quad (2.45)$$

Simplificando aún más:

$$A = \frac{x_f \sqrt{kt_{LPi}}}{8.685803 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\phi c_t \mu_{eff}}} \quad (2.46)$$

Puesto que  $\pi/2 = 1.570796$  entonces:

$$A = \frac{x_f}{8.685803 (1.570796)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\phi c_t \mu_{eff}}} \sqrt{kt_{LPi}} \quad (2.47)$$

Despejando  $x_f$ , se tiene:

$$x_f = \frac{8.685803 A (1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\sqrt{\phi c_t \mu_{eff}}} \sqrt{kt_{LPi}} \quad (2.48)$$

## Capítulo 3. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA TDS

### 3.1 Ejemplo variando el $n$

Los datos de presión y derivada de presión dados en la figura 3.1 usando los siguientes datos:

$$h = 30 \text{ ft} \qquad k = 150 \text{ md}$$

$$q = 500 \text{ BPD} \qquad \phi = 0.25$$

$$B_o = 1.1 \text{ rb/STB} \qquad \mu_{eff} = 10 \text{ cp}$$

$$c_i = 0.000005 \text{ psi}^{-1} \qquad r_w = 0.5 \text{ ft}$$

$$H = 670.43513 \text{ cp*s}^{-0.3} \qquad x_f = 250 \text{ ft}$$

Se requiere caracterizar la prueba sintética suministrada.

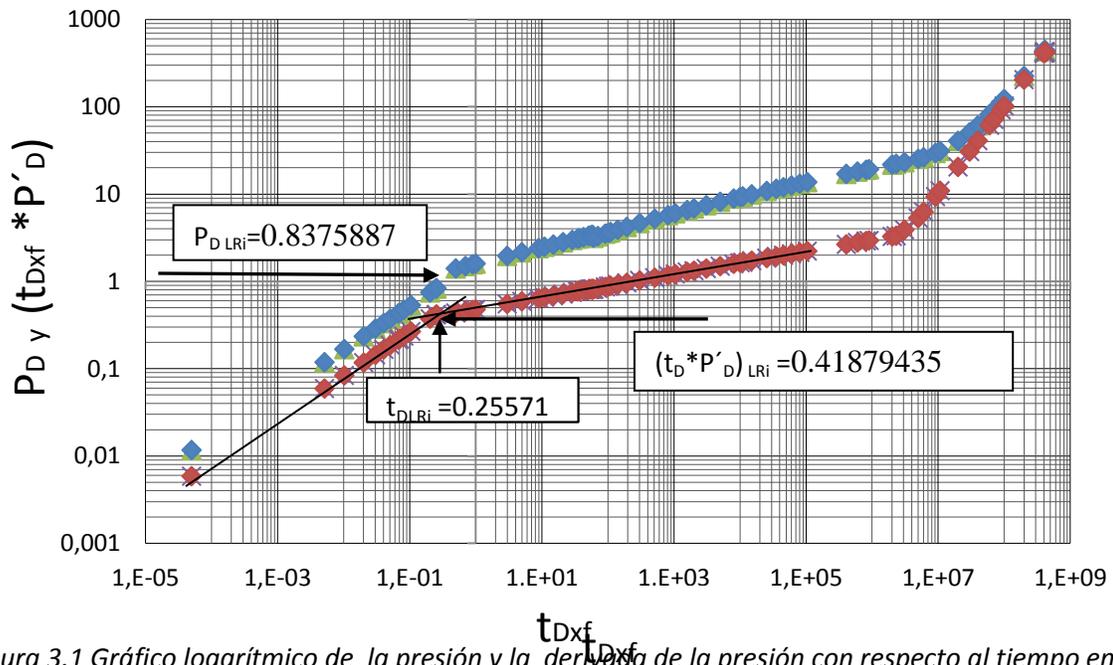


Figura 3.1 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.7$ .

Solución:

De la figura 3.1 se leen los valores del punto de intersección de flujo lineal y el radial.

$$t_{D(LRI)} = 0.25571$$

$$P_{D(LRi)} = 0.8375887$$

$$(t_D * P_D')_{LRi} = 0.41879435$$

Se halla  $t_{LRi}$  mediante la ecuación:

$$t = \frac{t_D \phi c_t \mu^* x_f^2}{0.0002637k}$$

$$t = \frac{0.25571 * 0.25 * 5 \times 10^{-6} * 10 * (250^2)}{0.0002637 * 150}$$

$$t = 5.05052301 \text{ hr}$$

Se procede a hallar la longitud de la fractura con la ecuación 2.21:

$$x_f = \left[ 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left( \frac{0.0002637kt}{\phi c_t \mu^*} \right)^\alpha} \sqrt{\frac{tk}{\phi c_t \mu^*}} \right]^{\frac{(3-n)}{(1+n)}}$$

Dónde:

$$\alpha = \frac{1-n}{3-n}$$

$$\alpha = \frac{1-0.7}{3-0.7}$$

$$\alpha = 0.13043478$$

$$x_f = \left[ 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{0.7-1}{2}}}{\left( \frac{0.0002637 * 5.05052301 * 150}{0.25 * 5x10^{-6} * 10} \right)^{0.13043478}} \sqrt{\frac{5.05052301 * 150}{0.25 * 5x10^{-6} * 10}} \right]^{\frac{(3-0.7)}{(1+0.7)}}$$

$$x_f = 250.22363 \text{ ft}$$

Porcentaje de error:

$$\%error = \left| \frac{250.22363 - 250}{250} \right| \times 100$$

$$error = 0.089\%$$

Para hallar la permeabilidad del yacimiento se recurre a la ecuación presentada por Escobar, Martínez and Montealegre (2010)<sup>3</sup>:

$$k = \left[ 70.6(96681.605)^{(1-\alpha)(1-n)} \left( \frac{0.0002637t_r}{\phi c_r n} \right)^\alpha \left( \frac{qB}{h} \right)^{n-\alpha(n-1)} \left( \frac{r_w^{\alpha(n-3)+(1-n)}}{(t * P')_{r1}} \right) \right]^{\frac{1}{(1-\alpha)}} * \mu_{eff}$$

De la figura 3.1 se leen los valores a dimensionales de  $t_D$ ,  $P_D$  y  $(t_D * P_D)'$  para cualquier punto en el flujo radial.

$$t_{D(r)} = 2319282.34$$

$$P_{D(r)} = 22.2702549$$

$$(t_D * P_{D'})_{(r)} = 3.33957128$$

Mediante las siguientes ecuaciones se obtendrá los valores dimensionales de la presión, derivada de presión y tiempo:

$$P_{(r)} = 141.2(96681.605)^{(1-n)} \left( \frac{qB}{h} \right)^n \left( \frac{r_w^{(1-n)} * \mu_{eff}}{k} \right) * P_{D(r)}$$

$$t_{(r)} = G \left( r_w^{3-n} \right) * t_{D(r)}$$

$$G = \frac{3792.188n\phi c_i \mu_{eff}}{k} \left( 96681.605 \frac{h}{qB} \right)^{1-n}$$

$$(t * P')_{(r)} = \frac{(t_D * P')_{(R)}}{0.00708(96681.605)^{(n-1)} \left( \frac{h}{qB} \right)^n \frac{k}{\mu_{eff}} r_w^{(1-n)}}$$

Remplazando

$$\Delta P_{(r)} = 42125.5316 \text{ psi}$$

$$t_{(r)} = 1344.71566 \text{ hrs}$$

$$(t * \Delta P')_{(r)} = 6318.92165 \text{ psi}$$

$$k = \left[ \frac{70.6(96681.605)^{(1-0.13043478)(1-0.7)} * \left( \frac{0.0002637 * 1344.71566}{0.25 * 0.000005 * 0.7} \right)^{0.13043478} \left( \frac{500 * 1.2}{30} \right)^{0.7-0.13043478(0.7-1)} \left( \frac{0.5^{0.13043478(0.7-3)+(1-0.7)}}{6318.92165} \right)}{\left( \frac{1}{1-0.13043478} \right)} \right] * 10$$

$$k = 152.1646 \text{ md}$$

Porcentaje de error:

$$\%error = \left| \frac{152.1646 - 150}{150} \right| \times 100$$

$$error = 1.44306649 \%$$

Para hallar el daño en el yacimiento se basa en las ecuaciones presentes por Escobar, Martínez and Montealegre, 2010<sup>3</sup>.

$$s_{rNN} = \frac{1}{2} \left( \frac{(\Delta P)_{rNN}}{(t^* \Delta P')_{rNN}} - \frac{1}{\alpha} \right) \left( \frac{t_{rNN}}{G r_w^{3-n}} \right)^\alpha$$

Remplazando en la ecuación

$$s_{rNN} = \frac{1}{2} \left( \frac{42125.5316}{6318.92165} - \frac{1}{0.13043478} \right) \left( \frac{1344.71566}{0.00285526 \cdot 0.5^{3-0.7}} \right)^{0.13043478}$$

$$s_{rNN} = -3.38279461$$

Para hallar la conductividad de la fractura se basa en las ecuaciones presentadas por Tiab, 2003<sup>11</sup>

$$w_f k_f = \frac{3.31739 * 152.1646}{\frac{e^{-3.38279461}}{0.5} - \frac{1.92173}{250.22363}}$$

$$w_f k_f = 8381.74808 \text{ md-ft}$$

$$c_{fD} = \frac{w_f k_f}{x_f k}$$

$$c_{fD} = \frac{8381.74808}{250.22363 * 152.1646}$$

$$c_{fD} = 0.2201$$

*Tabla 3.1 Datos resumen para los diversos valores de n desde (0.1-0.9).*

$n$	$t_{(L Ri)}$	$x_f$	$t_r$	$\Delta P_r$	$(t * \Delta P)_r$	$k$	$s$	$w_f k_f$	$C_{fD}$
0.1	2.826	250.261	1.026	1266116.599	450055.501	150.208	-0.886	610.049	0.016
0.2	3.230	252.198	2.704	761946.321	247796.184	150.137	-1.110	764.191	0.020
0.3	3.534	250.021	2.332	338422.585	102532.082	151.281	-1.323	955.852	0.025
0.4	3.938	251.290	4400.995	1062515.565	252892.448	150.774	-1.688	1381.828	0.036
0.5	4.343	252.120	4941.856	409059.032	85460.997	151.586	-2.031	1973.081	0.052
0.6	4.747	252.579	2662.818	132165.143	23759.484	152.060	-2.539	3355.913	0.087
0.7	5.051	250.224	1344.716	42125.532	6318.922	152.165	-3.383	8381.748	0.220
0.8	5.556	252.571	767.192	13632.279	1632.629	151.870	-5.063	99846.587	2.603
0.9	5.961	252.175	68.510	3691.859	363.945	151.146	-10.078	-66529.444	-1.745

Como se logra percibir, la metodología presenta una buena respuesta ante la variación de la ley de potencia ( $n$ ) en los diversos ejemplos sintéticos. El margen error varía desde 0.0084 hasta 1.03 % para los cálculos respectivos a longitud de fractura y para permeabilidad el margen de error varía desde 0.0913 hasta 1.4433 %. Estas márgenes de errores aceptables, nos confirma la exactitud y veracidad del método, pero también nos identifica un problema

con el cálculo de la conductividad de la fractura ya que este no es representativo bajo las características planteadas para la simulación, ya que los valores de conductividad van disminuyendo a medida que el daño disminuye y mientras aumenta el término de ley de potencia ( $n$ )

### 3.2 Ejemplo práctico

Yong (1998)<sup>15</sup> presentó los siguientes datos:

$$n = 0.4$$

$$h = 70 \text{ ft}$$

$$k = 0.65 \text{ md}$$

$$q = 211 \text{ BPD}$$

$$\phi = 0.1$$

$$B_o = 1 \text{ rb/STB}$$

$$\mu_{eff} = 0.00065 \text{ cp}$$

$$c_t = 0.00001 \text{ psi}^{-1}$$

$$r_w = 0.26 \text{ ft}$$

$$H = 20 \text{ cp*s}^{-0.6}$$

Tabla 3.2 Presión y derivada de presión para el ejemplo propuesto

$t$ , hrs	$P$ , psi	$\Delta P$ , psi	$t^* \Delta P'$ , psi	$t_D$
0	5990	0	0	0
0,015	5963	27	27,512	31,6947115
0,0617	5882	108	102,99	130,370913
0,1083	5811	179	157,105	228,835817
0,1533	5748	242	199,084	323,919952
0,2	5694	296	235,248	422,596154
0,23	5659	331	259,235	485,985577
0,2617	5626	364	282,553	552,967067
0,2917	5594	396	306,371	616,35649
0,3233	5564	426	329,859	683,126683
0,3533	5534	456	350,081	746,516106
0,3833	5504	486	366,863	809,905529
0,415	5474	516	384,202	876,887019
0,445	5447	543	396,822	940,276442
0,4767	5418	572	409,402	1007,25793
0,5067	5392	598	423,181	1070,64736
0,5383	5364	626	437,878	1137,41755
0,5683	5338	652	451,007	1200,80697
0,6	5314	676	464,868	1267,78846
0,63	5291	699	477,998	1331,17788

0,66	5269	721	492,023	1394,56731
0,6917	5247	743	507,11	1461,5488
0,7217	5228	762	522,06	1524,93822

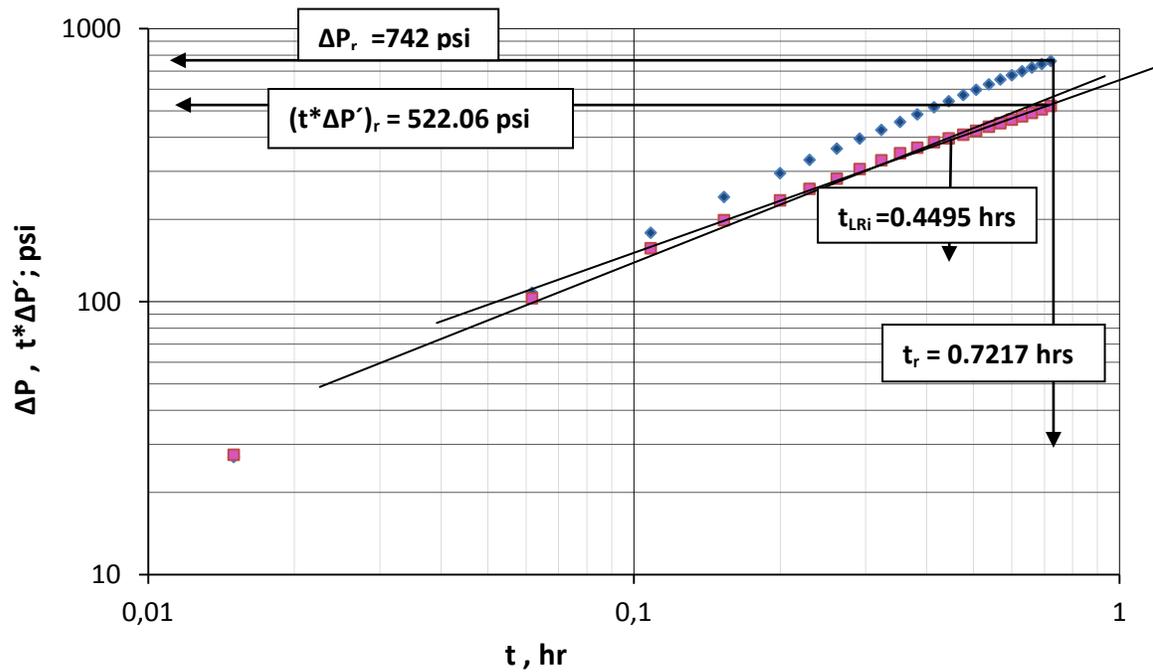


Figura 3.2 Gráfico logarítmico de la derivada de la presión con respecto al tiempo para el ejemplo propuesto

Puntos de intersección entre el flujo lineal y radial son:

$$t_{LRI} = 0.445 \text{ hr}$$

$$\Delta P_{LR} = 543 \text{ psi}$$

$$(t*\Delta P')_{LRI} = 396.822 \text{ psi}$$

Puntos en el flujo radial:

$$tr = 0.7217 \text{ hr}$$

$$\Delta P_r = 762 \text{ psi}$$

$$(t^* \Delta P)_r = 522.06 \text{ psi}$$

Se procede a calcular  $\alpha$ ,  $k$ ,  $s$  y  $x_f$ :

$$\alpha = \frac{1-n}{3-n}$$

$$\alpha = \frac{1-0.4}{3-0.4}$$

$$\alpha = 0.2307692$$

$$k = \left[ 70.6(96681.605)^{(1-\alpha)(1-n)} \left( \frac{0.0002637 t_r}{\phi c_i n} \right)^\alpha \left( \frac{qB}{h} \right)^{n-\alpha(n-1)} \left( \frac{r_w^{\alpha(n-3)+(1-n)}}{(t^* P)_{r1}} \right) \right]^{\left( \frac{1}{1-\alpha} \right)} * \mu_{eff}$$

$$k = \left[ 70.6(96681.605)^{(1-0.2307692)(1-0.4)} \left( \frac{0.0002637 * 0.7214}{0.1 * 0.00001 * 0.4} \right)^{0.2307692} \right]^{\left( \frac{1}{1-0.2307692} \right)} * 0.00065$$

$$\left[ \left( \frac{211 * 1}{70} \right)^{0.4-0.2307692(0.4-1)} \left( \frac{(0.26)^{0.2307692(0.4-3)+(1-0.4)}}{522.06} \right) \right]$$

$$k = 0.6504 \text{ md}$$

$$G = \frac{3792.188 n \phi * c_i \mu_{eff}}{k} \left( 96681.605 \frac{h}{qB} \right)^{1-n}$$

$$G = \frac{3792.188(0.4) * (0.1) * (0.00001) * (0.00065)}{0.6504} \left( 96681.605 \frac{70}{211 * 1} \right)^{1-0.4}$$

$$G = 0.0007662638489$$

$$s = \frac{1}{2} \left( \frac{(\Delta P)_{rNN}}{(t * \Delta P')_{rNN}} - \frac{1}{\alpha} \right) \left( \frac{t_{rNN}}{G r_w^{3-n}} \right)^\alpha$$

$$s = \frac{1}{2} \left( \frac{762}{522.06} - \frac{1}{0.2307692} \right) \left( \frac{0.7217}{0.0007662638489 * (0.26)^{3-0.4}} \right)^{0.2307692}$$

$$S = -16.198$$

$$x_f = \left[ 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left( \frac{0.0002637 k t_{LRi}}{\phi c_t \mu_{eff}} \right)^\alpha} \sqrt{\frac{t_{LRi} k}{\phi c_t \mu_{eff}}} \right]^{\left( \frac{3-n}{1+n} \right)}$$

$$x_f = \left[ 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{0.4-1}{2}}}{\left( \frac{0.0002637(0.65)(0.445)}{0.1 * 0.00001 * 0.00065} \right)^{0.2307692}} \sqrt{\frac{0.445 * 0.65}{0.1 * 0.00001 * 0.00065}} \right]^{\left( \frac{3-0.4}{1+0.4} \right)}$$

$$x_f = 771.114\text{ft}$$

Se observa que los resultados concuerdan muy bien con los resultados propuestos Yong (1998)<sup>15</sup>. El valor de permeabilidad calculado en este ejercicio presenta un margen de error 0.0615% con respecto a la permeabilidad arrojada en los cálculos hechos por Yong<sup>15</sup>. Esta similitud en los resultados demuestra una vez más la aplicabilidad del método generado en este estudio, empleado en pozos hidráulicamente fracturados para crudo pesado.

### 3.3 Ejemplo simulado

Este ejemplo se basó en una simulación numérica realizada por el software *FractNon*, la cual fue corrida con los siguientes datos de yacimiento y de pozo productor:

$$n = 0.5$$

$$h = 30 \text{ ft}$$

$$k = 150 \text{ md}$$

$$q = 500 \text{ BPD}$$

$$\phi = 0.25$$

$$Bo = 1.15 \text{ rb/STB}$$

$$\mu_{eff} = 10 \text{ cp}$$

$$c_t = 0.000005 \text{ psi}^{-1}$$

$$r_w = 0.5 \text{ ft}$$

$$H = 11144.07 \text{ cp*s}^{-0.5}$$

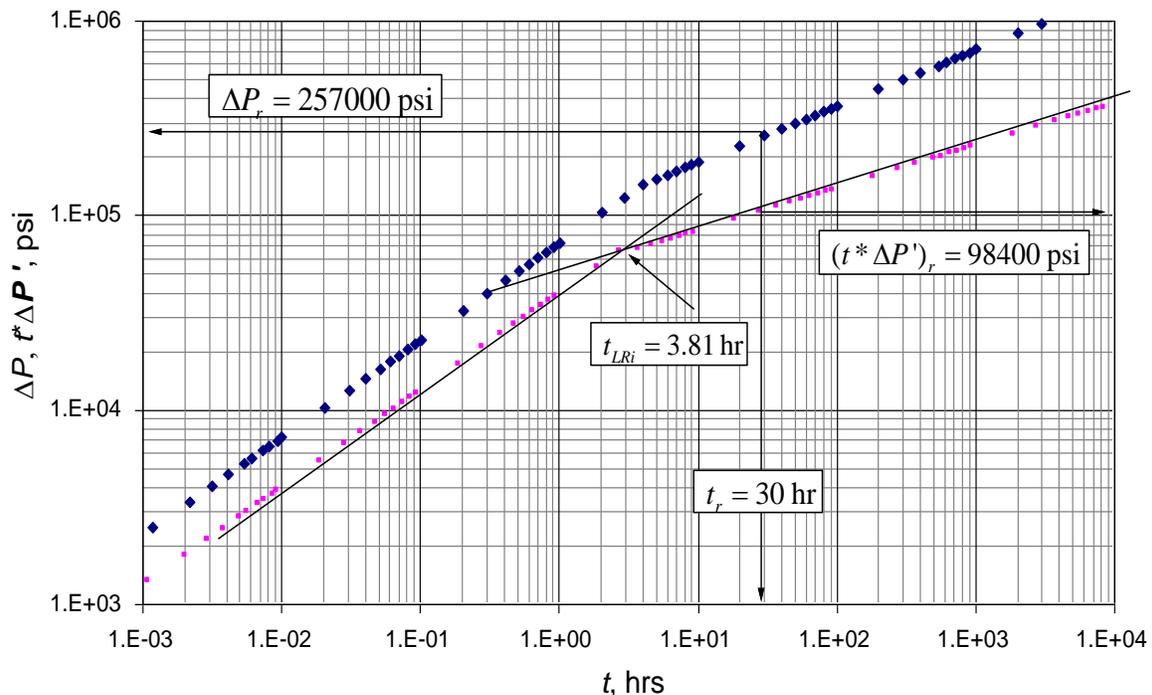


Figura 3.3 Gráfico de presión y de la derivada de presión

Puntos de intersección entre el flujo lineal y radial son:

$$t_{LRi} = 3.81 \text{ hr}$$

Puntos en el flujo radial:

$$t_r = 30 \text{ hr}$$

$$\Delta P_r = 257000 \text{ psi}$$

$$(t * \Delta P)_r = 98400 \text{ psi}$$

Se procede a calcular  $\alpha$ ,  $s$  y  $x_f$ :

$$\alpha = \frac{1-n}{3-n}$$

$$\alpha = \frac{1-0.5}{3-0.5}$$

$$\alpha = 0.2$$

$$G = \frac{3792.188n\phi * c_i \mu_{eff}}{k} \left( 96681.605 \frac{h}{qB} \right)^{1-n}$$

$$G = \frac{3792.188(0.5) * (0.25) * (0.000005) * (10)}{150} \left( 96681.605 \frac{30}{500 * 1.15} \right)^{1-0.5}$$

$$G = 0.01122218$$

$$s = \frac{1}{2} \left( \frac{(\Delta P)_{rNN}}{(t^* \Delta P')_{rNN}} - \frac{1}{\alpha} \right) \left( \frac{t_{rNN}}{G r_w^{3-n}} \right)^\alpha$$

$$s = \frac{1}{2} \left( \frac{257000}{98400} - \frac{1}{0.2} \right) \left( \frac{30}{0.01122218 * (0.5)^{3-0.5}} \right)^{0.2}$$

$$S = -8.184$$

$$x_f = \left[ 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left( \frac{0.0002637 k t_{LRi}}{\phi c_i \mu_{eff}} \right)^\alpha} \sqrt{\frac{t_{LRi} k}{\phi c_i \mu_{eff}}} \right]^{\frac{(3-n)}{(1+n)}}$$

$$x_f = \left[ 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{0.5-1}{2}}}{\left( \frac{0.0002637(150)(3.811)}{0.25 * 0.000005 * 10} \right)^{0.2}} \sqrt{\frac{3.811 * 150}{0.25 * 0.000005 * 10}} \right]^{\frac{(3-0.5)}{(1+0.5)}}$$

$$x_f = 250.017 \text{ ft}$$

## CONCLUSIONES

Se complementó la metodología *TDS* para calcular la longitud de fractura y el área del yacimiento, utilizando los puntos de intersección entre los flujos lineal-radial y lineal-pseudoestable para pozos hidráulicamente fracturados en yacimientos de crudo pesado (fluido pseudoplástico). Esta metodología tiene buena respuesta ante la variación de la ley de potencia ( $n$ ) en los diversos ejemplos tanto de campo como sintéticos. En los ejemplos sintéticos el margen error varía desde 0.0084 hasta 1.03 % para los cálculos respectivos a longitud de fractura. Para la permeabilidad el margen de error varía desde 0.0913 hasta 1.4433 % haciendo de estos valores aceptables, confirmando la exactitud y veracidad del método. En cuanto a los resultados arrojados en el ejemplo de campo, se corrobora la funcionalidad del método, ya que coinciden con los resultados propuestos por Yong (1998)<sup>15</sup>. El valor de permeabilidad calculado en este ejercicio presenta un margen de error 0.0615% con respecto a la permeabilidad arrojada en los cálculos hechos por Yong<sup>15</sup>.

Por otra parte se identificó un problema con el cálculo de la conductividad de la fractura, ya que este no es representativo bajo las características planteadas en la simulación. Los cálculos reflejan que los valores de conductividad van aumentando a medida que el daño se vuelve más negativo y mientras aumenta el término de ley de potencia ( $n$ ). También se identificó problemas al momento de generar ejemplos sintéticos que presentaran el flujo pseudoestable, ya que el simulador solo genera data hasta el flujo radial, es por esto que no se pudo implementar y comprobar la veracidad de la ecuación desarrollada para el cálculo del área.

## **RECOMENDACIONES**

Se recomienda realizar un estudio adicional para verificar la aplicabilidad tanto de la ecuación de área del yacimiento como la ecuación de conductividad de fractura, debido a que no se encuentra bibliografía alguna referente al tema en fluidos pseudoplásticos donde se pueda comprobar estas dos ecuaciones.

## NOMENCLATURA

$A$	Área de drene, $\text{ft}^2$
$B$	Factor de volumen de formación del aceite, rb/STB
$C$	Coefficiente de almacenamiento, bbl/psi
$c_t$	Compresibilidad total, 1/psi
$h$	Espesor de la formación, ft
$H$	Consistencia (parámetro de ley de potencia), $\text{cp} \cdot \text{s}^{n-1}$
$k$	Permeabilidad del yacimiento, md
$n$	Índice de comportamiento de flujo (ley de potencia)
$P$	Presión, psi
$P_{wf}$	Presión de fondo fluyente (pruebas de declinación de presión), psi
$P_{ws}$	Presión de fondo estática (pruebas de restauración de presión), psi
$P_D$	Presión adimensional
$P_D'$	Derivada de presión adimensional aritmética
$q$	Rata de flujo, BPD
$r$	Radio, ft
$r_e$	Radio de drenaje, ft
$r_w$	Radio del pozo, ft
$s$	Daño (skin factor)
$t$	Tiempo, hr
$t_D$	Tiempo adimensional
$t_D * P_D'$	Derivada de presión semilog adimensional
$t * \Delta P'$	Derivada de presión semilog, psi
$x_f$	Longitud de fractura, ft

### Griego

$\omega$	Coefficiente adimensional de almacenaje de un yacimiento naturalmente fracturado, $(\phi c_t)_f / [(\phi c_t)_m + (\phi c_t)_f]$
$\Delta$	Cambio
$\phi$	Porosidad, fracción
$\lambda$	Parametro de flujo interporoso
$\rho$	Densidad, $\text{lbm}/\text{ft}^3$
$\mu_{eff}$	Viscosidad efectiva del aceite, cp
$\mu$	Viscosidad del aceite, cp

### Sufijos

1, 1r, er	Primer regimen de flujo o temprano
$D$	Adimensional
$l$	Lineal
$m$	Mecánico
$max$	Máximo

<i>min</i>	Mínimo
<i>L1</i>	Lineal temprano a 1 hr
<i>r1</i>	Radial a 1 hr
<i>pr1</i>	Pseudorradial a 1 hr
<i>2L1</i>	Flujo lineal tardío a 1 hr
<i>r</i>	Radial o pseudorradial
<i>w</i>	Pozo

## BIBLIOGRAFÍA

1. Alpheus.O. Igbokoyi and Djebbar T. 2007 “*New Type Curves for the Analysis of Pressure Transient Data Dominated by Skin and Wellbore Storage – Non Newtonian Fluid*”. Soc. Pet. Eng. J. Paper SPE 106997. This paper was prepared for presentation at the Production Operations Symposium held in Oklahoma City, United States of America, 31 March–07 to 03-April 2007.
2. Escobar, F.H., 2005. “*Análisis Moderno de Pruebas de Presión*”. Editorial Universidad Surcolombiana. ISBN 958-8154-81-2. Abr. 2005.
3. Escobar, F.H. Martínez J.A and Montalegre, M., 2010. “*Pressure and Pressure Derivative Analysis for a Well in a Radial Composite Reservoir with a Non-Newtonian/Newtonian Interface*”. *CT&F - Ciencia, Tecnología y Futuro - Vol. 4 Num. 2 Dec. 2010*
4. Escobar, F.H. Zambrano, A.P. Giraldo, D.V and Cantillo, J.H., 2011. “*Pressure and Pressure Derivative Analysis for with a Non-Newtonian Pseudoplastic Fluids in Double-Porosity formations* ”. *CT&F - Ciencia, Tecnología y Futuro - Vol. 4 Num. 3 Jun. 2011*
5. Ikoku, C.U. and Ramey, H.J., Jr.1979. “*Transient Flow of Non-Newtonian Power Law Fluids in Porous Media*”. Soc. Pet. Eng. J. (June, 1979).Paper 7139.
6. Ikoku, C.U. and Ramey, H.J., Jr.1980. “*Wellbore Storage and Skin Effects During the Transient Flow of Non-Newtonian Power Law Fluids in Porous Media*”. Soc. Pet. Eng. J. (February, 1980). Paper 7449.
7. Irina Katime-Meindl and Djebbar Tiab. “*Analysis of Pressure Transient Test of Non-Newtonian Fluids in Infinite Reservoir and in the Presence of a Single Linear Boundary by the Direct Synthesis Technique*”. Soc. Pet. Eng. J. (Sep, 2001). Paper 71587.
8. ITESCAM. Cátedra de Mecánica de Fluidos. Ibarrola E.L. “*Introducción a los Fluidos noNewtonianos*”. [Base de datos en línea]. [Citado el 22 de marzo de 2012]. Disponible en <http://www.itescam.edu.mx/principal/sylabus/fpdb/recursos/r76451.PDF>
9. Murtha, J.A. College, M. and Ertekin, T.1983: “*Numerical Simulation of Power-Law Fluid Flow in a Vertical Fractured Reservoir*”. Paper SPE 12011 presented at the 58<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition held in San Francisco, C.A, (Oct.5-8, 1983)
10. Odeh, A.S. and Yang, H.T. 1979 “*Flow of Non-Newtonian Power Law Fluids Through Porous Media*”. Soc. Pet. Eng. J. (June, 1979).Paper 7150.

11. Tiab, D., 2003. "Advances in pressure transient analysis –TDS technique". Lecture Notes Manual The University of Oklahoma, Norman, Oklahoma. USA. 577 pages.
12. UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA. Facultad de Ingeniería. Departamento de Ingeniería Química. "Fluidos noNewtonianos". [Base de datos en línea]. [Citado el 22 de marzo de 2012]. Disponible en <[http://www.ing.unlp.edu.ar/dquimica/paginas/catedras/iofq809/apuntes/Fluidos%20no%20newtonianos\\_R1.pdf](http://www.ing.unlp.edu.ar/dquimica/paginas/catedras/iofq809/apuntes/Fluidos%20no%20newtonianos_R1.pdf) >
13. Vega, L. J. "Determinación del área de drenaje en yacimiento saturados con fluidos no newtonianos pseudoplásticos y dilatantes por medio de pruebas de presión"(2012). Trabajo de grado (Ingeniería de Petróleos). Universidad Surcolombiana. Facultad de Ingeniería.
14. Vongvuthipornchai, S. and Raghavan, R. 1987. "Pressure Falloff Behavior in Vertical Fractured Wells: Non-Newtonian Fluid Flow". Soc. Pet. Eng. J. (December, 1987). Paper 13058.
15. Yong, F. 1998. "A New Interpretation Model for Fracture-Calibration Treatments". Soc. Pet. Eng. J. (June, 1998). Paper 37401.

**ANEXO 1. TABLA DE DATOS SIMULADOS DEL EJERCICIO PROPUESTO 1**

<b>Presión Vs Tiempo</b>							
<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>	<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>	<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>	<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>
6.30E-04	3.89E-02	0.00191	6.76E-02	5.15E-03	0.11108172	0.01347	0.17964816
6.50E-04	3.95E-02	0.00195	6.84E-02	5.31E-03	0.11279406	0.01379	0.18176954
6.70E-04	4.01E-02	0.00199	6.91E-02	5.47E-03	0.11448079	0.01411	0.18386645
6.90E-04	4.07E-02	0.00203	6.97E-02	5.63E-03	0.11614304	0.01443	0.18593971
7.10E-04	4.12E-02	0.00207	7.04E-02	5.79E-03	0.11778182	0.01475	0.1879901
7.30E-04	4.18E-02	0.00211	7.11E-02	5.95E-03	0.11939811	0.01507	0.19001837
7.50E-04	4.24E-02	0.00219	7.24E-02	6.11E-03	0.12099281	0.01539	0.19202523
7.70E-04	4.30E-02	0.00227	7.37E-02	6.27E-03	0.12256677	0.01571	0.19401132
7.90E-04	4.35E-02	0.00235	0.07503656	6.43E-03	0.12412077	0.01603	0.19597728
8.10E-04	4.41E-02	2.43E-03	7.63E-02	6.59E-03	0.12565555	0.01635	0.19792372
8.30E-04	4.46E-02	2.51E-03	7.75E-02	6.75E-03	0.12717181	0.01667	0.19985121
8.50E-04	4.51E-02	2.59E-03	7.88E-02	6.91E-03	0.12867021	0.01699	0.20176028
8.70E-04	4.57E-02	2.67E-03	8.00E-02	7.07E-03	0.13015135	0.01731	0.20365145
8.90E-04	4.62E-02	2.75E-03	8.12E-02	7.23E-03	0.13161583	0.01763	0.20552522
9.10E-04	4.67E-02	2.83E-03	8.23E-02	7.39E-03	0.13306419	0.01795	0.20738207
9.50E-04	4.77E-02	2.91E-03	8.35E-02	7.55E-03	0.13449695	0.01827	0.20922243
9.90E-04	4.87E-02	2.99E-03	8.46E-02	7.71E-03	0.13591462	0.01859	0.21104675
0.00103	4.97E-02	3.07E-03	8.58E-02	7.87E-03	0.13731764	0.01891	0.21285543
0.00107	0.05063267	3.15E-03	8.69E-02	8.03E-03	0.13870648	1.96E-02	0.21642746
0.00111	5.16E-02	3.23E-03	8.80E-02	8.19E-03	0.14008155	2.02E-02	0.21994147
0.00115	5.25E-02	3.31E-03	8.91E-02	8.35E-03	0.14144324	2.08E-02	0.22340023
0.00119	5.34E-02	3.39E-03	9.01E-02	8.51E-03	0.14279196	2.15E-02	0.22680624
0.00123	5.43E-02	3.47E-03	9.12E-02	8.67E-03	0.14412805	2.21E-02	0.23016185
0.00127	5.52E-02	3.55E-03	9.22E-02	8.83E-03	0.14545188	2.28E-02	0.23346924
0.00131	5.60E-02	3.63E-03	9.33E-02	8.99E-03	0.14676376	2.34E-02	0.23673043
0.00135	5.69E-02	3.71E-03	9.43E-02	9.15E-03	0.14806401	2.40E-02	0.2399473
0.00139	5.77E-02	3.79E-03	9.53E-02	9.31E-03	0.14935295	2.47E-02	0.2431216
0.00143	5.85E-02	3.87E-03	9.63E-02	9.47E-03	0.15189802	2.53E-02	0.24625499
0.00147	5.93E-02	3.95E-03	0.09728313	9.63E-03	0.15440114	2.60E-02	0.24934901
0.00151	6.01E-02	4.03E-03	9.83E-02	0.01027	0.15686433	2.66E-02	0.25240511
0.00155	6.09E-02	4.11E-03	9.92E-02	0.01059	0.15928943	2.72E-02	0.25542464
0.00159	6.17E-02	4.19E-03	0.10019499	0.01091	0.16167816	2.79E-02	0.25840889
0.00163	0.0624932	4.27E-03	0.10114698	0.01123	0.1640321	2.85E-02	0.26135907
0.00167	6.33E-02	4.35E-03	0.10209009	0.01155	0.16635274	2.92E-02	0.26427632
0.00171	0.06400841	4.43E-03	0.10302458	0.01187	0.16864145	2.98E-02	0.26716172
0.00175	6.48E-02	4.51E-03	0.10395066	0.01219	0.17089951	3.04E-02	0.27001628
0.00179	6.55E-02	4.67E-03	0.1057785	0.01251	0.17312813	3.11E-02	0.27284098
0.00183	6.62E-02	4.83E-03	0.10757529	0.01283	0.17532841	3.17E-02	0.27563673
0.00187	0.066936	4.99E-03	0.10934256	0.01315	0.17750143	3.24E-02	0.27840441

Presión Vs Tiempo							
$t_D$	$P_D$	$t_D$	$P_D$	$t_D$	$P_D$	$t_D$	$P_D$
3.30E-02	0.28114485	7.91E-02	0.43525608	36.04451	3.37207503	89.12867	4.48307572
3.36E-02	0.28385883	8.16E-02	0.44224596	36.69987	3.39179706	91.75011	4.52295743
3.43E-02	0.28654711	8.42E-02	0.44912707	37.35523	3.41125909	94.37155	4.56198894
3.49E-02	0.28921039	8.68E-02	0.45590433	38.01059	3.43046891	96.99299	4.60021096
3.56E-02	0.29184938	8.93E-02	0.46258231	38.66595	3.44943399	99.61443	4.63766125
3.62E-02	0.29446472	9.19E-02	0.46916524	39.32131	3.46816142	102.23587	4.67437486
3.68E-02	0.29705703	9.44E-02	0.47565708	40.63203	3.50493025	104.85731	4.71038442
3.75E-02	0.29962691	9.70E-02	0.48206151	41.94275	3.54082621	107.47875	4.74572035
3.81E-02	0.30217494	9.96E-02	0.48838195	43.25347	3.57589587	110.10019	4.78041103
3.94E-02	0.30720761	0.10211	0.49462164	44.56419	3.61018201	112.72163	4.81448304
4.07E-02	0.31215914	0.10467	0.50078359	45.87491	3.64372403	115.34307	4.84796127
4.20E-02	0.31703335	0.10723	0.50687063	47.18563	3.6765583	117.96451	4.88086907
4.32E-02	0.32183375	0.10979	0.51288543	48.49635	3.70871847	120.58595	4.91322838
4.45E-02	0.3265636	0.11235	0.51883052	49.80707	3.74023575	123.20739	4.94505987
4.58E-02	0.3312259	0.11491	0.52470824	51.11779	3.77113913	125.82883	4.97638298
4.71E-02	0.33582349	0.11747	0.53052085	52.42851	3.80145561	128.45027	5.00721607
4.84E-02	0.34035898	0.12003	0.53627046	53.73923	3.83121036	131.07171	5.03757647
4.96E-02	0.34483482	0.12259	0.54195908	55.04995	3.8604269	133.69315	5.06748059
5.09E-02	0.3492533	0.12515	0.5475886	56.36067	3.88912724	136.31459	5.09694393
5.22E-02	0.35361658	0.12771	0.55316084	57.67139	3.91733199	138.93603	5.1259812
5.35E-02	0.35792667	0.13027	0.5586775	58.98211	3.94506054	141.55747	5.15460636
5.48E-02	0.36218548	0.13283	0.56414021	60.29283	3.97233106	144.17891	5.18283266
5.60E-02	0.36639479	0.13539	0.56955054	61.60355	3.9991607	146.80035	5.21067269
5.73E-02	0.37055628	0.13795	0.57490995	62.91427	4.02556561	149.42179	5.23813842
5.86E-02	0.37467155	0.14051	0.58021986	64.22499	4.051561	152.04323	5.26524127
5.99E-02	0.37874212	0.14307	0.58548161	65.53571	4.07716129	154.66467	5.29199211
6.12E-02	0.38276939	0.14563	0.5906965	66.84643	4.10238009	157.28611	5.31840131
6.24E-02	0.38675474	0.14819	0.59586575	68.15715	4.12723029	162.52899	5.37023395
6.37E-02	0.39069943	0.15075	0.60099054	69.46787	4.15172412	167.77187	5.42081321
6.50E-02	0.39460469	0.15331	0.60607199	70.77859	4.17587316	173.01475	5.47020687
6.63E-02	0.39847168	0.15587	0.61110919	72.08931	4.19968845	178.25763	5.51847712
6.76E-02	0.4023015	0.16355	0.62598546	73.40003	4.22318045	183.50051	5.56568118
6.88E-02	0.4060952	0.16867	0.63570832	74.71075	4.24635914	188.74339	5.61187183
7.01E-02	0.40985379	0.17379	0.6452847	76.02147	4.26923399	193.98627	5.65709789
7.14E-02	0.41357822	0.17891	0.65472102	77.33219	4.29181407	199.22915	5.70140456
7.27E-02	0.41726942	0.18403	0.66402325	78.64291	4.31410801	204.47203	5.74483382
7.40E-02	0.42092824	0.18915	0.67319696	81.26435	4.35787006	209.71491	5.78742472
7.52E-02	0.42455553	0.19427	0.68224733	83.88579	4.40058182	214.95779	5.82921365

Presión Vs Tiempo							
$t_D$	$P_D$	$t_D$	$P_D$	$t_D$	$P_D$	$t_D$	$P_D$
225.44355	5.9105193	545.25923	7.5978596	1300.234	9.6387153	3355.4429	12.391845
230.68643	5.9500976	555.74499	7.6382764	1342.177	9.7214171	3439.329	12.471973
235.92931	5.9889974	566.23075	7.6781143	1384.12	9.8021605	3523.2151	12.550615
241.17219	6.0272448	576.71651	7.7173921	1426.0631	9.8810492	3607.1012	12.627831
246.41507	6.0648646	587.20227	7.7561275	1468.0061	9.9581782	3690.9872	12.70368
251.65795	6.10188	597.68803	7.7943375	1509.9492	10.033636	3774.8733	12.778217
256.90083	6.1383129	608.17379	7.8320383	1551.8922	10.107502	3858.7594	12.851492
262.14371	6.1741841	618.65955	7.8692451	1593.8352	10.179853	3942.6455	12.923554
267.38659	6.209513	629.14531	7.9059727	1635.7783	10.250758	4026.5316	12.994448
272.62947	6.2443183	650.11683	7.9780453	1677.7213	10.320282	4110.4176	13.064216
277.87235	6.2786174	671.08835	8.0483607	1719.6644	10.388485	4194.3037	13.1329
283.11523	6.312427	692.05987	8.1170144	1761.6074	10.455424	4278.1898	13.200536
288.35811	6.345763	713.03139	8.1840941	1803.5504	10.521152	4362.0759	13.26716
293.60099	6.3786402	734.00291	8.2496806	1845.4935	10.585716	4445.962	13.332808
298.84387	6.4110731	754.97443	8.3138483	1887.4365	10.649165	4529.848	13.397511
304.08675	6.4430752	775.94595	8.3766657	1929.3796	10.711541	4613.7341	13.4613
309.32963	6.4746594	796.91747	8.4381966	1971.3226	10.772885	4697.6202	13.524205
314.57251	6.5058382	817.88899	8.4985001	2013.2656	10.833236	4781.5063	13.586252
325.05827	6.5670261	838.86051	8.5576311	2055.2087	10.892629	4865.3924	13.647469
335.54403	6.6267269	859.83203	8.6156408	2097.1517	10.9511	4949.2784	13.70788
346.02979	6.6850214	880.80355	8.672577	2139.0948	11.00868	5033.1645	13.767509
356.51555	6.7419836	901.77507	8.7284843	2181.0378	11.0654	5200.9367	13.884514
367.00131	6.7976817	922.74659	8.7834045	2222.9808	11.121289	5368.7088	13.998654
377.48707	6.8521784	943.71811	8.8373769	2264.9239	11.176374	5536.481	14.110086
387.97283	6.9055319	964.68963	8.8904382	2306.8669	11.230682	5704.2532	14.218953
398.45859	6.9577958	985.66115	8.9426232	2348.81	11.284238	5872.0253	14.325387
408.94435	7.0090202	1006.6327	8.9939643	2390.753	11.337064	6039.7975	14.429509
419.43011	7.0592513	1027.6042	9.0444925	2432.696	11.389184	6207.5696	14.531433
429.91587	7.1085326	1048.5757	9.0942366	2474.6391	11.440618	6375.3418	14.631261
440.40163	7.1569044	1069.5472	9.1432243	2516.5821	11.491388	6543.114	14.72909
450.88739	7.2044044	1090.5188	9.1914813	2600.4682	11.591009	6710.8861	14.825011
461.37315	7.251068	1111.4903	9.2390324	2684.3543	11.688193	6878.6583	14.919106
471.85891	7.2969283	1132.4618	9.2859008	2768.2404	11.783073	7046.4304	15.011453

<b>Presión Vs Tiempo</b>							
<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>	<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>	<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>	<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>
8220.83555	15.6145438	19461.5703	19.4126159	49660.5591	24.4966248	123480.309	30.6151621
8388.60771	15.6951908	19797.1146	19.4958759	51002.7364	24.658079	126164.664	30.7757456
8556.37987	15.7746075	20132.6589	19.5780579	52344.9136	24.816298	128849.019	30.9337224
8724.15203	15.8528363	20803.7476	19.7393127	53687.0909	24.9714271	131533.373	31.0891878
8891.92419	15.9299173	21474.8362	19.8966161	55029.2682	25.1236017	134217.728	31.2422316
9059.69635	16.0058885	22145.9248	20.0501842	56371.4455	25.2729481	136902.082	31.392939
9227.46851	16.0807859	22817.0135	20.2002147	57713.6228	25.4195843	139586.437	31.5413904
9395.24067	16.1546439	23488.1021	20.3468898	59055.8	25.5636209	142270.791	31.687662
9563.01283	16.2274951	24159.1908	20.4903771	60397.9773	25.7051615	144955.146	31.8318261
9730.78499	16.2993704	24830.2794	20.6308316	61740.1546	25.8443034	147639.501	31.9739511
9898.55715	16.3702994	25501.368	20.768397	63082.3319	25.9811381	150323.855	32.1141023
10066.3293	16.4403104	26172.4567	20.9032062	64424.5092	26.1157517	153008.21	32.2523415
10401.8736	16.5776843	26843.5453	21.0353831	65766.6864	26.2482254	155692.564	32.3887277
10737.418	16.7116932	27514.634	21.1650431	67108.8637	26.3786359	158376.919	32.5233171
11072.9623	16.8425207	28185.7226	21.2922936	68451.041	26.5070556	161061.273	32.6561632
11408.5066	16.9703354	28856.8112	21.4172353	69793.2183	26.6335531	166429.982	32.9168275
11744.0509	17.0952923	29527.8999	21.5399623	71135.3956	26.7581933	171798.692	33.1711024
12079.5952	17.2175342	30198.9885	21.6605628	72477.5728	26.8810378	177167.401	33.419337
12415.1396	17.3371931	30870.0772	21.7791198	73819.7501	27.0021449	182536.11	33.6618516
12750.6839	17.4543911	31541.1658	21.8957111	75161.9274	27.1215701	187904.819	33.8989403
13086.2282	17.5692418	32212.2544	22.0104103	76504.1047	27.2393663	193273.528	34.1308747
13421.7725	17.6818504	32883.3431	22.1232863	77846.282	27.3555837	198642.237	34.3579053
13757.3168	17.7923153	33554.4317	22.2344046	79188.4592	27.47027	204010.946	34.5802643
14092.8612	17.9007279	34225.5204	22.3438269	80530.6365	27.5834709	209379.655	34.798167
14428.4055	18.0071739	34896.609	22.4516115	83214.9911	27.8055887	214748.365	35.0118137
14763.9498	18.1117335	35567.6976	22.5578137	85899.3456	28.0222622	220117.074	35.2213907
15099.4941	18.2144819	36238.7863	22.6624861	88583.7002	28.233789	225485.783	35.4270722
15435.0384	18.3154896	36909.8749	22.7656782	91268.0548	28.4404419	230854.492	35.6290207
15770.5828	18.4148231	37580.9636	22.8674375	93952.4093	28.6424717	236223.201	35.8273885
16106.1271	18.5125448	38252.0522	22.9678089	96636.7639	28.8401095	241591.91	36.0223182
16441.6714	18.6087135	38923.1408	23.0668351	99321.1184	29.0335689	246960.619	36.2139441
16777.2157	18.7033851	39594.2295	23.1645569	102005.473	29.2230477	252329.328	36.402392
17112.76	18.7966119	40265.3181	23.2610132	104689.828	29.4087294	257698.037	36.5877806
17448.3044	18.8884437	41607.4954	23.4502757	107374.182	29.5907846	263066.747	36.7702219
17783.8487	18.9789277	42949.6727	23.6348999	110058.537	29.7693722	268435.456	36.9498214
18119.393	19.0681084	44291.85	23.8151391	112742.891	29.9446403	273804.165	37.1266789
18454.9373	19.1560283	45634.0272	23.9912257	115427.246	30.1167276	279172.874	37.3008889

<b>Presión Vs Tiempo</b>					
<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>	<b>T<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>	<b>t<sub>D</sub></b>	<b>P<sub>D</sub></b>
295279.001	37.8085045	730144.44	46.979762	1846835.94	58.5965607
300647.71	37.9729736	751619.277	47.3062548	1889785.61	58.9171159
306016.42	38.1351989	773094.113	47.6256492	1932735.28	59.2321152
311385.129	38.2952496	794568.949	47.9382902	1975684.96	59.541775
316753.838	38.4531916	816043.786	48.2444977	2018634.63	59.8462992
322122.547	38.6090877	837518.622	48.5445682	2061584.3	60.1458795
332859.965	38.9149795	858993.459	48.8387774	2104533.97	60.4406967
343597.383	39.2133729	880468.295	49.1273822	2147483.65	60.7309214
354334.802	39.5046777	901943.132	49.4106221	2190433.32	61.016715
365072.22	39.7892697	923417.968	49.6887211	2233382.99	61.2982299
375809.638	40.0674944	944892.805	49.961889	2276332.67	61.5756109
386547.056	40.3396701	966367.641	50.2303223	2319282.34	61.8489947
397284.475	40.6060911	987842.478	50.4942056	2362232.01	62.1185116
408021.893	40.8670297	1009317.31	50.7537124	2405181.69	62.384285
418759.311	41.1227387	1030792.15	51.0090063	2448131.36	62.6464324
429496.729	41.373453	1052266.99	51.2602411	2491081.03	62.9050656
440234.148	41.6193915	1073741.82	51.5075625	2534030.7	63.1602911
450971.566	41.8607584	1095216.66	51.7511078	2576980.38	63.4122105
461708.984	42.0977445	1116691.5	51.991007	2662879.72	63.9065139
472446.402	42.3305285	1138166.33	52.2273834	2748779.07	64.3886998
483183.821	42.5592779	1159641.17	52.4603535	2834678.42	64.8594306
493921.239	42.78415	1181116.01	52.6900284	2920577.76	65.3193133
504658.657	43.0052928	1202590.84	52.9165132	3006477.11	65.7689064
515396.075	43.2228454	1224065.68	53.1399081	3092376.45	66.2087244
526133.493	43.4369392	1245540.52	53.3603083	3178275.8	66.6392427
536870.912	43.6476981	1267015.35	53.5778046	3264175.14	67.0609015
547608.33	43.8552392	1288490.19	53.7924835	3350074.49	67.4741093
558345.748	44.0596733	1331439.86	54.2137155		
569083.166	44.2611053	1374389.53	54.6246216		
579820.585	44.4596348	1417339.21	55.0257658		
590558.003	44.6553561	1460288.88	55.4176658		
601295.421	44.8483591	1503238.55	55.8007972		
612032.839	45.0387289	1546188.23	56.1755987		
622770.258	45.2265468	1589137.9	56.5424752		
633507.676	45.4118902	1632087.57	56.901802		
644245.094	45.5948326	1675037.25	57.2539271		
665719.931	45.9537932	1717986.92	57.599174		

**ANEXO 2. TABLA DE DATOS SIMULADOS DEL EJERCICIO PROPUESTO 2**

<b>t, hr</b>	<b>ΔP, psi</b>	<b>t*ΔP, psi</b>	<b>t, hr</b>	<b>ΔP, psi</b>	<b>t*ΔP, psi</b>	<b>t, hr</b>	<b>ΔP, psi</b>	<b>t*ΔP, psi</b>
0,00118506	2,48E+03	1,24E+03	30	2,57E+05	9,84E+04	410894,394	3,26E+06	7,33E+05
0,00217261	3,36E+03	1,68E+03	40	2,80E+05	1,05E+05	503677,001	3,42E+06	7,64E+05
0,00316016	4,06E+03	2,03E+03	50	2,98E+05	1,10E+05	609714,266	3,56E+06	7,94E+05
0,00414771	4,65E+03	2,32E+03	60	3,14E+05	1,15E+05	702496,872	3,68E+06	8,16E+05
0,00533276	5,27E+03	2,64E+03	70	3,29E+05	1,18E+05	821788,795	3,81E+06	8,43E+05
0,0061228	5,65E+03	2,82E+03	80	3,42E+05	1,22E+05	901316,743	3,89E+06	8,58E+05
0,00730786	6,17E+03	3,09E+03	90	3,53E+05	1,25E+05	1007354,01	3,98E+06	8,78E+05
0,0080979	6,50E+03	3,25E+03	100	3,64E+05	1,28E+05	2090549,88	4,64E+06	1,04E+06
0,00928296	6,95E+03	3,48E+03	200	4,45E+05	1,49E+05	3285149,81	5,13E+06	1,13E+06
0,010073	7,24E+03	3,62E+03	300	5,00E+05	1,63E+05	4181099,76	5,40E+06	1,18E+06
0,02034351	1,03E+04	5,15E+03	400	5,43E+05	1,73E+05	5077049,71	5,64E+06	1,22E+06
0,03061402	1,26E+04	6,31E+03	543,642357	5,90E+05	1,85E+05	6271649,64	5,90E+06	1,27E+06
0,04009449	1,45E+04	7,23E+03	608,362367	6,11E+05	1,90E+05	7167599,59	6,07E+06	1,31E+06
0,05115504	1,63E+04	8,16E+03	711,914383	6,41E+05	1,97E+05	8063549,53	6,23E+06	1,34E+06
0,06063551	1,78E+04	8,89E+03	802,522398	6,65E+05	2,02E+05	9258149,46	6,42E+06	1,37E+06
0,07011598	1,91E+04	9,56E+03	906,074414	6,90E+05	2,08E+05	10154099,4	6,54E+06	1,40E+06
0,08117653	2,06E+04	1,03E+04	1009,62643	7,13E+05	2,13E+05	20308198,8	7,60E+06	1,68E+06
0,09223707	2,19E+04	1,10E+04	2019,25859	8,72E+05	2,48E+05	30462298,2	8,36E+06	2,12E+06
0,10171755	2,30E+04	1,15E+04	3003,00274	9,75E+05	2,70E+05	40019097,7	9,00E+06	2,65E+06
0,20284256	3,25E+04	1,63E+04	4038,5229	1,06E+06	2,87E+05	50173197,1	9,67E+06	3,27E+06
0,30396758	3,98E+04	1,99E+04	5074,04307	1,12E+06	3,01E+05	60327296,5	1,03E+07	3,91E+06
0,41141291	4,63E+04	2,31E+04	6006,01121	1,18E+06	3,12E+05	70481395,9	1,10E+07	4,57E+06
0,51253792	5,17E+04	2,58E+04	7041,53137	1,23E+06	3,22E+05	80038195,4	1,16E+07	5,18E+06
0,60102231	5,60E+04	2,80E+04	8077,05153	1,27E+06	3,32E+05	90192294,8	1,23E+07	5,84E+06
0,70214733	6,05E+04	3,02E+04	9112,5717	1,31E+06	3,40E+05	100346394	1,29E+07	6,50E+06
0,80327234	6,47E+04	3,23E+04	10148,0919	1,35E+06	3,47E+05			
0,90439736	6,86E+04	3,43E+04	11183,612	1,38E+06	3,54E+05			
1,00552237	7,24E+04	3,62E+04	20296,1894	1,61E+06	4,00E+05			
2,01677253	1,03E+05	5,13E+04	30651,3911	1,78E+06	4,35E+05			
2,92689767	1,23E+05	6,17E+04	40592,3846	1,91E+06	4,61E+05			
4	1,44E+05	6,33E+04	51361,7943	2,02E+06	4,83E+05			
5	1,54E+05	6,64E+04	61302,7879	2,10E+06	5,01E+05			
6	1,62E+05	6,92E+04	71243,7814	2,18E+06	5,16E+05			
7	1,69E+05	7,15E+04	82841,6072	2,26E+06	5,32E+05			
8	1,76E+05	7,36E+04	91125,7685	2,31E+06	5,42E+05			
9	1,82E+05	7,56E+04	102723,594	2,38E+06	5,55E+05			
10	1,87E+05	7,73E+04	205447,194	2,79E+06	6,38E+05			
20	2,29E+05	9,00E+04	304857,13	3,05E+06	6,91E+05			

**ANEXO 3. TABLA DE DATOS SIMULADOS DEL EJEMPLO VARIANDO  $n$**

$t_D$	$\Delta P_D$	$t_D$	$(t_D * \Delta P_D)$	$t_D$	$\Delta P_D$	$t_D$	$(t_D * \Delta P_D)$
0.00005	0.01171	0.00005	0.00588	209379.66	15.38	209379.66	2.44
0.00515	0.11887	0.00515	0.05943	322122.55	16.46	322122.55	2.58
0.01027	0.16786	0.01027	0.08393	408021.89	17.08	408021.89	2.66
0.02019	0.23536	0.02019	0.11768	504658.66	17.65	504658.66	2.74
0.03043	0.28894	0.03043	0.14447	601295.42	18.14	601295.42	2.80
0.04067	0.33404	0.04067	0.16702	708669.60	18.60	708669.60	2.86
0.05091	0.37373	0.05091	0.18687	816043.79	19.01	816043.79	2.91
0.06755	0.43050	0.06755	0.21525	901943.13	19.30	901943.13	2.95
0.07011	0.43858	0.07011	0.21929	1009317.31	19.64	1009317.31	3.00
0.08163	0.47324	0.08163	0.23662	2018634.63	21.81	2018634.63	3.28
0.10467	0.53588	0.10467	0.26794	2319282.34	22.27	2319282.34	3.34
0.20451	0.74906	0.20451	0.37453	3104205.02	23.23	3104205.02	3.92
0.25059	0.82916	0.25059	0.41458	4138940.03	24.45	4138940.03	4.61
0.25571	0.83759	0.25571	0.41879	5001219.20	25.39	5001219.20	5.33
60.29283	3.17377	60.29283	0.81363	6035954.20	26.47	6035954.20	6.28
61.60355	3.19130	61.60355	0.81635	7070689.21	27.55	7070689.21	7.29
70.77859	3.30586	70.77859	0.83398	8105424.22	28.61	8105424.22	8.33
81.26435	3.42230	81.26435	0.85165	9140159.22	29.67	9140159.22	9.39
91.75011	3.52660	91.75011	0.86730	10692261.73	31.27	10692261.73	10.97
102.23587	3.62122	102.23587	0.88136	11037173.40	31.62	11037173.40	11.33
110.10019	3.68689	110.10019	0.89105	20004876.79	40.82	20004876.79	20.53
141.55747	3.91499	141.55747	0.92428	30007315.18	51.09	30007315.18	30.79
152.04323	3.98138	152.04323	0.93385	40009753.58	61.35	40009753.58	41.05
193.98627	4.21289	193.98627	0.96687	50357103.64	71.97	50357103.64	51.67
241.17219	4.42667	241.17219	0.99697	60014630.37	81.88	60014630.37	61.58
246.41507	4.44814	246.41507	0.99997	70017068.76	92.14	70017068.76	71.85
304.08675	4.66155	304.08675	1.02968	80019507.15	102.41	80019507.15	82.11
461.37315	5.10338	461.37315	1.09038	90021945.55	112.67	90021945.55	92.37
513.80195	5.22160	513.80195	1.10648	100024383.94	122.93	100024383.94	102.64
608.17379	5.41033	608.17379	1.13207	200048767.88	225.57	200048767.88	205.27
817.88899	5.75252	817.88899	1.17818	300073151.82	328.21	300073151.82	307.91
1048.5757	6.05018	1048.57571	1.21805	400442447.44	431.20	400442447.44	410.90
1593.8352	6.57469	1593.83523	1.28790	410099974.16	441.11	410099974.16	420.81
2013.2656	6.88027	2013.26563	1.32840	410272430.00	441.28	410272430.00	420.99
3103.7847	7.47206	3103.78467	1.40655	410444885.83	441.46	410444885.83	421.16
4865.3924	8.12342	4865.39235	1.49226	410617341.66	441.64	410617341.66	421.34
4949.2784	8.14896	4949.27843	1.49562	410789797.50	441.81	410789797.50	421.52
5033.1645	8.17412	5033.16451	1.49893	410962253.33	441.99	410962253.33	421.69
6543.1140	8.57424	6543.11395	1.55145	411134709.17	442.17	411134709.17	421.87
8053.0634	8.90081	8053.06339	1.59427	411307165.00	442.34	411307165.00	422.05

10066.329	9.26182	10066.32931	1.64158	411479620.84	442.52	411479620.84	422.23
11072.962	9.41925	11072.96227	1.66219	411652076.67	442.70	411652076.67	422.40
15099.494	9.94540	15099.49411	1.73105	411824532.50	442.88	411824532.50	422.58
20132.659	10.45288	20132.65891	1.79742	411996988.34	443.05	411996988.34	422.76
25501.368	10.88440	25501.36803	1.85382	412169444.17	443.23	412169444.17	422.93
30198.989	11.20132	30198.98851	1.89523	412341900.01	443.41	412341900.01	423.11
35567.698	11.51478	35567.69763	1.93618	412514355.84	443.58	412514355.84	423.29
40265.318	11.75692	40265.31811	1.96781	412686811.68	443.76	412686811.68	423.46
45634.027	12.00524	45634.02723	2.00024	412859267.51	443.94	412859267.51	423.64
51002.736	12.22935	51002.73635	2.02950	413031723.35	444.11	413031723.35	423.82
60397.977	12.57630	60397.97731	2.07481	413204179.18	444.29	413204179.18	424.00
71135.396	12.91945	71135.39555	2.11960	413376635.01	444.47	413376635.01	424.17
80530.637	13.18454	80530.63651	2.15421	413549090.85	444.65	413549090.85	424.35
91268.055	13.45638	91268.05475	2.18969	413721546.68	444.82	413721546.68	424.53
104689.828	13.75951	104689.82755	2.22925	413894002.52	445.00	413894002.52	0.00

**ANEXO 4. GRÁFICOS DE PRESIÓN Y DERIVADA DE PRESIÓN VARIANDO  $n$**

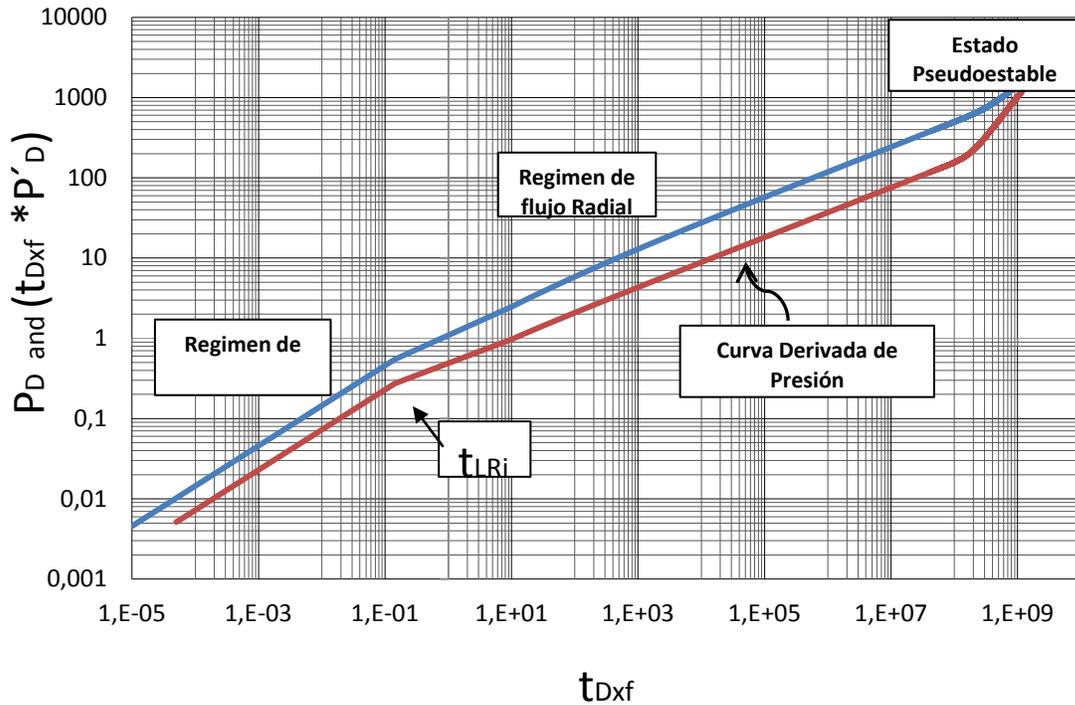


Figura 1 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.1$

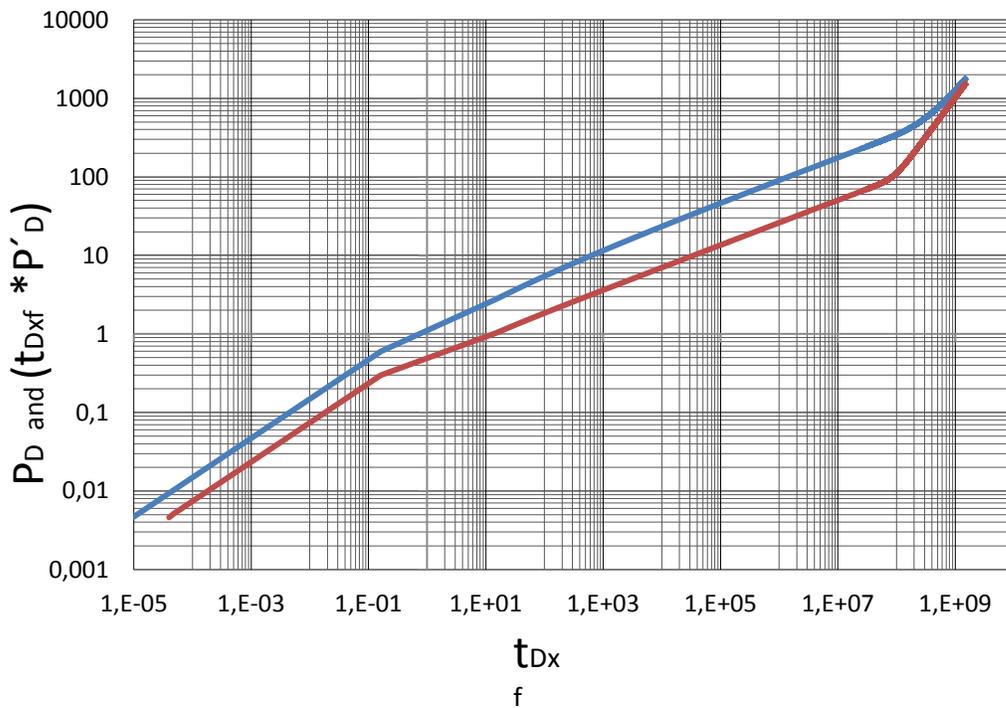


Figura 2 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.2$

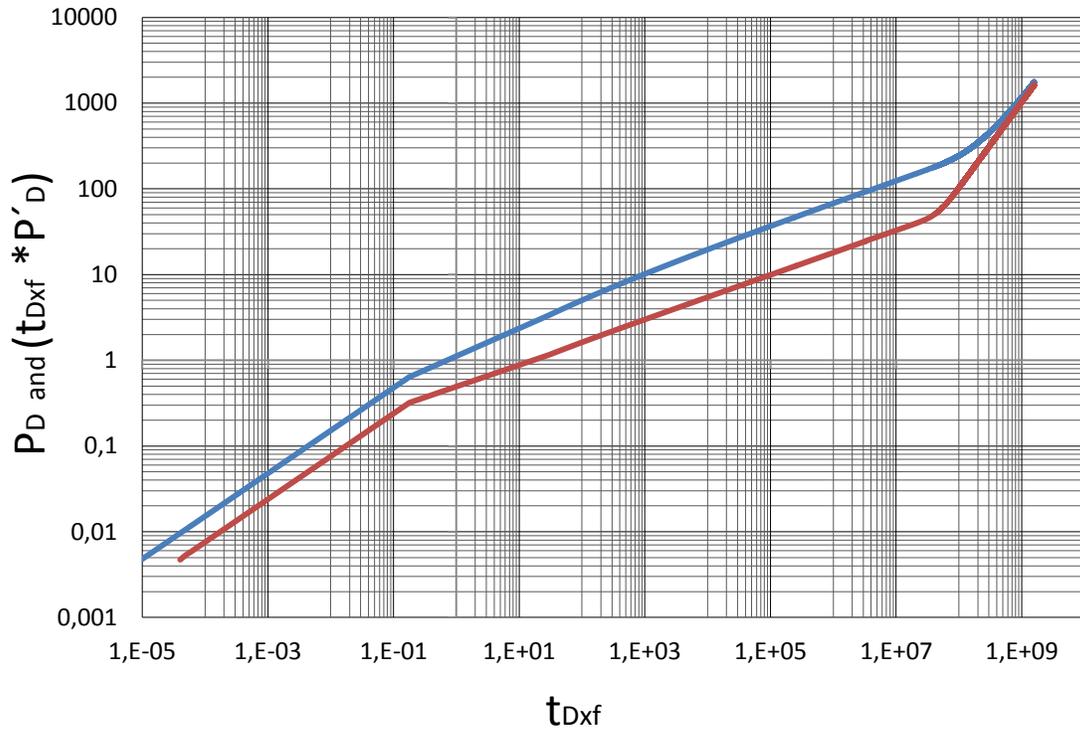


Figura 3 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.3$

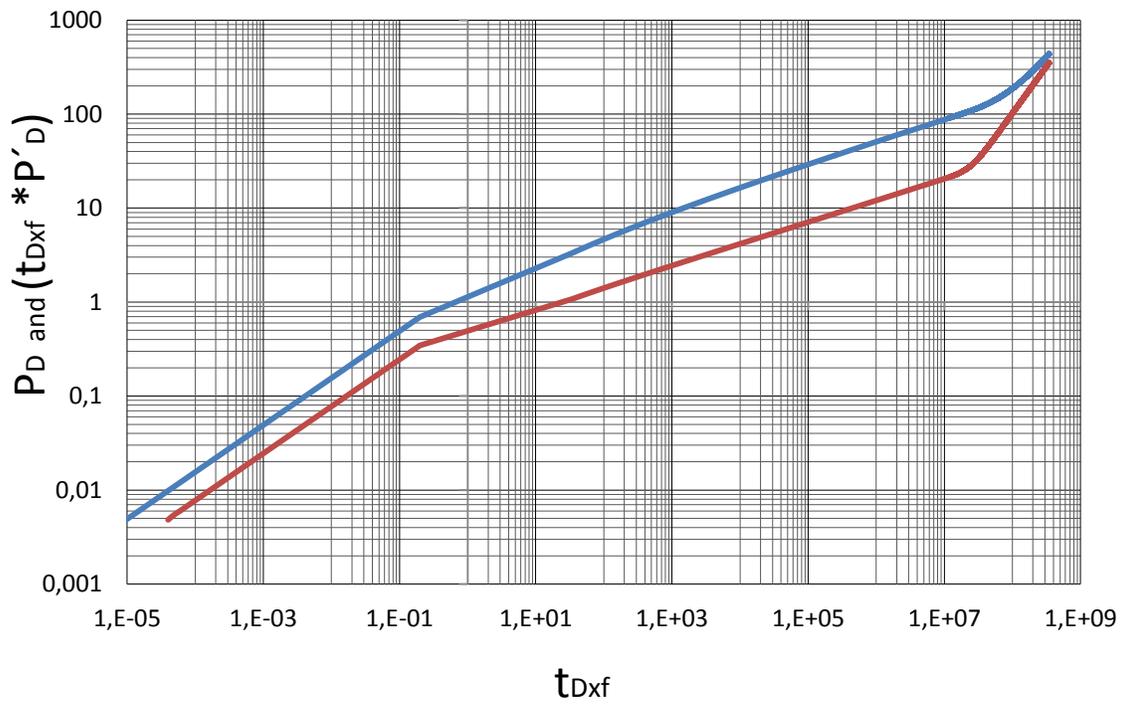


Figura 4 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.4$

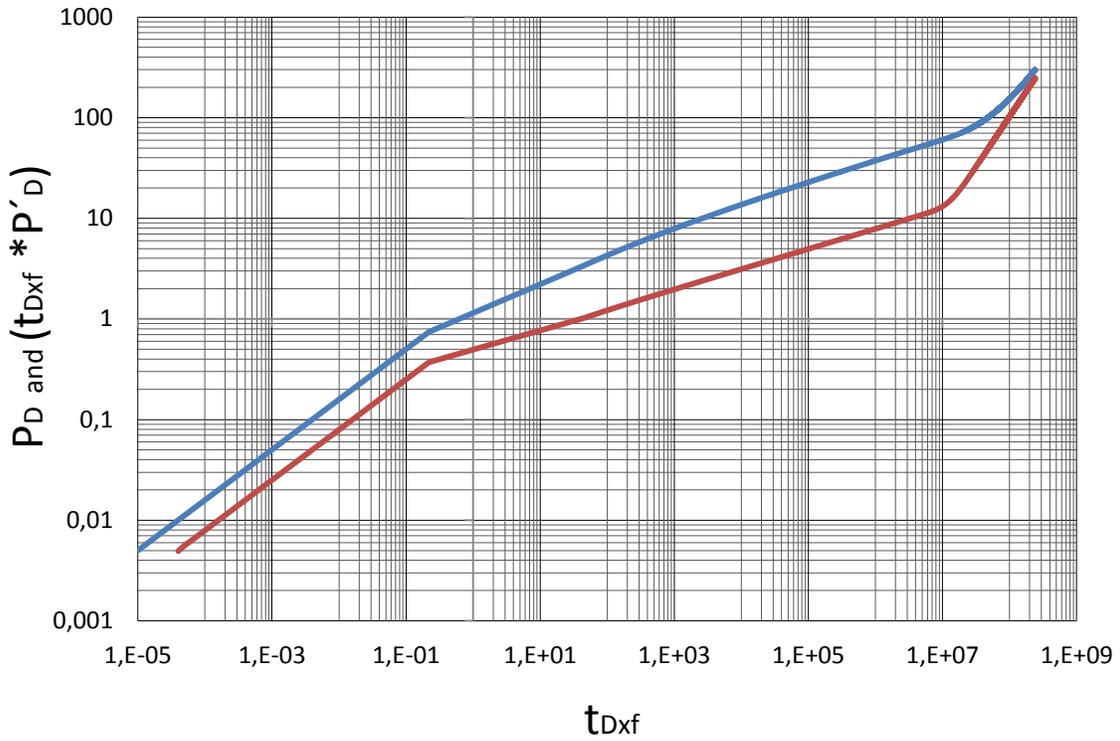


Figura 5 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.5$

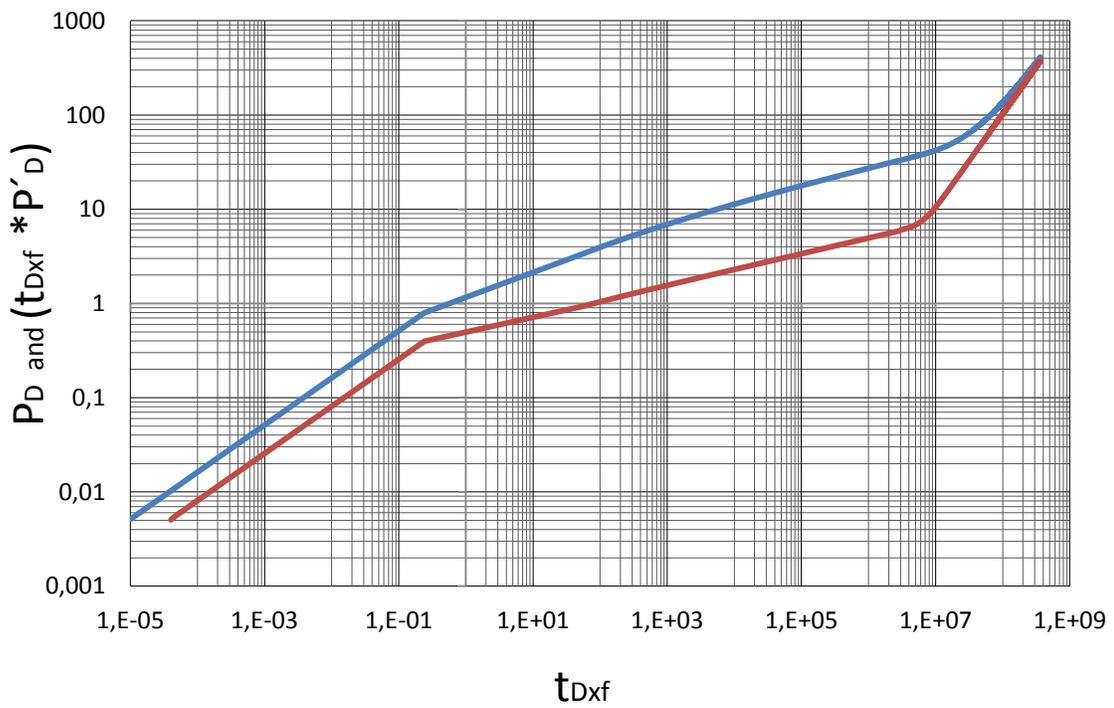


Figura 6 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.6$

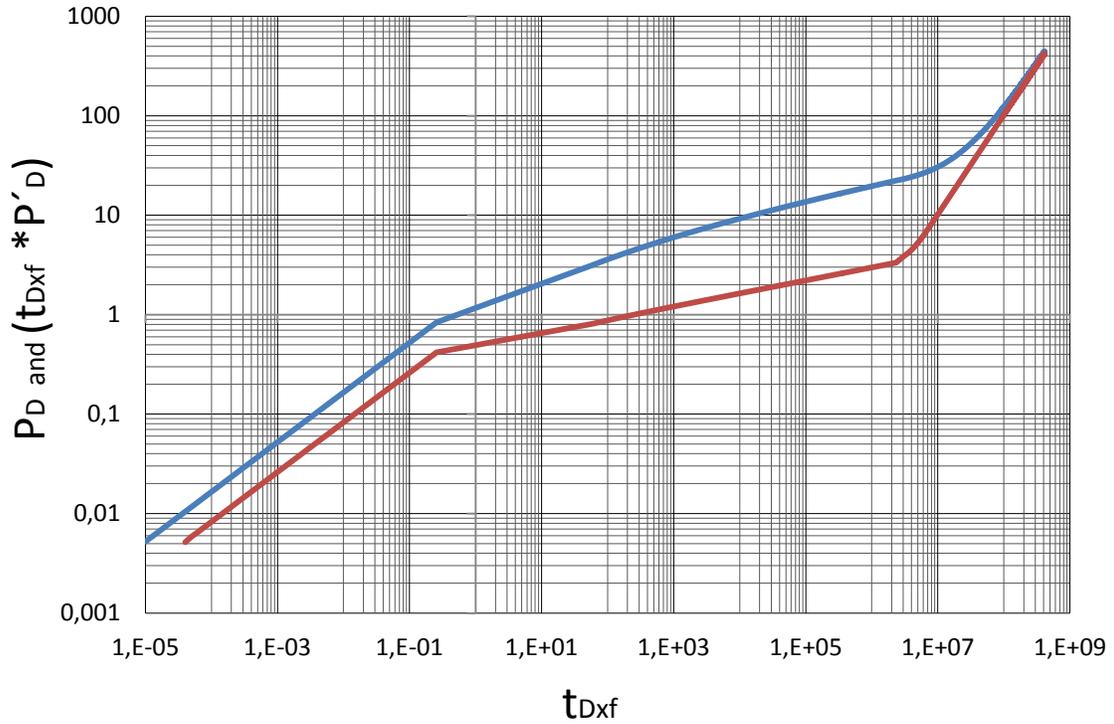


Figura 7 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.7$

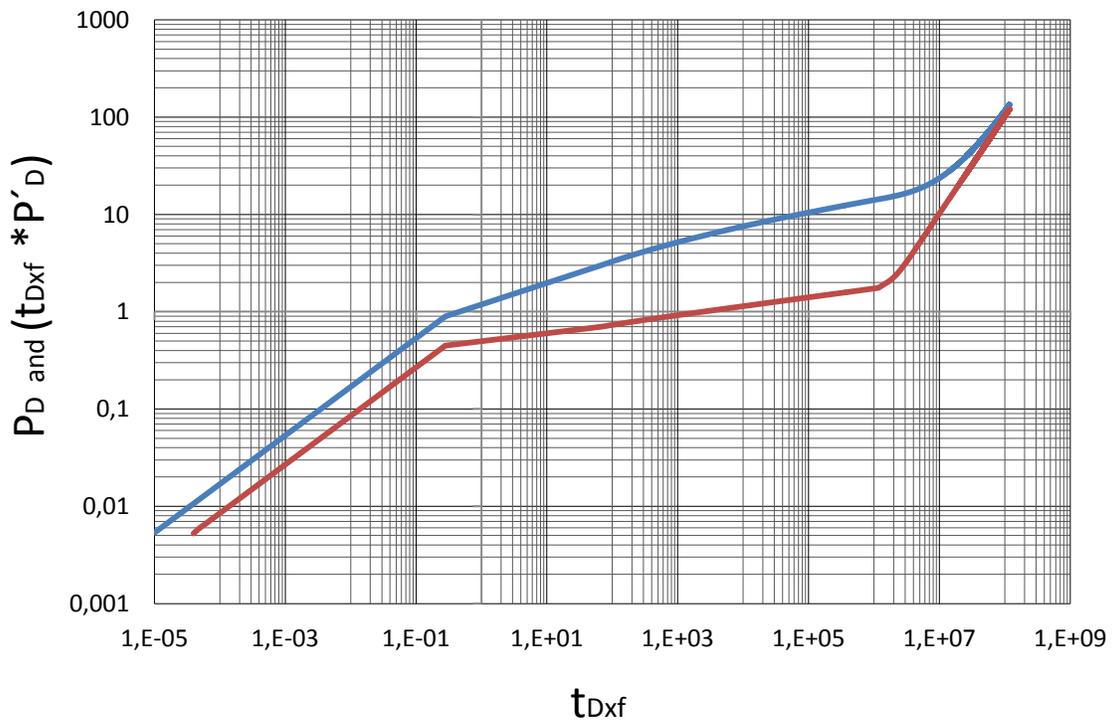


Figura 8 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.8$

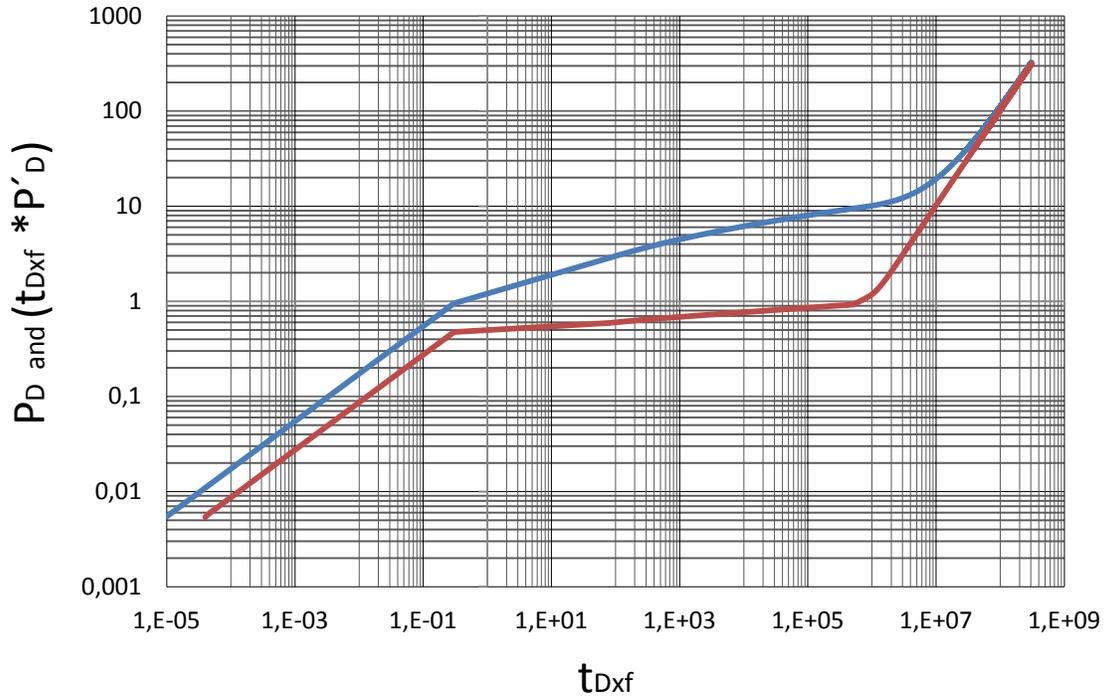


Figura 9 Gráfico logarítmico de la presión y la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para  $n = 0.9$

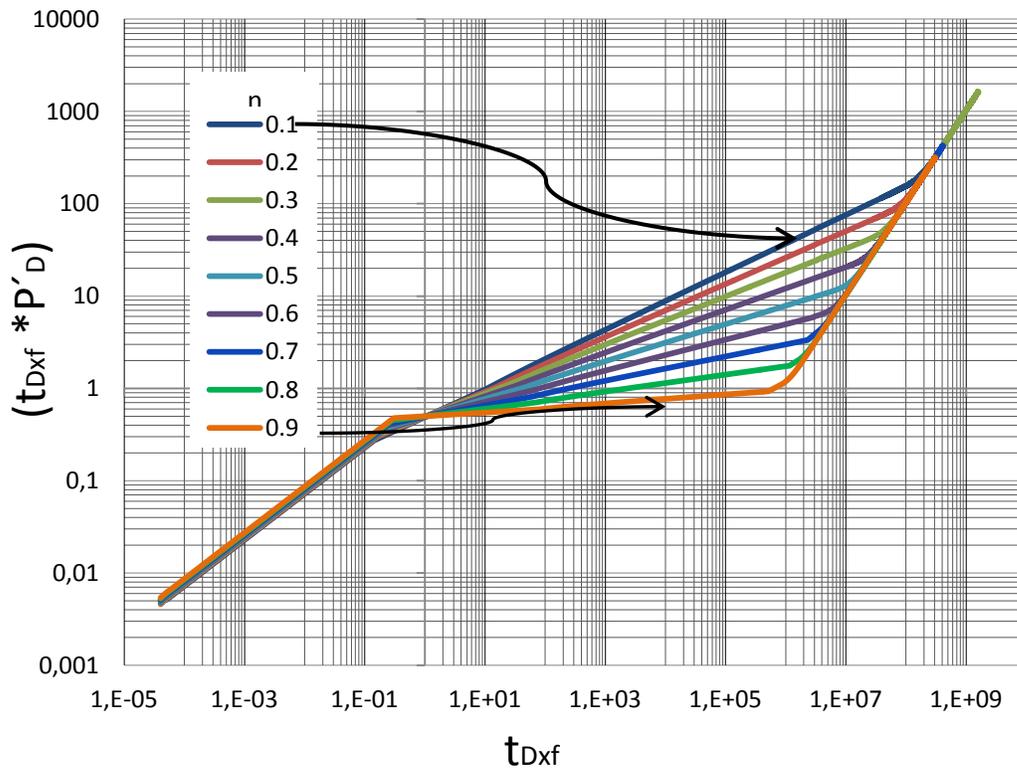


Figura 10 Gráfico logarítmico de la derivada de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para los diferentes valores de  $n$ .

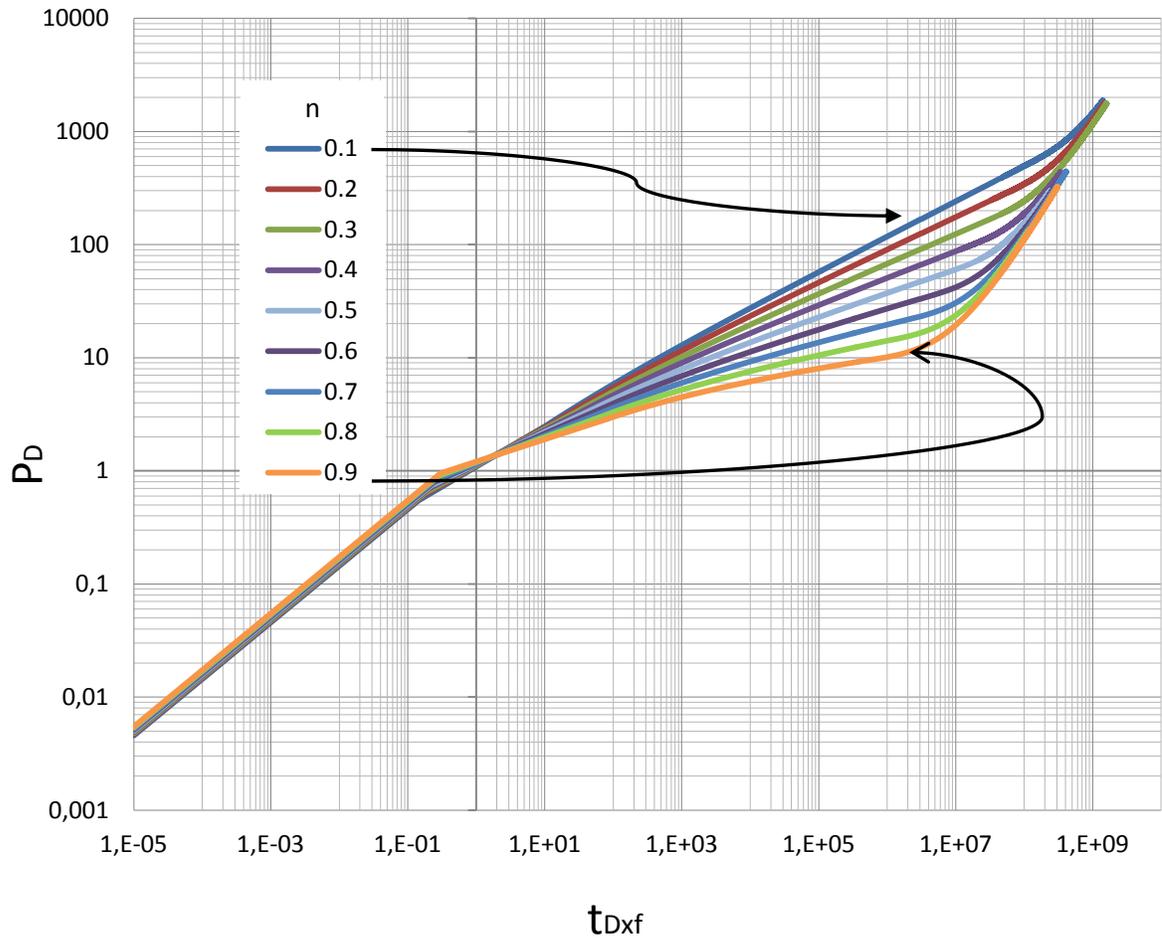


Figura 11 Gráfico logarítmico de la presión con respecto al tiempo en unidades adimensionales para los diferentes valores de  $n$ .



## PRESSURE AND PRESSURE DERIVATIVE ANALYSIS FOR PSEUDOPLASTIC FLUIDS IN VERTICAL FRACTURED WELLS

Freddy Humberto Escobar, Diego Fernando Bonilla and Yuslly Yenith Cicery  
Universidad Surcolombiana, Avenida Pastrana – Cra 1, Neiva, Huila, Colombia  
E-Mail: [fescobar@usco.edu.co](mailto:fescobar@usco.edu.co)

### ABSTRACT

Petroleum engineers often deal with Non-Newtonian fluids in many activities of the oil industry. Some of these fluids are used as fracturing, EOR and drilling mud fluids. If one of these fluids is used to fracture a well and a post-fracture test is run, afterwards, the interpretation cannot be conducted with the conventional models. A pseudoplastic model has to be used. The oil literature presents only one work on well test analysis for fractured wells with non-Newtonian fluids. The application was specific for fall-off testing and the interpretation for determination of the half-fractured length is conducted using both the conventional straight-line method and type-curve matching. However, applications of the pressure derivative for this type of systems have not been performed yet. This paper presents a methodology using the pressure and pressure derivative log-log plot for interpretation of pressure transient tests in infinite-conductivity vertically fractured wells with a pseudoplastic fluid. The interpretation was extended to estimate the half-fracture length and the well drainage area. It was successfully tested on field and synthetic data.

**Keywords:** Non-Newtonian, dilatant, pseudoplastic, reservoir area, fractures length.

### 1. INTRODUCTION

Pseudoplastic fluids obey the power law. The flow index behavior,  $n$ , for them is smaller than the unity. Most of the fluids in the oil industry possess a pseudoplastic behavior. The pressure derivative during radial flow regime of a pseudoplastic fluid is a straight line which increases its slope as the flow index behavior decreases.

Ikoku has been the most outstanding researcher on the field of well test analysis of non-Newtonian fluids. His contributions comprise many analytical solutions for flow of foam and other non-Newtonian fluids through porous materials as can be seen in Ikoku (1978), Ikoku (1979), Ikoku and Ramey (1979a) and Ikoku and Ramey (1979b).

Application of the pressure derivative to non-Newtonian fluids was first used by Vongvuthipornchai and Raghavan (1987a) and extension of the *TDS* technique for such fluids was presented initially by Katime-Meindl and Tiab (2001). Escobar, Martinez and Montealegre (2010) presented a *TDS* technique, Tiab (1993), to radial composite reservoirs with a Non-Newtonian/Newtonian interface for pseudoplastic and dilatants systems, respectively.

Vongvuthipornchai and Raghavan (1987b) presented the only work on fractured well for power-law fluids. They used a dimensionless pressure solution provided by Odeh and Yang (1979) to generate a type-curve matching and conventional methodology for well test interpretation. The solution given Odeh and Yang (1979) is also used in this work to generate pressure and pressure derivative behavior for fracture wells with non-Newtonian fluids. As for the case of Newtonian fluids the pressure and pressure derivative also displays a half-slope straight line in both curves. Extension of the *TDS*

technique was used to determine half-fracture length and well-drainage area.

### 2. MATHEMATICAL FORMULATION

The dimensionless quantities introduced by Ikoku and Ramey (1979) are:

$$P_{DNN} = \frac{\Delta P}{141.2(96681.605)^{1-n} \left(\frac{qB}{h}\right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{1-n}}{k}} \quad (1)$$

$$t_{DNN} = \frac{t}{G r_w^{3-n}} \quad (2)$$

$$t_{Dxf} = \frac{t}{G x_f^{3-n}} \quad (3)$$

$$t_{DA} = \frac{t}{G(\pi r_e^{3-n})} \quad (4)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (5)$$

In which;

$$G = \frac{3792.188n\phi c_t \mu_{eff}}{k} \left(96681.605 \frac{h}{qB}\right)^{1-n} \quad (6)$$

and,

$$\mu_{eff} = \left(\frac{H}{12}\right) \left(9 + \frac{3}{n}\right)^n (1.59344 \times 10^{-12} k\phi)^{(1-n)/2} \quad (7)$$



Where suffix  $N$  indicates Newtonian and suffix  $NN$  indicates non-Newtonian. Escobar *et al.* (2010) presented

more practical expressions for the determination of both permeability and skin factor:

$$\frac{k}{\mu_{eff}} = \left[ 70.6(96681.605)^{(1-\alpha)(1-n)} \left( \frac{0.0002637t_r}{n\phi c_t} \right)^\alpha \left( \frac{qB}{h} \right)^{n-\alpha(n-1)} \left( \frac{1}{(t^* \Delta P')_r} \right) \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (8)$$

$$s = \frac{1}{2} \left[ \frac{\left[ \frac{0.0002637kt_r}{n\phi\mu_{eff}c_t r_w^{3-n}} \left( 96681.605 \frac{h}{qB} \right)^{n-1} \right]^\alpha \left( \frac{\Delta P}{(t^* \Delta P)_r} \right)_r - \ln \left( \frac{kt_r}{n\phi\mu_{eff}c_t r_w^{3-n}} \left( 96681.605 \frac{h}{qB} \right)^{n-1} \right) + 7.43}{\ln \left( \frac{kt_r}{n\phi\mu_{eff}c_t r_w^{3-n}} \left( 96681.605 \frac{h}{qB} \right)^{n-1} \right) + 7.43} \right] \quad (9)$$

Where  $\alpha$  is the slope of the pressure derivative curve and is defined by:

$$\alpha = \frac{1-n}{3-n} \quad (10)$$

being  $n$  the flow behavior index which may be found from the slope of the pressure derivative curve during radial flow regime. The dimensionless pressure derivative during radial-flow regime is governed by:

$$(t_D^* P_D')_{rNN} = 0.5 t_{DNN}^\alpha \quad (11)$$

Odeh and Yang (1979) linearized the partial-differential equation for the problem of a well intercepted by a vertical fracture. Their dimensionless pressure solution is given below:

$$P_D(t_D) = \frac{(3-n)^{2\nu} t_D^\nu}{(1-n)\Gamma(1-\nu)} - \frac{1}{1-n} \quad (12)$$

Where  $\nu = (1-n)/(3-n)$

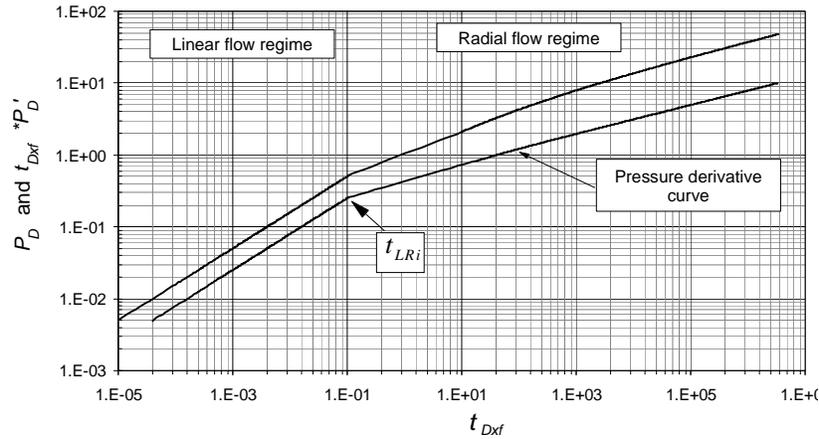
Vongvuthipornchai and Raghavan (1987b) presented two interpretation methodologies: type-curve

matching and conventional straight-line for characterization of fall-off tests in vertically hydraulic wells with a pseudoplastic fluid. They indicated that at early times, a well-defined straight line with slope equal to 0.5 on log-log coordinates will be evident, then,

$$P_D = \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\pi t_{Dxf}} \quad (13)$$

$$t_{Dxf} = \frac{0.0002637kt}{\phi c_t \mu_{eff} x_f^2} \quad (14)$$

Equation (12) is used here to develop pressure and pressure derivative curves for vertically infinite-conductivity fractured wells. An example of a curve for  $n = 0.5$  is given in Figure-1. Notice that the slope of the pressure derivative during radial flow regime is greater than zero. Zero value of the pressure derivative corresponds the case for  $n = 1$  (Newtonian). It is important to observe that during the formation linear flow to the fracture the slope of the pressure and pressure derivative is yet 0.5 as for the Newtonian case. The pressure derivative governing equation is:



**Figure-1.** Dimensionless pressure and pressure derivative behavior for a vertical infinite-conductivity fractured well with a non-Newtonian pseudoplastic fluid with  $n = 0.5$ .

$$t_{Dxf} * P'_D = 0.5 \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{\pi t_{Dxf}} \quad (15)$$

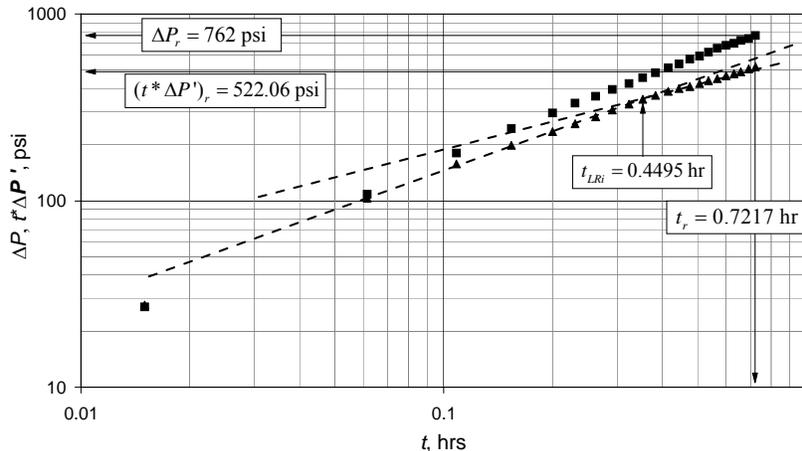
By using the intersect point of the pressure derivative during linear flow regime, Equation (15), with the radial flow regime governing equation, Equation (11), called  $t_{LRI}$ , an expression to obtain the half-fracture length is presented:

$$x_f = \left[ 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{t_{LRI} k}}{\left( \frac{0.0002637 k t_{LRI}}{\phi c_t \mu_{eff}} \right)^\alpha \sqrt{\phi c_t \mu_{eff}}} \right]^{\frac{3-n}{1+n}} \quad (16)$$

Escobar, Vega and Bonilla (2012) showed that the late-time pressure derivative plot during pseudosteady-state the expression governing the late-time pseudosteady-state flow regime is:

$$t_D * P'_D = 2\pi t_{DA} \quad (17)$$

The point of intersection of the pressure derivatives during linear flow and pseudosteady-state (not shown here), called  $t_{LPI}$ , allows to obtain the well drainage area. In other words, equating Equations (15) and (17) and solving for the well-drainage area leads to the following expression:



**Figure-2.** Pressure and pressure derivative for field example.



$$A = \pi \left[ \frac{t_{LPi}}{0.0625 \left( \frac{\pi}{2} \right)^{n-1} G} \right]^{2/(3-n)} \quad (18)$$

### 3. EXAMPLES

#### 3.1. Field example

Fan (1998) presented a pressure test of a test conducted in a hydraulic fractured well with the information given below. Pressure and pressure derivative data for this test is reported in Figure-2.

$$\begin{array}{llll} n = 0.4 & h = 70 \text{ ft} & k = 0.65 \text{ md} & q = 507.5 \text{ BPD} \\ \phi = 10 \% & B = 1 \text{ rb/STB} & \mu_{eff} = 0.00065 \text{ cp} & c_r = 0.00001 \text{ psi}^{-1} \\ t_{sk} = 0.26 \text{ ft} & H = 20 \text{ cp}^* \text{ s}^{n-1} & & \end{array}$$

#### Solution

The following information was read from the pressure and pressure derivative plot, Figure-2,

$$t_{cR} = 0.4495 \text{ hr} \quad t_c = 0.7217 \text{ hr} \quad \Delta P_r = 762 \text{ psi} \quad (t^* \Delta P)_r = 522.06 \text{ psi}$$

Using Equation (10), a value of 0.23 is found for  $\alpha$ . Reservoir permeability, skin factor, half-fracture length were estimated with Equations (8), (9) and (16). Their respective values are 0.65 md, 2.4 and 771 ft. Reservoir permeability and half-fracture length are re-estimated by simulating the test providing values of 0.65 md and 776 ft, respectively; therefore, the absolute errors for these calculations are less 0.06 % and 0.5 %.

#### 3.2. Synthetic example

Figure-3 presents the pressure and pressure derivative data for a simulated test of a 250-ft long hydraulic fracture. Other information is given below:

$$\begin{array}{llll} n = 0.5 & h = 30 \text{ ft} & k = 150 \text{ md} & q = 500 \text{ BPD} \\ \phi = 25 \% & B = 1.15 \text{ rb/STB} & \mu_{eff} = 10 \text{ cp} & c_r = 0.000005 \text{ psi}^{-1} \\ t_{sk} = 0.5 \text{ ft} & H = 11144.07 \text{ cp}^* \text{ s}^{n-1} & & \end{array}$$

#### Solution

From Figure-3, the following information was read:

$$t_{cR} = 3.81 \text{ hr} \quad t_c = 30 \text{ hr} \quad \Delta P_r = 257000 \text{ psi} \quad (t^* \Delta P)_r = 98400 \text{ psi}$$

Equation (10) provided an  $\alpha$  value of 0.2. Then, a skin factor of 3.73 was estimated with Equation (9) and a half-fracture length of 250.02 was found with Equation (16). In this case the absolute error was of 0.08 %.

### 4. COMMENTS ON THE RESULTS

The results obtained from the worked examples provide very low deviation errors which confirm that the developed methodology works very well for

characterizing hydraulic fractured wells in reservoirs containing non Newtonian power-law fluids.

### CONCLUSIONS

An estimation of the half-fracture length from pressure transient analysis using the pressure and pressure derivative log-log plot for reservoirs bearing power-law non-Newtonian fluids is presented for the first time and successfully tested with synthetic and field examples.

### ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully thank the Most Holy Trinity and the Virgin Mary mother of God for all the blessing received during their lives.

### Nomenclature

$B$	Volumetric factor, RB/STB
$c_t$	System total compressibility, 1/psi
$C$	Wellbore storage, bbl/psi
$C_{FD}$	Dimensionless fracture conductivity
$h$	Formation thickness, ft
$H$	Consistency (Power-law parameter), $\text{cp}^* \text{s}^{n-1}$
$G$	Group defined by equation 3
$G$	Minimum pressure gradient, Psi/ft
$G_D$	Dimensionless pressure gradient
$k$	Permeability, md
$k$	Flow consistency parameter
$m$	Slope
$n$	Flow behavior index (power-law parameter)
$P$	Pressure, psi
$q$	Flow/injection rate, STB/D
$t$	Time, hr
$r$	Radius, ft
$t^* \Delta P'$	Pressure derivative, psi
$t_D^* P_D'$	Dimensionless pressure derivative

### Greeks

$\Delta$	Change, drop
$\phi$	Porosity, fraction
$\mu$	Viscosity, cp
$\mu_{eff}$	Effective viscosity for power-law fluids, $\text{cp}^*(\text{s/ft})^{n-1}$

### Suffices

$app$	Apparent
$D$	Dimensionless
$DA$	Dimensionless based on area



<i>eff</i>	Effective
<i>i</i>	Initial
<i>LPi</i>	Intersect of linear and pseudosteady-state lines
<i>LPi</i>	Intersect of linear and linear lines
<i>NN</i>	Non-Newtonian
<i>R</i>	Radial (any point on radial flow)
<i>W</i>	Wellbore

## REFERENCES

- Escobar F.H., Martinez J.A. and Montealegre-M. Matilde. 2010. Pressure and Pressure Derivative Analysis for a Well in a Radial Composite Reservoir with a Non-Newtonian/Newtonian Interface. CT and F. 4(1): 33-42. December.
- Escobar F.H., Vega L.J. and Bonilla L.F. 2012. Determination of Well-Drainage Area for Power-Law Fluids by Transient Pressure Analysis. Sent to CT and F to request for publication.
- Fan Y. 1998. A New Interpretation Model for Fracture-Calibration Treatments. SPE Journal. pp. 108-114. June.
- Ikoku C.U. 1978. Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media. Ph.D. dissertation. Stanford U., Stanford, CA.
- Ikoku C.U. 1979. Practical Application of Non-Newtonian Transient Flow Analysis. Paper SPE 8351 presented at the SPE 64<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, NV, Sept. 23-26.
- Ikoku C.U. and Ramey H.J. Jr. 1979a. Transient Flow of Non-Newtonian Power-law fluids Through in Porous Media. Soc. Pet. Eng. Journal. pp. 164-174. June.
- Ikoku C.U. and Ramey H.J. Jr. 1979b. Wellbore Storage and Skin Effects during the Transient Flow of Non-Newtonian Power-law fluids Through in Porous Media. Soc. Pet. Eng. Journal. pp. 164-174. June.
- Katime-Meindl I. and Tiab D. 2001. Analysis of Pressure Transient Test of Non-Newtonian Fluids in Infinite Reservoir and in the Presence of a Single Linear Boundary by the Direct Synthesis Technique. Paper SPE 71587 prepared for presentation at the 2001 SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, Louisiana, 30<sup>th</sup> September-3<sup>rd</sup> October.
- Odeh A.S. and Yang H.T. 1979. Flow of non-Newtonian Power-Law Fluids Through in Porous Media. Soc. Pet. Eng. Journal. pp. 155-163. June.
- Tiab D. 1993. Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type-Curve Matching: 1- Skin and Wellbore Storage. Journal of Petroleum Science and Engineering, 12: 171-181. Also Paper SPE 25423, Production Operations Symposium held in Oklahoma City, OK, USA. pp. 203-216.
- Vongvuthipornchai S. and Raghavan R. 1987a. Well Test Analysis of Data Dominated by Storage and Skin: Non-Newtonian Power-Law Fluids. SPE Formation Evaluation, December. pp. 618-628.
- Vongvuthipornchai S. and Raghavan R. 1987b. Pressure Falloff Behavior in Vertically Fractured Wells: Non-Newtonian Power-Law Fluids. SPE Formation Evaluation, December. pp. 573-589.