UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA FACULTAD DE INGENIERÍA PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS



### APLICACIÓN DEL PSEUDOTIEMPO PARA POZOS VERTICALES DE GAS HIDRAULICA Y NATURALMENTE FRACTURADOS UTILIZANDO LA METODOLOGIA TDS

**PRESENTADO POR:** 

### LAURA YISSED MARTINEZ ALDANA LEIDY JOHANNA MENDEZ PATIÑO

Neiva, Huila Enero 26 2011

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA FACULTAD DE INGENIERÍA PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS



### APLICACIÓN DEL PSEUDOTIEMPO PARA POZOS VERTICALES DE GAS HIDRAULICA Y NATURALMENTE FRACTURADOS UTILIZANDO LA METODOLOGIA TDS

#### **PRESENTADO POR:**

#### LAURA YISSED MARTINEZ ALDANA LEIDY JOHANNA MENDEZ PATIÑO

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero de Petróleos

Director FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO Doctor en Ingeniería de Petróleos

Neiva, Huila Enero 26 2011

Nota de aceptación

Firma del Director

Firma del Evaluador

Firma del Evaluador

Neiva, Huila Enero 26 2011

#### DEDICATORIA

A Dies que ha side mi fertaleza cuando he sentido desmayar. A mis padres Jaime Méndez y Rosalía Patiño por darme la vida, ser mis guiadores y motivo de mis alegrías. A mis hermanes y familiares que me apoyan. A mi tía Elvira quien ha side mi segunda mamá. A mis amiges con quienes he compartide tantes momentes y han llegado a ser como mis hermanes. A mi amiga Laura Martínez agradeciéndole per ser incendicional en todos estos años de amistad. Por último, si que sea menes importante, a la persona que me ha dade su mano en esta recta final Julián Lizarazo Leidy Johanna

Quiero dedicar este trabaje a Dies per ser mi guia y fertaleza. A mi familia, per acompañarme en cada une de mis proyectos emprendidos y ser siempre mis más fervientes seguideres. A mis padres Jamer Martínez y Nancy Atdana per haberme regalade la vida para compartirla con ellos y recibir siempre sus mejeres concejos y enseñanzas. A mi hermana María Ida. Martínez A. quien con su particular forma de ser me acompaño siempre sin importar las circunstancias y me brindó una senrisa cuando la necesitaba. A mis amigos en especial a Ghen E. Muñez y Jairo E. Acosta son quienes he compartido mementos incluidables y muy seguramente siempre serán mis amigos. A mi amiga Leidy Méndez per ser incendicional en tedes estos años de amistad y acompañarme en este ultimo andar en la universidad. A Carlos Julio Parde quien me acompañó durante todo este recerrido e igualmente me brindo todo su apoyo de manera incondicional. A todas aquellas personas que han formado parte importante en mi vida.

Laura Yissed

### AGRADECIMIENTOS

A **DIOS** por Brindarnos la maravillosa oportunidad de hacernos profesionales.

A la **UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA** por contribuir a nuestra formación profesional y desarrollo personal.

Al **GRUPO DE INVESTIGACION DE PREUBAS DE POZO** (**GIPP**) y **ECOPETROL** por su aporte en la formación de jóvenes investigadores, de nuevos conocimientos, colaboración y apoyo en la realización de proyectos de grado, que como el nuestro, pueden generar grandes aportes al desarrollo y evolución de la industria en nuestro país.

Al Ph.D. **FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO**, director del proyecto, por su apoyo incondicional y tiempo dedicado a la orientación del mismo.

A **JAVIER ANDRÉS MARTINEZ**, Ingeniero de Petróleos y profesor de la Universidad Surcolombiana, por su tiempo empleado en la evaluación de nuestro trabajo de grado.

Al MSc. **JAIRO ANTONIO SEPULVEDA GAONA**, Ingeniero de Petróleos y profesor de la Universidad Surcolombiana por su tiempo empleado en la evaluación de nuestro trabajo de grado.

A todas aquellas personas que de una u otra manera nos brindaron su apoyo y confianza, para que este proyecto se llevara a cabo.

# CONTENIDO

# RESUMEN INTRODUCCIÓN

1. ELEMENTOS TEORICOS	1
1.1. PRUEBAS DE PRESION	1
1.1.1. Generalidades	1
1.1.2. Pruebas de Restauración de Presión	1
1.1.3. Pruebas de Declinación de Presión	2
1.2. TEORIA Y DERIVACIONES DE LAS ECUACIONES DE GAS	2
1.2.1. Generalidades	2
1.2.2. La Ecuación de Difusividad	3
1.2.3. Solución de Continuidad de la Línea Fuente y Grupos Adimensionales	4
1.2.4. Daño en la Cara del Pozo y Coeficiente no Darcy	5
1.2.5. Pseudotiempo	7
1.3. TIAB'S DIRECT SYNTHESIS TECHNIQUE (TDS)	8
1.4. POZOS DE GAS HIDRAULICAMENTE FRACTURADOS	8
1.5. YACIMIENTOS DE GAS NATURALMENTE FRACTURADOS	9
2. APLICACIÓN DE PSEUDOTIEMPO PARA POZOS VERTICALES DE GAS HIDRAULICAMENTE FRACTURADOS UTILIZANDO LA METODOLOGIA TDS EN SISTEMAS CERRADOS	10
2.1. MODELO MATEMÁTICO	12
2.2. CARACTERÍSTICAS DE LOS POZOS HIDRÁULICAMENTE FRACTURADOS	13
2.2.1. Características de Fracturas de Flujo Uniforme.	13
2.2.2. Características de Fracturas de Conductividad Infinita	18
2.2.3. Características de Fracturas de Conductividad Finita	21
2.2.3.1. Régimen de Flujo Bilineal	22
2.2.3.2. Análisis para Pruebas de Declinación de Presión	24
2.2.3.3. Análisis para Pruebas de Restauración de Presión	25
2.2.3.4. Relaciones Entre los Diferentes Regímenes de Flujo y el Flujo Bilineal	26
2.2.4. Procedimientos Paso a Paso	31
2.3. VERIFICACIÓN DE LA METODOLOGÍA	34

2.4. ANÁLISIS DE RESULTAD	OS
---------------------------	----

3. APLICACIÓN DE PSEUDOTIEMPO PARA POZOS VERTICALES DE	50
GAS NATURALMENTE FRACTURADOS UTILIZANDO LA	30
METODOLOGIA TDS	
3.1. MODELO MATEMÁTICO	58
3.1.1. Líneas y Puntos Característicos	59
3.1.2. Yacimiento Infinito con Almacenamiento de Pozo	61
3.2. CORRELACIONES EMPÍRICAS DESARROLLADAS	66
3.2.1. Correlaciones para Estimar el Coeficiente de Almacenaje Adimensional $\omega$	66
3.2.2. Correlaciones para Estimar el Parámetro de Flujo Interporoso $\lambda$	70
3.2.3. Formulación de una Ecuación Analítica para Hallar el Parámetro de Flujo Interporoso $\lambda$	73
3.2.4. Procedimientos Paso a Paso	75
3.3. ANÁLISIS DE GRÁFICAS GENERADAS	76
3.4. VERIFICACIÓN DE LA METODOLOGÍA	84
3.5. ANÁLISIS DE RESULTADOS	110
4. CONCLUSIONES	113
5. RECOMENDACIONES	114
BIBLIOGRAFÍA	115
ANEXOS	117

		Pág.
Figura 1.1	Ilustración de una prueba de restauración de presión	1
Figura 1.2	Ilustración de una prueba de declinación de presión.	2
Figura 1.3	Intervalo de aplicación de la Pseudopresión	3
Figura 1.4	Comparación entre $P_D$ y $m(P)_D$ vs. $t_D$	6
Figura 2.1	Esquema para un pozo vertical de gas fracturado en un sistema cuadrado cerrado	11
Figura 2.2	Regímenes de Flujo, presentes en un pozo interceptado por una fractura hidráulica.	22
Figura 2.3	Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 2.1	40
Figura 2.4	Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 2.2	45
Figura 2.5a	Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio $2.3 q_1$	51
Figura 2.5b	Pseudopresión y derivada de pseudopresión v s pseudotiempo para el ejercicio 2.3 $q_2$	52
Figura 2.6	Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 2.4 Caso práctico.	55
Figura 3.1	Rasgos característicos de las curvas de pseudopresión y derivadas de pseudopresión de un yacimiento naturalmente fracturado.	60
Figura 3.2	Respuesta de la derivada de pseudopresión máxima en un yacimiento naturalmente fracturado	62
Figura 3.3	Efecto del almacenamiento de pozo sobre la derivada de pseudopresión mínima $\omega$ =0.1, no hay efecto de daño	64
Figura 3.4	Gráfico para la correlación del efecto de almacenamiento de pozo sobre la coordenada de tiempo mínimo, con $C=0.1$	65
Figura 3.5	Gráfico de la línea de tendencia que arroja una ecuación para determinar $\omega$ . $0.01 \le \omega \le 0.1$	67
Figura 3.6	Pseudopresiones y derivadas de pseudopresión adimensional con un valor fijo de $\lambda = 1 \times 10^{-7}$ , y diferentes valores de $\omega$	69
Figura 3.7	Pseudopresión y derivada de pseudopresión con un valor fijo de $\omega$ , y diferentes $\lambda$	71
Figura 3.8	Derivada de la pseudopresión donde se visualiza el punto de intersección entre la línea de flujo radial y la línea de pendiente unitaria	72
Figura 3.9	Variación del $\Delta m(P)$ en tiempo temprano, y variación de $\omega$	77
Figura 3.10	Coefficientes de almacenamiento adimensional con valores de $0.2 \le \omega \le 0.9$ y un valor fijo de $\lambda = 1 \times 10^{-7}$	78
Figura 3.11	Coefficientes de almacenamiento adimensional con valores $1X10^{-9} \le \omega \le 1X10^{-3}$ y un valor fijo de $\lambda=1X10^{-7}$	79
Figura 3.12	Variación del $\Delta m(P)$ en tiempo temprano, y variación de $\lambda$ .	80

Figura 3.13	Parámetros de flujo interporoso con valores de $0.001 \le \lambda \le 0.1$ y $\omega = 0.01$	82
Figura 3.14	Parámetros de flujo Interporoso con valores de $1X10^{-9} \le \lambda \le 1X10^{-13}$ y $\omega = 0.001$	83
Figura 3.15	Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs. pseudotiempo para el ejercicio 3.1	89
Figura 3.16	Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs. pseudotiempo para el ejercicio 3.2	94
Figura 3.17	Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs. pseudotiempo para el ejercicio 3.3	99
Figura 3.18	Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs. pseudotiempo para el ejercicio 3.4	104
Figura 3.19	Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs. pseudotiempo para el ejercicio 3.5 Caso práctico	109

# LISTA DE TABLAS

		Pág.
Tabla 2.1	Datos de pseudopresión y derivada de pseudopresión, ejercicio 2.1	38
Tabla 2.2	Resultados ejercicio 2.1 Fracturas con flujo uniforme	56
Tabla 2.3	Resultados ejercicio 2.2 Fracturas de conductividad infinita	56
Tabla 2.4a	Resultados ejercicio 2.3 fractura de conductividad finita $q_1$	56
Tabla 2.4b	Resultados ejercicio 2.3 fractura de conductividad finita $q_2$	57
Tabla 2.5	Resultados ejercicio fractura de conductividad finita total	57
Tabla 2.6	Resultados ejercicio 3.5 Caso práctico	57
Tabla 3.1	Datos de pseudopresión y derivada de pseudopresión, ejercicio 3.1	88
Tabla 3.2	Resultados ejercicio 3.1	110
Tabla 3.3	Resultados ejercicio 3.2	110
Tabla 3.4	Resultados ejercicio 3.3	111
Tabla 3.5	Resultados ejercicio 3.4	111
Tabla 3.6	Resultados ejercicio 3.5 Caso práctico	111

# LISTA DE ANEXOS

		Pág.
ANEVO A	DATOS DE CORRELACIONES EMPÍRICAS HALLADAS,	117
ANEAU A.	PARA YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS	11/

# SÍMBOLOS GRIEGOS

Δ	Cambio, caída
$\phi$	Porosidad, fracción
μ	Viscosidad, cp
λ	Parámetro de flujo interporoso
ω	Coeficiente de almacenaje adimensional

# **SUBÍNDICES**

r	Flujo radial, roca
pss	Flujo en estado pseudo estable
US	Flujo correspondiente a la línea de pendiente unitaria – almacenamiento
L	Flujo bilineal
BR	Flujo birradial
Bl	Flujo bilineal
rLi	Intercepto entre las líneas de flujo radial y lineal
Lpi	Intercepto entre las líneas de flujo lineal y pseudoestable
rpi	Intercepto entre las líneas de flujo radial y pseudoestable
BRLi	Intercepto entre las líneas de flujo birradial y lineal
rBRi	Intercepto entre las líneas de flujo radial y birradial
BRpi	Intercepto entre las líneas de flujo birradial y pseudoestable
rBli	Intercepto entre las líneas de flujo radial y bilineal
usBli	Intercepto entre las líneas de flujo radial y almacenamiento.
BlLi	Intercepto entre las líneas de flujo bilineal y lineal
re <sub>1</sub>	Final del primer flujo radial en yacimientos naturalmente fracturados
$rb_2$	Comienzo de segundo flujo radial en yacimientos naturalmente fracturados
app	Aparente
min	Mínimo
x	Máximo

# NOMENCLATURA

A	Área de drenaje, ft <sup>2</sup>
С	Factor de almacenamiento, bbl/psi
$C_A$	Factor de forma
$C_D$	Factor de almacenamiento adimensional
$C_{fD}$	Conductividad de fractura adimensional
$\mathcal{C}_g$	Compresibilidad del gas, 1/psi
$C_t$	Compresibilidad total, 1/psi
D	Coeficiente de flujo No- Darcy, (Mscf/D) <sup>-1</sup>
$E_i$	Función exponencial
h	Espesor de formación, ft
k	Permeabilidad, md
k <sub>f</sub> w <sub>f</sub>	Conductividad de fractura, ft
т	Pendiente
m(P)	Pseudopresión, psi <sup>2</sup> /cp
$m(P)_D$	Pseudopresión adimensional
$P_i$	Presión inicial, psi
q	Caudal o rata de flujo del pozo/gas, Mscf/D
r <sub>e</sub>	Radio de drenaje del yacimiento, radio externo del yacimiento, ft
<i>r</i> <sub>w</sub>	Radio de drenaje del pozo, radio externo del yacimiento, ft
s'	Factor de daño aparente
$t_{aD}$	Pseudotiempo adimensional
$t_{aDA}$	Pseudotiempo adimensional basado en el área de drenaje del yacimiento
$t_a(P)$	Función pseudotiempo, hr·psi/cp
$(t_a(P)^*\Delta m(P))$	Derivada de pseudopresión, psi <sup>2</sup> /cp
$(t_a(P)^*\Delta m(P))_D$	Derivada de pseudopresión adimensional
Т	Temperatura, °R
$x_e$	Longitud del yacimiento, ft
$x_f$	Longitud de la fractura, ft
Ζ	Factor de desviación del gas

#### RESUMEN

Para la caracterización de yacimientos de gas, que presenten fracturas naturales o pozos que estén hidráulicamente fracturados, es necesario el análisis de pruebas tanto de declinación como restauración de presión, las cuales están ligadas a parámetros como el tiempo. Para este tipo de análisis normalmente se ha usado el tiempo riguroso y se asume que otros parámetros como la viscosidad y la compresibilidad, permanecen constantes con el tiempo; ésto ha ocasionado que a lo largo de los años se cometan innumerables errores en la caracterización de los parámetros del yacimiento. Ahora bien, dichos errores pueden ser minimizados con la ayuda de una nueva función conocida como función pseudotiempo, en la cual se incluyen las variaciones de la compresibilidad y la viscosidad del fluido, con la presión, a medida que el tiempo transcurre; por este motivo es importante que la incidencia del pseudotiempo sea tenida en cuenta en la determinación de los parámetros importantes del reservorio o pozo en estudio.

Hacer una caracterización adecuada del yacimiento es un tema prioritario y del cual dependerán importantes decisiones que se tomen sobre el manejo de éste, es por ésto que el uso de software especializados y diferentes metodologías, sea cada vez de mayor importancia; sin embargo muchas de estas metodologías, en ocasiones resultan muy extensas y/o tediosas como es el caso de los métodos convencionales y las curvas tipo que presentan ciertas limitaciones y desventajas en la estimación de los parámetros concernientes al yacimiento.

Como solución a los problemas generados por los métodos convencionales y la curvas tipo, se aplica y evalúa la función pseudotiempo en la Técnica de Síntesis Directa de Tiab (TDS), la cual usa gráficos logarítmicos de presión y derivada de presión vs. tiempo que permite identificar las líneas de los regímenes de flujo, a través de éstas y puntos característicos se obtiene una estimación mas real de los parámetros de caracterización del yacimiento tanto para casos simulados como para casos reales.

El análisis de la incidencia del pseudotiempo aquí mostrado, se hizo como una extensión a los trabajos desarrollados, por Walter Núñez para pozos de gas hidráulicamente fracturados y por Juan Pablo Ramírez y Oscar Iván Medina para yacimientos naturalmente fracturados.

### ABSTRACT

For characterization of gas reservoirs which posses fractures: natural or hydraulic, there is a need of analyzing drawdown and buildup tests, as well. These pressure tests are related to such parameters as time. Normally, for the analysis rigorous time is employed. Gas viscosity and system compressibility are assumed to be constant. This leads to errors so pseudotime ought to be used, instead.

To perform an adequate reservoir characterization is an important issue. Several important decisions are based upon it. Therefore, several specialized softwares and different methodologies such us conventional and type curve matching which may be sometimes too extended and tedious present several limitations and drawbacks in the estimation of the sought parameters. The first method does not allow the differentiation of the flow regimes and the second one is a trial-and-error procedure.

As a solution to the generated problems by conventional techniques and type curves, pseudotime was applied along to the TDS technique. TDS uses a log-log plot of the pressure change and pressure derivative vs. time which permits an easy identification of the flow regimes and read some characteristic points which lead to a more realistic estimation of the reservoir parameters. This was verified by means of synthetic experiments.

The analysis of the effect of pseudotime shown here was applied to the work presented by Núñez (2002) for hydraulically gractured gas wells and by Ramírez and Medina (2003) for naturally fractured reservoirs. The pseudotime was found to provide better results.

The application of the Tiab's Direct Sintesis method is shown which applies the concept of pseudotime to the work done by W. Nuñez for the analysis of gas wells tests in homogeneous reservoirs and the A. Mongi et al which applies the TDST method to multirate tests.

#### INTRODUCCIÓN

De la interpretación correcta de las pruebas realizadas a los pozos de gas depende la caracterización adecuada de los yacimientos y éxito de los procedimientos que se decidan realizar sobre los mismos, pues día a día el gas adquiere mayor importancia económica en el mercado mundial de hidrocarburos. Para dicha caracterización, es importante la identificación lo más exacta posible de los regímenes de flujo presentes en pozo o yacimiento, logrado hoy en día, a través de las técnicas modernas para la interpretación de pruebas de pozos como lo es la "TDS"(Técnica de Síntesis Directa de Tiab<sup>1</sup>) con su particular curva de presión y derivada de presión vs. tiempo.

La apuesta por un mejor resultado en la interpretación de pruebas de pozos ha dado grandes pasos gracias al aporte de otros investigadores como Al–Hussainy<sup>2</sup> et al., quien en 1966 introdujo la función pseudopresión; mas adelante, en 1979 Agarwal<sup>3</sup> et al., determinan que la viscosidad y la compresibilidad son funciones del tiempo y de la presión e introducen el término pseudotiempo; en 2002, Núñez<sup>4</sup> presenta su estudio aplicando la pseudopresión a la técnica TDS, para estimar la incidencia de este parámetro en los pozos verticales de gas fracturados hidráulicamente además de la presencia del flujo no Darcy en la cara del pozo. Finalmente en 2003, Ramírez y Medina<sup>5</sup> extienden estos estudios hacia los yacimientos de gas fracturados naturalmente.

La aplicación de la función pseudotiempo a la metodología TDS garantiza una mejor obtención de resultados en la caracterización de los yacimientos verticales de gas puesto que al considerar la variación de los parámetros que dependen del tiempo, se corrigen los errores que se producen al no tener en cuenta este tipo de variaciones; además de manejar una técnica más sencilla y fácil de usar, lo cual fue probado con ejemplos mostrados en el presente trabajo.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> **Tiab, D.** "Analysis of Pressure And Pressure Derivative Without Type-Curve Matching Skin And Wellbore Storage" paper SPE 25426, 1993

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Al Hussainy, R., Ramey, H. J. Jr., and Crawford, P. B.: *"The Flow of Real Gases Through Porous Media,"* J. Pet. Tech. (May 1966) 624-636; trans., AIME, 237.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Agarwal G. "Real Gas Pseudo-time a New Fuction for Pressure Buildup Analysis of MHF Gas Wells" Paper SPE 8279, 1979.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Nuñez, W. "Application of Tiab's Direct Synthesis Technique to Vertically Fractured Gas Wells". Thesis of masters. Norman, Oklahoma, 2002.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Ramírez, J.P and Medina, O "Análisis de Presión y Derivada de Presión para Yacimientos de Gas Naturalmente Fracturados Drenados por un Pozo Vertical" Tesis, Universidad Surcolombiana, Neiva, 2003.

### **1. ELEMENTOS TEORICOS**

### **1.1. PRUEBAS DE PRESION<sup>6</sup>**

### 1.1.1. Generalidades

Las pruebas de presión son de vital importancia para analizar el comportamiento de los yacimientos durante su vida, estas consisten básicamente en un cierre o apertura del pozo para obtener una restauración o declinación de presión según corresponda; una vez se obtiene el resultado, la presión es monitoreada y estudiada, dicho resultado junto con las propiedades de la roca y los fluidos contenidos en ella son las que permiten la constante evaluación y optimización de los campos petrolíferos. Estas técnicas en la actualidad se han extendido para valorar el comportamiento de los depósitos gasíferos, que debido a su naturaleza etérea requieren de un tratamiento especial.

### 1.1.2. Pruebas de Restauración de Presión

Es una prueba de cierre, en la cual el pozo produce con un caudal constante y luego se cierra para registrar la presión en el fondo del pozo como una función que depende del tiempo, este tipo de prueba permite la estimación del comportamiento del yacimiento, la permeabilidad, el daño a la formación, la longitud de las fracturas, las fronteras además de la presión promedio del yacimiento; pero también presenta limitantes económicas ya que el cierre de pozo da como resultado una pérdida de producción.



**Figura 1.1**. Ilustración de una prueba de restauración de presión. Fuente: Escobar, F. H., *"Análisis Moderno de Pruebas de Presión", 1<sup>ra</sup>* edición, Universidad Surcolombiana, Neiva, 2009.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Escobar, F. H "Análisis Moderno de Pruebas de Presión", Universidad Surcolombiana, Neiva, 2009.

#### 1.1.3. Pruebas de Declinación de Presión

Es una prueba de flujo, la cual se registra luego de que el pozo se ha mantenido cerrado por un tiempo considerable para lograr su estabilidad, el pozo es puesto a producir a caudal constante mientras se mide la presión de fondo como función del tiempo; esta prueba permite conocer el comportamiento del yacimiento, la permeabilidad, el daño a la formación, la longitud de la fractura, los límites y fronteras del yacimiento; su principal limitante consiste en la imposibilidad de mantener el caudal constante en pozos viejos.





Los resultados de estas pruebas tienen varias aplicaciones adicionales importantes, como lo son la estimación de las reservas de gas asociado a un pozo o un grupo de pozos y en la fabricación de diversos tipos de estudios de yacimientos, así como en la preparación y diseño programas de desarrollo del campo, entre otras.

### **1.2. TEORIA Y DERIVACION DE LAS ECUACIONES DE GAS**<sup>7</sup>

#### 1.2.1. Generalidades

La ecuación de difusividad describe el proceso físico de los fluidos del yacimiento cuya compresibilidad sea baja y su viscosidad sea constante, pero cuando se están tratando gases reales, se hace necesario el ajuste de los parámetros que dependen de la presión como la viscosidad,  $\mu$ , la compresibilidad, c, y el factor de desviación del gas, Z; los cuales son incluidas en la definición del término de pseudo-presión m(P) (cuyas unidades son psi<sup>2</sup>/cp), introducido por Al-Hussainy, quien logró que la ecuación de difusividad fuera usada para cualquier rango de presión superando la aplicabilidad del método de la presión cuadrática el cual presentaba utilidad solamente para presiones bajas.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> López, A. M "Aplicación de la Técnica de Síntesis Directa de Tiab –TDST a Pruebas de Flujo Variable en Pozos de Gas e Incidencia del Pseudotiempo", Tesis, Universidad Surcolombiana, Neiva, 2006. Cap. 1



**Figura 1.3.** Intervalo de aplicación de la Pseudopresión. Fuente: Escobar, F. H., *"Análisis Moderno de Pruebas de Presión"*, Universidad Surcolombiana, Neiva, 2009.

#### 1.2.2. Ecuación de Difusividad

Para flujo de gas, es incorrecto hacer uso de la ecuación de difusividad presentada para líquidos ligeramente compresibles, dado que se manejan parámetros como la viscosidad y la compresibilidad que están en función de la presión, por ello es necesario recurrir a las ecuaciones para el tratamiento de gases reales como la ecuación de densidad:

$$\rho = \frac{PM}{ZRT} \tag{1.1}$$

La ley de Darcy, es combinada con la ecuación de estado y conservación de la masa, dando como resultado la Ec. 1.2 que es la ecuación de difusividad del gas real, en la cual se asume que la porosidad y la permeabilidad son constantes e independientes de la presión.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{P}{\mu Z}\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\phi}{k}\frac{\partial(P/Z)}{\partial t}$$
(1.2)

A diferencia de los líquidos ligeramente compresibles, si se deriva el lado izquierdo de la anterior ecuación, el término  $(\partial P/\partial r)^2$  no es insignificante y la ecuación es no lineal por lo que es necesario introducir el término de pseudopresión para obtener la linealización; matemáticamente la pseudopresión, también llamada potencial verdadero del gas está definida como:

$$m(P) = 2\int_{p_n}^{p} \frac{P}{\mu(P)Z(P)} dP$$
(1.3)

La presión base es cualquier presión durante la prueba, preferiblemente dentro del rango más bajo, para la anterior ecuación lo ideal es usar la presión media.

Al combinar la función pseudopresión con la Ec. 1.2 se obtiene la siguiente ecuación de difusividad:

$$\frac{\partial^2 m(P)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m(P)}{\partial r} = \frac{\phi(\mu c_t)_i}{k} \frac{\partial m(P)}{\partial t}$$
(1.4a)

En términos adimensionales, la anterior ecuación puede expresarse así:

$$\frac{\partial^2 m_D(P)}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial m_D(P)}{\partial r_D} = \frac{\partial m_D(P)}{\partial t_D}$$
(1.4b)

La  $\mu$  y  $c_t$  son funciones de la presión. Por conveniencia, la viscosidad y la compresibilidad son calculadas con la presión inicial de yacimiento.

En términos de Z la compresibilidad del gas puede expresarse como:

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \frac{dZ}{dP}$$
(1.5)

#### 1.2.3. Solución de Continuidad de la Línea Fuente y Grupos Adimensionales.

La Ec. 1.4a es igual a la ecuación de difusividad para fluidos levemente compresibles, excepto que dicha ecuación está dada en términos de la función de pseudopresión. Por tanto, la solución es aplicable para pruebas de pozos de gas sí la presión es reemplazada por m(P), considerando que la Ec. 1.4b establece una aproximación. Así, la solución integral exponencial o la solución de continuidad de la línea de fuente de la Ec. 1.4b es:

$$m_D(P)(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} Ei \left( -\frac{r_D^2}{4t_D} \right)$$
(1.6)

Donde  $m(P)_D$  es la pseudopresión adimensional para un pozo que fluye a ratas de flujo constante en yacimientos infinitos.

Las variables adimensionales proporcionan una descripción general o universal del parámetro físico que miden, más no una visión física como tal. Estas variables son muy utilizadas para el análisis de pruebas de presión, por la representatividad y facilidad para operar matemáticamente los parámetros característicos del yacimiento, así como por la

simplificación de variables. Además, las soluciones obtenidas con variables adimensionales, son independientes de cualquier sistema de unidades.

Las ecuaciones de distancia radial, tiempo y presión adimensional en unidades de campo y en la cara del pozo son:

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\varphi\mu c_t r_w^2}$$
(1.7)

$$m(P)_{D} = \frac{hk(m(P_{i}) - m(P))}{50320.54q_{sc}T} \frac{T_{sc}}{p_{sc}}$$
(1.8)

$$m(P)_D(1,t_D) = -\frac{1}{2}Ei\left(-\frac{1}{4t_D}\right)$$
(1.9)

Donde  $P_{sc}$  y  $T_{sc}$  son la presión y temperatura a condiciones estándar (14.7 psia y 60 °F ó 520 °R) y  $q_{sc}$  es el caudal de flujo medido a condiciones estándar, substituyendo el valor de  $P_{sc}$  y  $T_{sc}$  en la Ec. 1.8 se tiene:

$$m(P)_{D} = \frac{hk(m(P_{i}) - m(P))}{1422.52q_{sc}T}$$
(1.10)

En la cara del pozo ( $r = r_w$ ) y después de un corto tiempo de producción del pozo a una rata constante de q la aproximación del logaritmo es válida, por lo tanto la Ec. 1.9 se convierte en:

$$m(P)_{D} = \frac{1}{2} \left[ \ln t_{D} + 0.80907 \right]$$
(1.11)

#### 1.2.4. Daño en la Cara del Pozo y Coeficiente No-Darcy.

La ley de Darcy se aplica a gases que fluyen a velocidades bajas (flujo laminar), lo cual ocurre lejos de la cara del pozo. Sin embargo, la respuesta de presión transitoria de un pozo de gas puede verse afectado por alta velocidad o el flujo no-Darcy, en la vecindad del pozo. A estas velocidades, los efectos de inercia pueden llegar a ser importantes y la ley de Darcy no siempre obedece al comportamiento del flujo. Algunos autores mencionaron que la ausencia de flujo Darcy es comúnmente encontrado en los pozos de gas debido a la baja viscosidad del mismo, y en consecuencia, un mayor número de Reynolds.



**Figura 1.4.** Comparación entre  $p_D$  y  $m(p)_D$  Vs.  $t_D$ Fuente: Tiab, D., Azzougen A., Escobar, F., Berumen, F.: "Analysis of Pressure Derivative Data of Finite-Conductivity Fractures by the "Direct Synthesis" Technique." Paper SPE 52201, 1999.

Para el flujo laminar, la ley de Darcy está dada de la siguiente manera:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\mu}{k}u\tag{1.12}$$

Donde  $\partial P/\partial x$  es el gradiente de presión y *u* es la velocidad macroscópica del fluido (Darcy).

A velocidades más altas donde los efectos de inercia empiezan a ser importantes se utiliza una relación cuadrática introducida por primera vez por Forchheimer<sup>8</sup>:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\mu}{k} u + \beta \rho u |u|$$
(1.13)

El lado derecho de la Ec. 1.13, la ecuación de Forchheimer<sup>8</sup>, contiene un término para las fuerzas viscosas y un término para las fuerzas de inercia, que contribuyen a la pérdida de la presión.

El factor de daño, según Van Everdingen<sup>9</sup>, como el efecto del flujo no-Darcy, según Swift y Kiel<sup>10</sup> y Ramey<sup>11</sup> se incluye en la Ec. 1.11 para explicar los efectos de alta

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Forchheimer, Ph. "Wasserbe wegung Durch Boden." 2.ver Deutsch Ing. 45(1901) 1781-1788.

velocidad y daño posible en la cara del pozo y en la vecindad del pozo. Así, la pseudopresión adimensional completa para un pozo de gas que produce a caudal constante en un sistema radial infinito es:

$$m(P)_D = \frac{1}{2} \left[ \ln t_D + 0.80907 + 2(s + Dq) \right]$$
(1.14a)

El daño aparente está definido por:

$$S_a = s + Dq \tag{1.14b}$$

 $S_a$  es una medida del daño total de la formación, donde D es el coeficiente de turbulencia, cuyo valor varía con la presión, sin embargo, para simplificar puede ser considerado constante como aproximación aceptable.

En unidades de campo, la caída de pseudopresión en el pozo está dada por:

$$m(P_i) - m(P_{wf}) = \frac{1637.74qT}{kh} \left[ \log t + s' + 0.8686Dq \right]$$
(1.15)

Donde,

$$s' = \left[ \log \left( \frac{k}{\varphi(\mu c_t)_i r_w^2} \right) - 3.227 + 0.8686 \right]$$
(1.16)

#### 1.2.5. Pseudotiempo

Este término fue introducido por Agarwal<sup>3</sup> en 1979 como una transformación del tiempo. Éste relaciona la viscosidad y la compresibilidad como una función de la presión y del tiempo. Diversos estudios han demostrado que teóricamente esta transformación ha sido limitada en cuanto a pruebas de declinación de presión se refiere ya que para este caso la ecuación de flujo de gas no es linealizable. Sin embargo, para pruebas de restauración de presión, análisis de almacenamiento y fracturas, el pseudotiempo es una herramienta muy usada y los efectos son bastante acertados. La función de pseudotiempo descrita por la integral es:

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Van Everdingen, A. F. "The Skin Effect and Its Influence on the Productive Capacity of a Well." Trans., AIME (1953) 198, p. 171-176; Reprint Series, N° 09 - Pressure Analysis Methods, Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas (1967) 45-50.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Swift, G. W. and Kiel, O. G. "The Prediction of Gas Well Performance Including the Effect of Non-Darcy Flow". JPT (July 1962), p. 791-798.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Ramey, H. J., Jr. "Non-Darcy Flow and Wellbore Storage Effects in Pressure Buildup and Drawdown of Gas Wells". JPT (Feb. 1965) p. 223.

$$t_{a} = \int_{t_{0}}^{t} \frac{dt}{\mu(t)c_{t}(t)}$$
(1.17)

El pseudotiempo también puede presentarse en función de la presión, y se expresa en unidades de hr psi/cp, en la cual la viscosidad y la compresibilidad son función de la presión.

$$t_{a}(P) = \int_{p_{0}}^{p} \frac{(dt/dP)}{\mu(P)c_{t}(P)} dP$$
(1.18)

La compresibilidad total se define como:

$$c_t = s_g c_g + s_o c_o + s_w c_w + c_f \tag{1.19a}$$

Para pozos gasíferos, la ecuación de compresibilidad total se define como:

$$c_t \approx s_g c_g \tag{1.19b}$$

Empleando  $t_a(P)$  de la Ec. 1.18, se obtiene el pseudotiempo adimensional:

$$t_{Da} = \left(\frac{0.0002637k}{\phi r_w^2}\right) t_a(P)$$
(1.20)

#### **1.3.** TIAB'S DIRECT SYNTHESIS TECHNIQUE (TDS)

Es una de las técnicas más sencillas y modernas para la interpretación de pruebas de presión aplicable tanto en pruebas de restauración y declinación de presión, como en pruebas multirata; fue implementada por Tiab<sup>1</sup> en 1993. Para el uso de esta técnica, se hace uso de gráficos log-log de presión y derivada de presión versus el tiempo, en los cuales se identifican líneas rectas que representan regímenes de flujo y puntos característicos, los cuales permiten hacer estimaciones analíticas con alta precisión de los parámetros que caracterizan al yacimiento como lo son la permeabilidad, la presión promedio, el factor de daño y el coeficiente de almacenamiento; en este caso haciendo uso de las funciones pseudopresión y pseudotiempo.

# 1.4. POZOS DE GAS HIDRAULICAMENTE FRACTURADOS<sup>4-6-12</sup>

Una fractura es el resultado de la aplicación de esfuerzos distribuidos a la formación. Si el esfuerzo menos importante en la formación es horizontal, entonces se obtendrá una fractura vertical y viceversa. A comienzos de la década de 1950, el fracturamiento

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> **Escobar, F. H** "Avances en Técnicas Modernas de Interpretación de Pruebas de Pozo" Universidad Surcolombiana, Neiva, 2009.

hidráulico se utilizó para aumentar la productividad en las formaciones de baja permeabilidad. Sin embargo, más tarde, esta técnica se extendió a rocas más permeables debido a su gran impacto para mejorar la producción de petróleo y gas.

Son varios los autores que han dedicado tiempo a este tipo de estudio, entre ellos encontramos a Cinco Ley et al.<sup>13</sup>que en 1978 definieron la conductividad de la fractura ya que para fines de evaluación económica en los pozos fracturados hidráulicamente, es importante hacer una buena estimación de la longitud de la fractura y la conductividad de la misma; es aquí donde las pruebas de pozos post-fractura, proporcionan la mejor alternativa a la hora de valorar el tratamiento hidráulico. Existen tres métodos, que incluyen sus propios procedimientos de análisis en la clasificación de las fracturas, para la evaluación de los pozos verticales fracturados hidráulicamente y que están relacionados directamente con el carácter de la misma.

### Fractura de Conductividad Infinita

Este tipo de fracturas, posee una conductividad tal que ocasiona que la caída de presión dentro de la fractura se considere nula.

### Fractura de Flujo Uniforme

Este tipo de fractura, asume que el flujo del yacimiento hacia la fractura es uniforme cerca tanto al pozo como a la punta de la fractura y una pequeña caída de presión se presenta a lo largo de la fractura. La conductividad es alta pero no infinita. Según el estudio, el autor afirma que la diferencia entre una fractura de conductividad infinita y de flujo uniforme es muy difícil de encontrar y por tal motivo es recomendable trabajar solamente con fracturas de conductividad finita e infinita.

### Fracturas de Conductividad Finita

La caída de presión a lo largo de la fractura es finita y no uniforme. La caída de presión en la cara del pozo aumenta a medida que disminuye la conductividad de la fractura, lo que provoca un mayor flujo de fluidos entre en pozo y sus alrededores.

## **1.5.** YACIMIENTOS DE GAS NATURALMENTE FRACTURADOS<sup>12</sup>

Un yacimiento naturalmente fracturado está compuesto de un sistema heterogéneo con espacios vacios finos, fisuras comunicantes, y matriz que están distribuidos aleatoriamente, presentan dos tipos de porosidad, la matriz tiene menor permeabilidad y su porosidad es pequeña comparada con la de las fracturas, la cual también tiene alta permeabilidad. Tal sistema se modela asumiendo que el yacimiento está formado por bloques discretos de matriz separados por un sistema ortogonal y continuo de fracturas que están orientadas paralelamente a los ejes principales de permeabilidad. El flujo entre matriz y fracturas está gobernado por una condición de estado pseudoestable, pero solo las fracturas alimentan el pozo a rata constante. Se asume que una única fase, compresible, satura el medio poroso.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Cinco Ley, H., Samaniego, F and Dominguez, N.: "Transient Pressure Behavior for a Well with Finite-Conductivity Vertical Fracture" SPE J. (Aug. 1978) 253-264.

Los parámetros a determinar para caracterizar un vacimiento naturalmente fracturado son el parámetro de flujo interporoso<sup>14</sup> y el coeficiente de almacenaje, ambos adimensionales.

La clasificación de los yacimientos naturalmente fracturados la hizo Nelson<sup>15</sup> en 2001 y determinó que existen principalmente 4 tipos, así:

**Tipo I:** lo componen aquellas fracturas que proveen la capacidad de almacenamiento y permeabilidad del yacimiento.

Tipo II: es aquel grupo de fracturas que posee una mejor permeabilidad que la de la matriz.

**Tipo III:** lo componen aquellas fracturas que tienen permeabilidad despreciable, pero poseen alta capacidad de almacenaje de hidrocarburos.

**Tipo IV:** aquellos en los cuales las fracturas están llenas de minerales y generalmente es difícil que se desarrolle el flujo, (Tiab et al.<sup>16</sup>).

Para afirmar con seguridad que un vacimiento es fracturado naturalmente se debe cumplir que:

1. La porosidad de la matriz es mayor que la porosidad de la fractura.

2. La permeabilidad de la matriz no es cero, pero su permeabilidad es mucho más pequeña que la permeabilidad de la fractura.

**3.** El pozo intercepta la fractura.

### 2. APLICACIÓN DE PSEUDOTIEMPO PARA POZOS VERTICALES DE GAS HIDRAULICAMENTE FRACTURADOS UTILIZANDO LA METODOLOGIA **TDS EN SISTEMAS CERRADOS**

La técnica de síntesis directa de Tiab, TDS, aplicada a pozos verticales de gas con fracturas hidráulicas se desarrolla con la metodología presentada por Tiab<sup>17</sup>. Las ecuaciones presentadas en este estudio, están desarrolladas en términos de pseudopresión y pseudotiempo, y se basan en los trabajos previos de Tiab y Núñez<sup>4</sup>.

Como se mencionó antes, la técnica TDS se aplica para la interpretación de gráficos loglog de presión y derivada de presión versus tiempo, sin necesidad de utilizar análisis de regresión ni curvas tipo. Ahora esta técnica se extiende en la aplicación para los pozos verticales de gas que presenten fracturas hidráulicas en sistemas cerrados utilizando para

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Tiab, D. y Escobar, F. H. "Determinación del parámetro de Flujo Interporoso a partir de un Gráfico *Semilogarítmico* "Bogotá, octubre de 2003. <sup>15</sup> **Nelson, R.** "*Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*". Butterworth-Heinemann Publisher. 336p. 2001.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Tiab, D. et al. "Fracture Porosity From Pressure Transient Data". Paper IPTC 11164. December 2007.

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Tiab D., "Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type-Curve Matching: Vertically Fractured Wells in Closed Systems", Paper SPE 12345, 1990.

este caso, gráficos log-log de pseudopresión y derivada de pseudopresión versus pseudotiempo.

El caso considerado, consiste en un pozo de gas centrado en un sistema cerrado, el cual está interceptado por una fractura hidráulica (flujo uniforme, conductividad infinita, y conductividad finita), Figura 2.1. La fractura hidráulica penetra todo el espesor de la formación, h, tiene una longitud de fractura media  $x_f$ , ancho de fractura  $w_f$  y la permeabilidad de  $k_f$ . El fluido del sistema es un gas real, los parámetros de la formación como lo son la permeabilidad, k, y el espesor, h, se asumen constantes y uniformes. También la rata de producción es considerada constante y para efectos de simplicidad se desprecian los efectos de almacenamiento del pozo pues este puede estar enmascarando los tiempos tempranos de los regímenes de flujo del sistema fracturado, por tanto los efectos de almacenamiento no contribuirán a los resultados y objetivos del actual proyecto.



**Fig. 2.1** Esquema para un pozo vertical de gas fracturado en un sistema cuadrado cerrado. Fuente: Núñez, W., *"Application of Tiab's Direct Synthesis Technique to Vertically Fractured Gas Wells"*. Thesis of masters. Norman, Oklahoma, 2002.

Para el caso de fracturas de flujo uniforme, Tiab<sup>17</sup> demostró que tanto en los sistemas de gas como en los de petróleo, los gráficos de derivada de presión para diferentes  $x_e/x_f$  revelan tres regímenes de flujo dominantes.

El primer régimen de flujo se llama "lineal" y se identifica por una línea recta de pendiente 0,5; la mitad de la longitud de fractura se calcula a partir de esta línea. Este régimen de flujo es muy breve y puede estar enmascarado por los efectos del almacenamiento del pozo. Durante este régimen de flujo, la mayor parte del líquido que entra en el pozo proviene de la expansión de líquido en la fractura, y el patrón de flujo es esencialmente lineal.

La acción infinita del flujo radial se identifica por una línea recta horizontal y es dominante para  $x_e/x_f > 8$  en los sistemas de gas, como lo demostró Tiab<sup>17</sup> para los sistemas de aceite. Este régimen de flujo se utiliza para calcular la permeabilidad y el factor de daño.

La tercera línea recta que tiene lugar en estos sistemas, corresponde al régimen de flujo de estado pseudoestable es caracterizado por una pendiente de unitaria es útil para calcular el área de drenaje y el factor de forma.

Para el caso de las fracturas de conductividad infinita, los gráficos de derivada de pseudopresión revelan un cuarto régimen de flujo dominante, planteado por Tiab<sup>17</sup> como flujo birradial, que se identifica con una pendiente de 0.36, también es de gran utilidad para estimar la longitud media de la fractura y la permeabilidad.

Ahora para el caso de fracturas con conductividad finita, un quinto régimen de flujo es identificable en los gráficos de derivada de pseudopresión, este nuevo régimen fue planteado como flujo bilineal, que se identifica a tiempos tempranos con una pendiente de 0.25, este flujo es útil para estimar la conductividad media de la fractura.

### 2.1. MODELO MATEMÁTICO

En el desarrollo del las ecuaciones necesarias para aplicar la metodología TDS introduciendo la función pseudotiempo, en lugar de tiempo real, es importante notar que la función pseudotiempo se caracteriza porque la compresibilidad y la viscosidad varían en función de la presión, por lo tanto, el producto de estas variables ya no se trata a condiciones iníciales,  $(\mu c_i)_i$ , como se hacía en modelos anteriores.

El pseudotiempo adimensional, la pseudopresión adimensional y la derivada de pseudopresión adimensional se definen como:

$$t_{DaA} = \left(\frac{0.0002637k}{\varphi A}\right) t_a(P) \tag{2.1}$$

$$m(P)_{D} = \frac{kh(m(P_{i}) - m(P))}{1422.52q_{sc}T}$$
(2.2)

$$\left(t_{DaA} * m(P)'_{D}\right) = \frac{kh\left(t_{a}(P) * \Delta m(P)'\right)}{1422.52q_{sc}T}$$
(2.3)

$$C_{D} = \frac{0.8935}{\phi c_{t} h r_{w}^{2}} C$$
(2.4)

# 2.2. CARACTERISTICAS DE LOS POZOS HIDRÁULICAMENTE FRACTURADOS

#### 2.2.1. Características de Fracturas de Flujo Uniforme.

Numerosos estudios realizados por Núñez<sup>4</sup>, demostraron que el comportamiento de las curvas de pseudopresión y derivada de pseudopresión, para pozos fracturados de gas, es el mismo mostrado por Tiab, para sistemas de aceite.

En esta sección, se tomarán estos estudios previos y se incluirá en ellos la función Pseudotiempo en lugar del tiempo riguroso, y se observarán las diferencias y similitudes obtenidas al hacer uso o no de dicho parámetro.

1. Para tiempos de producción cortos, el flujo de gas en la fractura es lineal. La duración de este régimen de flujo es una función del coeficiente de penetración de  $x_e/x_f$ . La ecuación correspondiente a estos primeros tiempos de producción es:

$$\left(t_{DaA} * m(P)'_{D}\right)_{L} = 1.772 \left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right) \sqrt{t_{DaAL}}$$

$$(2.5)$$

Tomando logaritmo a ambos lados de la ecuación queda:

$$\log\left(t_{DaA} * m(P)'_{D}\right)_{L} = 0.5\log t_{DaAL} + \log\left(1.772\left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right)\right)$$
(2.6)

Reemplazando los términos adimensionales definidos anteriormente en las Ec. 2.6 y asumiendo un yacimiento cuadrado, tiene que  $A=4x_e^2$ , se obtiene:

$$\left(t_a\left(P\right)^*\Delta m\left(P\right)'\right)_L = m_L \sqrt{t_a\left(P\right)_L}$$
(2.7)

Donde:

$$m_L = 40.944 \frac{qT}{h} \sqrt{\frac{1}{x_f^2 k \phi}}$$
(2.8)

Tomando nuevamente logaritmo a ambos lados de la Ec. 2.7 se tiene:

$$\log\left(t_{a}\left(P\right)^{*}\Delta m\left(P\right)^{\prime}\right)_{L}=0.5\log\left(t_{a}\left(P\right)_{L}\right)+\log0.5m_{L}$$

Se puede notar para la expresión anterior, que un gráfico de  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)$  Vs.  $t_a(P)$  en papel logarítmico podría observarse una línea de pendiente 0.5 donde el régimen de flujo lineal es dominante. Para obtener la longitud de la fractura, se evalúa  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_L$  al tiempo  $t_a(P)=1$ hr·psi/cp en la línea de flujo lineal (extrapolada, si es necesario); la combinación de las Ecs. 2.7 y 2.8 proporciona:

$$\log\left(t_a(P)^*\Delta m(P)'\right)_{L_1} = \log 0.5m_L \tag{2.9}$$

Reemplazando  $m_L$  en la Ec. 2.9, operando y despejando  $x_f$ , se tiene:

$$x_{f} = \frac{20.472qT}{h(t_{a}(P)^{*}\Delta m(P)')_{L1}\sqrt{\phi k}}$$
(2.10)

En el caso dado, en el que la línea de flujo lineal no pudiera ser extrapolada al valor de  $t_a(P)=1$ hr·psi/cp, la ecuación anterior se puede expresar así:

$$x_{f} = \frac{20.472qT}{h(t_{a}(P)^{*}\Delta m(P)')_{L}} \sqrt{\frac{t_{a}(P)_{L}}{\phi k}}$$
(2.10a)

2. Seguido del flujo lineal se encuentra el comportamiento infinito de flujo radial. Es de tener en cuenta que, este régimen de flujo es dominante sólo si el coeficiente de penetración de  $x_e/x_f > 8$ . La ecuación correspondiente a esta segunda línea de flujo radial es:

$$(t_{DaA} * m(P)'_D) = 0.5$$
 (2.11)

Reemplazando los términos adimensionales y despejando k:

$$k = \frac{711.26qT}{h(t_a(P)^* \Delta m(P)')_r}$$
(2.12)

3. En un sistema cerrado para tiempos largos de producción la derivada de la pseudopresión es una línea recta de pendiente unitaria. Esta línea, corresponde al régimen de flujo pseudoestable, e inicia cuando el valor de  $t_{DaA}$  es aproximadamente 0.2. la ecuación gobernante durante este periodo es:

$$\left(t_{DaA} * m(P)'_{D}\right) = 2\pi t_{DaA} \tag{2.13}$$

Una expresión para calcular el área de drenaje se puede obtener al sustituir los términos adimensionales en la Ec. 2.13

$$A = \frac{2.357qTt_a(P)_{pss}}{\phi h(t_a(P)^* \Delta m(P)')_{pss}}$$
(2.14)

Cuando  $t_a(P)_L = 1 \text{hr} \cdot \text{psi/cp}$  la expresión anterior se puede escribir como:

$$A = \frac{2.357qT}{\phi h \left( t_a(P)^* \Delta m(P)' \right)_{pss1}}$$
(2.15)

Donde  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_{pssl}$  es el valor de la derivada de pseudopresión en el régimen de flujo pseudoestable leído a 1hr·psi/cp.

4. Siguiendo con la analogía existente entre las funciones de presión y pseudopresión, se sabe que la presión adimensional durante el régimen de flujo pseudoestable, es una función lineal del tiempo adimensional. La ecuación de presión correspondiente a este régimen de acuerdo a Russell y Truitt<sup>18</sup> y presentado por Tiab<sup>17</sup> se muestra aquí en términos de pseudopresión y pseudotiempo de la siguiente manera:

$$m(P)_{D} = 2\pi t_{DaA} + \ln(x_{e} / x_{f}) + \ln\sqrt{\frac{2.2458}{C_{A}}}$$
(2.16)

Haciendo una correlación entre las Ecs. 2.13 y 2.16 se tiene:

$$\frac{m(P)_{D}}{\left(t_{DA} * m'(P)'_{D}\right)} = 1 + \frac{1}{2\pi t_{DA}} \ln\left(\left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right)\sqrt{\frac{2.2458}{C_{A}}}\right)$$
(2.17)

Reemplazando los valores adimensionales en la Ec. 2.17, se encuentra una expresión que calcula el factor de forma  $C_A$ :

$$C_{A} = 2.2458 \left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right)^{2} \exp\left[\left(1 - \frac{\Delta m(P)_{pss}}{\left(t_{a}(P)^{*} \Delta m(P)'\right)_{pss}}\right) \frac{0.0003313kt_{a}(P)_{pss}}{\phi A}\right]$$
(2.18)

Donde  $t_a(P)_{pss}$ ,  $\Delta m(P)_{pss}$  y  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_{pss}$  son los valores de pseudotiempo, pseudopresión y derivada de pseudopresión, leídos a cualquier valor de  $t_a(P)_{pss}$  conveniente.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Russell, D.G. and Truitt, N.E.: "Transient Pressure Behavior in Vertically Fractured Reservoirs", JPT (Oct 1964) 1159-1170.

5. El punto de intersección entre la línea de flujo lineal y la línea de flujo radial, es único, y sus coordenadas pueden obtenerse mediante la combinación de las Ecs. 2.5 y 2.11, así:

$$1.772 \left(\frac{x_e}{x_f}\right) \sqrt{t_{DaAL}} = 0.5$$

Despejando tDaArLi

$$t_{DaArLi} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{x_f}{x_e}\right)^2 \tag{2.19}$$

Sustituyendo los valores adimensionales y sabiendo que el área total del yacimiento se define como  $A=4x_e^2$ .

$$\frac{0.0002637kt_a(P)_{rLi}}{\phi 4x_e^2} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{x_f}{x_e}\right)^2$$

Desarrollando la anterior expresión y despejando la relación  $x_f^2/k$  se tiene:

$$\frac{x_f^2}{k} = \frac{t_a(P)_{rLi}}{1207.09\phi}$$
(2.20)

La ecuación anterior debería ser usada preferencialmente para efectos de verificación de los valores de k y  $x_f$  medidos anteriormente.

6. Las coordenadas del punto de intersección de la línea de flujo lineal y la línea de estado pseudoestable, puede obtenerse mediante la combinación de las Ecs. 2.5 y 2.13:

$$1.772 \left(\frac{x_e}{x_f}\right) \sqrt{t_{DaA}} = 2\pi t_{DaA}$$
(2.21)

Despejando tDaALpi

$$t_{DaALpi} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{x_e}{x_f}\right)^2 \tag{2.22}$$

Sustituyendo los términos adimensionales y considerando que  $A = 4x_e^2$ , se tiene:

$$kx_{f}^{2} = \frac{75.443\phi A^{2}}{t_{a}(P)_{Lpi}}$$
(2.23)

Esta expresión puede ser usada para efectos de verificación de k o  $x_f$ , o para el cálculo de k si  $x_f$  es conocido o viceversa.

7. El punto de intersección de la las líneas de flujo radial y de la línea de tiempos tardíos (pseudoestable), se obtiene de la combinación de las Ecs. 2.11 y 2.13:

$$t_{DaArpi} = \frac{1}{4\pi} \tag{2.24}$$

Sustituyendo las variables adimensionales y despejando A se tiene:

$$A = \frac{kt_a (P)_{rpi}}{301.772\phi}$$
(2.25)

8. Ahora, algunas relaciones entre los tiempos de intersección de las rectas correspondientes a los tres regímenes de flujo anteriormente descritos, se puede encontrar mediante las Ecs. 2.16, 2.20 y 2.24, así:

$$\frac{t_a(P)_{rLi}}{t_a(P)_{rpi}} = \frac{t_a(P)_{rpi}}{t_a(P)_{Lpi}} = \left(\frac{t_a(P)_{rLi}}{t_a(P)_{Lpi}}\right) = \left(\frac{x_f}{x_e}\right)^2$$
(2.26)

9. El daño total aparente se puede calcular a partir de:

$$s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(P)_r}{\left(t_a(P)^* \Delta m(P)'\right)_r} - \ln\left(\frac{kt_a(P)_r}{\phi r_w^2}\right) + 7.43 \right]$$
(2.27)

10. A tiempos tempranos la curva de derivada de Pseudopresión, presenta porción recta de pendiente unitaria. Esta línea corresponde a régimen de flujo, conocido como almacenamiento de pozo. La ecuación de esta línea recta en términos de  $m(P)_D$  es:

$$m(p)_D = \frac{t_D}{C_D}$$
(2.28)

Sustituyendo las variables adimensionales mostradas en las Ecs. 2.1, 2.2 y 2.4 se obtiene una expresión para calcular C:

$$C = 0.4189qTc_t \left(\frac{t_a(P)}{\Delta m(P)}\right)$$
(3.29)

#### 2.2.2. Características de Fractura de Conductividad Infinita

Este tipo de fracturas se reconoce en los gráficos log-log de pseudopresión, derivada de pseudopresión y pseudotiempo adimensional por la presencia de un nuevo régimen de flujo, el birradial o elíptico el cual en esta sección es de importancia cuando el  $x_e/x_f < 8$ , los regímenes de flujo discutidos anteriormente, tienen el mismo tratamiento que en fracturas de flujo uniforme.

 La ecuación de la línea de flujo birradial, fue derivada al tomar puntos correspondientes a dicha recta y luego aplicar un análisis de regresión multivariable, el resultado obtenido por Núñez<sup>4</sup> fue:

$$\left(t_{DaA} * m(P)'_{D}\right) = 0.769 \left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right)^{0.72} t_{DaA}^{0.36}$$
(2.30)

Tomando logaritmo a ambos lados de la ecuación anterior:

$$\log(t_{DaA} * m(P)_{D}') = 0.36 \log t_{DaA} + \log\left(0.769 \left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right)^{0.72}\right)$$
(2.31)

Sustituyendo los valores adimensionales en la Ec. 2.30 se tiene:

$$\frac{kh(t_a(P)^*\Delta m(P)')}{1422.52qT} = 0.769 \left(\frac{x_e}{x_f}\right)^{0.72} * \left(\frac{0.0002637kt_a(P)}{\phi A}\right)^{0.36}$$
(2.32)

$$\left(t_{a}\left(P\right)^{*}\Delta m\left(P\right)^{\prime}\right) = 0.769 \left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right)^{0.72} * G_{BR}t_{a}\left(P\right)^{0.36}$$
(2.33)

Donde  $G_{BR}$  es:

$$G_{BR} = \frac{73.224qT}{kh} \left(\frac{k}{\phi A}\right)^{0.36}$$
(2.34)

Tomando logaritmo a ambos lados de la Ec. 2.33 se obtiene:

$$\log(t_{a}(P)^{*}\Delta m(P)^{'}) = 0.36\log t_{a}(P) + \log\left(0.769G_{BR}\left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right)^{0.72}\right)$$
(2.35)

Para calcular  $x_f$  de la ecuación anterior se debe extrapolar el valor de la derivada hasta que  $t_a(P)=1$ hr·psi/cp

$$x_{f} = 0.694 x_{e} \left[ \frac{G_{BR}}{\left( t_{a}(P)^{*} \Delta m(P)' \right)_{BR1}} \right]^{1.388}$$
(2.36)

En el caso, en que la línea de la derivada en el flujo birradial no pueda ser extrapolada al valor de  $t_a(P)=1$ hr·psi/cp, la siguiente ecuación puede ser empleada:

$$x_{f} = 0.694 x_{e} \left[ \frac{G_{BR} t_{a} (P)^{0.36}}{\left( t_{a} (P)^{*} \Delta m (P)^{\prime} \right)_{BR}} \right]^{1.388}$$
(2.36a)

2. Las coordenadas del punto de intersección de la línea de flujo birradial y la línea de flujo lineal puede obtenerse mediante la combinación de las Ecs. 2.6 y 2.30

$$0.769 \left(\frac{x_e}{x_f}\right)^{0.72} t_{DaA}^{0.36} = 1.772 \left(\frac{x_e}{x_f}\right) \sqrt{t_{DaA}}$$
(2.37)

Despejando *t*<sub>DaABRLi</sub> se tiene:

$$t_{DaABRLi} = 0.00258 \left(\frac{x_f}{x_e}\right)^2 \tag{2.38}$$

Reemplazando los valores adimensionales en la ecuación anterior, resolviendo para  $x_f^2/k$  y sabiendo que  $A = 4x_e^2$  se obtiene:

$$\frac{x_f^2}{k} = \frac{t_a(P)_{BRLi}}{39.124\phi}$$
(2.39)

Donde,  $t_a(P)_{BRLi}$  es el pseudotiempo de intersección entre el flujo birradial y lineal.

Combinando las Ecs. 2.10 y 2.39 se obtiene una expresión para calcular la permeabilidad cuando el flujo radial es demasiado corto o no existe  $x_e/x_f < 8$ 

$$\left(\frac{20.472qT}{h(t_a(P)^*\Delta m'(P))_{L_1}}\left(\frac{1}{\phi k}\right)^{0.5}\right)^2 = \frac{t_a(P)_{BRLi}}{39.124\phi}^*k$$
(2.40)

Despejando *k* de la Ec. 2.40 queda:

$$k = 128.051 \frac{qT}{h(t_a(P)^* \Delta m(P)')_{L1}} \left(\frac{1}{t_a(P)^{0.5}_{BRLi}}\right)$$
(2.41)

Si la línea de la derivada en el flujo lineal no puede ser extrapolada al valor de  $t_a(P)=1$ hr·psi/cp, la siguiente ecuación puede ser empleada

$$k = 128.051 \frac{qT}{h(t_a(P)^* \Delta m(P)')_L} \left(\frac{t_a(P)_L}{t_a(P)_{BRLi}}\right)^{0.5}$$
(2.41a)

3. Cuando  $x_e/x_f > 8$  el régimen de flujo lineal no existe, en este caso es mejor usar el pseudotiempo de intersección entre el flujo birradial y radial, para calcular los valores de *k* y  $x_f$ . Las coordenadas de este punto de intersección pueden ser obtenidas si se combinan las Ecs. 2.11 y 2.30:

$$t_{DaArBRi} = 0.3024 \left(\frac{x_f}{x_e}\right)^2 \tag{2.42}$$

Reemplazando el valor del pseudotiempo adimensional y despejando  $x_f^2/k$  y sabiendo que  $A = 4x_e^2$  se obtiene:

$$\frac{x_f^2}{k} = \frac{t_a(P)_{rBRi}}{4587.03\phi}$$
(2.43)

4. Las coordenadas del punto de intersección entre el régimen de flujo birradial y pseudoestable pueden determinarse mediante la combinación de las Ecs. 2.13 y 2.30:

$$t_{DaABRpi} = 0.0375 \left(\frac{x_e}{x_f}\right)^{1.125}$$
(2.44)

Sustituyendo los valores adimensionales y despejando k se tiene:

$$k = \frac{142.20\phi A}{t_a (P)_{BRpi}} \left(\frac{x_e}{x_f}\right)^{1.125}$$
(2.45)

 Mediante la combinación de los pseudotiempos de intersección, varias relaciones útiles pueden obtenerse. Estas relaciones pueden ser usadas para propósitos de verificación o para el diseño de una prueba de transiente de presión, así de las Ecs. 2.36 y 2.43

$$t_a(P)_{rBRi} = 117.243t_a(P)_{BRLi}$$
(2.46)

De las Ecs. 2.41 y 4.45 se obtiene:

$$t_a \left(P\right)_{rBRi} = 8 \left(\frac{x_f}{x_e}\right)^{2.125} t_a \left(P\right)_{BRpi}$$
(2.47)

#### 2.2.3. Características de Fractura de Conductividad Finita:

En 1999, Tiab et al.<sup>18</sup>, extendieron la técnica directa de Tiab, a la interpretación del comportamiento de los datos de presión y derivada de presión, para un pozo de gas interceptado por una fractura hidráulica de conductividad finita.

Las fracturas de este tipo (conductividad finita) se reconocen, debido a que se presenta un nuevo régimen de flujo que se caracteriza en los gráficos log-log de pseudopresión y derivada de pseudopresión por una pendiente de 0.25, y es conocido como flujo Bilineal<sup>13</sup> Figura 2.2.; en este tipo de comportamiento, existe un flujo lineal que se dirige desde la formación hacia la fractura y simultáneamente existe un flujo lineal dentro de la fractura; las fracturas de conductividad finita poseen una conductividad de fractura adimensional<sup>19</sup>  $C_{Df} < 100$ .

La conductividad de las fracturas varía típicamente entre valores de 1 a 500. Un valor bajo de conductividad indica que la permeabilidad de la fractura es baja o que la longitud de la misma es alta, o posiblemente ambas (conductividad finita). Ahora un alto valor en la conductividad, implica que la permeabilidad de la fractura es alta o que la longitud de la fractura es corta, o posiblemente ambas (conductividad infinita).

El sistema considerado, es un pozo de gas, vertical fracturado, centrado, en un medio poroso homogéneo e isotrópico. La permeabilidad k, así como el espesor de la formación h, se consideran constantes. La longitud media de la fractura  $x_f$ , es la misma hacia ambos lados del pozo.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Lee, J., Wattenbarger R.A., "Gas Reservoir Engineering", SPE Textbook Series Vol.5, 1996, p.140



**Figura. 2.2.** Regímenes de Flujo, presentes en un pozo interceptado por una fractura hidráulica.

Fuente: Cinco Ley, H. And Samaniego, F.: "*Transient Pressure Análisis for Fractured Wells*". Paper SPE 7940 presented at the 53<sup>rd</sup> Annual Fall Technical Conference

#### 2.2.3.1. Régimen de Flujo Bilineal

Basado en las relaciones presentadas por Nuñez et al.<sup>20</sup>, se obtuvieron, en el presente trabajo expresiones para ser usadas en sistemas de gas, teniendo en cuenta el concepto del pseudotiempo.

1. Durante el régimen de flujo bilineal, el comportamiento de la derivada de pseudopresión está definido por:

$$(t_{Daxf} * m(P)'_{D}) = \left(\frac{0.6127}{\sqrt{C_{fD}}}\right) t_{Daxf}^{0.25}$$
 (2.48)

Donde la conductividad adimensional de la fractura está definida así:

$$C_{fD} = k_{fD} w_D = \left(\frac{k_f}{k}\right) \left(\frac{w_f}{x_f}\right)$$
(2.49)

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Nuñez, W., Tiab, D., Escobar, F.: "Transient Pressure Analysis for a Vertical Gas Well Intersected by a Finite-Conductivity Fracture", Paper SPE 80915, 2003.
El pseudotiempo adimensional y la derivada de pseudopresión adimensional están definidos como se muestra a continuación:

$$t_{Da} = \frac{0.0002637kt_a(P)}{\varphi x_f^2}$$
(2.50)

$$\left(t_{DaA} * m(P)'_{D}\right) = \frac{kh\left(t_{a}(P) * \Delta m(P)'\right)}{1422.52q_{sc}T}$$
(2.3)

Combinando las Ecs. 2.48, 2.49, 2.50 y 2.3, se obtiene la derivada de pseudopresión dimensional para el pozo, interceptado por una fractura de conductividad finita, así:

$$(t_a(P)^*\Delta m(P)') = 0.25m_{BL}t_a(P)^{0.25}$$
(2.51)

Donde el subíndice *BL* corresponde al flujo bilineal y  $m_{BL}$  está definido por:

$$m_{BI} = \frac{444.3}{\left(\phi k\right)^{0.25}} * \frac{q_{sc}T}{h\sqrt{k_f w_f}}$$
(2.52)

Tomando logaritmo a ambos lados de la Ec.2.51 se tiene:

$$\log(t_a(P)^* \Delta m(P)') = 0.25 \log t_a(P) + \log(0.25m_{BL})$$
(2.53)

La expresión anterior indica que un grafico log-log de derivada de pseudopresión versus pseudotiempo, mostrará una porción recta de pendiente 0.25, si la fractura posee conductividad finita. Ahora si se toma el valor de la derivada cuando  $t_a(P)=1$ hr·psi/cp, la Ec. 2.51 será:

$$\left(t_a(P)^*\Delta m(P)'\right)_{BL1h} = 0.25m_{BL} \tag{2.54}$$

La conductividad aparente de la fractura es obtenida a partir de la línea de derivada de pseudopresión, mediante la combinación de las expresiones 2.52 y 2.54 así:

$$\left(k_{f}w_{f}\right)_{app} = \frac{12337.65}{\sqrt{\phi k}} \left(\frac{q_{sc}T}{h\left(t_{a}\left(P\right)*\Delta m\left(P\right)'\right)_{BL1}}\right)^{2}$$
(2.55)

Si el flujo bilineal sobre la línea de la derivada, no puede ser extrapolada hasta el valor de  $t_a(P)=1$ hr·psi/cp, la siguiente ecuación debe ser usada:

$$\left(k_{f}w_{f}\right)_{app} = \frac{12337.65}{\sqrt{\phi k}} \left(\frac{q_{sc}T * t_{a}(P)_{BL}}{h(t_{a}(P) * \Delta m(P)')_{BL}}\right)^{2}$$
(2.55a)

#### 2.2.3.2. Análisis para Pruebas de Declinación de Presión

Una de las características más importantes a calcular será la conductividad de la fractura; de acuerdo a Guppy et al.<sup>21</sup> pozos fracturados produciendo a ratas de flujo altas, causará efectos de flujo no-Darcy, en la fractura, causando así que se determine una conductividad de fractura menor a la real, teniendo en cuenta ésto, se desarrollaron modelos numéricos y sistemáticos para analizar el comportamiento inestable del flujo de una fractura de conductividad finita produciendo a altas ratas, y se presentaron dos (2) métodos, para la determinación de la conductividad real de fractura, cuando se tienen datos de declinación de presión, para dos ratas de flujo diferentes. En este estudio, las ecuaciones para determinar la conductividad aparente de la fractura serán las usadas en el estudio de Nuñez et al<sup>21</sup> incluyendo para este caso los efectos del pseudotiempo, posteriormente, la conductividad real de la fractura será encontrada mediante el uso de el método presentado por Guppy et al<sup>22</sup>.

Tras haber realizado el cálculo de la conductividad de fractura aparente, para cada rata de flujo, la relación entre  $(k_{fD}w_{fD})_{app}$  y  $(q_{DND})_f$ , puede ser usada; teniendo en cuenta, como lo demostraron estudios previos a éste, que, esta correlación (para pruebas de declinación de presión) no es general pero abarca la mayoría de conductividades más comúnmente encontradas en un campo. Los rangos de  $(k_{fD}w_{fD})_{app}$  y  $(q_{DND})_f$  son dados en la referencia 22.

$$\frac{\left(k_{fD}w_{fD}\right)_{t}}{\left(k_{fD}w_{fD}\right)_{app}} = 1 + 0.31(q_{DND})_{f}$$
(2.56)

Donde  $(q_{DND})_f$  es usada por Guppy et al<sup>21</sup>. Como un factor de correlación en el análisis de la data de transiente de presión, para discriminar entre el flujo laminar y el no-Darcy en la fractura, y está definido por:

$$\left(q_{DND}\right)_{f} = \frac{k_{f}\rho\beta q}{w_{f}h} \tag{2.57}$$

Donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $w_f$  es el ancho de la fractura, h es el espesor de la formación, q es la cantidad de fluido total fluyendo dentro del pozo,  $k_f$  es la

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup>Guppy, K.H., Cinco-Ley, H. Ramey, H.J. Jr., Samaniego-V, F.: "Non-Darcy Flow in Wells with Finite-Conductivity Vertical Fractures", Paper SPE 8281, 1981.

permeabilidad de la fractura, y  $\beta$  es el coeficiente de flujo no Darcy, la ecuación anterior, puede ser expresada en unidades de campo como:

$$(q_{DND})_{f} = \frac{4.64x10^{-16}k_{f}\beta Mq}{w_{f}h}$$
(2.58)

Una relación, derivada de la correlación mostrada en la Ec. 2.56, es presentada por Guppy et al para calcular el valor real de la conductividad de fractura; dos pruebas son requeridas para calcular dicho valor

$$(k_{JD} w_{JD})_{t} = (k_{JD} w_{JD})_{app_{1}} * \frac{q_{2} - q_{1}}{q_{2} - q_{1} * a}$$

$$(2.59)$$

$$(2.59)$$

$$(k_{fD}w_{fD})_{t} = (k_{fD}w_{fD})_{app_{2}} * \frac{q_{2} - q_{1}}{q_{2} - q_{1} * a} * a$$
(2.60)

Donde  $(k_{fD}w_{fD})_{app1}$  y  $(k_{fD}w_{fD})_{app2}$  son las conductividades de fractura observadas a cada rata de flujo  $q_1$  y  $q_2$  respectivamente, y

$$a = \frac{(k_{fD} w_{fD})_{app_1}}{(k_{fD} w_{fD})_{app_2}}$$
(5.61)

## 2.2.3.3. Análisis para Pruebas de Restauración de Presión

Una extensión del trabajo realizado por Guppy et al<sup>21</sup>, fue presentada por Guppy et al<sup>22</sup>, y se refiere al análisis de datos de restauración de presión de pozos fracturados produciendo a altas ratas de flujo. Ellos mostraron que si el tiempo de producción es lo suficientemente largo como para que el flujo bilineal exista, una técnica similar a la discutida anteriormente para análisis de datos de declinación de presión, puede ser usada en este caso. La relación existente entre la conductividad real y aparente de la fractura es la siguiente:

$$\frac{\left(k_{fD}w_{fD}\right)_{app}}{\left(k_{fD}w_{fD}\right)_{t}} = 1 + 0.55(q_{DND})_{f}$$
(2.62)

Ahora las relaciones presentadas anteriormente, en las Ecs. 2.59, 2.60 y 2.61 pueden ser usadas también en este caso.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Guppy, K.H., Cinco-Ley H., Ramey H.J. Jr.: "Pressure Buildup Analysis of Fractured Wells Producing at High Flow Rates", Paper SPE 10178, 1982.

## 2.2.3.4. Relaciones entre los Diferentes Regímenes de Flujo y el Flujo Bilineal

Las siguientes expresiones, serán desarrolladas, para propósitos complementarios (recordando que estas se basan en el estudio previo realizado por Núñez et al.<sup>20</sup>, y en las cuales se introdujo la función pseudotiempo), debido a que, el almacenamiento puede enmascarar datos de presión importante a tiempos tempranos en un pozo fracturado.

## 1. Almacenamiento y flujo bilineal

Si la línea recta de pendiente unitaria, correspondiente al almacenamiento está presente, entonces, el coeficiente de almacenamiento puede ser determinado de la manera convencional, de acuerdo a la curva de derivada de pseudopresión así:

$$C = \left(0.4198q_{sc}Tc_{t}\right) \left(\frac{t_{a}(P)}{\left(t_{a}(P)^{*}\Delta m(P)^{*}\right)}\right)$$
(2.63)

Las coordenadas del punto de intercepción entre las líneas de pendiente unitaria y la de flujo bilineal, sobre la curva de derivada de pseudopresión, puede ser obtenida mediante la combinación de las Ecs. 2.51 y 2.63 así:

$$0.25m_{\scriptscriptstyle BL} \cdot t_a \left(P\right)^{0.25} = \left(0.4198q_{sc}Tc_t\right) \left(\frac{t_a(p)}{C}\right)$$
(2.64)

Haciendo el reemplazo de  $t_a(P)$  por el pseudotiempo de intercepción entre el flujo bilineal y el almacenamiento, se tiene:

$$t_{a}(P)_{usBLi} = 0.5 \left(\frac{m_{BL}C}{q_{sc}Tc_{t}}\right)^{4/3}$$
(2.65)

Y

$$\left(t_{a}\left(P\right)^{*}\Delta m\left(P\right)^{\prime}\right)_{usBLi} = 0.25m_{BL}\left(t_{a}\left(P\right)_{usBLi}\right)^{0.25}$$
(2.66)

## 2. Relaciones entre el flujo lineal y bilineal

Si el régimen de flujo lineal es observado luego de la línea de flujo bilineal, entonces las ecuaciones desarrolladas por Tiab<sup>17</sup> para los casos de fracturas de conductividad infinita y flujo uniforme, pueden ser usadas para determinar la longitud de la fractura:

$$\left(t_a\left(P\right)\cdot\Delta m\left(P\right)'\right) = 0.5m_L\sqrt{t_a\left(P\right)} \tag{2.7}$$

Donde:

$$m_L = 40.915 \left(\frac{q_{sc}T}{h}\right) \sqrt{\frac{1}{\phi k x_f^2}}$$
(2.8)

Tomando logaritmo a ambos lados de la Ec. 2.7 se tiene:

$$\log(t_a(P) \cdot \Delta m(P)') = 0.5 \log t_a(P) + \log(0.5m_L)$$

$$(2.67)$$

Resolviendo el sistema, para la longitud media de la fractura  $x_f$  a  $t_a(P)=1$ hr·psi/cp se obtiene:

$$x_{f} = 20.472 \left( \frac{q_{sc}T}{h(t_{a}(P)^{*}\Delta m(P)')_{L1}} \right) \sqrt{\frac{1}{\phi k}}$$

$$(2.68)$$

Donde  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_{L1}$  es el valor de la derivada de pseudopresión a1hr·psi/cp, leída sobre la porción recta de pendiente 0.5 (extrapolada si es necesario).

## Observación

Las coordenadas del punto de intercepción de las líneas del flujo lineal y bilineal en la curva de derivada de pseudopresión, pueden obtenerse mediante la combinación de las Ecs. 2.7 y 2.54 así:

$$m_{BL}t_a(P)^{0.25} = 2m_L t_a(P)^{0.5}$$
(2.69)

Reemplazando  $t_a(P)$  por el tiempo de intercepción entre el flujo lineal y bilineal se obtiene:

$$t_{a}(P)_{BLLi} = \frac{1}{16} \left(\frac{m_{BL}}{m_{L}}\right)^{4}$$
(2.70)

Donde:

$$\left(t_a(P)^*\Delta m(P)'\right)_{BLLi} = m_L \sqrt{t_a(P)_{BLLi}}$$
(2.71)

Ó:

$$\left(t_a\left(P\right)^*\Delta m\left(P\right)'\right)_{BLLi} = m_{Bl}\left(t_a\left(P\right)_{BLLi}\right)^{0.25}$$
(2.72)

Sustituyendo los valores de  $m_L$  y  $m_{BL}$  por sus equivalentes, se obtiene:

$$t_{a}(P)_{BLLi} = \frac{1}{16} \left[ 13905.12\phi \left( \frac{x_{f}^{2}\sqrt{k}}{k_{f}w_{f}} \right)^{2} \right]$$
(2.73a)

Ahora resolviendo el sistema anterior para la permeabilidad se tiene:

$$k = \left(\frac{k_f w_f}{x_f^2}\right)^2 \frac{16 * t_a (P)_{BLLi}}{13905.12\phi}$$
(2.73b)

Las Ecs. 2.73a y 2.73b pueden ser usadas, con propósitos de verificación, si los regímenes de flujo requeridos son observados. Si la prueba es demasiado corta para observar el flujo radial, la Ec. 2.73b puede ser usada para calcular la permeabilidad de la formación.

#### 3. Relaciones entre los flujos bilineal y radial

La porción de la curva de derivada de pseudopresión correspondiente al flujo radial es una línea recta horizontal (m=0), este régimen de flujo se identifica con:

$$(t_{DaA} * \Delta m(P)'_D) = 0.5$$
 (2.11)

Luego de reemplazar las variables adimensionales la ecuación queda:

$$\left(t_a\left(p\right)\cdot\Delta m\left(P\right)'\right)_r=\frac{711.26q_{sc}T}{kh}$$

Donde el subíndice "r" indica flujo radial. La permeabilidad de la formación es entonces:

$$k = \frac{711.26q_{sc}T}{h(t_a(P) \cdot \Delta m(P)')_r}$$
(2.12)

Donde  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_r$  es el valor de la derivada de pseudopresión leída a un tiempo conveniente. La línea de flujo radial puede también ser usada para calcular el factor de daño<sup>1</sup> de la siguiente ecuación, pero teniendo en cuenta los efectos del pseudotiempo así:

$$s' = 0.5 \left[ \frac{\left(\Delta m(P)\right)_r}{\left(t_a(P) \cdot \Delta m(P)'\right)_r} - \ln\left(\frac{kt_a(P)_r}{\phi r_w^2}\right) + 7.43 \right]$$
(2.27)

Las coordenadas del punto de intercepción de los flujos bilineal y radial, pueden ser determinadas a partir de la combinación de las Ecs. 2.12 y 2.54 así:

$$0.25m_{BL}t_a(P)^{0.25} = \frac{711.26q_{sc}T}{kh}$$
(2.73)

$$t_a \left(P\right)_{rBLi}^{0.25} = \frac{711.26q_{sc}T}{kh} \frac{4}{m_{BL}}$$
(2.74)

Sustituyendo en la expresión anterior el valor de  $m_{Bl}$  se obtiene:

$$t_{a}(P)_{rBLi} = 1678.85 \frac{\phi}{k^{3}} (k_{f} w_{f})^{2}$$
(2.75)

Esta expresión preferiblemente debe ser usada para propósitos de verificación.

## 4. Relaciones entre los flujos radial y lineal

Como se presentó anteriormente la longitud media de la fractura puede ser obtenida a partir de la siguiente ecuación:

$$x_{f} = \frac{20.472qT}{\left(t_{a}(P)^{*}\Delta m(P)'\right)_{L1}\sqrt{\phi k}}$$
(2.10)

Ahora el punto de intercepción entre el flujo radial y lineal, es único. Solo para verificación en el tema anterior se dedujo una expresión para estimar la relación  $x_f^2/k$  a partir de este punto de intercepción:

$$\frac{x_f^2}{k} = \frac{t_a(P)_{rLi}}{1207.09\phi}$$
(2.20)

# 5. Casos especiales<sup>17</sup>

En los anteriores análisis, se asumía que todos los regímenes de flujo (bilineal, lineal, y radial) se observan, y que estaban bien definidos en la curva de derivada de pseudopresión. Sin embargo en muchos casos al menos uno de los regímenes no es observado o no esta bien definido, ya sea porque la prueba fue corta o por la presencia de almacenamiento, que pueden enmascarar el comportamiento de la prueba.

### Flujo Lineal No Se Observa

Para una conductividad de fractura adimensional baja  $C_{fD} \leq 1$ , la línea recta correspondiente al flujo lineal probablemente no sea observada. Después de la línea

correspondiente al flujo bilineal, en la curva de derivada de pseudopresión, generalmente se observa un periodo de transición. Más tarde, si la prueba es lo suficientemente larga, la línea horizontal en la curva de derivada de pseudopresión correspondiente al flujo radial, será observada. En este caso la permeabilidad de la formación se calcula mediante la Ec. 2.12, y la conductividad de la fractura es determinada de la línea de flujo bilineal. La referencia 17 presenta las siguientes ecuaciones que relacionan la longitud media de la fractura,  $x_f$ , la permeabilidad de la formación, k, la conductividad de la fractura,  $k_f w_f$ , y el daño post-fractura aparente, s'.

$$x_{f} = \frac{1.92173}{\frac{e^{s'}}{r_{w}} - \frac{3.31739k}{k_{f}w_{f}}}$$
(2.76)

Una vez conocida la conductividad de la fractura,  $k_{f}w_{f}$ , del flujo bilineal, la permeabilidad de la formación, k, y el daño aparente, s', del flujo radial, la Ec. 2.76, puede ser usada para calcular la longitud media de la fractura.

## Flujo Bilineal No Se Observa

Si la línea de flujo bilineal no se observa, entonces la conductividad de la fractura pueda calcularse a partir de<sup>17</sup>:

$$k_f w_f = \frac{3.31739k}{\frac{e^{S'}}{r_w} - \frac{1.92173}{x_f}}$$
(2.77)

Donde la permeabilidad de la formación, k, y el daño aparente, s', son determinados con ayuda del flujo radial.

## Flujo Radial No Se Observa

Para pruebas cortas, como para formaciones con muy baja permeabilidad, la línea recta horizontal en la curva de derivada de pseudopresión, correspondiente al flujo radial, puede no ser observada. En este caso la permeabilidad de la formación, k, y el daño aparente, s', no pueden ser calculados con la ayuda de este flujo, sin embargo, si el flujo lineal y bilineal están bien definidos sobre la curva de derivada de pseudopresión, entonces la permeabilidad de la formación, k, puede ser calculada con ayuda de la Ec. 2.73b, mientras que el daño aparente puede ser obtenida de la siguiente ecuación<sup>23</sup>:

$$s' = \ln\left[r_{w}\left(\frac{1.92173}{x_{f}} + \frac{3.31739k}{w_{f}k_{f}}\right)\right]$$
(2.78)

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Tiab, D. "Advances in Pressure Transient Analysis", UPTEC Training Manual (To be published), Norman, OK (1997) 577 pages.

Es importante enfatizar en que los valores más acertados de k,  $x_f$ , y  $k_f w_f$ , son obtenidos únicamente cuando, respectivamente los regímenes de flujo necesarios, radial, lineal y bilineal, están presentes. En caso contrario las ecuaciones anteriormente expuestas pueden ser usadas, aclarando que el resultado obtenido no es cien por ciento confiable.

# 2.2.4. Procedimientos Paso A Paso<sup>12</sup>

# 1. Fractura De Flujo Uniforme

**Paso 1:** Estime  $\Delta m(P)$ ,  $t_a(P)$ , y ( $t_a(P)^*\Delta m(P)^*$ ). Realice un gráfico logarítmico de  $\Delta m(P)$  y ( $t_a(P)^*\Delta m(P)^*$ ) vs.  $t_a(P)$ , posteriormente trace las líneas necesarias (lineal, radial y pseudoestable).

**Paso 2:** Lea el valor  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_r$  correspondiente al flujo radial.

Paso 3: Calcule la permeabilidad usando la Ec. 2.12.

**Paso 4:** Lea  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_L$  (extrapolada si es necesario).

**Paso 5:** Calcule la longitud media de la fractura  $x_f$  usando la Ec. 2.10.

**Paso 6:** Determine el pseudotiempo de intersección de las líneas de flujo lineal y radial,  $t_a(P)_{rLi}$ , usando la curva de la derivada.

**Paso 7:** Calcule la relación  $x_f^2/k$  de la Ec. 2.20, despeje y obtenga el valor de  $x_f$ . **Paso 8:** Lea un valor de  $t_a(P)_{pss}$  y  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_{pss}$  en la zona de flujo pseudoestable y calcule el área de drene con la Ec. 2.14.

**Paso 9:** Lea de la gráfica  $t_a(P)_{rpi}$  y calcule nuevamente el área de drene usando la Ec. 2.25, si los valores de *A* de los pasos 8 y 9 son aproximados o iguales, significa que *A* es correcta, de lo contrario mueva la línea del flujo pseudoestable y repita el paso hasta obtener una tolerancia aceptable de los valores de *A*.

**Paso 10:** Haciendo uso de la curva de la derivada, lea los valores del tiempo de intersección entre las líneas de flujo lineal y radial, y las líneas de flujo radial y pseudoestable,  $t_a(P)_{rLi}$  y  $t_a(P)_{rpi}$  respectivamente; halle la relación  $(x_f/x_e)^2$  de la Ec. 2.26, luego estime el valor de  $x_e$ .

**Paso 11:** Lea un pseudotiempo conveniente sobre la línea de flujo radial  $t_a(P)_r$ ; obtenga el valor correspondiente de  $\Delta m(P)_r$  y  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^{\prime})_r$ , con este valor calcule s' usando la Ec. 2.27.

**Paso 12:** Lea los valores de  $\Delta m(P)_{pss}$  y  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_{pss}$  correspondientes a cualquier punto del estado pseudoestable  $t_a(P)_{pss}$  y estime el factor de forma  $C_A$  con la Ec. 2.18, cuando la línea de flujo radial no se pueda trazar, utilice el siguiente procedimiento:

- 1. Calcule  $x_f$  de la línea de flujo lineal.
- 2. Use la línea de estado pseudoestable y calcule A.
- **3.** Calcule la permeabilidad usando la intersección de las rectas de flujo lineal y pseudoestable  $t_a(P)_{Lpi}$ , use la Ec. 2.23.
- **4.** Calcule  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_r$  usando la Ec. 2.12, luego calcule el daño aparente usando la Ec. 2.27

### 2. Fractura de Conductividad Infinita

**Paso 1:** Estime  $\Delta m(P)$ ,  $t_a(P)$ , y ( $t_a(P)^*\Delta m(P)^*$ ). Realice un gráfico logarítmico de  $\Delta m(P)$  y ( $t_a(P)^*\Delta m(P)^*$ ) vs.  $t_a(P)$ , posteriormente trace las líneas necesarias (lineal, radial y pseudoestable).

**Paso 2:** Lea el valor  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_r$  correspondiente al flujo radial.

Paso 3: Calcule la permeabilidad usando la Ec. 2.12.

**Paso 4:** Lea un valor de  $t_a(P)_{pss}$  y  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_{pss}$  en la zona de flujo pseudoestable y calcule el área de drene con la Ec. 2.14.

**Paso 5:** Lea de la gráfica  $t_a(P)_{rpi}$ , y calcule nuevamente el área de drene usando la Ec. 2.25, si los valores de *A* de los pasos 4 y 5 son aproximados o iguales, significa que *A* es correcta, de lo contrario mueva la línea del flujo pseudoestable y repita el paso hasta obtener una tolerancia aceptable de los valores de *A*.

**Paso 6:** Lea del gráfico el pseudotiempo de intersección del flujo lineal y birradial,  $t_a(P)_{BRLi}$  luego calcule  $x_f^2/k$  usando la Ec. 2.41.

**Paso 7:** De la línea de flujo birradial lea  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^{\prime})_{BRI}$  a  $t_a(P)_{BR}=1$ hr·psi/cp.

**Paso 8:** Calcule  $G_{BR}$  con la Ec. 2.34 y luego calcule  $x_e$  despejando la Ec. 2.36.

**Paso 9:** Lea un pseudotiempo conveniente sobre la línea de flujo radial  $t_a(P)_r$ ; obtenga el valor correspondiente de  $\Delta m(P)_r$  y  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_r$ , con este valor calcule s' usando la Ec. 2.27.

**Paso 10** Lea los valores de  $\Delta m(P)_{pss}$  y  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_{pss}$  correspondientes a cualquier punto del estado pseudoestable  $t_a(P)_{pss}$  y estime el factor de forma  $C_A$  con la Ec. 2.18. Si la línea de flujo radial no se observa  $1 < x_e/x_f < 8$ , el flujo lineal será dominante. Calcule  $x_f$ 

usando los pasos 4 y 5 del procedimiento para fracturas de flujo uniforme. La permeabilidad se calcula usando la Ec. 2.41. Use la Ec. 2.39 para propósitos de verificación.

# 3. Fractura de Conductividad Finita

Puesto que el almacenamiento puede enmascarar los regímenes de flujo bilineal y lineal, haciendo in-interpretable, la caracterización de la fractura, es necesario diseñar la prueba de modo que se eliminen los efectos de almacenamiento. Los mejores resultados se logran cuando se cierra el pozo en fondo. Aunque la presión en superficie puede convertirse a valores de fondo si existe información disponible del sistema del pozo, este proceso puede ocasionar ruido adicional en los datos de la derivada.

# Caso 1 - Caso Ideal (Los Tres Regímenes De Flujo Están Presentes)

Si se cuenta con dos pruebas a dos ratas de flujo diferentes, donde se pueden identificar los tres regímenes de flujo, se puede aplicar el siguiente procedimiento.

**Paso 1:** Estime  $\Delta m(P)$ ,  $t_a(P)$ , y ( $t_a(P)^*\Delta m(P)^*$ ). Realice un gráfico logarítmico de  $\Delta m(P)$  y ( $t_a(P)^*\Delta m(P)^*$ ) vs.  $t_a(P)$ , posteriormente trace las líneas necesarias (lineal, radial y pseudoestable).

**Paso 2:** Identifique y trace las líneas rectas correspondientes a almacenamiento (si existe), flujo bilineal (m=0.25), flujo lineal (m=0.5) y flujo radial (m=0).

**Paso 3:** Calcule el coeficiente de almacenamiento con la Ec. 2.63, si la pendiente de línea unitaria a pseudotiempos tempranos está presente, o bien definida.

**Paso 4:** Calcule la permeabilidad *k*, leyendo el valor de la derivada durante el flujo radial  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^{\prime})_r$ , usando la Ec. 2.12.

**Paso 5:** Lea  $(t_a(P)^* \Delta m(P)^*)_{BL1}$  (extrapolada si es necesario), de la línea de flujo bilineal y estime la conductividad aparente de fractura  $(k_f w_f)_{app1}$  usando la Ec. 2.55.

**Paso 6:** Calcule el Pseudotiempo de intersección entre los regímenes de flujo bilineal y radial usando la Ec. 2.75. y compare con el valor observado  $t_a(P)_{rBLi}$ , en el grafico. Si los valores estimados y observados de  $t_a(P)_{rBLi}$  son similares, se concluye que los datos de permeabilidad k y conductividad aparente de fractura  $(k_f w_f)_{app1}$  son correctos (es posible que sea necesario corregir primero la conductividad de fractura), de lo contrario mueva alguna o las dos rectas necesarias y recalcule, las variables anteriormente mencionadas, hasta que se presente concordancia entre los valores de  $t_a(P)_{rBLi}$ .

**Paso 7:** Calcule el factor de daño aparente *s* ' a través de la Ec. 2.27.

**Paso 8:** Lea un valor de  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_L$  y calcule  $x_f$  con la Ec. 2.10, verifique que el valor de  $x_f$  estimando  $t_a(P)_{BLLi}$  de la Ec. 2.73a y comparando este resultado con el valor

observado de  $t_a(P)_{BLLi}$  leído en el grafica, si existe correspondencia entre estos dos valores, se concluye que  $x_f$  es correcto, de lo contrario desplace la recta de pendiente  $\frac{1}{2}$  hasta hallar ajuste de los valores de  $t_a(P)_{BLLi}$ .

**Paso 9:** Calcule la conductividad adimensional aparente de fractura,  $(C_{fD})_{app1}$  usando la Ec. 2.49.

**Paso 10:** Repita los pasos 1 al 9 para la segunda prueba con diferente caudal, y defina  $(k_f w_f)_{app2}$ ,  $x_f$  y  $(C_{fD})_{app2}$  (estos valores obtenidos deberán ser aproximados a los calculados anteriormente para la primera prueba).

Paso 11: Calcule la verdadera conductividad de fractura mediante las Ecs. 2.59 y 2.60.

## Caso 2 – Fracturas de Baja Conductividad (No se Observa el Flujo Lineal)

Contando con dos pruebas de presión a diferentes ratas de flujo para una fractura de baja conductividad, posiblemente el flujo lineal en la formación será muy corto o no estará bien definido, haciendo difícil trazar la línea de pendiente <sup>1</sup>/<sub>2</sub>

**Paso 1 – 7** Lo mismo que en el caso ideal.

Paso 8: Calcule la longitud media de la fractura, por medio de la Ec. 2.10.

Paso 9 – 11 Lo mismo que en el caso anterior.

# 2.3. VERIFICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

Para la validación de la metodología desarrollada, se simularon pruebas con los distintos tipos de fractura; los resultados obtenidos se compararon con los valores reales y con los valores arrojados al emplear tiempo riguroso.

Las pruebas se simularon con ayuda del software Ecrin v4.02, la obtención del pseudotiempo se hizo con el programa Pseudopressure & Pseudotime y la derivada de la pseudopresión y el pseudotiempo de hallo a través del programa de computador TDST vr 3.12.b.

# Ejercicio 2.1 Fractura de Flujo Uniforme

En un pozo de gas hidráulicamente facturado, se corrió una prueba de declinación de presión con el fin de analizar con especial atención el área de drene, la permeabilidad y la longitud de la fractura. Los datos del fluido y del yacimiento se dan a continuación.

$\mu_g = 0.022 \text{ cp}$	$q_{g}$ =2700 Mscf/D
$c_t=2.355 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$	T= 694 °R
<i>φ</i> (%) =0.23	<i>h</i> =60 ft
$r_w = 0.47 \text{ ft}$	<i>P<sub>i</sub></i> = 3600 Psia

Los parámetros de referencia son: k = 28 md,  $x_f = 380$  ft,  $x_e = 2300$  ft, A = 21160000 ft<sup>2</sup>

# Solución

Paso 1: Ver Tabla 2.1 y Figura 2.3

Paso 2:

$$\left(t_a\left(p\right)^*\Delta m\left(p\right)\right)_r = 809682.954 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$

Paso 3:  

$$k = \frac{711.26qT}{h(t_a(p) * \Delta m(p))_r}$$

$$k = \frac{711.26 * 2700 * 694}{60 * 809682.954}$$

$$k = 27.434 \text{ md}$$

# Paso 4: $(t_a(p)*\Delta m(p))_{L_1} = 676.035 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$

Paso 5:  

$$x_{f} = \frac{20.472qT}{h(t_{a}(p)*\Delta m(p)')_{L1}\sqrt{\phi k}}$$

$$x_{f} = \frac{20.472*2700*694}{60*676.035*\sqrt{0.23*27.434}}$$

$$x_f = 376.493 \text{ ft}$$

# Paso 6: $t_a(p)_{rLi} = 1366022.441 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}$

Paso 7:  

$$\frac{x_f^2}{k} = \frac{t_a(p)_{rLi}}{1207.09\phi}$$

$$\frac{x_f^2}{k} = \frac{1366022.441}{1207.09 * 0.23} = 4920.286 \frac{\text{ft}^2}{\text{md}}$$

$$x_f = 367.399 \text{ ft}$$

# Paso 8:

$$t_{a}(p)_{pss} = 108885898.1 \quad \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \qquad (t_{a}(p)^{*} \Delta m(p))_{pss} = 1820287.246 \quad \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$
$$A = \frac{2.357qTt_{a}(p)_{pss}}{\phi h(t_{a}(p)^{*} \Delta m(p)')_{pss}}$$

$$A = \frac{2.357 * 2700 * 694 * 108885898.1}{0.23 * 60 * 1820287.246}$$

$$A = 19144121.5 \text{ ft}^2$$

Paso 9:  $t_a(p)_{rpi} = 52421179.328 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}$   $A = \frac{kt_a(p)_{rpi}}{301.772\phi}$   $A = \frac{27.434 * 52421179.328}{301.772 * 0.23}$  $A = 20719791.6 \text{ ft}^2$ 

Paso 10:

$$t_{a}(p)_{rLi} = 1366022.441 \ \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \quad t_{a}(p)_{rpi} = 52421179.328 \ \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}$$

$$\left(t_{a}(p) * \Delta m(p)\right)_{r} = 809682.954 \ \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$\left(\frac{x_{f}}{x_{e}}\right)^{2} = \frac{t_{a}(P)_{rLi}}{t_{a}(P)_{rpi}}$$

$$\left(\frac{x_{f}}{x_{e}}\right)^{2} = \frac{1366022.441}{52421179.328}$$

 $x_e = 2275.948 \text{ ft}$ 

# Paso 11:

$$t_{a}(p)_{r} = 6650126.61 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \quad \Delta m(p)_{r} = 2746658 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$(t_{a}(P)^{*} \Delta m(p)')_{r} = 809682.954 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(p)_{r}}{(t_{a}(P)^{*} \Delta m(p)')_{r}} - \ln\left(\frac{kt_{a}(P)_{R}}{\phi r_{w}^{2}}\right) + 7.43\right]$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{2746658}{809682.954} - \ln\left(\frac{27.434 * 6650126.61}{0.23 * 0.47^{2}}\right) + 7.43\right]$$

s' = -5.802

# Paso 12:

$$t_{a}(p)_{pss} = 108885898.1 \quad \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \quad (t_{a}(p) * \Delta m(p))_{pss} = 1820287.246 \quad \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$
$$\Delta m(p)_{pss} = 5471346 \quad \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$
$$C_{a} = 2.2458 \left(\frac{x_{e}}{p}\right)^{2} \exp\left[\left(1 - \frac{\Delta m(p)_{pss}}{pss}\right) \frac{0.0003313kt_{a}(p)_{pss}}{pss}\right]$$

$$C_{A} = 2.2458 \left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right)^{2} \exp\left[\left(1 - \frac{\Delta m(p)_{pss}}{\left[t_{a}(p) * \Delta m(p)'\right]_{pss}}\right) \frac{0.0003313kt_{a}(p)_{pss}}{\phi A}\right]$$

$$C_{A} = 2.2458 (6.195)^{2} \exp\left[\left(1 - \frac{5471346}{1820287.246}\right) \frac{0.0003313 * 27.434 * 108885898.1}{0.23 * 20719791.6}\right]$$

 $C_{A} = 56.823$ 

$t_a(P)$	$\Delta m(P)$	$t_a(P)^*\Delta m(P)'$	$t_a(P)$	$\Delta m(P)$	$t_a(P)^*\Delta m(P)'$
hr-psi/cp	psi <sup>2</sup> /cp	psi <sup>2</sup> /cp	hr-psi/cp	psi <sup>2</sup> /cp	psi <sup>2</sup> /cp
0	0	0	4196294.61	2383070	782816.595
2083.09	63671.5	42163.104	4708189.46	2474060	790576.407
4165.97	90044.3	46073.457	5282562.99	2565685	797731.906
6248.22	110280.8	56287.315	5927041.12	2658049	804218.198
8330.49	127340.8	64735.459	6650154.29	2751156	809944.178
10412.76	142370.4	71916.288	7461211.83	2844889	815152.201
12495.05	155958.6	79026.65	8371262.83	2939169	820057.352
14577.35	168454.5	85221.849	9392390.11	3033941	824502.082
16659.65	180084.1	91003.243	10538109.6	3129143	828382.637
18741.96	191008.2	96565.325	11823171.6	3224826	831805.104
21028.7	202324.8	102176.065	13265082.6	3321010	834895.918
23594.47	214313.3	108223.722	14882987	3417485	837836.189
26473.32	227010.9	114658.631	16698300	3514104	840885.769
29703.46	240461.9	121440.074	18734392.8	3610937	844394.565
33327.75	254708.7	128631.284	21019002.9	3707989	848802.275
37394.29	269800.9	136250.481	23582463.4	3805376	855028.25
41957.06	285786.1	144320.06	26458705.7	3903177	864140.882
47076.59	302719.8	152869.859	29684761.1	4001802	877378.51
52820.83	320655	161929.931	33304578.4	4101559	896059.254
				•••	
				•••	
74611.81	381090.3	192449.475	47034615.6	4415913	1001876.23
83712.54	403664.7	203845.376	52770040.9	4529282	1059773.01
93923.44	427576.5	215917.817	59205553.1	4649531	1132122.08
105380.35	452901.4	228706.648	66423830	4778259	1220737.52
118235.34	479728.1	242252.885	74522950.5	4917680	1327437.21
132659	508141.8	256589.269	83609746.4	5069824	1454049.49
148842.78	538242.2	271757.651	93802692.3	5237252	1602278.64
167001.48	570125	287793.59	105240061	5422363	1774133.47

Tabla 2.1. Datos de pseudopresión y derivada de pseudopresión, ejercicio 2.1

187376.1	603898.9	304702.112	117703973	5622269	1965878.61
210237.08	639668.4	322485.586	130168289	5820744	2160798.68
235887.84	677542.7	341122.893	142628636	6018505	2357754.04
264657.68	717628.5	360573.451	155089381	6215497	2555699.9
296937.26	760023.4	380780.145	167546153	6412109	2755367.14
333156.09	804826.8	401672.986	180003320	6608507	2955365.69
373794.93	852109.2	423136.123	192456515	6804426	3155428.68
419393.22	901950	445028.666	204909152	7000149	3356325.7
470556.25	954380.8	467199.987	217358769	7195799	3557422.08
527950.99	1009448	489505.689	229807827	7391373	3758417.58
592336.53	1067142	511805.217	242253866	7586482	3959492.59
664579.76	1127469	533950.212	254699345	7781548	4160891.68
745639.73	1190370	555757.534	267141807	7976590	4362503.13
836592.52	1255804	577070.64	279581253	8171599	4564072.45
938623.94	1323695	597764.196	292018743	8366474	4765299.96
1053326.82	1394135	617755.636	304453220	8560986	4966702.28
1182028.75	1466846	636907.822	316884685	8755478	5168269.48
1326438.36	1541718	655156.904	329314196	8949964	5370044.22
1488438.41	1618632	672474.176	341740699	9144444	5571878.87
1670171.7	1697474	688789.137	354164194	9338907	5773487.2
1874085.4	1778113	703968.985	366586684	9533262	5974782.04
2102886.76	1860426	718039.029	379005225	9727265	6176408.59
2359613.45	1944326	731209.787	391421985	9921258	6379530.24
2647584.12	2029720	743514.77	403836518	10115250	6582846.12
2970665.57	2116369	754779.542	416247108	10309250	6786283.13
3333179.81	2204070	764990.735	428655922	10503250	6989787.1
3739939.84	2292957	774319.051	441062959	10697250	7193258.48



gura 2.3 pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 2.1

## Ejercicio 2.2 Fractura de Conductividad Infinita

En un pozo rectangular de gas hidráulicamente facturado se corrió una prueba de declinación de presión con el fin de analizar con especial atención el área de drene, la permeabilidad y la longitud de la fractura. Los datos del fluido y del yacimiento se dan a continuación.

$\mu_g = 0.026 \text{ cp}$	$q_g$ =3400 Mscf/D
$c_t = 1.4e-4$	T= 688 °R
<i>φ</i> (%) =0.21	<i>h</i> =81 ft
$r_w = 0.43$ ft	<i>P<sub>i</sub></i> = 4950 Psia

Los parámetros de referencia son:  $k = 25.6 \text{ md}, x_f = 415 \text{ ft}, x_e = 4000 \text{ ft}, A = 64000000 \text{ ft}^2$ 

## Solución

**Paso 1:** Ver Figura 2.4

Paso 2:

$$(t_a(P)*\Delta m(P))_r = 18859057.34 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$

Paso 3:

$$k = \frac{711.26qT}{h(t_a(P)*\Delta m(P)')_r}$$
$$k = \frac{711.26*3400*688}{24400*688}$$

81\*18859057.34

k = 25.45 md

Paso 4:

$$t_{a}(P)_{pss} = 167732220.1 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \quad (t_{a}(P) * \Delta m(P))_{pss} = 1073186.072 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$
$$A = \frac{2.357qTt_{a}(P)_{pss}}{\phi h [t_{a}(P) * \Delta m(P)']_{pss}}$$

$$A = \frac{2.357 * 3400 * 688 * 167732220.1}{0.21 * 81 * 1073186.072}$$

$$A = 7.38 \times 10^7 \text{ ft}^2$$

Paso 5:

$$t_{a}(p)_{rpi} = 157762776.5308 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}$$

$$A = \frac{kt_{a}(P)_{rpi}}{301.772\phi}$$

$$A = \frac{25.4543474 * 157762776.5308}{301.772 * 0.21}$$

$$A = 6.34 \times 10^7 \text{ ft}^2$$

# Paso 6:

$$t_{a}(p)_{rBRi} = 6190402.944 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}$$

$$\frac{x_{f}^{2}}{k} = \frac{t_{a}(p)_{rBRi}}{4587.03\phi}$$

$$x_{c}^{2} = 6190402.944 \qquad \text{ft}^{2}$$

$$\frac{x_f}{k} = \frac{6190402.944}{4587.03 * 0.21} = 6426.40429 \frac{\pi}{\text{md}}$$

$$x_f = 404.450$$
 ft

# Paso 7:

$$(t_a(p)^* \Delta m(p))_{BR1} = 2891.172 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$

# Paso 8:

$$G_{BR} = \frac{73.224 qT}{kh} \left(\frac{k}{\phi A}\right)^{0.36}$$

$$G_{BR} = \frac{73.224 * 3400 * 688}{25.45 * 81} \left(\frac{25.45}{0.21 * 6.34 \text{E} + 07}\right)^{0.36}$$

$$G_{BR} = 725.90$$

$$x_{f} = 0.694 x_{e} \left[ \frac{G_{BR}}{\left[ t_{a}(p) * \Delta m(p)' \right]_{BR1}} \right]^{1.388}$$

$$x_{e} = \frac{x_{f}}{0.694 * \left[ \frac{725.90}{2891.172} \right]^{1.388}} =$$

 $x_e = 3968.071 \, \text{ft}$ 

Paso 9:

$$t_{a}(p)_{r} = 18859057.34 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \quad \Delta m(p)_{r} = 2955154 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$(t_{a}(P)*\Delta m(p)')_{r} = 18859057.34 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(p)_{r}}{(t_{a}(P)*\Delta m(p)')_{r}} - \ln\left(\frac{kt_{a}(P)_{R}}{\phi r_{w}^{2}}\right) + 7.43\right]$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{2955154}{18859057.34} - \ln\left(\frac{25.45*18859057.34}{0.21*0.43^{2}}\right) + 7.43\right]$$

s' = -6.073

Paso 10:

$$t_{a}(p)_{pss} = 167732220.1 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \quad \Delta m(p)_{pss} = 4834369 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$(t_{a}(P)^{*} \Delta m(p)^{*})_{pss} = 1073186.072 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$C_{A} = 2.2458 \left(\frac{x_{e}}{x_{f}}\right)^{2} \exp\left[\left(1 - \frac{\Delta m(p)_{pss}}{\left[t_{a}(p)^{*} \Delta m(p)^{*}\right]_{pss}}\right) \frac{0.0003313kt_{a}(p)_{pss}}{\phi A}\right]$$

$$C_{A} = 2.2458 (9.81)^{2} \exp\left[\left(1 - \frac{4834369}{1073186.072}\right) \frac{0.0003313 * 25.45 * 167732220.1}{0.21 * 6.34E + 07}\right]$$

 $C_A = 148.94$ 



a 2.4 pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 2.2

## Ejercicio 2.3 Fractura de Conductividad Finita

En un pozo rectangular de gas hidráulicamente facturado se corrió una prueba de declinación de presión con el fin de analizar con especial atención la conductividad, la permeabilidad y la longitud de la fractura. Los datos del fluido y del yacimiento se dan a continuación.

μ <sub>g</sub> =0.0224839 cp	$q_{g1}$ =4000Mscf/D $q_{g2}$ =1500 Mscf/D
$c_t=2.08e-4 psi^{-1}$	T = 760  °R
<i>φ</i> (%) =19	<i>h</i> =80 ft
$r_w = 0.5  \text{ft}$	$P_i = 4000 \text{ Psia}$

Los datos de referencia son: k = 30 md,  $x_f = 100$  ft,  $k_f w_f = 10000$  ft

## Solución

### Caudal 1

**Paso 1 -2:** Ver Figura 2.5a

Paso 3: La pendiente unitaria a tiempos tempranos no se presenta en el ejercicio.

## Paso 4:

$$(t_a(P)^* \Delta m(p)')_r = 921086.8422 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$

$$k = \frac{711.26qT}{h(t_a(p)^* \Delta m(p)')_r}$$

$$k = \frac{711.26*4000*760}{222.22102}$$

k = 29.3434 md

Paso 5:

$$(t_{a}(P)^{*}\Delta m(p)')_{BL1} = 28708.815 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$(k_{f}w_{f})_{app1} = \frac{12337.65}{\sqrt{\phi k}} \left(\frac{q_{sc}T}{h[t_{a}(p)^{*}\Delta m'(p)]_{BL1}}\right)^{2}$$

$$\left(k_f w_f\right)_{app1} = \frac{12337.65}{\sqrt{0.19 * 29.3434}} \left(\frac{4000 * 760}{80 * 28708.815}\right)^2$$
$$\left(k_f w_f\right)_{app1} = 9154.55 \text{ md-ft}$$

Paso 6:

$$t_{a}(p)_{rBLi} = 1678.85 \frac{\phi}{k^{3}} (k_{f} w_{f})^{2}$$
  
$$t_{a}(p)_{rBLi} = 1678.85 \frac{0.19}{29.3434^{3}} (9154.55)^{2}$$

$$t_a(p)_{rBLi} = 1068854.14 \text{ hr.psi} / \text{cp}$$

El valor de  $t_a(p)_{rBLi}$  observado es de 1065846.20 que es aproximado al valor calculado, por lo que se concluye que los valores de permeabilidad y conductividad aparente de la fractura son correctos.

Paso 7:

$$t_{a}(p)_{r} = 186817873.9 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \quad \Delta m(p)_{r} = 8692120.6 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$
$$(t_{a}(P)^{*} \Delta m(p)')_{r} = 921086.8422 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$
$$s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(p)_{r}}{(t_{a}(P)^{*} \Delta m(p)')_{r}} - \ln\left(\frac{kt_{a}(P)_{R}}{\phi r_{w}^{2}}\right) + 7.43 \right]$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{8692120.6}{921086.8422} - \ln \left( \frac{29.3434 * 186817873.9}{0.19 * 0.5^2} \right) + 7.43 \right]$$

s' = -4.3

Paso 8:

$$x_f = \frac{1.92173}{\frac{e^{S'}}{r_w} - \frac{3.31739k}{wk_f}}$$

$$x_f = \frac{1.92173}{\frac{e^{-4.3'}}{0.5} - \frac{3.31739 * 29.3434}{9154.55}}$$

 $x_f = 116.9 \text{ ft}$ 

Paso 9:

Paso 9:  

$$C_{jD} = k_{jD} w_D = \left(\frac{k_f}{k}\right) \left(\frac{w_f}{x_f}\right)$$

$$C_{jD} = \left(\frac{9154.55}{29.3434*116.9}\right)$$

$$C_{fD} = 2.7$$

Paso 10: Repita los pasos anteriores para la segundo prueba corrida a un caudal diferente.

# Caudal 2

Paso 1 -2: Ver Figura 2.5b

Paso 3: La pendiente unitaria a tiempos tempranos no se presenta en el ejercicio.

Paso 4:

$$(t_a(P)^* \Delta m(p)')_r = 343624.423 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$

$$k = \frac{711.26qT}{h(t_a(p)^* \Delta m(p)')_r}$$

$$k = \frac{711.26*1500*760}{80*343624.423}$$

k = 29.49 md

Paso 5:

$$(t_{a}(P)^{*}\Delta m(p)')_{BL1} = 10720.767 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$(k_{f}w_{f})_{app2} = \frac{12337.65}{\sqrt{\phi k}} \left(\frac{q_{sc}T}{h[t_{a}(p)^{*}\Delta m'(p)]_{BL1}}\right)^{2}$$

$$\left(k_f w_f\right)_{app2} = \frac{12337.65}{\sqrt{0.19 * 29.3434}} \left(\frac{1500 * 760}{80 * 10720.767}\right)^2$$
$$\left(k_f w_f\right)_{app2} = 9207.76 \text{ md-ft}$$

Paso 6:  $t_a(p)_{rBLi} = 1678.85 \frac{\phi}{k^3} (k_f w_f)^2$  $t_a(p)_{rBLi} = 1678.85 \frac{0.19}{29.49^3} (9207.76)^2$ 

$$t_a(p)_{rBLi} = 1064657.37$$
 hr.psi/cp

El valor de  $t_a(P)_{rBLi}$  observado es de 1062456.24 hr.psi/cp que es aproximado al valor calculado, por lo que se concluye que los valores de permeabilidad y conductividad aparente de la fractura son correctos.

Paso 7:

$$t_{a}(p)_{r} = 199120292.7 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \quad \Delta m(p)_{r} = 3283393 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$(t_{a}(P)^{*} \Delta m(p)')_{r} = 343624.423 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(p)_{r}}{(t_{a}(P)^{*} \Delta m(p)')_{r}} - \ln \left( \frac{kt_{a}(P)_{R}}{\phi r_{w}^{2}} \right) + 7.43 \right]$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{3283393}{343624.423} - \ln \left( \frac{29.49 * 199120292.7}{0.19 * 0.5^2} \right) + 7.43 \right]$$

s' = -4.27

Paso 8:

$$x_{f} = \frac{1.92173}{\frac{e^{S'}}{r_{w}} - \frac{3.31739k}{wk_{f}}}$$
$$x_{f} = \frac{1.92173}{\frac{e^{-4.27'}}{0.5} - \frac{3.31739 \times 29.49}{9207.76}}$$

 $x_f = 112.24 \text{ ft}$ 

Paso 9:

Paso 9:  

$$C_{fD} = k_{fD} w_D = \left(\frac{k_f}{k}\right) \left(\frac{w_f}{x_f}\right)$$

$$C_{fD} = \left(\frac{9207.76}{29.49*112.24}\right)$$

$$C_{fD} = 2.8$$

Paso 11: Calcular la conductividad real o total de la fractura haciendo uso de las conductividades aparentes calculadas anteriormente para cada caudal.

$$a = \frac{(k_{fD}w_{fD})_{app_{1}}}{(k_{fD}w_{fD})_{app_{2}}} =$$

$$a = \frac{2.7}{2.8}$$

$$a = 0.964$$

$$(k_{fD}w_{fD})_{t} = (k_{fD}w_{fD})_{app_{2}} * \frac{q_{2} - q_{1}}{q_{2} - q_{1} * a} * a$$

$$(k_{fD}w_{fD})_{t} = 2.8 * \frac{1500 - 4000}{1500 - 4000 * 0.964} * 0.964$$

 $(k_{fD}w_{fD})_t = 2.8 \text{ md-ft}$ 

![](_page_64_Figure_0.jpeg)

igura 2.5a. Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 2.3  $q_1$ 

# Q2

![](_page_65_Figure_1.jpeg)

Figura 2.5b. Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 2.3  $q_2$ 

# Ejercicio 2.4 Caso Práctico

En un pozo de gas hidráulicamente facturado, se corrió una prueba de declinación de presión con el fin de analizar con especial atención la permeabilidad y la longitud de la fractura. Los datos del fluido y del yacimiento se dan a continuación.

$\mu_g = 0.01961$ cp.	$q_{g}$ =3,000 Mscf/D
$c_t=2.084 \text{ x}10^{-4} \text{ psia}^{-1}$	$T = 200 \ ^{o}F$
<i>φ</i> (%) =0.1	<i>h</i> =60 ft
$r_w = 0.25 \text{ ft}$	$P_i = Pi = 5,000$ psia

Los parámetros de referencia son: k = 0.088 md,  $x_f = 77$  ft, s'=-4.94

## Solución

**Paso 1:** Ver Figura 2.6

## Paso 2:

$$\left(t_a(p)^* \Delta m(p)\right)_r = 2.45 \times 10^8 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$

## Paso 3:

$$k = \frac{711.26qT}{h(t_a(p)*\Delta m(p))_r}$$

$$k = \frac{711.26 * 3000 * 660}{60 * 2.45 \times 10^8}$$

k = 0.095 md

Paso 4:

$$(t_a(p)*\Delta m(p))_{L1} = 89340.6177 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$

Paso 5:  

$$x_{f} = \frac{20.472qT}{h(t_{a}(p)*\Delta m(p)')_{L1}\sqrt{\phi k}}$$

$$x_{f} = \frac{20.472*3000*660}{60*89340.6177*\sqrt{0.1*0.095}}$$

$$x_f = 77.25 \text{ ft}$$

Paso 6:

$$t_{a}(p)_{r} = 22067058.58 \frac{\text{hr} \cdot \text{psi}}{\text{cp}}, \quad \Delta m(p)_{r} = 500380871.6376 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$(t_{a}(P)^{*} \Delta m(p)')_{r} = 2.45 \times 10^{8} \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(p)_{r}}{(t_{a}(P)^{*} \Delta m(p)')_{r}} - \ln\left(\frac{kt_{a}(P)_{R}}{\phi r_{w}^{2}}\right) + 7.43\right]$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{500380871.6376}{2.45 \times 10^{8}} - \ln\left(\frac{0.095 * 22067058.58}{0.1 * 0.25^{2}}\right) + 7.43\right]$$

s' = -5.083

 $\Delta m(P)$ ; ( $t \_{a}(P)^{*}\Delta m(P)$ ); psi $_{a}/cp$ 

![](_page_68_Figure_1.jpeg)

Figura 2.6. Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 2.4

# 2.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para efectos de la verificación de la metodología propuesta, el ejercicio se desarrolló con el modelo presentado en el trabajo de Núñez<sup>4</sup> 2002, en el cual se usa tiempo riguroso y se comparó con el modelo presentado en este trabajo el cual emplea el pseudotiempo, los resultados arrojados fueron los siguientes:

	Valor							
Parámetro	Simulado	Obtenido $t_a(P)$ , hr*psi/cp	obtenido <i>t</i> , hr	EA $t_a(P)$ %	EA <i>t</i> %			
$x_f(\mathrm{ft})$	380.000	376.493	355.410	0.923	6.471			
<i>k</i> (md)	28.000	27.434	26.957	2.022	3.726			
A (ft <sup>2</sup> ) pss	21160000.000	19144121.510	18269868.396	9.527	13.658			
$A(\mathbf{f}^2)$ Rpi	21160000.000	20719791.616	18302811.182	2.080	13.503			
s'	-	-5.802	-5.786	-	-			
$x_e$ (ft)	2300	2275.948	2151.761	1.046	6.445			
$C_A$	-	56.823	40.735	-	-			

Tabla 2.2. Resultados ejercicio 2.1 Fracturas con flujo uniforme

Tabla 2.3. Resultados ejercicio 2.2 Fracturas de conductividad infinita

	Valor						
Parámetro	Simulado	Obtenido	obtenido	EA $t_a(P)$	$E\Lambda + 0/2$		
	Sillulado	$t_a(P)$ , hr*psi/cp	<i>t</i> , hr	%	LA l / 0		
$x_f(\mathrm{ft})$	415.000	404.450	400.085	2.542	3.594		
<i>k</i> (md)	25.600	25.454	24.838	0.569	2.977		
A (ft <sup>2</sup> ) pss	64000000	73754814.274	56858960.250	15.242	11.158		
$A(\mathbf{f}^2)$ Rpi	6400000	63367747.969	56738063.434	0.988	11.347		
s'	-	-6.073	-6.072	-	-		
$x_e$ (ft)	4000	3968.071	3709.039	0.798	7.274		
$C_A$	-	148.940	96.111	-	-		

**Tabla 2.4a.** Resultados ejercicio 2.3 fractura de conductividad finita  $q_1$ 

	Valor						
Parámetro	Simulado	Obtenido	obtenido	EA + (P) %			
	Silluado	<i>t<sub>a</sub></i> ( <i>P</i> ), hr*psi/cp	<i>t</i> , hr	$EA l_a(P) 70 EA l$	LA i / 0		
$x_f(\mathrm{ft})$	100	116.91552	132.56092	16.91552	32.560924		
<i>k</i> (md)	30	29.343466	28.491331	2.1884482	5.0288951		
k <sub>f</sub> w <sub>f</sub>	10000	9154.5416	8770.9429	8.4545838	12.290571		

	Valor						
Parámetro	Simulado	Obtenido <i>t<sub>a</sub>(P)</i> , hr*psi/cp	obtenido <i>t</i> , hr	EA $t_a(P)$ %	EA <i>t</i> %		
$x_f(\mathrm{ft})$	100	112.2457	128.02485	12.245697	28.024852		
<i>k</i> (md)	30	29.495735	28.590709	1.6808826	4.6976358		
k <sub>f</sub> w <sub>f</sub>	10000	9207.7612	8993.9126	7.9223883	10.060874		

**Tabla 2.4b.** Resultados ejercicio fractura de conductividad finita  $q_2$ 

Tabla 2.5. Resultados ejercicio fractura de conductividad finita total

	Valor					
Parámetro	Simulado	Obtenido	obtenido	$E\Lambda t(P)$ %	$E\Lambda t^{0/2}$	
	Sillulado	<i>t<sub>a</sub></i> ( <i>P</i> ), hr*psi/cp	<i>t</i> , hr	$LA \iota_a(I) / 0$	$\mathbf{L}_{\mathbf{I}} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I}$	
(CfD)t	3	2.8534913	2.5458282	4.8836247	15.139061	
<i>s'</i>	-4	-4.277756	-4.360021	6.9438945	9.0005258	

Tabla 2.6. Caso práctico.

	Valor							
Parámetro	D 1	Obtenido	obtenido		EA <i>t</i> %			
	Real	$t_a(P)$ , hr*psi/cp	t, hr	EA $t_a(P)$ %				
$x_f(\mathrm{ft})$	77	77.25	77.9	0.003246753	0.0116883			
<i>k</i> (md)	0.088	0.095	0.075	0.079545455	0.1477273			
s'	-4.94	-5.083	-5.11	0.028947368	0.034413			

En cuanto a las fracturas de flujo uniforme y conductividad infinita, se observa que los valores calculados haciendo uso del pseudotiempo son los más aproximados a los valores simulados, a excepción del área de drene calculada con ayuda del estado pseudoestable (si el valor del punto escogido en el estado pseudoestable esta más cercano al flujo radial el cálculo del área es más preciso), sin embargo este parámetro se obtiene con mejores resultados haciendo uso del pseudotiempo de intercepción entre el flujo radial y el estado pseudoestable. En lo concerniente a la permeabilidad y al factor de daño, si el punto usado esta más cerca al flujo pseudoestable, los resultados obtenidos son mejores, debido a que estos dos parámetros son sensibles únicamente a los puntos del flujo radial.

Las fracturas de conductividad finita, al igual que para el caso anterior (fracturas de conductividad infinita y de flujo uniforme), los resultados arrojados al usar la función pseudotiempo son siempre los más cercanos al valor real o simulado, sin embargo cabe anotar que mejores resultados son obtenidos si los caudales usados no son muy grandes, esto debido a que si el caudal es grande el factor de flujo turbulento se incrementa, haciendo que se sobreestimen los valores calculados en especial el de la conductividad de fractura.

## 3. APLICACIÓN DE PSEUDOTIEMPO PARA POZOS VERTICALES DE GAS EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS UTILIZANDO LA METODOLOGIA TDS

La técnica de síntesis directa de Tiab, TDS, para pozo verticales de gas en yacimientos naturalmente fracturados se desarrolla a partir de la metodología presentada por Tiab<sup>17</sup>. Las ecuaciones presentadas en este capítulo, están desarrolladas en términos de pseudopresión y pseudotiempo, basadas en los trabajos previos de Tiab, Engler<sup>24</sup>, Ramírez y Medina<sup>5</sup>, haciendo énfasis en el desarrollo analítico de expresiones y correlaciones para líneas y puntos característicos, dado que dichos valores son de gran importancia en la determinación de parámetros del yacimiento naturalmente fracturado.

### **3.1 MODELO MATEMATICO**

El modelamiento matemático para yacimientos de gas naturalmente fracturados se desarrolla a partir de las siguientes ecuaciones adimensionales básicas.

$$m(P)_{D} = \frac{1}{2} \left[ \ln t_{Da} + 0.80908 + Ei \left( -\frac{\lambda t_{Da}}{\omega(1-\omega)} \right) - Ei \left( -\frac{\lambda t_{Da}}{1-\omega} \right) \right] + s$$
(3.1)

La función de la derivada de la Ec. 3.1, se puede expresar de manera más sencilla como:

$$\left(t_{Da} * m(P)'_{D}\right) = \frac{1}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{\lambda t_{Da}}{1 - \omega}\right) + \exp\left(-\frac{\lambda t_{Da}}{\omega(1 - \omega)}\right)\right]$$
(3.2)

Las variables adimensionales de pseudotiempo y pseudopresión fueron definidas en el capitulo anterior como:

$$t_{Da} = \left(\frac{0.0002637k}{\phi r_w^2}\right) t_a(P) \tag{2.1}$$

$$m(P)_{D} = \frac{kh(m(P_{i}) - m(P))}{1422.52q_{sc}T}$$
(2.2)

Ahora nuevas variables adimensionales son definidas así:

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Engler, T.W., "Interpretation of Pressure Test in Naturally Fractured Reservoirs by the Direct Synthesis Technique", Thesis of Doctor of Philosophy, Norman, Oklahoma, 1995.
$$\omega = \frac{\phi_2 C_2}{\phi_1 C_1 + \phi_2 C_2} \tag{3.3}$$

$$C_{D} = \frac{0.8935}{\phi c_{t} h r_{w}^{2}} C$$
(3.4)

$$\lambda = \alpha r_w^2 \frac{k_1}{k_2} \tag{3.5}$$

Donde  $\alpha$  refleja la geometría del elemento de la matriz,  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son la porosidad de la fractura y la matriz, respectivamente; o en otras palabras es el porcentaje de volumen poroso que tiene la fractura en el total del volumen (matriz y fractura).

#### 3.1.1. Líneas y Puntos Característicos

La Figura 3.1 muestra un único rasgo de característico en los gráficos logarítmicos de pseudopresión y derivada de pseudopresión contra pseudotiempo adimensional para un yacimiento de gas naturalmente fracturado. Observando esta gráfica se obtiene el siguiente análisis:

El periodo de flujo radial se identifica por una línea recta horizontal en la derivada de la Pseudopresión, aquí esta se presenta en dos segmentos, el primer segmento corresponde a la *depleción de la fractura*, seguido de un periodo de transición donde el flujo de la fractura disminuye, posteriormente un flujo dominante de la matriz hacia la fractura y el segundo segmento corresponde al comportamiento de un yacimiento homogéneo equivalente.

Una expresión para la derivada durante este tiempo es dada por:

$$(t_{Da} * m(P)'_D) = \frac{1}{2}$$
 (3.6)

Sustituyendo por las variables adimensionales y organizando, resulta una ecuación para determinar la permeabilidad de la fractura:

$$k_{2} = \frac{711.26qT}{h(t_{a}(P)*\Delta m(P)')_{r}}$$
(3.7)

Donde  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_r$ , es la derivada de la pseudopresión a un pseudotiempo determinado.

Una expresión analítica para las coordenadas mínimas puede obtenerse tomando la segunda derivada de la Ec. 3.1 e igualando el resultado a cero se tiene:

$$(t_{Da})_{\min} = \frac{\omega}{\lambda} \ln \frac{1}{\omega}$$
(3.8)

$$(t_{Da} * m(P)_D)_{\min} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \omega^{\frac{1}{(1-\omega)}} - \omega^{\frac{\omega}{(1-\omega)}} \right]$$
(3.9)

Para expresar esta ecuación universal en unidades reales, se divide el punto mínimo de la derivada de pseudopresión por el valor de la línea de flujo radial de la derivada de Pseudopresión, resultando una expresión analítica así:

$$\frac{(t_{Da}*m(P)'_D)_{\min}}{(t_{Da}*m(P)'_D)_r} = \left[1 + \omega^{\frac{1}{(1-\omega)}} - \omega^{\frac{\omega}{(1-\omega)}}\right]$$
(3.10)

A partir de la Ec.3.10, se llega a la primera correlación para determinar el coeficiente de almacenamiento adimensional,  $\omega$ , desarrollada más adelante.



Figura 3.1. Rasgos característicos de las curvas de Pseudopresión y derivadas de Pseudopresión de un yacimiento naturalmente fracturado.

### 3.1.2. Yacimiento Infinito con Almacenamiento de Pozo.

De manera muy frecuente, el almacenamiento del pozo domina los primeros tiempos de las pruebas tanto de caída como de restauración de presión; por tanto, para el análisis, los datos de presión son notablemente alterados. Dichos efectos son los que dificultan o imposibilitan el uso de métodos los convencionales para la caracterización de los yacimientos a través de pruebas de presión. Para contrarrestar esta dificultad, la teoría y aplicación de la Síntesis Directa de Tiab, TDS, ha sido extendida de yacimientos homogéneos e isotrópicos a yacimientos naturalmente fracturados.

En este capítulo se da gran importancia a la relación existente entre el almacenamiento de pozo y los efectos de las fracturas naturales; además de la duración del período de almacenamiento y su efecto en las coordenadas mínimas de la derivada.

A tiempos tempranos, las líneas de pendiente unitaria en la curva de pseudopresión y de derivada de pseudopresión caracterizan al almacenamiento del pozo y por consiguiente son aplicables a cualquier tipo de yacimiento. Cuando estas líneas son observadas la constante de almacenamiento de pozo, *C*, puede ser determinada; la ecuación de la línea recta de la curva de Pseudopresión es:

$$m(P)_D = \frac{t_{Da}}{C_D} \tag{3.11}$$

Sustituyendo por las variables dimensionales y reorganizando resulta en una expresión para la constante de almacenamiento de pozo,

$$C = 0.4189qTc_t \left(\frac{t_a(P)}{\Delta m(P)}\right)$$
(3.12)

En donde  $t_a(P)$  y  $\Delta m(P)$  están en cualquier punto sobre la línea de pendiente unitaria a Pseudotiempos tempranos. La diferencia de pseudopresión está definida como  $\Delta m(P) = m(P)_i - m(P)_{wf}$  para una prueba de caída de presión y como  $\Delta m(P) = m(P)_{ws} - m(P)_{wf}$  para una prueba de restauración de presión.

Una alternativa es la de utilizar el punto de intersección de la línea de pendiente unitaria del pseudotiempo inicial con la línea de flujo radial. Estas líneas interceptan sobre el eje x a un valor de:

$$\left(\frac{t_{Da}}{C_D}\right)_i = 0.5 \tag{3.13}$$

Reemplazando por las unidades de campo y despejando el coeficiente de almacenamiento, resulta:

$$C = \frac{khc_i t_a \left(P\right)_i}{1695} \tag{3.14}$$

1. Un gráfico semi-logarítmico, Figura 3.2, de la coordenada de la derivada de pseudopresión en el punto máximo contra  $C_D/\omega$  ilustra varios rasgos concluyentes. La línea recta del período inicial representa el comportamiento homogéneo y puede ser expresado como:

$$(t_a(P)^*m(P)'_D)_x = 0.1044 + 0.21\ln\left(\frac{C_D e^{2S}}{\omega}\right)$$
 (3.15)



Figura 3.2. Respuesta de la derivada de Pseudopresión máxima en un yacimiento naturalmente fracturado.

Nota: las correlaciones aquí mostradas solo son validas para los rangos de  $\omega$  y  $\lambda$  mostradas en el grafico.

La coordenada máxima para yacimientos naturalmente fracturados coincide con la línea para yacimientos homogéneos para valores de almacenamiento de pozo adimensional definido por:

$$C_D \le \frac{\omega}{18\lambda} \tag{3.16}$$

Normalizando la Ec. 3.15 con la línea de acción infinita de flujo radial y reemplazando las cantidades adimensionales, se obtiene una expresión para calcular  $\omega$ :

$$\frac{(t_a(P)\Delta m(P)')_x}{(t_a(P)\Delta m(P)')_r} = 0.2088 + 0.42\ln\left(\frac{0.8935Ce^{2S}}{S_T h r_w^2}\frac{1}{\omega}\right)$$
(3.17)

Después del período de transición, se observan las líneas rectas paralelas, las cuales representan el tiempo final en yacimientos homogéneos y así son independientes de  $\lambda$  y  $\omega$ . Todas las líneas se reducen a la siguiente expresión.

$$(t_a(P)^*m(P)'_D)_x = 0.1044 + 0.21\ln(C_D e^{2S})$$
(3.18)

El punto de inicio de estas líneas rectas paralelas esta dado por:

$$C_D > \frac{\log(1/\lambda)}{10\lambda} \tag{3.19}$$

Estas últimas dos (2) expresiones son más apropiadas para propósitos de verificación que para determinación. El principal inconveniente es resolver para un parámetro el cual es parte de la restricción; por ejemplo, el parámetro de flujo interporoso.

En yacimientos naturalmente fracturados el máximo en la derivada de pseudopresión se desvía de la línea recta como una función del parámetro de flujo interporoso ( $\lambda$ ). Esta desviación puede ser atribuida que la derivada de pseudopresión máxima ocurre durante el período de transición cuando la coordenada mínima está influenciada por el almacenamiento de pozo. Una relación que aproxima a  $\lambda$  durante este período está definida por la siguiente ecuación:

$$\frac{(t_a(P)^* \Delta m(P)')_x}{(t_a(P)^* \Delta m(P)')_r} = 0.7014 \log\left(\frac{1}{\lambda e^{-2S}}\right)$$
(3.20)

Tiab de su trabajo derivó un método para determinar el factor de daño de la relación de las coordenadas del punto máximo y el punto de intersección de la línea de pendiente unitaria y la línea de acción infinita. Estos puntos máximos son relacionados con el grupo  $log(C_D e^{2s})$ . Investigaciones verificaron que este procedimiento es aplicable a yacimientos naturalmente fracturados asegurando que las restricciones<sup>5</sup> definidas por la Ec. 3.16 fueran satisfechas.

La influencia del almacenamiento de pozo sobre las coordenadas mínimas de la curva de pseudopresión es de gran importancia en el análisis. Como se mostró anteriormente, gracias a este punto se tienen las bases para la determinación de  $\lambda y \omega y$  consecuentemente este valor debe ser conocido con exactitud. La dificultad entonces, radica en, si el punto mínimo es un mínimo real o un "pseudo-mínimo" como un

resultado directo del almacenamiento de pozo, ver Figura 3.3. Algunas investigaciones detalladas han demostrado que el punto mínimo no es el correcto debido al almacenamiento de pozo para todos los  $\lambda$  y  $\omega$  suministrados tal y como lo muestra en la Figura 3.4 a menos que:



**Figura 3.3** Efecto del almacenamiento de pozo sobre la derivada de presión mínima  $\omega = 0.1$ , no hay efecto de daño.

La expresión anterior se obtuvo gracias a la Figura 3.4, donde se demuestra que sólo los Pseudotiempos máximo y mínimo son requeridos para determinar si el punto mínimo es un valor real o se trata de un Pseudo-mínimo y consecuentemente saber si el análisis puede ser realizado por las técnicas descritas anteriormente, o si por el contrario necesita una aproximación diferente.



**Figura 3.4** Gráfico para la correlación del efecto de almacenamiento de pozo sobre la coordenada de tiempo mínimo, con C=0.1.

Como se observa en la Figura 3.4, cuando la relación de tiempo mínimo a máximo es menor que el límite definido en la Ec. 3.21, se evidencia un pseudo-mínimo sobre la curva de la derivada de Pseudopresión. Una inspección de la Figura 3.4 nos muestra que una correlación empírica puede ser generada durante esta región.

La expresión que describe esta correlación puede ser escrita como:

$$\frac{(t_D)_{\min}}{(t_D)_x} = 8.84538587 \left[ C_D \lambda \log(1/\lambda) \right]^{-0.1016357} - 3.1761106$$
(3.22)

Reorganizando y convirtiendo a unidades de campo suministra un método para calcular el parámetro de flujo interporoso:

$$\lambda \log(1/\lambda) = \frac{1}{C_D} \left[ \frac{1}{\left(\frac{t_a(P)_{\min}}{8.84538587t_a(P)_x} + 3.1761106\right)} \right]^{-9.839062455}$$
(3.23)

Como se muestra en la Figura 3.4 este comportamiento de la derivada de presión es de corta duración, limitado a tiempo inicial por la derivada mínima real y a tiempo final por el período de transición enmascarado por el almacenamiento de pozo.

# **3.2 CORRELACIONES EMPÍRICAS DESARROLLADAS**

Los datos que se utilizaron para hallar las correlaciones se obtuvieron generando curvas tipo mediante el uso del programa *Ecrin* v4. 02, con los siguientes datos de entrada para un yacimiento naturalmente fracturado con comportamiento Infinito:

Caudal = 3200 MPCD Tiempo = 12000 horas s' (Daño al yacimiento) = 0 Almacenamiento en el Pozo = 0 bbl/psi Presión Inicial = 4500 psia Transmisibilidad  $(k^*h) = 1300$  md-pie Espesor de la formación = 50 Pies Compresibilidad de la Formación =  $4x10^{-6}$  psi<sup>-1</sup> Yacimiento con Doble Porosidad, Estado Pseudoestable Radio del Pozo = 0.4 pies Porosidad = 15% Temperatura de Yacimiento = 220 °F Rangos de Presión:- Mínima = 14.7 psi - Máxima = 10014.7 psia - Incremento = 50 psi.

# 3.2.1 Correlaciones para Estimar el Coeficiente de Almacenaje Adimensional (*\omega*).

Para determinar una correlación empírica para hallar el Coeficiente de Almacenaje Adimensional se elabora una Gráfica donde en el eje "X" se ubica el cociente entre los valores de las derivadas adimensionales de los puntos mínimos y el valor de la derivada adimensional en el flujo radial; en el eje "Y" el coeficiente de almacenaje adimensional, los datos del procedimiento anterior se exportaron al programa *Table Curve 2D*, el cual ajusta una línea de tendencia a los valores tabulados y determina la ecuación que mejor describe el comportamiento de dicha línea como se visualiza en la siguiente gráfica:



**Figura 3.5**. Gráfico de la línea de tendencia que arroja una ecuación para determinar  $\omega$ .  $0.01 \le \omega \le 0.1$ 

La correlación hallada con base en el procedimiento anterior es la siguiente:

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} \mathcal{C} \underbrace{\frac{\left(t_a(P)^* \Delta m(P)'\right)_{\min}}{\left(t_a(P)^* \Delta m(P)'\right)_r}}_{0.30499673} - 5.6810 \times 10^{-2}$$
(3.24)

Esta correlación es válida para un rango de  $0.01 \le \omega \le 0.1$  con un margen de error menor al 3 %.

Para comprobar la validez y exactitud de las anteriores correlaciones con las cuales se obtiene ( $\omega$ ), se realizaron cuatro pruebas con diferentes ( $\lambda$ ) como se ilustra en la tabla A2 (Anexos). Al graficar los datos de las tablas anteriores en una misma gráfica, se observa que son curvas iguales lo que indica que la correlación es válida para diversos ( $\lambda$ ), ver Figura A1. Anexos.

Otros métodos para hallar el coeficiente de almacenaje ( $\omega$ ), es tomando el tiempo final de la primera línea recta horizontal y el tiempo de comienzo de la segunda línea recta horizontal de la curva de derivada de la presión,  $(t_{Da})_{re1}$  y  $(t_{Da})_{rb2}$  El primer método consiste en estimar directamente el coeficiente de almacenaje ( $\omega$ ), con base en el tiempo de fin de la primera línea recta horizontal. La Figura A2 (Anexos), muestra la línea de tendencia de los puntos graficados, para diferentes ( $\omega$ ) con un valor fijo de ( $\lambda$ ). La correlación que describe el comportamiento de esta línea se muestra a continuación:

$$\frac{1}{\omega} = 7.7534 + 2.8965 \times 10^{12} \left( \frac{\phi r_w^2}{k t_a \left( P \right)_{re1}} \right)^{1.5}$$
(3.25)

Para determinar los diferentes valores de  $(t_{Da})_{re1}$ , se utiliza la Figura 3.6.

El rango utilizado para hallar la correlación es para  $0.01 \le \omega \le 0.1$ , con un porcentaje de error menor al 3%.

El segundo método para calcular el coeficiente de almacenaje ( $\omega$ ) consiste en tomar los tiempos mínimos y dividirlos por el tiempo del comienzo de la segunda línea de flujo radial, se realiza Figura A3 (Anexos), la cual muestra una línea de tenencia cuya correlación que la describe es:

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left( \frac{(t_a(P))_m}{(t_a(P))_{rb2}} \right) - 80.1835 \left( \frac{(t_a(P))_m}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^2$$

$$+3.5730 \times 10^3 \left( \frac{(t_a(P))_m}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^3 - 3.9119 \times 10^4 \left( \frac{(t_a(P))_m}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^4$$

$$(3.26)$$

En esta correlación se tomó el mismo rango de  $0.01 \le \omega \le 0.1$ , con un porcentaje de error menor al 3 %. Como el tiempo del comienzo de la segunda línea horizontal es igual para los diferentes ( $\omega$ ), se toma de la gráfica 4, el tiempo:  $(t_{Da})_{rb2} = 6.03 \times 10^7$ .



**igura 3.6**. Presiones y Derivadas de presión adimensional con un valor fijo de  $\lambda = 1 \times 10^{-7}$ , y diferentes valores de  $\omega$ 

## **3.2.2** Correlaciones para Determinar el Parámetro de Flujo Interporoso (λ).

Para la obtención de estas correlaciones se simularon pruebas con los mismos datos de entrada que se usaron para la determinación del coeficiente de almacenaje adimensional, en este caso sin embargo se fijó el coeficiente de almacenaje ( $\omega$ ) y se varió el parámetro de flujo interporoso ( $\lambda$ ), como lo muestra la Figura 3.7; donde se observa que la derivada de la Pseudopresión adimensional mínima es igual para diferentes ( $\lambda$ ), pero el pseudotiempo adimensional mínimo aumenta a medida que ( $\lambda$ ) se hace menor.

Con base en lo anterior se obtiene una correlación para hallar ( $\lambda$ ) tomando como estudio las coordenadas del punto mínimo.

En la Figura A4 (Anexos), se observa la línea de tendencia que ajusta los puntos que han sido resultado de graficar ( $\lambda$ ) vs. el cociente de la derivada de la Pseudopresión adimensional mínima y el pseudotiempo adimensional mínimo.

En unidades de campo, la correlación que describe esta línea es:

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min} - 3.1769 \times 10^7 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^9 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^3 - 2.5071 \times 10^{-26} \left( \frac{qT}{h\phi r_w^2} \right)^2 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P) * \Delta m(P)'} \right)_{\min}^2$$
(3.27)

Esta correlación se determinó para un rango  $1 \times 10^{-4} \le \lambda \le 1 \times 10^{-8}$ , con menos del 6 % de error.

Una de las características más determinantes de las gráficas de pseudopresión y derivada de pseudopresión que arroja la simulación de un yacimiento de gas naturalmente fracturado, es la pendiente unitaria que identifica el periodo de transición, lo que indica que existe un régimen de flujo pseudoestable. En la Figura 3.8 se muestra el punto de intersección entre la línea de flujo radial y la línea de pendiente unitaria del periodo de transición, el cual fue de utilidad para obtener una segunda correlación para la estimación de  $(\lambda)$ .

En esta figura se muestra la derivada de la presión solo para un valor de  $(\lambda)$  y  $(\omega)$  sin embargo cabe aclarar que la correlación se determinó para varios parámetros de flujo interporoso  $(\lambda)$ , los datos obtenidos se presentan en la Tabla A5 anexos.

Al graficar  $(\lambda)$  vs. el cociente de las coordenadas del punto de intersección, se obtienen los puntos a los que ajusta una línea de tendencia la cual la describe la siguiente correlación:



**Figura 3.7.** Pseudopresión y Derivada de Pseudopresión con un valor fijo de  $\omega$ , y diferentes  $\lambda$ 



**Figura 3.8**. Derivada de la Pseudopresión donde se visualiza el punto de intersección entre la línea de flujo radial y la línea de pendiente unitaria.

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^5 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^2 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^2 + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^3$$
(3.28)

El rango para ( $\lambda$ ) utilizado es el mismo que para la correlación anterior, cabe aclarar que en este caso para ( $\omega$ ) mayores a 0.5 lambda será sobre estimado; el porcentaje de error al usar esta correlación es del 3 %.

Tiab et al<sup>25</sup> desarrollo una ecuación analítica para hallar el parámetro de flujo interporoso  $(\lambda)$ :

# 3.2.3. Formulación de una Ecuación Analítica para hallar el Parámetro de Flujo Interporoso ( $\lambda$ )

En el análisis de yacimientos naturalmente fracturados, los parámetros adimensionales  $\lambda$  y  $\omega$  se expresan en forma matemática como se habían mencionado antes:

$$\omega = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_t} = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m}$$
(3.3)

$$\lambda = \alpha \frac{k_m}{k_f} \frac{r_w^2}{x_m^2}$$
(3.5)

Donde el parámetro geométrico,  $\alpha$ , está definido como:

$$\alpha = 4n(n+2) \tag{3.29}$$

Donde *n* es 1, 2 ó 3 para modelos de estratos, fósforos y cubos, respectivamente.

En un gráfico de pseudopresión vs.  $\log(t_a(P)+\Delta t_a(P))/\Delta t_a(P)$  deberían observarse dos rectas paralelas. La primera línea recta puede usarse para estimar el producto total  $k_{fb}h$  y el factor de daño mediante el método convencional de Horner. La distancia vertical entra las dos líneas rectas,  $\partial P$ , se usa para estimar $\omega$ :

$$\omega = \exp\left(-2.303\frac{\partial P}{m}\right) \tag{3.30}$$

La solución de la presión adimensional y su derivada en la cara del pozo para un sistema infinito es:

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> **Tiab, Djebbar** /The University of Oklahoma y **Escobar, F.H**./Universidad Surcolombiana: "Determinación del parámetro de flujo interporoso por medio de un gráfico semilogarítmico".

$$P_D = \frac{1}{2} \left[ \ln t_{Da} + 0.80908 + Ei \left( -\frac{\lambda t_{Da}}{\omega(1-\omega)} \right) - Ei \left( -\frac{\lambda t_{Da}}{1-\omega} \right) \right] + s$$
(3.31)

$$t_{Da} * P_{D}' = \frac{1}{2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\lambda t_{Da}}{1 - \omega}\right) + \exp\left(-\frac{\lambda t_{Da}}{\omega(1 - \omega)}\right) \right]$$
(3.32)

La segunda derivada de la presión adimensional es:

$$(t_{Da} * P_D')' = \frac{\lambda}{(1-\omega)} \left[ \frac{1}{\omega} \exp\left(-\frac{\lambda t_{Da}}{\omega(1-\omega)}\right) - \exp\left(-\frac{\lambda t_{Da}}{1-\omega}\right) \right]$$
(3.33)

En yacimientos naturalmente fracturados, se observa un punto característico mínimo en el gráfico de la derivada, este mínimo ocurre en el punto en que la segunda derivada se hace cero,  $(t_{Da}*\Delta m(P)'_D) = 0$ . El pseudotiempo adimensional al cual este punto toma lugar se expresa como:

$$t_{Damin} = \frac{\omega}{\lambda} \left[ \omega \ln\left(\frac{1}{\omega}\right) \right]$$
(3.34)

En un gráfico semilog de presión vs. pseudotiempo de cierre, también conocido como gráfico Horner, este punto mínimo corresponde al punto de inflexión durante la porción de transición de la curva. Por tanto, la Ec. 3.34 puede ser expresada como:

$$t_{Dainf} = \frac{\omega}{\lambda} \left[ \omega \ln\left(\frac{1}{\omega}\right) \right]$$
(3.35)

Así el pseudotiempo adimensional está definido por:

$$t_{Da} = \frac{0.0002637k_{fb}\Delta t_a(P)}{(\phi)_{f+m}r_w^2}$$
(3.36)

Combinando la Ec. 3.35 con la Ec. 3.36 y despejando $\lambda$ , se obtiene una nueva ecuación:

$$\lambda = \frac{3792.2(\phi)_{f+m} \omega r_w^2}{k_{fb} \Delta t_a(P)_{inf}} \left[ \omega \ln\left(\frac{1}{\omega}\right) \right]$$
(3.37)

La Ec. 3.37 usa la permeabilidad del sistema,  $k_{fb}$ , la cual se obtiene de la pendiente del gráfico semilog por medio de la siguiente expressión:

$$k_{fb} = \frac{162.6q\,\mu B}{mh} \tag{3.38}$$

 $\Delta t_a(P)_{inf}$  puede leerse directamente del punto de inflexión encontrado en un gráfico semilog de la pseudopresión vs. pseudotiempo de prueba. Cuando se use un gráfico Horner, el pseudotiempo Horner correspondiente a la inflexión,  $(H_T)_{inf}$ , se lee y seguidamente se convierte a pseudotiempo de inflexión mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta t_a(P)_{\rm inf} = \frac{t_a(P)_p}{(H_T)_{\rm inf} - 1}$$
(3.39)

Cuando el punto de transición no está bien definido, entonces, la derivada de presión podría usarse para identificar mejor este punto el cual está indicado por un punto mínimo con coordenadas  $t_a(P)_{min}$ ,  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_{min}$ . El pseudotiempo al cual este punto mínimo toma lugar corresponde al punto de inflexión y puede usarse en la Ec. 3.37 para estimar $\lambda$ . Sin embargo, la Ec. 3.40 se utiliza para calcular  $\lambda$  por medio de la *TDS*:

$$\lambda = \frac{3792.2(\phi)_{f+m} \omega r_w^2}{k_{fb} t_a(P)_{\min}} \left[ \omega \ln\left(\frac{1}{\omega}\right) \right]$$
(3.40)

Por inspección de varias curvas tipo de presión y derivada de presión en yacimientos naturalmente fracturados, el mínimo punto ocurre en un punto intermedio entre el fin de la primera línea radial y el comienzo de la segunda. En otras palabras, en un gráfico semilog el punto de inflexión podría determinarse determinado el fin de la primera línea recta,  $t_a(P)_{re1}$ , y el comienzo de la segunda línea recta paralela,  $t_a(P)_{rb2}$ . Esto es cierto solo si la primera línea recta no está enmascarada por efectos de almacenamiento.

#### **Procedimientos Paso a Paso**

#### **Yacimientos Naturalmente Fracturados**

**Paso 1:** Estime  $t_a(P)$ ,  $\Delta m(P)$  y ( $t_a(P)^*\Delta m(P)^*$ ). Realice un gráfico logarítmico de  $\Delta m(P)$  y ( $t_a(P)^*\Delta m(P)^*$ ) vs.  $t_a(P)$  y trace las líneas rectas necesarias (almacenamiento, radial y periodo de transición).

**Paso 2:** Leer  $t_a(P)_{min}$  y  $t_a(P)_x$  posteriormente comprobar que el almacenamiento no afecte las coordenadas del punto mínimo con la Ec. 3.21.

**Paso 3:** Leer en el segundo periodo de flujo radial  $(t_a(P)^*\Delta m(P)^*)_r$  y calcular la permeabilidad con la Ec. 3.7.

**Paso 4:** Leer del gráfico  $t_a(P)_i$ , calcular la constante de almacenamiento dimensional con la Ec. 3.14 y en forma adimensional con la Ec. 3.4.

**Paso 5:** Leer del gráfico los puntos característicos  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_r$ ,  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min}$ ,  $t_a(P)_{rel}$ ,  $t_a(P)_{rb2}$  y  $t_a(P)_{min}$ , requeridos para calcular el coeficiente de almacenaje a través de las correlaciones propuestas, 3.24, 3.25 y 3.26.

**Paso 6:** Leer del gráfico los puntos característicos  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min}$ ,  $(t_a(P)^*\Delta m(P)')_{us,i}$ ,  $t_a(P)_{min}$  y  $t_a(P)_{us,i}$ , requeridos para calcular el parámetro de flujo interporoso través de las correlaciones propuestas, 3.27 y 3.28.

Paso 7: Calcular el factor de daño aparente con la ecuación Ec. 2.26.

# 3.3. ANÁLISIS DE GRÁFICAS GENERADAS

La Figura 3.9, es un gráfico en el cual se observa una variación en las curvas de  $\Delta m(P)$  a tiempos tempranos; esta variación indica que durante este periodo de tiempo solo la fractura aporta fluido al pozo. Por otra parte se observa que la caída de presión  $\Delta m(P)$  es inversamente proporcional al coeficiente de almacenaje ( $\omega$ ), ésto, debido principalmente a que, si existe poco almacenamiento de fluido en la fractura ( $\omega$  altos), la presión en el fondo fluyente ( $P_{wf}$ ) será menor que si se presenta gran almacenamiento en la fractura ( $\omega$  bajos). Por último en este grafico se observa como a tiempos tardíos el  $\Delta m(P)$  no varía para los diferentes coeficientes de almacenaje, ésto debido a que en estos tiempos el yacimiento se comporta como si fuera un yacimiento homogéneo y el aporte de fluidos al pozo se dará de la misma manera, es decir, matriz y la fractura se convierten en una matriz equivalente homogénea.

La Figura 3.10, es un gráfico de pseudopresión y derivada de pseudopresión, en el cual se muestra la variación de ( $\omega$ ), y cuyos valores son grandes grandes, por esta razón la curva de la derivada presenta en su periodo de transición una disminución en su profundidad a medida que este se hace mayor, hasta el punto de presentarse una línea recta horizontal ( $\omega = 1$ ), lo cual se identifica como un yacimiento homogéneo.

En La Figura 3.11, se muestra un grafico en el cual el coeficiente de almacenamiento  $(\omega)$ , usado, varía entre un rango de valores bajos  $1 \times 10^{-9} \le \omega \le 1 \times 10^{-3}$ ; en este se observa como la curva de la derivada se desborda (se desvía de su comportamiento normal), a medida que  $(\omega)$  se hace menor, lo que indica que no es apropiado proponer un valor en este rango, y en el caso de que este fuera obtenido se podría concluir que el resultado es erróneo y no aporta ningún dato característico, para la descripción del yacimiento. De igual modo se observa que a medida que los datos de  $(\omega)$  se acercan a valores por el orden de  $1 \times 10^{-3}$  los resultados se aproximan al comportamiento normal de la curva de la derivada.

La Figura 3.12, muestra un grafico que al igual que en la Figura 3.9 se observa una variación en las curvas de  $\Delta m(P)$  a tiempos tempranos; esta variación igualmente indica que durante este periodo de tiempo solo la fractura aporta fluido al pozo. Por otra parte también se observa que la caída de presión  $\Delta m(P)$  es inversamente proporcional al parámetro de flujo interporoso ( $\lambda$ ), esto, debido principalmente a que, si ( $\lambda$ ) es grande muestra que la fractura se depleta rápidamente, lo que ocasiona que la presión en el fondo fluyente ( $P_{wf}$ ) sea menor que si la fractura se depleta lentamente ( $\lambda$  bajos). Por último en este grafico se observa como a medida que ( $\lambda$ ) se hace pequeño la curva de la derivada se desplaza hacia la derecha, lo que también quiere decir que la fractura posee una k<sub>f</sub> grande y su capacidad de transferencia de masa es igualmente grande.



**Figura 3.9.** Variación del  $\Delta m(P)$  en tiempo temprano, y variación de  $\omega$ 



**Figura 3.10.** Coeficientes de Almacenamiento Adimensional con valores de  $0.2 \le \omega \le 0.9$  y un valor fijo de  $\lambda = 1 \times 10^{-7}$ 



**Figura 3.11.** Coeficientes de Almacenamiento Adimensional con valores  $1X10^{-9} \le \omega \le 1X10^{-3}$  y un valor fijo de  $\lambda = 1X10^{-7}$ 



**Figura 3.12.** Variación del  $\Delta m(P)$  en tiempo temprano, y variación de  $\lambda$ .

Para realizar la Figura 3.13, se fijó el valor de  $(\omega)$  y se varía el  $(\lambda)$ , en este grafico se observa que los valores para el parámetro de flujo interporoso son altos por lo que por una parte, el régimen de flujo radial temprano se hace ausente lo que significa que es mayor la transferencia de fluido de la matriz a la fractura; y por otra parte se observa como al hacerse aún mayor el parámetro de flujo interporoso, no se visualizan los rasgos principales de un yacimiento naturalmente fracturado, lo que indica que el yacimiento se comporta como homogéneo.

En la Figura 3.14, se utilizan rangos de parámetros de flujo interporoso bajos, es decir, que la permeabilidad de la fractura es poca y la transferencia de fluido de la matriz a la fractura también, por lo que esta tarda mucho más tiempo en depletarse llegando al caso de no observarse el periodo de transición ni producirse el segundo segmento de flujo radial.



**ura 3.13.** Parámetros de flujo Interporoso con valores de  $0.001 \le \lambda \le 0.1$  y  $\omega = 0.01$ 



**Figura 3.14.** Parámetros de flujo Interporoso con valores de  $1X10^{-9} \le \lambda \le 1X10^{-13}$  y  $\omega = 0.001$ 

# 3.4. VERIFICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

En la validación del modelo matemático desarrollado, para analizar y caracterizar yacimientos de gas naturalmente fracturados haciendo uso de la función pseudotiempo en la técnica TDS, se resolvieron pruebas simuladas; los resultados obtenidos se compararon con los valores reales y con los valores arrojados al emplear tiempo riguroso. Cabe anotar que para todos los casos el valor de Z se consideró uno (1)

Las pruebas se fueron simuladas en el software Ecrin v4.02, la obtención del pseudotiempo se hizo con el programa Pseudopressure & Pseudotime y la derivada de la pseudopresión con el pseudotiempo de hallo a través del programa de computador TDST vr 3.12.b.

# **Ejercicio 3.1**

En un yacimiento infinito de gas naturalmente facturado con un pozo vertical centrado, se corrió una prueba de declinación de presión con el fin de analizar con especial atención el coeficiente de almacenaje y el parámetro de flujo interporoso. Los datos del fluido y del yacimiento se dan a continuación.

$\mu_g = 0.0310789 \text{ cp}$	$q_g$ =6000 Mscf/D
$c_t = 7.94536 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$	T= 710 °R
φ (%) =20	<i>h</i> =100 ft
$r_{w} = 0.6 \text{ ft}$	$P_i = 7000 \text{ Psia}$

Los parámetros de referencia son:  $k = 50 \text{ md}, \quad \lambda = 1 \times 10^{-7}, \quad \omega = 0.05, \quad s' = 0, \quad C = 0$ 

# Solución

**Paso 1:** Ver Tabla 3.1 y Figura 3.15

Paso 2: En este caso no hay almacenamiento.

# Paso 3: $(t_a(P) * \Delta m(P)')_r = 637082.6886 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$ $k_2 = \frac{711.26qT}{h(t_a(p) * \Delta m(p)')_r} = \frac{711.26 * 710 * 6000}{100 * 637082.6886}$

 $k_2 = 47.56 \text{ md}$ 

Paso 4: En este caso no hay almacenamiento.

Paso 5:

$$(t_a(P) * \Delta m(P)')_{\min} = 132739.7325 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 8389609.9968 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

$$(t_a(P))_{re1} = 57669.5743 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{rb2} = 319645590.3 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

Usando la **Ec. (3.24)** 

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{(t_a(p)^* \Delta m(p)')_{\min}}{(t_a(p)^* \Delta m(p)')_r}\right)}{0.30499673}} - 5.6810 \times 10^{-2}$$

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{132739.7325}{12629134.3667}\right)}{0.30499673}} - 5.6810 \times 10^{-2}$$

 $\omega = 0.04978398$ 

Usando la **Ec. (3.25)** 

$$\frac{1}{\omega} = 7.7534 + 2.8965 \times 10^{12} \left( \frac{\phi r_w^2}{k t_a (p)_{rel}} \right)^{1.5}$$

$$\omega = \frac{1}{7.7534 + 2.8965 \times 10^{12} \left(\frac{0.2 * 0.6^2}{47.56 * 57669.5743}\right)^{1.5}}$$
  
$$\omega = 0.04981871$$

Usando la Ec. (3.26)

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left( \frac{\left( t_a(P) \right)_{\min}}{\left( t_a(P) \right)_{rb2}} \right) - 80.1835 \left( \frac{\left( t_a(P) \right)_{\min}}{\left( t_a(P) \right)_{rb2}} \right)^2 + 3.5730 \times 10^3 \left( \frac{\left( t_a(P) \right)_{\min}}{\left( t_a(P) \right)_{rb2}} \right)^3 - 3.9119 \times 10^4 \left( \frac{\left( t_a(P) \right)_{\min}}{\left( t_a(P) \right)_{rb2}} \right)^4$$

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left(\frac{8389609.9968}{319645590.3}\right) - 80.1835 \left(\frac{8389609.9968}{319645590.3}\right)^2 + 3.5730 \times 10^3 \left(\frac{8389609.9968}{319645590.3}\right)^3 - 3.9119 \times 10^4 \left(\frac{8389609.9968}{319645590.3}\right)^4$$

 $\omega = 0.04982332$ 

Paso 6:

$$(t_a(P)*\Delta m(P)')_{\min} = 132739.7325 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 8389609.9968 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
$$(t_a(P)*\Delta m(P)')_{us,i} = 637082.6886 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{us,i} = 78056581.0339 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

Usando la **Ec. (3.27)** 

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min} - 3.1769 \times 10^7 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^9 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^3 - 2.5071 \times 10^{-26} \left( \frac{qT}{h\phi r_w^2} \right)^2 \left( \frac{t_a(P)}{t_a(P) * \Delta m(P)'} \right)_{\min}^2$$

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{100 \times 0.2 \times 0.6^{2}}{6000 \times 710} \left(\frac{132739.7325}{8389609.9968}\right)_{\min} - 3.1769 \times 10^{7} \left(\frac{100 \times 0.2 \times 0.6^{2}}{6000 \times 710}\right)^{2.5} \left(\frac{132739.7325}{8389609.9968}\right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^{9} \left(\frac{100 \times 0.2 \times 0.6^{2}}{6000 \times 710}\right)^{3} \left(\frac{132739.7325}{8389609.9968}\right)_{\min}^{3} - 2.5071 \times 10^{-26} \left(\frac{6000 \times 710}{100 \times 0.2 \times 0.6^{2}}\right)^{2} \left(\frac{8389609.9968}{132739.7325}\right)_{\min}^{2}$$

 $\lambda = 1.1124 \times 10^{-7}$ 

Usando la **Ec. (3.28)** 

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^5 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^2 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^2 + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^3$$

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{100 \times 0.2 \times 0.6^{2}}{6000 \times 710} \left( \frac{637082.6886}{78056581.0339} \right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^{5} \left( \frac{100 \times 0.2 \times 0.6^{2}}{6000 \times 710} \right)^{2} \left( \frac{637082.6886}{78056581.0339} \right)_{us,i}^{2} + 2.7210 \times 10^{8} \left( \frac{100 \times 0.2 \times 0.6^{2}}{6000 \times 710} \right)^{2.5} \left( \frac{637082.6886}{78056581.0339} \right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left( \frac{100 \times 0.2 \times 0.6^{2}}{6000 \times 710} \right)^{3} \left( \frac{637082.6886}{78056581.0339} \right)_{us,i}^{3}$$

 $\lambda = 7.573 \times 10^{-8}$  **Paso 7:** 

$$(t_a(P)^* \Delta m(P)')_r = 637082.6886 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_r = 951178425.3987 \frac{\text{hr}^*\text{psi}}{\text{cp}}$$
  
 $(\Delta m(P)')_r = 12629134.3667 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$ 

$$s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(p)_r}{\left(t_a(P)^* \Delta m(p)'\right)_r} - \ln\left(\frac{kt_a(P)_r}{\phi r_w^2}\right) + 7.43 \right]$$
$$s' = 0.5 \left[ \frac{12629134.3667}{637082.6886} - \ln\left(\frac{47.56^*951178425.3987}{0.2^*0.6^2}\right) + 7.43 \right]$$

*s*' = 0.04354457

Tabla 3.1. Datos de pseudopresión y derivada de pseudopresión, ejercicio 3.1

$t_a(P)$	$\Delta m(P)$	$t_a(P)^*\Delta m(P)'$	$t_a(P)$	$\Delta m(P)$	$t_a(P)^*\Delta m(P)'$
hr-psi/cp	Psi <sup>2</sup> /cp	Psi <sup>2</sup> /cp	hr-psi/cp	Psi <sup>2</sup> /cp	Psi <sup>2</sup> /cp
0	0	1	343000.91	9483654	571318.139
8577.41	7173644	667717.802	384802.52	9549197	562994.492
12860.85	7434405	662285.392	431705.38	9613755	553827.609
17140.57	7619139	653496.604	484332.02	9677227	543742.384
21420.44	7762213	641152.288	543380.9	9739505	532648.445
25700.45	7878938	645375.956	609635.76	9800473	520496.39
29980.55	7977479	641424.354	683975.94	9860010	507243.137
34260.75	8062712	638891.137	767388.1	9917986	492894.136
38541.02	8137780	638604.963	860979.28	9974267	477434.638
43241.54	8211042	635739.342	965991.62	10028710	460845.119
48515.71	8284177	634525.266	1084143.52	10081250	443071.82
54433.52	8357169	633524.254	1216845.72	10131690	424175.288
61069.37	8430002	631870.913	1365741.69	10179870	404237.803
68510.39	8502657	630161.279	1532807.48	10225660	383352.693
76859.48	8575113	628284.041	1720260.25	10268940	361707.578
108532.7	8791039	621105.529	2431372.13	10382780	293951.097
121765.98	8862436	618095.172	2728474.86	10415230	271291.69
136614.2	8933487	614753.022	3061831.92	10444940	249163.132
153274.45	9004152	611043.527	3435867.08	10471990	227946.536
171967.85	9074387	606933.035	3855543.86	10496490	208042.277
192942.52	9144144	602403.185	4326431.42	10518630	189840.232
216476.86	9213367	597405.782	4854778.44	10538640	173716.004
242883.22	9281999	591850.448	5447596.09	10556790	159995.971
272512.11	9349973	585685.868	6112751.02	10573420	148958.502
305745.74	9417217	578858.762	6859069.82	10588880	140810.226



Figura 3.15. Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 3.1

# Ejercicio 3.2

En un yacimiento infinito de gas naturalmente facturado con un pozo centrado se corrió una prueba de declinación de presión con el fin de analizar con especial atención el coeficiente de almacenaje y el parámetro de flujo interporoso. Los datos del fluido y del yacimiento se dan a continuación.

 $\mu_g = 0.023534 \text{ cp}$  $q_g = 4300 \text{ Mscf/D}$  $c_t = 1.91001 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$ T = 660 °R $\phi$  (%) =7h=80 ft $r_w = 0.5 \text{ ft}$  $P_i = 4000 \text{ Psia}$ 

Los parámetros de referencia son: k = 30 md,  $\lambda = 1 \times 10^{-7}$ ,  $\omega = 0.02$ , s' = -0.9, C = 0.9

# Solución

**Paso 1:** Ver Figura 3.16

#### Paso 2:

$$(t_a(P))_{\min} = 2130917.6209 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_x = 50571.1309 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
  
 $\frac{(t_{Da})_{\min}}{(t_{Da})_x} \ge 15.0$ 

$$\frac{(t_{Da})_{\min}}{(t_{Da})_{x}} = \frac{2130917.6209}{50571.1309} = 42.1370371$$

#### $42.1370371 \ge 15$

Como el valor anteriormente calculado es mayor que 15, se concluye que el punto mínimo no está afectado por el almacenamiento

#### Paso 3:

$$(t_a(P)^* \Delta m(P)')_r = 914908.2407 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$

$$k_2 = \frac{711.26qT}{h(t_a(p)^* \Delta m(p)')_r} = \frac{711.26^* 660^* 4300}{80^* 914908.2407}$$

 $k_2 = 27.58 \text{ md}$ 

Paso 4:

$$(t_a(P))_i = 3615.7921 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$
  
 $C = \frac{khc_i t_a(P)_i}{1695}$   
 $C = \frac{27.58 * 80 * 1.91001 \times 10^{-4} 3615.7921}{1695}$ 

*C* = 0.89894398 bbl/psi

# Paso 5:

$$(t_a(P) * \Delta m(P)')_{\min} = 100991.9021 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 2130917.6209 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

$$(t_a(P))_{rb2} = 152393540.1866 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

Usando la **Ec. (3.24)** 

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{(t_a(P)^* \Delta m(P)')_{\min}}{(t_a(P)^* \Delta m(P)')_r}\right)}{0.30499673}} - 5.6810 \times 10^{-2}$$

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{100991.9021}{914908.2407}\right)}{0.30499673}} - 5.6810 \times 10^{-2}$$
  
$$\omega = 0.02049879$$

Usando la **Ec. (3.25)** 

$$\frac{1}{\omega} = 7.7534 + 2.8965 \times 10^{12} \left(\frac{\phi r_w^2}{k t_a (P)_{re1}}\right)^{1.5}$$

En este caso el almacenamiento oculta la presencia del primer flujo radial, por lo cual esta correlación no se aplica en este ejercicio

Usando la Ec. (3.26)

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left( \frac{\left( t_a(P) \right)_{\min}}{\left( t_a(P) \right)_{rb2}} \right) - 80.1835 \left( \frac{\left( t_a(P) \right)_{\min}}{\left( t_a(P) \right)_{rb2}} \right)^2 + 3.5730 \times 10^3 \left( \frac{\left( t_a(P) \right)_{\min}}{\left( t_a(P) \right)_{rb2}} \right)^3 - 3.9119 \times 10^4 \left( \frac{\left( t_a(P) \right)_{\min}}{\left( t_a(P) \right)_{rb2}} \right)^4$$

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left(\frac{2130917.6209}{152393540.1866}\right) - 80.1835 \left(\frac{2130917.6209}{152393540.1866}\right)^2 + 3.5730 \times 10^3 \left(\frac{2130917.6209}{152393540.1866}\right)^3 - 3.9119 \times 10^4 \left(\frac{2130917.6209}{152393540.1866}\right)^4$$

 $\omega = 0.01982502$ 

Paso 6:

$$(t_a(P)*\Delta m(P)')_{\min} = 100991.9021 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 2130917.6209 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
  
 $(t_a(P)*\Delta m(P)')_{us,i} = 914908.2407 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{us,i} = 25011527.6858 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$ 

Usando la **Ec. (3.27)** 

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min} - 3.1769 \times 10^7 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^9 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^3 - 2.5071 \times 10^{-26} \left( \frac{qT}{h\phi r_w^2} \right)^2 \left( \frac{t_a(P)}{t_a(P) * \Delta m(P)'} \right)_{\min}^2$$

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{80 \times 0.07 \times 0.5^{2}}{4300 \times 660} \left(\frac{100991.9021}{2130917.6209}\right)_{\min} - 3.1769 \times 10^{7} \left(\frac{80 \times 0.07 \times 0.5^{2}}{4300 \times 660}\right)^{2.5} \left(\frac{100991.9021}{2130917.6209}\right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^{9} \left(\frac{80 \times 0.07 \times 0.5^{2}}{4300 \times 660}\right)^{3} \left(\frac{100991.9021}{2130917.6209}\right)_{\min}^{3} - 2.5071 \times 10^{-26} \left(\frac{4300 \times 660}{8 \times 0.07 \times 0.5^{2}}\right)^{2} \left(\frac{2130917.6209}{100991.9021}\right)_{\min}^{2}$$

 $\lambda = 9.721 \times 10^{-8}$ 

Usando la **Ec. (3.28)** 

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^5 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^2 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^2 + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^3$$

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{80 * 0.07 * 0.5^{2}}{4300 * 660} \left(\frac{914908.2407}{25445527.6858}\right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^{5} \left(\frac{80 * 0.07 * 0.5^{2}}{4300 * 660}\right)^{2} \left(\frac{914908.2407}{25445527.6858}\right)_{us,i}^{2} + 2.7210 \times 10^{8} \left(\frac{80 * 0.07 * 0.5^{2}}{4300 * 660}\right)^{2.5} \left(\frac{914908.2407}{25445527.6858}\right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left(\frac{80 * 0.07 * 0.5^{2}}{4300 * 660}\right)^{3} \left(\frac{914908.2407}{25445527.6858}\right)_{us,i}^{3}$$

 $\lambda = 9.7355 \times 10^{-8}$ 

Paso 7:

$$(t_a(P)^* \Delta m(P)')_r = 914908.2407 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_r = 111014049.1782 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
  
 $(\Delta m(P)')_r = 15040528.7402 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$ 

$$s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(p)_r}{(t_a(P)^* \Delta m(p)')_r} - \ln\left(\frac{kt_a(P)_r}{\phi r_w^2}\right) + 7.43 \right]$$

$$\left[ 150405287402 - (2758*1110140491782) \right]$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{15040528.7402}{914908.2407} - \ln \left( \frac{27.58*111014049.1782}{0.07*0.5^2} \right) + 7.43 \right]$$

s' = -1.00918964



Figura 3.16. Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 3.2
## **Ejercicio 3.3**

En un yacimiento infinito de gas naturalmente facturado con un pozo centrado se corrió una prueba de declinación de presión con el fin de analizar con especial atención el coeficiente de almacenaje y el parámetro de flujo interporoso. Los datos del fluido y del yacimiento se dan a continuación.

μ <sub>g</sub> =0.029867 cp	$q_g$ =5000 Mscf/D
c <sub>t</sub> =8.59747x10 <sup>-5</sup> psi <sup>-1</sup>	T= 760 °R
<i>φ</i> (%) =10	<i>h</i> =120 ft
$r_w = 0.3 \text{ft}$	$P_i = 7000 \text{ Psia}$

Los parámetros de referencia son: k = 25 md,  $\lambda = 1 \times 10^{-8}$ ,  $\omega = 0.01$ , s' = 0, C = 1

### Solución

**Paso 1:** Ver Figura 3.17

#### Paso 2:

$$(t_a(P))_{\min} = 7152855.1 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_x = 126741.4551 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
  
 $\frac{(t_{Da})_{\min}}{(t_{Da})_x} \ge 15.0$ 

$$\frac{(t_{Da})_{\min}}{(t_{Da})_{x}} = \frac{7152855.1}{126741.4551} = 42.1370371$$

#### 42.1370371≥15

Como el valor anteriormente calculado es mayor que 15, se concluye que el punto mínimo no está afectado por el almacenamiento

#### Paso 3:

$$\left(t_{a}(P) * \Delta m(P)'\right)_{r} = 968309.0392 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$
$$k_{2} = \frac{711.26qT}{h(t_{a}(p) * \Delta m(p)')_{r}} = \frac{711.26 * 760 * 5000}{120 * 968309.0392}$$

 $k_2 = 23.26 \text{ md}$ 

# Paso 4:

$$(t_a(P))_i = 7153.718 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$
  
 $C = \frac{khc_i t_a(P)_i}{1695}$   
 $C = \frac{23.26*120*8.59747 \times 10^{-5}*7153.718}{1695}$ 

*C* = 1.01281653 bbl/psi

# Paso 5:

$$(t_a(P)^* \Delta m(P)')_{\min} = 66556.2676 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 6552855.1 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
  
 $(t_a(P))_{rb2} = 751411177.5 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$ 

Usando la **Ec. (3.24)** 

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{(t_a(P)^* \Delta m(P)')_{\min}}{(t_a(P)^* \Delta m(P)')_r}\right)}{0.30499673}} - 5.6810 \times 10^{-2}$$

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{66556.2676}{968309.0392}\right)}{0.30499673}} - 5.6810 \times 10^{-2}$$

 $\omega=0.01063067$ 

Usando la **Ec. (3.25)** 

$$\frac{1}{\omega} = 7.7534 + 2.8965 \times 10^{12} \left(\frac{\phi r_w^2}{k t_a (P)_{re1}}\right)^{1.5}$$

En este caso el almacenamiento oculta la presencia del primer flujo radial, por lo cual esta correlación no se aplica en este ejercicio.

Usando la Ec. (3.26)

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right) - 80.1835 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^2 + 3.5730 \times 10^3 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^3 - 3.9119 \times 10^4 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^4$$

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left(\frac{6552855.1}{751411177.5}\right) - 80.1835 \left(\frac{6552855.1}{751411177.5}\right)^{2}$$
$$+3.5730 \times 10^{3} \left(\frac{6552855.1}{751411177.5}\right)^{3} - 3.9119 \times 10^{4} \left(\frac{6552855.1}{751411177.5}\right)^{4}$$

 $\omega = 0.00963321$ 

# Paso 6:

$$(t_a(P) * \Delta m(P)')_{\min} = 66556.2676 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 6552855.1 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
$$(t_a(P) * \Delta m(P)')_{us,i} = 968309.0392 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{us,i} = 157194279.1616 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

Usando la **Ec. (3.27)** 

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min} - 3.1769 \times 10^7 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^9 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^3 - 2.5071 \times 10^{-26} \left( \frac{qT}{h\phi r_w^2} \right)^2 \left( \frac{t_a(P)}{t_a(P) * \Delta m(P)'} \right)_{\min}^2$$

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{120 \times 0.1 \times 0.3^2}{5000 \times 760} \left(\frac{66556.2676}{6552855.1}\right)_{\min} - 3.1769 \times 10^7 \left(\frac{120 \times 0.1 \times 0.3^2}{5000 \times 760}\right)^{2.5} \left(\frac{66556.2676}{6552855.1}\right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^9 \left(\frac{120 \times 0.1 \times 0.3^2}{5000 \times 760}\right)^3 \left(\frac{66556.2676}{6552855.1}\right)_{\min}^3 - 2.5071 \times 10^{-26} \left(\frac{5000 \times 760}{120 \times 0.1 \times 0.3^2}\right)^2 \left(\frac{6552855.1}{66556.2676}\right)_{\min}^2$$

 $\lambda = 8.7766 \times 10^{-9}$ 

Usando la **Ec. (3.28)** 

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^5 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^2 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^2 + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^3$$

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{120 \times 0.1 \times 0.3^{2}}{5000 \times 760} \left(\frac{968309.0392}{157194279.1616}\right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^{5} \left(\frac{120 \times 0.1 \times 0.3^{2}}{5000 \times 760}\right)^{2} \left(\frac{968309.0392}{157194279.1616}\right)_{us,i}^{2} + 2.7210 \times 10^{8} \left(\frac{120 \times 0.1 \times 0.3^{2}}{5000 \times 760}\right)^{2} \left(\frac{968309.0392}{157194279.1616}\right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left(\frac{120 \times 0.1 \times 0.3^{2}}{5000 \times 760}\right)^{3} \left(\frac{968309.0392}{157194279.1616}\right)_{us,i}^{3}$$

 $\lambda = 9.63 \times 10^{-9}$ 

Paso 7:

$$\begin{split} & \left(t_a(P)^* \Delta m(P)'\right)_r = 968309.0392 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad \left(t_a(P)\right)_r = 821416022 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}} \\ & \left(\Delta m(P)'\right)_r = 20420486.3191 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}} \\ & s' = 0.5 \left[\frac{\Delta m(p)_r}{\left(t_a(P)^* \Delta m(p)'\right)_r} - \ln\left(\frac{kt_a(P)_r}{\phi r_w^2}\right) + 7.43\right] \\ & s' = 0.5 \left[\frac{20420486.3191}{968309.0392} - \ln\left(\frac{23.26*821416022}{0.1*0.3^2}\right) + 7.43\right] \end{split}$$

*s*' = 0.06749434



gura 3.17. Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 3.3

## Ejercicio 3.4

En un yacimiento infinito de gas naturalmente facturado se corrió una prueba de declinación de presión con el fin de analizar con especial atención el coeficiente de almacenaje y el parámetro de flujo interporoso. Los datos del fluido y del yacimiento se dan a continuación.

μ <sub>g</sub> =0.0213208 cp	$q_g$ =3500 Mscf/D
$c_t=2.46574x10^{-4} \text{ psi}^{-1}$	T= 710 °R
φ (%) =25	<i>h</i> =60 ft
$r_w=0.4$ ft	$P_i = 3500 \text{ Psia}$

Los parámetros de referencia son:  $k = 33 \text{ md}, \lambda = 1 \times 10^{-8}, \omega = 0.08, s' = -1, C = 0.6$ 

### Solución

**Paso 1:** Ver Tabla 3.4 y Figura 3.18

### Paso 2:

$$(t_a(P))_{\min} = 90591571.55 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_x = 25772.33 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

$$\frac{(t_{Da})_{\min}}{(t_{Da})_x} \ge 15.0$$

$$\frac{(t_{Da})_{\min}}{(t_{Da})_x} = \frac{90591571.55}{25772.33} = 42.1370371$$

### 42.1370371≥15

Como el valor anteriormente calculado es mayor que 15, se concluye que el punto mínimo no está afectado por el almacenamiento

#### Paso 3:

$$\left(t_{a}(P) * \Delta m(P)'\right)_{r} = 939622.3953 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$
$$k_{2} = \frac{711.26qT}{h(t_{a}(p) * \Delta m(p)')_{r}} = \frac{711.26 * 760 * 5000}{120 * 939622.3953}$$

 $k_2 = 31.35 \text{ md}$ 

Paso 4:  

$$(t_a(P))_i = 2216.9683 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$$
  
 $C = \frac{khc_i t_a(P)_i}{1695}$   
 $C = \frac{31.35*60*2.46574 \times 10^{-4}*2216.9683}{1695}$ 

C = 0.60665039

## Paso 5:

$$(t_a(P) * \Delta m(P)')_{\min} = 268579.022 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 90591571.55 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
  
 $(t_a(P) * \Delta m(P)')_{rad} = 939622.3953 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$ 

Usando la Ec. (3.24)

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{(t_a(p)^* \Delta m(p)')_{\min}}{(t_a(p)^* \Delta m(p)')_r}\right)}{0.30499673}} - 5.6810 \times 10^{-2}$$

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{268579.022}{939622.3953}\right)}{0.30499673}} - 5.6810 \times 10^{-2}$$

 $\omega = 0.08061356$ 

Usando la Ec. (3.25)

$$\frac{1}{\omega} = 7.7534 + 2.8965 \times 10^{12} \left(\frac{\phi r_w^2}{k t_a (P)_{re1}}\right)^{1.5}$$

En este caso el almacenamiento oculta la el verdadero final del primer flujo radial, por lo cual no es posible aplicar esta correlación.

Usando la Ec. (3.26)

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right) - 80.1835 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^2 + 3.5730 \times 10^3 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^3 - 3.9119 \times 10^4 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^4$$

En este caso la prueba no es lo suficientemente larga y el valor de  $\lambda$  es muy grande, por lo cual segundo flujo radial no esta bien definido en esta prueba, razón por la que no es posible aplicar esta correlación.

## Paso 6:

$$(t_a(P) * \Delta m(P)')_{\min} = 268579.022 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 90591571.55 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
$$(t_a(P) * \Delta m(P)')_{us,i} = 939622.3953 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{us,i} = 528023492.9078 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

Usando la **Ec. (3.27)** 

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min} - 3.1769 \times 10^7 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^9 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^3 - 2.5071 \times 10^{-26} \left( \frac{qT}{h\phi r_w^2} \right)^2 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P) * \Delta m(P)'} \right)_{\min}^2$$

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{60 * 0.25 * 0.4^2}{3500 * 710} \left(\frac{268579.022}{90591571.55}\right)_{\min} - 3.1769 \times 10^7 \left(\frac{60 * 0.25 * 0.4^2}{3500 * 710}\right)^{2.5} \left(\frac{268579.022}{90591571.55}\right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^9 \left(\frac{60 * 0.25 * 0.4^2}{3500 * 710}\right)^3 \left(\frac{268579.022}{90591571.55}\right)_{\min}^3 - 2.5071 \times 10^{-26} \left(\frac{3500 * 710}{60 * 0.25 * 0.4^2}\right)^2 \left(\frac{90591571.55}{268579.022}\right)_{\min}^2$$

 $\lambda = 8.6298 \times 10^{-9}$ 

Usando la **Ec. (3.28)** 

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^5 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^2 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^2 + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^3 + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^3 + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} \right)^{2.5} + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} \right)^{2.5} + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} \right)^{2.5} + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} \right)^{2.5} + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} \right)^{2.5} + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} \right)^{2.5} + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} \right)^{2.5}$$

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{60 \times 0.25 \times 0.4^2}{3500 \times 710} \left( \frac{939622.3953}{628023492.9078} \right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^5 \left( \frac{60 \times 0.25 \times 0.4^2}{3500 \times 710} \right)^2 \left( \frac{939622.3953}{628023492.9078} \right)_{us,i}^2 + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{60 \times 0.25 \times 0.4^2}{3500 \times 710} \right)^{2.5} \left( \frac{939622.3953}{628023492.9078} \right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left( \frac{60 \times 0.25 \times 0.4^2}{3500 \times 710} \right)^3 \left( \frac{939622.3953}{628023492.9078} \right)_{us,i}^3$$

 $\lambda = 7.999 \times 10^{-9}$ 

Paso 7:

$$(t_a(P)^* \Delta m(P)')_r = 939622.3953 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_r = 793923231.4 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
  
 $(\Delta m(P)')_r = 17012542.7985 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$ 

$$s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(P)_r}{\left( t_a(P)^* \Delta m(P)' \right)_r} - \ln \left( \frac{k t_a(P)_r}{\phi r_w^2} \right) + 7.43 \right]$$

$$s' = 0.5 \left[ \frac{939622.3953}{968309.0392} - \ln \left( \frac{31.35 * 793923231.4}{0.25 * 0.4^2} \right) + 7.43 \right]$$

s' = -0.81044675



Figura 3.18. Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 3.4

### Ejercicio 3.5 Caso Práctico

En un yacimiento infinito de gas naturalmente facturado con un pozo vertical centrado, se corrió una prueba de declinación de presión con el fin de analizar con especial atención el coeficiente de almacenaje y el parámetro de flujo interporoso. Los datos del fluido y del yacimiento se dan a continuación.

$\mu_g = 0.018 \text{ cp}$	$q_g$ =3000 Mscf/D
$c_t = 3.9 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$	T= 675 °R
$\phi$ (%) = 9.7	<i>h</i> = 60 ft
$r_w = 0.3642 \text{ ft}$	<i>P<sub>i</sub></i> = 3375 Psia

Los parámetros de referencia son:  $k = 20 \text{ md}, \lambda = 1.1 \times 10^{-6}, \omega = 0.0998, s' = 90,$ 

### Solución

**Paso 1:** Ver Figura 3.19

Paso 2: En este caso no hay almacenamiento.

Paso 3:

$$\left(t_{a}(P)^{*}\Delta m(P)'\right)_{r} = 1263040.9589 \frac{\text{psi}^{2}}{\text{cp}}$$
$$k_{2} = \frac{711.26qT}{h(t_{a}(p)^{*}\Delta m(p)')_{r}} = \frac{711.26^{*}675^{*}3000}{60^{*}1263040.9589}$$

 $k_2 = 19.0057 \text{ md}$ 

Paso 4: En este caso no hay almacenamiento.

Paso 5:

$$(t_a(P)*\Delta m(P)')_{\min} = 398453.8087 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 1063339.1063 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

$$(t_a(P))_{rb2} = 25945471.29 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

Usando la Ec. (3.24)

$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{(t_a(p)^* \Delta m(p)')_{\min}}{(t_a(p)^* \Delta m(p)')_r}\right)}{0.30499673} - 5.6810 \times 10^{-2}}$$
$$\omega = 5.3833 \times 10^{-2} e^{\frac{\left(\frac{398453.8087}{1263040.9589}\right)}{0.30499673}} - 5.6810 \times 10^{-2}$$
$$\omega = 0.09463$$

Usando la Ec. (3.26)

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right) - 80.1835 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^2 + 3.5730 \times 10^3 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^3 - 3.9119 \times 10^4 \left( \frac{(t_a(P))_{\min}}{(t_a(P))_{rb2}} \right)^4$$

$$\omega = -9.0198 \times 10^{-3} + 2.5924 \left(\frac{1063339.1063}{25945471.29}\right) - 80.1835 \left(\frac{1063339.1063}{25945471.29}\right)^{2} + 3.5730 \times 10^{3} \left(\frac{1063339.1063}{25945471.29}\right)^{3} - 3.9119 \times 10^{4} \left(\frac{1063339.1063}{25945471.29}\right)^{4}$$

 $\omega = 0.09814$ 

Paso 6:

$$(t_a(P) * \Delta m(P)')_{\min} = 398453.8087 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{\min} = 1063339.1063 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$
$$(t_a(P) * \Delta m(P)')_{us,i} = 1263040.9589 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_{us,i} = 6030597.5701 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$$

Usando la Ec. (3.27)

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min} - 3.1769 \times 10^7 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^9 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{\min}^3 - 2.5071 \times 10^{-26} \left( \frac{qT}{h\phi r_w^2} \right)^2 \left( \frac{t_a(P)}{t_a(P) * \Delta m(P)'} \right)_{\min}^2$$

$$\lambda = -2.5477 \times 10^{-10} + 4.1709 \frac{60 \times 0.097 \times 0.3642^2}{3000 \times 675} \left(\frac{398453.8087}{1063339.1063}\right)_{\min} - 3.1769 \times 10^7 \left(\frac{60 \times 0.097 \times 0.3642^2}{3000 \times 675}\right)^{2.5} \left(\frac{398453.8087}{1063339.1063}\right)_{\min}^{2.5} + 6.4771 \times 10^9 \left(\frac{60 \times 0.097 \times 0.3642^2}{3000 \times 675}\right)^3 \left(\frac{398453.8087}{1063339.1063}\right)_{\min}^3 - 2.5071 \times 10^{-26} \left(\frac{3000 \times 675}{60 \times 0.097 \times 0.3642^2}\right)^2 \left(\frac{398453.8087}{1063339.1063}\right)_{\min}^2$$

 $\lambda = 5.63 \times 10^{-7}$ 

Usando la **Ec. (3.28)** 

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{h\phi r_w^2}{qT} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^5 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^2 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^2 + 2.7210 \times 10^8 \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^{2.5} \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left( \frac{h\phi r_w^2}{qT} \right)^3 \left( \frac{t_a(P) * \Delta m(P)'}{t_a(P)} \right)_{us,i}^3$$

$$\lambda = 8.5735 \times 10^{-12} + 5.4927 \frac{60 \times 0.097 \times 0.3642^{2}}{3000 \times 675} \left(\frac{1263040.9589}{6030597.5701}\right)_{us,i} - 2.8230 \times 10^{5} \left(\frac{60 \times 0.097 \times 0.3642^{2}}{3000 \times 675}\right)^{2} \left(\frac{1263040.9589}{6030597.5701}\right)_{us,i}^{2} + 2.7210 \times 10^{8} \left(\frac{60 \times 0.097 \times 0.3642^{2}}{3000 \times 675}\right)^{2.5} \left(\frac{1263040.9589}{6030597.5701}\right)_{us,i}^{2.5} - 4.8086 \times 10^{10} \left(\frac{60 \times 0.097 \times 0.3642^{2}}{3000 \times 675}\right)^{3} \left(\frac{1263040.9589}{6030597.5701}\right)_{us,i}^{3}$$

$$\lambda = 4.48 \times 10^{-7}$$
**Paso 7:**  
 $(t_a(P) * \Delta m(P)')_r = 1263040.958 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}, \quad (t_a(P))_r = 138811698.8 \frac{\text{hr*psi}}{\text{cp}}$   
 $(\Delta m(P)')_r = 252325291.8877 \frac{\text{psi}^2}{\text{cp}}$   
 $s' = 0.5 \left[ \frac{\Delta m(p)_r}{(t_a(P) * \Delta m(p)')_r} - \ln\left(\frac{kt_a(P)_r}{\phi r_w^2}\right) + 7.43 \right]$ 

$$s' = 0.5 \left[ \frac{252325291.8877}{1263040.9589} - \ln \left( \frac{19.0057 * 138811698.8}{0.097 * 0.0.3642^2} \right) + 7.43 \right]$$



Figura 3.19. Pseudopresión y derivada de pseudopresión vs pseudotiempo para el ejercicio 3.5

# **3.5. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Para efectos de la verificación del modelo matemático, todos los ejercicios aquí presentados, se desarrollaron con el modelo presentado en trabajos previos, en los cuales se usa tiempo riguroso y se comparó con el modelo presentado en este trabajo el cual emplea el pseudotiempo, los resultados arrojados fueron los siguientes:

	PRUEBA 1				
Parámetro	Simulado	Obtenido $t_a(P)$	Obtenido t	EA $t_a(P)(\%)$	EA t(%)
$\bigcup_{\substack{(t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min}/(t_a(P)^*\Delta m(P)')_r}}^{\omega}$	0.05	0.04978398	0.0543965	0.43204	8.79314
$\omega t_a(P)_{rel}$	0.05	0.04981871	0.0474290	0.36258	5.14192
$\omega (t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min} / t_a(P)_{rb2}$	0.05	0.04982332	0.0539870	0.35336	7.97402
$\lambda (t_a(P)^*\Delta m(P)^{\prime})_{min} / t_a(P)_{min}$	$1 \times 10^{-7}$	$1.11 \times 10^{-7}$	$1.11 \times 10^{-7}$	11.24	11.37
$\lambda (t_a(P)^* \Delta m(P)')_{us,i} / t_a(P)_{us,i}$	$1 \times 10^{-7}$	7.573x10 <sup>-8</sup>	7.103x10 <sup>-8</sup>	24	28
<i>k</i> (md)	50	47.5600366	47.460112	4.879926	5.079775
s'	0	0.04354457	0.13509576	4.354457	13.50957
C bbl/psi	0			-	-

Tabla 3.2. Resultados ejercicio 3.1

Tabla 3.3. Resultados ejercicio 3.2

	PRUEBA 2				
Parámetro	Simulado	Obtenido $t_a(P)$	Obtenido t	EA $t_a(P)(\%)$	EA t(%)
$\omega \\ (t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min}/(t_a(P)^*\Delta m(P)')_r$	0.02	0.0204987	0.0231761	2.49395	15.88095
$\omega t_a(P)_{rel}$	0.02	-	-	-	-
$\omega (t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min} / t_a(P)_{rb2}$	0.02	0.0198250	0.0228231	0.8749	14.11555
$\lambda (t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min} / t_a(P)_{min}$	$1 \times 10^{-7}$	9.72x10 <sup>-8</sup>	$1.04 \text{ x} 10^{-7}$	2.79	4.09
$\lambda (t_a(P)^*\Delta m(P)')_{us,i} / t_a(P)_{us,i}$	$1 \times 10^{-7}$	9.735x10 <sup>-8</sup>	9.043 x10 <sup>-8</sup>	2.64	9.56
<i>k</i> (md)	30	27.578665	27.488530	8.0711143	8.3715656
s'	-0.9	-1.009189	-1.025550	12.132182	13.950077
C bbl/psi	0.9	0.8989439	0.9537227	0.1173355	5.9691988

	PRUEBA 3				
Parámetro	Simulado	Obtenido $t_a(P)$	Obtenido t	EA $t_a(P)(\%)$	EA t(%)
$\bigcup_{\substack{(t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min}/(t_a(P)^*\Delta m(P)')_r}}^{\omega}$	0.01	0.01063067	0.0124090	6.3067	24.0905
$\omega t_a(P)_{rel}$	0.01	-	-	-	-
$\omega (t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min} / t_a(P)_{rb2}$	0.01	0.00963321	0.0115505	3.6679	15.5051
$\lambda (t_a(P)^* \Delta m(P)^{\prime})_{min} / t_a(P)_{min}$	1x10 <sup>-8</sup>	8.78 x10 <sup>-9</sup>	1.14 x10 <sup>-8</sup>	12.234	13.89
$\lambda (t_a(P)^*\Delta m(P)')_{us,i} / t_a(P)_{us,i}$	1x10 <sup>-8</sup>	9.63 x10 <sup>-9</sup>	9.42 x10 <sup>-9</sup>	3.64	5.77
<i>k</i> (md)	25	23.260377	23.251500	6.958492	6.993996
s'	0	0.06749434	0.0936423	6.749434	9.36423
C bbl/psi	1	1.01281653	0.9865610	1.281653	1.343896

Tabla 3.4. Resultados ejercicio 3.3

 Tabla 3.5. Resultados ejercicio 3.4

	PRUEBA 4				
Parámetro	Simulado	Obtenido $t_a(P)$	Obtenido t	EA $t_a(P)(\%)$	EA t(%)
$\bigcup_{\substack{(t_a(P)^*\Delta m(P)^{\prime})_{min}/(t_a(P)^*\Delta m(P)^{\prime})_r}}^{\omega}$	0.08	0.0806135	0.0906724	0.76695	13.3405625
$\omega t_a(P)_{rel}$	0.08	-	-	-	-
$\omega (t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min} / t_a(P)_{rb2}$	0.08	-	-	-	-
$\lambda (t_a(P)^*\Delta m(P)^{\prime})_{min} / t_a(P)_{min}$	$1 \times 10^{-8}$	8.63 x10 <sup>-9</sup>	1.20x10 <sup>-8</sup>	13.702	20.46
$\lambda \left( t_a(P)^* \Delta m(P)^* \right)_{us,i} / t_a(P)_{us,i}$	1x10 <sup>-8</sup>	7.95 x10 <sup>-9</sup>	7.80 x10 <sup>-9</sup>	5.523	12.36
<i>k</i> (md)	33	31.350911	31.251133	4.99723848	5.29959545
s'	-1	-0.810446	-0.807078	18.955325	19.29219
C bbl/psi	0.6	0.6066503	0.6070573	1.10839833	1.17621666

 Tabla 3.6. Resultados ejercicio 3.5 Caso practico

	PRUEBA 5				
Parámetro	Simulado	Obtenido $t_a(P)$	Obtenido t	EA $t_a(P)(\%)$	EA t(%)
$\bigcup_{\substack{(t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min}/(t_a(P)^*\Delta m(P)')_r}}$	0.0998	0.09463	0.09295	5.17	6.86
$\omega t_a(P)_{rel}$	0.0998	-	-	-	-
$\omega (t_a(P)^* \Delta m(P)')_{min} / t_a(P)_{rb2}$	0.0998	0.09814	0.03216	1.66	67.7
$\lambda (t_a(P)^*\Delta m(P)')_{min} / t_a(P)_{min}$	1.1x10 <sup>-6</sup>	5.63 x10 <sup>-7</sup>	6.49 x10 <sup>-7</sup>	48.8	40.95
$\lambda \left( t_a(P)^* \Delta m(P)^* \right)_{us,i} / t_a(P)_{us,i}$	1.1x10 <sup>-6</sup>	4.48 x10 <sup>-7</sup>	4.053 x10 <sup>-9</sup>	59.26	63.15
<i>k</i> (md)	20	19.0057	18.6027	4.9713	6.9863
s'	90	90.55	86.59	0.613	3.78

Como se observa en las anteriores tablas, los valores calculados haciendo uso de la función pseudotiempo, arrojan mejores resultados, lo anterior se verifica al notar como los errores se hacen menores al usar la metodología propuesta en el presente trabajo.

En el cálculo de la permeabilidad, el punto usado entre más cercano este al flujo pseudoestable, mejores resultados arroja, al igual que el valor del daño, ya que estos dos parámetros son sensibles únicamente al flujo radial, de igual modo cabe anotar que estos dos datos al igual que el almacenamiento, no arrojan diferencias significativas al hacer uso o no de la función pseudotiempo, y aunque los errores calculados haciendo uso de la misma, son algo menores que cuando se usa el tiempo riguroso, no se observa una mejora significativa en su cálculo.

### 4. **CONCLUSIONES**

- 1. Gracias al gráfico de pseudopresión y derivada de pseudopresión, y a sus líneas y puntos característicos, fue posible estudiar, el comportamiento de los pozos verticales de gas hidráulicamente fracturados y yacimientos heterogeneos, esta vez en función del pseudotiempo; las ecuaciones obtenidas, presentan márgenes de error muy bajos comparados con las ecuaciones estimadas y presentadas en trabajos anteriores, las cuales no incluían la incidencia de el pseudotiempo
- 2. Al modelar la función pseudotiempo por medio de la metodología TDS (Tiab's Direct Synthesis) para pozos verticales de gas hidráulicamente fracturados y yacimientos naturalmente fracturados, y al elaborar la respectiva metodología, satisfactoriamente, en la mayoría de los casos y parámetros estudiados se obtuvo los resultados esperados, observándose una mejora significativa en la estimación de los valores calculados, cuando estos fueron comparados con los datos obtenidos haciendo uso del tiempo riguroso.
- **3.** Se encontró que en la determinación de algunas propiedades no hay diferencia al emplear tiempo real en lugar de la función pseudotiempo, mientras que en otras propiedades, la diferencia al usar uno u otro parámetro es importante.
- **4.** Se demuestra una vez más, que la metodología TDS es la técnica más rápida, precisa y fácil de usar en cuanto a la caracterización de yacimientos se refiere.

## 5. RECOMENDACIONES

- 1. Hacer uso de las ecuaciones que incluyan la función pseudotiempo en su desarrollo, ya que los resultados que éstas arrojan son más cercanos a los parámetros reales y/o simulados, para la caracterización tanto de pozos verticales de gas hidráulicamente fracturados, como de yacimientos de gas naturalmente fracturados.
- **2.** Hacer uso de los software mencionados en el presente trabajo, cuando se requiera simular una prueba, para la posterior evaluación de parámetros a calcular.
- **3.** Realizar la lectura de los puntos de interés directamente con ayuda del software TDST, debido a que este permite una mejor observación de los mismos y por ende, lecturas y posteriores cálculos más exactos.
- 4. Para los yacimientos naturalmente fracturados, donde es de gran interés el punto mínimo del periodo de transición, leer este punto, estimando la derivada con la función Natural *Cubic Spline* que se encuentra en el software TDST, ya que esta muestra una curva mejor definida y permite apreciar los valores del punto mínimo con mayor exactitud.
- **5.** Para la estimación del área de drene de los pozos hidráulicamente fracturados, tomar valores del flujo pseudoestable lo más cercano posible al flujo radial; estos valores permitirán obtener resultados más cercanos a la realidad.
- 6. Para estimar la conductividad de fractura, en el caso de pozos hidráulicamente fracturados es importante que los caudales en el momento de correr la prueba, no sean muy grandes, esto debido a que el factor de flujo turbulento se hace más grande y ocasiona una sobrestimación de este importante parámetro.
- 7. Tomar valores de lambda y omega que estén entre los rangos propuestos, ya que si se toman valores demasiado grandes o demasiado pequeños, la derivada se desborda o los regímenes de flujo no son visibles, por consiguiente los resultados pueden ser poco o nada confiables.

**8.** En cuanto a la estimación del daño aparente y la permeabilidad, para ambos casos, es importante tomar los puntos de interés lo más cercanos posible al periodo de flujo pseudoestable, pues estos arrojan resultados más cercanos a los reales.

## BIBLIOGRAFIA

- 1. Tiab, D. "Analysis of Pressure And Pressure Derivative Without Type-Curve Matching Skin And Wellbore Storage" paper SPE 25426, 1993.
- 2. Al Hussainy, R., Ramey, H. J. Jr., and Crawford, P. B.: *"The Flow of Real Gases Through Porous Media,"* J. Pet. Tech. (May 1966) 624-636; trans., AIME, 237.
- **3.** Agarwal G. "*Real Gas Pseudo-time a New Fuction for Pressure Buildup Analysis of MHF Gas Wells*" Paper SPE 8279, 1979.
- **4.** Nuñez, W. "Application of Tiab's Direct Synthesis Technique to Vertically Fractured Gas Wells". Thesis of masters. Norman, Oklahoma, 2002.
- **5.** Ramírez, J.P and Medina, O "Análisis de Presión y Derivada de Presión para Yacimientos de Gas Naturalmente Fracturados Drenados por un Pozo Vertical" Tesis, Universidad Surcolombiana, Neiva, 2003.
- 6. Escobar, F. H "Análisis Moderno de Pruebas de Presión", Universidad Surcolombiana, Neiva, 2009.
- 7. López, A. M "Aplicación de la Técnica de Síntesis Directa de Tiab –TDST a Pruebas de Flujo Variable en Pozos de Gas e Iincidencia del Pseudotiempo", Tesis, Universidad Surcolombiana, Neiva, 2006. Cap. 1
- 8. Forchheimer, Ph. "Wasserbe wegung Durch Boden." 2. ver Deutsch Ing. 45(1901) 1781-1788.
- **9.** Van Everdingen, A. F. "*The Skin Effect and Its Influence on the Productive Capacity of a Well.*" Trans., AIME (1953) 198, p. 171-176; Reprint Series, N° 09 *Pressure Analysis Methods*, Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas (1967) 45-50.
- **10.** Swift, G. W. and Kiel, O. G. *"The Prediction of Gas Well Performance Including the Effect of Non-Darcy Flow"*. JPT (July 1962), p. 791-798.

- **11.** Ramey, H. J., Jr. "Non-Darcy Flow and Wellbore Storage Effects in Pressure Buildup and Drawdown of Gas Wells". JPT (Feb. 1965) p. 223.
- **12.** Escobar, F. H "Avances en Técnicas Modernas de Interpretación de Pruebas de Pozo" Universidad Surcolombiana, Neiva, 2009.

- **13.** Cinco\_Ley, H., Samaniego, F and Dominguez, N.: "*Transient Pressure Behavior for a Well with Finite-Conductivity Vertical Fracture*" SPE J. (Aug. 1978) 253-264.
- 14. Tiab, D. y Escobar, F. H. "Determinación del parámetro de Flujo Interporoso a partir de un Gráfico Semilogarítmico" Bogotá, octubre de 2003.
- **15.** Nelson, R. "*Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*". Butterworth-Heinemann Publisher. 336p. 2001.
- **16.** Tiab, D. et al. *"Fracture Porosity From Pressure Transient Data"*. Paper IPTC 11164. December 2007.
- **17.** Tiab D., "Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type-Curve Matching: Vertically Fractured Wells in Closed Systems", Paper SPE 12345, 1990.
- **18.** Russell, D.G. and Truitt, N.E.: "*Transient Pressure Behavior in Vertically Fractured Reservoirs*", JPT (Oct 1964) 1159-1170.
- **19.** Lee, J., Wattenbarger R.A., "Gas Reservoir Engineering", SPE Textbook Series Vol.5, 1996, p.140.
- **20.** Nuñez, W., Tiab, D., Escobar, F.: *"Transient Pressure Analysis for a Vertical Gas Well Intersected by a Finite-Conductivity Fracture"*, Paper SPE 80915, 2003.
- **21.** Guppy, K.H., Cinco-Ley, H. Ramey, H.J. Jr., Samaniego-V, F.: "Non-Darcy Flow in Wells with Finite-Conductivity Vertical Fractures", Paper SPE 8281, 1981.
- 22. Guppy, K.H., Cinco-Ley H., Ramey H.J. Jr.: "Pressure Buildup Analysis of Fractured Wells Producing at High Flow Rates", Paper SPE 10178, 1982.
- **23.** Tiab, D. "Advances in Pressure Transient Analysis", UPTEC Training Manual (To be published), Norman, OK (1997) 577 pages.
- 24. Engler, T.W., "Interpretation of Pressure Test in Naturally Fractured Reservoirs by the Direct Synthesis Technique", Thesis of Doctor of Philosophy, Norman, Oklahoma, 1995.
- **25.** Tiab, Djebbar /The University of Oklahoma y Escobar, F.H./Universidad Surcolombiana: "Determinación del parámetro de flujo interporoso por medio de un gráfico semilogarítmico".

### ANEXOS

## ANEXO A. DATOS DE CORRELACIONES EMPÍRICAS HALLADAS, PARA YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

**Tabla A1.** Datos utilizados para determinar una correlación que calcule ( $\omega$ ), utilizando los tiempos mínimos y la línea de flujo radial, para diferentes lambdas.

$0.01 \le \omega \le 0.1$				
min/rad	ω			
0.06472823	0.01			
0.10895	0.02			
0.14666066	0.03			
0.17918079	0.04			
0.209139	0.05			
0.23616482	0.06			
0.26071884	0.07			
0.28382221	0.08			
0.3063579	0.09			
0.32634283	0.1			

**Tabla A2.** Datos para la obtención de líneas que verifican una correlación para hallar Omega a diferentes Lambda, para  $0.01 \le \omega \le 0.1$ .

λ=1	E-5	$\lambda = 1E-6$	
min/rad	ω	min/rad	ω
0.06586442	0.01	0.06390259	0.01
0.10898059	0.02	0.10899855	0.02
0.14659805	0.03	0.14658491	0.03
0.17927719	0.04	0.17925879	0.04
0.20918922	0.05	0.20923866	0.05

0.32643133	0.1	0.32647306	0.1	
0.30647532	0.09	0.30651244	0.09	
0.28390664	0.08	0.28393171	0.08	
0.26080919	0.07	0.26080652	0.07	
0.23619681	0.06	0.23630539	0.06	

$\lambda = 1$	Ľ-/	$\lambda = 1E-8$	
min/rad	ω	min/rad	ω
0.06396136	0.01	0.06518457	0.01
0.10896783	0.02	0.10885303	0.02
0.14706315	0.03	0.14639654	0.03
0.17921505	0.04	0.17897214	0.04
0.2091914	0.05	0.20893671	0.05
0.23616219	0.06	0.23599491	0.06
0.26079488	0.07	0.26046479	0.07
0.28389706	0.08	0.28355342	0.08
0.3064131	0.09	0.30603075	0.09
0.32644315	0.1	0.32602379	0.1

**Tabla A3.** Datos utilizados para determinar una correlación que calcule ( $\omega$ ), utilizando el tiempo final de la primera línea recta de flujo radial.

$\lambda = 1E-7$			
(t <sub>D</sub> ) <sub>re1</sub>	ω		
2584.16463	0.01		
4404.08864	0.02		
6547.10251	0.03		
7972.48226	0.04		
9856.21887	0.05		
12280.9797	0.06		
15419.5624	0.07		
19117.551	0.08		
24542.3557	0.09		
30504.4224	0.1		

**Tabla A4.** Datos utilizados para determinar una correlación que calcule ( $\omega$ ), utilizando los tiempos mínimos y el tiempo de comienzo de la segunda línea recta horizontal de flujo radial.

$\lambda = 1E-7$				
(t <sub>D</sub> ) <sub>min</sub>	$(t_D)_m/(t_D)_{rb2}$	ω		
536265.599	0.00889091	0.01		
849974.807	0.01409199	0.02		
1142018.43	0.01893386	0.03		
1347220.23	0.02233597	0.04		
1589759.61	0.0263571	0.05		
1811693.55	0.03003661	0.06		
1940297.44	0.03216877	0.07		
2163950.8	0.03587678	0.08		
2310841.24	0.03831213	0.09		
2510297.73	0.04161897	0.1		

**Tabla A5.** Datos utilizados para determinar una correlación que calcule ( $\lambda$ ), utilizando las coordenadas del punto mínimo

ω=0.01					
$(t_{Da}^{*}\Delta m(p)'_{D})_{min}$	(t <sub>Da</sub> ) <sub>min</sub>	$(t_{Da}^{*}\Delta m(p)'_{D})_{min}/t_{Da})_{min}$	λ		
0.03438277	537.377529	6.40E-05	1.00E-04		
	5272.50922	6.52E-06	1.00E-05		
	53737.173	6.40E-07	1.00E-06		
	536265.599	6.41E-08	1.00E-07		
	5344462.8	6.43E-09	1.00E-08		
	5350779.11	6.43E-09	1.00E-09		

**Tabla A6.** Datos utilizados para determinar una correlación que calcule  $(\lambda)$ , utilizando las coordenadas del punto de intersección de las líneas de flujo radial y la de pendiente unitaria.

ω=0.01					
$(t_{Da}*\Delta m(p)'_D)_{rad}$	t(t <sub>Da</sub> ) <sub>us,i</sub>	(t <sub>Da</sub> * $\Delta m(p)'_D)_{us,i}$ / t <sub>Da</sub> ) <sub>us,i</sub>	λ		
0.53345361	11682.4436	4.56628E-05	1.00E-04		
	109818.063	4.85761E-06	1.00E-05		
	1092747.11	4.88177E-07	1.00E-06		
	10983487.6	4.85687E-08	1.00E-07		
	109851691	4.85613E-09	1.00E-08		
	1122177230	4.75374E-10	1.00E-09		



**Figura A1.** Comportamiento de la correlación de Omega para diversos Lambdas.  $0.01 \le \omega \le 0.1$ .



**Figura A2.** Línea de tendencia la cual la describe una segunda correlación para hallar omega ( $\omega$ ), utilizando los tiempos finales de la primera línea recta horizontal de flujo radial.  $0.01 \le \omega \le 0.1$ .



**Figura A3.** Línea de tendencia la cual la describe una correlación para hallar omega ( $\omega$ ), utilizando el tiempo del comienzo de la segunda línea recta horizontal de flujo radial y el tiempo mínimo.  $0.01 \le \omega \le 0.1$ .



**Figura A4.** Línea de tendencia la cual la describe una correlación para hallar el parámetro de flujo interporoso utilizando las coordenadas del punto mínimo.



**Figura A5.** Línea de tendencia la cual la describe una correlación para hallar el parámetro de flujo interporoso utilizando las coordenadas del punto de intercepción entre la línea de pendiente unitaria del periodo de transición y el flujo radial.